



**SONLU DELTA CEVAPLI FİLTRE  
TASARIM METOTLARININ  
PERFORMANS ANALİZİ**

**Oudah Dephallah EL-HAFIZ**



T.C

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SONLU DELTA CEVAPLI FİLTRE TASARIM METOTLARININ  
PERFORMANS ANALİZİ**

**Oudah Dephallah EL-HAFIZ**

Prof. Dr. Erdoğan DİLAVEROĞLU  
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

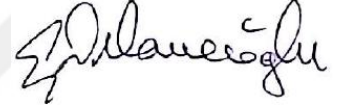
BURSA - 2017

## TEZ ONAYI

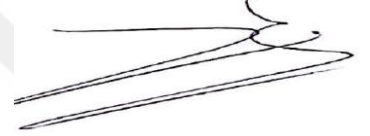
Oudah Dephallah EL-HAFIZ tarafından hazırlanan “SONLU DELTA CEVAPLI FİLTRE TASARIM METOTLARININ PERFORMANS ANALİZİ” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Danışman:** Prof. Dr. Erdoğan DİLAVEROĞLU

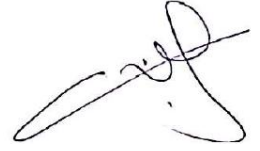
**Başkan :** Prof. Dr. Erdoğan DİLAVEROĞLU  
Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi,  
Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı



**Üye :** Prof. Dr. Güneş YILMAZ  
Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi,  
Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı



**Üye :** Yrd. Doç. Dr. Cemal HANILÇI  
Bursa Teknik Üniversitesi, Doğa Bilimleri,  
Mimarlık, Mühendislik Fakültesi,  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı



  
Yukarıdaki sonucu onaylarım

**Prof. Dr. Ali BAYRAM**

**Enstitü Müdürü**

**7.6.01.1 2017**

**Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;**

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

**beyan ederim.**

**16/01/2017**

**İmza**



**Oudah Dephallah EL-HAFIZ**

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

SONLU DELTA CEVAPLI FİLTRE TASARIM METOTLARININ PERFORMANS  
ANALİZİ

**Oudah Dephallah EL-HAFIZ**

Uludağ Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Danışman:** Prof. Dr. Erdoğan DİLAVEROĞLU

Bazı popüler alçak geçiren sonlu delta cevaplı filtre tasarım metotları (Pencere Yöntemi, Frekans Örnekleme Yöntemi ve En İyileme Yöntemi) ve performans kriterleri incelenmiştir. Ele alınan metotların performans analizleri (geçirme bandı düzgünlüğü, geçiş bandı genişliği, söndürme bandı dalgalanma genliği, hesaplama zamanı, vb.) yazılım yoluyla karşılaştırmalı olarak yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır ve ele alınan tasarım teknikleri özellikleri filtre tasarımcılarına bir kullanma rehberi biçiminde sunulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Pencere fonksiyonu, Frekans örnekleme, Optimizasyon, Sonlu delta cevaplı filtre, Lineer faz, En iyileme metodu, Remez algoritması.

2017, ix + 61 sayfa

## ABSTRACT

MSc Thesis

PERFORMANCE ANALYSIS OF FIR FILTER DESIGN TECHNIQUES

**Oudah Dephallah El-hafiz**

Uludağ University

Graduate School of Natural Sciences

Department of Electronic Engineering

**Supervisor:** Prof. Dr. Erdoğan DILAVEROĞLU

Some popular low-pass finite impulse response filter design methods (Windowing Method, Frequency Sampling Method and Optimal Method) and performance criteria are examined. Performance analysis of the methods considered (passband flatness, transition band width, stopband ripple amplitude, calculation time, etc.) are compared via computer simulations. The results obtained are interpreted and the main specifications of the methods are presented in the form of a guideline for practitioners.

**Keywords:** Windowing function, Frequency sampling, Optimization, FIR filter, Linear phase, Optimal method, Remez algorithm.

2017, ix + 61 pages

## TEŞEKKÜR

Her şeyden önce, bu tezi başarmak için bana sağlık ve cesaret kazandıran Yüce Allah'a içten teşekkürlerimi sunarım.

Onun danışmanlığı, rehberliği, yorumları, talimatları ve bana verilen anlamlı önerisi benim için büyük bir katkıydı, danışman hocama Prof. Dr. Erdoğan DİLAVEROĞLU en büyük şükranlarımı sunuyorum.

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü personeline de teşekkür ederim.

Bu çalışmayı değerlendirmeye kabul edenler Başkan ve jüri üyelerine en büyük şükranlarımı sunuyorum. Yurt dışı Türkler ve Akraba Topluluklar Başkanlığına YTB (Türkiye Bursları) ve Türk halkına verdikleri destekten dolayı en büyük şükranlarımı sunuyorum.

Bu eseri sevgili anneme ithaf ediyorum, aileme ve arkadaşlarıma da teşekkür ediyorum.

Oudah Dephallah EL-HAFIZ

16/01/2017

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	ix
<b>1. GİRİŞ.....</b>	<b>1</b>
<b>2. SONLU DELTA CEVAPLI FİLTRE TASARIM.....</b>	<b>3</b>
2.1 Filtre özellikleri.....	3
2.2 Nedensellik ve etkileri.....	4
2.3 Pratik frekans seçimli filtrelerin özellikleri.....	7
2.4 Doğrusal faz ve etkileri.....	8
2.4.1 Simetrik ve simetrik olmayan sonlu delta cevaplı filtreler.....	8
<b>3. SONLU DELTA CEVAPLI FİLTRE TASARIM YÖNTEMİ.....</b>	<b>13</b>
3.1 Pencere yöntemi.....	13
3.2 Frekans Örnekleme yöntemi.....	27
3.3 Optimum eşit dalgalı.....	37
3.3.1 Değişim teoremi.....	40
3.3.2 Remez algoritması (Parks-McClellan) .....	41
<b>4. FARKLI TASARIM YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI.....</b>	<b>49</b>
4.1 Doğrusal fazlı FIR filtreleri için üç yönteminin karşılaştırılması.....	49
<b>5. SONUÇ.....</b>	<b>55</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>58</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>	<b>59</b>
<b>EKLER.....</b>	<b>60</b>



## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	Açıklama
$\delta_1$	Geçirme bandı dalgalanma
$\delta_2$	Söndürme bandı zayıflama
L	Üst sınır
M	Filtre uzunluğu
$a_k$ $b_k$	Filtre katsayıları
$y(n)$	Çıkış sinyali
$H(z)$	Sistem fonksiyonu
$\omega_c$	Kesme frekansı
$h(n)$	Dürtü yanıtı
$h_d(n)$	İdeal dürtü yanıtı
$H(\omega)$	Frekans yanıtı
$H_d(\omega)$	Arzu edilen frekans yanıtı
$h_e(n)$	Dürtü yanıtının çift kısmı
$h_o(n)$	Dürtü yanıtının tek kısmı
$H_R(\omega)$	Frekans yanıtının reel kısmı
$H_I(\omega)$	Frekans yanıtının sanal kısmı
$H_r(\omega)$	Reel-değerli frekans yanıtı
$\Theta(\omega)$	Faz yanıtı
$\omega_s$	Söndürme bandı kenar frekansı
$\omega_p$	Geçirme bandı kenar frekansı
$\omega(n)$	Pencere fonksiyonu
$W(\omega)$	Frekans alanında pencere fonksiyonunun Fourier dönüşümü
$\Delta F$	Geçiş genişliği
$\beta$	Şekil parametresi

$\alpha(k)$	Filtre parametreleri
$H(k + \alpha)$	Frekans örnekleri
$W(\omega)$	Ağırlık fonksiyonu
$H_{dr}(\omega)$	Arzu edilen reel-değerli frekans yanıtı
$Q(\omega)$	Frekansın sabit fonksiyonu
$E(\omega)$	Hata fonksiyonu
$\hat{H}_{dr}(\omega)$	Değiştirilmiş arzu edilen reel-değerli frekans yanıtı

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
ADC	Analog-Sayısal-Dönüştürücü
dB	Desibel
DSP	Sayısal Sinyal İşleme
DFT	Ayrık Fourier dönüşümü
IDFT	Ters ayrık Fourier dönüşümü
FIR	Sonlu delta cevaplı
IIR	Sonsuz delta cevaplı
LPF	Alçak geçiren
REA	Remez değiştokuş algoritması
RF	Radyo frekansı
LTI	Lineer zamanla değişmeyen

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. İdeal bir alçak geçiren filtrenin dürtü yanıtı.....	5
Şekil 2.2. Fiziksel olarak oluşturulabilir alçak geçiren filtrelerin genlik özellikleri.....	7
Şekil 2.3. Doğrusal fazlı FIR filtresi için sıfır yerin simetrisi.....	10
Şekil 3.1. Ortak pencere fonksiyonlarının zaman ve frekans alanı özelliklerinin karşılaştırılması:.....	18
Şekil 3.2a. Blackman penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları, $M = 55$ ve $\omega_c = 2\text{kHz}$ .....	21
Şekil 3.2b. Blackman penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları, $M = 55$ ve $\omega_c = 2,5\text{kHz}$ .....	22
Şekil 3.3a. Hamming penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları, $M = 55$ ve $\omega_c = 2\text{kHz}$ .....	22
Şekil 3.3b. Hamming penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları, $M = 55$ ve $\omega_c = 2,5\text{kHz}$ .....	23
Şekil 3.4a. Hanning penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları, $M = 55$ ve $\omega_c = 2\text{kHz}$ .....	23
Şekil 3.4b. Hanning penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları, $M = 55$ ve $\omega_c = 2,5\text{kHz}$ .....	24
Şekil 3.5a. Kaiser penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları, $M = 55$ , $\omega_c = 2\text{kHz}$ ve $\beta=4$ .....	24
Şekil 3.5b. Kaiser penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları, $M = 55$ , $\omega_c = 2,5\text{kHz}$ ve $\beta=4$ .....	25
Şekil 3.6. Frekans örnekleme kavramı.....	27
Şekil 3.6a İdeal bir alçak geçiren filtrenin frekans tepkisi.....	27
Şekil 3.6b. İdeal alçak geçiren filtrenin örnekleri.....	27
Şekil 3.6c. (b)'nin frekans örneklerinden türetilen alçak geçiren filtrenin frekans yanıtı.....	27
Şekil 3.7. $M=20$ için Naive frekans örnekleme tasarım yöntemi.....	34
Şekil 3.8. Optimum frekans örnekleme tasarım yöntemi: $M = 60$ için.....	36
Şekil 3.9. Remez algoritmasının akış şeması.....	43
Şekil 3.10. Örnek 3.3.1'deki optimal eşit dalgalı frekans ve faz tepkileri $M = 64$ .....	44
Şekil 3.11. Örnek 3.3.1'deki optimal eşit dalgalı frekans tepkisi $M = 64$ .....	45
Şekil 3.12. Örnek 3.3.1' birim örnek tepkisi $M = 64$ .....	45
Şekil 3.13. Optimum eşit dalgalı FIR filtre birim örnek tepkisi $M=54$ .....	46

<b>Şekil 3.14.</b> Optimum eşit dalgalı FIR filter frekans tepkisi $M=54$ .....	46
<b>Şekil 3.15.</b> Optimum eşit dalgalı FIR filter frekans tepkisi $M=120$ .....	47
<b>Şekil 3.16.</b> Optimum eşit dalgalı FIR filtre birim örnek tepkisi $M=120$ .....	47



## ÇİZELGELER DİZİNİ

<b>Tablo 3.1</b>	Çeşitli pencere fonksiyonları için matematiksel tanımlar.....	16
<b>Tablo 3.2</b>	Standart frekans seçici filtreler için ideal dürtü yanıtlarının özeti.....	16
<b>Tablo 3.3</b>	Pencere fonksiyonları ve karşılık gelen özellikler.....	17
<b>Tablo 3.4</b>	Dürtü yanıtı: $h(n) = h(M - 1 - n)$ .....	30
<b>Tablo 3.5</b>	Dürtü yanıtı: $h(n) = -h(M - 1 - n)$ .....	31
<b>Tablo 3.6</b>	Doğrusal fazlı FIR filtreleri için gerçek değerli frekans tepki fonksiyonları.....	38
<b>Tablo 4.1</b>	Üç tasarım yöntemi arasındaki karşılaştırmalar.....	52
<b>Tablo 4.2</b>	Farklı pencere yöntemi tasarım tekniklerinin karşılaştırılması.....	52
<b>Tablo 4.3</b>	Frekans Örnekleme ve Optimum eşit tasarım tekniklerinin karşılaştırılması.....	52

## 1. GİRİŞ

Son yıllarda ve bilgi işlem teknolojisinin hızla gelişmesiyle, sayısal sinyal işleme daha önemli hale gelmektedir. Özellikle sayısal süzgeçlerin tasarımı çeşitli alanlarda çok dikkat çekmektedir. Sayısal sinyal işleme'de sayısal süzgeçler çok önemli rol oynamaktadır. Aslında, olağanüstü performansı, Sayısal sinyal işlemlerinin bu kadar popüler hale gelmesinin temel nedenlerinden biridir. Bunlar yaygın olarak kullanılmaktadır: ses işleme; Konuşma işlemi (algılama, sıkıştırma, yeniden yapılandırma); Modemler; Motor kontrol algoritmaları; Video ve görüntü işleme; Telefon yankı iptali; Biyomedikal sinyal işleme.

FIR filtreleri, özellikle sayısal sinyal işleme için özel olarak tasarlanmış cihazlarda programlama için daha kolay ve daha kolay olan yapıların Eşitlik (2.1) 'in doğrudan değerlendirilmesi ile yinelemesiz olarak gerçekleştirilebilir (Ieachor and Jervis 2002). Bu yapılar her zaman sabittir ve herhangi bir özyineleme bulunmadığından yuvarlama ve taşma hataları kolayca kontrol edilir ve bir FIR filtresi tam doğrusal bir aşama olabilir, bu, veri iletimi, biyomedikal, görüntü işleme, sayısal ses ve benzeri birçok uygulamada önemli bir gerekliliktir. Bu özelliklerden dolayı FIR filtreleri birçok filtre tasarımcıları için çekici hale gelmektedir. Bununla birlikte, bir FIR filtresi en iyi bir şekilde tasarlamak için gerekli bağımsız filtre katsayılarının sayısı, pratik uygulamalar için genellikle yüksektir. Bu tasarımı karmaşık hale getirir ve doğrusal faz FIR filtresi tasarımı için daha etkili ve gelişmiş teknikler kullanmak gerekmektedir. FIR filtre tasarımı problemi, gerekliliklerin her birisini, yararlı hale getirmek için yeterli derecede karşılayan bir filtrenin gerçekleştirilmesini bulmaktır.

Pencere tasarım yöntemi, doğrusal fazlı FIR filtreleri tasarlamak için önerilen ilk tasarım yöntemidir. Daha sonra, frekans örnekleme ve optimum eşit dalgalı yöntemi (Chebyshev yaklaşma yöntemi) 1970'lerde geliştirildi. Pratik doğrusal fazlı FIR filtrelerinin tasarımlarından beri ünlü ve çok popüler hale gelmiştir (Proakis ve Manolakis 2007).

Her yöntemin kendi avantajları ve dezavantajları vardır ve tasarlanacak olan filtrenin türüne bağlı olarak seçilmektedir. Pencere ve frekans örnekleme tasarım metodu, ile bir FIR filtresi tasarlamak ve uygulamak oldukça kolaydır.

Bu teknikler, geçirme bandı dalgalanma  $\delta_1$  ve durdurma bandı zayıflatma  $\delta_2$ , geçirme bandı ve durdurma bandı kenar frekansı  $\omega_p$  ve  $\omega_s$  gibi bant özelliklerine sahip olmadıkları gibi bazı dezavantajlara da sahiptir (Proakis ve Manolakis 2007).

Tasarım yaklaşımları geliştirilmiş ve yukarıda belirtilen yaklaşımlardan ilginç sonuçlar üretilmiştir.

Geçirme bandı ve durdurma bandı dalgalanmasının belirlenebileceği birçok optimal tasarım tekniği vardır ve bu tekniklerden bazıları eğit dalgalı ve en kk kareler yöntemleridir.

Çalışmada optimum eğit dalgalı tasarım tekniği kullanılmıştır ve tasarım tekniğindeki en ilginç olan Parks-McClellan algoritmasıdır (Remez değişimi yöntemi).

Bu algoritma, geçirme bant hatası azaltılacak şekilde optimize edilmiştir. Chebyshev yaklaşımlar yöntemi pencere ve frekans örnekleme yöntemlerinden daha iyidir ancak Chebyshev yönteminin bir FIR filtresi tasarlamak için ilk tercih olduğu anlamına gelmez. Tasarım tekniğinin seçimi (mühendis ve kullanıcı için) ağırlıklı olarak yaklaşımların doğruluğuna, tasarımın kolaylığına veya sabit bir niceleme doğruluğuna ile bir gerçekleştirmeye bağlıdır (Rabiner 1971). Herhangi bir sayısal filtre tasarımcısı veya kullanıcısı için önemli olan nokta, bazı özellikleri karşılamak için yeni bir filtre tasarlamasının kolaylığıdır.

Bu tezde, bazı popüler alçak geçiren FIR filtrelerinin tasarım yöntemleri ve performans kriterleri incelenmiştir, ve ele alınan yöntemlerin (geçiş bandı düzgünlüğü, geçiş band genişliği, hesaplama zamanı, vb.) performans analizi MATLAB programı ile karşılaştırılmıştır. Ardından elde edilen sonuçlar tartışılmış, tasarım teknikleri ve filtre özellikleri tasarımcı'ya bir kullanıcı kılavuzu formunda sunulmuştur.

Bu alışma beş ana bölüm halinde düzenlenmiştir. Birinci bölüm genel giriş, ikinci bölüm ise literatür incelemesi, sonlu delta cevaplı filtre tasarımı için teorik bir zet sunulmuştur. nc bölümde sayısal filtre tasarım yöntemleri, Pencereleme, Frekans rnekleme ve Optimum eğit dalgalı tasarım teknikleri ile ilgili bazı rnekler MATLAB programı üzerinde incelemeye alınmıştır. Dördüncü bölümde, her metodun performansı gözden geirilmiştiş, En nl ve en popüler  tasarım tekniği karşılaştırılmıştır. Beşinci bölümde, bu çalışmanın zeti ile sonuçlanmıştır.

## 2. SONLU DELTA CEVAPLI FİLTRELERİN TASARIMI

Bu kısımda, dürtü tepkisine yalnızca sonlu sayıda delta cevabına sahip filtrelerden bahsedilmiştir.

Bu filtreler (Sonlu delta cevaplı) sonsuz delta cevaplı (IIR) filtre türlerine göre bir çok avantaja sahiptir. FIR filtre her zaman sabit, gerçekleştirilebilir ve belirli koşullar altında doğrusal bir faz tepkisi sağlar. Bu nedenle, FIR filtre özellikleri, birçok filtre tasarımcılarının ilgisini çekmektedir.

Sonlu delta cevaplı iki temel denklem ile karakterize edilir:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)x(n-k) \quad (2.1)$$

ve

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)z^{-k} \quad (2.2)$$

Eşitlik (2.1), sonlu delta cevaplı filtre fark denklemdir. Bu denklemde  $h(k)$ ,  $k = 0, 1, \dots, M-1$  filtrenin dürtü yanıt katsayılarıdır, denklem (2.2)'de  $H(z)$ , filtrenin transfer fonksiyonudur ve  $M$ , filtre uzunluğu veya filtre denkleminin sayısıdır (Proakis ve Manolakis 2007).

### 2.1 Filtre özellikleri

Bir FIR filtresi tasarlanmadan önce, performans gereksinimleri belirtmeli. Tipik bir filtre belirli frekansları geçmeli ve diğer frekansları zayıflatmalıdır; dolayısıyla, söz konusu frekansların yanı sıra gerekli kazanç ve zayıflamaları tam olarak tanımlanması gerekir. Dört temel filtre türü vardır:

1. Alçak geçiren filtreler düşük frekansları, sıfırdan belirli bir kesme frekanslarına  $\omega_c$  geçirmek ve yüksek frekansları bloke etmek üzere tasarlanmıştır.
2. Yüksek geçiren filtreler ise yüksek frekansları, kesme frekanslarını  $\omega_c$ 'den  $\pi$ 'a geçirmek ve düşük frekansları bloke etmek üzere tasarlanmıştır.
3. Bant geçiren filtreler, sıfır içermeyen belirli frekans aralığını  $[\omega_a, \omega_b]$  geçirmek ve diğer frekansları engellemek için tasarlanmıştır.



4. Band durdurma filtreleri, sıfır içermeyen belirli bir frekans aralığını  $[\omega_a, \omega_b]$  engellemek ve diğer frekansları geçmek için tasarlanmıştır.

Uygulamada, ideal filtrelerde istenilen sonsuz keskin kesim elde edilemiyor. Nedensel olmadığı ve dolayısıyla fiziksel olarak mümkün olmayan ideal alçak geçiren filtrenin dürtü yanıtını göz önüne alarak nedensellik ve etkileri bölümde tartışılacaktır (Proakis ve Manolakis 2007).

## 2.2 Nedensellik ve etkileri

Nedensellik ve etkilerini tanımlamadan önce, ideal filtrenin özelliklerini inceleyelim.

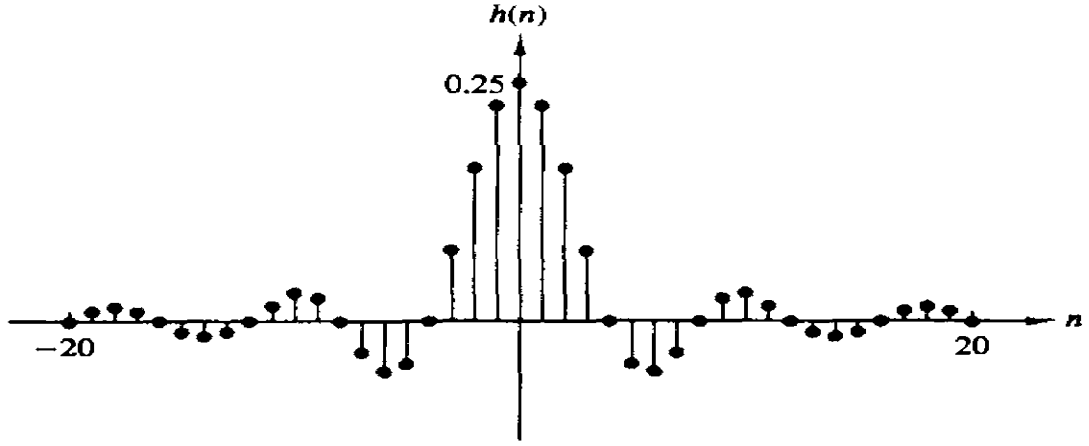
İdeal bir filtre dürtü yanıt dizisi  $h(n)$  ve frekans yanıtı  $H(\omega)$  olmak üzere denklem (2.3) ve (2.4) ile ifade edilir.

