Uludağ Üniversitesi
Eğitim Fakültesi
Dergisi
http://kutuphane.uludag.edu.tr/Univder/uufader.htm

# Üstün Yetenekli Öğrencilerin Karşılaştıkları Matematik Problemleri İle İlgili Bilişsel Öngörüleri[1]

Gönül YAZGAN-SAĞ[1], Ziya ARGÜN[2]

*[1]Arş. Gör. Dr., Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi, Matematik Öğretmenliği ABD, gonulyazgan@gazi.edu.tr*
*[2]Prof. Dr., Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi, Matematik Öğretmenliği ABD, ziya@gazi.edu.tr*

## ÖZET

Üstün yetenekli öğrenciler; çoğunlukla, meraklı, zeki, motive olmuş ve başarıya odaklanmış olarak tarif edilmektedir. Bu gruptaki öğrencilerin neden daha başarılı oldukları sorusuna henüz tatmin edici bir cevap / cevaplar bulunamamıştır. Bu araştırmanın amacı, üstün yetenekli öğrencilerin karşılaştıkları matematik problemleri ile ilgili bilişsel öngörülerini derinlemesine ve detaylı olarak ortaya koymaktır. Onuncu sınıfa devam eden üç üstün yetenekli öğrenci ile 10 tane problem çözme oturumu gerçekleştirilmiştir. Elde edilen bulgulara göre, üstün yetenekli öğrencilerin; kendilerine yöneltilen bazı problemlerin benzerleri ile hangi ortamlarda, nasıl karşılaştıklarını ve çözüm yolunda attıkları adımları detaylı bir şekilde hatırladıkları görülmüştür. Araştırmada ilk defa karşılaştıkları bazı problemler için çözüm planı üretemedikleri, bazıları için ise üretebildikleri durumlar görülmüştür. Diğer taraftan plan üretebildikleri bu tür problemler için çoğunlukla birden fazla çözüm yolu önermeleri dikkat çekmiştir.

**Anahtar Sözcükler**: Üstün Yetenekli Öğrenciler, Lise, Öz Düzenlemeli Öğrenme, Matematiksel Problem Çözme.

---

[1] Bu çalışma birinci yazarın doktora tezinin bir bölümünden hazırlanmıştır. Ayrıca XI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

# Gifted Students' Cognitive Forethoughts Regarding the Mathematical Problems

## ABSTRACT

Gifted students are usually described as curious, smart, motivated, and focused on success. However, there is still no certain answer regarding why students in this group are more successful. In this sense the purpose of this study was to investigate gifted students' cognitive forethoughts about mathematical problems in a detailed way. We set ten problem solving sessions with three gifted 10$^{th}$ grade students. In the light of analysis of the data, secondary gifted students were able to remember the whole context about the similar problems that they previously faced. Also these students were able to make detailed descriptions about previous problems. When they met with mathematical problems which have not previously experienced sometimes they couldn't generate a solution. On the other hand when they generate a solution, generally they offered more than one solution for these new problems.

**Key Words:** Gifted students, high school, self-regulated learning, mathematical problem solving.

## GİRİŞ

Farklı akademik alanlar, zekâ ile ilgili farklı bakış açılarına sahip olabilmektedir ve bu alanların "üzerinde anlaştığı bir tanım" bulunmamakla birlikte, geleneksel psikoloji görüşleri standartlaştırılmış bir zekâ testinden alınan yüksek puanı üstün yetenekli olmak için bir kriter olarak görmektedirler. Ancak bu testlerin kullanımı, kültürel temellere sahip olmadığı için oldukça fazla eleştiriler de almaktadır. Bir kişinin "üstün yetenekli" olarak nitelendirilmesi, kişinin içinde bulunduğu kültürün değerlerine bağlı olarak değişiklik gösterebilmektedir (Davis ve Rimm, 2004). Bu nedenle birçok araştırmacı zekâyı daha geniş bir kavram olarak ele almış ve zekâ yerine yetenek adlandırmasını kullanarak çok çeşitli ve farklı modeller yolu ile üstün yetenekliliği açıklamaya çalışmışlardır (Gagné, 2003). Ancak genel olarak dünya literatüründe kabul edilen bir üstün yeteneklilik tanımı yoktur. Üstün yeteneklilik tanımı üzerindeki anlaşmazlık literatürde yüksek matematik performansını ve yeteneğini tanımlamada da kendini göstermektedir (Sowell, 1993).

"Matematiksel düşünme" ve "matematiksel yetenek" ile ilgili literatürde Krutetskii (1976) tarafından yapılan araştırmalar özel bir yere sahiptir. Krutetskii'ye (1976) göre matematiksel üstün yeteneklilik;

matematiksel bir aktivitede başarılı bir performans ve/veya bir konudaki üstün yaratıcılık olarak kendini gösteren matematiksel kabiliyetlerin birleşimidir. Matematik hakkında öğrenme kabiliyeti ise, bir kişinin matematiksel bir bilgiyi ve matematiksel becerileri daha hızlı, daha kolay ve daha derin edinmesine yardım eden psikolojik bir nitelik olarak ifade edilmektedir (Krutetskii, 1976). Ayrıca Wieczerkowski, Cropley ve Prado (2000), problem çözme hızının matematiksel üstün yeteneklilik için temel bir bileşen olmadığını belirtmiştir. Mingus ve Grassl (1999) yüksek derecede matematiksel yeteneğe sahip, çok çalışmaya istekli olan ve yüksek yaratıcılığa sahip olan bireylerin üstün yetenekli olduklarını belirtmiştir. Somut problemleri soyutlama kabiliyeti, genelleme kabiliyeti, işlemleri tersine çevirebilme, düşüncenin akıcılığı ya da stratejik karar verme gibi genel bilişsel operasyonlar matematiksel üstün yetenekliliğin başlıca değişkenleri olarak ele alınmaktadır. Ayrıca esneklik, açıklık, belirsizliğe karşı tolerans gibi bilişsel olmayan değişkenler matematiksel üstün yeteneklilik için göz önünde bulundurulmuştur.

Merak etme, risk alma konusunda isteklilik, görev sorumluluğu gibi motivasyon faktörler de üstün yetenekliliğin bileşenleri olarak düşünülmektedir (Wieczerkowski ve ark., 2000). Üstün yetenekli öğrencilerin neden daha başarılı oldukları sorusu çeşitli açılardan hala gizemli kalmaktadır (Greene, Moss, Azevedo ve Wintes, 2008). Diğer taraftan birçok araştırmacı, genel olarak öz düzenlemeli öğrenme ile meşgul olan öğrencilerin daha başarılı olduklarını öngörmüştür (Pintrich, 2000; Zimmerman, 2000). Öz düzenlemeli öğrenme, öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerinde aktif birer figüran oluşunu anlamaya çalışırken kullanılabilecek kapsamlı bir yapı olarak görülebilir. Öz düzenlemeli öğrenme teorileri arasında sosyal bilişsel bakış açısına göre öz düzenlemeli öğrenmeyi açıklayan teoriler; bireylerin yaptıklarını kişisel süreçler, çevresel faktörler ve davranışları arasındaki etkileşimler yoluyla açıkladığı için (Bandura, 1997) oldukça yararlı anlayışlar elde edilmesini sağlamaktadır. Bu etkileşimler, öz düzenlemenin öngörü, performans ve öz yansıtma şeklindeki üçlü döngüsünü etkilemektedir (Zimmerman, 2000). Öngörü evresinde öz düzenlemeli öğrenciler, bilişsel olarak karşılaştıkları görevi analiz ederler. Bu analizi geçmiş içerik bilgilerini ve üst bilişsel bilgilerini aktif hale getirerek, hedefler belirleyerek ve bu hedeflerine ulaşmak için planlama yaparak gerçekleştirirler. Öngörü evresi hedef yönelimi, öz yeterlilik, görev zorluğu ile ilgili yargılamalar, ilginin/görevin değerliliğinin etkinleştirilmesi gibi motivasyonel bileşenleri de içerirler. Performans evresi öğrencilerin öngörü evresinde belirledikleri hedeflerinde ulaşmalarını sağlayacak şekilde bilişsel ve motivasyonel strateji seçimi yapmalarını ve uyarlamalarını; ayrıca bu stratejilerinin farkında olmalarını ve izlemelerini kapsamaktadır. Öz yansıtma evresinde ise öğrenciler hedefe ulaşıp ulaşmadıklarını belirli standartlara göre kontrol ederek yargılamalarda ve performansları ile ilgili atfetmelerde bulunurlar. Bu öz yansıtma süreçleri ise öğrencilerin sonraki öngörü evresini etkilemekte ve böylece döngü tamamlanmış olmaktadır (Pintrich, 2000; Zimmerman, 2000).

