Uludağ Üniversitesi
Eğitim Fakültesi
Dergisi
http://kutuphane. uludag. edu. tr/Univder/uufader. htm

Lise Öğrencilerinin Parçalı Fonksiyon Bilgisini Oluşturma ve Pekiştirme Süreci

Murat Altun, Aslıhan Yılmaz

Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü
maltun@uludag.edu.tr,aslihannyilmaz-@hotmail.com

ÖZET

Öğretimin niteliğini artırmada bilişsel süreçlerin incelenmesinin ciddi fırsatlar sunacağı beklentisi dikkatleri soyutlamanın açıklaması ile ilgili RBC + C (recognizing, building with, constructing + consolidation) modeline yöneltmiştir. Bu düşünceden hareketle bu çalışmada, uygun bir öğrenme ortamında, lise öğrencilerinin Parçalı Fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreçleri incelenmiştir. Çalışma gönüllü iki lise öğrencisi ile grup çalışması şeklinde gerçekleştirilmiş olup, öğretimde öğrencilerin ön deneyim ve bilgilerini kullanabilmelerine imkan veren, beş problem tasarlanmış ve sıralı olarak kullanılmıştır. Çalışmada öğrencilerin daha önce oluşturdukları bilgiyi, sonrakilerde de kullandıkları, Parçalı Fonksiyon bilgisini belirli bir düzeyde doğru olarak oluşturdukları ve pekiştirdikleri gözlenmiştir. Çalışma ayrıca, problem tabanlı öğretimin bilginin yapılandırılmasına güçlü katkısını ortaya koymuştur.

Anahtar Sözcükler: Soyutlama Süreci, Pekiştirme, Parçalı Fonksiyonlar, Bağlam İçinde Öğrenme, Yapılandırma.

High School Students' Processes of Constructing and Reinforcing Piecewise Function Knowledge

ABSTRACT

The expectation that examination of cognitive processes offers serious opportunities in increasing quality of instruction drew the attention to RBC + C (recognizing, building with, constructing + consoliolation) model, which is about explanation of abstraction. Departing from this point, in this study, high school students' processes of constructing and reinforcing piecewise function knowledge were examined in an appropriate learning environment. Application was carried out with two volunteer high school students as a group work. Five problems enabling the students to use their experiences and prior knowledge were designed and respectively used in the instruction. As a result, it was observed that the students benefited from their prior knowledge in constructing new knowledge and they could costruct and reinforce piecewise function knowledge correctly at a certain level. Moreover, the study revealed the strong contribution of problem based instruction to construction of knowledge.

Key Words: Abstraction Process, Reinforcement, Piecewise Functions, Learning in Context, Construction.

GİRİŞ

Matematik öğretimi üzerinde etkin olan iki kuramdan Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı ve Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin (Realistic Mathematics Education) her ikisinin de, bilgiye ulaşmada izledikleri yollarda farklılıklar olmasına rağmen (Gravemeijer, 1994), bilgiyi bireyin kendisinin oluşturduğu düşüncesini benimsemeleri, araştırmacıları "bilgi oluşturma süreci"ni ve bu süreç üzerinde etkili olan faktörleri incelemeye yöneltmiştir.

Bilgi oluşturma çoğu kez, özellikle matematiksel bilgi sözkonusu olduğunda, soyutlama deyimi ile aynı anlamdadır. Matematiğin bir soyutlama bilimi olması (Yıldırım, 1988), ulaşılan bilginin soyut olması (Hassan ve Mitchelmore, 2006), araştırmacıların dikkatini soyutlama sürecine çekmiş ve soyutlama süreci üzerine çeşitli araştırmaların yapılmasına vesile olmuştur. Soyutlama süreci üzerine yapılan çalışmalar; literatürde soyutlama, soyutlama süreci, bilgi oluşturma v.s. gibi konu başlıkları ile karşımıza çıkmaktadır. Bu çalışmanın konusu da bu türdendir ve lise matematik programında yer alan *Parçalı Fonksiyon* kavramının soyutlanması ile ilgilidir. Bu çalışmada, yapılandırmacı öğrenme kuramına uygun tasarlanmış bir öğrenme ortamında hedef bilginin oluşturması ve pekiştirilmesi süreci incelenmektedir.

Çalışmanın yürütülmesinde, yapılandırmacı öğretimin gerçekleşmesi ile ilgili kuram ve uygulama bilgisi ve matematiğin günümüzde kabul gören gerçekliğin modellenmesini temel alan problem çözme ve anlamlandırma süreci ile oluşan bilgi ve yine bu süreç içinde gelişen beceriler (De Corte, 2004) şeklindeki tanımı esas alınmıştır.

Araştırma için referans alınan bu düşünceler*, (i) yapılan öğretimin problem çözme tabanlı olmasını ve öğrencilerin informal bilgilerini kullanmalarına yer vermesini ve (ii) öğretim çalışmalarının gerçek yaşamdan seçilen modeller üzerinde yürütülmesini* gerektirmektedir.

Çalışmanın konusu olarak *Parçalı Fonksiyon*un seçilmesinin özel bir nedeni yoktur. Öncelikli amacımız, öğrencilere anlamlı matematik bilgi oluşturabilecekleri bir öğrenme ortamı tasarlamak, tasarlanan öğretimi denemek, böylece diğer matematik konuları içinde uygun olabilecek bir model çalışma yapmaktır.

Çalışmanın dayandığı temel kavramlardan *soyutlama*, en sade şekliyle, "somuttan soyuta geçiş süreci" olarak bilinir. Soyutlama öncelikle bilgi kuramcılarının ilgilendiği bir kavram iken, öğrenme süreci üzerindeki çalışmaların yoğunlaşması üzerine, eğitim kuramcılarının da ilgisini çekmiş ve ilgilenilen bir kavram olmuştur. Soyutlamanın karmaşık yapısından dolayı araştırmacılar tek bir anlamı üzerinde fikir birliğine varamamışlardır (Hassan ve Mitchelmore, 2006). Soyutlamanın başlıca iki şekli olarak *deneysel* ve *diyalektik* soyutlamadan söz edilmektedir. Bunlar birbirlerinin alternatifi olmayıp, soyutlama sürecinin farklı açılardan incelenmesi sonucunda yapılan tanımlamalardır. Alan araştırmacıları bu iki açıklamadan herhangi birini diğerine göre daha fazla ağırlık verebilmektedir.

Soyutlamanın deneysel formu, öğrencilerin zihinlerindeki *bazı nesneleri ortak özelliklerine göre ilişkilendirmek* suretiyle daha ileri bir matematiksel nesneye ulaşmalarında görülür (Mitchelmore ve White, 2004). Deneysel anlamda soyutlamanın olabilmesi için, bireyin birden çok örnek ile karşılaşması bir zorunluluktur. Soyutlama gerçekleştiğinde soyutlanan şeyin (kavram, genelleme v.s.) örneklere bağımlılığı kalmaz. Süreçte daima somuttan soyuta doğru bir ilerleyiş vardır.

Soyutlama ile ilgili ikinci açıklama, soyutlamanın diyalektik doğasına vurgu yapan açıklamadır. Diyalektik sözcüğü "düşüncenin, durmayan bir devinim ve değişim içinde bulunması ve düşüncedeki evrimin, iç çelişmelerin yaşanması sonucunda ortaya çıkması" anlamına gelir

(Hershkowitz ve ark., 2001). Soyutlamayı açıklamak için *diyalektik yaklaşımı* savunan Hershkowitz ve arkadaşları (2001), kendi deneyimlerini Davydov (1990)'un kuramı ile birleştirerek soyutlamayı "*Önceden edinilmiş matematiksel bilgilerin yeni bir matematiksel yapı oluşturmak üzere dikey olarak yeniden örgütlenmesi etkinliği*" şeklinde tanımlamışlardır. Bu tanımda geçen "*etkinlik*" sözcüğü ile bireysel veya grup çalışmaları için tasarlanmış öğrenme ortamlarında, öğrencilerin yürüttükleri eylemler, "*yeni bir matematiksel yapı*" ile soyutlama sonucunda oluşan matematiksel düşünce (kavram, bağıntı veya genellemeler), "*dikey örgütleme*" ile ise sembollerle çalışma, kavramlar arasında ilişkiler kurmak suretiyle mevcut matematiksel nesnelerden daha formal bir matematiksel nesneye ulaşma (De Lange, 1996; Hauvel – Panhuizen, 1996) kastedilmektedir. Diyalektik anlamda soyutlama için bir örnek üzerinde derinliğine çalışma gerekli ve yeterli olup, birden çok örneğe ihtiyaç yoktur.

Bir kavramın derinliğine incelenmesi, her yeni adımda kavramın anlamının daralması, genişlemesi veya sınırlanması ile kavramın daha soyut bir formuna ulaşılır. Soyutlamanın diyalektik açıklamasında deneysel soyutlamadaki somuttan soyuta doğru bir işleyiş yerine, soyuttan daha soyuta doğru bir ilerleyiş vardır.