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_c \\ 0, & \omega_c \leq \omega \leq \pi \end{cases} \quad (2.3)$$

$$h(n) = \begin{cases} \frac{\omega_c}{\pi}, & n = 0 \\ \frac{\omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n}, & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

$\omega_c = \pi/4$  için ideal alçak geçiren filtrenin dürtü yanıtı şekil 2.1'de gösterilmektedir. İdeal alçak geçiren filtrenin dürtü yanıtı, nedensel olmadığı, bu nedenle, pratikte ideal alçak geçiren filtreyi gerçekleştirilemeyeceği gösterilmektedir (Proakis ve Manolakis 2007).

Filtre nedensel olduğunda filtrenin çıkışı  $n_0$ 'dan sonra uygulanan girişlere bağlı değildir. Yalnızca  $n_0$  ve öncesinde uygulanan giriş bağlıdır. Tersine, bir nedensel filtrelerin çıkışı sadece geçmişteki girişlere değil, aynı zamanda gelecekteki girişlere bağlıdır. Nedensel olmayan bir filtrenin, gelecekte uygulanacak olan filtrenin girişini sağlayabileceği anlamına gelir (Proakis ve Manolakis 2007). Arzu edilen frekans tepkisine  $H_d(\omega)$  karşılık gelen pratik bir filtre  $H(\omega)$  amaçlanmaktadır. Pratikte filtrenin kararlı, nedensel olması ve sonlu düzene sahip olması gerekir. Çözüm, dürtü yanıtı  $h(n)$   $n_0$ 'da büyük bir gecikme ve  $n < n_0$  için sabit olarak  $h(n) = 0$  (Proakis ve Manolakis 2007).



**Şekil 2.1.** İdeal bir alçak geçiren filtrenin dürtü yanıtı (Proakis ve Manolakis 2007).

Bu noktada doğal olarak ortaya çıkan bir soru şudur: Sonuçta elde edilen filtrenin nedenselliğe dönüşmesi için bir frekans tepkisinin  $H(\omega)$  karşılanması için gerekli ve yeterli koşullar nelerdir, cevabı şu şekilde verilir: *Paley Wiener* teoremi, şu şekilde ifade edilebilir:

*Paley Wiener* teoremi: Dürtü yanıtı  $h(n)$  sonlu bir enerjiye sahipse ve  $n < 0$  için dürtü yanıtı  $h(n) = 0$  ise,

$$\int_{-\pi}^{\pi} |\ln|H(\omega)|| d\omega < \infty \quad (2.5)$$

olur. Tersine, genlik fonksiyonu kare entegre edilebilirse ve Eşitlik (2.5)'deki yukarıdaki integral sonlu ise, genlik fonksiyonu  $|H(\omega)|$  bir faz cevabı  $\Theta(\omega)$  ile ilişkilendirebilir, böylece frekans tepkisi ile ortaya çıkan filtre  $H(\omega) = |H(\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$  nedensel (Proakis ve Manolakis 2007).

*Paley-Wiener* teoreminden yola ortaya çıkan önemli bir sonuç, genlik fonksiyonu  $|H(\omega)|$  Bazı noktalarda sıfır olabilir, ancak frekansların herhangi bir sonlu bandında integralin sonsuz olmasından sıfır olmayabilir. Bu nedenle, ideal bir filtre nedensel değildir (Proakis & Manolakis 2007).  $H(\omega)$  frekans tepkisinin gerçekte ve sanal bileşenleri arasında ilişki vardır. Bu bağımlılığın gösterilmesi için dürtü yanıtı  $h(n)$  şu şekilde ayrışabilir: çift ve tek kısım,

$$h[n] = h_e[n] + h_o[n], \quad (2.6)$$

ise

$$h_e[n] = \frac{1}{2}[h(n) + h(-n)] \quad (2.7)$$

ve

$$h_o[n] = \frac{1}{2} [h(n) - h(-n)] \quad (2.8)$$

Eğer dürtü yanıtı  $h(n)$  nedenselse, dürtü yanıtı  $h(n)$ 'yi  $0 \leq n \leq \infty$  için çift kısmından  $h_e(n)$  ya da  $1 \leq n \leq \infty$  için tek bilşeninden  $h_o(n)$  elde edilmesi mümkündür:

Eğer  $h(n)$  impulse yanıtı nedensel ise,

$$h(n) = 2h_e(n)u(n) - h_e(0)\delta(n), \quad n \geq 0 \quad (2.9)$$

ve

$$h(n) = 2h_o(n)u(n) + h(0)\delta(n) \quad n \geq 1 \quad (2.10)$$

$n=0$  için tekli parçanın  $h_o(n) = 0$ 'dan, tek parça  $h_o(n)$ 'dan bulamıyoruz dolayısıyla  $h(0)$ 'ı da bilemeyiz. Her halükarda  $n \geq 1$  için tekli parçanın  $h_o(n) = h_e(n)$  olduğu için  $h_o(n)$  ve hatta  $h_e(n)$  kısmı arasında güçlü bir ilişki vardır (Manolakis ve Ingle 2011). Dürtü yanıtı  $h(n)$  mükemmel bir şekilde toplanabiliyorsa,  $H(\omega)$  vardır ve şu şekilde yazılabilir:

$$H(\omega) = H_R(\omega) + jH_I(\omega) \quad (2.11)$$

Gerçek bölüm  $H_R(\omega)$ , bir filtrenin gerçek, kararlı ve nedensel olması durumunda, frekans tepkisi  $H(\omega)$ , gerçek kısmının  $H_R(\omega)$  tarafından benzersiz şekilde tanımlandığı, eşit parçanın AZFD ayrık zamanlı Fourier dönüşümü (Proakis ve Manolakis 2007).

İlk olarak, gerçek kısmı  $H_R(\omega)$  ters çevirerek  $h_e(n)$  eşit kısmını elde ederiz, ardından dürtü yanıtı  $h(n)$ 'yi Eşitlik (2.9)'dan belirleriz ve son olarak, frekans tepkisini  $H(\omega)$ , dürtü yanıtından elde ederiz. Bunun frekans yanıtı  $H(\omega)$ 'nın gerçek ve sanal kısımları arasında bir ilişki olduğunu gösterebiliriz, Bu, ayrık Hilbert dönüşüm çiftleri tarafından verilir:

$$H_I(\omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_R(A) \cot \frac{\omega - \lambda}{2} d\lambda \quad (2.12)$$

Özetle, nedensellik frekans seçici filtrelerin tasarımında çok önemli etkilere sahiptir.

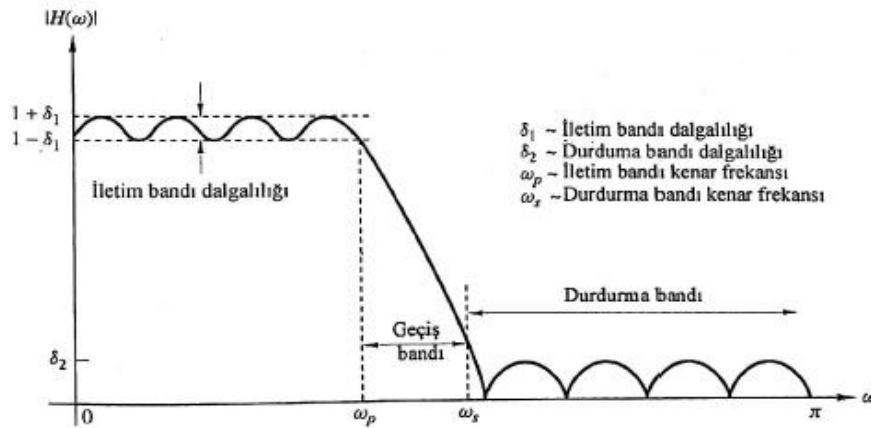
Bunlar:

- 1) Nedensel filtre, frekanstaki sonlu bir küme noktanın haricinde, sıfır yanıtı ile bir frekans bandına sahip olamaz;
- 2) Bundan başka, genliği  $|H(\omega)|$ , frekansların herhangi bir sonlu bandında sabit (düz) olamaz ve geçirme ile söndürme bandı arasındaki geçiş son salınımsız net olamaz, bu Gibbs fenomeni sonucudur;

3) Frekans tepkisinin gerçək  $H_R(\omega)$  ve sanal  $H_I(\omega)$  kısımları birbirine bağımlıdır ve Hilbert dönüşümü ile ilişkilidir. Buna göre, genliği  $|H(\omega)|$  ve frekans tepkisinin  $H(\omega)$  fazı  $\Theta(\omega)$  keyfi olarak seçilemez (Proakis ve Manolakis 2007).

### 2.3 Pratik frekans seçimli filtrelerin özellikleri

Bir önceki Bölümde anlatıldığı gibi, ideal filtreler nedensel değildir, bu sebeple sinyal işleme uygulamaları için fiziksel bir şekilde oluşturulmaları mümkün değildir. Pratik filtreler birçok açıdan ideal filtrelerden farklıdır. Nedensel filtreler, frekans bandındaki sonlu küme noktanın haricinde, sıfır yanıtı bir frekans bandına sahip olamazlar. Frekans yanıtı  $H(\omega)$ , geçirme bandıyla durdurma bandı arasında aşırı keskin bir geçiş yapamazlar; ve de mükemmel düz geçirme bandına sahip olamazlar. Filtrelerin sahip olduğu frekans tepki karakteristikleri ideal olsa bile, çoğu pratik uygulamada mutlaka gerekli olmamakla birlikte istenebilir. Bu durumda, arzu ettiği gibi ideal filtrelere yaklaşan nedensel filtrelerin gerçekleştirilmesi mümkündür (Proakis ve Manolakis 2007). Geçirme bandında az miktarda dalgalanma genellikle tolere edilebilir, bu yüzden tipik gerçekçi genlik tepkisi aşağıdaki şekle benzer.



Şekil 2.2. Fiziksel olarak oluşturulabilir alçak geçiren filtrelerin genlik özellikleri (Proakis ve Manolakis 2007)

Özellikle  $|H(\omega)|$  filtrenin tüm geçirme bandında sabit olmamalıdır. Benzer şekilde, durdurma bandında, filtre tepkisi için genlik  $|H(\omega)|$ 'nin Sıfır olması gerekli değildir.

Durdurma bandında, küçük miktarda dalgalanma veya sıfırdan küçük bir değer de tolere edilebilir (Proakis ve Manolakis 2007).

Frekans tepkisinin  $H(\omega)$  geçirme bandı ile durdurma bandı arasındaki geçişi, şekil 2.2'de gösterildiği gibi filtrenin geçiş bandını tanımlamaktadır. Burada, geçirme

bandında frekans  $\omega_p$  bant kenar frekansını temsil eder ve bant kenar frekansı  $\omega_s$ , söndürme bandının başlangıcını tanımlamaktadır. Geçiş bandının genişliği  $\omega_s - \omega_p$  arasında tanımlanmaktadır.

Böylece, geçiş bandının genişliği genel olarak filtrenin bant genişliği olarak adlandırılmaktadır. Geçirme bandı dalgalanma  $\delta_1$  ve söndürme bandı dalgalanma  $\delta_2$  olarak gösterilmektedir. Genlik fonksiyonu  $|H(\omega)|$  ise  $1 \pm \delta_1$  sınırları arasında değişmektedir. Geçirme bandında, dalgalık  $20 \log_{10} \delta_p$  dB'dir, ve söndürme bandında ise dalgalık  $20 \log_{10} \delta_s$  dB'dir (Proakis and Manolakis 2007).

## 2.4 Doğrusal faz ve etkileri

FIR filtrelerinin en önemli özelliklerinden biri olan doğrusal faz tepkisine sahip olma özelliğidir. Bir sonraki bölümde, alçak geçiren FIR filtrelerini tasarlamak için farklı yöntemler kullanılacaktır, bu nedenle bu bölümde lineer faz özelliği daha yakından incelenecektir.

### 2.4.1 Simetrik ve simetrik olmayan sonlu delta cavaplı filtreler

M uzunluğunda bir FIR filtresi, aşağıdaki fark denkleminde sahip bir lineer zamanla değişmeyen sistemidir:

$$y(n) = b_0x(n) + b_1x(n-1) + \dots + b_{M-1}x(n-M+1) = \sum_{k=0}^{M-1} b_kx(n-k) \quad (2.13)$$

Burada  $b_k$  FIR filtresinin dürtü yanıt katsayılarıdır. Eşitlik 2.13'teki, FIR filtresinin çıkışını  $y(n)$  ve girişini  $x(n)$  sistemin dürtü yanıtı ile konvolüsyon toplamı olarak tanımlamaktadır. Böylece,

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)x(n-k) \quad (2.14)$$

olur. Konvolüsyon üstündeki alt ve üst sınırların, filtrenin sonlu zaman özelliklerini ve nedenselliğini yansıtmaktadır. Açıkçası, Eşitlik (2.13) ve Eşitlik (2.14) aynı formdadır ve  $b_k = h(k)$ ,  $k=0,1,\dots,M-1$  şeklinde olur (Proakis ve Manolakis 2007). FIR filtrenin transfer fonksiyonu

$$H(z) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{M-1}z^{-(M-1)} = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)z^{-k} \quad (2.15)$$

ile verilir. FIR filtresi, dürtü yanıtı aşağıdaki koşulları sağlıyorsa, doğrusal fazla sahiptir:

$$h(n) = \pm h(M-1-n) \quad n = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.16)$$

Eşitlik (2.16)'daki doğrusal faz (simetri ve antisimetri) koşulları Eşitlik (2.15)'e dahil edildiği takdirde,

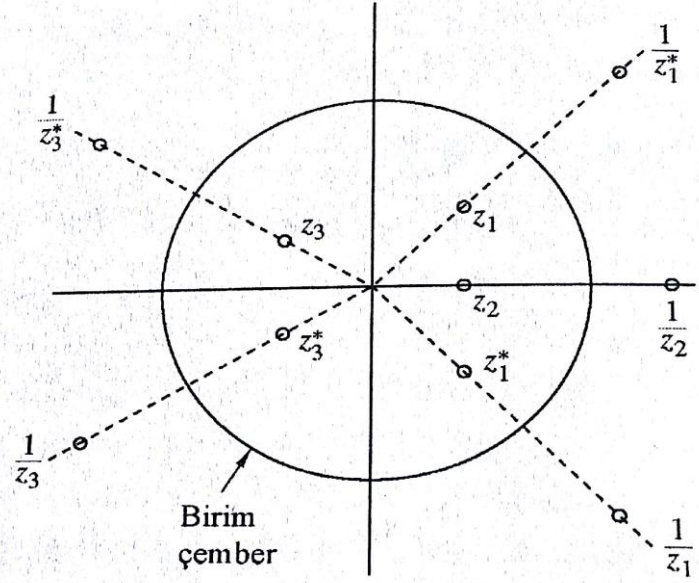
$$\begin{aligned} H(z) &= h(0) + h(1)z^{-1} + h(2)z^{-2} + \dots + h(M-2)z^{-(M-2)} + h(M-1)z^{-(M-1)} \\ &= z^{-(M-1)/2} \left\{ h\left(\frac{M-1}{2}\right) + \sum_{n=0}^{(M-3)/2} h(n) [z^{(M-1-2k)/2} \pm z^{-(M-1-2k)/2}] \right\} \quad M \text{ Tek ise} \\ &= z^{-(M-1)/2} \sum_{n=0}^{\left(\frac{M}{2}\right)-1} h(n) [z^{\frac{(M-1-2k)}{2}} \pm z^{-\frac{(M-1-2k)}{2}}] \quad M \text{ Çift ise} \end{aligned} \quad (2.17)$$

elde edilmiştir. Dolayısıyla, Eşitlik (2.15)'de  $z$  için  $z^{-1}$  yerine geçer ve elde edilen denklemin her iki tarafını  $z^{-(M-1)}$  ile çarpılırsa, denklemi (2.18),

$$z^{-(M-1)}H(z^{-1}) = \pm H(z) \quad (2.18)$$

elde edilir. Sonuç olarak,  $H(z)$  polinomunun köklerinin,  $H(z^{-1})$  polinomunun kökleriyle aynı olduğunu anlaşılmaktadır. Dolayısıyla,  $H(z)$ 'nin kökleri karşılıklı çiftlerde bulunmalıdır. Bunun anlamı, eğer  $z_1$ ,  $H(z)$ 'nin bir sıfırı veya kökü ise o zaman  $1/z_1$  de bir sıfırdır. Buna ek olarak, filtrenin dürtü yanıtı  $h(n)$  gerçekse karmaşık eşlenik çiftlerde karmaşık değerli kökler oluşmalıdır. Bu yüzden, eğer  $z_1$  karmaşık değerli bir kökse, o zaman  $z_1^*$  de bir köktür. (2.18) Eşitliğinin sonucunda  $H(z)$ ,  $1/z_1^*$  'da da bir sıfıra sahiptir (Proakis ve Manolakis 2007).

Şekil 2.3.'deki, doğrusal fazlı FIR filtrenin sıfırlarının bulunduğu yerde simetri görülmektedir. Birim çemberde Eşitlik (2.17) değerlendirildiğinde doğrusal fazlı FIR filtrelerinin frekans tepkisini elde edilir.



**Şekil 2.3.** Doğrusal fazlı FIR filtresi için sıfır yerin simetrisi (Proakis ve Manolakis 2007).

Dürtü tepkisi simetrik olduğu zaman  $h(n) = h(M - 1 - n)$ , dolayısıyla frekans tepkisi  $H(\omega)$  şu şekilde ifade edilebilir:

$$H(\omega) = H_r(\omega) e^{-\frac{j\omega(M-1)}{2}} \quad (2.19)$$

$H_r(\omega)$   $\omega$ 'nun gerçekte bir fonksiyonu olduğunda, frekans tepkisinin gerçekte kısmı şu şekilde ifade edilebilir:

$$H_r(\omega) = h\left(\frac{M-1}{2}\right) + 2 \sum_{n=0}^{(M-3)/2} h(n) \cos \omega \left(\frac{M-1}{2} - n\right) \quad M \text{ Tek ise} \quad (2.20)$$

$$H_r(\omega) = 2 \sum_{n=0}^{\left(\frac{M}{2}\right)-1} h(n) \cos \omega \left(\frac{M-1}{2} - n\right) \quad M \text{ Çift ise} \quad (2.21)$$

$M$  uzunluğunun tek ya da çift olduğu her iki durumda filtrenin faz özelliği,

$$\Theta(\omega) = \begin{cases} -\omega \left(\frac{M-1}{2}\right), & H_r(\omega) > 0 \text{ ise} \\ -\omega \left(\frac{M-1}{2}\right) + \pi, & H_r(\omega) < 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.22)$$

olur.  $h(n) = -h(M - 1 - n)$  olduğundan dürtü tepkisi antisimetriktir.  $M$  tek olduğu zaman simetrik olmayan  $h(n)$ 'nin orta noktası  $n = (M - 1)/2$  olur. Sonuç olarak aşağıdaki formül elde edilmektedir.

$$h\left(\frac{M-1}{2}\right) = 0$$

Bununla beraber, M uzunluğu çift olduğu zaman ve dürtü yanıtı  $h(n)$ 'nin her terimi karşıt işaretli bir eşleme terimine sahip olmaktadır. Antisimetrik birim dürtü yanıtı olan FIR filtrelerinin frekans tepkisinin  $H(\omega)$  aşağıdaki gibi ifade edilebileceğini göstermek kolaydır:

$$H(\omega) = H_r(\omega)e^{j\left[-\frac{\omega(M-1)}{2} + \frac{\pi}{2}\right]} \quad (2.23)$$

Burada

$$H_r(\omega) = 2 \sum_{n=0}^{(M-3)/2} h(n) \sin \omega \left( \frac{M-1}{2} - n \right) \quad M \text{ Tek ise} \quad (2.24)$$

$$H_r(\omega) = 2 \sum_{n=0}^{\left(\frac{M}{2}\right)-1} h(n) \sin \omega \left( \frac{M-1}{2} - n \right) \quad M \text{ Çift ise} \quad (2.25)$$

dir. M uzunluğunun tek ya da çift olduğu her iki durumda filtrenin faz özelliği,

$$\Theta(\omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \omega \left( \frac{M-1}{2} \right), & H_r(\omega) > 0 \text{ ise} \\ \frac{3\pi}{2} - \omega \left( \frac{M-1}{2} \right) + \pi, & H_r(\omega) < 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.26)$$

Özet olarak, simetrik ya da antisimetrik dürtü yanıtı doğrusal fazlı FIR filtrelerin tasarlanmasında bu genel frekans tepki formülleri kullanılabilir. Simetrik bir dürtü tepkisi  $h(n)$  için, frekans tepkisini belirten filtre katsayılarının sayısı, M çift iken  $M/2$  ve M tek iken  $(M+1)/2$ 'dir. Öte yandan, dürtü yanıtı antisimetrik ise, o zaman, M tekse  $(M+1)/2$  filtre katsayıları ve M çift ise  $M/2$  filtre katsayıları olsun diye  $h\left(\frac{M-1}{2}\right) = 0$  olur (Proakis ve Manolakis 2007).

Simetrik ve simetrik olmayan dürtü yanıtı arasındaki seçim, uygulamalara bağlıdır. Simetrik bir darbe tepkisi bazı uygulamalar için uygundur; buna karşılık antisimetrik bir darbe yanıtı diğer uygulamalar için daha uygundur. Örnek olarak, dürtü yanıtı antisimetrik ise  $h(n) = -h(M-1-n)$  ve M uzunluğu tek ise, eşitlik (2.24)  $H_r(\pi) = 0$  ve  $H_r(0) = 0$  ifade etmektedir (Proakis ve Manolakis 2007).

Bunun sonucu, eşitlik (2.24) bir yüksek geçiren filtreler veya bir alçak geçiren filtreler için olduğu gibi uygun değildir. Benzer şekilde, Eşitlik (2.25)'den kolayca doğrulanabileceği gibi M uzunluğunun çift olduğu antisimetrik durumda dürtü tepkisi  $H_r(0) = 0$  ile sonuçlanır. Sonuç olarak, antisimetrik durum, bir alçak geçiren doğrusal



fazlı FIR filtrelerinin tasarımında kullanılamaz (Proakis ve Manolakis 2007). Öte yandan, simetri koşulu  $h(n) = h(M-1-n)$  olarak,  $\omega = 0$ 'da sıfır olmayan bir tepkiye sahip lineer fazlı FIR filtreleri elde edilir.

$$H_r(0) = h\left(\frac{M-1}{2}\right) + 2 \sum_{n=0}^{(M-3)/2} h(n), \quad M \text{ Tek ise} \quad (2.27)$$

$$H_r(0) = 2 \sum_{n=0}^{(M/2)-1} h(n), \quad M \text{ Çift ise} \quad (2.28)$$

Özetle, doğrusal fazlı FIR filtreleri tasarım problemi, sadece M uzunluğunun sayısı katsayılarının  $h(n)$ ,  $n = 0, 1, \dots, M-1$ 'in FIR filtresinin arzu edilen frekans tepkisi  $H_d(\omega)$ 'nın özelliklerinden belirlenmektedir.

### 3. SONLU DELTA CEVAPLI FİLTRE TASARIM YÖNTEMLERİ

Bu bölümde, FIR filtreler tasarımlarında kullanılan bazı yöntemler ele alınmaktadır.

Başlangıçta, pencere tasarım yöntemi olmak üzere Blackman; Hanning; Hamming ve Kaiser, MATLAB programı aracı ile tasarlanmıştır. Daha sonra; Frekans örnekleme ve En iyileme (Eşit dalgalı) tasarım yöntemleri için MATLAB programı ile bazı kaç örnekler tasarlanmıştır.