Öz düzenlemeli öğrenciler ile ilgili genel bir tanım; kendi öğrenme süreçlerine üst bilişsel, motivasyonel ve davranışsal olarak etkin bir şekilde katılan öğrenciler olarak yapılabilir (Zimmerman, 2001). Bunun yanında üstün yetenekli öğrencilerin kendi öğrenmelerini yönlendirme kabiliyetlerine sahip oldukları kabul edilmektedir (Neber ve Schommer-Aikins, 2002). Risemberg ve Zimmerman (1992) ise yaptıkları literatür taramasında; üstün yetenekli öğrencilerin öğrenme biçimleri üzerindeki çalışmalarda, bu öğrencilerin öğrenme ortamlarında sergiledikleri davranışların, öz düzenlemeli öğrenmenin bileşenleri ile uyuştuğunu görmüşlerdir. Bu araştırmalarda, üstün yetenekli öğrencilerin genellikle derslerine bağımsız ve bireysel olarak çalıştıkları; çalışmalarını öğretmenin izlemesi yerine, kendilerinin yönetmesini ve izlemesini tercih ettikleri görülmüştür. Ayrıca bu öğrencilerin bir görev ile uğraşırken zaman konusunda ısrarcı olma ve yüksek motivasyon gibi öz düzenlemeli öğrenme bileşenlerine sahip oldukları da görülmüştür. Yine yakın geçmişte, düşük başarılı üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenleme faaliyetleri ile ilgili çalışmalar dikkat çekicidir (Yazgan-Sağ, 2014). Bu şekilde ortaya konan bulgular, son zamanlarda üstün yeteneklilik tanımının, öz düzenlemeli öğrenme teorilerinin incelediği yapıları da içerecek şekilde genişletilmesine yol açmıştır. Benzer şekilde var olan öz düzenlemeli öğrenme ile ilgili yapılan çalışmaların sayısı fazla olmasına rağmen çoğunlukla normal olarak nitelendirilen öğrenci grupları ile çalışılmıştır (Pintrich, 1999). Dolayısıyla bu teorinin üstün yetenekli öğrencilerin gibi farklı gruplar için de detaylandırılması literatüre katkı sağlama potansiyeli taşımaktadır. Bir diğer deyişle üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenleme kabiliyetleri ve süreçleri ile ilgili var olan araştırmaların sayısı, bu kapsamlı literatürde oldukça azdır (Dresel ve Haugwitz, 2006) ve çok daha azı matematik eğitiminde üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenlemeli öğrenmeleri ile ilgili olarak yapılmıştır (Pajares, 1996; Malpass, 1999). Çoklu becerilerin uygulamasını gerektiren (De Corte, Verschaffel ve Op'tEynde, 2000) ve öz düzenlemeli öğrenme alanında çalışma yapılması için oldukça zengin bir alan olarak görülen (Panaoura ve Philippou, 2003) problem çözme süreçlerini inceleyen çalışmalarda bulunmaktadır. Ancak bunun yanında üstün yetenekli öğrencilerin öz düzenlemeli öğrenme süreçleri ile ilgili derinlemesine çalışmaların yapılmasına da ihtiyaç duyulmaktadır (Ruban ve Reis, 2006). Amacı üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel problemler ile ilgili bilişsel öngörülerini incelemek olan bu nitel araştırma ile ayrıntılı ve bütünsel (Yıldırım ve Şimşek, 2006) bir şekilde bilgi sahibi olunacağı düşünülmektedir. Bu araştırma sonucunda edinilen deneyimler üstün yetenekli öğrenciler ile çalışan öğretmenlerin problem çözme ortamlarını planlamasına ve yeniden düzenlemesine yardımcı olabilir. Ayrıca bu öğrencileri destekleyecek özel programların ya da öğretim programlarının geliştirilmesine katkı sağlayabilir.

## YÖNTEM

### Araştırmanın Modeli

Bu araştırmanın amacı, üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel problemler ile ilgili bilişsel öngörülerini derinlemesine ve detaylı olarak ortaya koymak olduğundan, nitel bir araştırma olarak tasarlanmıştır (Denzin ve Lincoln, 1998). Nitel araştırma desenleri arasında yer alan durum çalışması deseni, bir olay ya da olgunun bütüncül bir analizine olanak sağlamakla birlikte, detaylı bir şekilde betimleme imkânı da sağlamaktadır ve özellikle süreçleri anlamaya yönelik çalışmalarda kullanılması uygun görülmektedir (Merriam, 1998). Bu nedenlerle araştırmada bütüncül çoklu durum deseni benimsemiştir. “Bu desende kendi başına bütüncül olarak algılanabilecek durum söz konusudur. Her bir durum kendi içinde bütüncül olarak ele alınır ve daha sonra birbirleri ile karşılaştırılır” (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s.291). Burada her bir üstün yetenekli öğrenci, birer durum olarak ele alınmıştır.

### Katılımcılar

Bu araştırmanın katılımcıları, Türkiye'nin İç Anadolu Bölgesindeki büyük bir şehirde yer alan ve üstün yetenekli öğrencilerin okul dışı zamanlarda eğitim aldıkları Bilim ve Sanat Merkezi (BİLSEM) seçilmiştir. Araştırma için, (i) ilgi ve isteklerine göre matematik alanına, kurumda görev yapan yönetici ve öğretmenler tarafından yönlendirilen ve kuruma devamlılık gösteren, (ii) birinci araştırmacı tarafından düzenlenen, bir eğitim ve öğretim yılı boyunca süren, öğrencilerin belirledikleri bir matematiksel kavram ile ilgili senaryo yazarak animasyon tasarım programı yardımıyla bir animasyon oluşturmalarına yönelik yapılan çalışmaya katılan dört ilköğretim ve dört ortaöğretim öğrencisi arasından üç ortaöğretim öğrencisi katılımcı olarak seçilmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin seçiminde birinci araştırmacı ile iki dönem boyunca iletişim kurma konusunda zorlanıp zorlanmaması da göz önünde bulundurulmuştur. Katılımcılar BİLSEM kurumunda öğrenci olduklarından amaçlı örnekleme yöntemlerinden birisi olan uç/aykırı durum örneklemesine göre belirlenmiştir. “Bu örnekleme tekniği, derin bir incelemeye tabi tutulabilecek sınırlı sayıda ancak aynı ölçüde de bilgi bakımından zengin durumların çalışılmasını öngörür.” (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s.108). Böylece öz düzenlemeli öğrenme alanında yapılan çalışmalarındaki katılımcı profillerinin genel olarak normal öğrencilerden oluşması (Pintrich, 1999) ve öz düzenlemeli öğrenme bileşenlerini etkili bir şekilde kullandıkları bilinen (Risemberg ve Zimmerman, 1992; Schunk, 1998) ve matematik eğitimi alanında sınırlı sayıda çalışma yapılan üstün yetenekli öğrenciler olan katılımcılar seçilerek (Dresel ve Haugwitz, 2006) daha zengin ve detaylı olacak şekilde fazla bilgi sahibi olunması hedeflenmiştir. Ayrıca araştırma verileri sunulurken takma isimler kullanılmıştır.