Soyutlama süreci *doğrudan gözlenebilen bir durum olmadığından* (Dreyfus, 2007), soyutlama süreci hakkında bilgi verebilecek gözlenebilir eylemlerin tanımlanmasına ihtiyaç duyulmuştur. Herskhowitz ve arkadaşları (2001)'nın, yaptıkları soyutlama sürecinin içerdiği başlıca epistemik eylemleri **tanıma** (recognizing), **kullanma** (building with) ve **oluşturma** (constructing) olarak tanımlanmış ve soyutlama sürecini açıklamak için geliştirdikleri bu modele sözcüklerin ilk harflerini kullanarak RBC modeli adını vermişlerdir. Bunların her biri gözlenebilir niteliktedir ve bunların gözlenmesi ile soyutlama sürecinin daha derin tanınması söz konusu olabilir.

Dreyfus (2007) RBC modelindeki epistemik eylemlerin birbirleriyle iç içe geçmiş, birbirleri içinde yuvalanmış yapısını rapor etmiştir. Epistemik eylemler bazen aynı anda gerçekleşebilecekleri gibi bazen, sıralı eylemler halinde olabilmektedirler. Bu eylemlerden **tanıma** (recognizing), bireyin önceden kazanmış olduğu formal veya informal bilgilerle, öğrenme ortamındaki **matematiksel unsurlara anlam yüklemesi**, onları tanıması demektir. **Kullanma** (building with), tanımış bulunduğu matematiksel varlıkları yeni bilgi üretmek için **ilişkilendirme, onlardan yararlanma, problem çözmede kullanma,** anlamına gelir. Kullanma eylemi, öğrencilerin bir durumu anlatma, bir öneriyi savunma, bir varsayımda bulunma hallerinde ve bir problem çözme uğraşısı içinde olduklarında daha açık gözlenir. Çünkü bu durumda öğrenciler daha önceden tanıdıkları yapılara ihtiyaç duyar ve onlara başvururlar. **Oluşturma** (constructing) soyutlama sürecinin ana basamağıdır ve oluşturma tanınan yapıların kısmi değişikliğe uğratılarak yeniden yapılandırılması ve düzenlenmesi süreci ve bunun sonucunda yeni anlamlar inşa etmedir (Bikner – Ahsbahs, 2004). Oluşturma eylemi diğer iki epistemik eylemin gerçekleşmesini gerektirir (Dreyfus, 2007) Çünkü diğer epistemik eylemler yaşanmadan yeni bir yapıya ulaşılmaz.

Dreyfus (2007), soyutlama ile oluşturulan yeni yapıların kırılgan olduğunu ve bu durumun yeni yapıyı muhafaza etmeyi zorlaştırdığını belirtmiştir. Bu açıdan bakıldığında, soyutlamanın gerçekleşmesinin yanı sıra edinilen yeni kavramların pekiştirilmeye ihtiyacı olduğunu ve bu pekiştirmenin, (*i*) edinilmiş yapının onu da kapsayan başka bir yapı oluşturma sırasında kullanılması, (*ii*) yapıların üzerinde yoğun bir şekilde düşünme ve (*iii*) yapıya, başka bir problemin çözümünde ihtiyaç duyma ve başka bir yapının oluşturulması sırasında kullanma (Dreyfus ve ark., 2006) ile gerçekleşebileceğini belirtmiştir.

Oluşturulan bilginin kırılgan olduğu (Hershkowitz ve ark., 2001), pekiştirilmesi halinde ancak birey için yeni bir yapı olarak nitelenebileceği (Monaghan ve Özmantar, 2006) düşüncesi soyutlama sürecini tanıtmayı amaçlayan RBC modeline pekiştirme (consolidation) eyleminin eklenmesi ihtiyacını doğurmuş ve böylece RBC + C modeli meydana gelmiştir. Bu çalışma ağırlıklı olarak bu pekiştirme aşamasına vurgu yapmaktadır.

Soyutlama sürecinin analizi ile ilgili alan yazının tarihi oldukça yenidir. Yapılan araştırmaların bir kısmı sürecin tanınması, diğer bir kısmı soyutlama süreci üzerindeki etkili olan faktörlerle ilgilidir.

Soyutlama sürecinin daha iyi tanınması amacıyla, Hershkowitz ve arkadaşları (2001) tarafından bir dokuzuncu sınıf öğrencisi üzerinde yapılan bir çalışmada, soyutlamanın problem çözme esnasında oluştuğunu, ancak her problem çözmenin soyutlamaya yol açmadığı, öğrencilerin bazı problemleri sadece tanıma ve kullanma davranışlarını göstermek suretiyle çözebildiği sonucuna varmışlardır.

Özmantar ve Monaghan (2007) mutlak değer fonksiyonunu $(y = |f(x)|)$ konu alan çalışmalarında soyutlama süreci üzerinde etkili faktörleri, Yeşildere ve Türnüklü (2008) farklı matematiksel gücün soyutlama süreci üzerindeki etkilerini incelemişlerdir.

Dreyfus ve arkadaşları (2006) yaptıkları bir çalışmada 8. sınıf öğrencileri ile önceden oluşturulmuş bilgi yapılarının pekiştirilmesinde kullanılan teknikleri, olasılık konusu üzerinde incelemişlerdir. Olasılık konusu öğrencilerin ikili gruplar halinde çalışması ile işlenmiştir. Öğretim etkinlikleri oluşturma ve pekiştirme eylemlerinin sıralı ve iç içe gelecek şekilde düzenlenmiştir. Ünite çalışma öncesinde bir ön test ile başlamış 10 ders boyunca devam etmiş, son test ile sonlandırılmıştır. Ünite işlendikten sonra öğrencilerin oluşturdukları ve pekiştirdikleri bilgi yapılar bireysel görüşme ve oyunlaştırılmış görüşmeler ile belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmada özellikle pekiştirme eylemi incelenmiş ve mevcut iki pekiştirme türüne ek olarak, bilgi yapıları üzerinde derin düşünürken de pekiştirmenin gerçekleştiği düşüncesi literatüre eklenmiştir.

Yukarıda özetlenen çalışmalardan Monaghan ve Özmantar (2006)'ın çalışması mutlak değer fonksiyonu ve grafiğinin çizimi, Hershkowitz ve arkadaşları (2001)'nın çalışması hayvan topluluklarının değişimini konu alan fonksiyon grafikleri üzerinde yürütülmüştür. Yeşildere ve Türnüklü (2008)'nün çalışması da yoğun bir geometri bilgisini temel almaktadır. Bu üç çalışmanın her biri daha önce öğrenciler tarafından oluşturulduğu varsayılan matematiksel bilgi üzerinde yürütülmüştür. Bizim çalışmamız ise Parçalı Fonksiyonunun tanıma ve grafiklerini çizmeye uygun tasarlanan bir öğretim denemesi ile ilgili olup, problemlerinin seçiminde, öğrencilerin çözmeyi değerli bulabilecekleri sosyal değer taşıyan bağlamlar üzerinde yürütülmüştür. Çalışmamız sosyal değer taşıyan bu bağlamların öğretimdeki yerini ortaya koyması ve RBC modeline sonradan eklenen pekiştirme (consolidation) eylemine ağırlık vermesi ile diğer çalışmalardan farklılık göstermektedir ve bu yönüyle literatüre katkı getirebilir.

YÖNTEM

Araştırma Modeli

Bu çalışmada öğrencilerin yapılandırmacı öğrenmeye uygun tasarlanmış bir öğrenme ortamında, bilgi oluşturma süreci örnek olay yöntemi ile incelenmiştir. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini incelemede RBC modeli referans alınmıştır. Sürecin diyalektik yapısı dikkate alınarak RBC'nin epistemik eylemleri olarak bilinen tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri yapılandırılmış görüşme, gözlem ve doküman analizi ile incelenmiştir. Çalışmada öğrencinin günlük yaşantısıyla ilişkili 5 problem kullanılmış, öğrencilerin bu problemleri çözmeleri sırasında önceden edinilmiş bilgilerin tanınması, bu bilgilerin değişik amaçlarla kullanılması ve yeni yapıların oluşturulması sürecinde yaşanan düşünme biçimleri incelenmiştir. Daha sonra elde edilen kayıtlardan yararlanılarak parçalı fonksiyon ve gerektirdiği ön yapıların, öğrenciler tarafından ne ölçüde oluşturulduğu rapor edilmiştir.

Görüşmeyi gerçekleştiren araştırmacı yapılandırılmış görüşme sürecinde aynı zamanda öğrencilerin önceden edindiği matematiksel yapıları tanıma ve kullanmalarına ilişkin yönlendirmeler yapmıştır. Tsamir ve Dreyfus (2002) kendi çalışmalarında bu role öğretici görüşmeci adını vermişlerdir.