#### 3.1 Pencere yöntemi

Pencere tasarım tekniğini kullanarak bir FIR filtreleri tasarlarırken, arzu edilen frekans tepkisini  $H_d(\omega)$  tanımlayarak başlanır ve karşılık gelen dürtü tepkisi  $h_d(n)$  belirlenir. Dürtü yanıtı  $h_d(n)$ , ters Fourier dönüşümü ilişkisi ile bağlıdır (Proakis ve Manolakis 2007).

$$H_d(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} h_d(n)e^{-j\omega n} \quad (3.1)$$

Burada

$$h_d(n) = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(\omega)e^{j\omega n} d\omega \quad (3.2)$$

olur. "d" alt simgesi, ideal ve pratik birim örnek tepkilkerini ayırt etmek için kullanılır ve "ideal" bir FIR filtresinin katsayıları arzu edilen frekans tepkisinin Fourier Serisi katsayılarından bulunabilir. Genellikle, yukarıdaki ilişkiden elde edilen dürtü yanıtı  $h_d(n)$  süresi sonsuzdur, bu yüzden FIR filtresi elde etmek için M uzunluğunda bir noktadan kesilmelidir, mesela  $n = M-1$  yani (0'dan M-1'e). Birim örnek tepkisi  $h_d(n)$ 'nin M-1 kesilmesi, birim örnek tepkisinin aşağıdaki tanımlanan dikdörtgen pencere ile çarpılmak ile aynıdır.

$$\omega(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1, \dots, M-1 \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases} \quad (3.3)$$

Böylece, dürtü yanıtı  $h(n)$ :  $h(n) = h_d(n) \omega(n)$

$$h(n) = \begin{cases} h_d(n) & n = 0, 1, \dots, M-1 \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases} \quad (3.4)$$

olur. İdeal dürtü tepkisinin  $h_d(n)$  ile pencere fonksiyonunun çarpımı,  $W(\omega)$ 'nin ile arzu edilen frekans tepkisinin  $H_d(\omega)$  konvolüsyonuna eşdeğerdir.

$$W(\omega) = \sum_{n=0}^{M-1} \omega(n)e^{-j\omega n} \quad (3.5)$$

Böylece, arzu edilen frekans tepkisinin  $H_d(\omega)$  penceresinin  $W(\omega)$  fonksiyonunun Fourier dönüşümü ile konvolüsyonu kesik FIR filtresinin frekans yanıtını verir. Diğer bir deyişle,

$$H(\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(v)W(\omega - v)dv \quad (3.6)$$

olur. Frekans tepkisi de aşağıdaki ilişki ile açıklanabilir

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{M-1} h(n)e^{-j\omega n} \quad (3.7)$$

dir. Dikdörtgen pencerenin Fourier dönüşümü:

$$\begin{aligned} W(\omega) &= \sum_{n=0}^{M-1} e^{-j\omega n} \\ &= \frac{1-e^{-j\omega M}}{1-e^{-j\omega}} = e^{-j\omega(M-1)/2} \frac{\sin(\omega M/2)}{\sin(\omega/2)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Pencere fonksiyonunun Fourier dönüşümü genlik tepkisine

$$|W(\omega)| = \frac{|\sin(\omega M/2)|}{|\sin(\omega/2)|} \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad (3.9)$$

ve doğrusal faza sahiptir.

$$\Theta(\omega) = \begin{cases} -\omega \left( \frac{M-1}{2} \right), & \sin\left(\frac{\omega M}{2}\right) \geq 0 \text{ ise} \\ -\omega \left( \frac{M-1}{2} \right) + \pi, & \sin\left(\frac{\omega M}{2}\right) < 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (3.10)$$

İdeal dürtü yanıtının  $h_d(n)$ 'den  $M$  terimine doğru kesilmesi, dürtü yanıtını elde etmek için  $h(n)$  kendisini sabit yüzde'yi aşaması olarak tezahür eden Gibbs fenomeni efektine götürür. Dolayısıyla Eşitlik (3.7) kullanılarak tanımlanan frekans tepkisi, frekans alanında dalgalanmalar içerir. Dalgaları azaltmak için, ideal dürtü tepkisini  $h_d(n)$  dikdörtgen bir pencereyle çarpmak yerine,  $h_d(n)$  bir koniklik içeren ve yavaş yavaş sifıra doğru azalan bir pencere fonksiyonuyla çarpılır. Zaman alanındaki  $h_d(n)$  ve  $\omega(n)$  dizilerinin çarpımı, istenen frekans tepkisinin  $H_d(\omega)$  ve frekans alanında pencere fonksiyonunun  $W(\omega)$  Fourier dönüşümü ile eşdeğer olduğu için,  $H_d(\omega)$  yumuşatma etkisi vardır.

Filtrenin Fourier katsayılarının filtrelenmesinin çeşitli etkileri, filtrenin frekans tepkisinin sonucudur:

- Büyük bir etki, frekans tepkisinde  $H(\omega)$  süreksizliklerin süreksizliğin her iki tarafındaki değerler arasındaki geçiş bantları haline gelmesidir.

- Geçiş bantlarının genişliği pencere fonksiyonunun frekans yanıtının ana lobunun genişliğine, yani  $W(\omega)$  bağlıdır.

- Filtre frekans tepkisi bir konvolüsyon ilişkisi yoluyla elde edildiğinden, ortaya çıkan filtrelerin herhangi bir anlamda asla optimal olmadığı açıktır.

- M uzunluğu arttıkça, geçiş bandının genişliğini azaltan  $W(\omega)$  ana oval genişliği azaltılır, bu da frekans tepkisinde daha fazla dalgalanma getirir (Proakis ve Manolakis 2007).

Dikdörtgen pencere  $W(\omega)$  'da yüksek yan loblu olup, yan lob genliği M tarafından nispeten etkilenmez. Yan loblar, Gibbs fenomeni ile ilgili geniş bant genişliği dalgalanmalarına neden olur. Yan loblar pencere kenarında ani kesikliğin yol açtığı.

Bu sorunun çözümü: Başka pencere işlevleri kullanmalı. Örneğin: Bartlett, Blackman, Hanning, Hamming, Kaiser, Lanczos, Tukey. MATLAB'da, pencere işlevi 17 seçeneğe sahiptir. Daha önce atıf yapılan tüm pencere fonksiyonları dikdörtgenlerden daha düşük yan loba sahiptir, bu nedenle geçirme bandı dalganması daha azdır.(Proakis ve Manolakis 2007).

Tablo 3.1'de, arzu edilen frekans tepki özelliklerine sahip pencere fonksiyonunun birkaç matematiksel tanımları sunulmuştur (Proakis ve Manolakis 2007).

**Tablo 3.1:** Çeşitli pencere fonksiyonları için matematiksel tanımlar (Proakis ve Manolakis 2007).

Pencere fonksiyonu $\omega(n)$	Matematiksel Tanımı
Dikdörtgen	1
Hanning	$0.5 - 0.4 \cos \left[ \frac{2\pi n}{N-1} \right]$
Hamming	$0.54 - 0.46 \cos \left[ \frac{2\pi n}{N-1} \right]$
Blackman	$0.42 - 0.5 \cos \left[ \frac{2\pi n}{N-1} \right] + 0.08 \cos \left[ \frac{2\pi n}{N-1} \right]$
Kaiser	$\frac{I_0 \left[ \alpha \sqrt{\left( \frac{N-1}{2} \right)^2 - \left( n - \frac{N-1}{2} \right)^2} \right]}{I_0 \left[ \alpha \left( \frac{N-1}{2} \right) \right]}$

Bir alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren ve bant durduran standart frekans seçici filtreler için ideal dürtü yanıtlarının özeti aşağıdaki Tablo 3.2'de gösterilmektedir.

**Tablo 3.2** Standart frekans seçici filtreler için ideal dürtü yanıtlarının özeti (Ifeachor ve Jervis 2011).

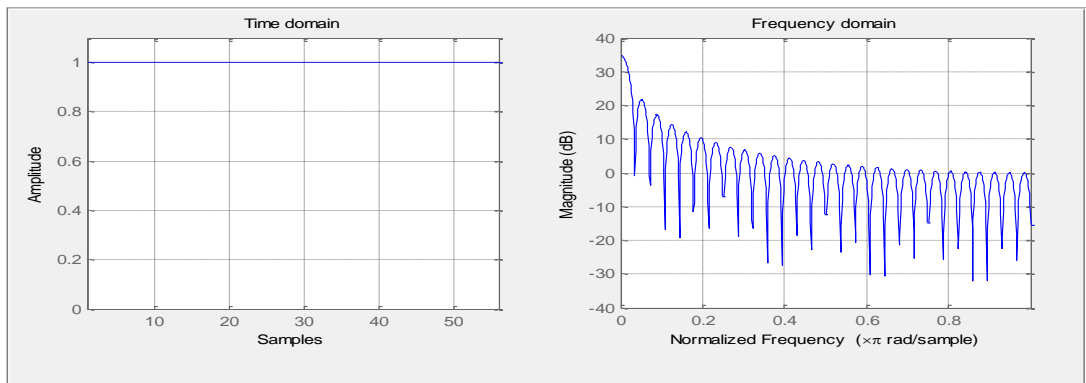
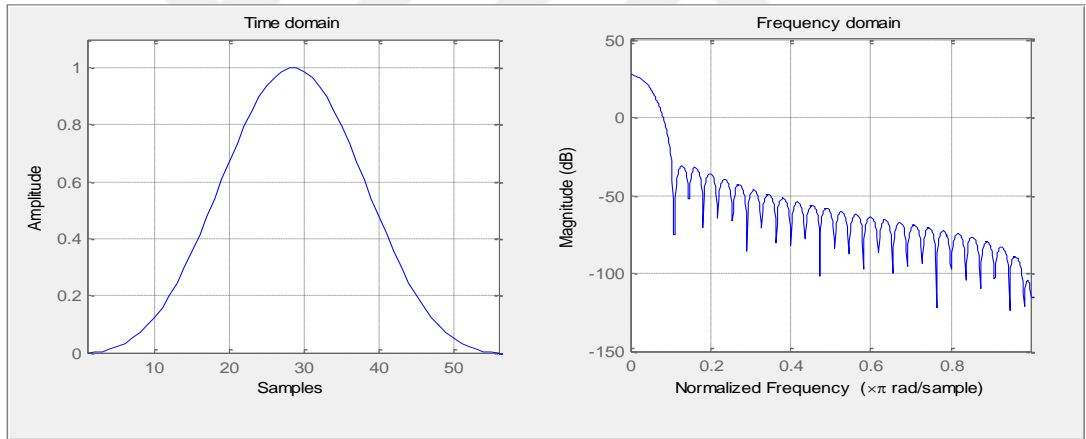
Filtre tipi	$h_D[n], n \neq 0$	$h_D[n], n = 1$
Alçak geçiren	$2F_C \frac{\sin(n\omega_C)}{n\omega_C}$	$2F_C$
Yüksek geçiren	$1 - 2F_C \frac{\sin(n\omega_C)}{n\omega_C}$	$1 - 2F_C$
Bant geçiren	$2F_2 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} - 2F_1 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1}$	$2F_2 - 2F_1$
Bant durduran	$1 - \left[ 2F_2 \frac{\sin(n\omega_1)}{n\omega_1} - 2F_1 \frac{\sin(n\omega_2)}{n\omega_2} \right]$	$1 - [2F_2 - 2F_1]$

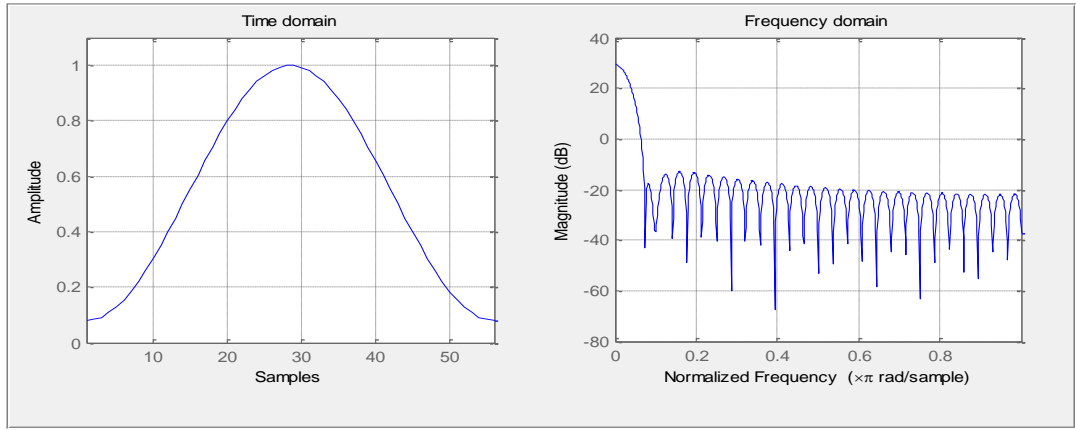
Aşağıdaki Tablo 3.3'de, bir FIR filtresinin tasarımında çeşitli pencere fonksiyonları ve bunlara karşılık gelen özellikler gösterilmektedir.

**Tablo 3.3:** Pencere fonksiyonları ve karşılık gelen özellikler (Li Tan 2008).

Pencere fonksiyonunun adı $w[n]$	Geçiş genişliği $\Delta F$ (Hz), (normalize)	Geçirme bandı dalgalık $A_p$ (dB)	Dalgalık $\delta_p, \delta_s$	Yan-lobu (dB)	Söndürme zayıflaması $A_s$ (dB)
Dikdörtgen	$0.9/N$	0.741	0.089	-13	21
Hanning	$3.1/N$	0.0546	0.063	-31	44
Hamming	$3.3/N$	0.0194	0.0022	-41	53
Blackman	$5.5/N$	0.0017	0.000196	-57	74
Kaiser $\beta=4.54$	$2.93/N$	0.0274			50
$\beta=5.65$	$3.63/N$	0.00867			60
$\beta=6.76$	$4.32/N$	0.00275			70
$\beta=8.96$	$5.71/N$	0.000275			90

Aşağıdaki Şekil 3.1'de zaman ve frekans domeni özelliklerinde ortak pencere fonksiyonlarının karşılaştırılması. Şekilde Blackman, Dikdörtgen; ve Hamming gibi çeşitli pencere fonksiyonların özellikleri, şekli ve genlik tepkilerini göstermektedir.





(c)

**Şekil 3.1.** Ortak pencere fonksiyonlarının zaman ve frekans alanı özelliklerinin karşılaştırılması: (a) Blackman; (b) Dikdörtgen; (c) Hamming.

Pencere yöntemi kullanılarak FIR filtre tasarımının özeti.

Adım 1: Filtrenin ideal veya arzu edilen frekans yanıtı  $H_d(\omega)$  belirlemek.

2. Adım: ters Fourier dönüşümü IFT'yi değerlendirerek arzu edilen filtrenin birim örnek tepkisini  $h_d(n)$  elde etmek. Standart frekans seçici filtreler için ideal dürtü tepkileri Tablo 3.2'de özetlenmiştir.

3. Adım: Geçiş bandını veya zayıflatma özelliklerini karşılayan uygun bir pencere fonksiyonu  $w(n)$  seçme ve filtre uzunluğu  $M$  ile geçiş genişliği  $\Delta f$  arasındaki ilişkiyi gerekli katsayıları belirlemektir.

Adım 4: Pencere fonksiyonu  $w(n)$  değerlerini elde etmek ve ideal dürtü yanıtını pencere fonksiyonuyla çarparak gerçek FIR filtre katsayılarını hesaplamaktır.  $h(n)=h_d(n)*w(n)$

Pencere yöntemi ile, MATLAB üzerinde alçak geçiren FIR filtreleri için bazı tasarım örnekleri aşağıdaki gibidir.

Örnek 3.1.1 Bir alçak geçiren FIR filtre aşağıdaki özelliklere sahip filtrenin katsayıları belirlemesi gerekir.

Geçirme bant kenarı frekansı	1,2 kHz
Geçiş bandı	0,5 kHz
Geçirme bant dalgalanması	0,1dB
Minimum Söndürme bant zayıflaması	50dB
Örneklem frekansı	8 kHz

Örnek 3.1.1'in sonucu: Tablo 3.2'den, alçak geçiren filtre için ideal bir dürtü yanıtı  $h_d(n)$  seçebilir.

$$h_d(n) = 2F_C \frac{\sin(n\omega_c)}{n\omega_c} \quad n \neq 0$$

$$h_d(n) = 2F_C \quad n = 0$$

olarak verilmektedir. Öncelikle, Durdurma bant zayıflatma gereksinimlerini karşılayan Tablo 3.3'ten uygun bir pencere seçmeliyiz. 3.3 Tablo'dan Hamming; Blackman veya Kaiser, Stopband zayıflatma gereksinimlerini karşılayacaktır. Filtre katsayılarını elde etmek için Hamming (basitlik) seçilmiştir.

Normalize edilmiş geçiş genişliği:

$$\Delta F = \frac{\Delta f}{f_s} = \frac{0,5}{8} = 0,0625 \quad \Delta F = 0,0625$$

$$N = 3,3/\Delta F = 3,3/0,0625 = 52,8 \quad N = 53$$

Filtre katsayıları  $h_d(n)$   $\omega(n)$   $-26 \leq n \leq 26$  'den belirlenecektir.

Arzu edilen filtre özelliklerini elde etmek için Hamming penceresi fonksiyonunun matematiksel tanımı Tablo 3.1'den tanımlanmıştır.

$$\omega(n) = 0,54 - 0,46 \cos \left[ \frac{2\pi n}{53} \right], \quad -26 \leq n \leq 26$$

$$f_c = f_c + \Delta f/2 = (2 + 0,25) = 2,25 \text{ kHz} \rightarrow 2,25/8 = 0,28125$$

birim örnek tepkisi  $h(n)$  simetrik, yalnızca  $h(0)$ ,  $h(1)$ , ...,  $h(26)$  değerlerini hesaplamış olup ardından diğer filtre katsayılarını belirlemek için simetri özelliğini kullanılması gerekmektedir.

$$n = 0 \text{ için } h_d(0) = 2F_C = 2 \times 0,28125 = 0,5625$$

$$\omega(0) = 0,54 + 46 \cos(0) = 1$$

$$h(0) = h_d(0) \cdot \omega(0) = 0,5625$$

$$h(0) = 0,5625$$

$$n = 1 \text{ için } h_d(1) = \frac{2 \times 0,28125}{2\pi \times 0,28125} \sin(2\pi \times 0,28125)$$

$$= \frac{\sin(360^\circ \times 0,28125)}{\pi} = 0,31235$$

$$\omega(1) = 0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{2\pi}{53}\right) = 0,99677$$

$$h(1) = h(-1) = h_d(1) \cdot \omega(1) = 0,31134$$

$$h(1) = h(-1) = 0,31134$$

⋮

$$n = 26 \text{ için } h_d(26) = \frac{2 \times 0,28125}{26 \times 2\pi \times 0,28125} \sin(26 \times 2\pi \times 0,28125) = -0,00115$$



$$\omega(26) = 0.54 + 0.46 \cos(2\pi \times 26/53) = 0.54 + 0.46 \cos(9360^\circ/53) = 0,08081$$

$$h(26) = h(-26) = h_d(26)\omega(26) = -0,000914$$

Örnek 3.1.2 Filtrenin katsayılarını aşağıdaki özelliklerle elde eder

Geçirme bandı dalgalanma :0,01dB

Söndürme bandı dalgalanma :40dB

Geçiş genişliği  $\Delta f$  :0.5kHz

Geçirme bant kenarı frekansı :1,2kHz

Örnekleme frekansı :10kHz

$$20\log(1+\delta_p) = 0.01\text{dB}, \quad \delta_p = 0,00115 \text{ and } -20\log(\delta_s) = 40\text{dB}, \quad \delta_s = 0,01\text{dB}$$

$$\delta = \delta_s = \delta_p = 0.00115$$

Tablo 3.3'ten, Blackman veya Kaiser penceresinin söndürme bandı zayıflatma gereksinimlerini karşılayacağını gösterir. Kaiser pencere seçilmiştir.

Bir FIR filtresi için katsayıların sayısı tek olmalıdır;

$$N = \frac{A - 7.95}{14.36\Delta F} = \frac{58.8 - 7.95}{14.36(500/10000)} = 70.82 \approx 71$$

Katsayıların sayısı  $N = 71$ 'dir

$$\beta = 0,1102(58.8-8.7) = 5,52$$

$$f_c = f_c + \Delta f/2 = (1200+500/2) = 1200 + 250 = 1450 \text{ Hz}$$

$$f_c = f_c/f_s = 1450/10000 = 0,145\text{Hz}$$

$$h_d(n) = \frac{2F_c \sin\left[\left(n - \frac{N}{2}\right)\omega_c\right]}{\left(n - \frac{N}{2}\right)\omega_c}, \quad 0 \leq n \leq N$$

$$h(n) = h_d(n) \omega(n)$$

$$n = 0 \text{ için } h_d(0) = \frac{2 \times 0.145}{-35.5 \times 2\pi \times 0.145} \sin(-35.5 \times 2\pi \times 0.145) = 0,00717$$

$$\omega(0) = \frac{I_o \left( \beta \sqrt{\left(\frac{2\pi - N}{N}\right)^2} \right)}{I_o(\beta)} = \frac{I_o}{I_o(5.52)} = 0,023$$

$$h(0) = h_d(0)\omega(0) = 0,00016$$

$$n = 1 \text{ için } h_d(1) = \frac{2 \times 0.145}{-34.5 \times 2\pi \times 0.145} \sin(-34.5 \times 2\pi \times 0,145)$$

$$\omega(1) = \frac{I_o \left( 5.52 \sqrt{\left( \frac{-69}{71} \right)^2} \right)}{I_o(5.52)} = \frac{I_o(1.3)}{I_o(5.52)} = 0,03379$$

$$h(1) = h(-1) = h_d(1) \cdot \omega(1) = 0,00000489$$

⋮

$$n = 35 \text{ için } h_d(35) = \frac{2 \times 0,145}{-0,5 \times 2\pi \times 0,145} \sin(-0,5 \times 2\pi \times 0,145) = 0,28007$$

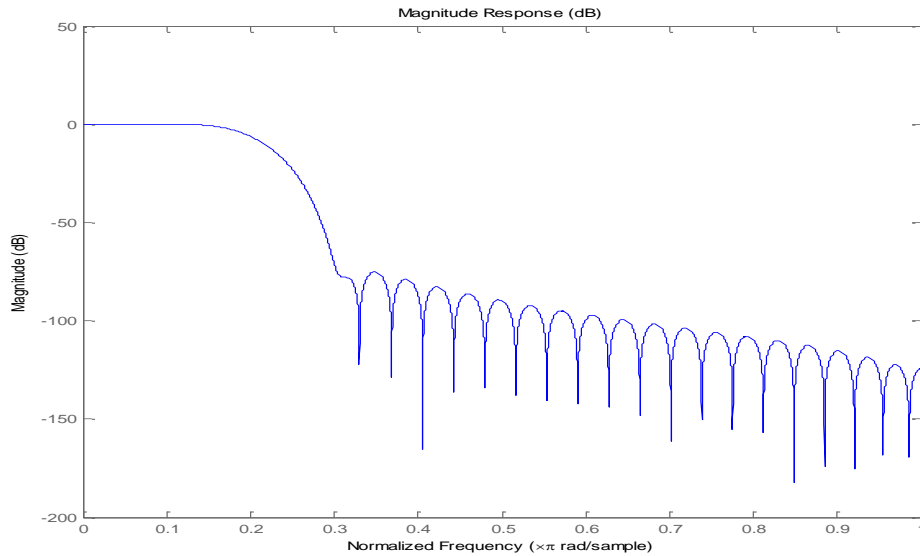
$$\omega(35) = \frac{I_o \left( 5.52 \sqrt{\left( \frac{-1}{71} \right)^2} \right)}{I_o(5.52)} = \frac{I_o(5.5194)}{I_o(5.52)} = 0,99950$$

$$h(35) = h(-35) = h_d(35)w(35) = 0,28007 \times 0,99950 = 0,27993$$

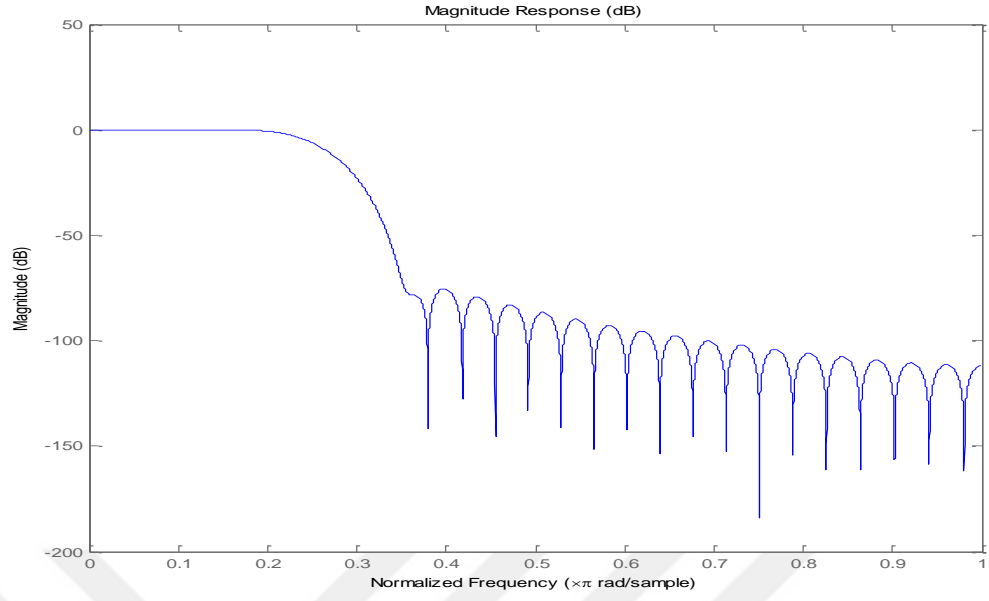
Aşağıdaki FIR filtreleri tasarım örnekleri MATLAB programlarını kullanarak çizilmiştir. MATLAB'da çizilmiş olan pencere fonksiyonu Hamming, Blackman ve Kaiser yöntemleri kullanarak bir alçak geçiren FIR filtresi tasarlanmıştır.

