

## FARKLI MALZEMELERDEN YUVARLANMA ÇİFTLERİNE SAHİP BİLYALI VE MAKARALI YATAKLARIN TRIBOLOJİK ÖZELLİKLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Gültekin KARADERE \*

Alınma: 03.09.2019; düzeltme: 24.03.2020; kabul: 29.03.2020

**Öz:** Bu makalede üç farklı malzeme kombinasyonu için üç farklı radyal yükün uygulandığı silindirik makaralı ve sabit bilyalı rulmanların yuvarlanma yüzeylerinde oluşan minimum film kalınlıkları, temas alanları, maksimum temas basınçları ve toplam deformasyonları hesaplanmış ve karşılaştırılmıştır. Radyal yükler yarı yarıya azaltıldığında, iç ve dış temas alanlarındaki minimum film kalınlıkları, malzeme çiftlerinden bağımsız olarak, makaralı rulmanlarda yaklaşık % 9, bilyalı rulmanlarda ise % 5 oranında artmıştır. Sabit bir yük uygulanan makaralı rulmanlarda minimum film kalınlıklarının malzeme çiftinden bağımsız olarak sabit olduğu bulunmuştur. Tamamen seramikten bilyalı rulmanlarda ise hemen hemen yükten bağımsız olarak minimum film kalınlıklarının, tamamen çelik olanlardakine göre yaklaşık % 5 daha küçük olduğu bulunmuştur. Bilyalı ve makaralı rulmanlarda yuvarlanma yüzeylerindeki toplam deformasyonlar tamamen çelik olanlarda en büyük, tamamen seramik olanlarda en küçüktür. Malzeme kombinasyonundan bağımsız olarak, radyal yük yarı yarıya azaltıldığında bilyalı rulmanlarda toplam deformasyonların yaklaşık % 37, makaralı rulmanlarda ise yaklaşık % 46 azaldığı bulunmuştur. Bilyalı rulmanlarda iç temas yüzeyindeki maksimum basınçlar yaklaşık % 21, makaralı rulmanlardakiler ise yaklaşık % 29 azalmaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Silindirik makaralı rulman, sabit bilyalı rulman, minimum film kalınlığı, temas alanı, maksimum temas basıncı, toplam deformasyon

### Comparison of Tribological Properties of Ball and Roller Bearings which has Rolling Pairs made of Different Materials

**Abstract:** In this article, minimum film thicknesses, contact areas, maximum contact pressures and total deformations of the rolling surfaces of cylindrical roller and deep groove ball bearings with three different radial loads are calculated and compared for three different material combinations. When radial loads are reduced by half, the minimum film thicknesses in the inner and outer contact areas are increased by approximately 9% in roller bearings and 5% in ball bearings, regardless of material pairs. In roller bearings with a constant load, the minimum film thicknesses were found to be constant independent of the material pair. In all-ceramic ball bearings, the minimum film thicknesses were found to be about 5% smaller than those of all-steel ones, almost independent of the load. In ball and roller bearings, the total deformations of the rolling surfaces are the largest in all-steel ones and the smallest in all-ceramic ones. Regardless of the combination of materials, it has been found that when the radial load is reduced by half, the total deformations in the ball bearings are reduced by about 37% and in the roller bearings by about

\* Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Müh. Bölümü, Görükle 16059, Bursa  
İletişim Yazarı: G. Karadere ([karadere@uludag.edu.tr](mailto:karadere@uludag.edu.tr))

46%. The maximum pressures on the inner contact surface of ball bearings are reduced by approximately 21% and those of roller bearings by about 29%.

**Keywords:** Cylindrical roller bearing, deep groove ball bearing, minimum film thickness, contact area, maximum contact pressure, total deformation

## 1. GİRİŞ

Günümüzde yuvarlanmalı yataklar (rulmanlar) oldukça yaygın bir kullanım alanına sahiptirler. Teknolojinin hızla gelişmesi sonucunda klasik çelik rulmanlar bazı çalışma şartlarında yetersiz kalabilmektedirler. Bu amaçla yuvarlanmalı yatağı oluşturan elemanlar için farklı malzemelerin kullanılması düşünülmüştür. Bunun en önemli örneği seramik yuvarlanma elemanları ve çelik bileziklerin bir kombinasyonu olan hibrid rulmandır. Bu rulmanlar, günümüzde özellikle başta havacılık ve uzay endüstrisi (gaz türbinleri) olmak üzere elektrik motorları, dişli kutuları, pompalar, takım tezgâhları ve kompresörler gibi çeşitli sistemlerde kullanılmaktadırlar. Hibrid Rulmanlar, yüksek sıcaklıkta ve yüksek hızlı sistemlerde düşük titreşimle üstün bir performans sergilemektedir (Fezullahoğlu, 2001).

Çelik bileziklere ve silisyum nitrür seramiğinden bilyalara sahip hibrid rulmanlarda, seramiğin elastiklik modülünün çeliğe göre daha yüksek olması nedeniyle, Hertz temas elipsi tamamen çelik rulmandakinden biraz daha küçüktür. Dolayısıyla seramik bilya ile çelik bilezik yuvası arasındaki temas basıncında yaklaşık % 12'lik bir artış gerçekleşir. Standart yuvarlanma temas yorulması teorisine göre, daha yüksek bir temas basıncı, dinamik yük taşıma kapasitesinin ve rulman ömrünün azalmasına yol açar. Bununla birlikte, hibrid yatakların kullanımındaki uzun deneyimler, çoğu uygulamada hibrid yatakların tamamen çelikten yapılmış geleneksel rulmanlardan daha iyi bir performansa sahip olduğunu göstermiştir. Gabelli ve Morales-Espejel (2019) çalışmalarında, hibrid rulmanların deneysel olarak elde edilen yorulma ömürleri ile önerdikleri yeni hesaplama modeliyle bulunan ömürler arasında iyi bir uyum olduğunu göstermişlerdir.

Rulmanlı yataklarda yuvarlanma yüzeylerinde yüksek Hertz basınçlarının oluşması ve genellikle titreşimli zorlanma halinin gerçekleşmesinden dolayı rulman imalinde kullanılacak malzemelerden yüksek yüzey basınç ve sürekli mukavemet sınırına sahip olmaları, dolayısıyla aşınmaya ve yorulmaya dayanıklı olmaları beklenir (Tevrüz, 2015).