Çalışma Grubu

Bu araştırma, bir lisenin birinci sınıf öğrencileri arasından bu çalışmaya gönüllü olarak katılmak isteyen iki öğrenci ile birlikte, grup çalışması şeklinde yapılmıştır. Gönüllü öğrencilerden çalışmaya katılacak olanların belirlenmesinde, herhangi bir matematiksel başarı testi uygulanmamış, öğrencilerin matematik öğretmenleri tarafından birbirleri ile iletişime açık, derslerinde başarılı olarak bilinen (100 üzerinden 75–80 alabilen) öğrenciler olarak bilinmektedirler. Öğrencilerin her ikisi de okul veya dershanede Parçalı Fonksiyon bilgisini almamış olup, fonksiyon konusuna ilişkin bilgileri, sekizinci ve dokuzuncu sınıf programlarının içeriğine uygun olarak tanım kümesi, değer kümesi, eşleme, reel sayı ikilileri, koordinat sistemi, reel ikililerle düzlemin noktaları arasındaki birebir eşleme bilgisinden ibarettir.

Veri Toplama Araçları ve Verilerin Toplanması

Bu çalışmanın verileri, her biri parçalı fonksiyon grafiği çizimi gerektiren beş problemden ve öğrencilerin bu problemleri çözme girişimlerinden elde edilmiştir.

Bu problemlerin her birinin düzenlenmesinde, (*i*) Öğrencilerin istekle uğraşabilecekleri bir bağlam içinde sunulması, (*ii*) Olabildiğince çok ön deneyim ve bilgilerine yer vermeleri, (*iii*) Soyutlamaya uygun bir nesnenin varlığı (Özmantar ve Monaghan, 2007) özellikleri göz önüne alınmıştır.

Görüşmelerden önce, okul yönetiminden ve öğrencilerden izin alınmış, çalışmanın amaç ve kapsamı okul yönetimine ayrıntılı şekilde anlatılmıştır. Çalışmanın, doğru veya yanlış cevaba ulaşmaktan çok, o cevaba ulaşma sürecinin incelenmesinin amaçlandığı açıklanmıştır. Çalışma grubundaki öğrencilerden çalışmanın kayıt altına alınabilmesi için sözlü izin alınmış, verilerin toplanması amacıyla video kamera kullanılmıştır.

Görüşme iki öğrenciyle aynı anda ve aynı ortamda gerçekleşmiştir. Burada amaç öğrencilerin akran yardımı alarak ve aralarında konuşmalarına fırsat tanıyarak sesli düşünmelerini sağlamaktı. Çalışmanın başında, problemlerin içinde sunulduğu bağlamı tanıma ile ilgili soru ve açıklamalar kullanılmış, çözüm sırasında, duruma göre öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmak için gerekli yeni sorular yöneltilmiş, öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacılarla olan sözlü ve sözsüz iletişimi gözlenmiştir. Daha sonra görüntü ve ses kayıtları ile öğrencilerin problemleri çözdüğü çalışma kağıtları, bu çalışmanın hedefleri olarak belirlenen yapılandırmacı öğrenmenin gerçekleşmesi ve bilgi oluşturma süreci bakımından analiz edilmiştir.

Verilerin Analizi

Veriler betimsel analiz yöntemi ile değerlendirilmiştir. Çalışma RBC+C modeli çerçevesinde yürütüldüğü için epistemik eylemler olarak bilinen tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerinin gözlenebilmesi amacıyla, öncelikle öğrencilerin cevap kağıtları eşliğinde görüntü kayıtları metinleştirilmiştir. Daha sonra uygulama sırasında gözlemcilerin gözlem notları değerlendirilmiştir. Son olarak, belirlenen bulgulara anlam kazandırmak, bu bulgular arasındaki ilişkileri açıklamak ve bir takım sonuçlar çıkarmak üzere verilere dayalı olarak yorumlar yapılmıştır.

Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Nitel yöntemle yürütülmüş bu çalışmanın geçerlik ve güvenirliği, görüşme sırasında kullanılan sorular ile görüşme ve gözlem süreçlerinin incelenmesi, değerlendirilmesi ile sağlanmıştır. Görüşmede kullanılan bağlamların amaca yönelik bilgi yapılarının oluşum sürecini analiz etmek amacıyla sorulan soruların amaca hizmet etme derecesi alanda çalışan farklı uzmanların görüşleri ile belirlenmiş, önerilen değişiklikler doğrultusunda bağlamlar yeniden gözden geçirilmiştir.

Hazırlanan yapılandırılmış görüşme formunun çalışmaya uygunluğu bir ön test ile test edilmiştir. Araştırmacılar her iki görüşme sürecinde aldıkları gözlem notlarını çalışma sonrasında değerlendirmiş, araştırma boyunca sağlanan uzun süreli etkileşim, çeşitli veri araçları ile veri toplama ve alan uzmanlarının incelemesi ile iç geçerlik, görüşmenin betimsel formu ile dış geçerlik sağlanmıştır. Çalışmada güvenirlik; için çalışma bittikten sonra ses kayıtları, gözlem notları epistemik eylemlerin gözlenebilirliği bakımından farklı iki alan uzmanı tarafından yorumlanmış ve yorumların birbirleri ve araştırmacı yorumları ile tutarlı olduğu görülmüştür.

BULGULAR

Mine ve Ebru ile birlikte yürütülen bu çalışmada öğrencilerin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma süreci, tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri dikkate alınarak aşağıdaki şekilde tanıtılmıştır. (M: Mine, E: Ebru (öğrencilerin gerçek isimleri değildir), A: Araştırmacı)

Mine ve Ebru bu çalışmadaki üç problemden birincisi ile 18 dakika, ikincisi ile 8 ve üçüncüsü ile de 7 dakika olmak üzere toplam 33 dakika zaman harcamışlardır. İkinci oturumda ise ilk problem üzerinde 6 dakika, ikinci problemde 12 dakika çalışmışlardır.

Sürecin Analizi

Akülü Arabalar Problemi (Şekil 1)

Araştırmacı akülü arabalar problemini içeren birinci kağıdı öğrencilere vermiş, çalışmanın başında problemin anlaşılmasını kolaylaştırmak için problemin sunulduğu bağlamla ilgili bazı sorular yöneltmiş ve problemin okunmasını istemiştir. Bu kısımla ilgili diyalog aşağıda verilmiştir.

100 E: (Soruyu okuyor).

101 A: Akülü arabaların kullanıldığı yerleri gördünüz mü hiç? Örneğin Mudanya'da çay bahçelerinin yanında var, okul öncesi yaştaki çocuklar tur atarlar orada. A şıkkına cevap verin bakalım, 43 dakikadan ne anlıyorsunuz?

102 M: 15 lira olur.

103 A: Neden?

104 M: Bir saate kadar diyor, yani tamamlamış olması önemli değil.

105 A: Güzel… Diğer şıkka geçebilirsiniz.

…

111. A: Mesela 15 dakika kullanan ne kadar öder?

112. M: 10 lira.

113. A: Doğru, Mine sen süreyi belirle, Ebru ödenecek parayı söylesin.

114. M: 35 dakika.

115. E: 18 olmaz da… 16 olabilir.

116. A: Tartışın, Neden 16?

117. M: 15 olmaz mı?

118. E: Tamam olabilir.

119. A: 15 liraya inandın değil mi? 15 lira doğru cevaptı, 16 demişken vazgeçtin, Neden?

…

126. E: Bence 18 olur yine.

127. A: 18 doğru cevap. Neden?

128. E: Çünkü 2 saate kadar diyor, 75 dakika da 2 saatten az.

129. A: Bu tarifeye siz bir madde ekleyin.

130. M: 4 saate kadar 25 olsun.

Öğretimi hedeflenen kavramın üzerine öğrenciler problemin sunulduğu bağlamı, tarifeyi, akülü arabayı tanıdıkları, 43 dakikalık süre için ödenecek parayı (15 L) doğru söylemekle (101 A, 102 M), mevcut bilgileri kullandıklarını ortaya koymuşlardır. Mine'nin bu tür bilgiyi kullanmada Ebru'ya göre daha başarılı olduğu (111A, 112 M, 119 A) tartışmalar sırasında Ebru'nun kullanımını pekiştirdiği (126 E, 127 A, 128 E) anlaşılmaktadır.

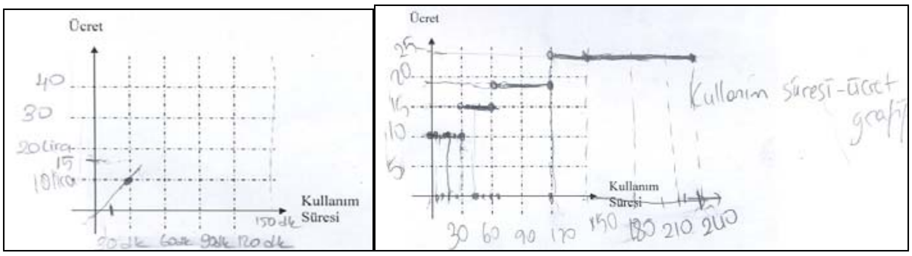
Öğrenciler tarifeye "4 saate kadar 25 lira" satırını eklemekle de tarife bilgisini kullandıklarını göstermişlerdir (129A, 130 M) (Şekil 1).