Şekil: 3.2 (a ve b); 3.3 (a ve b); 3.1.4 (a ve b) ve 3.1.5 (a ve b), bir Blackman, Hamming, Hanning ve Kaiser penceresi kullanılarak tasarlanmış  $M = 55$  ve kesme frekansı  $\omega_c = 2$  ve  $2.5$  kHz olan bir FIR filtresinin genlik yanıtını gösterilmiştir.

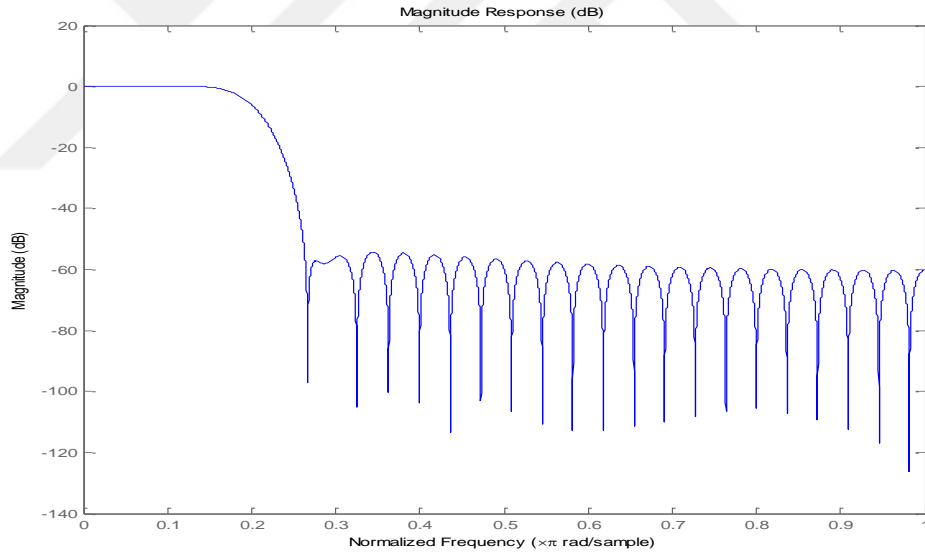
Küçük yan loblar ve dar ana loblar bulunan pencerelerin bir süreksizlik etrafında ideal cevaba daha iyi bir yaklaşım sağladığını not edilmektedir.



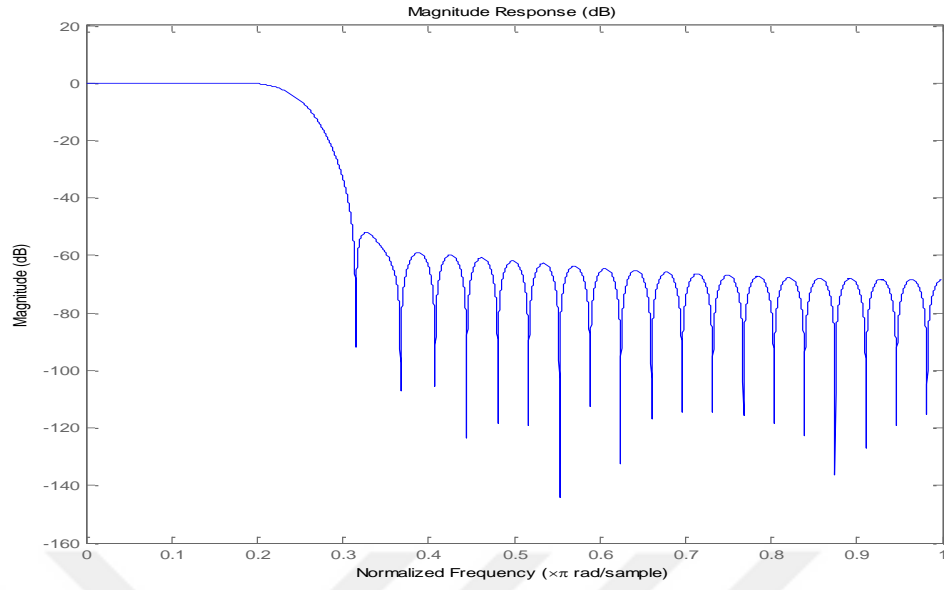
**Şekil 3.2a.** Blackman penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları,  $M = 55$  ve  $\omega_c = 2$  kHz.



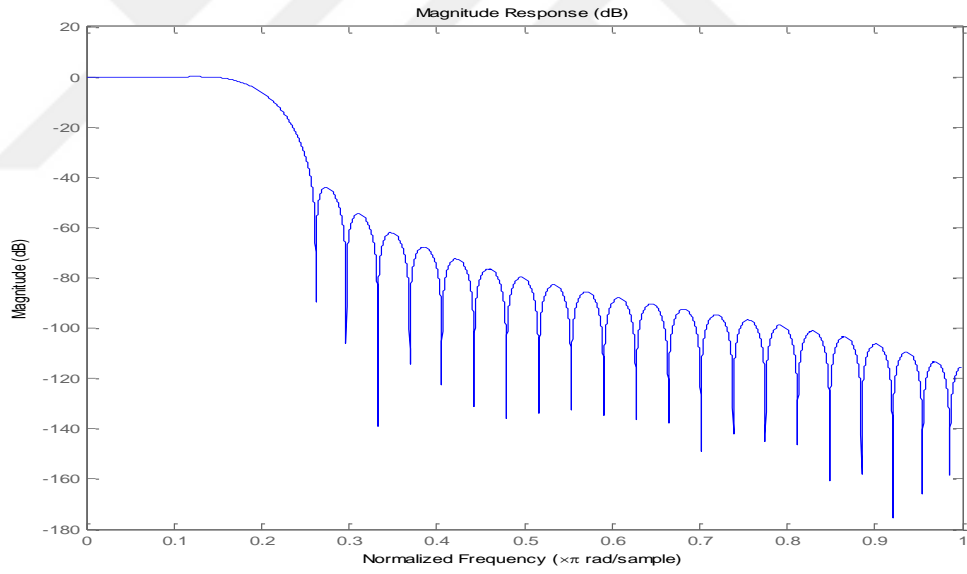
**Şekil 3.2b.** Blackman penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları,  $M = 55$  ve  $\omega_c = 2,5\text{kHz}$ .



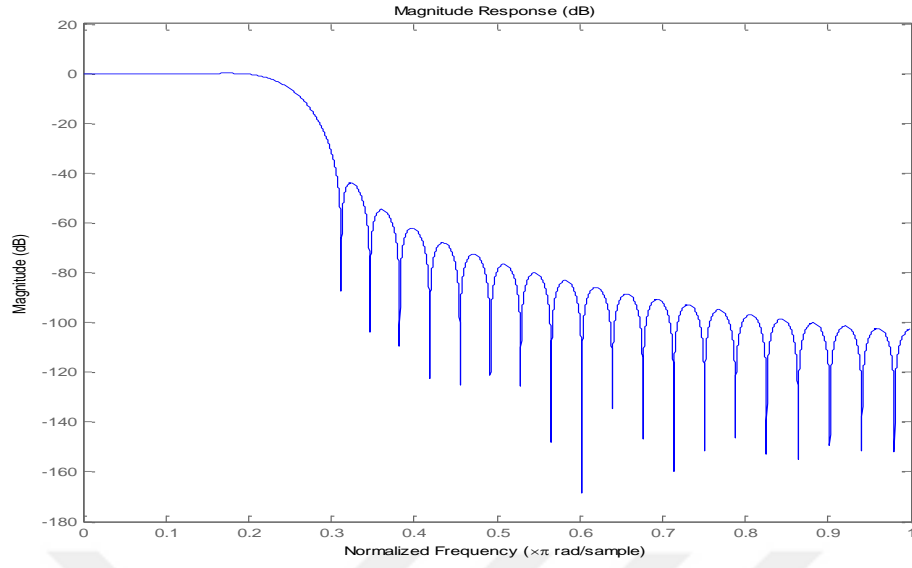
**Şekil 3.3a.** Hamming penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları,  $M = 55$  ve  $\omega_c = 2\text{kHz}$ .



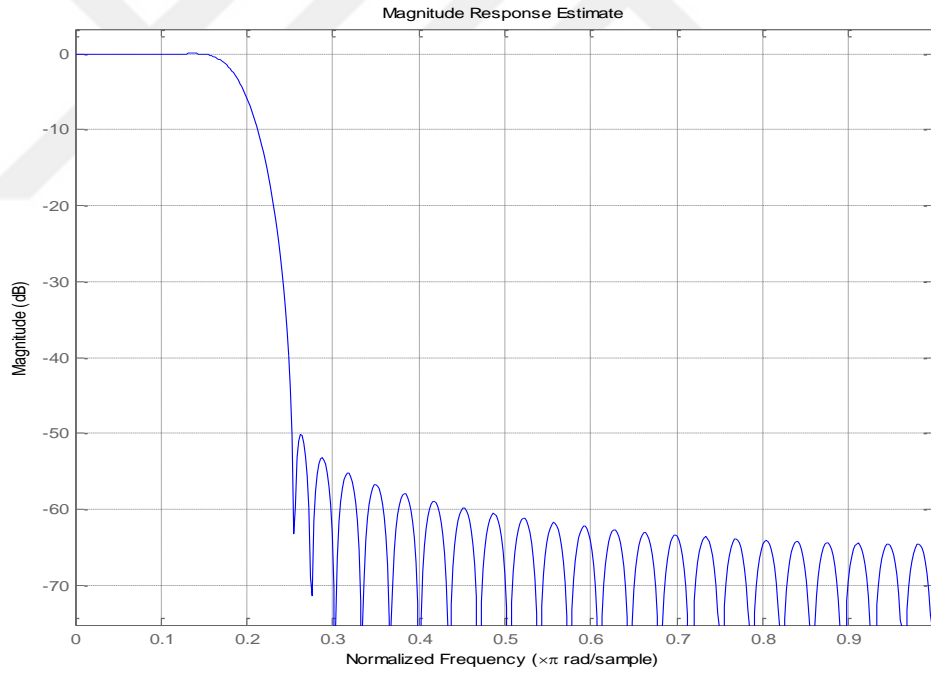
**Şekil 3.3b.** Hamming penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları,  $M = 55$  ve  $\omega_c = 2,5\text{kHz}$ .



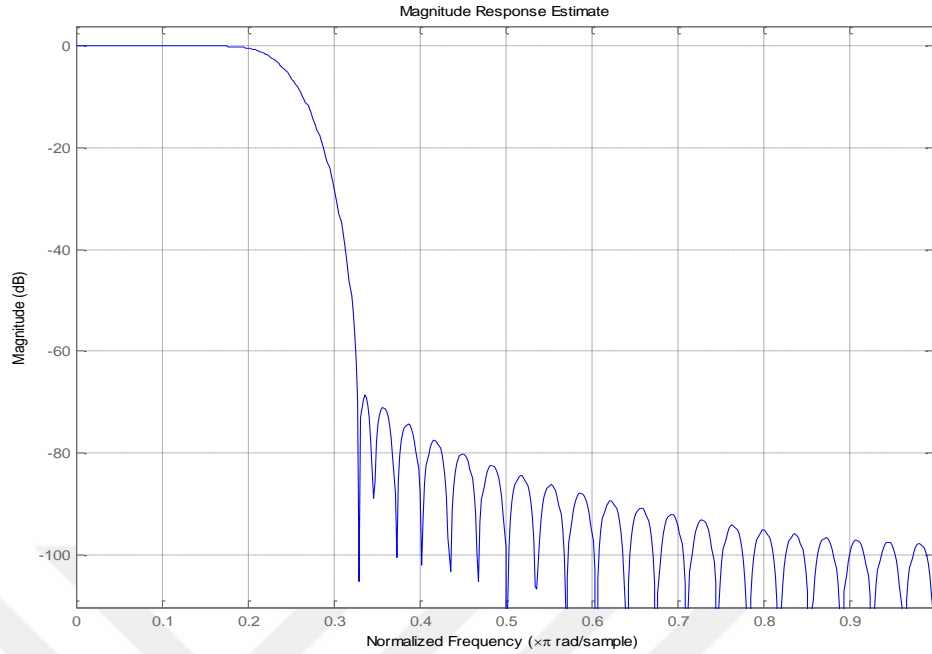
**Şekil 3.4a.** Hanning penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları,  $M = 55$  ve  $\omega_c = 2\text{kHz}$ .



**Şekil 3.4b.** Hanning penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları,  $M = 55$  ve  $\omega_c = 2,5\text{kHz}$ .



**Şekil 3.5a.** Kaiser penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları,  $M = 55$ ,  $\omega_c = 2\text{kHz}$  ve  $\beta=4.54$ .



**Şekil 3.5b.** Kaiser penceresi kullanılarak tasarlanmış alçak geçiren FIR filtreleri için dB cinsinden genlik yanıtları,  $M = 55$ ,  $\omega_c = 2,5\text{kHz}$  ve  $\beta=6.76$ .

Diğer pencere fonksiyonlarıyla karşılaştırılması için Şekil 3.2 (a ve b); 3.3 (a ve b); 3.1.4 (a ve b) ve 3.1.5 (a ve b), filtre uzunluğu  $M=55$  ve kesme frekansı  $\omega_c = 2\text{kHz}$  ve  $2.5\text{kHz}$  olan Blackman, Hamming, Hanning ve Kaiser pencere fonksiyonunu kullanarak genlik frekans tepkilerini göstermektedir. Hamming ve Hanning pencere fonksiyonu, ana lobun genişliğini benzer şekilde daraltır, ancak Hamming penceresi Hanning penceresinden daha düşük bir yan lob barındırmaktadır. Blackman penceresi en düşük yan lobu sunar, ancak ana lobun genişliğinde artış vardır, Kaiser penceresi ise en düşük yan lobu da sunar ve Kaiser'in şekli bu  $\beta$  parametresiyle kontrol edilmektedir. Son olarak, Blackman; Hanning; ve Hamming pencereleri, ideal dürtü cevabının düzgün kesme ve daha iyi görünen bir frekans tepkisi  $H(\omega)$  sağlamak için aşamalı olarak daha karmaşık kosinüs fonksiyonları kullanmaktadır. Pencere tasarımı tekniğinde, en iyi sonuç muhtemelen, aşırı yük azaltma ve geçiş bölgesi genişliği yayılması arasındaki uzlaşmayı ayarlamayı sağlayan bir  $\beta$  parametresine sahip olan Kaiser penceresini kullanarak ortaya çıkar. Pencere tasarım tekniğini kullanmanın en önemli avantajları diğer tasarım yöntemler, kullanım kolaylığına kıyasla nispeten basit olmasıdır. Pencere katsayılarının hesaplanması için iyi tanımlanmış eşitliklerin sıklıkla mevcut olması bu tasarım tekniğini başarılı kılmıştır. Her tasarım tekniği bazı problemlere neden olabilir,

Pencere yöntemini kullanarak filtre tasarımında aşağıdaki sorunlar vardır: Pencere tasarım metodu, ancak arzu edilen frekans tepkisi  $H_d(\omega)$  mutlak olarak integre edilebilirse, ancak Eşitlik (3.1) değerlendirilirse uygulanabilir. Arzu edilen frekans tepkisi  $H_d(\omega)$  karmaşık ya da kapalı bir form matematik ifadesine kolayca koyulamazsa, ideal dürtü tepkisinin  $h_d(n)$  değerlendirilmesi zorlaştırır.

Pencere tasarım yöntemini kullanarak çok az tasarım esnekliği sağlar; örnek olarak alçak geçiren filtre tasarımında, genellikle geçirme bandı kenar frekansı, tam olarak belirlenemez, çünkü pencere frekansı boyunca devamsızlığı bulaştırır. Böylece, kesme frekansı  $\omega_c$ 'ye sahip ideal alçak geçiren filtre, geçirme bandı kenar frekansı  $\omega_p$  ve sınırlama bandı kenar frekansı  $\omega_s$  olan bir geçiş frekansı yanıtı vermek üzere pencereyle bulaştırılır. Pencere yöntemi, temelde alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren vb. Prototip filtrelerin tasarımı için yararlıdır.

### 3.2 Frekans Örnekleme yöntemi

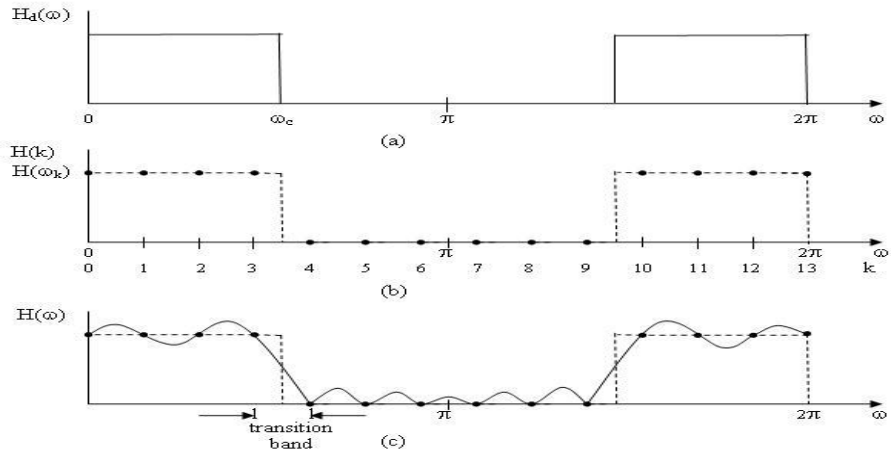
Bu yöntemde, bir M-noktası FIR filtresi tasarlamak için eşit aralıklı frekans bölgelerinde arzu edilen frekans tepkisini  $H_d(\omega)$  belirtiriz, daha sonra doğrusal fazlı FIR filtre ayrık Fourier dönüşümü AFD uygulamasına dayanan eşit aralıklı  $[0; 2\pi]$  özelliklerinden gelen dürtü yanıtı  $h(n)$  çözümlenmektedir (Proakis ve Manolakis 2007).

$$\omega_k = \frac{2\pi}{M}(k + \alpha) \quad k = 0, 1, \dots, \frac{M-1}{2} \quad M \text{ Tek ise}$$

$$k = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1 \quad M \text{ Çift ise} \quad (3.11)$$

$$\alpha = 0 \quad \text{or} \quad \alpha = \frac{1}{2}$$

Yan lobların azaltılması için, geçiş bölgesindeki frekans özelliklerini optimize etmek için arzu edilen bir durumdur. Genellikle, bu optimizasyon sayısal bir cihazda sayısal olarak yürütülebilmektir (Proakis ve Manolakis 2007). Hesaplamaları basitleştirmek için bu bölümde, örneklenmiş frekans tepki fonksiyonunun temel simetrik özelliği kullanılmıştır. Aşağıdaki şekil, frekans tepkisini, ideal alçak geçiren filtrenin örneklerini ve şekil 3.6b'deki frekans örneklerinden türetilen frekans tepkisini göstermektedir.



**Şekil 3.6.** Frekans örnekleme kavramı. (a) İdeal bir alçak geçiren filtrenin frekans tepkisi. (b) İdeal alçak geçiren filtrenin örnekleri. (c) (b)'nin frekans örneklerinden türetilen alçak geçiren filtrenin frekans yanıtı (Li Tan 2008).

