Eğitim Fakültesi Dergisi

http://kutuphane.uludag.edu.tr/Univder/uufader.htm

Asal Sayıların, Bileşik Sayılardan Ayırımına İstatistiksel Bir Yaklaşım

Murat Altun

Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi, maltun@uludag.edu.tr

Özet. Tüm asal sayıları veren bir bağıntının bulunması pür matematiğin, bilinen ve henüz çözülememiş olan önemli problemlerinden biridir. Bu çalışmada, bu probleme, problem çözme stratejileri kullanılarak, uygulamalı matematiğe ait bir yöntemle yaklaşılmaktadır.

Çalışmanın amacı, sayıların ikilik sistemdeki karşılıklarında yer alan basamak değerlerinin sayının asal olmasındaki etkisini –varsa- ortaya koymak ve bu problemdeki kullanımına bakarak, problem çözme stratejilerinin ve bunların öğretiminin önemini vurgulamaktır.

Çalışmada, asal olan ve olmayan sayıların ikilik sistemdeki ifadelerinde yer alan basamak değerleri veri olarak kullanılmış ve sayıların ayırımı için diskriminant analizine başvurulmuştur. Diskriminant analizi sonucunda basamakların, sayının asal olmasında farklı etkiye (faktör yüklerine) sahip olduğu, bazı basamakların ise eşit güce sahip oldukları saptanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Asal sayılar, problem çözme, uygulamalı matematik, diskriminant analizi.

A Statistical Approach in Seperating Prime Numbers and the Others

Abstract. Finding of the relation which arise all prime number is an important unsolved problem of pure mathematics. In this paper, an approach is developed to solve this problem in applied mathematics by the way of basic problem solving strategies.

The first aim of this study is to put the power of the place value of numbers in binary system.t o explain whether a number is prim. The second aim as connected first is to explain the importance of problem solving strategies and its teaching.

Place values of numbers in binary system are used as data and the numbers is reclassified using as prime and combine by discriminant analysis. The result of the analysis show that some place has more power than the others and some places have the same power in indicating prime number or not.

Key Words: Prime numbers, problem solving, applied mathematics, discriminant analysis.

Asal sayıların birleşik sayılardan ayırımı, matematiğin henüz çözülememiş olan önemli problemlerinden biridir. Birçok matematikçi bu problemle ilgilenmiş ve bunlardan bazıları, asal sayıları üretmek için bazı eşitlikler önermişlerdir. Pierre Fermat (1601-1665) bunlardan biridir ve n pozitif tamsayı olmak üzere F(n)= 2^{2^n} +1'in asal olduğunu ileri sürmüştür. 1732'de Euler , bu eşitliğin n = 5 değeri için F(n)=4.294.967.297 olacağını ve bu sayının 641 ile bölünebildiğini, dolayısıyla Fermat'ın önerdiği bağıntının geçersiz olduğunu belirtmiştir. Legendre, tüm asal sayıları veren bir rasyonel cebirsel bir fonksiyonun olamayacağını göstermiştir. 1752'de Goldbach tüm tamsayılar için asal sayıları veren ve katsayıları tamsayı olan bir polinomun olmadığını kanıtlamıştır (Hardy ve Wrigtt, 1979).

Bilgisayar yazılımlarındaki gelişmeler, bu problemin çözümü için bazı ümitler yaratmış ise de, kesin bir çözüm hala bulunabilmiş değildir. Çözülmüş olsaydı ne olurdu? Matematiğin üretilmesinde önemli rol oynayan doğruyu bilme ve anlama dürtüsü bir sonuca daha ulaşmış olur ve belki insanlık için çok yararlı başka kuramlara kaynaklık ederek, ya da gezegende hayat bitene kadar hiçbir işe yaramayacak bir doğru bilgiye ulaşılmış olurdu. Eğer çözülseydi örneğin, ödüllü soru olarak bilinen "her çift sayı iki asal sayının toplamı olarak yazılabilir." önermesinin ispatı ve benzerleri için uygun bir zemin oluşturabilirdi.