A.2. Bir oyun parkında akülü arabaların kullanım sürelerine göre fiyatları aşağıdaki gibidir.

Yarım saate kadar 10 lira
1 saate kadar 15 lira
2 saate kadar 18 lira dır.
4 saate kadar 25 lira.

* Bindiği arabayı 43 d. sürüp terk eden biri kaç lira öder? 15 Lira

* Kullanım sürelerine göre ödenecek ücreti gösteren bir grafik çiziniz.



1a 1b

Şekil 1: Mine ile Ebru'nun Akülü Arabalar Problemi İçin Çizdikleri Grafikler

131 A: Birçok kullanma süresinden ve birçok ücretten söz edilebilir değil mi? Öyle bir grafik çizin ki çocuğun sahibi bir bakışta oradan ödeyeceği parayı görebilsin.

132 M: Burası 1 saat. (Soldaki şekil üzerinde işaretleniyor)

…

138. A: 10 lirayı nereye yazdınız?

139. E: Yarım saatin karşısına.

140. M: 1 saate kadar…

141. A: Şimdi şöyle yapın bence, bunu 10 lira dediniz ya böyle gitsin bu ücret.

142. E: (Yeni grafiğe geçiyor, önceki işaretlemeleri geçiriyor).

143. M: Silgi alabilir miyim?

Öğrenciler problemi anlamış görünmelerine rağmen koordinat sisteminde sürekli bir çizgi çizme eğilimi göstermişler, ancak bunda kararlı davranamamışlardır. Öğrencilerin koordinat sistemini tanımış ve doğru kullanmış (138 A, 139 E, 140 M, 141 A), fakat grafiği sürekli artan bir çizgi olduğu düşüncesi, onları yanlış kullanıma ittiği görülmüştür (142 E, 143 M) (Şekil 1).

144. A: Silme, yeni kağıda geç veya bundaki düşünceni açıkla, bakalım Ebru ne diyor ona? Niye silme gereği duydun, seni ne rahatsız etti orada?

…

148. E: (Mine'ye dönerek) Buralar (x) (eksenini kastediyor) eşit aralıklarla ya, buraları (y) (eksenini kastediyor) da eşit aralıklarla yapalım.

149. A: Şimdi birlikte sesli konuşun, ne yapmanız gerekiyor bu noktadan sonra?

150. M: (Duraksama yaşıyorlar) Evet.

151. A: Ama şu ana kadarki gidişatınız oldukça iyi. Şimdi belli noktaları işaretleyin, nasıl? Örneğin 15 dakika nereye denk geliyor? Aşağı yukarı 30un yarılarında değil mi?

152. E: (işaretliyor).

153. A: 10 lira nereye denk geliyor?

154. M: (işaretliyor).

155. A: O nokta nerede analitik düzlemde? 1 dakika olsaydı kaç lira diyecektiniz? 2 dakika olsaydı? Devam edin.

…

162. E:…(Konuşmak ister gibi davranıp, duraksıyor).

163. A: Kaç dakikadan 1 saate kadar?

164. M: 30 dakikadan.

165. A: O zaman orayı koyulaştırın. Çok fazla süre kullanılacak olsa bu çizgi ne hale gelir?

166. M: Düz.

167. A: Evet ama boydan boya mı?

168. M: Şuraya kadar (30 dakika- 1 saat arasını doğru olarak gösteriyor).

…

173. A: Tebrik ediyorum, tamamladınız, nasıl bir şekil çıktı sizce? Ne yaptığımızı anlatabilir misin?

174. E: Yani, şey…

175. A:Grafiğe bakan gerçekten ödenecek ücretleri anlayabilir mi?

176. E: Bence anlayabilir.

Şekil 1b'den izlenebildiği gibi öğrenciler parçalı fonksiyon grafiği yapısını oluşturmuş ve grafik kavramı ile ilgili bilgi yapılarında bir genişleme olmuştur. Öğrencilerin eksenleri uzatmaları da yeni yapıyı kullanmalarının bir işaretidir (165 A, 166M).

179. M: 25 olunca 4 saate denk geliyor, bunu ilerletmem lazım.

180. A: Tam 120 dakika kullanan hangi parayı ödesin?

181. M: 18 verecek… (emin değil), o zaman bunu… (kararsız kaldı)

182. A: Hangi paranın verileceği belli olsun diye orayı koyu, diğerinin başlangıç noktasını açık bırakabilirsiniz. Soruda ne diyor, "2 saate kadar" ifadesi neyi düşündürür sizce?

183. M: 120 dakikaya kadar olanı düşündürür.

184. A: Peki 120. dakika dahil midir değil midir?

185. M: Dahil.

…

191. M: Burası açık olacak.

192. A:Kapalı uçlar neler?

193. M: (İşaretliyor).

194. A:Şimdiye kadar çizdiğiniz grafiklerden farkı ne?

195. E: Şimdiye kadar çizdiklerimizden… Bilmem… Farkı yok.

Araştırmacının soruları üzerine sınır değerlerin grafiğin hangi parçalarına dahil edileceğini tartışmışlar (182 A,…193 M) ve doğru sonuca ulaşmışlardır.

Kontör Problemi (Şekil 2)

200 A: Diğer soruya geçelim, Mine sesli oku.

201 M: (Sesli okuyor).

202 A: Önce ilk şıkkına cevap verin. Cevaplarınızı soru üzerinde ok çekip yazabilirsiniz.

203 M: (Ebru'yla konuşup kontörleri soru metni üzerine yazıyor) (Şekil 2).

Öğrencilerin birbirleri ile konuşup (203 M) sorunun birinci şıkkındaki süreler için gerekli kontör sayılarını zaman kaybetmeden doğru olarak yazmaları (Şekil 2) ve koordinat sistemini düzenli ve doğru olarak numaralandırmaları bir önceki soruda oluşturduğu bu yapıları kullanmayı pekiştirdiklerini göstermiştir.

209 E: Bu da önce çizdiğimize benzeyecek (Çizime devam ediyor).

210 A: Bir kısmın başlangıç noktasını kapattınız, bir kısmının bitiş noktasını. Bunu nasıl belirlediniz?

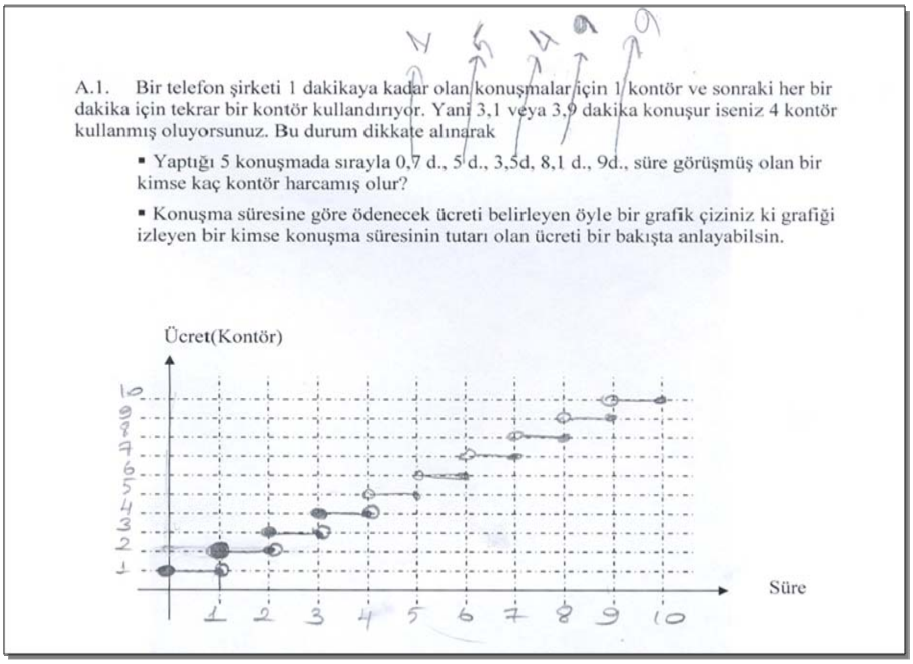
211 E: Önce bir dakika dolduğunda.