Arzu edilen frekans yanıtı ile başlayalım (iş kolaylaştırmak için 'd' alt simge'yi atıldı)

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{M-1} h(n)e^{-j\omega n} \quad (3.12)$$

Böylece, verilen frekans lokasyonları Eşitlik (3.11), sonra gelen (3.12)'den aşağıdaki denklemler elde edilir:  $H(k + \alpha) \equiv H\left(\frac{2\pi}{M}(k + \alpha)\right)$



$$H(k + \alpha) \equiv \sum_{n=0}^{M-1} h(n) e^{-\frac{j2\pi(k+\alpha)n}{M}} \quad k = 0, 1, \dots, M - 1 \quad (3.13)$$

Eşitlik (3.13)'ü tersine çevirmek ve  $h(n)$ 'yi  $H(k + \alpha)$  cinsinden ifade etmek basit bir işlemdir. Eşitlik (3.13) 'ün her iki tarafını üstel  $\exp(j2\pi km/M)$  ile çarpıp,  $m = 0, 1, \dots, M-1$  olduğunda ve  $k = 0, 1, \dots, M-1$  üzerinden toplam Eşitlik (3.13)'ün sağ tarafı,  $Mh(m) \exp(-j2\pi am/M)$ ' ye dönüşür. Böylece, dürtü yanıtı  $h(n)$

$$h(n) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} H(k + \alpha) e^{j2\pi(k+\alpha)n/M} \quad n = 0, 1, \dots, M - 1 \quad (3.14)$$

elde edilir. Bu frekans örnekleme yöntemi ile tasarlanan FIR filtresinin darbe tepkisi olacaktır. Eşitlik 3.14'deki ilişki,  $h(n)$ 'nin değerlerini frekans örnekleri  $H(k + \alpha)$ ,  $k = 0, 1, \dots, M - 1$ 'in belirlemelerinden hesaplaması sağlar.  $\alpha = 0$  olduğunda, Eşitlik (3.13),  $\{h(n)\}$  dizisinin ayrık Fourier dönüşümüne dönüşür ve eşitlik (3.14), ters ayrık Fourier dönüşümü TAFD'ye indirgenir (Proakis ve Manolakis 2007).  $\{H(n)\}$  dizisinden gerçel frekans örneklerinin  $\{H(k + \alpha)\}$  simetri koşulunu sağladığı kolayca gösterebilir.

$$H(k + \alpha) = H^*(M - k - \alpha) \quad (3.15)$$

$\{h(n)\}$  dizisi için simetri koşulu ile birlikte frekans tanımlamalarını  $M$  noktalarından  $M$  tek  $(M + 1/2)$  noktalara ve  $M$  Çift olduğu zaman  $M/2$  noktalara indirgemek için kullanılır. Bu nedenle, frekans örneklerinden  $\{H(k + \alpha)\}$   $\{h(n)\}$  dizisini belirlemek için doğrusal denklemler oldukça basitleştirilmiştir (Proakis ve Manolakis 2007).  $\beta=0$  olduğunda,  $\{h(n)\}$  dizisi simetriktir ve  $\beta=1$  olduğunda,  $\{h(n)\}$  dizisi antisimetriktir.

$$G(k + \alpha) = (-1)^k H_r\left(\frac{2\pi}{M}(k + \alpha)\right), \quad k = 0, 1, \dots, M - 1 \quad (3.16)$$

Frekans örnekleri  $H(k + \alpha)$  için simetri şartı,  $\beta=1$  ve  $\beta=0$  olduğunda,  $\alpha=0$  ve  $\alpha=1/2$  olduğunda FIR filtre dürtü yanıtının  $\{h(n)\}$  ifadelerini kolaylaştırılması için gerçel değerli frekans örneklerine  $G(k + \alpha)$  karşılık gelen bir simetri şartına dönüşür (Proakis ve Manolakis 2007).

Simetrik ve antisimetrik formüller Tablo 3.4 ve 3.5'te özetlenmiştir.

Örnek: 3.2.1 Aşağıdaki özelliklere sağlayan bir alçak geçiren FIR filtresi:

Bant geçirme bölgesi : 0 – 5kHz

Örnekleme frekansı : 18kHz

Filtre uzunluğu : 9

Frekans örnekleme tasarım yöntemini kullanarak FIR filtresinin katsayılarını elde edelim. Sonuç: frekans genlik Örnekleri tarafından aşağıdaki eşitlik verilmektedir.

$$|H(k)| = \begin{cases} 1, & k = 0,1,2 \\ 0, & k = 3,4 \end{cases}$$

$h(n)$  simetrik ve frekanslar, Tablo 3.4'te  $\alpha=0$  durumunda karşılık gelecek şekilde seçilmektedir.

$$G(k) = (-1)^k H_r\left(\frac{2\pi k}{M}\right), \quad k = 0,1,2,3,4$$

Ve bu hesaplamanın sonucu aşağıdaki katsayılardır:

$$h(0)=h(8)= 0,0725$$

$$h(1)=h(7)=-0,1111$$

$$h(2)=h(6)=-0,0591$$

$$h(3)=h(5)= 0,3199$$

$$h(4) = 0,5556$$

**Tablo 3.4** Dürtü yanıtı :  $h(n) = h(M - 1 - n)$  (Proakis ve Manolakis 2007).

<i>Simetrik</i>
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 10%;"><math>\alpha=0</math></div> <div style="width: 90%;"> <math display="block">H(k) = G(k)e^{\frac{j\pi k}{M}} \quad k = 0, 1, \dots, M - 1</math> <math display="block">G(k) = (-1)^k H_r\left(\frac{2\pi k}{M}\right) \quad G(k) = -G(M - k)</math> <math display="block">h(n) = \frac{1}{M} \left\{ G(0) + 2 \sum_{k=1}^U G(k) \cos \frac{2\pi k}{M} \left(n + \frac{1}{2}\right) \right\}</math> <math display="block">U = \begin{cases} \frac{M-1}{2}, &amp; M \text{ Tek} \\ \frac{M}{2} - 1, &amp; M \text{ Çift} \end{cases}</math> <math display="block">H\left(k + \frac{1}{2}\right) = G\left(k + \frac{1}{2}\right) e^{-j\pi/2} e^{j\pi(2k+1)/2M}</math> </div> </div>
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 10%;"><math>\alpha=1/2</math></div> <div style="width: 90%;"> <math display="block">G\left(k + \frac{1}{2}\right) = (-1)^k H_r\left[\frac{2\pi}{M}\left(k + \frac{1}{2}\right)\right]</math> <math display="block">G\left(k + \frac{1}{2}\right) = G\left(M - k - \frac{1}{2}\right)</math> <math display="block">h(n) = \frac{2}{M} \sum_{k=0}^U G\left(M - k - \frac{1}{2}\right) \sin \frac{2\pi}{M}\left(k + \frac{1}{2}\right) \left(n + \frac{1}{2}\right)</math> </div> </div>

**Tablo 3.5** Dürtü yanıtı:  $h(n) = -h(M - 1 - n)$  (Proakis ve Manolakis 2007)

<i>Antisimetrik</i>	
$\alpha=0$	$H(k) = G(k)e^{j\pi/2} e^{j\pi k/M} \quad k = 0, 1, \dots, M - 1$ $G(k) = -H\left(\frac{2\pi k}{M}\right) \quad G(k) = G(M - k)$ $h(n) = -\frac{2}{M} \sum_{k=1}^{\frac{(M-1)}{2}} G(k) \sin \frac{2\pi k}{M} \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad M \text{ Tek}$ $h(n) = \frac{1}{M} \left\{ (-1)^{n+1} G\left(\frac{M}{2}\right) - 2 \sum_{k=1}^{\frac{(M-1)}{2}} G(k) \sin \frac{2\pi}{M} k \left(n + \frac{1}{2}\right) \right\} \quad M \text{ Çift}$
$\alpha=1/2$	$H\left(k + \frac{1}{2}\right) = G\left(k + \frac{1}{2}\right) e^{j\pi(2k+1)/2M}$ $G\left(k + \frac{1}{2}\right) = (-1)^k H_r \left[ \frac{2\pi}{M} \left(k + \frac{1}{2}\right) \right]$ $G\left(k + \frac{1}{2}\right) = -G\left(M - k - \frac{1}{2}\right); G\left(\frac{M}{2}\right) = 0 \text{ for } M \text{ Tek}$ $h(n) = \frac{2}{M} \sum_{k=0}^V G\left(k + \frac{1}{2}\right) \cos \frac{2\pi}{M} \left(k + \frac{1}{2}\right) \left(n + \frac{1}{2}\right)$ $V = \begin{cases} M - 3, & M \text{ Tek} \\ \frac{M}{2} - 1, & M \text{ Çift} \end{cases}$

Örnek: 3.2.2 Aşağıdaki koşulları sağlayan frekans tepkisi,  $M = 15$  ile doğrusal bir faz FIR filtresinin katsayıları  $h(n)$ 'i elde edelim:

$$H_r\left(\frac{2\pi k}{15}\right) = \begin{cases} 1 & k = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & k = 4, 5, 6, 7 \end{cases}$$

Sonuç olarak:

Dürtü yanıtı  $h(n)$ : Simetriktir ve frekanslar Tablo 3.4'te  $\alpha=0$  durumunda karşılık gelen denklemi seçilmiştir.

$$H(k) = G(k)e^{\frac{j\pi k}{M}}, \quad k = 0, 1, \dots, M-1$$

$$G(k) = (-1)^k H_r\left(\frac{2\pi k}{M}\right)$$

$$G(k) = -G(M-k)$$

$$h(n) = \frac{1}{M} \left\{ G(0) + 2 \sum_{k=1}^U G(k) \cos \frac{\pi k}{M} (2n+1) \right\}$$

$$U = \frac{M-1}{2}, \quad M \text{ Tek ise} \quad U = \frac{M}{2} - 1, \quad M \text{ Çift ise}$$

$$G(k) = (-1)^k H_r\left(\frac{2\pi k}{M}\right) = (-1)^k H_r\left(\frac{2\pi k}{15}\right)$$

$$G(0) = (-1)^0 H_r\left(\frac{0.2\pi}{15}\right) = 1$$

$$G(1) = (-1)^1 H_r\left(\frac{1.2\pi}{15}\right) = -1$$

$$G(2) = (-1)^2 H_r\left(\frac{2.2\pi}{15}\right) = 1$$

$$G(3) = (-1)^3 H_r\left(\frac{3.2\pi}{15}\right) = -1$$

$$G(4) = G(5) = G(6) = G(7) = 0$$

$$H_r\left(\frac{2\pi k}{15}\right) = \begin{cases} 1 & k = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & k = 4, 5, 6, 7 \end{cases}$$

$$U = \frac{M-1}{2} = \frac{15-1}{2} = 7$$

$$h(n) = \frac{1}{15} \left\{ G(0) + 2 \sum_{k=1}^7 G(k) \cos \frac{\pi k}{15} (2n+1) \right\}$$

$$h(n) = \frac{1}{15} \{G(0) + 2X(n)\}$$

$$X(n) = G(1) \cos \frac{\pi}{15} (2n+1) + G(2) \cos \frac{2\pi}{15} (2n+1) + G(3) \cos \frac{3\pi}{15} (2n+1)$$

$n=0$  için

$$h(0) = \frac{1}{15} \left\{ 1 + 2 \left[ -\cos \frac{\pi}{15} + \cos \frac{2\pi}{15} - \cos \frac{3\pi}{15} \right] \right\}$$

$$= \frac{1}{15} \{1 + 2[-0.9781 + 0.9135 - 0.8090]\}$$

$$= \frac{1}{15} [1 + 2(-0.8736)] = -0.0498$$

MATLAB (fonksiyon `ifft.m`) kullanılarak aşağıdaki filtre katsayıları elde edilmiştir:

$$h(0)=h(14)= -0,0498$$

$$h(1)=h(13)= 0,0412$$

$$h(2)=h(12)= 0,0667$$

$$h(3)=h(11)= -0,0365$$

$$h(4)=h(10)= -0,1079$$

$$h(5)=h(9)= 0,0341$$

$$h(6)=h(8)= 0,3189$$

$$h(7)= 0,4667$$

Bu yöntemde (frekans örnekleme) daha fazla tasarım örneği sunmak için, *Naive* tasarım yöntemi ve *Optimal* tasarım yöntemi olan iki tasarım yaklaşımını kullanılmıştır (Ingle ve Proakis 2012).

İlk tasarım yöntemi *Naive* yöntemi, temel fikri tam anlamıyla kullanılır ve yaklaşık hatayla ilgili herhangi bir kısıtlama getirmez, yani tasarımdan gelen her hatayı kabul edilmektedir (Ingle ve Proakis 2012).

İkinci tasarım yaklaşımı *Optimal* tasarım metodudur: geçirme bandı örneklerinin değerlerini değiştirerek durdurma bandındaki hatayı en aza indirmeyi deneyecektir (Ingle ve Proakis 2012).

$$H(k) = H_r \left( \frac{2\pi k}{M} \right) e^{j\angle H(k)} \quad (3.17)$$

Naive tasarım yöntemiyle başlayalım, bu yaklaşımda frekans örnekleri  $H(k)=H_d(e^{j2\pi k/M})$ . Burada  $k=0,1,\dots,M-1$ , daha sonra dürtü tepkisini  $h(n)$  belirlemek için eşitlik (3.14) aracılığıyla eşitlik (3.17) kullanılmıştır. Naive tasarım yöntemi pratikte nadiren kullanılır, bu nedenle doğal yöntemin sağlayabileceği sonucu görmek için bir örnek kullanılmıştır (Ingle ve Proakis 2012).

Örnek 3.2.3: Aşağıdaki özelliklere sahip bir alçak geçiren FIR filtresi varsayalım:

Geçirme bandı kenar frekansı  $\omega_p = 0,2\pi$     Geçirme bandı dalgalanması  $R_p = 0,25$  dB

Söndürme bandı kenar frekansı  $\omega_s = 0,3\pi$     Söndürme bandı zayılatması  $A_s = 50$  dB

Alçak geçiren filtresi tasarlaması için Naive tasarım yaklaşımı kullanılmıştır. Sonuç: Filtre uzunluğu  $M=20$  ve geçirme bandı kenar frekansı  $\omega_p$ 'deki frekans örnekleri, yani

$k=2$ 'de olarak seçilmiştir. Daha sonra,  $\omega_p = 0.2\pi = \frac{2\pi}{20} \cdot 2$  ve sonraki örnekleri  $\omega_s$ 'de, yani  $k=3$ 'te seçilmiştir. O zaman,  $\omega_s = 0.3\pi = \frac{2\pi}{20} \cdot 3$

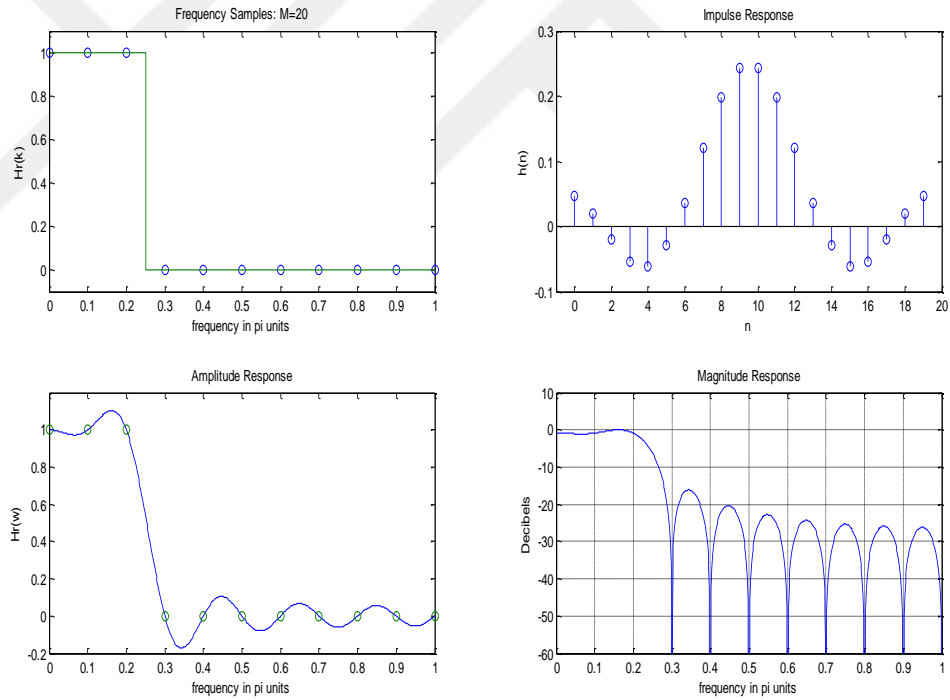
Böylece,  $[0 \leq \omega \leq \omega_p]$  geçirme bandında 3 örnek var, ve  $[\omega_s \leq \omega \leq \pi]$  söndürme bandında 7 örnek vardır. Sonra aşağıdaki frekans örnekleri,

$$H_r(k) = [1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1]$$
 elde edilir.

$M = 20$  olduğundan, o zaman,  $\alpha = \frac{M-1}{2} = \frac{20-1}{2} = 9.5$  bu bir tip 2 doğrusal fazlı filtresidir, böylece, faz örnekleri yanıtı:

$$\angle H(k) = \begin{cases} -9.5 \frac{2\pi}{20} k = -9.5\pi k, & 0 \leq k \leq 19 \\ +0.95\pi(20 - k), & 10 \leq k \leq 19 \end{cases}$$

Şimdi Eşitlik (3.17)'den örnek frekans  $H(k)$ 'yı birleştirdiğinde ve Eşitlik (3.14)'ten, dürtü yanıtını  $h(n)$  elde edilmiştir.



**Şekil 3.7.**  $M=20$  için Naive frekans örnekleme tasarım yöntemi (Ingle ve Proakis 2012).

Şekil 3.7'de yaklaşık 16 dB olduğunu göstermiş olan minimum söndürme bandı zayıflamasının açıkça kötü ve kabul edilemez.

Filtre uzunluğunu  $M$  arttırsak, geçirme bandında frekans tepkisini tam olarak bilmediğimiz örnekler olacaktır (Ingle ve Proakis 2012).

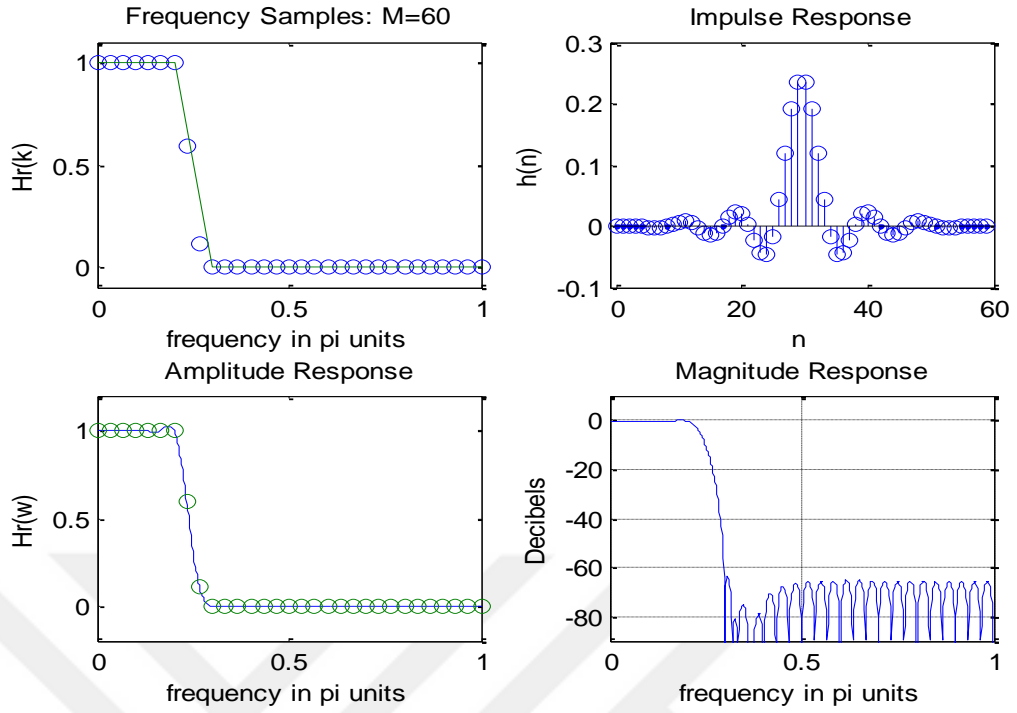
Son seçim, kabul edilebilir bir durdurma bandının zayıflatılması için en uygun yöntemi kullanmaktır. En iyileme (Optimal) tasarım yaklaşımında, filtre uzunluğunu  $M$  arttırılırsa ve geçiş bandı örneklerini serbest örnekler haline getirilirse, sonra, verilen  $M$  ve geçiş genişliği için en büyük zayıflamayı elde etmesi için değerlerini değiştirilirse durdurma bandında daha fazla zayıflama elde edilir (Ingle ve Proakis 2012). Bu bir optimizasyon problemidir ve doğrusal programlama teknikleri kullanılarak çözülmüştür (Ingle ve Proakis 2012). Açıkçası, en iyi (optimal) tasarım yöntemi, bir örneği değiştirerek daha iyi bir tasarım elde edebilmemizden daha üstündür.

Uygulamada, geçiş bandı genişliği genellikle küçüktür, bir veya iki örnek içermektedir. Bu nedenle, en büyük minimum söndürme bandı zayıflamasını elde etmesi için en fazla iki örneği optimize edilmesi gerekmektedir. Aynı zamanda, mutlak anlamda maksimum yan lob büyüklüklerinin en aza indirmesi ile eşdeğerdir. Dolayısıyla, optimizasyon problemine minimax problemi denir. Bu problem Rabiner ve ark. Tarafından çözülmüştür. (Ingle ve Proakis 2012).

Aşağıdaki örnek, geçirme bandı örnek varyasyonunun tasarım üzerindeki etkisini göstermek için kullanılmıştır.

Örnek 3.2.4 Optimum tasarım yöntemini kullanarak, daha iyi bir alçak geçiren FIR filtresi tasarlaması için yukarıdaki örnek 3.2.3'ten değerleri kullanmıştır (Ingle ve Proakis 2012). Sonuç: Bu örnekte,  $M=60$ , böylece geçirme bandında iki örnek var. Geçirme bandı örneklerinin değerleri  $T_1$  ve  $T_2$  olsun (Ingle ve Proakis 2012). Sonra  $H_r(\omega)$ .  $H(\omega) = [1,1,1,1,1,1,1, T_1, T_2, \underbrace{0, \dots, 0}_{43}, T_2, T_1, 1,1,1,1,1,1]$  olur. Not: aralıkta 43 sıfır var. İçindeki tablolardan [22, Ek B]  $T_1=0.5925$  olsun ve  $T_2=0.1099$  olsun (Ingle ve Proakis 2012). Bu değerleri kullanarak, birim örnek tepkisi  $h(n)$ 'yi hesaplamak için MATLAB programı kullanmıştır (Ingle ve Proakis 2012).





**Şekil 3.8.** Optimum frekans örnekleme tasarım yöntemi:  $M = 60$  için (Ingle ve Proakis 2012).

MATLAB işleminden sonra şekil 3.8. Minimum söndürme bandı zayıflamasının 63 dB olduğu gösterildi ve kabul edilen bir sonuçtur (Ingle ve Proakis 2012).

Tasarım yöntemini aşağıda kısa bir şekilde özetlenmiştir:

- Açıkçası, bu yöntem (optimal), bir örneği değiştirerek çok daha iyi bir tasarım elde edebildiğinden daha üstündür.
- Uygulamada, geçiş band genişliği genellikle küçüktür, bir veya iki örnek içermektedir. Dolayısıyla, en büyük minimum söndürme bandı zayıflamasını elde etmek için en fazla iki örneği optimize edilmeli (Ingle ve Proakis 2012).
- Bu aynı zamanda mutlak anlamda maksimum yan lob büyüklüklerini en aza indirmesi ile eşdeğerdir. Dolayısıyla bu optimizasyon problemine *minimax* problemi denmektedir.
- Ayrıntılı algoritma dikkate alınmaz (Ingle ve Proakis 2012).

### 3.3 Optimum eşit dalgali yöntemi

Bir önceki bölümde pencereleme tasarım ve frekans örnekleme yöntemleri anlatıldı, bu tasarım tekniği doğrusal fazlı FIR filtreleri tasarımlarında nispeten kolay bir tekniktir. Ancak, bu tasarım yöntemleri küçük bir dezavantajlara sahiptir, geçirme ve söndürme bandı kenar frekanslarını  $\omega_p$  ve  $\omega_s$  frekansları belirtmek zordur.