Tamamen çelik rulmanlarla karşılaştırıldığında, seramik rulmanlar genel olarak daha yüksek verimlilik, daha yüksek hız, daha yüksek güvenilirlik, daha yüksek ölçü hassasiyeti, daha fazla rijitlik, daha uzun ömür, marjinal yağlama, daha düşük sürtünme, korozyona direnç, elektriksel yalıtıcılık ve daha az bakım özellikleriyle gereksinimleri daha kolay karşılayabilir (Rende ve Hanyaloğlu, 2012; Wang ve ark., 2000).

Tamamen seramik malzemeden yapılmış bilyalı rulmanlarda bilezikler ve bilyalar yüksek tribolojik özellikler gösteren Silisyum Nitrür ( $Si_3N_4$ ), Zirkonyum Oksit ( $ZrO_2$ ) veya Silisyum karbürden ( $SiC$ ) yapılır. Kafesler seramikten veya PEEK, PTFE gibi kompozit malzemelerden yapılabilir. Zirkonyum oksit mekanik ve termik özellikleri çelik malzemeye yakın olup son derece dayanıklı bir malzemedir. Seramik rulmanlar çelik rulmanların % 40'ı mertebesinde bir ağırlığa sahiptir (<https://www.ortechceramics.com/product-category/ceramic-bearings/>).

Düşük salınım hızlı, yüksek yüklü silisyum nitrür bilyalara sahip hibrid yatakların hasar evriminin incelendiği bir çalışmada, özellikle ilerleyici hasarın, hibrid yatakların iç bilezik yuvarlanma yolunda daha yüksek sayıda döngüden sonra başlarken, eşdeğer temas basıncına sahip tamamen çelik yatakların en çok yüklenmiş bilyalarında hasarın daha erken başladığı vurgulanmıştır. (Ghezzi ve ark., 2018).

Bu makalede farklı malzemelerden yuvarlanma çiftlerine sahip silindirik makaralı ve tek sıralı sabit bilyalı rulmanların belirli bir devir sayısında, sabit bir viskozitede ve farklı üç radyal kuvvetle yüklenmesine bağlı olarak iç ve dış temas alanlarında oluşan minimum film

kalınlıkları, temas alanları, maksimum basınçlar ve toplam deformasyonlar hesaplanmış ve birbirleriyle karşılaştırılarak bulunan sonuçlar yorumlanmıştır.

## 2. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu makalede hem silindirik makaralı hem de sabit bilyalı rulmanda üç farklı malzeme kombinasyonu ve üç farklı radyal yük için dokuz adet hesaplama yapılmıştır. Hibrid rulmanlara ait ortak konstrüksiyon, malzeme özellikleri ve işletme şartları aşağıdaki gibi seçilmiştir (Ölçen, 2005).

$$\begin{aligned}n &= 9 \text{ (rulmandaki toplam yuvarlanma elemanı sayısı),} \\r_i &= r_o = r = 6,604 \text{ mm (iç ve dış bilezik yuvarlatma yarıçapları)} \\R_{q,a} &= 0,175 \text{ } \mu\text{m (bilezik yuvarlarının rms yüzey pürüz yüksekliği)} \\R_{q,b} &= 0,0625 \text{ } \mu\text{m (yuvarlanma elemanlarının rms yüzey pürüz yüksekliği)} \\w_z &= 18.000; 9000; 4500 \text{ N (radyal yükler),} \\ \omega_i &= 400 \text{ rad/s (iç bilezik açışal hızı),} \\ \omega_o &= 0 \text{ rad/s (dış bilezik açışal hızı),} \\ \eta_0 &= 0,040 \text{ Pa.s (} p = 0 \text{ ve yatak efektif işletme sıcaklığındaki mutlak viskozite),} \\ \xi &= 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ Pa}^{-1} \text{ (basınç-viskozite katsayısı),} \\ E_a = E_\zeta &= 2,08 \cdot 10^{11} \text{ Pa (çelik bileziklerin elastiklik modülü),} \\ \nu_a = \nu_\zeta &= 0,3 \text{ (çelik bileziklerin Poisson oranı),} \\ E_b = E_s &= 3,2 \cdot 10^{11} \text{ Pa (seramik yuvarlanma elemanlarının elastiklik modülü),} \\ \nu_b = \nu_s &= 0,26 \text{ (seramik yuvarlanma elemanlarının Poisson oranı)}\end{aligned}$$

### 2.1. Yağ Film Kalınlığı Hesabı

Elastohidrokinamik (EHD) yağlamada uygulama açısından en önemli husus minimum film kalınlığının gerçekleşmesidir. Özellikle EHD film kalınlığı yorulma ömrünü etkilediğinden yuvarlanma elemanlı yataklar gibi temas yüzeyleri birbiriyle uyumlu olmayan makine elemanlarının çalışmasında uygun büyüklükte bir yağ film kalınlığının korunmuş olması son derece önemlidir. Yuvarlanma elemanlı yataklarda boyutsuz minimum EHD film kalınlığını hesaplamak için kullanılan Hamrock-Dowson denklemleri eliptik temaslar (bilyalı rulmanlar) için

$$\tilde{H}_{e,min} = \frac{\tilde{h}_{min}}{R_x} = 3,63 \cdot U^{0,68} \cdot G^{0,49} \cdot W^{-0,073} \cdot (1 - e^{-0,68.k}) \quad (1)$$

dikdörtgen temaslar (makaralı rulmanlar) için de

$$\tilde{H}_{r,min} = \frac{\tilde{h}_{min}}{R_x} = 1,714 \cdot U^{0,694} \cdot G^{0,568} \cdot (W')^{-0,128} \quad (2)$$