212 M: Süre dolana kadar 1 kontör olur.

213 E: Süre dolduktan sonra 2 kontör olur.

214 A: Evet 1 dakikaya kadar olanlar 1 kontör değil mi? 1 dakika kontöre dahil diyorsunuz öyle mi?

215 E: Hayır.



Şekil 2: Mine ve Ebru'nun Kontör Problemi İçin Çizdikleri Grafik

Öğrenciler şekli eksiksiz olarak çizmeyi başarmış ve sınır değerlerin hangi parçaya ait olacağını da bir yönlendirmeye ihtiyaç duymadan tamamlamışlardır (211E, 212M, 213 E, 214 A, 215 E). Bu durum yine onların oluşturdukları yapıları bu sorunun çözümünde kullandıklarını, kısa sürede eksiksiz yapı yapmalarına da parçalı fonksiyon grafiklerini pekiştirdiklerini göstermiştir.

İnternet Kafe Problemi (Şekil 3)

300 A: Hiç internet kafeye gittiniz mi?

301 M,E: Hayır.

...

309 E: Önce 50 kuruş öder, sonra da 100 kuruş.

310 A: Bir sonraki maddeye geçin.

Öğrenciler problemin ilk şıkkı için duraksamadan cevap vermişler ve ikinci şıkka geçmişlerdir (309 E, 310 A). Bu durum önceki problemlerdeki yapıların pekiştiğini göstermiştir.

311 M: (Okuyor) 15 dakika aralıklarla yazacağız o zaman (Kullanım sürelerini kastediyor).

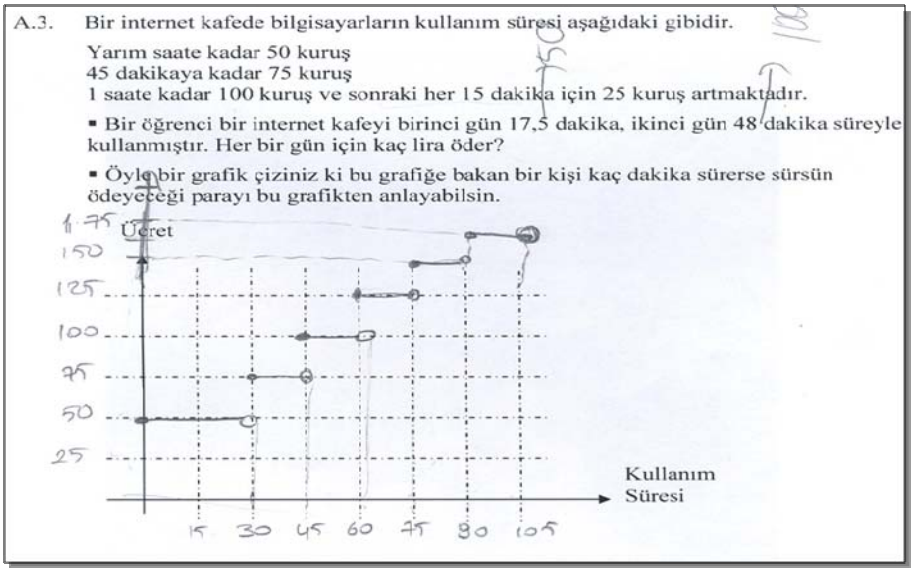
312 E,M: (Birimleri yazıyor, sonra grafiği çiziyorlar).

313 A: 1 saatten fazlası için bir şey bildirilmemiş mi?

314 E: 1 saatten sonra her 15 dakikada 25 kuruş artıyor.

315 M: Grafiği büyütmemiz lazım o zaman.

316 E: 90 dakika.



Şekil 3: Mine ile Ebru'nun İnternet Kafe Problemi İçin Çizdikleri Grafik

Şekil 3'te görülmekte olduğu gibi öğrenciler çok kısa sürede hem eksenler üzerindeki değerleri probleme uygun olarak yazmışlar hem de eksiksiz bir çizim yapmışlardır. Bu durum benzer soruların öğrencinin mevcut yapıları ve bu çalışma sırasında oluşturdukları yapıları kullanmayı geliştirdiklerini göstermiştir.

Çalışmanın bu kısmında öğrencilerin bu çalışmada yer alan grafikleri bir sınıf olarak algılayıp algılamadıkları (deneysel soyutlama) hususunda sorular öğrencilere yöneltilmiştir.

400 A: Üç çiziminizi de yan yana koyun. Çizdiğiniz grafiklere bakarak zihninizde oluşan bir şey var mı bu grafik türü için? Evvela üçünde ortak bir taraf görüyor musunuz? Ebru?

401 E: Üçü de tarifeleri gösteren grafik.

402 A: Hangisi?

403 E: Üçü de, süreye göre ne kadar kullanırsak ne kadar öderiz ile ilgililer.

404 A: Daha önce bu tür fonksiyon grafikleriyle karşılaştınız mı?

405 M: Hayır.

406 A: Ne tiple karşılaşmıştınız peki? Fonksiyon grafiği deyince aklınıza ne geliyor peki? Şurada gösterin.

407 M: Genelde doğru orantı veya ters orantıyla ilgili oluyordu, ikisi de artıyordu ya da biri artarken diğeri azalıyordu (aklına gelen grafik örneklerini çiziyor).

408 A: Tamam, şimdi üçünde de gördüğünüz ortak gösterdiği özellikleri anlatan bir şey demeye kalksanız, ne dersiniz? Bunlara parçalı fonksiyonlar deniyor. Sizce parçalı fonksiyon adı uygun mu bunlara? Kâğıtlarınıza bakarak konuşun.

409 M: Parçalılık.

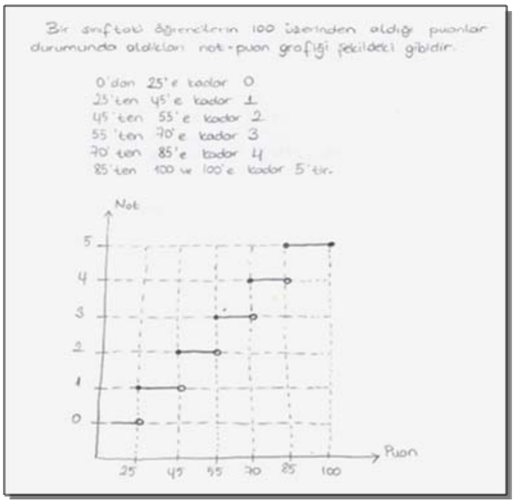
410 A: Nerede parçalılık?

411 M: Belli bir sınıra geldikten sonra değişiyor.

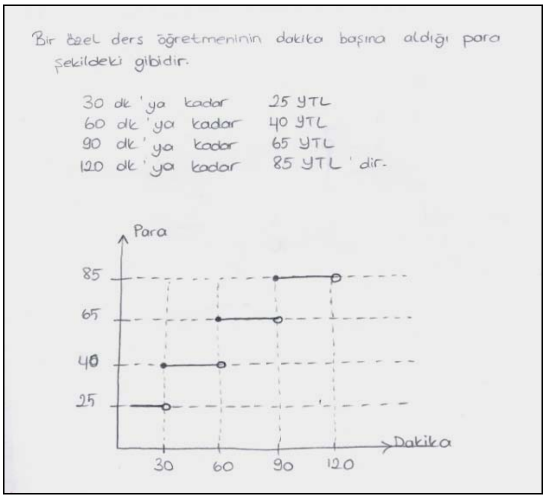
412 A: Kopuyor değil mi?

Öğrencilerin parçalı fonksiyonla ilgili bir genellemeye varıp varmadıklarını ortaya çıkarmak amacıyla yöneltilen soruya karşılık (400 A), öğrenciler problemlerin ortak özelliklerine takılmışlar ve tarifeleri gösteren grafik (401 M, 402 A, 403 E) ifadesini kullanmışlar, araştırmacının "parçalı fonksiyon" adlandırmasını anlamlı bulmuşlardır (411 M). Bu durum onların "parçalı fonksiyon"la ilgili deneysel bir soyutlama yapamadığını göstermiştir.

Öğrencilerden çalışmanın bitiminde bu tür (parçalı fonksiyon) grafiklerini gerektiren soru yazmaları ve ertesi gün getirmeleri istenmiştir. Öğrenciler Şekil 4 a ve 4b'deki problemleri ve çizimleri getirmişlerdir.



4a



4b

Şekil 4: Öğrencilerin Ödev Olarak Hazırladıkları Sorular ve Çizdikleri Grafikler

Pekiştirme Süreci

Öğrencilerin ödev olarak hazırladıkları bu çalışmalar parçalı fonksiyon kavramı ile tutarlı olup ilgili parçalı fonksiyon gerektiren soru yapılarını kavradıklarını ve işlemsel anlamanın geliştiğini (grafikleri doğru çizdikleri) göstermektedir.

Öğrenciler, ilk üç problemde tarife kavramını, koordinat sistemine ilişkin yapıları tanımış ve bu yapıları çizdikleri grafiklerde kullanmışlardır. Bir ön eğitim almadıkları halde, parçalı fonksiyonun grafiğini (Şekil 4a- 4b) yazıp getirmeleri istenen sorularda çizmeyi başarmışlardır.