Bu çalışma da bu problemle ilgilidir. Aslında problem Sayılar Kuramı ile ilgili olup, matematiğin kendi iç tartışmalarından biridir. Bundan ötürü çalışmada tümüyle Sayılar Kuramı ile ilgili temel bilgilerden yararlanılması beklenir, ancak, bu çalışma problemi başka bir açıdan ele almakta ve bu yönüyle farklılık göstermektedir.

Çalışmanın amacı, hem asal sayıların bileşik sayılardan ayırımı ile ilgilenenlere uygulamalı matematiğe dayalı bir bakış açısı ortaya koymak, hem de bir problem çözme yaklaşımının böyle bir çözüm girişiminde ne ölçüde işe yarayabileceğini göstermektir. Çalışmada izlenen yol hemen her insanın muhakeme edebileceği ve izleyebileceği bir düzeyde olup ilköğretimin ilk yıllarından itibaren öğretilebilen problem çözme stratejilerinin, özellikle burada başvurulan **küçük modellerden yararlanma** ve **bağıntı bulma** stratejilerinin bir uygulamasıdır.

Bu çalışmadan asal sayıları diğerlerinden probleminin çözümü için bir yol göstermesi beklenebilir. Bunun yanı sıra, ayrıca pür matematikte, bu ve benzeri problemlerle uğraşanlara nerede yoğunlaşmaları gerektiği hakkında ipuçları verilebilir.

Problem

Asal sayılar "2,3,5,7,11,13,... şeklinde bir dizi olup, dizi elemanlarının 1 ve kendilerinden başka pozitif tam bölenleri yoktur. Bu özelliğe uyan 1 sayısı ise asal sayılardan ayrı tutulmuştur. 1 sayısını asal sayılardan ayıran özellik, pozitif tamsayı çarpanları kümesinin bir elemanlı, asal sayıların herbirinin ise iki elemanlı olmasıdır. Bu düşünce esas alınarak asal sayı, "Doğal sayı çarpanları kümesi iki elemanlı olan sayılara denir." şeklinde tanımlanabilmektedir.

Kullanmakta olduğumuz sistem 10'luk sistem olup, sayılar da çarpanlar da 10'luk sistemde birer sayıdır. Sayıları 10'luk sistemde incelemek yerine daha küçük sayıları taban kabul eden (2'lik, 5'lik gibi...) sistemlerde incelemek daha ayrıntılı bilgiler verebilir.

Bu çalışmada doğal sayıların ifade edilebileceği en küçük taban olan 2'lik tabandaki yazılımda yer alan basamaklarından herhangi biri veya birkaçı sayının asal olmasına diğerlerinden daha fazla bir katkı verir mi? Eğer verirse bu ne şekilde olur ve buna dayanarak asal sayıları belirleyen bir yöntem geliştirilebilir mi? diye düşündük. Örneğin, 13 asal bir sayıdır ve ikilik sistemde $13=(1101)_2$ şeklinde yazılır. 13'ün asal olmasında buradaki basamaklardan herhangi biri veya birkaçı diğerlerine göre daha etkin midir? Bunu araştırdık.

Yöntem

Çalışmada sayılar ikilik sistemdeki basamak sayıları dikkate alınarak {0,1}, {2,3},{4,5,6,7},{8,9, ... ,15}, {16,17, ... ,31}, ... şeklinde kümeler halinde ele alındı ve böyle yedi küme üzerinde çalışıldı. Her bir kümedeki sayılar alt çalışma alanı olarak seçildi. Sayılar asal olanlar ve olmayanlar olarak iki gruba ayrıldı. Asal olanlar 1, asal olmayanlar 0 ile kodlandı. Sayıların ikilik sistemdeki basamak değerleri belirlendi ve bunlar veri olarak kullanıldı. Daha sonra veriler SPSS aracılığı ile diskriminant analizine tabi tutuldu ve sınıflama bu veriler üzerinden yeniden yapıldı.