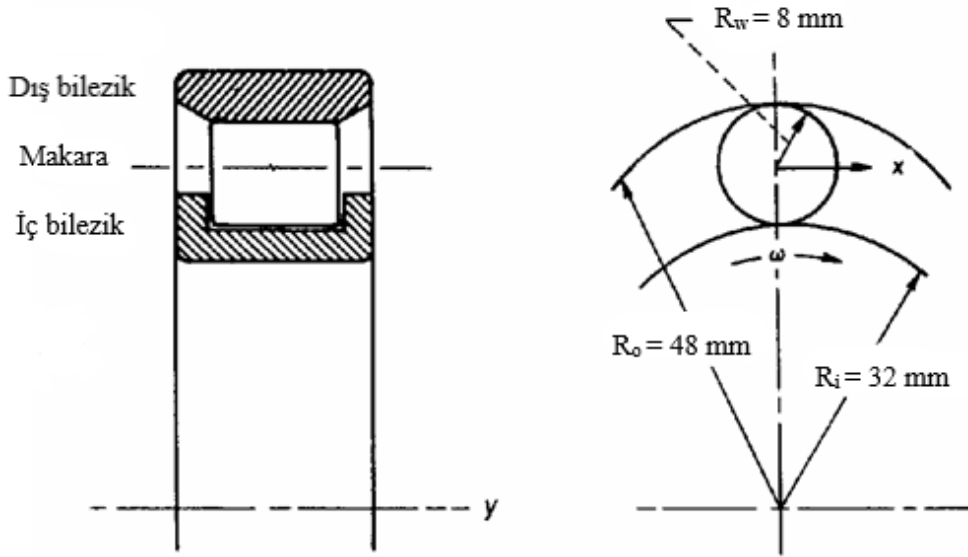
şeklinde. Bu denklemlerdeki  $\tilde{h}_{min}$  [m] eğri uydurma sonuçlarından bulunan minimum film kalınlığı, x eliptik / dikdörtgen temas yüzeyinde yuvarlanma hareketi yönündeki yatay eksen olmak üzere  $R_x$  [m] x yönündeki eşdeğer yarıçap,  $U = \eta_0 \cdot \tilde{u} / (E' \cdot R_x)$  boyutsuz hız parametresi,  $\eta_0$  [Pa.s] p=0 ve sabit sıcaklıktaki mutlak viskozite,  $\tilde{u} = (u_a + u_b) / 2$  [m/s] x yönündeki ortalama yüzey hızı,  $E' = 2 \{ [(1 - \nu_a^2) / E_a] + [(1 - \nu_b^2) / E_b] \}^{-1}$  [Pa] efektif elastiklik modülü,  $E_a$  [Pa] bileziklerin elastiklik modülü,  $\nu_a$  [-] bileziklerin Poisson oranı,

$E_b [Pa]$  yuvarlanma elemanlarının elastiklik modülü,  $\nu_b [-]$  yuvarlanma elemanlarının Poisson oranı,  $G = \xi \cdot E'$  boyutsuz malzeme parametresi,  $\xi [Pa^{-1}]$  basınç-viskozite katsayısı,  $W$  ve  $W'$  sırasıyla bilyalı ve makaralı rulmanlar için boyutsuz yük parametreleri,  $z$  radyal yük eksen,  $w_z [N]$  radyal yük,  $w' = w'_z [N/m]$  birim genişlikteki normal yük,  $k = D_y/D_x$  eliptiklik veya dikdörtgenlik parametresi,  $y$  yuvarlanma hareketi yönüne dik yatay eksen,  $D_y$  ve  $D_x [m]$  eliptik (veya dikdörtgen) temas yüzeyinin sırasıyla  $y$  ve  $x$  eksenindeki uzunluklarıdır (Hamrock, 1994; Hamrock ve ark., 2006). (1) ve (2) denklemlerinde en etkili üs hız üssüdür. Mühendislik uygulamalarında sınırlı bir sahaya sahip olmasına rağmen malzeme parametresi de önemli bir üsse sahiptir. Yük parametresindeki üs çok küçük ve negatiftir. Ancak silindirik makaralı yataklardaki yük üssü bilyalı yataklara göre % 75 daha büyüktür.

### 2.1.1. Silindirik Makaralı Hibrid Rulmanda Yağ Film Kalınlığı Hesaplamaları

Burada maksimum seviyede bir radyal yüke (18000 N) maruz kalan, seramik makaralar ve çelik bileziklerden oluşan silindirik makaralı hibrid rulman hali için, sayısal değerleriyle birlikte hesaplama adımları gösterilecektir. Şekil 1'de gösterilen bu rulmana ait diğer konstrüksiyon özellikleri aşağıdaki gibi seçilmiştir (Ölçen, 2005).

$$\begin{aligned} d_i &= 64 \text{ mm (iç bilezik temas çapı)}, \\ d_o &= 96 \text{ mm (dış bilezik temas çapı)}, \\ d_w &= 16 \text{ mm (makara çapı)}, \\ l_{eff} &= 16 \text{ mm (makara efektif uzunluğu)}, \end{aligned}$$



**Şekil 1:**  
Silindirik makaralı rulman örneği (Hamrock ve Anderson, 1983)

Radyal boşluk ( $c_d$ ) sıfır olduğunda, en çok yüklenen makaraya gelen normal yük

$$(w_z)_{max} = \frac{4 \cdot w_z}{n} = \frac{4 \cdot 18000}{9} = 8000 \text{ N}$$

En çok yüklenen makarada birim uzunluğa gelen normal yük

$$(w_z')_{max} = \frac{(w_z)_{max}}{l_{eff}} = \frac{8000}{16} = 500 \text{ N/mm}$$

Şekil 1'deki eğrilik yarıçapları

$$R_{a x,i} = R_i = 32 \text{ mm} ; R_{a y,i} = \infty$$

$$R_{a x,o} = R_o = -48 \text{ mm} ; R_{a y,o} = \infty$$

$$R_{b x} = R_w = 8 \text{ mm} ; R_{b y} = \infty$$

olduğundan, eşdeğer eğrilik yarıçapları

$$\frac{1}{R_{x,i}} = \frac{1}{R_{b x}} + \frac{1}{R_{a x,i}} ; \frac{1}{R_{x,o}} = \frac{1}{R_{b x}} + \frac{1}{R_{a x,o}}$$

bağıntılarından  $R_{x,i} = 6,4 \text{ mm} ; R_{x,o} = 9,6 \text{ mm}$  bulunur. Benzer bağıntılarla

$R_{y,i} = R_{y,o} = \infty$  bulunacaktır. Ortalama temas çapı ise  $d_e = 0,5 \cdot (d_o + d_i) = 80 \text{ mm}$  dir.

$E'$  bağıntısında çelik bilezik ve seramik makara için malzeme değerleri yerleştirildiğinde hibrid yatağın efektif elastiklik modülü  $E' = 2,743 \cdot 10^5 [MPa]$  bulunur.