Pekiştirme aşaması için yapılan ilk görüşmeden iki ay sonra öğrencilerle tekrar görüşülmüştür. Daha önce tanıyıp kullandıkları ve oluşturdukları bilgi yapılarını pekiştirmek amacıyla çalışmanın ikinci aşamasında öğrencilere iki problem yöneltilmiştir. Verilen iki problem bazı yönleri ile daha önce verilen problemlerden farklılık göstermektedir. Bunlardan kargo probleminde önceki problem çalışmalarından farklı olarak öğrencilere koordinat sistemi çizilmeden verildi ve dolayısıyla koordinat sistemini oluşturma, eksenleri adlandırma işi de öğrencilere bırakılmıştı. Kargo probleminde ayrıca fiyatlar a, 2a, … gibi bir parametre ile ifade edilmişti. İkinci problem olarak verilen "Bowling salonu" probleminde de koordinat sistemi verilmemişti ve grafiğin çizimi belli aralıklar için sürekli bir çizgi olmayıp, noktasal değerlerden oluşmaktaydı. Kargo problemi ile ilgili görüşme sırasındaki diyaloglar aşağıda verilmiştir.

Kargo Problemi (Şekil 5)

500. A: Soruyu kim okumak ister?

501. M: (Okuyor)

502. A: Kargolarla ilgili bir fikriniz var mı? Kargo nedir, ne iş yapar? Daha önce kargo ile bir şey gönderdiniz mi?

503. M: Evet, ama ücretleri hakkında bir fikrim yok.

504. A: O zaman şu şekilde açıklayabilirim, sorunun içeriğinden de anlaşılacağı gibi kargo gönderiminde bazı durumlarda hacimlerine göre, bazı durumlarda ağırlıklarına göre belirli bir fiyat standardı uygulanmaktadır. Burada bu kargo şirketinde, bize fiyat verilmeden, a lira olarak ifade edilerek fiyat belirlenmiş. Soruya ait grafiği birlikte çizmeye çalışın.

505. E: (Koordinat sistemini çiziyor).

506. M: (Koordinatların adlandırmasını yapıyor).

507. E: 5 kg dahil değil (grafiğin parçalarını çiziyor)

508. A: Parça parça gidelim isterseniz.

509. E: Şimdi 5 kg arasında diyor, sonra 5 ile 10 kg arası diyor, o zaman 5 kg dahil değildir.

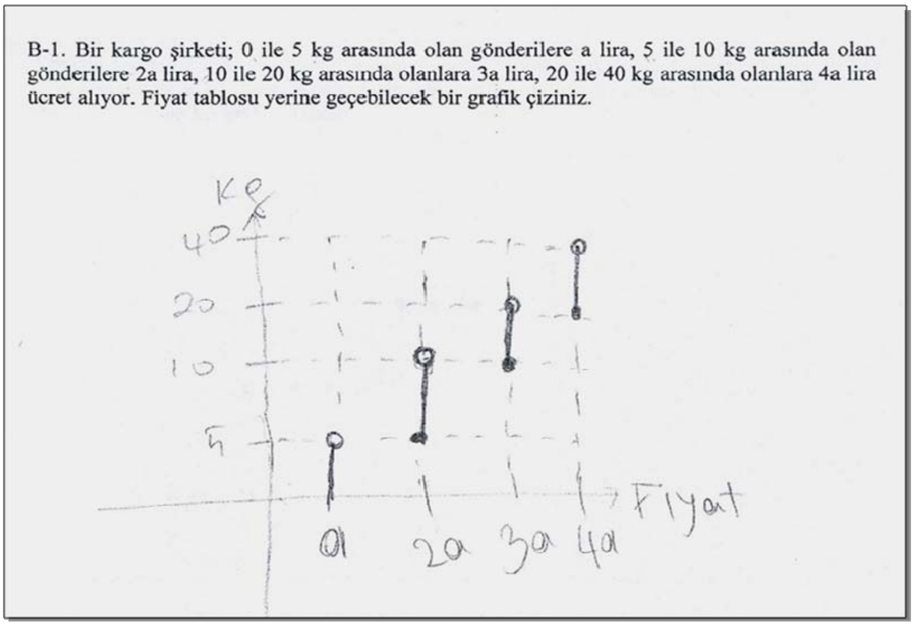
510. A: Hangisinde dâhil değil 5 kg?

511. E: Yani 0'la 5 kg arasında aldığımızda 5 kg dahil değildir.

512. A: Sence Mine?

513. M: Bence de değildir, orada arasında diyor çünkü.

514. E: Çünkü burada dahil edilecek (5-10 kg ile ilgili bölümü göstererek) (Alışageldikleri yatay parçaları çizdiler, fakat eksenlere göre dikey çizim yapmaları gerekiyordu. Yani çizimlerine göre 0 ile a fiyat arası 5 kg ya kadar, a ile 2a fiyat arası 5liradan 10 liraya kadar şeklinde gösterilmekteydi.)



Şekil 5: Mine ve Ebru'nun Kargo Problemi İçin Çizdikleri Grafik

Şekil 5'ten de anlaşılacağı gibi öğrenciler koordinat sistemi ile ilgili ön yapıyı kullanmış ve grafiği doğru olarak çizmeyi başarmışlardır. Burada eksenlerin yerinin değişmiş olması ilginç bir durumdur. Koordinat sisteminde eksenlerin seçimi bir "kabul" olduğu için bu çizimde matematiksel bir hata yoktur. Çizim seçilmiş eksenlere uygun olarak doğru yapılmıştır ve doğru parçalarının uçlarının hangisinin açık, hangisinin kapalı olacağı da doğru olarak tanımlanmıştır (510 M, 511 E, 512 M)

515. E: Yanlış mı yaptık?

516. A: Niye, nerden bu düşünceye kapıldın?

517. E: Şöyle yapmamız gerekmiyor muydu, çünkü ağırlık yani kg bu tarafta.

518. A: Ne dersin Mine?

519. E: Çünkü burada fiyata göre çizmiş oluyoruz, ama biz ağırlığa göre çizmeliyiz.

520. M: Evet, böyle (eksenlerin yerlerini işaret ediyorlar)

521. A: Ne yapacaksınız o zaman?

522. E: Öncekinde de öyle yapmıştık.

523. M: Böyle olması lazım (Eksenlerin yerlerini değiştirerek çizimi yapıyorlar).

524. A: Bu boş ya da dolu noktayı gösterme sebebiniz ne sizin?

525. M: Yani burası hariç.

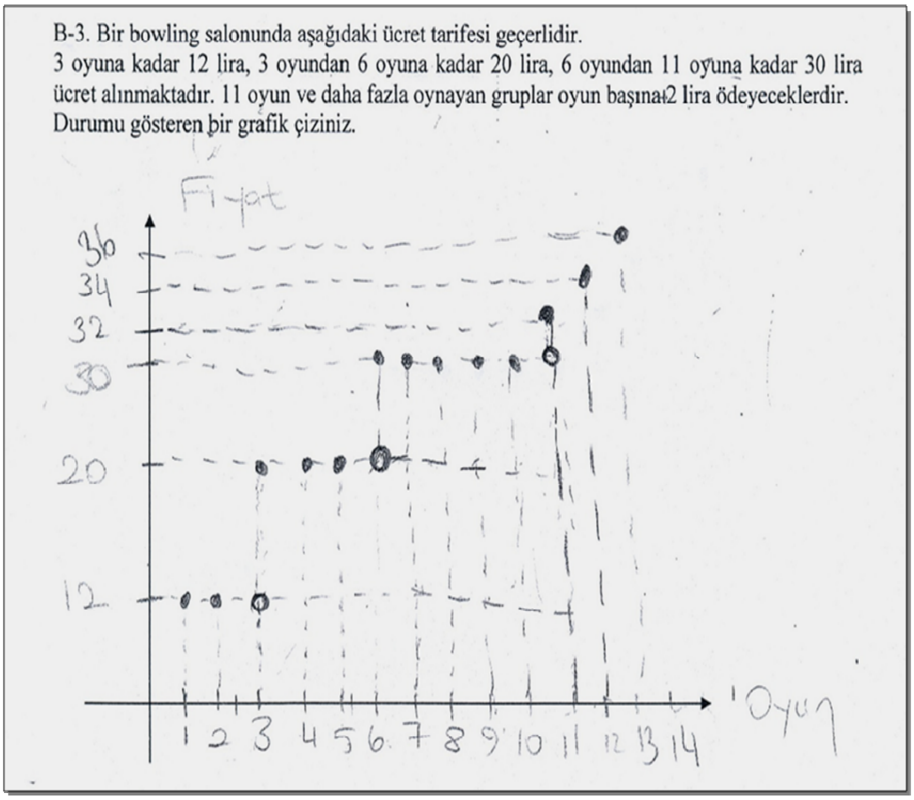
526. E: Yani burası dahil değil, o düz çizgilerle gösterdiğimiz yerler dahil.