**Veri toplama süreci ve araçları**

Araştırmaya katılan her bir üstün yetenekli öğrenci ile bireysel 10 tane problem çözme oturumu gerçekleştirilmiştir. Bu oturumların her biri yaklaşık 40 dakika sürmüş ve video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Araştırma yaklaşık dört ay sürmüştür. Problem çözme oturumlarında kullanılmak üzere araştırmacılar çeşitli kaynaklardan (Gardiner, 1987; Krantz, 1996; Posamentier ve Krulik, 1998; Posamentier ve Salkind, 1988) rutin olmayan problemler seçmiştir. Literatürde rutin problemler daha önceden karşılaşılmış formüllerin uygulanmasını gerektiren, direk hesaplamalar yapılarak yani dört işlem becerileri ile çözümü elde edilebilen problemler şeklinde tanımlanmaktadır. Bunun yanında rutin olmayan problemler ise çözüm yolu çok da açık olmayan, farklı ve sıradışı stratejiler kullanmayı gerektiren problemler olarak tanımlanabilir (Mayer, 1985; Polya, 1945). Dolayısıyla rutin problemler öğrencinin sahip olduğu bilgilerini tekrar etmesine yönelik iken, rutin olmayan problemler; esnek düşünmeyi ve geçmiş bilgilerin genişletilmesini gerektiren ve bazı matematiksel fikirler arasındaki bağlantıların keşfedilmesini içeren problemlerdir. (Schoenfeld ve ark., 1999). Ayrıca, araştırmacılar bu problemleri seçerken öğrencilerin öğretim programına göre öğrenmedikleri kavram ve becerileri gerektirmemesini de dikkate almıştır. Seçilen problemler, Türkçeye çevrilmiş, mesleği İngilizce-Türkçe çevirmenlik olan bir kişi tarafından bu çevriler kontrol edilmiş ve bu kontrol sonucunda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Bu aşamadan sonra belirlenen ve Türkçeye çevrilen problemlerin rutin olup olmadığı, üstün yetenekli öğrencilere uygun olup olmadığı ve düzgün bir Türkçe ile ifade edilip edilmediği hususlarında, matematik eğitiminde uzman toplam dört kişinin görüşünü alınmıştır.

Uzman görüşleri doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmış ve kriterleri sağlayan 20 problemlik bir problem havuzu hazırlanmıştır. Öğrencileri arasında üstün yetenekli öğrencilerin de bulunduğu Anadolu liselerinde okuyan iki 10. sınıf öğrencisi ile yapılan pilot görüşmeler doğrultusunda problem sayısı 10'a indirilmiştir. Böylece araştırmacılar tarafından ulaşılabilen en fazla sayıdaki üstün yetenekli öğrencilerin, asıl çalışmada katılımcı olarak yer alması sağlanabilmiştir. Araştırmada kullanılan problemler Ek I'de yer almaktadır.

Araştırmanın amacı üstün yetenekli öğrencilerin matematik problemleri ile ilgili bilişsel öngörülerini incelemek olduğundan, bu araştırmada sadece seçilen problemlerin çözümüne başlamadan önce yapılan görüşmelerden elde edilen bulgulara yer verilecektir. Katılımcılar problemi okuduktan sonra ve problem çözümüne başlamadan önce öz düzenlemeli öğrenmenin öngörü evresine yönelik olarak Pintrich (2000) ve Zimmerman (2000) tarafından ortaya konan görev analizi, hedef yönelimi, görevin zorluğu ile ilgili yargılamalar, öz yeterlilik gibi bileşenler ile ilgili sorular yöneltilmiştir. Görüşme soruları hem teorik (örn. Pintrich, 2000; Schraw ve Moshman, 1995; Zimmerman, 2000) hem de çeşitli alanlarda yapılan (örn. Cleary ve Zimmerman, 2001; Demircioğlu, 2008; Kitsantas ve Zimmerman, 2002; Pape ve Wang 2003; Yetkin, 2006; Zimmerman, 2008) araştırmaların yardımıyla hazırlanmıştır. Bu sorular, mikro analitik yöntemle öğrenme ve performans sırasındaki öz düzenlemeli süreçlerin rolünü ölçmek için geliştirilmiştir (Cleary ve Zimmerman, 2001; Kitsantas ve Zimmerman, 2002). Mikro analitik yönteminde, herhangi bir yönlendirme yapılmayan sesli düşünme yönteminden farklı olarak, belirlenen öz düzenlemeli öğrenme bileşenleri hakkında ve ortama özgü bir şekilde katılımcılara açık ya da kapalı uçlu sorular sorarak, sırasıyla hem nitel hem de nicel veri elde edilebilmektedir (Zimmerman, 2008). Hazırlanan bu görüşme soruları ile ilgili biri fen eğitiminde (aynı zamanda öz düzenlemeli öğrenme alanında uzman), diğerleri matematik eğitiminde uzman üç kişinin uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşleri ve aynı ildeki Anadolu liselerinde okuyan iki 10. sınıf öğrencisi ile yapılan pilot görüşmeler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmış ve öngörü evresi bileşenleri ile ilgili toplam sekiz soru katılımcılara yöneltilmiştir. Bu sorulardan bilişsel öngörü evresi için hazırlananlar Ek II'de yer almaktadır. Motivasyonel öngörü evresi için hazırlanan sorular ve ilgili bulgular için yazarların diğer çalışması incelenebilir (Yazgan-Sağ ve Argün, 2016).

## Verilerin Analizi

Veri toplanırken edinilen izlenimler, bu araştırmada seçilen öz düzenleme bakış açısına göre analitik notlar (memos) şeklinde yazılmaya çalışılmıştır (Strauss ve Corbin, 1998).Bu notlara, veri analizinin başlangıç aşaması olarak bakılabilir. Araştırmada elde edilen veriler analiz edilirken Auerbach ve Silverstein (2003) tarafından belirtilen nitel veri analizi yaklaşımı benimsenmiştir. Bu yaklaşıma içerik analizi (Yıldırım ve Şimşek, 2006) gözü ile bakılabilir.

Veri analizine başlamadan önce Patton'un (2002) tarif ettiği gibi kodlamanın ilk aşaması olarak, Yetkin'in (2006) çalışmasında yer alan Pintrich (2000) ve Zimmerman (2000) tarafından ortaya konan öngörü evresi için literatür yardımıyla bir kodlama protokolü / listesi oluşturulmuştur. Veri analizi sırasında ayrıca kuram oluşturma tekniklerinden birisi olan sürekli karşılaştırmalı analizden de faydalanılmıştır (Glaser ve Strauss, 1967). Bu teknik, katılımcılardan elde edilen benzerlik ve/veya farklılık gösteren verilerin analiz edilmesinde ve kavramsal kategorilerin oluşturulmasında sistematik bir araç işlevi görmektedir (Glaser ve Strauss, 1967; Strauss, 1987). Ayrıca her bir durum yani katılımcı birbirleri ile karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir (Yin, 1994). Bulgular bölümünde sadece bu karşılaştırmalı analize yer verilecektir

## BULGULAR

Üstün yetenekli öğrencilere düzenlenen problem çözme oturumlarda karşılaştığı problemlere benzer problemler ile daha önceden karşılaşıp karşılaşmadıkları sorulduğunda; problemlerin hemen hemen yarısının benzerleri ile daha önce karşılaştıklarını belirtmişlerdir. Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel problemler ile ilgili bilişsel öngörüleri ile ilgili elde edilen kategoriler Tablo 1'de yer almaktadır.