Salt yuvarlanma halinde, silindirik bir makara için yağlanmış temaslarda yüzey hızı

$$\tilde{u} = \frac{|\omega_i - \omega_o| \cdot (d_e^2 - d_w^2)}{4 \cdot d_e} = 7,680 \text{ m/s}$$

Hız sadece yuvarlanma yönünde ( $\tilde{v} = 0$ ) olduğunda sırasıyla iç ve dış temas alanları için boyutsuz hız ( $U$ ), malzeme ( $G$ ) ve yük ( $W'$ ) parametreleri aşağıdaki şekilde bulunacaktır.

$$U_i = \frac{\eta_0 \cdot \tilde{u}}{E'_{\text{çelik-seramik}} \cdot R_{x,i}} = 1,749 \cdot 10^{-10} ; U_o = \frac{\eta_0 \cdot \tilde{u}}{E'_{\text{çelik-seramik}} \cdot R_{x,o}} = 1,666 \cdot 10^{-10}$$

$$G_i = G_o = \xi \cdot E'_{\text{çelik-seramik}} = 6311,1$$

$$W'_i = \frac{(w_z')_{max}}{E'_{\text{çelik-seramik}} \cdot R_{x,i}} = 2,847 \cdot 10^{-4} ; W'_o = \frac{(w_z')_{max}}{E'_{\text{çelik-seramik}} \cdot R_{x,o}} = 1,898 \cdot 10^{-4}$$

Bu parametreler (2) denkleminde yerleştirildiğinde iç ve dış temas yüzeylerindeki boyutsuz minimum film kalınlıkları sırasıyla:

$$\tilde{H}_{r,min,i} = \frac{(\tilde{h}_{min})_i}{R_{x,i}} = 1,188 \cdot 10^{-4} ; \tilde{H}_{r,min,o} = \frac{(\tilde{h}_{min})_o}{R_{x,o}} = 0,944 \cdot 10^{-4}$$

Boyutlu minimum EHD film kalınlıkları ise

$$(\tilde{h}_{min})_i = 0,760 \mu m \text{ ve } (\tilde{h}_{min})_o = 0,907 \mu m \text{ olarak bulunur.}$$

Görüldüğü gibi minimum film kalınlıklarının en küçüğü iç bilezik ile en ağır yüklenmiş makara arasında oluşur. Makara-iç bilezik temasındaki minimum film kalınlığı makara-dış bilezik temasındakine göre % 16 daha küçük gerçekleşmiştir.

Kompozit yüzey pürüzlülüğü  $R_q = (R_{q,a}^2 + R_{q,b}^2)^{1/2} = 0,1858 \mu m$  olup bu halde iç temastaki boyutsuz film parametresi

$$\Lambda_i = \frac{(\tilde{h}_{min})_i}{R_q} = \frac{0,760}{0,1858} = 4,09$$

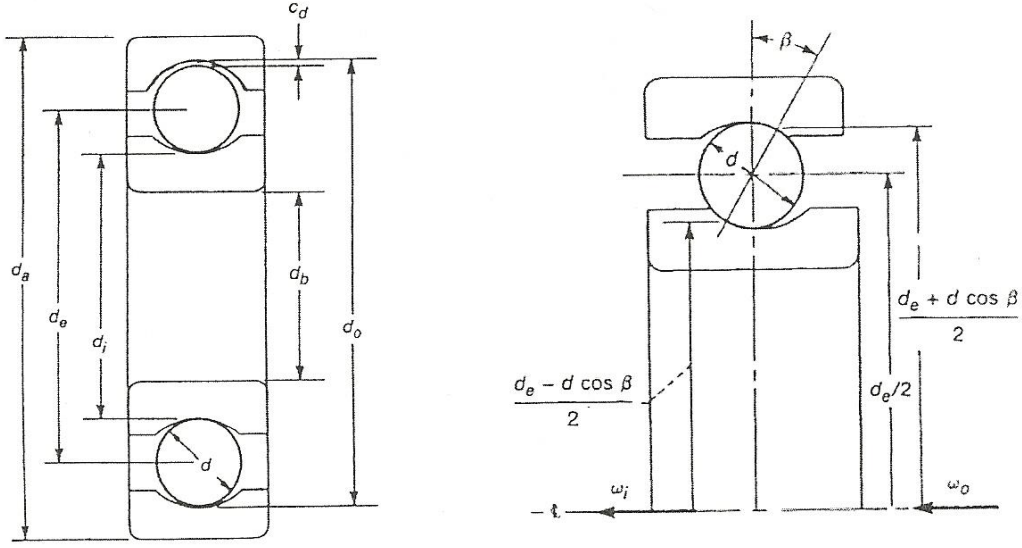
bulduğundan ve EHD yağlamada boyutsuz film parametresinin sınırları 3 ila 10 arası tanımlandığından uygun bir EHD yağ filmi korunmuş olacaktır.

### 2.1.2. Sabit Bilyalı Hibrid Rulmanda Yağ Film Kalınlığı Hesaplamaları

Sabit bilyalı rulmanların farklı radyal yüklerde oluşan yağ film kalınlıklarını hesaplayabilmek için rulman geometrisinin bilinmesi gerekir. Şekil 2' de tek sıralı sabit bilyalı rulman kesitlerinde radyal boşluk ( $c_d$ ), bilya çapı ( $d$ ), dış bilezik dış çapı ( $d_a$ ), iç bilezik iç çapı ( $d_b$ ), dış bilezik maksimum temas çapı ( $d_o$ ), iç bilezik minimum temas çapı ( $d_i$ ), dış ve iç bileziklerin ortalama temas çapı ( $d_e$ ),  $\beta$  temas açısında bilya ve bileziklerin iç ve dış temas noktalarındaki yarıçapları gösterilmiştir (Hamrock, 1994).

Öncelikle uygun işletme koşulları için bilya ve bilezikler arası iç ve dış temas geometrilerinin temel özellikleri hesaplanarak yuvarlanma yüzeylerindeki maksimum lokal elastik ezilme miktarlarının toplamı bulunmuştur. Daha sonraki işlemlerde salt yuvarlanma halinde iç ve dış temas yüzeylerindeki boyutsuz hız, malzeme ve yük parametrelerinin bulunması ve yukarıdaki (1) bağıntısının kullanılması ile EHD minimum film kalınlığı hesaplanmıştır. Şekil 2'de gösterilen bilyalı rulmana ait diğer konstrüksiyon özellikleri aşağıdaki gibi seçilmiştir (Ölçen, 2005).

$$\begin{aligned} d_i &= 52,291 \text{ mm (iç bilezik minimum temas çapı)}, \\ d_o &= 77,706 \text{ mm (dış bilezik maksimum temas çapı)}, \\ d &= 12,700 \text{ mm (bilya çapı)}, \\ \beta &= 0^\circ \text{ (temas açısı)} \end{aligned}$$



**Şekil 2:**  
Tek sıralı sabit bilyalı rulman boyutları (Hamrock, 1994)

Hesaplama adımları makaralı rulmandakine benzer şekilde yapıldığından ve daha önceki bir makalemizde (Karadere ve Tosun, 2019) detaylı olarak gösterildiğinden, bu çalışmada bulunan sonuçlar sadece tablo halinde verilip yorumlanacaktır.