Diskriminant analizinin amacı; gruplar içi varyansa oranla, gruplar arası varyansı (ya da ayırımı) maksimum yapan diskriminant fonksiyonlarını belirlemek, gruplar arasındaki ayırıma en çok katkıda bulunan ayırıcı değişkenleri saptamak, analiz öncesinde gruplardan birinden geldiği varsayılan fakat hangi gruba ait olduğu bilinmeyen bireylerin eldeki gruplardan birine dahil edilmesi için gerekli kuralları belirlemektir (Emin, 1984).

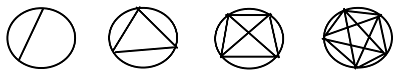
Bu çalışmada kullanılan problem çözme stratejileri, küçük modellerden yararlanma ve bağıntı bulmadır. Küçük modellerden yararlanma stratejisinin amacı, problemdeki karmaşayı azaltmak için, problemin benzer basit bir modeli üzerinde çalışmak ve çözüm için ipuçları yakalamaktır (Billstein ve arkadaşları, 1997). Bu çalışmada asal olanlar ve olmayanların ayırımının 4-7, 8-15, 16-31 gibi küçük modeller üzerinde incelenmesi ile bu stratejiye başvurulmuş olmaktadır. Bazen modelin çok küçük olması bilgi kaybı yaratabilir ve gerçek probleme model olma durumu zayıflayabilir. 2-3 sayı grubundaki elemanların ikisinin de asal olması bu duruma örnektir ve asal olanlarla olmayanların ayırımı bu modelde ortadan kaldırmaktadır. Problem çözme stratejisi olarak bağıntı bulma, bir dizinin elemanlarını türeten bağıntıyı görmek ve problemi çözmede bundan yararlanmaktır (Billstein ve arkadaşları, 1997). Bu çalışmadaki 4-7, 8-15, ... gibi sayı grupları dizi elemanları olarak düşünülmüş ve bu gruplarda ayırıma katkı veren basamakların bir düzen içinde belirip belirmedikleri araştırılmıştır.

Bir bağıntıya çeşitli şekillerde ulaşılabilir. Bağıntıya ispat yoluyla ulaşma kuşkusuz ki en etkin yoldur. İspat yapmanın zor olduğu durumlarda bağıntı basit örnekler üzerinde çalışmayla kestirilebilir. Çocuklarda ispat yapma fikrinin henüz tam olgunlaşmadığı dönemlerde ve ispat yapmanın imkansız göründüğü durumlarda basit örneklerden yararlanma problem çözme için etkin yollardan biridir. Basit örneklerden hareketle elde edilen bağıntılar, kuşkusuz ki yanlış olma riski taşır. Bunun nedenlerinden biri çalışılan örneklerde birden çok bağıntının geçerli olması ve hangisi ile devam edileceğine karar vermede güçlük çekilmesidir.

1, 2, 4, ... şeklinde devam eden bir dizinin elemanları arasında +1, +2 gibi artışların olduğu ve sıranın +3'le elde edilen terime geleceğine ve 7 olacağına, dizi elemanlarının bir önceki terimin 2 ile çarpılması ile elde edildiği düşüncesi hakim olursa dizinin 8 ile devam edeceğine karar verilir.

Bir başka sıkıntılı durum, dizinin özel örneklerden elde edilen bağıntıya uygun davranmaması ve sonucun anlaşılamamasıdır.

Bir çemberin üzerinde bulunan n nokta ikişer ikişer birleştirilirse, çember en çok kaç bölgeye ayrılır? sorusu için n=1, n=2, n=3, n=4 için örnekler aşağıda verilmiştir.



2 4 8 16

Sırası gelen terimin, yani bölge sayısının 32 olması beklenirken, cevabın 31 çıkması tüm beklentileri boşa çıkarmaktadır (7 nokta için çemberin 64 bölge oluşacağı düşünülürken, 56 bölge oluştuğu görülmüştür.) (Billstein ve arkadaşları, 1997).Dairede bölge sayısını veren genel formül 1/24'tür (n^4 – $6n^3$ + $23n^2$ – $18n$ + 24) tür (Wells. 1995).