**Tablo 1.** Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Problemler İle İlgili Bilişsel Öngörüleri

| | | Ahmet | Demir | Ege |
|---|---|---|---|---|
| Benzerleri ile daha önce karşılaştıkları problemler | Hangi ortamlarda gördükleri ilgili ayrıntılı bilgiler verme | ✓ | ✓ | ✓ |
| | Nasıl çözüldüğü ile ilgili çok detaylı açıklamalar yapma | ✓ | | |
| | Birden fazla çözüm yolu üretme | ✓ | ✓ | ✓ |
| Benzerleri ile daha önce karşılaşmadıklar ı problemler | Birden fazla çözüm yolu üretme | ✓ | ✓ | ✓ |
| | Çözüm yoluna, problemi çözmeye başladıktan sonra karar verme | ✓ | ✓ | ✓ |
| | Problemin yapısı ile ilgili tespitlerde bulunma | | ✓ | |
| | Daha az bilgi hatırlama | | | ✓ |

Bu durum zengin bir öz düzenleme repertuarına sahip olan üstün yetenekli öğrencilerin; karşılaştıkları hemen her durumu, geçmiş yaşantılarıyla ilişkilendirme eğiliminde olmaları ile açıklanabilir (Risemberg ve Zimmerman, 1992). Öğrenciler benzer problemlerle karşılaştıkları ortamlara dair ayrıntılı bilgiler aktarabilmişlerdir. (Ahmet, 1.P, 3.P, 10.P; Demir, 1.P; Ege, 1.P). Örneğin Demir, 1. problemdeki gibi tokalaşma problemlerini SBS' ye hazırlık döneminde karşılaştığını ifade etmiştir. Bu problem ile ilgili olarak bir matematik öğretmeninin söylediklerini hatırladığını belirtmiştir:

*Demir: Bizim matematik öğretmenimiz şey demişti bunlara, 'futbol ligi gibi düşünün' demişti erkeklere, işte 18 tane takım var, kendisi hariç her takım iki defa oynuyor. O yüzden 34 maç 17 kere 2. Burada da 9 un 2 lisi gibi.. Bu arada, farklı farklı, sürekli aslında bir yandan da soruyu düşünmeye çalışıyorum.*

*Araştırmacı: Neler düşünüyorsun mesela?*

*Demir: Hani Ali 9 kişiyle tokalaşacak. Aynı zamanda Ali'nin bir arkadaşı da 9 kişiyle tokalaşacak toplam 10 kişi var, 90 olabilir.*

Burada Demir'in benzer problem ile karşılaşma şeklinden bahsettiği ve çözüm yolu ile ilgili fikir yürüttüğü görülmektedir. Ahmet, problem ile karşılaştığı ortamlara dair ayrıntılı bilgiler verme durumunu biraz daha ileri götürmüştür. Benzer problemlerin nasıl çözüldüğü ile ilgili çok detaylı açıklamalarda bulunmuştur. "Hah, Buldum!" (Gardner, 1997) isimli bir kitapta 10. probleme benzer bir problemi gördüğünü belirtmiştir:

*Araştırmacı: Çözümünü falan hatırlıyor musun o sorunun?*

*Ahmet: Hatırlıyorum*

*Araştırmacı: Nasıldı bana tarif edebilir misin?*

*Ahmet: İşte yüksek dereceli oyuncu vardı masa tenisi turnuvası için toplam kaç maç yapılır diye soruluyordu. Orada çözüm için 2, 4, 3, 5 tane kişi seçiliyordu önce onlara bakılıyordu, oradan denklem üretilip yapılıyordu. Herhalde, (kişi sayısı /2) +1 tek kişilerde, (kişi sayısı) / 2 çift kişilerdeydi, oradaki +1 de, sonra kalan tek oynadığı içindi.*

Ahmet benzer problemin çözüm yolunun nasıl olduğunu ve problemin cevabını net bir şekilde tereddüt etmeden hatırlamıştır. Problemin çok uzun olduğunu, masa tenisi antrenmanı düzenleyen koçun isminin de problemde yer aldığını hatırladığı görülmüştür. Araştırmacı daha önceden gördüğü bütün problemleri, bu problem gibi hatırlayıp hatırlamadığını sorunca, aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

*Ya her şeye yeni bir şeymiş gibi bakmıyorum hani... Ben hatırlayabildiğim kadarını hatırlıyorum yeni olaydaki sadece farklara bakıyorum. Farkları aklımda tutmaya çalışıyorum yani benzetmeyle ilgilenmiyorum... Benzetme yok. Soruları hatırlamak için çözüyorum yani. Çok fazla soru çözeyim de şey olmasın diye yapmıyorum, genellikle zaten denemeye gidiyorum. Soruları deneme sınavlarında çözdüğüm için orada süre baskısı da var. Çözemediğin sorulara denemelerde kesinlikle bakıyorsun, ayrıca denemede seçilmiş sorular olduğu için daha rahat hatırlıyorsun tabii.*

Ahmet'in daha önce çözdüğü problemlerden farklı olan kısımlara odaklandığını ve bu farklılıklara göre problemleri aklında tutmaya çalıştığını, problemleri birbirine benzetmeye çalışmadığını belirtmiştir. Ahmet ayrıca çok fazla problem çözmek gibi bir amacının olmadığını, bunun yerine deneme sınavlarında sorulan problemlerin diğer problemlerden farklı, "seçilmiş" problemler olduğu için hatırlamanın da daha rahat olduğunu belirtmiştir. Bu açıklamanın, Ahmet'in bir üst bilişsel görev bilgisini yansıtmakta olduğu düşünülmektedir. Ahmet'in kendi problem çözme davranışları ile ilgili farkındalığının olduğu yorumunda bulunulabilir (Gagné, 2003; Montague ve Applegate, 1993). Ayrıca problemleri hatırlama ile ilgili olarak hafızasının ne kadar kuvvetli olduğu görülmektedir. Bunun yanında öğrencilerin tümü, benzerleri ile karşılaşsın ya da karşılaşmasın problemlerin birçoğunda birden fazla çözüm yolu üretebilmişlerdir (Ahmet, 1.P; Demir, 3.P, 5.P; Ege, 2.P). Örneğin Ege, 2. probleme benzer problemler ile SBS' ye hazırlık döneminde karşılaştığını belirtmiştir. Ege bu problemin çözüm yolu için aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

> *Yine formülde, hatırlamada problem var. Kombinasyon gibi bir formülü olduğunu düşünüyorum, kombinasyonla daha kısa bir yolu varmış gibi. Formül demeyeyim ona formül değil tam olarak ama kısa bir yolu olduğunu düşünüyorum. Ancak o yolu hatırlayamadım.*

Ege, kombinasyon ile ilgili kısa yolu hatırlayamayınca, çözüm için tek tek doğruları çizmeyi planladığını ifade etmiştir ve tekrar probleme dönerek, problemi bir kez daha okumuştur. Problemi tekrar okuduktan sonra çözüm için yaptığı planını değiştirdiğini "*ilk aklıma gelen yöntemde tek tek çizecektim şimdi aklıma geldi önceki soruyla aynı yöntem olduğunu gördüm*" şeklinde açıklamada bulunmuştur. Ege, kendisine göre oldukça kısa bir zamanda problemi çözdüren ve pratik olduğunu ifade ettiği yolla çözdüğünü düşündüğü 1. problemin yöntemini kullanmayı planladığını açıklamıştır. Buradan da Ege'nin problemi çözmek için alternatif yollar üzerinde düşündüğü ve bu yollar arasında kendisini daha kısa sürede çözüme ulaştıracak olan yöntemi tercih ettiği söylenilebilir. Demir, 5. problemde ise düşündüğü çözüm yollarından birini sistematik bir şekilde sayıları incelemek olarak ifade etmiştir:

> *Ya şimdi 1 den 9 a kadar bütün sayılar palindrom zaten. Ondan sonra 11, 22, 33 99 a kadar. Ondan sonra 100 le başlayacak hani 1 le başlayacak 1 le bitecek 3 basamaklılardan, onların arasındaki 9 tane sayının hepsi de yani 111, 121,131 falan. Sonra binlilerde ilk ve son basamağı aynı olacak bu defa iki basamaklıymış gibi tekrar 11, 22, 33 ü ekleyeceğim onlara*

Demir 5. problemin çözüm yolu ile ilgili yukarıda bahsettiği planını problemin çözümünde uygulamıştır. Görüşme yapılan öğrenciler daha önceden karşılaşmadıkları problemlerin bazılarının çözüm yoluna, problemi çözmeye başladıktan sonra karar vereceklerini belirtmişlerdir (Ahmet, 4.P; Demir, 9.P, 10.P; Ege, 6.P, 7.P). Ege birer geometri problemi olan 6. ve 7. problem için çizimi yaptıktan sonra çözüm yoluna dair planlama yapmaya çalışacağını söylemiştir. Demir bazı problemlerde, çözüm yolunun zor olması, kural üretme, problemi yazan kişiye yakın düşünme gibi problemin yapısı ile ilgili tespitlerde bulunmuştur (Demir, 6.P, 7.P, 8.P). 6. probleme benzer problemleri olimpiyat çalışmalarında çözmüş olduğunu belirten Demir, bu tür problemleri yazan kişinin düşündüğü gibi düşünmek gerektiğini belirtmiştir. Çözüm yolu ile ilgili olarak da, "*belli bir kuralı yok, o anda aklımıza gelen deneme yanılmayla çözebileceğimiz sorular oluyor genelde*" açıklamasında bulunmuştur. Demir, 8. problemi sesli bir şekilde okuduktan sonra problem ile ilgili olarak, "*işte TÜBİTAK'ın en sevdiği soru tipi, işte 'şu şu özellikleri gösteren sayılara a sayısı diyelim, kaç tane a sayısı* *vardır' falan*" yorumunda bulunmuştur. Bu problemlerin belirli bir kurala bağlı olarak çözülmediğini, çözen kişinin kural üretmesi gerektiğini eklemiştir. Çözüm yolu ile ilgili olarak da olası durumları inceleyeceğini ve bu olası durumları incelerken üç basamaklı sayıların problemde verilen şartları sağlamadığını belirtmiştir:

> *Araştırmacı: Yani üç basamaklı bir sayı bulamayacağından eminsin öyle mi?*
>
> *Demir: Evet*
>
> *Araştırmacı: Neden?*
>
> *Demir: Çünkü üç basamaklı bir sayı en küçük ihtimalle 100 dür. Burada iki katı olması için 50 olur üç basamaklıda da 50 yi elde edemeyiz en fazla [1 sn düşünüyor] 27 olur yani*
>
> *Araştırmacı: Tamam, ondan dolayı peki rakamları toplamı 27 olur diyorsun değil mi?*
>
> *Demir: Evet*

Demir 8. problemin birinci şıkkı için en küçük üç basamaklı sayı olan 100 sayısı düşünmüş, basamakları toplamı 50 olursa ancak o zaman 100 sayısının, rakamları toplamının iki katı olan sayılar arasında yer alabileceğini söylemiştir. Fakat üç basamaklı bir sayının rakamları toplamının en fazla 27 olabileceği için bu durumun mümkün olmadığını açıklamıştır.

Ege ise benzer problemlerin çözüm yolu ile ilgili diğer öğrencilere daha az bilgi hatırlayabilmiştir (Ege, 3.P, 5.P, 8.P). Örneğin Ege, 5. probleme benzer problemler ile karşılaştığını "*bu soru tipiyle karşılaştım hani, işte şu özellikte kaç tane sayı vardır falan gibi*" şeklinde ifade etmiştir. Bu tip problemler ile ilgili olarak ne bildiği sorulduğunda ise "*yöntem bulunduktan sonra basit olur genellikle*" yorumunda bulunmuştur. Çözüm yolu ile ilgili bir fikri olmadığını ve yöntem bulmak için uğraşacağını belirtmiştir.

## TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Araştırmada üstün yetenekli öğrenciler, problem çözme oturumlarında onlara yöneltilen problemlerin yarısına yakınının benzerleri ile daha önce karşılaştıklarını ifade etmişler ve üstelik bunları nerede ve ne zaman karşılaştıklarını da belirtmişlerdir. Bu ise üstün yeteneklilik tanımlamalarında bahsedilen güçlü hafıza yeteneğinin (Gagné, 2003) görüşme yapılan öğrencilerdeki varlığına işaret etmektedir. Diğer taraftan, Ahmet'in problemler ile ilgili olarak "farkları aklımda tutmaya çalışıyorum, yani benzetmeyle ilgilenmiyorum" ifadesinden de anlaşılacağı üzere, karşılaştığı problemlerin farklılıklarını bilinçli bir şekilde akılda tutma çabası içinde olduğu da görülmüştür. Bu durum Ahmet'in kendi problem çözme davranışı ile ilgili üst bilişsel görev bilgisinin ve oldukça güçlü bir farkındalığının (Pintrich, 2000; Schraw ve Moshman, 1995) olduğuna da işaret etmektedir. 15 yılı aşkın bir süre boyunca farklı yeteneklere sahip öğrencilerin matematiksel kabiliyetlerini inceleyen Krutetskii (1976), matematikte kabiliyetli öğrencilerin diğer öğrencilere göre daha önce çözdükleri benzer problemdeki sayıları ve verileri tam olarak hatırlamasalar bile, kullanılan işlemlerin genel karakteristiğini hatırladıklarını ifade etmiştir. Bu araştırmada da katılımcıların benzer problemlerin bağlamı ve çözümü ile ilgili yaptığı detaylı açıklamalar, Krutetskii (1976)'nin matematiksel üstün yetenekliliğin bileşenlerinden birisi olarak ifade ettiği "matematiksel bilgiyi akılda tutma" ya bir örnek teşkil etmiştir. Araştırmaya katılan üstün yetenekli öğrencilerin, geçmiş içerik bilgileri ve üst bilişsel bilgilerini aktive ederek öz düzenleme faaliyetleri sergiledikleri görülmüştür. Ayrıca katılımcılar, problem çözerken genel olarak birden fazla alternatif çözüm yolu ürettiklerini belirtmişlerdir. Bu durum ise matematikte üstün yetenekli öğrencilerin, bir problem için çeşit çözüm yolları üretme eğiliminde olduğu sonucunu teyit etmektedir (Miller, 1990; Shore, 1986).