Bu yöntemde, arzu edilen frekans tepkisi ile bir FIR filtresinin gerçek frekans tepkisi arasındaki maksimum ağırlık hatasına odaklanmıştır. Bu hatayı azaltmak için uygun olan bir FIR filtresini kullanılacaktır. Dolayısıyla, bu sorunun tasarım çözümü maksimum yaklaşma hatasını en aza indirmek anlamında idealdir (minimax veya Chebyshev yaklaşık problemi) (Proakis ve Manolakis 2007).

Bu özelliğe sahip olan filtre eşit dalgali filtre denir, çünkü yaklaşık hata hem geçirme bandında hem de durdurma bandında eşit olarak dağıtılır. Optimal eşitlik tasarım yöntemini tanımlamak için öncelikle  $\omega_p$  ve  $\omega_s$  kenar frekansı olan bir alçak geçiren tasarımını seçilmiştir. Şekil 2.2.'de, verilen özelliklerden, geçirme bandında filtre frekans tepkisi aşağıdaki koşulları sağladığında:

$$1 - \delta_p \leq H_r(\omega) \leq 1 + \delta_p, \quad |\omega| \leq \omega_p \quad (3.18)$$

Aynı şekilde, durdurma bandında, filtre frekansı yanıtı, sınırlar arasında  $\pm \delta_2$

$$-\delta_2 \leq H_r(\omega) \leq \delta_2, \quad |\omega| \leq \omega_s \quad (3.19)$$

olur (Proakis ve Manolakis 2007). Diğer önemli filtre parametresi M, filtre uzunluğu veya filtre katsayılarının sayısıdır. Doğrusal faz FIR filtrelerinin dört durumunun gerçek değerli frekans tepkileri Tablo 3.6'da özetlenmiştir (Proakis ve Manolakis 2007).

**Tablo 3.6** Doğrusal fazlı FIR filtreleri için gerçek değerli frekans tepki fonksiyonları

Filtre türü	$Q(\omega)$	$P(\omega)$
$h(n) = h(M - 1 - n)$ M Tek ise (1. durum)	1	$\sum_{k=0}^{(M-1)/2} a(k) \cos \omega k$
$h(n) = h(M - 1 - n)$ M Çift ise (2. durum)	$\cos \frac{\omega}{2}$	$\sum_{k=0}^{(\frac{M}{2})-1} \tilde{b}(k) \cos \omega k$
$h(n) = -h(M - 1 - n)$ M Tek ise (3. durum)	$\sin \omega$	$\sin \omega \sum_{k=0}^{(M-3)/2} \tilde{c}(k) \cos \omega k$
$h(n) = -h(M - 1 - n)$ M Çift ise (4. durum)	$\sin \frac{\omega}{2}$	$\sin \frac{\omega}{2} \sum_{k=0}^{(\frac{M}{2})-1} \tilde{d}(k) \cos \omega k$

Durum 2, 3 ve 4'te yapılmış yeniden düzenlemeler,  $H_r(\omega)$ 'yi şu şekilde ifade etmesi izin vermektedir:

$$H_r(\omega) = Q(\omega) * P(\omega) \quad (3.20)$$

burada

$$Q(\omega) = \begin{cases} 1 & 1. \text{ durum için} \\ \sin \omega & 3. \text{ durum için} \end{cases} \quad \text{ve} \quad \begin{cases} \cos \frac{\omega}{2} & 2. \text{ durum için} \\ \sin \frac{\omega}{2} & 4. \text{ durum için} \end{cases} \quad (3.21)$$

olur. Ve polinom  $P(\omega)$  ortak form vardır.

$$P(\omega) = \sum_{k=0}^L \alpha(k) \cos \omega k \quad (3.22)$$

$\alpha(k)$ : filtrenin parametrelerini temsil etmektedir (Proakis ve Manolakis 2007).

**L**: Toplamda L üst sınırı 1. durum için  $L=(M-1)/2$ , 3. durum için  $L=(M-3)/2$ ,

ve 2. ve 4. durum için  $L=M/2-1$  (Proakis ve Manolakis 2007).

Bu analizin amacı, tüm dört durum gerçek değerli frekans tepkisi  $H_r(\omega)$  için ortak bir forma sahip olmaktır. Problemin formülasyonunu çok basitleştirir.

Chebyshev yaklaşım problemi olarak formüle etmek için, hem geçirme bantları hem de durdurma bantları üzerinde tanımlanan gerçek değerli arzu edilen frekans yanıtı  $H_{dr}(\omega)$  ve ağırlık fonksiyonu  $W(\omega)$  tanımlanması gerekir (Proakis ve Manolakis 2007). Gerçek değerli arzu edilen frekans tepkisi  $H_{dr}(\omega)$ , geçirme bandında birim ve durdurma bandında sıfır olarak basitçe tanımlanmaktadır. Ağırlık fonksiyonu  $W(\omega)$ , geçirme bandındaki ve durdurma bandındaki hataların göreceli boyutunu seçmesi sağlamaktadır.

Özellikle ağırlık fonksiyonunu  $W(\omega)$  geçirme bandındaki  $W(\omega) = \delta_2/\delta_1$  ve durdurma bandındaki birim değere normalleştirmek için uygundur (Parks ve McClellan 1972) (Proakis ve Manolakis 2007). Hata ağırlık fonksiyonunu  $W(\omega)$  belirlemeye yönelik mantıksal yaklaşım şöyledir:

$$W(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\delta_1} & 0 \leq \omega \leq \omega_c & \text{geçirme bandı} \\ 0 & \omega_c < \omega < \omega_s & \text{geçiş bandı} \\ \frac{1}{\delta_2} & \omega_s < \omega < \pi & \text{durdurma bandı} \end{cases} \quad (3.23)$$

Bununla birlikte, ağırlık fonksiyonu  $W(\omega)$ 'yi  $\delta_2$  gibi bir sabitle çarparsa, ağırlık etkisi aynı olacaktır. Böylece aşağıdaki ağırlık fonksiyonu aynı etkiye sahiptir:

$$W(\omega) = \begin{cases} \frac{\delta_2}{\delta_1}, & 0 \leq \omega \leq \omega_c \\ 0, & \omega_c < \omega < \omega_s \\ 1, & \omega_s < \omega < \pi \end{cases} \quad (3.24)$$

Küçük bir  $\delta_2$  değeri, çok düşük yan loblar istemek ve geçirme bandında tekdüzeliği feda etmek anlamına gelir, bu nedenle geçirme bandındaki hatalara daha az ağırlık verilmektedir. Ardından, geçirme bandındaki dalgalılığa göre durdurma bandı dalgalılığının göreceli boyutu vurgu yapmak için geçirme bandındaki ağırlık fonksiyonunu  $W(\omega)$  seçilmiştir (Proakis ve Manolakis 2007).

Ağırlık fonksiyonu,  $\delta_1$  ve  $\delta_2$  üzerinde bağımsız bir kontrol sahibi olabilmesi gerekmektedir. Ağırlıklı yaklaşım hatası şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\begin{aligned} E(\omega) &= W(\omega)[H_{dr}(\omega) - H_r(\omega)] \\ &= W(\omega)[H_{dr}(\omega) - P(\omega)Q(\omega)] \end{aligned} \quad (3.25)$$

$Q(\omega)$  frekansın sabit bir fonksiyonu olduğu için,  $Q(\omega)$  dışarı faktör olabilir.

$$E(\omega) = W(\omega)Q(\omega) \left[ \frac{H_{dr}(\omega)}{Q(\omega)} - P(\omega) \right] \quad (3.26)$$

Matematiksel kolaylığı sağlamak için, ağırlık fonksiyonu  $W(\omega)$  ve gerçek değerli arzu edilen frekans tepkisinin  $H_{dr}(\omega)$  için modifiye edilmiş formunu şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\begin{aligned} \hat{W}(\omega) &= W(\omega)Q(\omega) \\ \hat{H}_{dr}(\omega) &= \frac{H_{dr}(\omega)}{Q(\omega)} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Dört doğrusal-fazlı FIR filtresi örneği için ağırlıklı yaklaşım hatasının ortak biçimi şu şekilde ifade edilebilir:

$$E(\omega) = \hat{W}(\omega) [\hat{H}_{dr}(\omega) - P(\omega)] \quad (3.28)$$

Dolayısıyla Chebyshev yaklaşımı, yakınlaştırmanın gerçekleştirildiği frekans bantları üzerinden ağırlıklı yaklaştırma hatası  $E(\omega)$ 'nin maksimum mutlak değerini en aza indirmek için  $\{\alpha(k)\}$  filtre parametrelerini bulmaktan oluşur (Proakis ve Manolakis 2007).

Chebyshev yaklaşım problemi matematiksel olarak şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\min_{\{\alpha(k)\}} [\max_{\omega \in S} |E(\omega)|] = \min_{\{a(k)\}} [\max_{\omega} |\hat{H}(\omega) [\hat{H}_{dr}(\omega) - \sum_{k=0}^L \alpha(k) \cos \omega k]|] \quad (3.29)$$

$$|E(\omega)| = \min [\max |E(\omega)|] \quad (3.30)$$

Bu problemin çözümü Parks ve McClellan (1972a) tarafından teorisinde uygulayan teorem (Chebyshev'in teoremini) değişim teoremi verilmiştir (Proakis and Manolakis 2007).

### 3.3.1 Değişim teoremi

$S$ ,  $[0, \pi]$  aralığının kompakti bir alt kümesi olsun.

Eşit minimax olması için,  $S$ 'deki gerçek değerli arzu edilen frekans tepkisinin  $H_{dr}(\omega)$  modifiye en iyi ağırlıklandırılmış Chebyshev yaklaşımı, hata fonksiyonu  $E(\omega)$ , en azından  $L + 2$  ekstremum frekansı (Proakis ve Manolakis 2007). Başka bir deyişle,  $S$ 'de en az  $L + 2$  frekans  $\{\omega_i\}$  olmalıdır, böylece  $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_{L+2}$ ,  $E(\omega_i) = -E(\omega_{i+1})$  ve

$$E(\omega_i) = \max |E(\omega)|$$

burada  $i=1,2,\dots, L + 2$

Açıkça görüldüğü gibi ardışık iki frekans değeri arasında  $E(\omega)$  hata fonksiyonunun işareti değişmektedir. Bu sebeple değişim teoremi adlandırılmıştır (Proakis ve Manolakis 2007). Dolayısıyla, gerçek değerli frekans tepkisi  $H_r(\omega)$ , belirlenmiş geçirme bandı ve durdurma bandı içinde en fazla  $L-1$  yerel minimuma ve maksimuma sahip olabilir. Bant kenarlarında,  $\omega=\omega_p$  ve  $\omega=\omega_s$ ,  $|E(\omega)|$ , Maksimum ve dolayısıyla gerçek değerli frekans yanıtı  $H_r(\omega)$  bu noktalarda fazladır (Proakis ve Manolakis 2007).

Gerçek değerli frekans tepkisi  $H_r(\omega)$ ,  $\omega=0$ 'da ve  $\omega=\pi$  de ekstremum gösterebilir.

Sonuç olarak, hata fonksiyonu  $E(\omega)$ 'nin en fazla  $L + 3$  ekstremum frekansı vardır (ideal alçak geçiren filtrelere için en iyi yaklaşım) (Parks and McClellan 1972).

Bununla birlikte, değişim teoremi,  $E(\omega)$  ağırlıklı yaklaştırma hatasında en az  $L+2$  ekstremum frekans bulunduğunu belirtir. Dolayısıyla, alçak geçiren filtre tasarımı için ağırlıklı yaklaştırma hatası  $E(\omega)$  ya  $L+3$  ya da  $L+2$  ekstremuma sahiptir. Genellikle,  $L+2$ 'den fazla dalgalanma veya dalgalanma içeren filtre tasarımlarına ek dalgalanma

filtreleri denir. Filtre tasarımı maksimum sayıda dönüşüm sayısına sahip olduğunda buna maksimum dalgalanma filtresi denir (Proakis ve Manolakis 2007).

Değişim Teoremi, Eşitlik (3.29) ile verilen optimal filtre probleminin tek bir çözüm olduğu garantilenir. Aynı zamanda, hatanın ileri geri değişeceğini, yani, geçirme bandında ve durdurma bandında dalgacıklar olduğunu söylenmektedir. Geçirme bandındaki tüm dalgalanmalar aynı tepeden tepeye genlik durdurma bandında aynı şekilde, böylece elde edilen filtrelere eşit dalgalı denir (Proakis ve Manolakis 2007).

$$\widehat{W}(\omega)[\widehat{H}_{dr}(\omega_n) - P(\omega_n)] = (-1)^n \delta, \quad n = 0, 1, \dots, L + 1 \quad (3.31)$$

Burada  $\delta$  ağırlıklı yaklaşma hatasının  $E(\omega)$  maksimum değerini temsil eder. Nitekim olarak, eğer (3.3.7)'de gösterilen  $W(\omega)$  ağırlık fonksiyonunu  $\delta = \delta_2$  seçersek, denklem 3.31'deki doğrusal denklem kümesi aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir:

$$P(\omega_n) + \frac{(-1)^n}{\widehat{W}(\omega_n)} = \widehat{H}_{dr}(\omega_n) \quad n = 0, 1, \dots, L + 1 \quad (3.32)$$

veya, başka biçimde eşdeğeri

$$\sum_{k=0}^L \alpha(k) \cos \omega_n k + \frac{(-1)^n}{\widehat{W}(\omega_n)} = \widehat{H}_{dr}(\omega_n) \quad n = 0, 1, \dots, L + 1 \quad (3.33)$$

$\{\alpha(k)\}$  ve  $\delta$  parametreleri elde edilir ve eşitlik (3.33) matris formunda olarak yazılabilecek (Proakis ve Manolakis 2007).

$$\begin{bmatrix} 1 & \cos(\omega_0) & \cdots & \cos(L\omega_0) & -1/\widehat{W}(\omega_0) \\ 1 & \cos(\omega_1) & \cdots & \cos(L\omega_1) & -1/\widehat{W}(\omega_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos(\omega_L) & \cdots & \cos(L\omega_L) & (-1)^{L-1}/\widehat{W}(\omega_L) \\ 1 & \cos(\omega_{L+1}) & \cdots & \cos(L\omega_{L+1}) & (-1)^L/\widehat{W}(\omega_{L+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha[0] \\ \alpha[1] \\ \vdots \\ \alpha[L] \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{H}_{dr}(\omega_0) \\ \widehat{H}_{dr}(\omega_1) \\ \vdots \\ \widehat{H}_{dr}(\omega_L) \\ \widehat{H}_{dr}(\omega_{L+1}) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Matris denklemini bilinmeyen parametre  $\alpha\{k\}$  ve  $\delta$  için  $L+2$  ekstremum frekansların konumları önbilgi olarak bilinirse çözülebilir (Parks ve McClellan 1972). Ekstremum frekansların yerlerini belirlemek için Remez değiş tokuş algoritması kullanılmaktadır.

### 3.3.2 Remez algoritması (Parks-McClellan)

**Adım 1:** Uç değer frekansların başlangıç değerleri bir seti seçilir veya bir önceki aşamanın tamamlanmasından elde edilir.

**Adım 2:**  $\delta$  değeri aşağıdaki yöntem kullanılarak hesaplanır:

$$\delta = \frac{\gamma_0 \widehat{H}_{dr}(\omega_0) + \gamma_1 \widehat{H}_{dr}(\omega_1) + \dots + \gamma_{L+1} \widehat{H}_{dr}(\omega_{L+1})}{\frac{\gamma_0}{\widehat{W}(\omega_0)} - \frac{\gamma_1}{\widehat{W}(\omega_1)} + \dots + \frac{(-1)^{L+1} \gamma_{L+1}}{\widehat{W}(\omega_{L+1})}}$$

Burada

$$\gamma_k = \prod_{n=0, n \neq k}^{L+1} \frac{1}{\cos \omega_k - \cos \omega_n}$$

**Adım 3:**  $P(\omega)$   $\omega = \omega_n$ 'de değerleri

$$P(\omega_n) = \widehat{H}_{dr}(\omega_n) - \frac{(-1)^n \delta}{\widehat{W}(\omega_n)}, \quad n = 0, 1, \dots, L + 1$$

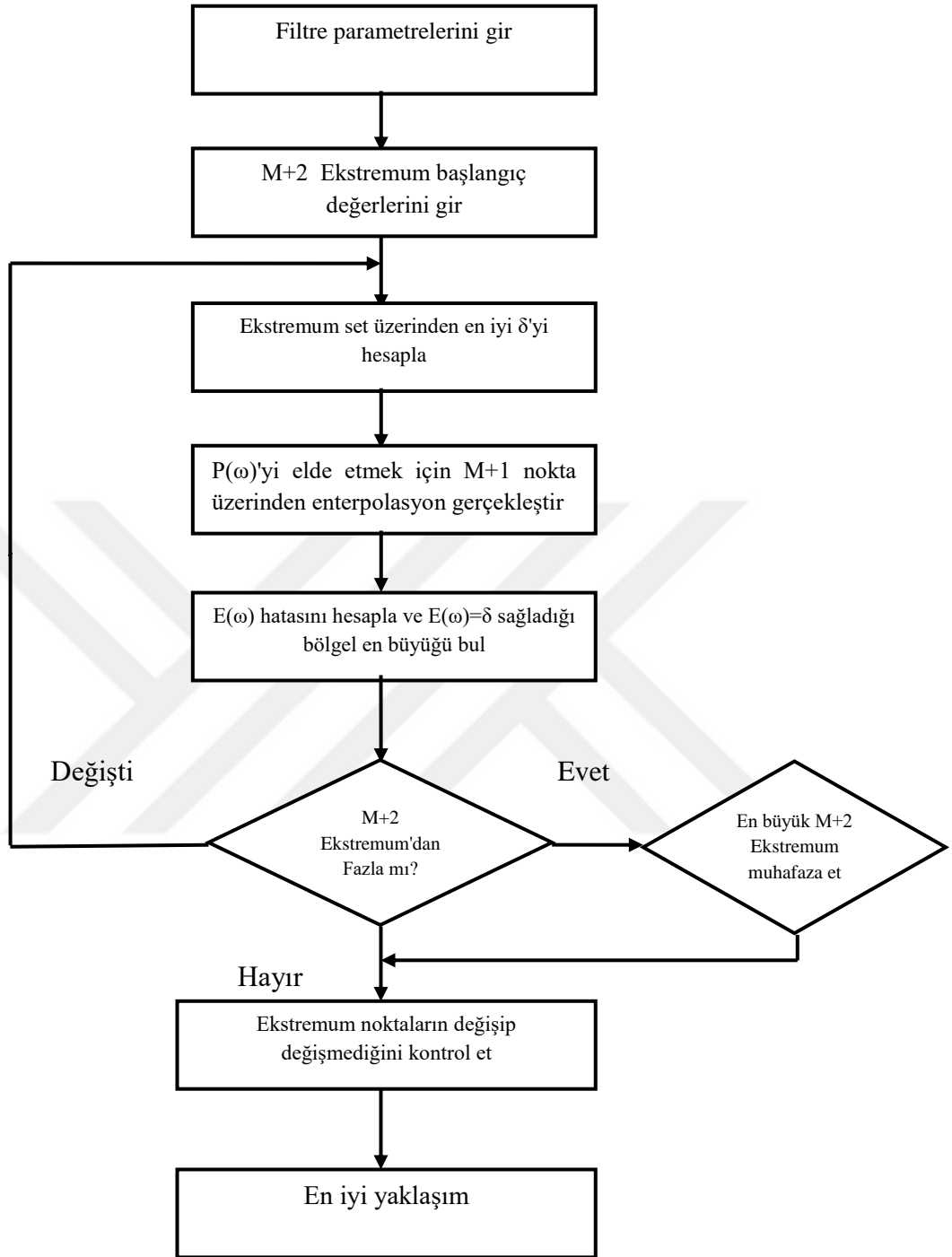
kullanılarak hesaplanır.

**Adım 4:** Polinom  $P(\omega)$ , Lagrange enterpolasyon formülünü kullanarak yukarıdaki değerleri  $L + 2$  ekstremum frekanslarda enterpole ederek belirlenir

**Adım 5:** Yeni hata fonksiyonu  $E(\omega) = \widehat{W}(\omega) [\widehat{H}_{dr}(\omega) - P(\omega)]$  frekansların yoğun bir set  $S (S \geq M)$ 'da hesaplanır. Uygulamada  $S=16M$  yeterlidir. Yoğun frekans kümesinde değerlendirilen  $E(\omega)$  değerlerinden  $L + 2$  yeni ekstremum frekansları belirler (Proakis ve Manolakis 2007).

**Adım 6:**  $E(\omega)$ 'nin zirve değerleri  $\delta$  büyüklüğünde eşitse, algoritma yakınsayacaktır. Aksi takdirde, Adım 2'ye geri döner.

Bu algoritma, alçak geçiren, yüksek geçiren veya bant geçiren ve bant durduran yanı sıra Türev alıcılar ve Hilbert dönüşümleri de içeren çeşitli frekans seçimli filtrelerin tasarımını sağlamaktadır. Remez algoritmasının bir akış şeması Şekil 3.9'da gösterilmiştir.



**Şekil 3.9.** Remez algoritmasının akış şeması (Parks and McClellan 1972).

Parks-McClellan algoritması, filtre özelliklerini belirleyen bir takım giriş parametrelerini gerektirir (Parks ve McClellan 1972). MATLAB kullanarak optimal yöntem için tasarım örnekleri.