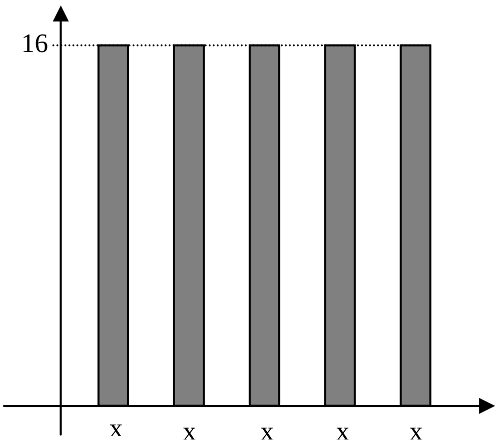
Bunun yanı sıra bazen bir bağıntının gerçek değeri örnek büyüklüğüne bağlı kalmakta ve gerçek değere ancak çok büyük örnekler için yaklaşılmaktadır. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... şeklinde devam eden Fibonacci Dizisi'nin ardışık terimleri arasındaki oran 0,618... dir ve bu değere, 1/1=1, 1/2=0,5, 2/3=0,666,... 3/5=0,6 gibi değerlerle alttan ve üstten yaklaşılmaktadır. Bizim ulaşmaya çalıştığımız sonuç bu türden bir sonuç da olabilir.

Bu bakımdan, sayıların ikilik sistemdeki karşılıkları dikkate alınarak, iki basamaklı olanlar, üç basamaklı olanlar, ..., on basamaklı olanlar ayrı ayrı diskriminant analizine tabi tutuldu ve basamakların faktör yükleri araştırıldı.

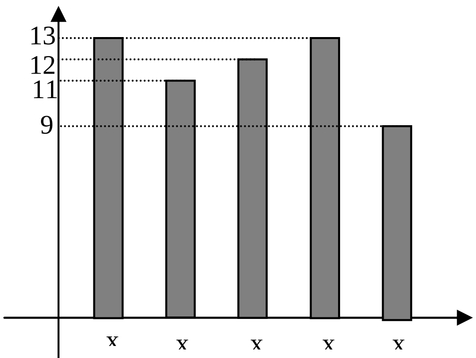
Burada temel sorunlardan biri de, dağılımların normal dağılım gösterip göstermedikleri hususudur. Kullanılan diskriminant analizi programları normal dağılım varsayımını esas almaktadır. Üzerinde çalışılan dağılımlar normal dağılıma uymuyorsa hatalı sınıflamalar olabilir.

Bu çalışmanın üzerinde yürütüldüğü dağılımlar kesikli dağılımlardır. Veri sayısının artması durumunda normal dağılıma yaklaşıp yaklaşmayacakları ayrı bir inceleme konusudur. Asal sayılar ve bileşik sayılar, birlikte düzgün dağılım göstermektedir. Gruplar bu dağılımın ayrık bir örtüsünü meydana getirdiğinden her ikisinin ayrı ayrı normal dağılıma yaklaşmayacağı açıktır. Bir örnek olarak, 32-63 arasındaki sayıların (a) tümü, (b) bileşik olanlar , (c) asal olanlar için elde edilen histogramlar şekil 1'de görülmektedir.

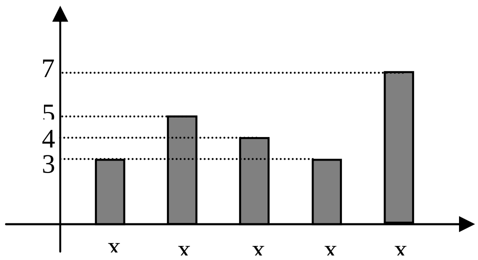
$x_1=2^0$, $x_2=2^1$, $x_3=2^2$, $x_4=2^3$, $x_5=2^4$, $x_6=2^5$ olup 25 (otuzikiler) tüm sayılarda 1 değerini aldığı için ayırıma bir katkısı olmayacağı düşüncesiyle grafiklerde ve analizlerde göz ardı edildi.