Bilyalı rulmanlar için radyal boşluk sıfır olduğunda, en çok yüklenen bilyaya gelen normal yük bağıntısındaki katsayı daha emniyetli bir yaklaşımla 5 alınmıştır (Hamrock ve Anderson, 1983).

$$(w_z)_{max} = \frac{5 \cdot w_z}{n}$$

Ayrıca makaralı rulmandakinden farklı olarak boyutsuz yük parametreleri de aşağıdaki bağıntılarla hesaplanmaktadır:

$$W_i = \frac{(w_z)_{max}}{E' \cdot (R_{x,i})^2} ; W_o = \frac{(w_z)_{max}}{E' \cdot (R_{x,o})^2}$$

## 2.2. Toplam Deformasyon ve Maksimum Basınç Hesabı

### 2.2.1. Silindirik Makaralı Rulmanda Deformasyon ve Basınç Hesabı

Silindirik makaralı rulmanda iç ve dış temaslardaki eşdeğer eğrilik yarıçaplarından bulunan

$$\Sigma\rho = \frac{1}{R_{x,i}} + \frac{1}{R_{x,o}}$$

değişkeni dikdörtgen temas alanı genişliğini veren aşağıdaki Hertz bağıntısında yerleştirilerek

$$2. b = 2. \sqrt{8. (1 - \nu^2) \left( \frac{W_z}{l_{eff}} \right) \cdot \left( \frac{1}{\pi. E. \Sigma\rho} \right)}$$

temas alanı bulunur:

$$A_c = 2. b. l_{eff}$$

İç ve dış temas yüzeylerindeki  $W'_i$  ve  $W'_o$  boyutsuz yükleri  $w'$  birim normal yüküyle hesaplanır.

$$w' = \frac{W_z}{l_{eff}} \quad ; \quad W'_i = \frac{w'}{E'. R_{x,i}} \quad ; \quad W'_o = \frac{w'}{E'. R_{x,o}}$$

İç ve dış temas yüzeylerindeki  $\delta_{max,i}$  ve  $\delta_{max,o}$  maksimum deformasyonları aşağıdaki bağıntılarla hesaplanıp toplandığında  $\delta_M$  toplam makaralı rulman deformasyonu bulunur.

$$\delta_{max,i} = \frac{2. W'_i. R_{x,i}}{\pi} \left[ \ln \left( \frac{2. \pi}{W'_i} \right) - 1 \right] \quad ; \quad \delta_{max,o} = \frac{2. W'_o. R_{x,o}}{\pi} \left[ \ln \left( \frac{2. \pi}{W'_o} \right) - 1 \right]$$

$$\delta_M = \delta_{max,i} + \delta_{max,o}$$

Maksimum Hertz temas basıncı ise

$$p_{max} = E' \cdot \left( \frac{W'}{2. \pi} \right)^{0,5}$$

bağıntısıyla hesaplanır (Hamrock ve ark., 2006).

### 2.2.2. Sabit Bilyalı Rulmanda Deformasyon ve Basınç Hesabı

Sırasıyla iç ve dış temaslarda yatay izdüşüm düzleminde hareket yönü x ve hareket yönüne dik y yönlerindeki eşdeğer yarıçaplar aynı zamanda  $\rho$  değişkenlerinin tersleridir:

$$R_{x,i} = \frac{d. (d_e - d. \cos\beta)}{2. d_e} = \rho_{11}^{-1} \quad ; \quad R_{x,o} = \frac{d. (d_e + d. \cos\beta)}{2. d_e} = \rho_{21}^{-1}$$

$$R_{y,i} = \frac{R_{r,i} \cdot d}{2. R_{r,i} - 1} = \rho_{12}^{-1} \quad ; \quad R_{y,o} = \frac{R_{r,o} \cdot d}{2. R_{r,o} - 1} = \rho_{22}^{-1}$$

$\rho$  değişkenleri ile

$$\Sigma\rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} \quad ; \quad \cos\tau = \frac{\rho_{11} - \rho_{12} + \rho_{21} - \rho_{22}}{\Sigma\rho}$$



değerleri hesaplanır.  $\cos \tau$  'ye karşılık gelen Hertz sabitleri  $(\mu, \nu)$  ilgili tablodan (Ölçen, 2005) genellikle interpolasyonla belirlenir. Rulman boyutları değişmediği sürece Hertz sabitleri de değişmeyecektir. Burada seçilen boyutlar için  $\mu = 3,57$  ve  $\nu = 0,427$  değerleri bulunmuştur.

Bilyalı rulmandaki eliptik temas alanının uzun ve kısa simetri eksenini yarı uzunlukları

$$a = \mu \cdot \sqrt[3]{3 \cdot (1 - \nu^2) \left( \frac{W_z}{E \cdot \Sigma \rho} \right)} ; b = \nu \cdot \sqrt[3]{3 \cdot (1 - \nu^2) \left( \frac{W_z}{E \cdot \Sigma \rho} \right)}$$

değerleriyle temas alanı ve maksimum temas basıncı hesaplanır:

$$A_c = \pi \cdot a \cdot b ; p_{max} = 1,5 \frac{W_z}{A_c}$$

İç ve dış temas yüzelerindeki  $\delta_{max,i}$  ve  $\delta_{max,o}$  maksimum deformasyonları aşağıdaki bağıntılarla hesaplanıp toplandığında  $\delta_B$  toplam bilyalı rulman deformasyonu bulunur.

$$\delta_{max,i} = \bar{F}_i \cdot \left[ \frac{9}{2 \cdot \bar{\epsilon}_i \cdot R_i} \left( \frac{(W_z)_{max}}{\pi \cdot k_i \cdot E'} \right)^2 \right]^{1/3} ; \delta_{max,o} = \bar{F}_o \cdot \left[ \frac{9}{2 \cdot \bar{\epsilon}_o \cdot R_o} \left( \frac{(W_z)_{max}}{\pi \cdot k_o \cdot E'} \right)^2 \right]^{1/3}$$

$$\delta_B = \delta_{max,i} + \delta_{max,o}$$

Bu bağıntılardaki  $k_i, k_o$  sırasıyla iç ve dış temas yüzelerindeki eliptiklik parametreleri;  $\bar{\epsilon}_i, \bar{\epsilon}_o, \bar{F}_i, \bar{F}_o$  ise eliptik integrallerdir (Karadere ve Tosun, 2019).