Örnek 3.3.1: Aşağıdaki özelliklere sahip alçak geçiren bir FIR filtresi tasarlayalım:

DSP sistem: Örnekleme oranı: 8000 Hz  
Geçirme bandı: 0-1000 Hz  
Söndürme bandı: 1200-4000 Hz  
Geçirme bandı dalgalığı: 1 dB  
Söndürme bandı zayıflaması: 44 dB

$M = 64$

Sonuç: Daha önceki özelliklerden iki bandımız var: alçak geçiren bandı ve Söndürme bandı. Normalleştirme gerçekleştirelim ve ideal büyüklükleri şu şekilde belirtelim:

Örnekleme frekansı:  $f_s/2 = 8000/2 = 4000$  Hz

0 Hz için:  $0/4000 = 0$ , Büyüklüğü = 1

1000 Hz için:  $1000/4000 = 0,25$ , Büyüklüğü = 1

1200 Hz için:  $1200/4000 = 0,3$ , Büyüklüğü = 0

4000 Hz için:  $4000/4000 = 1$ , Büyüklüğü = 0

Sonra,  $H_d(\omega) = [1 \ 1 \ 0 \ 0]$  ve kenar frekansları =  $[0 \ 0.25 \ 0.3 \ 1]$

Sonraki adım, ağırlık fonksiyonunu  $W(\omega)$  belirleriz:

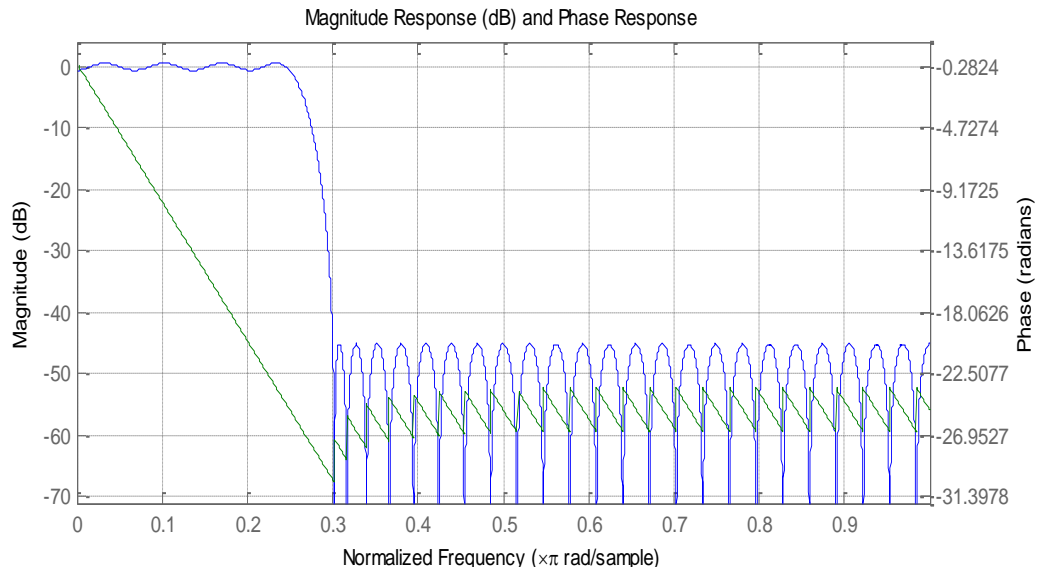
$\delta_p = 10(1/20) - 1 = 0,1220$

$\delta_s = 10(-44/20) = 0,01$

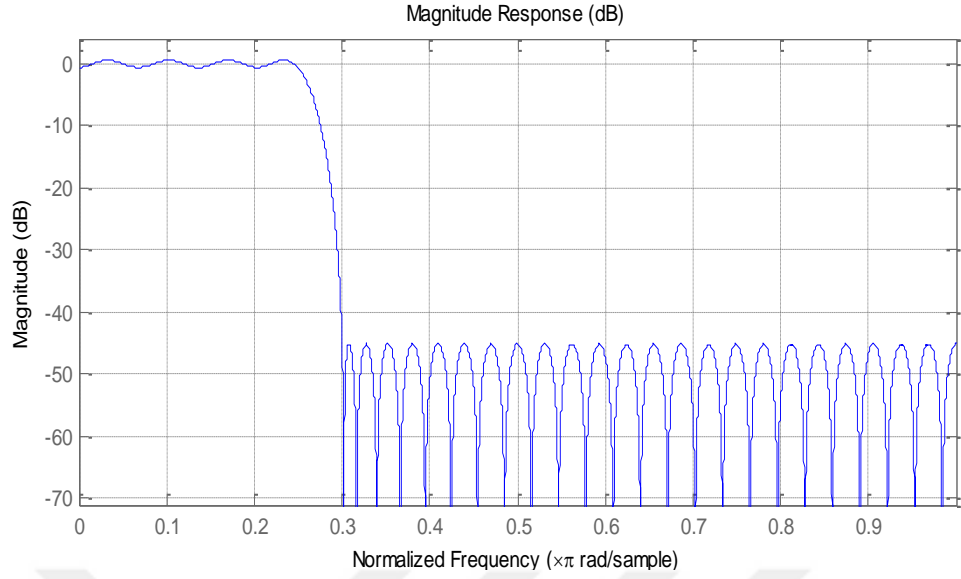
$\delta_p/\delta_s = 12.2 \approx 12/1 = W_s/W_p$

Bu nedenle  $W_s = 12$  ve  $W_p = 1$

$W(\omega) = [12 \ 1]$  Sonra Remez rutini uygulamak için MATLAB tarafından sağlanmaktadır.



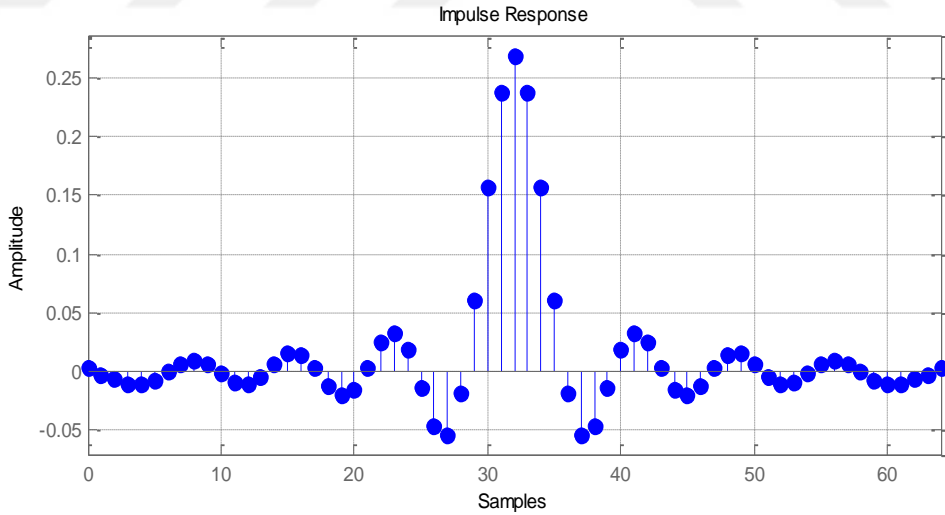
Şekil 3.10. Örnek 3.3.1'deki optimal eşit dalgalı frekans ve faz tepkileri  $M = 64$



**Şekil 3.11.** Örnek 3.3.1'deki optimal eşit dalgalı frekans tepkisi  $M = 64$

Şekil 3.10, frekans ve faz tepkilerini gösterir ve Şekil 3.11, Durdurma bandının zayıflatılması yaklaşık 44 dB olduğunda Örnek 3.3.1'de verilen optimal bir eşit dalgalı frekans tepkisini göstermiştir.

Şekil 3.12'de, optimum eşit dalgalı alçak geçiren FIR filtresinin birim örnek tepkisini göstermiştir.



**Şekil 3.12.** Örnek 3.3.1' birim örnek tepkisi  $M = 64$

Not: Şekil 3.11, frekans tepkilerini göstermektedir. Açıkçası, durdurma bandı zayıflaması tatmin olmuştur.

Örnek 3.3.2 Aşağıdaki özelliklere sahip bir alçak geçiren filtre tasarlayalım:

$$F_s = 44\text{kHz}$$

$$F_{\text{pass}} = 4,4\text{kHz} \quad \omega_p = 2\pi F_{\text{pass}}/F_s = 0:2\pi$$

$$F_{\text{stop}} = 6,6\text{kHz} \quad \omega_s = 2\pi F_{\text{stop}}/F_s = 0,3\pi$$

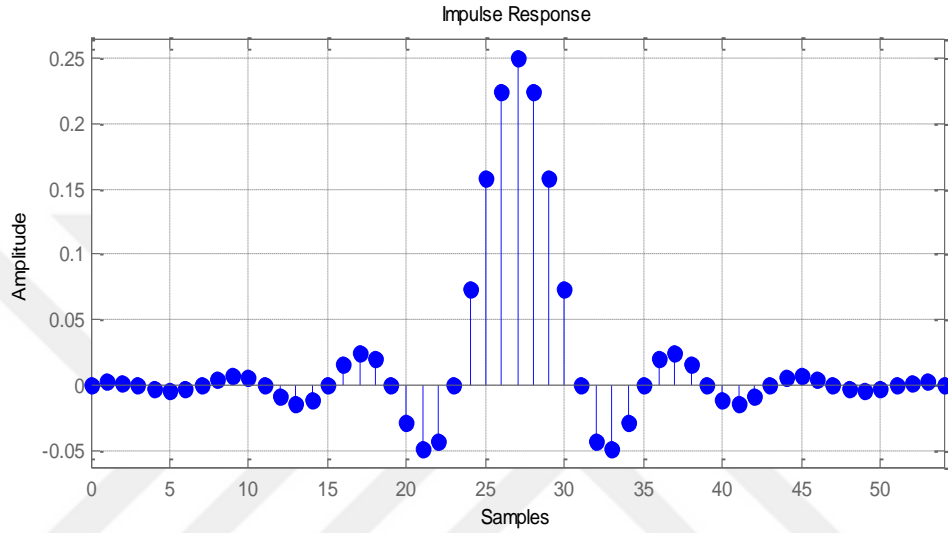
3 bant: Geçirme bandı, Geçiş bandı ve Durdurma bandı

Ağırlık fonksiyonu keyfi olarak aşağıdaki gibi seçilmiştir:

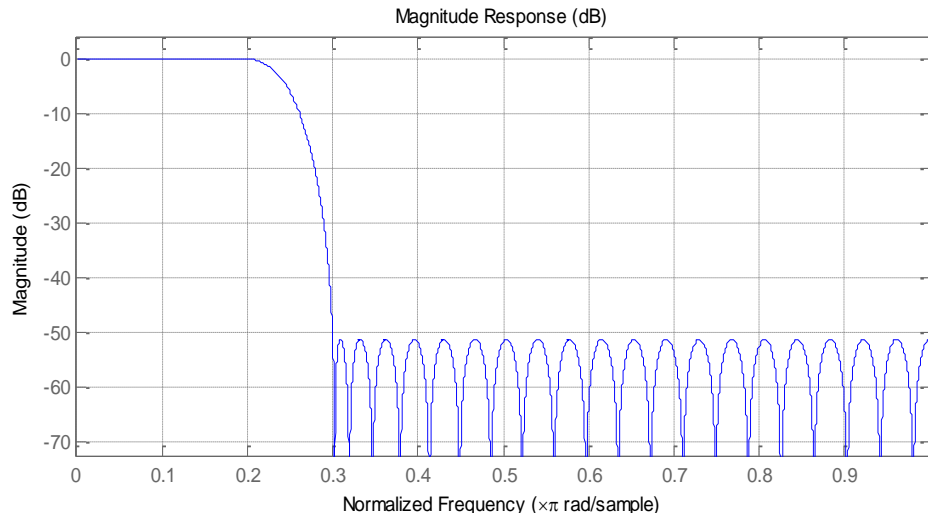
$$W(\omega) = [1,1], \text{ ve } H_{\text{dr}}(\omega) = [1100]$$

a)  $M=54$  ve  $M=120$

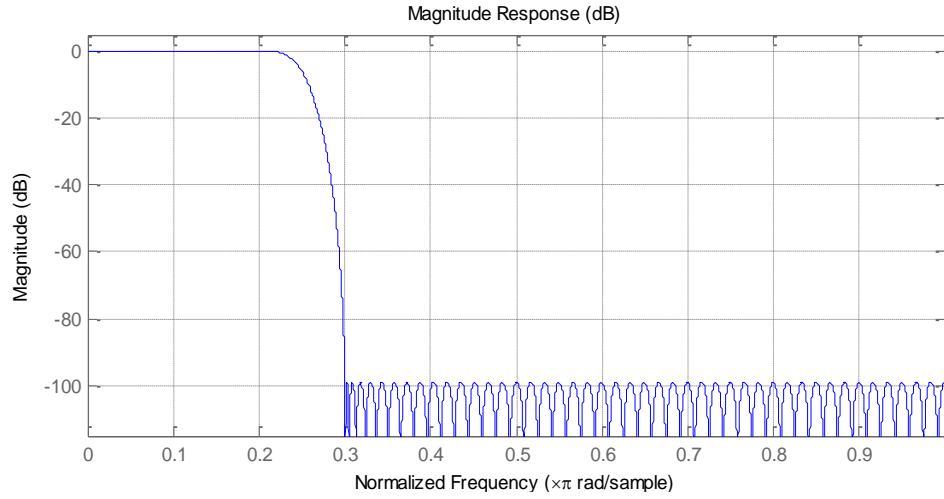
Şekil 3.13, optimum eşit dalgalı alçak geçiren FIR filtresinin darbe tepkisini gösterir.



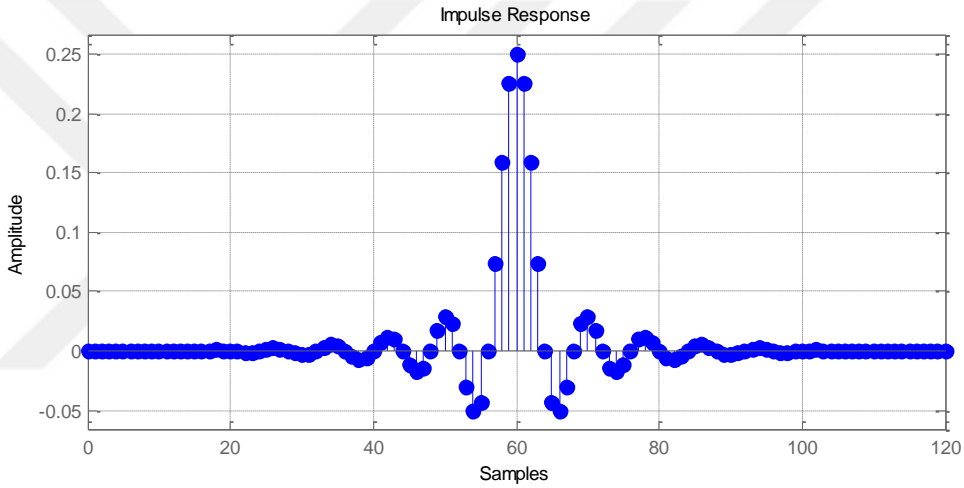
Şekil 3.13. Optimum eşit dalgalı FIR filtre birim örnek tepkisi  $M=54$



Şekil 3.14. Optimum eşit dalgalı FIR filter frekans tepkisi  $M=54$



**Şekil 3.15** Optimum eşit dalgalı FIR filter frekans tepkisi  $M=120$



**Şekil 3.16.** Optimum eşit dalgalı FIR filtre birim örnek tepkisi  $M=120$

Optimum eşit dalgalı FIR filtresinin frekans tepkisini  $M = 54$  için şekil 3.14'te, durdurma bandı zayıflaması yaklaşık 52 dB ve şekil 3.15'te durdurma bandı zayıflamasının yaklaşık 100 dB olduğu göstermiştir.

Şekil 3.16,  $M = 120$  için optimum eşit dalgalı alçak geçiren FIR filtresinin darbe tepkisini göstermiştir.

Sonuç olarak, filtrenin uzunluğunu, yukarıda verilen diğer parametrelerin hepsini korurken  $M = 120$ 'ye yükseltirsek, ortaya çıkan filtre, şekil 3.15'te gösterilen frekans tepki karakteristiğine sahiptir. Şimdi, durdurma bandı zayıflaması -100dB ve geçirme bandı dalgalanma oranı 0.00039 dB'e düşürülmüştür.

Parks and McClellan " Remez Algoritması ", sözü edilen gibi esneklik ve performans açısından sanayide ünlü ve en popüler filtre tasarım yöntemlerinden biridir. Bununla

birlikte, yöntemin iki dezavantajı vardır: Birincisi filtre uzunluğu  $M$ , deneysel yöntemle tahmin edilmelidir, ve ikincisi, frekans kenarları, büyüklükleri ve ağırlık faktörleri belirtildikten sonra, Remez değiştokuş algoritmasının uygulanması, tasarımdan belirlenen gerçek dalgalanmayı kontrol edemez (Li Tan 2008).

Dalgacıkların kabul edilemez olduğu durumları gidermek için çoğu zaman uzun bir  $M$  uzunluğunda filtre veya farklı ağırlık faktörü denemesi gerekebilir (Li Tan 2008).



#### 4. FARKLI TASARIM YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Bu bölümde, üç tasarım yöntem (Pencereleme, Frekans Örnekleme ve En İyileme) avantajlarını ve dezavantajlarını karşılaştırılmaya çalışılmaktadır. Karşılaştırmada, iyi sonuç veren bir tasarım yöntemi bulabilmek için farklı yöntemlerin performansını analiz etmeyi amaçlanmaktadır.

Doğrusal fazlı FIR filtreleri tasarlamak için önerilen ilk yöntem pencere fonksiyonu tasarım yöntemidir. Frekans örnekleme ve optimum eşit dalgalı tasarım yöntemi (Chebyshev yaklaşım yöntemi) 1970'lerde geliştirilmiştir ve pratik doğrusal fazlı FIR filtrelerinin tasarımından bu yana ünlü ve çok popüler hale gelmiştir (Proakis ve Manolakis 2007).

##### 4.1 Doğrusal fazlı FIR filtreleri için üç tasarım yönteminin karşılaştırılması

Chebyshev yaklaşım tasarım yöntemi, FIR filtre katsayıların hesaplanmasında kolay ve etkili bir yol sağlamaktadır. Yöntemde filtre özelliklerini tam olarak kontrol etmesine rağmen Chebyshev yaklaşım tasarım yöntemi, diğer iki tasarım yöntemine (pencere ve frekans örnekleme) kıyasla tercih edilmektedir (Proakis ve Manolakis 2007).

Çoğu uygulama için en iyileme tasarım yöntemi, M uzunluğundaki makul değerler için iyi genlik tepki özellikleri olan filtreler üretmektedir. En iyileme tasarım yöntemi, türev alıcıların ve Hilbert dönüşümlerinin tasarımı için özellikle iyi bir seçimdir (Ifeachor ve Jervis 2002).

Yaklaşıklık hatasını filtrenin durdurma bandında ve geçirme bandında yayarak, Chebyshev yaklaşım yöntemi, açıklanan belirli bir dizi sette maksimum yan lob seviyesinin en aza indirgenmesi anlamına gelen optimal bir filtre tasarımı ile sonuçlanmaktadır (Proakis ve Manolakis 2007).

Parks ve McClellan algoritmasına dayanan Chebyshev tasarım metodu, M filtresinin uzunluğunu, kritik frekansları (geçirme bandı ve söndürme bandı kenar frekansları  $\omega_p$  ve  $\omega_s$ ) ve  $\delta_2/\delta_1$  oranının belirlenmesi gerektirir. Bununla birlikte, filtre tasarımında, geçirme bandı kenar frekansı  $\omega_p$ 'yi ve durdurma bandı kenar frekansı  $\omega_s$ 'yi, geçirme bandındaki  $\delta_1$  dalgalamayı ve durdurma bandındaki zayıflamayı  $\delta_2$  belirtmek ve spesifikasyonları karşılayan filtre uzunluğunu M belirlemek daha doğaldır.

Bu spesifikasyonlardan filtre uzunluğunu belirlemek için basit bir formül bulunmamakla birlikte, geçirme bandı kenar frekansı  $\omega_p$ , söndürme bandı kenar frekansı  $\omega_s$ , geçirme bandındaki dalgalanma  $\delta_1$  ve durdurma bandındaki zayıflamadan  $\delta_2$  M'yi tahmin etmek için birkaç yaklaşım önerilmiştir. Uzunluk M'yi yaklaştırmak için Kaiser'e atfedilen özellikle basit bir formül:

$$\hat{M} = \frac{-20 \log_{10}(\sqrt{\delta_1 \delta_2}) - 13}{14.6 \Delta f} + 1 \quad (4.1)$$

şu şekilde tanımlanır. Geçiş bandı  $\Delta f = (\omega_s - \omega_p)/2\pi$  olarak tanımlanır. Bu formül Rabiner ve ark. (1975) tarafından yayınlanmıştır. Herrmann ve ark. (1973) tarafından önerilen daha doğru bir formül

$$\hat{M} = \frac{D_\infty(\delta_1, \delta_2) - f(\delta_1, \delta_2)(\Delta f)^2}{\Delta f} + 1 \quad (4.2)$$

olarak tanımlanmıştır. Tanım olarak:

$$D_\infty(\delta_1, \delta_2) = [0,005309(\log_{10} \delta_1)^2 + 0,07114(\log_{10} \delta_1) - 0,4761](\log_{10} \delta_2) - [0,00266(\log_{10} \delta_1)^2 + 0,5941 \log_{10} \delta_1 + 0,4278] \quad (4.3)$$

$$f(\delta_1, \delta_2) = 11,012 + 0,51244 (\log_{10} \delta_1 - \log_{10} \delta_2) \quad (4.4)$$

Bu formüller, geçiş genişliği  $\Delta f$ , geçirme bandındaki  $\delta_1$  dalgalama ve durdurma bandı  $\delta_2$ 'deki zayıflama elde etmek için gerekli olan filtre uzunluğunun iyi bir tahmini elde etmekte son derece yararlıdır. Tahmini tasarım yapmak için kullanılır ve ortaya çıkan  $\delta$ , belirtilen  $\delta_2$ 'yi aşarsa, spesifikasyonlara uyan bir yan lob seviyesine ulaşana kadar filtre katsayıları M artırılabilir (Proakis ve Manolakis 2007).

Yukarıdaki üç tasarım yönteminden pencere tasarım yöntemini kullanmanın en önemli avantajları, diğer tasarım yöntemlerine kıyasla göreceli basitliktir, anlaşılması ve kullanılması kolaydır. İyi tanımlanmış denklemlerin pencere katsayılarının hesaplanması için sıklıkla mevcut olması, bu yöntemi popüler ve başarılı kılmıştır. Bununla birlikte, Chebyshev yaklaşım tasarım yöntemi genellikle filtre katsayılarının sayısı açısından daha ekonomik bir çözüm sunacaktır (Ifeachor ve Jervis 2002).

Dikdörtgen, Blackman, Hamming, Hanning, Kaiser, Flat-top ve Gauss çoğunlukla kullanılan tasarım tekniklerinin bazılarıdır. Bu tasarım yönteminin en büyük dezavantajı, alçak geçiren bir FIR filtresinin tasarımında, geçirme bandı kenar frekansı ve durdurma bandı kenar frekansı  $\omega_p$  ve  $\omega_s$  gibi, belirtilen frekansların hassas kontrol edilmemesidir. Geçirme bandı kenar frekansı  $\omega_p$  ve durdurma bandı kenar frekansı  $\omega_s$  değerleri genelde pencere türüne ve filtre uzunluğuna bağlıdır (Proakis and Manolakis 2007).

Frekans örnekleme tasarım metodu, gerçek değerli frekans tepki özelliği  $H_r(\omega)$  frekanslarda belirlendiği yönüyle pencere tasarım yönteminden daha iyidir:  $\omega_k=2\pi k/M$  veya  $\omega_k= \pi(2k+1)/M$  ve geçirme bandı,  $2\pi/M$ 'lik bir katmandır (Proakis ve Manolakis 2007). Frekans örnekleme yöntemi hızlı, basit ve uyarlamalı filtreler veya hızın önemli olduğu daha karmaşık bir algoritmada bir ara aşamada yararlıdır.

Frekans örnekleme tasarım tekniği, FIR filtresi ayrık Fourier dönüşümü DFT vasıtasıyla frekans alanında veya frekans örnekleme gerçekleştirmelerinden herhangi birinde gerçekleştiğinde özellikle caziptir. Bu gerçekleştirmenin avantajı, geçirme bandında haricinde, tüm frekanslarda sıfır ya da birim olabilen gerçek değerli frekans tepkisinin  $H_r(\omega_k)$  olmasıdır (Proakis ve Manolakis 2007).