Şekil 1a) 32-63 arasındaki sayıların ikilik sistemdeki basamak değerleri dağılımı ($x_1 = 2^0$'lar, $x_2 = 2^1$'ler, $x_3 = 2^3$'ler, $x_4= 2^4$'ler, $x_5= 2^5$'ler)



Şekil 1b) 32-63 arasındaki asal olmayan sayıların ikilik sistemdeki basamak değerleri dağılımı



Şekil 1c) 32-63 arasındaki asal sayıların ikilik sistemdeki basamak değerleri dağılımı

Dağılımın şeklinin belirlenmesi ve bu dağılımı esas alan bir diskriminant analizi programı kullanılması hatalı sınıflama sayısını sıfırlayacak veya en aza indirebilecektir.

Bu çalışmada dağılımların normal dağılım gösterdiğinin varsayılması bir risk oluşturmaktadır ve bu varsayım sonuçlara hatalı sınıflama sayısını arttırarak olumsuz katkıda bulunabilir, ancak bu yapılan analizlerin hiçbir anlamlı sonuç üretmeyeceği anlamına gelmez Bu riske rağmen asal sayıları asal olmayanlardan ayırmak için düşünülen yöntemi sunmak ve bu şekliyle ulaşılabilecek sonuçları görmek için çalışma bu varsayımlar altında sürdürülmüştür.

Verilerin elde Edilmesi ve analizi:

Verilerin elde edilmesi için öncelikle 0 ile 1063 arasındaki pozitif tamsayılar ikilik sistemde ifade edişmiş, bu sayılar basamak sayıları esas alınarak 10 gruba ayrılmıştır. Arkasından, bu gruplardaki sayılar, asal olanlar ve olmayanlar (bileşik) olmak üzere kendi arasında iki gruba ayrılmış ve asal olanlar 1, bileşik olanlar 0 ile kodlanmıştır. Tablo 1'de 32 ile 63 arasındaki sayılar için üretilen veri grubu görülmektedir.

Tablo 1. 32-63 Arasındaki Sayılar İçin Veri Grubu

Sayı	**Grup Kodu**	**Basamak Değerleri**					
		2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
32	0	1	0	0	0	0	0
33	0	1	0	0	0	0	1
34	0	1	0	0	0	1	0
…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	...	...	...	...	...	...
41	1	1	1	0	0	0	1
42	0	1	1	0	0	1	0
43	1	1	1	0	0	1	1
…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…
63	0	1	1	1	1	1	1

32 ile 63 arasındaki sayıların tümünün ikilik sistemdeki karşılıkları (32=100000) altı basamaklıdır, dolayısıyla bu sayıların her biri için altı

veriye sahibiz. Bu sayılardan 7 tanesi asal, 25 tanesi bileşiktir. Analiz öncesinde bilinen bu iki sınıftan asal olanlar 1, olmayanlar 0 ile kodlanarak SPSS programı yardımıyla diskriminant analizine tabi tutuldu. 25 (otuzikiler) basamağı göz ardı edildiğinden ayırım diğer basamaklar üzerinden yapılmıştır.

Bulgular

8-15 grubundan başlayarak sırayla yedi sayı grubunda yer alan asal ve bileşik sayılar diskriminant analizine tabi tutuldu. Elde edilen sonuçlar 32 ile 63 arasındaki örnek üzerinde şöyle özetlenebilir

Grup ortalamaları ve standart sapmaları hesaplandı. Sonuçlar Tablo 2'de görülmektedir (Tablo 2).

Tablo 2. Grup İstatistikleri

Grup Kodu		Ortalama	Standart Sapma	Sıklık
,00	ONALTILAR	,5200	,5099	25
	SEKIZLER	,4400	,5066	25
	DÖRTLER	,4800	,5099	25
	IKILER	,5200	,5099	25
	BIRLER	,3600	,4899	25
1,00	ONALTILAR	,4286	,5345	7
	SEKIZLER	,7143	,4880	7
	DÖRTLER	,5714	,5345	7
	IKILER	,4286	,5345	7
	BIRLER	1,0000	,0000	7
Total	ONALTILAR	,5000	,5080	32
	SEKIZLER	,5000	,5080	32
	DÖRTLER	,5000	,5080	32
	IKILER	,5000	,5080	32
	BIRLER	,5000	,5080	32

Grup ortalamalarının eşitliğini test etmek için Wilks' Lambda (Gruplararası kareler toplamının, genel kareler toplamına oranı (GAKO/GKT)) ve F (Gruplararası değişkenliğin gruplar içi değişkenliğe oranı) hesaplandı (Tablo 3). Bunların anlamlılık düzeyleri incelendiğinde bu örnekte birler basamağının en güçlü olduğu, bunu sekizler basamağının izlediği görüldü.