### 3. SONUÇLAR

Silindirik makaralı rulmanda üç malzeme kombinasyonu ve üç radyal yük için iç ve dış temas yüzelerinde hesaplanan minimum film kalınlıkları Tablo 1'de gösterilmiştir.

**Tablo 1. Silindirik Makaralı Rulmanda Minimum Film Kalınlıkları [ $\mu m$ ]**

	Bilezik Malzemesi	Makara Malzemesi	$w_z$		
			18000 N	9000 N	4500 N
			$h_{min,i} / h_{min,o}$	$h_{min,i} / h_{min,o}$	$h_{min,i} / h_{min,o}$
$h_{min,\zeta\zeta}$ [ $\mu m$ ]	Çelik	Çelik	0,760 / 0,906	0,831 / 0,990	0,908 / 1,082
$h_{min,\zeta s}$ [ $\mu m$ ]	Çelik	Seramik	0,760 / 0,907	0,831 / 0,991	0,908 / 1,083
$h_{min,ss}$ [ $\mu m$ ]	Seramik	Seramik	0,761 / 0,907	0,831 / 0,991	0,908 / 1,083

Silindirik makaralı rulmanlarda radyal yük yarı yarıya azaltıldığında, iç ve dış temas alanlarındaki minimum film kalınlıkları, malzeme çiftlerinden bağımsız olarak % 9,3 oranında artmaktadır. Sabit bir radyal yük için minimum film kalınlıkları malzeme çiftinden bağımsız olarak sabit bir değer vermektedir. Radyal yük değerinden ve malzeme kombinasyonundan bağımsız olarak  $h_{min,i}$  değerlerinin  $h_{min,o}$  değerlerine oranı yaklaşık 0,84 tür.

Sabit bilyalı rulmanda üç malzeme kombinasyonu ve üç radyal yük için iç ve dış temas yüzeylerinde hesaplanan minimum film kalınlıkları Tablo 2’de gösterilmiştir.

**Tablo 2. Sabit Bilyalı Rulmanda Minimum Film Kalınlıkları [ $\mu\text{m}$ ]**

	Bilezik Malzemesi	Bilya Malzemesi	$w_z$		
			18000 N	9000 N	4500 N
			$h_{min,i}/h_{min,o}$	$h_{min,i}/h_{min,o}$	$h_{min,i}/h_{min,o}$
$h_{min,\zeta\zeta}$ [ $\mu\text{m}$ ]	Çelik	Çelik	0,511 / 0,614	0,537 / 0,646	0,565 / 0,679
$h_{min,\zeta s}$ [ $\mu\text{m}$ ]	Çelik	Seramik	0,500 / 0,601	0,526 / 0,632	0,553 / 0,665
$h_{min,ss}$ [ $\mu\text{m}$ ]	Seramik	Seramik	0,486 / 0,585	0,512 / 0,615	0,538 / 0,647

Sabit bilyalı rulmanlarda radyal yük yarı yarıya azaltıldığında, iç ve dış temas alanlarındaki minimum film kalınlıkları % 4,92 oranında artmaktadır. Hemen hemen yükten bağımsız olarak iç ve dış temas alanlarındaki minimum film kalınlıkları, tamamen seramik rulmanda hibrid rulmana göre yaklaşık % 2,7; hibrid rulmanda tamamen çelik olana göre % 2,1 ve tamamen seramik rulmanda tamamen çelik olana göre % 4,75 daha küçüktür. Radyal yük değerinden ve malzeme kombinasyonundan bağımsız olarak  $h_{min,i}$  değerlerinin  $h_{min,o}$  değerlerine oranı yaklaşık 0,83 tür.

Tamamen çelik, hibrid ve tamamen seramikten silindirik makaralı rulmanlarda üç radyal yatak yükü için hesaplanan temas alanları, maksimum temas basınçları, iç ve dış temas yüzeylerindeki maksimum deformasyonlar ve toplam deformasyon değerleri Tablo 3’te gösterilmiştir. İç temas yüzeyindeki boyutsuz yükler daha büyük olduğundan maksimum basınçlar bu değerlere göre hesaplanmıştır.

**Tablo 3. Silindirik makaralı rulmanda malzeme kombinasyonu ve radyal yatak yüküne karşılık gelen temas alanı, maksimum temas basıncı ve deformasyonlar**

Malzeme	$w_z$ [N]	$A_c$ [ $\text{mm}^2$ ]	$p_{max}$ [MPa]	$\delta_{max,i}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\delta_{max,o}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\delta_M$ [ $\mu\text{m}$ ]
Tamamen Çelik Rulman	18000	7,0202	2528,8	25,093	26,363	51,456
	9000	4,9640	1788,1	13,632	14,268	27,900
	4500	3,5101	1264,4	7,359	7,677	15,036
Hibrid Rulman	18000	6,4084	2770,2	21,386	22,444	43,830
	9000	4,5314	1958,8	11,598	12,127	23,725
	4500	3,2042	1385,1	6,251	6,516	12,767
Tamamen Seramik Rulman	18000	5,7291	3098,6	17,560	18,406	35,966
	9000	4,0511	2191,1	9,503	9,926	19,429
	4500	2,8646	1549,3	5,113	5,325	10,438

Silindirik makaralı rulmanlarda yükten ve malzeme kombinasyonundan bağımsız olarak iç temas yüzeyindeki deformasyonlar dış temas yüzeyindekilerin % 95,62 si şeklinde gerçekleşmiştir. Silindirik makaralı rulmanlarda radyal yük yarı yarıya azaltıldığında, malzeme kombinasyonundan bağımsız olarak, dikdörtgen temas alanları ve iç temas yüzeyindeki maksimum basınçlar % 29,29 ; toplam deformasyonlar ise yaklaşık % 46 azalmaktadır. Sabit radyal yükler için silindirik makaralı rulmanlar malzeme çiftlerine göre incelendiğinde, hibrid rulmanlar tamamen çelik olanlara göre ortalama % 14,96; tamamen seramik rulmanlar hibrid

rulmanlara göre ortalama % 18,10; tamamen seramik rulmanlar tamamen çelik olanlara göre ortalama % 30,35 daha az deformasyona uğramıştır.