527. M: Budur herhalde.

Öğrenciler çizimi doğru olarak yapmış olmalarına rağmen alışılagelen çizimlerle bir fark olduğunu sezip bir tereddüt yaşamışlardır (515 E, 517 E). Çizimi değiştirme ihtiyacı duymuş ve eksenlerin yerlerini değiştirerek (520 M,…, 524 A) önceki çizimlerini silip yeniden yapmışlardır.

Bowling Problemi (Şekil 6)

Öğrenciler bowling probleminde de birbirleriyle tartışmaya girmişler, probleme uygun çözüm olduğunu düşündükleri Şekil 6'daki grafiği çizmişlerdir. Şekil 6'daki grafikte eksenlerin yerlerini ortak kabul gören yaklaşıma uygun olarak, bağımsız değişkeni yatay, bağımlı değişkeni düşey eksende göstermişlerdir. Kargo probleminde üzerinde derin düşündükleri eksen sistemi ile ilgili yapının pekiştiği anlaşılmıştır. Fonksiyonun noktalardan oluştuğunu belirleme süreci diyaloglara aşağıdaki şekilde yansımıştır.



Şekil 6: Mine ve Ebru'nun Bowling Salonu Problemi İçin Çizdikleri Grafik

…

636 E: Emin olamıyorum, yani bence böyle olur, çünkü 1,5 oyun oynamayacağı için; 1 oyun, 2 oyun, 3 oyun olur da yani onun için nokta nokta gösterilecek bence.

637 A: Sen ne düşünüyorsun Mine?

638 M: Dediği mantıklı.

639 M: Ben bir şey soracağım, şimdi burada 3 oyuna kadar böyle yaparsak aradaki değerler olmuş oluyor… Yani kadar deyince birinin dahil

olması gerekmiyor mu? Şöyle 3'le 6 arasında deyince 4'le 5'i alacağız ama 3 veya 6'dan birinin de dahil olması gerek bence.

640 E: Orada 3 oyundan dediği için 3. oyun dahil olmaz mı? Ne dersin?

641 M: Ne bileyim

…

Bu grafikten önceki çalışmalarda gerek eksen sistemi, gerek grafiksel gösterim olarak oluşturdukları yapıların pekişmiş formlarının kullanıldığı gözlenmiştir (632 E, … 641 M). Grafiğin önceki örneklerde olmamasına rağmen, ayrık noktalardan oluştuğunu fark etmeleri grafik kavramı ile ilgili yapının pekiştiğini göstermiştir.

Öğrencilerin daha önce bu çalışma kapsamında cevapladıkları problemlerin tamamının sürekli yatay parçalardan oluşan fonksiyonlar olmalarına rağmen, bowling salonu probleminde fonksiyonun yalnızca tam sayı değerler için geçerli olduğunu fark etmeleri "parçalı olma" durumu ile ilgili yapıları pekiştirdiklerini işaret etmiştir. Öğrencilerin 11 ve daha fazla sayıda oyun olması halinde her bir durum için farklı değer aldığını fark etmeleri ve çizimi doğru olarak tamamlamaları bu çalışmanın konusu olan parçalı fonksiyonlarla ilgili yapıların pekiştiğini göstermiştir.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmanın temel hedefi, lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon kavramını oluşturma ve pekiştirme sürecini incelemekti. Bu amaçla öğrencilere ilk oturumda üç, sonraki oturumda iki problem yöneltilmiş ve verdikleri cevaplar incelenmiştir.

Bu süreç esas alınarak çalışmanın sonuçları üç alt başlıkta ele alınabilir.

(i) Öğrenme Ortamının Bilgi Oluşturulmasında Uygunluğu

Bu çalışmada yapılan öğretimin tamamında problem çözme tabanlı öğretim yapılmış ve öğrenciler çalışmada yer verilen tüm problemlere ilgi göstermişlerdir. Çalışmanın bulguları, seçilen problemlerin hedeflenen matematiksel bilgiyi üretmek için uygun düştüğü söylenebilir. Öğrenciler her bir problem üzerinde tartışmış ve özgün düşüncelerini ortaya koyabilmişlerdir. Örneğin kargo probleminde eksenlerin yerlerini alışılagelenden farklı ortaya koymuş ve çalışmayı tamamlayabilmişlerdir. Bu çalışma öğrenme ortamının öğrencilerin kendi düşüncelerini özgürce ortaya koymaya fırsat verdiğini göstermektedir. Problemlerin her birinin uygunluk düzeyinin aynı olduğu söylenemez. Öğrencilerin, problemlerin sunulduğu bağlamı tanıyor olmaları, gerekli ön yapıları kullanma düzeylerini etkilemekte ve yeni bilgiyi üretmede önemli rol oynamaktadır. Bu çalışmadaki problemlerden kontör problemi öğrencilere diğer problemlere göre daha tanıdık gelmiş, bu tanıdıklık durumu problem üzerinde düşünmeyi kolaylaştırmıştır (200 A,… 204 A).

Öğrencilerin, ödev olarak yapmaları istenen problemleri özel ders ücreti ve puanların nota çevrilmesi konularından, yani kendi dünyalarından, seçmiş olmaları da dikkat çekicidir (Şekil 4a ve 4b). Bu durum seçilen bağlamın öğretimin niteliğini artırmada önemini ortaya koymaktadır.

(ii) Soyutlamanın Gerçekleşmesi

Bu çalışmada hedef olarak seçilen parçalı fonksiyon kavramının diyalektik anlamda bir ölçüde soyutlandığı fakat deneysel anlamda soyutlanamadığı söylenebilir. Öğrencilere benzer örnekler incelettirildiğinde "parçalı fonksiyon kavramı" yerine problem hikayelerindeki ortak noktalara odaklanmışlardır (401 E). Bu sonuç literatürün deneysel soyutlamayı daha yüzeysel, diyalektik soyutlamayı daha derin buluyor olması (Dreyfus ve ark., 2006) ile çelişir gibi görünse de, bu çalışmada seçilen problemlerin çeşitliliği her aşamada yeni birtakım bilgilerin oluşturulmasının beklenmesinin (eksen oluşturma, parametre kullanma v.s.), kavram üzerinde derinleşmeye yol açtığı söylenebilir. Problemler üzerinde bu durum şöyle açıklanabilir.

Çalışmanın ilk kısmında tartışılan akülü arabalar, kontör ve internet kafe problemlerinin her biri, ilk şıklarında problemlerin gerektirdiği ön bilgileri yoklayacak ve hatırlatacak (tanıyıp tanımadıklarını ortaya koyacak), ikinci şıklarında ise yeni bilgiyi oluşturmalarına fırsat verecek şekilde tasarlanmıştır. Parçalı fonksiyon kavramının oluşturulabilmesi için gerekli ön yapılara ne düzeyde sahip olduklarını ortaya çıkarmak için sorulan birinci şıklarda, öğrenciler ilk problemde birbirleriyle tartışma ihtiyacı duymuş, sonraki problemlerde bu safhayı seri olarak geçtikleri görülmüştür. Öğrenciler problemlerle ilgili çizdikleri Şekil 2, Şekil 3 ve Şekil 4'ten anlaşılacağı gibi parçalı fonksiyonların sık karşılaşılan, doğrusal sürekli parçalardan oluşan formlarını kavramış ve çizmeyi başarmışlardır. Bu üç grafiği birlikte incelediklerinde, ortak özellik olarak "tarifeleri gösteren grafik" (401 E) adını vermiş ve daha önce öğrencilerin grafiklerden farklarını belirtmeleri istendiğinde de öncekilerin doğru veya ters orantı ile ilgili olduğunu, bunların ise "kullanma süresi ve ödeme" ilgili olduklarını belirtmekle (401 E,… 408 M) yetinmişlerdir.

Öğrencilerin ödev olarak hazırladıkları iki problemden (Şekil 4a ve 4b) biri hala süre ve ödeme ile ilgili, diğerinin farklılaştığı ve puanların nota çevrilmesi ile ilgili olduğu görülmüştür. Böylece öğrenciler "süre ve ödeme" ile ilgili olma durumunun dışında bir örnek vermeyi başarmışlardır.

Bowling salonu probleminde sürekli doğru parçalarına yönelmeden (Şekil 6) tam sayılara eşlenen noktalara odaklanmaları ve ayrıca 11 oyundan itibaren fonksiyonun parçalarının her bir aralık için tek bir noktadan ibaret olduğunu görebilmeleri, soyutlamanın diyalektik doğasında açıklanan derinleşme (Dreyfus ve ark., 2006) kavramı ile uyumludur.