Tablo 3. Grup Ortalamalarının Eşitliğinin Testi

	Wilks' Lambda	**F**	**Grup Serbestlik Derecesi**	**Veri Serbestlik Derecesi**	**Anlamlılık Düzeyi**
ONALTILAR	,994	,172	1	30	,681
SEKIZLER	,949	1,627	1	30	,212
DÖRTLER	,994	,172	1	30	,681
IKILER	,994	,172	1	30	,681
BIRLER	,720	11,667	1	30	,002

Diğer basamaklar ikiler, dörtler, onaltıların aynı zayıf bir güce sahip oldukları dikkat çekti. Eğer zayıf güce sahip olan basamaklarla ilgili F değerlerine k denecek olursa, birler basamağının gücü ~70k, sekizler basamağının gücü ~10k olarak hesaplandı.

Gruplararası kareler toplamının, gruplar içi kareler toplamına oranından hesaplanan özdeğer (GAKO/GİKO) 0.535 olup, varyansın % 100'ünü açıklar niteliktedir (Tablo 4).

Tablo 4. Özdeğerler

Fonksiyon	**Özdeğer**	**Fonksiyonun Açıklayabildiği Varyans**	**Açıklanan Toplam Varyans**	**Kanonik Korelasyon**
1	,535	100,0	100,0	,590

Analizlerde birinci özdeğere karşılık olan diskriminant fonksiyonu kullanılmıştır.

Fonksiyonu test etmek amacıyla hesaplanan Wilks' Lambda 0,651 olup, dönüştürülebildiği χ^2 değeri 11,786'dır ve anlamlılık düzeyi 0,038 olarak bulunmuştur. Bu χ^2 değeri grupların farklı olduğunu göstermektedir.

Kanonik Diskriminant Fonksiyonu katsayıları hesaplandı ve bunlar Tablo 5'teki gibidir.

Tablo 5. Kanonik Diskriminant Fonksiyonu Katsayıları

	Birinci Fonksiyon
ONALTILAR	-,307
SEKIZLER	,922
DÖRTLER	,307
IKILER	-,307
BIRLER	2,150
(sabit)	-1,382

Bu katsayılardan da 2^0 (birler) ve 2^3 ün (sekizler) sınıflandırmaya katkılarının yüksek olduğu görülmektedir. 2^1, 2^2 ve 2^4'ün katkısına K denecek olursa 2^3 ün (sekizler) katkısının 3k, 2^0 ın (birler) katkısının 7k olduğu görülebilir.

Diskriminant fonksiyonu yardımıyla hesaplanan diskriminant skorları ile basamak değerlerinin oluşturduğu değişkenler arasında hesaplanan korelasyonlar yapısal matriste görülmektedir (Tablo 6). Birler ve sekizlerin değerlerine göre yüksek korelasyona sahip olduğu görülmektedir.

Tablo 6. Yapısal Matris

	Fonksiyon İle Basamakların Korelasyonu
BIRLER	,853
SEKIZLER	,318
DÖRTLER	,104
ONALTILAR	-,104
IKILER	-,104

Diskriminant skorları ile 2^0 lar basamağının korelasyonu en yüksek, 2^3 ler basamağının düşük, diğer basamakların 0'a yakın olduğu gözlendi.

Sınıflandırma SPSS yardımıyla Mahalanobis uzaklığı hesaplanarak yapıldı ve doğru sınıflama oranı % 84,4 bulundu (Tablo 7). Asal olan sayılarda, doğru sınıflamanın % 100 düzeyinde gerçekleşirken bunun yanı sıra 32 ile 63 arasındaki sayılardan 5 tanesi asal olmadıkları halde asal olarak sınıflandı.