Frekans örnekleme tekniğinde, FIR filtresinin hem özyinesiz hem de özyinelemeli olarak uygulanmasına izin veren tek tasarım tekniğidir (bu çalışmada, sadece özyinesiz kullanılmıştır). Rasgele genlik-faz yanıtı FIR filtreleri bu tasarım tekniği ile kolaylıkla tasarlanabilir. Bu tasarım tekniği, bant kenar frekanslarının  $\omega_p$  ve  $\omega_s$  veya geçirme bandı dalgalanmaları  $\delta_1$ 'nin konumunun hassas kontrolünden yoksundur, Rabiner ve arkadaşlarının (1970) tasarım Tablosunun kullanılabilirliğine dayanmaktadır (Ifeachor ve Jervis 2002).

Tablo 4.1, 4.2 ve 4.3, pencereleme, frekans örnekleme ve en iyileme tasarım yöntemleri arasındaki karşılaştırmaları göstermektedir. Bu Tablo, her tasarım metodu için bir seçim kılavuzu olarak kullanılacaktır.



**Tablo 4.1.** Üç tasarım yöntemi arasındaki karşılaştırmalar (Li Tan 2008).

Tasarım Metodu	Pencereleme	Frekans Örnekleme	En İyileme
Filtre türü	<b>1.</b> A geçiren, Y geçiren, Bant geçiren, Bant durduran. <b>2.</b> Formüller rastgele frekans seçiciliği için geçerli değildir.	<b>1.</b> Herhangi bir filtre türü <b>2.</b> Formül rastgele frekans seçiciliği için geçerlidir.	<b>1.</b> Herhangi bir filtre türü <b>2.</b> Formül rastgele frekans seçiciliği için geçerlidir.
Doğrusal fazlı	<b>Evet</b>	<b>Evet</b>	<b>Evet</b>
Durdurma bandı ve Dalgalanma Özellikler	Filtre sırasını ve kesme frekansları belirlemek için kullanılır	Her tasarım denemesinden sonra kontrol edilmesi gerekiyor	Algoritmada kullanılır; Her tasarım denemesinden sonra kontrol edilmesi gerekir
Algoritma için karmaşıklık Katsayılar	<b>Orta:</b> <b>1.</b> İmpuls dizisi hesaplama <b>2.</b> Pencere fonksiyon ağırlıklandırma	<b>Basit:</b> Tek denklem	<b>Karmaşık:</b> <b>1.</b> Parks-McClellan algoritması <b>2.</b> Remez exchange algoritması
Minimal tasarım aracı	Hesap makinesi	Hesap makinesi	Yazılım

**Tablo 4.2** Farklı pencere yöntemi tasarım tekniklerinin karşılaştırılması

Pencere metodu	Filtre Uzunluğu M	Kesme Frekansı	$\beta$ Parametresi	Durdurma Bandı Zayıflaması
<b>Hanning</b>	55	2/2.5 kHz		44.5 /44 dB
<b>Hamming</b>	55	2/2.5 kHz		52/55 dB
<b>Blackman</b>	55	2/2.5 kHz		75/75 dB
<b>Kaiser</b>	55	2/2.5 kHz	4.54/6.76	50 /70 dB

**Tablo 4.3** Frekans Örnekleme ve Optimum Eşit dalgalı tasarım tekniklerinin karşılaştırılması

Frekans Örnekleme	Filtre Uzunluğu M	Geçirme bandı kenar frekansı $\omega_p$	Durdurma bandı kenar frekansı $\omega_s$	Durdurma Bandı Zayıflaması $\delta_2$
Naive metodu	20	$0.2\pi$	$0.3\pi$	16 dB
Optimum metodu	60	$0.2\pi$	$0.3\pi$	63 dB
<b>En İyileme Metodu</b>	54	$0.25\pi$	$0.3\pi$	51.67 dB
	100	$0.25\pi$	$0.3\pi$	85.72 dB
	120	$0.25\pi$	$0.3\pi$	99.16 dB
	250	$0.25\pi$	$0.3\pi$	180 dB

Aşağıdaki örnek, gerçek bir dünya profesyonel problemini çözmek için bir DSP Mühendisi tarafından tasarım yönteminin olası seçimini açıklanmaktadır.

Örnek 4.1 Aşağıdaki DSP uygulamalarının her biri için uygun doğrusal faz FIR filtresi tasarım yöntemini belirleyelim.

1) Bir DSP mühendisi sayısal bir iki bantlı geçit sistemi uygulanmıştır. Aşağıdaki özellikleri karşılamak için doğrusal fazlı FIR filtrelerini seçilmiştir:

Örnekleme oranı  $f_s = 22\text{kHz}$

Kesme frekansı  $\omega_c = 1\text{kHz}$

Geçiş bandı  $0,5\text{kHz'den } 1,5\text{kHz'e}$

A) Geçirme bandı aralığı (alçak geçiren bir filtre) 0'dan ile  $0,5\text{kHz}$  arasında ve  $0,0019$  dB dalgalama değeri ile. Durdurma bandı  $1,5\text{kHz'de}$  ve  $72$  dB zayıflama ile.

B) Geçirme bandı aralığı (yüksek geçiren bir filtre)  $1,5$ 'ten ile  $22\text{kHz}$  arası,  $0,1919$  dB'lik dalgalanma ile ve bir durdurma bandı  $0,5$  kHz'de,  $72$  dB'lik zayıflama ile.

Mühendis, Remez algoritması için yazılım yardımına sahip değildir.

2. Bir ses mühendisi, büyüklük özelliklerine dayalı bir doğrusal fazlı FIR filtresi kullanarak  $10$  kHz'de örneklenmiş konuşma sinyalini eşitlemeye çalışmıştır. Mühendis, Remez algoritması için yazılım yardımına sahip değildir.

Sorunun çözümü:

1. Spesifikasyonlara göre, pencere teknik formülü kesme frekansı  $\omega_c$  (crossover frekansı) açısından olduğundan pencere tasarım metodu ilk tercihtir, filtre sırası geçici bandı temel alır ve FIR filtresi tipleri alçak geçiren ve yüksek geçiren standarttır. Tablo.3.3'ten, Blackman pencere fonksiyonunu seçerek geçirme bandı dalgalama ve söndürme bandı zayıflama özellikleri karşılanabilir.  $1$  kHz çapraz frekanstaki kombine birim kazançlarını karşılamak için karmaşık bir problemdir ama Optimum eşit dalgalı tasarım yöntemi de bu problemi çözebilir bir tek şartla eğer Remez algoritması mevcut ise.

2. Büyüklük frekans yanıtı, alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren veya bant durduran standart bir filtre türü olmadığından ve Remez algoritması mevcut olmadığından, ilk tercih frekans örnekleme tasarım yöntemi olmalıdır.

Pencere; Frekans örnekleme ve optimum eşit dalgali FIR filtresi tasarım yöntemleri karşılaştırılması için pek çok teorik ve pratik yolu vardır. Alçak geçiren filtreleri karşılaştırmak için en basit yollardan biri, geçiş bandının genişliğini karşılaştırmaktır: En iyileme tasarımları mükemmel olduğu için, yani geçirme bandındaki  $\delta_1$  dalgalanmayı sabitlemek için en küçük genişlikteki geçirme bandına ve durdurma bandındaki zayıflamaya  $\delta_2$  sahip olurlar (Rabiner 1971).

Ve ikinci temel karşılaştırmanın yeni sayısal filtrelerin tasarımı kolaylığıdır. Herhangi bir sayısal filtre tasarımcısı veya kullanıcısı için önemli bir husus, bazı özel özellikleri karşılamak için bir filtre tasarım kolaylığıdır (Rabiner, 1971).

Pencere tasarımı yöntemi en kolay tasarımdır, ancak geçirme bandı ve durdurma bandı dalgalanmaları farklı olduğunda esneklik olmamaktadır.

Frekans örnekleme tasarımı yöntemi FIR filtrelerinin özyinelemeli uygulanmasına çok uygundur, ve en uygun denge tasarım yöntemi en güçlü ve esnektir.

Özet olarak: Pencere ve Frekans Örnekleme tasarım yöntemleri anlaması ve uygulaması basit bir tekniklerdir ancak bu yöntemlerde bazı dezavantajlara sahiptir. Örneğin, geçirme bandı kenar frekansı  $\omega_p$  ve durdurma bandı kenar frekansı  $\omega_s$  belirtmesi kolay değildir, ve aynı anda heme geçirme bandı dalgalanması  $\delta_1$  hemde durdurma bandı zayıflaması  $\delta_2$  dalgalanma faktörü belirtmesi zordur.

En iyileme yöntemi Remez algoritması aracılığıyla kullanarak diğer iki tasarım problemi (dezavantajı) ortadan kaldırılabilir. Yani en iyi aklaşım bir süzgeci elde edebiliriz.

## 5. SONUÇ

Sayısal sinyal işleme sisteminde sayısal filtreler çok önemli roller oynamaktadır. FIR filtreleri, programlanabildiğinden, çoğunlukla uygulamalar olarak kullanılmaktadır. Aslında FIR filtreler olağanüstü performansı, DSP'nin bu kadar popüler hale gelmesinin temel nedenlerinden biridir. Sayısal filtreler kolaylıkla tasarlanır ve çeşitli sinyal filtresi uygulamalarında kullanımı kolaydır. Sayısal filtrelemede IIR ve FIR filtreleri arasında seçim çok açıktır, nedensellik filtre tasarımında önemli bir etkiye neden olduğu için, istikrar ve nedensellik problemi olmaksızın sonlu uzunlukta bir dürtü yanıtı  $h(n)$  istenmektedir (Proakis ve Manolakis 2007).

FIR filtresini tasarlamak için tekniğin seçimi, tasarımcının kararlılığından yakınlığın ya da tasarım kolaylığının ortadan kaldırılmasına bağlıdır.

Bu görünümde FIR filtresi üç ünlü ve en popüler tasarım tekniği kullanılarak tasarlanmıştır: Pencere, Frekans Örnekleme ve En İyileme yöntemleri ve ardından MATLAB programları ile simüle edilmiştir.

Bölüm 3'te, FIR filtre tasarım teknikleri ve yapıları tasarım tekniklerin örneği ile incelenmiştir (örn. Pencere ve frekans örnekleme tasarım tekniği tasarım ve uygulama oldukça kolaydır). Pencere; Frekans Örnekleme ve En İyileme yöntemleri ayrıntılı olarak tartışılmıştır. Her yöntem kendi avantajlarına ve dezavantajlarına sahiptir ve tasarlanacak filtrenin türüne bağlı olarak seçilmiştir.

Pencere tasarım tekniklerinde bu tekniği kullanmanın başlıca avantajları, diğer tasarım teknikleriyle karşılaştırıldığında nispeten basit olması ve anlaşılması, kullanması da çok kolaydır. İyi tanımlanmış denklemlerin pencere katsayılarının hesaplanması için sıklıkla mevcut olması, bu yöntemi popüler ve başarılı kılmıştır.

Pencere fonksiyonu temel olarak alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren vb. Prototip filtrelerin tasarımı için kullanılmaktadır. Herhangi bir frekans tepkisi ile FIR filtreleri tasarlamak için çok uygun değildir. Pencere tasarım yönteminin en büyük dezavantajı, alçak geçiren bir FIR filtresinin tasarımında, geçirme bandı kenar frekansı  $\omega_p$  ve durdurma bandı kenar frekansı  $\omega_s$  gibi kritik frekansların hassas kontrolünün olmaması için ve bunun değeri, Pencere tipi ve filtre uzunluğu  $M$ 'dir.

Öte yandan, frekans örnekleme tasarımı tekniği, belirli bir büyüklük yanıtı ile FIR filtreleri tasarlamak için uygundur. Bu tasarım metodu, gerçek değerli frekans tepki özelliği  $H_r(\omega)$  frekanslarda belirlendiği yönüyle pencere tasarım yönteminden daha iyidir:  $\omega_k=2\pi k/M$  veya  $\omega_k=\pi(2k+1)/M$  ve geçirme Bant  $2\pi/M$ 'lik bir katmandır (Proakis ve Manolakis 2007).

Frekans örnekleme tasarım tekniği, FIR filtresi ayrık Fourier dönüşümü DFT vasıtasıyla frekans alanında veya frekans örnekleme gerçekleştirmelerinden herhangi birinde gerçekleştirildiğinde özellikle caziptir. Bu gerçekleştirimin avantajı, geçirme bandında haricinde, tüm frekanslarda sıfır ya da birim olabilen gerçek değerli frekans tepkisinin  $H_r(\omega_k)$  olmasıdır (Proakis ve Manolakis 2007). Rasgele genlik-faz yanıtı FIR filtreleri bu tasarım tekniği ile kolaylıkla tasarlanabilmektedir. Büyük bir dezavantaj ise: bu tasarım tekniği, bant kenar frekanslarının  $\omega_p$  ve  $\omega_s$  konumunun hassas bir şekilde kontrol edilmesine veya geçirme bandı dalgalıklarının  $\delta$  değerine sahip olmamasına ve Rabiner ve diğerlerinin (1970) tasarım tablosunun kullanılabilirliğine bağlıdır (Ifeachor ve Jervis 2002).

Daha önce de belirttiğimiz gibi, pencereleme ve frekans örnekleme tasarım yönteminin alçak geçiren FIR filtresi tasarlanması ve uygulanması oldukça kolaydır. Bu teknikler, geçirme bandı dalgalanma  $\delta_1$  ve durdurma bandı zayıflatma  $\delta_2$  gibi bant özelliklerine sahip olmadıkları gibi bazı dezavantajlara sahiptirler. Kullanıcı, tasarımdan elde ettikleri her şeyi kabul etmeleri anlamına gelmektedir. Geçirme bandı ve söndürme bandı dalgalanmasını belirleyebildiğimiz birçok en iyileme tasarım tekniği vardır ve bu tekniklerden bazıları eşitlik ve en küçük kareler yöntemleridir.

Bu çalışmada optimum eşit dalgalı tasarım tekniği kullanılmıştır ve bu tasarım tekniğindeki en önemli özelliklerinden biri Parks ve McClellan algoritmasıdır.

Çalışmada, Remez algoritması, geçirme bant hatasını azaltmak için kullanılmıştır. Bu durumda En İyileme (optimum) eşit dalgalı tasarım yöntemi diğer iki yöntemden daha üstündür, ancak En İyileme tasarım yönteminin bir FIR filtresi tasarlamak için ilk tercih olduğu anlamına gelmez. Tasarım tekniğinin seçimi (mühendis ve kullanıcı için) ağırlıklı olarak yaklaşımın doğruluğundan, tasarımın kolaylığından veya sabit bir

nicleme doğruluğu ile bir gerçekleştirme yönteminden ödün verilmesine bağlıdır (Rabiner 1971).

Herhangi bir sayısal filtre tasarımcısı veya kullanıcısı için önemli olan husus, bazı özellikleri karşılamak için yeni bir filtre tasarım kolaylığıdır.



## KAYNAKLAR

**Manolakis, D.G., Ingle, V. 2011.** FIR Filter design: Digital of FIR filters: Applied Digital Signal Processing Theory and Practrice, Cambridge University Press: Richard, M. Dansereau, New york, USA, s.342-360.

**Ifeachor, E.C., Jervis, B.W. 2002.** A framework for digital filter design: Digital Signal Processing A pratical Approach, Prentice Hall: United States of America, s. 318-321.

**Proakis, G.J., Manolakis, D.G. 2007.** Design of Digital filters: Digital Signal Processing Principles Algorithms and Applications, Pearson Prentice Hall., Pearson Education Inc., Upper Saddle River: New Jersey 07458, s. 655-701.

**Rabiner, L.R. 1971.** Techniques for designing Finite Duration Impulse Response Digital Filters. *IEEE Transactions on Communication Technology*, 19(2): s. 188-194.

**Tan, L. 2008.** Finite impulse response filter design: Digital Signal Processing Fundamentals and Applications., Elsevier Inc, California: 92101 USA. s. 268-292.

**Kuo, S.M., Lee, B.H. 2001.** Introduction to Digital Filter: Real-Time Digital Signal Processing Implementation Applications and Experiements with the TMS320C55X, John, Wiley. & Sons LTD: PO 191UD England, s. 181-192.

**Parks, T.W., McClellan, J.H. 1972.** Chebyshev Appoximation for non-recursive Digital Filters with Linear Phase. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 19(2): s. 189-194.

**Parks, T.W., McClellan, J.H. 1972.** A program for the Design of Linear Phase Finite Impulse Response Digital Filters. *IEEE Transactions on Audio and Electrocircuits*, 20(3): s. 195-199.

**Ingle, V., Proakis, J.G. 2012.** FIR filter design: Digital Signal Processing using MATLAB, Cengage Learning: 200 First Stamford USA, s. 344-358.

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : OUDAH DEPHALLAH EL-HAFIZ

Doğum Yeri ve Tarihi : Ndjamenen-Çad, 01/01/1988

Yabancı Dili : Fransızca, Arapça, İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Barış Fen lisesi ndjamena-Chad-2004-2007

Lisans : Elektronik Mühendisliği conakry Üniversitesi conakry-Gine 2007-2011

Yüksek Lisans: Elektronik Mühendisliği Uludağ Üniversitesi 2014-2016

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl : ZIZ Electricity & Maintenance Company 2012-2013

Sotelgui Group SA Telecommunications: 2010

Sotel-Chad Group SA Telecommunications: 2012

İletişim (e-posta) : kamkoulak17@yahoo.fr kamkoulak17@live.fr



## EKLER

Bu çalışmada bazı yöntemler simülasyonlar gerçekleştirmek için Matrix Laboratuvarı (MATLAB) fonksiyonları kullanılmıştır. Bu fonksiyonları bazı problemleri sayısal olarak çözmesi gerekmektedir.

MATLAB fonksiyonları iki kaynaktan elde edilmiştir: Sayısal Sinyal İşleme, MATLAB kullanarak. Üçüncü Baskı Kullanımı başlıklı kitap, V.K. Ingle ve J.G. Proakis Ve Sayısal Sinyal İşleme Esasları ve Uygulamaları 2008, Li Tan.

Yukarıdaki kitaplardan aşağıdaki MATLAB programları kullanılmıştır:

**% Example 3.2.3 (Digital Signal Processing Using MATLAB'dan Third Edition, by V.K. Ingle and J.G. Proakis)**

```
% Naive approach Figure 3.2.2.m
M = 20; alpha = (M-1)/2; l = 0:M-1; wl = (2*pi/M)*l;
Hrs = [1,1,1,zeros(1,15),1,1]; %Ideal Amp Res sampled
Hdr = [1,1,0,0]; wdl = [0,0.25,0.25,1]; %Ideal Amp Res for plotting
k1 = 0:floor((M-1)/2); k2 = floor((M-1)/2)+1:M-1;
angH = [-alpha*(2*pi)/M*k1, alpha*(2*pi)/M*(M-k2)];
H = Hrs.*exp(1i*angH); h = real(ifft(H,M));
[db,mag,pha,grd,w] = freqz_m(h,1); [Hr,ww,a,L] = Hr_Type2(h);
subplot(2,2,1);plot(wl(1:11)/pi,Hrs(1:11),'o',wdl,Hdr);
axis([0,1,-0.1,1.1]); title('Frequency Samples: M=20')
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Hr(k)')
subplot(2,2,2); stem(1,h); axis([-1,M,-0.1,0.3])
title('Impulse Response'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
subplot(2,2,3); plot(ww/pi,Hr,wl(1:11)/pi,Hrs(1:11),'o');
axis([0,1,-0.2,1.2]); title('Amplitude Response')
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Hr(w)')
subplot(2,2,4);plot(w/pi,db); axis([0,1,-60,10]); grid
title('Magnitude Response'); xlabel('frequency in pi units');
ylabel('Decibels');
```

Örnek 3.2.4 Optimum tasarım yöntemini kullanarak, daha iyi bir alçak geçiren FIR filtresi tasarlanması örnek 3.2.3. (Ingle and Proakis 2012).

**%Figure3.2.3.m**

```
% Optimum for M=60
M = 60; alpha = (M-1)/2; l = 0:M-1; wl = (2*pi/M)*l;
Hrs = [ones(1,7),0.5925,0.1099,zeros(1,43),0.1099,0.5925,ones(1,6)];
Hdr = [1,1,0,0]; wdl = [0,0.2,0.3,1]; %Ideal Amp Res for plotting
k1 = 0:floor((M-1)/2); k2 = floor((M-1)/2)+1:M-1;
angH = [-alpha*(2*pi)/M*k1, alpha*(2*pi)/M*(M-k2)];
H = Hrs.*exp(1i*angH); h = real(ifft(H,M));
[db,mag,pha,grd,w] = freqz_m(h,1); [Hr,ww,a,L] = Hr_Type2(h);
subplot(2,2,1);plot(wl(1:31)/pi,Hrs(1:31),'o',wdl,Hdr);
axis([0,1,-0.1,1.1]); title('Frequency Samples: M=60')
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Hr(k)')
subplot(2,2,2); stem(1,h); axis([-1,M,-0.1,0.3])
```

```

title('Impulse Response'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
subplot(2,2,3); plot(ww/pi,Hr,wl(1:31)/pi,Hrs(1:31),'o');
axis([0,1,-0.2,1.2]); title('Amplitude Response')
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Hr(w)')
subplot(2,2,4); plot(w/pi,db); axis([0,1,-90,10]); grid
title('Magnitude Response'); xlabel('frequency in pi units');
ylabel('Decibels');

```

**Örnek 3.3.1 için Matlab kodları** (Digital Signal Processing Fundamentals and Applications 2008, by Li Tan.)

```

% fig_remez_ Figure 3.3.3.m
M = 64;
fs = 8000; f = [0 0.25 0.3 1]; % Edge frequencies
Hdr = [1 1 0 0]; % Ideal magnitudes; W = [1 12]; % Error weight factors
h = remez(M-1, f, Hdr, W); % Parks-McClellan algorithm and Remez exchange
format long freqz(h, 1, 512, fs) % Plot the frequency responses
axis ([0 fs/2 -80 10]);

```

Örnek 3.3.2 Aşağıdaki özelliklere sahip bir alçak geçiren filtre tasarlanması:

arzu edilen filtrenin özellikleri  $M = 54$  ve  $120$  için (Digital Signal Processing Fundamentals and Applications 2008, by Li Tan.)

Ağırlık fonksiyonu keyfi olarak aşağıdaki gibi seçilmiştir:  $W(\omega) = [1,1]$ . ve  $H_{dr}(\omega) = [1100]$

```

% fig_remez_ Figure 3.3.6.m
M = 54;
fs = 8000; f = [0 0.2 0.3 1]; % Edge frequencies
Hdr = [1 1 0 0]; % Ideal magnitudes
W = [1 1]; % Error weight factors
h = remez(M-1, f, Hdr, W); % Parks-McClellan algorithm and Remez exchange
format long freqz(h, 1, 512, fs) % Plot the frequency responses; axis ([0 fs/2 -80 10]);

```

**Şekil 3.3.7**  $M = 120$  olan optimum eşiripple FIR filtresinin frekans tepkisi

```

% fig_remez_ Figure 3.3.7.m
M = 120;
fs = 8000;
f = [0 0.2 0.3 1]; % Edge frequencies
Hdr = [1 1 0 0]; % Ideal magnitudes
W = [1 1]; % Error weight factors
h = remez(M-1, f, Hdr, W); % Parks-McClellan algorithm and Remez exchange
format long freqz(h, 1, 512, fs) % Plot the frequency responses; axis ([0 fs/2 -80 10]);

```