Problem çözme sürecinde duruma uygun çözüm yollarının seçimi, üst bilişsel faaliyetleri gerektirmektedir (Montague, 1991). Araştırmada bu duruma bir örnek olarak Ege'nin problem çözerken birçok çözüm yolu üzerinde düşünmesi ve bu yollar arasından kendisini daha kısa sürede çözüme götüren çözüm yolunu seçtiğini öngörü evresinde belirtmesi verilebilir. Üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme sürecinin incelendiği diğer çalışmalarda da (örn. Pativisan ve Niess, 2007) benzer gözlemler yapılmıştır. Lester (1994) problem çözmede iyi olan öğrencilerin, kendi problem çözme süreçlerini düzenli olarak izlediklerini ve düzenlediklerini ifade etmiştir. Bu tür davranışlara birçok örnek, Ahmet ve Demir'in problem çözme süreçlerinde de görülmüştür. Buradan yola çıkarak "üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme yöntemini veya yolunu bulundukları koşullara göre karar verdikleri yani ortama göre kendilerini düzenledikleri (Pintrich, 2000; Zimmerman, 2000) yorumunda bulunulabilir. Ayrıca bu araştırmada katılımcıların literatürde belirtildiği gibi (Stillman ve Galbraith, 1998) problem çözmede sahip oldukları güçlü ve zayıf yanlarına dair farkındalıklarının yüksek olduğu sonucuna varılmıştır.

Üstün yetenekli öğrencilerin, daha önce benzerleri ile hiç karşılaşmadıkları problemlerin bazılarının çözüm yolu ile ilgili planlar yapabilirken, bazılarının çözüm yolu ile ilgili fikir yürütemedikleri görülmüştür. Genel olarak daha önce hiç karşılaşmadıkları problemlerde, daha yavaş da olsa birçok çözüm yolu üretmişlerdir. Bunun yanında iyi problem çözücülerin özelliklerinden birisi olan problem çözme sürecinde esnek olma durumuna (Geiger ve Galbraith, 1998) sahip oldukları belirlenmiştir. Üstün yetenekli öğrencilerin daha hızlı düşünebilmelerinden ziyade daha esnek ve analitik düşünebilmeleri ile diğer öğrencilerden ayrıldığı (Krutetskii, 1976; Wieczerkowski ve ark., 2000) göz önünde bulundurulursa, öğrenciler bulundukları durum ile ilişkili olabilecek stratejilerini nasıl kullanabileceklerini ifade ederek, işlemsel bilgilerini (Schraw ve Moshman, 1995) işe koştukları söylenebilir.

Bu araştırmada öz düzenlemeli öğrenme teorisinin bilişsel öngörü evresi, problem çözme bağlamında üstün yetenekli öğrenciler açısından incelenmiştir. Bu katılımcı grubunun diğer öğrenme ortamlarındaki davranışları da bu teori bağlamında incelenebilir. Bunun yanında öngörü evresinin alt bileşenleri ile diğer evrelerin etkileşimi incelenebilir. Üstün yetenekli öğrencilerin geçmiş deneyimlerini kolaylıkla hatırladıkları görülmüştür. Dolayısıyla üstün yetenekli öğrenciler ile yapılacak çalışmalar; öğrencilerin geçmiş deneyimlerini kullanabilecekleri şekilde düzenlenmelidir. Fakat öğrencilerin sahip oldukları aynı veya benzer deneyimleri tekrar etmemelerine özen gösterilmelidir. Zira öğrenme ortamlarında bu gruptaki öğrenciler, bilişsel ihtiyaçlarını karşılayamadıklarında çok çabuk sıkılmaktadırlar (Feldhusen ve Kroll, 1991). Bu araştırmadaki katılımcı profilindeki öğrencilere sahip olan öğretmenler, problem çözümünden önce yöneltilen görüşme sorularına benzer şekilde hazırlanan bir tanılama formu yardımıyla üstün yetenekli öğrencilerin bilişsel öngörüleri belirlenebilir. Üstün yetenekli öğrencilerin sahip oldukları genel eğilimler göz önünde bulundurularak, bu gruptaki öğrencilerin bilişsel seviyelerine uygun matematiksel görevler hazırlanabilir. Böylece üstün yetenekli öğrencilerin akademik ihtiyaçlarının karşılanmasına katkıda bulunulabilir.

## KAYNAKLAR

Auerbach, C. F. and Silverstein, L. B., 2003.*Qualitative data: An introduction to coding and analysis.* New York: New York University Press.

Bandura, A., 1997. *Self-efficacy: The exercise of control.* New York: Freeman.

Cleary, T. and Zimmerman, B. J., 2001.Self-regulation differences during athletic practice by experts, non-experts, and novices. *Journal of Applied Sport Psychology*, 13, 61–82.

Davis, G. A. and Rimm, S. B. (Eds.), 2004.*Education of the gifted and talented,* 3rd ed., Allyn and Bacon, Boston.

De Corte, E., Verschaffel, L. and Op'tEynde, P., 2000. Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics education. M. Boekaerts, P.R. Pintrich, and M. H. Zeidner, (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp.687-726). San Diego, CA: Academic Press.

Demircioğlu, H., 2008. *Matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel davranışlarının gelişimine yönelik tasarlanan eğitim durumlarının etkililiği.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.

Denzin, N. K., and Lincoln, Y.S., 1998. *The landscape of qualitative research: theories and issues***.** Thousand Oaks**,** CA: Sage Publications.

Dresel, M. and Haugwitz, M., 2006. The relationship between cognitive abilities and self regulated learning: evidence for interactions with academic self-concept and gender. *High Ability Studies,* 16(2), 201-218.

Feldhusen, J. F. and Kroll, M. D., 1991. Boredom or challenge for the academically talented in school. *Gifted Education International,* 7, 80-81.

Gagné, F., 2003.Transforming Gifts into Talents: The DMGT as a Developmental Theory. N. Colangelo and G. A. Davis (Eds.) *Handbook of Gifted Education* (pp. 60-74). Boston MA: Allyn and Bacon.

Gardner, M., 1997. *Hah, buldum!* (Çev. B. Bıçakçı) Ankara: Tübitak Yayınları

Gardiner, A., 1987. *Mathematical puzzling*. Oxford, England: Oxford University Press.

Geiger, V. and Galbraith, P., 1998. Developing a diagnostic framework for evaluating student approaches to applied mathematics problems, *International Journal of Mathematics, Education, Science and Technology,* 29, 533–559.

Glaser, B. and Strauss, A. L., 1967. *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Chicago: Aldine Publishing Company.

Greene, J.A., Moos D. C., Azevedo R. and Winters, F.I., 2008. Exploring differences between gifted and grade-level students' use of self-regulatory learning processes with hypermedia.*Computers & Education*, 50, 1069–1083.

Kitsantas, A. and Zimmerman, B. J., 2002.Comparing self-regulatory processes among novice, non-expert, and expert volleyball players: A microanalytic study. *Journal of Applied Sport Psychology,* 14, 91-105.

Krantz, S. G., 1996. *Techniques of problem solving.* Providence, RI: American Mathematical Society.

Krutetskii, V. A., 1976. *The psychology of mathematical abilities in school children.* Chicago: University of Chicago Press.

Lester, F.K., 1994. Musings about mathematical problem solving research: 1970–1994, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 660–675.

Malpass, J.R., 1999. Self regulation, goal orientation, self efficacy, worry and high stakes math achievement of mathematically gifted high school students. *Roeper Review,* 21(4), 281-289.

Mayer, R. E., 1985. Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving* (pp. 123–145). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Merriam, S. B., 1998. *Qualitative research and case study applications in education.* San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Miller, R. C., 1990. *Discovering mathematical talent*. Reston, VA: Council for Exceptional Children, ERIC Clearinghouse on Disabilities and Gifted Education. ERIC Document Reproduction Service No: ED 321 487.

Mingus, T. and Grassl, R., 1999.What constitutes a nurturing environment for the growth of mathematically gifted students? *School Sciences and Mathematics,* 99(6), 286-293.

Montague, M., 1991.Gifted and learning disabled gifted students' knowledge and use of mathematical problem-solving strategies. *Journal for the Education of the Gifted,* 14, 393-411.

Montague, M. and Applegate, B., 1993.Middle school students' mathematical problem solving: An analysis of think-aloud protocols. *Learning Disabilities Quarterly,* 16, 19-32.