Tablo 7. Sınıflandırma Sonuçları

		Tahmin Edilen Grup Üyeliği		Toplam
		Bileşik (0)	**Asal (1)**	
Sınıflama Sayıları	Bileşik (0)	20	5	25
	Asal (1)	0	7	7

Doğru sınıflandırma oranı % 84,4

Bu çalışmada ilgilenilen gruplardaki analizlerden elde edilen sonuçlar Tablo 8'de özetlenmektedir.

Tablo 8. Sayı Grupları İle İlgili Sonuçlar

Sayı Sınıfları	Ayırıma Katkı Veren Basamaklar	χ^2 Değeri	Doğru Sınıflama Oranı (%)
8-15	2^0	1,628	75,0
16-31	2^0	8,538	81,5
32-63	2^0 ve 2^3	11,786*	84,4
64-127	2^0 ve 2^4	20,930*	71,9
128-255	2^0 ve 2^3	33,312*	68,8
256-511	2^0, 2^2, 2^4	57,161*	66,8
512-1023	2^0, 2^4, 2^3, 2^5	96,075*	64,6

* 0,05 seviyesinde anlamlı

Sonuç

Bu çalışmanın konusu, problem çözme stratejilerini bir pür matematik probleminde kullanmak suretiyle asal sayıları olmayanlardan ayırma üzerine bazı sonuçlar elde etmekti. Asal sayıları diğerlerinden % 100 oranında ayırmamış (doğru sınıflama oranı % 84.4) olmasına rağmen 20 ayırıma en çok katkı veren basamak olmuş ve diğer basamaklar da etki güçleri itibariyle belli gruplarda toplanmışlardır. Bu bakımdan çalışma problem çözme stratejilerinin bu tür problemlere çözüm girişimi geliştirmede işe yarayacağına işaret etmektedir. Bu çalışmada basit modellerden yararlanma ve bağıntı bulma stratejileri kullanılmıştır. Buradaki basit modeller 0-1, 2-3, 4-7, 8-15, 16-31, 32-63, 64-127, 128-255, 256-511, 512-1023 sayı gruplarıydı. İzleyen sayı grupları 1024-2047, 2048-4095...idi ve bu sayı gruplarını incelemenin veri girişi ve bilgisayar kapasiteleri bakımından zorlukları vardı.

Bu küçük modeller üzerinde çalışma, bu ünlü problemle ilgili bazı hususları belirgin hale getirmiştir. Tüm modellerde **asal sayıların % 100 oranında doğru sınıflanması,** gruplar büyüdükçe asal olanlarla olmayanların farklılığını ifade eden **F değerinin artması** önemli ve dikkate değer bulunmuştur. Ayrıca, **basamakların faktör yüklerine göre gruplanmış olması** da (Tablo 3) göze çarpan başka bir sonuçtur.

Bütün bunların yanı sıra bulunan sonuçlar, problemin çözümü olarak -bir gün mümkün olacaksa- y=f(x) türünde doğrusal, çok dereceli veya üstel bir bağıntıyı işaret etmekten uzaktır. Çalışmanın bulguları, asal olan ve olmayan sayılarla ilgili verilerin (ikilik sistemdeki basamak değerlerinin) dağılım matrislerinin eşitliği ve dağılımların normal dağılıma uygun olduğu varsayımını kaldırmak suretiyle yapılacak olan sınıflandırmalarla daha ileri sonuçlar üretilebileceğini düşündürmektedir.

Kaynaklar

Billstein, R.; Liberskind S. and Johnny W. Lott (1996). **A Problem Solving Approach to Mathematics for Elemantary School Teachers.** Addison Wesley Longman.

Wells, D. **Matematiğin Gizli Dünyası.** Sarmal Yayınevi (Çev: Selçuk Aslan), 1997, İstanbul.

Emin, S.M. (1984). **Çok boyutlu Verilerin Bazı İstatistiksel Analiz Yöntemleri ve Uygulamaları.** Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Hardy, G.H. ve Wright E.M (1979). **A Introduction to the Theory of Numbers.** Clarendon Pres.