Sonuç olarak öğrenciler bu çalışmada parçalı fonksiyonların basitten karmaşığa giden birçok şeklini üretmeyi başarmışlardır. Dolayısıyla parçalı fonksiyon kavramı ile ilgili yapılarında bir derinleşme (Dreyfus ve ark., 2006) olduğu söylenebilir. Kuşkusuz ki parçalı fonksiyon kavramı burada verilen örneklerle sınırlı değildir ve öğrencilerin daha ileri düzeyde soyutlama yapabilmeleri farklı diğer örneklerle karşılaşmalarını gerektirmektedir.

Deneysel soyutlamanın beklenen düzeyde gözlenmemesi, öğrencilerin tanıdıkları fonksiyon sınıflarının sınırlı (az sayıda) olması ve sınıflama ihtiyacının doğmaması ile açıklanabilir. Öğrencilerin fonksiyon bilgisi doğru grafikleri, doğru orantılı ve ters orantılı çokluklarla (408M) ilgili idi. Deneysel soyutlamanın öğrencilerin daha çok fonksiyon türünü tanıması ile gerçekleşeceği beklenebilir. Öğrencilerin geniş bir fonksiyon repertuarına sahip olmaları durumunda böyle bir sınıflama yapmaları beklenebilir.

iii) Pekiştirmenin Gerçekleşmesi

Bir yeni yapının oluşumu, o aşamada kullanılan ön yapıların kullanılmasına dolayısıyla onların pekişmesine yol açmaktadır. Bundan ötürü, bu çalışmadaki soyutlamanın epistemik eylemlerin pekiştirme safhasındaki eylemlerden ayırmak her zaman çok kolay olamamaktadır. Örneğin, parçalı fonksiyondaki sınır değerlerin hangi parçaya ait olacağını belirleme üzerinde düşünmek fonksiyonun parçalı olabileceği (nasıl parçalandığı) düşüncesini pekiştirir.

Bu çalışmada akülü arabalar problemi üzerinde çalışmak suretiyle oluşturulan parçalı fonksiyon algısı, benzer diğer iki problem üzerinde çalışırken kullanılmış ve ikinci ve üçüncü problemlerdeki bu kullanma eylemi, yapıların pekişmesine yol açmıştır. Öğrencilerin bu problemlerle ilgili grafikleri daha kısa sürede çizmeleri de bilgi yapılarını bir başka probleminin çözümünde kullanmak suretiyle pekiştirmenin bir sonucu olarak görülebilir (Dreyfus ve ark., 2006). Bu problemlerin her birinde fonksiyonun parçaları arasındaki geçiş noktalarının hangi parçaya ait olacağı düşüncesi, oluşturulmuş bir yapının üzerinde derin düşünmek suretiyle pekiştirme türüne girer. Öğrencilerin kargo probleminde eksenlerin yerlerini alışılmıştan farklı seçmelerine rağmen, işlemleri doğru sürdürmeleri, kendi aralarında tartıştıktan sonra alışılmış gösterime uygun olarak çizimi değiştirmeleri konu üzerinde derin düşünmek suretiyle pekiştirmenin bir örneği olarak ele alınabilir.

Öğrencilerin, ödev olarak hazırladıkları iki çalışmada da (Şekil 4a ve 4b), verilen örneklerin ilk çalışmadaki örnekler ile benzerliği dikkati çekmiştir. Buradaki pekiştirmede de yine önceden oluşturulmuş bilgi yapılarını kullanımı ile pekiştirme türüne uygun olduğu söylenebilir.

İkinci oturumda ele alınan problemlerde ilk örneklerden farklı olarak, koordinat sisteminin verilmemiş olması, parametreye yer verme ve sadece tam sayılar için geçerli olma bakımlardan kısmi farklılık göstermektedirler. Öğrencilerin parametrik değerler içermekle, yeni bir zorluk sunan kargo problemini ve sadece tam sayı değerler için geçerli doğası itibariyle bu çalışmada verilen diğer fonksiyonlardan farklı bir form sunan bowling problemini doğru çözmekle parçalı fonksiyon yapısını pekiştirmiş olduklarını göstermişlerdir. Bunların çözümünde parçalı fonksiyon bilgisinin kullanılması hem önceden oluşturulmuş bilgi yapılarını kullanarak pekiştirmeye, hem de bilgi yapılarını başka bir problemin çözümünde kullanmak suretiyle pekiştirmeye örnek olarak gösterilebilir. Ayrıca bu durum onların zihinlerindeki fonksiyon kavramında, sürekliliğin yanı sıra, parçalı da olabileceğini fark ettikleri için, fonksiyon kavramında bir genişlemeye (yeni yapıların oluşmasına) yol açmıştır. Kuşkusuz ki bu kavramları oluşturmanın ve pekiştirmenin daha güçlü düzeyleri vardır, ancak bunların benzer çalışmalar yaşandıkça gerçekleşmesi beklenir.

Bu çalışmadaki problemler, özellikle öğrencilerin görüşmeciden bağımsız olarak hazırladığı örnek çalışmalar yapılandırmacı öğrenmede çocuğun dünyasının ne ölçüde önemli olduğunu ortaya koymaktadır. Ayrıca bu çalışma oluşturulan bir yapının pekiştirilmesi aşamasında her adımda kavramın daha ileri düzeyde soyutlanması için bir fırsatın yaratılabileceğini (bir aralık için geçerli iken tam sayı değerler için geçerli fonksiyon gibi) ortaya koymuştur. Çalışmadaki etkinliklerin, soyutlamanın diyalektik doğasını (Özmantar ve Monaghan, 2007) görme bakımından uygun olduğunun ve diğer matematik konuları için benzer araştırmaların tasarlanabileceği ortaya konulmaktadır.

KAYNAKLAR

Bikner – Ahsbahs, A., 2004. Towards the Emergence of Constructing Mathematical Meanings. In *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 119-126.

Davydov, V. V., 1990. Types of Generalization in Instruction: Logical and Psychological Problems in the Structuring of School Curricula. In J. Kilpatrick (Ed.) and J. Teller (Trans.), *Soviet Studies in Mathematics Education: Vol. 2, NCTM.*

De Corte, E., 2004. Mainstreams and Perspectives in Research on Learning Mathematics from Instruction, *Applied Psychology*, 5, 279–310.

De Lange. J., 1996. Using and Applying Mathematics in Education. In A. J. Bishop, K. Clements. C. Keitel. J. Kilpatrick. and C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (Part 1, pp. 49-97), the Netherlands: Kluwer.

Dooley, T., 2007. Construction of Knowledge by Primary Pupils: The Role of Whole-Class Interaction, *CERME 5*, EBSCO veritabanından 05.02.2009 tarihinde alınmıştır. Web üzerinde; http://ermeweb.free.fr/CERME%205/WG11/11_Dooley.pdf

Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz R. and Schwarz B. B., 2006. Mechanisms for Consolidating Knowledge Constructs. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, and N. Stehliková (eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2. Prague, Czech Republic: Charles University Faculty of Education, pp. 465-472.

Dreyfus, T., 2007. Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model, EBSCO veritabanından 20.06.2008 tarihinde alınmıştır. Web üzerinde: http://escalate.org.il/construction_knowledge/papers/dreyfus.pdf .

Gravemeijer, K., 1990. Context Problems and Realistic Mathematic Instruction, Gravemeijer, K., Hauvel M. V. and Streefland, L. (Ed.) *Contexts Free Productions Tests and Geometry in Realistic Mathematics Education*, the State University of Utrecht, Netherlands.

Gravemeijer, K., 1994. Developing Realistic Mathematics Education, Freudenthal Instute, Utrecht, Netherlands.

Hassan, I. and Mitchelmore, M. C., 2006. The Role of Abstraction in Learning about Rates of Change, In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds.) *Identities, Cultures and Learning Spaces* (Proceedings of the 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, 1,278-285). Adelaide: MERGA.

Hauvel - Panhuizen, M., 1996. Assessment and Realistic Mathematics Education, Technipress, Netherlands.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B. and Dreyfus, T., 2001. Abstraction in Contexts: Epistemic Actions, *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195-222.

Mitchelmore, M. C. and White, P., 2004. Teaching Mathematical Concepts: Instruction for Abstraction. Presented at the 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen, Denmark.

Monaghan, J. and Özmantar, M. F., 2006. Abstraction and Consolidation, *Educational Studies in Mathematics*, Springer. EBSCO veritabanından 20.06.2008 tarihinde alınmıştır. Web üzerinde: http://www.springerlink.com/content/c134370723467362/fulltext.pdf

Özmantar, M. F. and Monaghan, J., 2007. A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions, *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89–112.

Tsamir, P. and Dreyfus, T., 2002. Comparing İnfinite Sets —a process of abstraction the case of Ben, *Journal of Mathematical Behavior*, 21,1–23.

Yeşildere, S. and Türnüklü, E.B., 2008. İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi, *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt 22, Sayı 1.

Yıldırım, C., 1988. Matematiksel Düşünme, 1. Baskı, *İstanbul: Remzi Kitabevi*.