**Tablo 4. Sabit bilyalı rulmanda malzeme kombinasyonu ve radyal yatak yüküne karşılık gelen temas alanı, maksimum temas basıncı ve deformasyonlar**

Malzeme	$w_z [N]$	$A_c [mm^2]$	$p_{max} [MPa]$	$\delta_{max,i} [\mu m]$	$\delta_{max,o} [\mu m]$	$\delta_B [\mu m]$
Tamamen Çelik Rulman	18000	3,7601	7180,6	45,318	44,088	89,406
	9000	2,3687	5699,3	28,549	27,773	56,322
	4500	1,4922	4523,5	17,985	17,496	35,481
Hibrid Rulman	18000	3,3297	8108,8	40,120	39,031	79,151
	9000	2,0976	6435,9	25,274	24,588	49,862
	4500	1,3214	5108,2	15,922	15,489	31,411
Tamamen Seramik Rulman	18000	2,8676	9415,5	34,561	33,623	68,184
	9000	1,8065	7473,1	21,772	21,181	42,953
	4500	1,1380	5931,4	13,716	13,343	27,059

Tamamen çelik, hibrid ve tamamen seramikten sabit bilyalı rulmanlarda üç radyal yatak yükü için hesaplanan temas alanları, maksimum temas basınçları, iç ve dış temas yüzeylerindeki maksimum deformasyonlar ve toplam deformasyon değerleri Tablo 4'te gösterilmiştir. İç temas yüzeyindeki boyutsuz yükler daha büyük olduğundan maksimum basınçlar bu değerlere göre hesaplanmıştır.

Sabit bilyalı rulmanlarda malzeme kombinasyonundan bağımsız olarak, radyal yük yarı yarıya azaltıldığında, eliptik temas alanları ve toplam deformasyonlar % 37, iç temas yüzeyindeki maksimum basınçlar % 20,63 azalmaktadır. Bilyalı rulmanlarda yükten ve malzeme kombinasyonundan bağımsız olarak dış temas yüzeyindeki deformasyonlar iç temas yüzeyindekilerin % 97,28 si şeklinde gerçekleşmiştir. Bilyalı rulmanlar malzeme çiftlerine göre incelendiğinde, radyal yükten bağımsız olarak, hibrid rulmanlar tamamen çelik olanlara göre % 11,47; tamamen seramik rulmanlar hibrid rulmanlara göre % 13,86; tamamen seramik rulmanlar tamamen çelik olanlara göre % 23,74 daha az toplam deformasyona uğramıştır. Aynı malzeme kombinasyonu ve aynı radyal yük için makaralı rulman toplam deformasyonları ( $\delta_M$ ), bilyalı rulman toplam deformasyonlarından ( $\delta_B$ ) % 42,45 ile % 61,43 arasında daha küçük bulunmuştur.

#### 4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu makalede tamamen çelik, hibrid ve tamamen seramikten yuvarlanma çiftlerine sahip silindirik makaralı ve sabit bilyalı rulmanların belirli bir devir sayısında, sabit bir viskozitede ve farklı üç radyal kuvvetle yüklenmesine bağlı olarak iç ve dış temas alanlarında oluşan minimum film kalınlıkları, temas alanları, maksimum basınçlar ve toplam deformasyonlar hesaplanmış ve bulunan sonuçlar karşılaştırılarak aşağıdaki şekilde yorumlanmıştır.

Radyal yükler yarı yarıya azaltıldığında, iç ve dış temas alanlarındaki minimum film kalınlıkları ( $h_{min,i}$  ve  $h_{min,o}$ ), malzeme çiftlerinden bağımsız olarak, silindirik makaralı rulmanlarda yaklaşık % 9, sabit bilyalı rulmanlarda ise % 5 oranında artmaktadır.

Makaralı rulmanlarda sabit bir yük için minimum film kalınlıkları malzeme çiftinden bağımsız olarak sabit kalmaktadır. Bilyalı rulmanlarda ise hemen hemen yükten bağımsız olarak

iç ve dış temas alanlarındaki minimum film kalınlıkları, tamamen seramik rulmanda hibrid rulmana göre yaklaşık % 3; hibrid rulmanda tamamen çelik olana göre yaklaşık % 2 ve tamamen seramik rulmanda tamamen çelik olana göre yaklaşık % 5 daha küçüktür.

Makaralı ve bilyalı rulmanlarda malzeme kombinasyonu ve yükten bağımsız olarak  $h_{min,i}$  değerlerinin  $h_{min,o}$  değerlerine oranı yaklaşık % 83,5 tur. Yani iç temas yüzeylerindeki minimum film kalınlıkları dış temas yüzeylerindeki daha küçük çıkmaktadır. İç bilezik yuvası, yatak eksenini boyunca kesilen düzlemde içbükey; yuvarlanma yolu boyunca kesilen düzlemde dışbükeydir. Dış bilezik yuvası ise her iki düzlemde içbükeydir. Dolayısıyla bilya ve iç bilezik arasındaki temas, bilyalı yatakta oluşan gerilmeler ve bilyalı yatağın ömrü açısından kritiktir (Wilson, 1997). Bundan dolayı, sadece  $h_{min,i}$  değerlerini hesaplamak yeterlidir. Diğer bir ifadeyle düşük ve orta hızlarda çalışan millerin yataklarındaki rulmanlarda tribolojik açıdan en kritik temaslar yuvarlanma elemanlarıyla iç bilezik temas yüzeyleri arasında gerçekleşmektedir. Ancak, yüksek hızda çalışan bir rulman için, dış temas yüzeyindeki radyal kuvvete, yuvarlanan elemanın merkezkaç kuvveti de eklenmelidir. Bu durumlarda, dış temas yüzeyindeki minimum film kalınlığı  $h_{min,o}$  iç temas yüzeyindeki küçük çıkabileceğinden EHD film kalınlığı, her iki temas yüzeyi için hesaplanmalıdır.

Bilyalı ve makaralı rulmanlarda yuvarlanma yüzeylerindeki toplam deformasyonlar tamamen çelik olanlarda en büyük, tamamen seramik olanlarda en küçüktür.