Neber, H. and Schommer-Aikins, M., 2002. Self-regulated science learning with highly gifted students: The role of cognitive, motivational, epistemological, and environmental variables. *High Ability Studies,* 13(1), 59-74.

Pajares, F., 1996.Self-efficacy beliefs in academic settings. *Review of Educational Research,* 66(4), 543–578.

Panaoura, A. and Philippou, G., 2003. The construct validity of an inventory for the measurement of young pupils' metacognitive abilities in mathematics. N. A. Pateman, B. J. Doherty and J. Zilliox (Eds.), *Proceedings 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 437-444). Honolulu, USA: PME.

Pape, S. J. and Wang, C., 2003. Middle school children's strategic behavior: Classification and relation to academic achievement and mathematical problem solving. *Instructional Science,* 31, 419-449.

Pativisan, S. and Neiss, M., 2007. Mathematical problem solving processes of Thai gifted students. B. Sriraman (Guest Ed.), *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 6(1-2), 47–68.

Patton, M. Q., 2002. *Qualitative research and evaluation methods.* Newbury Park: Sage Publication.

Pintrich, P.R., 1999. The role of motivation in promoting and sustaining self-regulated learning. *International Journal of Educational Research*, 31,459-470.

Pintrich, P. R., 2000. The role of goal orientation in self-regulated learning. M. Boekaerts, P. R. Pintrich, and M. Zeidner (Eds), *Handbook of self-regulation* (pp, 451-501). San Diego, CA: Academic Press.

Polya, G., 1945. *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton : Princeton University Press.

Posamentier, A. and Krulik, S., 1998. *Problem solving strategies for efficient and elegant Solutions.* California: Corwin Pres. A Sage Publications.

Posamentier, A. and Salkind, C. T., 1988.Challenging problems in geometry. New York: Dover.

Risemberg, R. and Zimmerman, B. J., 1992.Self-regulated learning in gifted students. *Roeper Review*, 15(1), 98-101.

Ruban, L. and Reis, S.M., 2006.Patterns of self-regulatory strategy use among low-achieving and high-achieving university students. *Roeper Review,* 28(3), 148-156.

Schoenfeld, A. H., Burkhardt, H., Daro, P., Ridgway, J., Schwartz, J., and Wilcox, S., 1999. *High school assessment.* White Plains, NY: Dale Seymour Publications.

Schunk, D. H., 1998. Teaching elementary students to self-regulate practice of mathematical skills with modeling. In D. H. Schunk and B. J. Zimmerman (Eds.), *Self-regulated learning: From teaching to self-reflective practice* (pp. 137-159). New York: Guilford.

Schraw, O. and Moshman, D., 1995. Metacognitive theories. *Educational Psychology Review*, 7, 351-371.

Shore, B., 1986. Cognition and giftedness: New research directions. Gifted Child Quarterly, 30, 24–27

Stillman, G.A. and Galbraith, P.L., 1998. Applying mathematics with real world connections: Metacognitive characteristics of secondary students', *Educational Studies in Mathematics*, 36, 157–195.

Strauss, A. L., 1987. *Qualitative analysis for social scientists*. Cambridge Cambridgeshire; New York: Cambridge University Press.

Sowell, E. J., 1993. Programs for mathematically gifted students: A review of empirical research. *Gifted Child Quarterly,*37, 124-132.

Strauss, A. and Corbin, J., 1998. *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. London: Sage.

Yazgan-Sağ, G., 2012. *Üstün yetenekli ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel problem çözme durumlarındaki öz düzenleme davranışları.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Yazgan-Sağ, G., 2014. Üstün yetenekli öğrencilerde özdüzenleme faaliyetleri. G. Sakız (Ed.), *Özdüzenleme: Öğrenmeden öğretime özdüzenleme davranışlarının gelişimi, stratejiler ve öneriler* (ss. 154-187). Ankara: Nobel Yayınevi,

Yazgan-Sağ, G ve Argün, Z., 2016. Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel problem çözme durumlarındaki motivasyonel öngörüleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi,* 24(3), 811-828.

Yetkin, İ.E., 2006.*The role of classroom context in student self-regulated learning: an exploratory case study in a sixth-grade mathematics classroom.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Ohio State University.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H., 2006. *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. K., 1994.*Case study research: Designs and methods.* Newbury Park, CA: Sage.

Wieczerkowski, W., Cropley, A. J. and Prado, T. M., 2000.Nurturing talents/gifts in mathematics. K. A. Heller, F. J. Monks, R. J. Sternberg, and R. F. Subotnik (Eds.), *International handbook of giftedness and talent education* (pp. 413-425). Oxford, United Kingdom: Pergamon.

Zimmerman, B. J., 2000. Attaining of self-regulation: A social cognitive perspective. M. Boekaerts, P. Pintrich and M. Zeidner (Eds.), *Self-regulation: Theory, research, and applications* (pp. 13-39). Orlando, FL: Academic Press.

Zimmerman, B. J., 2001. Theories of self-regulated learning and academic achievement: An overview and analysis. B. J. Zimmerman and D. H. Schunk, (Eds.), *Self- regulated learning and academic achievement: Theoretical perspectives* (pp. 1-37). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Zimmerman, B.J., 2008. Investigating self-regulation and motivation: Historical background, methodological developments, and future prospects. *American Educational Research Journal,* 45(1), 166-183.

## EXTENDED ABSTRACT

Describing a person as gifted differs upon on cultural values (Davis and Rimm, 2004). Different academic fields might have different perspectives on intelligence. There is not a certain description that these fields agree upon. Many researchers have evaluated intelligence as a more broad term and tried to explain giftedness via many various and different models by naming it as ability instead of intelligence (Gagné, 2003). However, there is no description of giftedness that is accepted throughout the world literature. The controversy on the description of giftedness is also seen in the description of high mathematical performance and ability in the literature (Sowell, 1993).

The studies carried out by Krutetskii (1976) on “mathematical thinking” and “mathematical ability” are quite confidential. According to Krutetskii (1976), mathematical giftedness is a combination of mathematical abilities such as a successful performance in a mathematical activity and/or high creativity at a subject.

The question why gifted students are more successful still remains its mystery from various aspects (Greene, Moss, Azevedo, and Winters, 2008). On the other hand, many researchers predict that the students, who mostly attend to self-regulated learning, are more successful (Pintrich, 2000; Zimmerman, 2000, 2001). Since the theories explaining self-regulated learning based on social cognitive point of view describe the actions of individuals through the interactions among personal processes, environmental factors, and behaviors (Bandura, 1997); they enable us to obtain quite beneficial understandings. These interactions affect the triadic cycle of self-regulation including forethought, performance, and self-reflection (Zimmerman, 2000).On the other hand, many researchers have predicted that students who have strong self-regulated learning behaviors are more successful (Pintrich, 2000; Zimmerman, 2000).

Despite research over the last thirty years that indicates that self-regulated learning supports academic learning, gifted students’ self-regulative behaviors have not been sufficiently studied (Dresel and Haugwitz, 2006). There is an increasing demand for studies that can explain and reveal gifted students’ self-regulative behaviors in academic settings in order to better understand gifted students’ learning processes. In this sense the purpose of this study was to investigate gifted students’ cognitive forethoughts about mathematical problems from the social cognitive perspective in a detailed way.

This research was designed as a holistic multiple case study which is one of the qualitative research methods (Yıldırım and Şimşek, 2006). Three secondary gifted students from 10$^{th}$ grade were chosen as participants from a Science and Art Center where gifted students are enrolled in a major city in central Anatolia region. These students were guided to the area of mathematics by their teachers according to their interests and wishes.