Malzeme kombinasyonu ve yükten bağımsız olarak, silindirik makaralı rulmanlarda iç temas yüzeyindeki deformasyonlar dış temas yüzeyindeki yaklaşık % 96 sı şeklinde gerçekleşmiştir. Sabit bilyalı rulmanlarda ise dış temas yüzeyindeki deformasyonlar iç temas yüzeyindeki yaklaşık % 97 si şeklinde gerçekleşmiştir.

Malzeme kombinasyonundan bağımsız olarak, yük yarı yarıya azaltıldığında, silindirik makaralı rulmanlarda temas alanları ve iç temas yüzeyindeki maksimum basınçlar yaklaşık % 29,5 ; toplam deformasyonlar ise % 46 azalmaktadır. Sabit bilyalı rulmanlarda ise temas alanları ve toplam deformasyonlar % 37, iç temas yüzeyindeki maksimum basınçlar yaklaşık % 20,5 azalmaktadır.

Sabit bir radyal yük için malzeme çiftlerine göre incelendiğinde, ortalama değerler cinsinden silindirik makaralı hibrid rulmanlar tamamen çelik olanlara göre % 15; tamamen seramik rulmanlar hibrid rulmanlara göre %18; tamamen seramik rulmanlar tamamen çelik olanlara göre % 30,5 daha az deformasyona uğramıştır.

Sabit bilyalı rulmanlarda radyal yükten bağımsız olarak, hibrid rulmanlar tamamen çelik olanlara göre yaklaşık % 11,5; tamamen seramik rulmanlar hibrid rulmanlara göre % 14; tamamen seramik rulmanlar tamamen çelik olanlara göre % 24 daha az toplam deformasyona uğramıştır.

Aynı malzeme kombinasyonu ve yük için makaralı rulman toplam deformasyonları, bilyalı rulmandakilerden % 42,5 ile % 61,5 arasında daha küçük bulunmuştur. Aynı malzeme ve yük şartlarında, radyal bilyalı rulmanlardaki temas alanları, silindirik makaralı rulmanlara göre daha küçük, maksimum basınçlar ise daha büyük olduğundan silindirik makaralı rulmanların yük taşıma kapasiteleri / ömürleri bilyalı rulmanlara göre çok daha büyük olmaktadır.

Lundberg - Palmgren teorisine göre yuvarlanma temasındaki yorulma ömrünü hesaplarken çelik bilyalar yerine çelik makaralar alındığında yük-ömür üssündeki artış % 11 iken, çelik bilyalar yerine silisyum nitrid seramik bilyalar kullanıldığında üs artışı % 79 olmaktadır. Dolayısıyla malzemenin ömür üzerine etkisi şekil etkisinden çok daha fazladır (Zaretsky, 1989; Karadere ve Tosun, 2019).

Sabit bilyalı rulmanlarda yuvarlanma yüzeylerindeki minimum film kalınlığının ve toplam deformasyonların hesabında, bilyaya etkiyen maksimum normal yük bağıntısındaki katsayının, konservatif yaklaşımla tavsiye edilen 5 değeri yerine, iterasyonlarla bulunan yaklaşık 4,5 alınması daha hassas sonuçlar verecektir.

## KAYNAKLAR

1. Feyzullahoğlu, E. (2001) Hibrid Rulmanlar, *TMMOB MAKİNA MÜHENDİSLERİ ODASI Mühendis ve Makina Dergisi*, cilt 42, sayı 492, 16-20.
2. Gabelli, A. ; Morales-Espejel, G.E. (2019) A model for hybrid bearing life with surface and subsurface survival, *Wear*, 422–423, 223–234. DOI: 10.1016/j.wear.2019.01.050
3. Ghezzi, I. ; Komba, E.W.H. ; Bouscharain, N. ; Massi, F. ; Tonazzi, D. ; Le Jeune, G. ; Coudert, J.-B. (2018) Damage evolution and contact surfaces analysis of high-loaded oscillating hybrid bearings, *Wear*, 406–407, 1–12. DOI: 10.1016/j.wear.2018.03.016
4. Hamrock, B.J. (1994) *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, McGraw-Hill, New York.
5. Hamrock, B.J. ; Anderson, W.J. (1983) *Rolling-Element Bearings*, NASA Reference Publication 1105.
6. Hamrock, B.J. ; Dowson, D. (1981) *Ball Bearing Lubrication – The Elastohydrodynamics of Elliptical Contacts*, Wiley-Interscience, New York.
7. Hamrock, B.J. ; Schmid, S.R. ; Jacobson, B.O. (2006) *Fundamentals of Machine Elements*, McGraw-Hill, International Edition, Singapore.
8. <https://www.ortechceramics.com/product-category/ceramic-bearings/> (Erişim Tarihi: 30.08.2018)
9. Karadere, G. ve Tosun, C. (2019) Farklı Malzeme Kombinasyonlarına Sahip Radyal Bilyalı Rulmanların Toplam Lokal Ezilme Miktarları ve Boyutsuz Film Parametrelerinin Karşılaştırılması, *Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, Cilt 24, Sayı 2, 49-61. DOI: 10.17482/uumfd.461975
10. Ölçen, N. E. (2005) Farklı Malzemelerden Yuvarlanma Çiftlerine Sahip Bilyalı Rulmanların Tribolojik Özelliklerinin Karşılaştırılması, *Yüksek Lisans Tezi*, Uludağ Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Bursa.
11. Rende, H. ; Hanyaloğlu, C. (2012) Rulmanlarda ve Kaymalı Yataklarda Seramiklerin Kullanımı, *TMMOB MMO Mühendis ve Makina Dergisi*, cilt 53, sayı 633, 28-35.
12. Tevrüz, T. (2015) *Makine Elemanları ve Konstrüksiyon Örnekleri*, Cilt 2, Çağlayan Kitabevi, 1.ci baskı, İstanbul.
13. Wang, L. ; Snidle, R.W. ; Gu, L. (2000) Rolling contact silicon nitride bearing technology: a review of recent research, *Wear*, 246, 159–173. DOI: 10.1016/S0043-1648(00)00504-4
14. Wilson, C.E. (1997) *Computer Integrated Machine Design*, Prentice-Hall, International Edition, New Jersey.
15. Zaretsky, E.V. (1989) Ceramic bearings for use in gas turbine engines, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Trans. ASME 111 (1) 146–154. DOI: 10.1115/1.3240213