We set ten problem solving sessions with each student and we asked various questions to students before the students started to solve problems. Some of these questions were aimed to reveal students' cognitive forethoughts. Each problem solving session took approximately 40 minutes and was video recorded.

Memos were taken according to the self-regulated learning theory that was chosen gathering data (Strauss and Corbin, 1998). Qualitative data analysis approach as similar to which can be seen as content analysis was used. Constant comparative analysis was also used, which is one of the techniques of grounded theory, in order to create categories from the raw data (Glaser and Strauss, 1967).

In the light of the analysis, we get secondary gifted students' cognitive forethoughts regarding the mathematical problems (Table 1).

**Table 1.** Gifted Students' Cognitive Forethoughts Regarding The Mathematical Problems

| | | **Ahmet** | **Demir** | **Ege** |
|---|---|---|---|---|
| The problems, similar ones of which they had previously came across with | Making detailed descriptions about the context | | | |
| | Explaining how to solve problem in a detailed way | | | |
| | Generating multiple solving methods | | | |
| The problems, similar ones of which they had not previously came across with | Generating multiple solving methods | | | |
| | Deciding solution method when begin to solve | | | |
| | Determining construct of the problem | | | |
| | Remembering less knowledge | | | |

Gifted students were able to remember the whole context about the similar problems that they previously faced. Also, these students were able to make detailed descriptions about previous problems. For example they talked about problem's text, solving methods, numbers included etc. Besides there are some situations, in which the participants are not able to remember any details about the similar problems. When they met with mathematical problems, which are new for them, sometimes they couldn't generate a solution. On the other hand when they generate a solution, they generally offered more than one solution for these new problems.

Gifted students were able to remember several details about the problems they previously faced. It is concluded that gifted students have strong memory ability about their previous experiences (Gagné, 2003). It also seen that students tried to keep in mind some details about the problems. This situation points out gifted students have metacognitive awareness about their problem solving behaviors (Pintrich, 2000; Schraw and Moshman, 1995). These students decide the solution methods with regard to the conditions. It can be said that they regulate themselves according to the context (Pintrich, 2000; Zimmerman, 2000). Since gifted students are able to remember their past experiences, the activities should be prepared in consideration of this situation.

Başvuru: 04.12.2015 Yayına Kabul: 29.06.2016

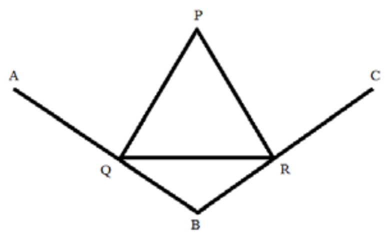
## EK I: PROBLEMLER

**1.** Ali'nin doğum günü kutlamasına kendisi dâhil 10 kişi katılmıştır. Bu kutlamada herkes her bir arkadaşı ile bir kez tokalaştığına göre bu salonda toplam kaç kez tokalaşılmıştır? (Posementier ve Krulik, 1998, s.10)

**2.** Düzlemde bir noktada kesişen birbirinden farklı 10 doğru kaç farklı ters açı çifti oluşturur? (Posementier ve Krulik, 1998, s.49)

**3.** Rakamları toplamı 10 olan kaç tane üç basamaklı sayı vardır? (Posementier ve Krulik, 1998, s.58)

**4.** Verilen şekilde m(ABC)= 120$^o$ ve PQR üçgeni, bir eşkenar üçgendir. PQR üçgeninin Q ve R köşeleri, sırasıyla AB ve BC doğru parçalarının üzerindedir. Q ve R noktaları ABC açısının kolları üzerinde kalacak şekilde, PQR eşkenar üçgeninin kenarlarının uzunluğu değiştikçe ve hareket ettikçe; P noktalarının izi ne oluşturur? (Posementier ve Krulik, 1998, s.128)




**5.** Palindrom sayı, baştan ve sondan aynı şekilde okunan sayıya denir. Örneğin 747 ve1991 sayıları birer palindrom sayıdır.1 ve 1000 sayıları arasında kaç tane bu şekilde sayı vardır? (Posementier ve Krulik, 1998, s.62)

**6.** Hipotenüsü $[AC]$ olan bir ABC dik üçgeni verilsin. $[AC] \perp [PC]$ve$|BC| = |PC|$ olsun. $[BP]$nin A açısının açıortayına dik ya da paralel olduğunu gösteriniz (Posementier ve Salkind, 1988, s.2).

**7.** Bir ABC ikizkenar üçgeninde $|CA| = |CB|$ dir. D ve E noktaları sırasıyla $[CA]$, $[CB]$ üzerinde olmak üzere $m(\angle ABD)=60^\circ$, $m(\angle BAE)=50^\circ$ ve $m(\angle C)=20^\circ$ olsun. $ADE$ açısının ölçüsü kaç derecedir? (Posementier ve Salkind, 1988, s.30)

**8.** 12 ve 24 sayıları, basamaklarındaki rakamların toplamının 4 katıdır.

(i) Basamaklarındaki rakamları toplamının 2 katı olan bir sayı bulabilir misiniz? Bulduğunuz cevap size göre tek doğru cevap mıdır?

(ii) Basamaklarındaki rakamları toplamının 3 katı olan bir sayı bulabilir misiniz? Bulduğunuz cevap size göre tek doğru cevap mıdır?

(iii)12 ve 24 sayılarından başka basamaklarındaki rakamları toplamının 4 katı olan sayılar sizce var mıdır? (Gardiner, 1987, s.11)

**9.** Her sayı 1 ve 2 sayılarının toplamı olarak değişik şekillerde yazılabilir. Örneğin 3 sayısı 3=2+1 ve 3=1+1+1 olarak iki farklı şekilde yazılabilir.

(i) 11 sayısı, 1 ve 2 sayılarının toplamı olarak kaç farklı şekilde yazılabilir? Benzer şekilde 73 sayısı, 1 ve 2 sayılarının toplamı olarak kaç farklı şekilde yazılabilir? Genel bir kural bulabilir misiniz?

(ii) 3=2+1 ve 3=1+2 denklemleri genelde farklı olarak düşünülmez. Ancak bu denklemlerin farklı olduğu kabul edilirse; 3 sayısı, 1 ve 2 sayılarının toplamı olarak üç farklı şekilde yazılabilir. Benzer şekilde düşünüldüğünde, 11 sayısı kaç farklı şekilde yazılabilir? (Gardiner, 1987, s.67)

**10.** Üç basketbol takımının birbiriyle karşılaştığı bir turnuvada toplam 11 maç yapılmıştır. Turnuvadaki ilk maçta Ankara takımı dışındaki diğer iki takım birbiri ile karşılaşmıştır. Bu maçtan sonraki diğer maçlarda kaybeden takım bir sonraki maçta oynamamıştır. Turnuva sonunda, her bir takım farklı sayıda maç kazanırken Ankara takımı son maçı kaybetmiştir. Buna göre takımların kazandığı ve kaybettiği maçlar kaçar tanedir? (Krantz, 1996, s.172)

## EK II: BİLİŞSEL ÖNGÖRÜ EVRESİNDE ÖĞRENCİLERE YÖNELTİLEN SORULAR

**1.** Daha önce bu probleme benzer bir problem veya problemler ile hiç karşılaştın mı? / çözmüş müydün? Karşılaştıysan nerede? Nasıl?

a. Bu tür problemler ile ilgili neler biliyorsun? Çözüm yolu? Yapısı?

b. Bu tür problemlerin nasıl çözüldüğü hakkında fikrin var mı?

**2.** Bu problem ile ilgili aklına hangi çözüm yolları geliyor? Tek çözümü mü vardır? Birden fazla mıdır?

**3.** Bu problemi çözmek için nasıl bir yol izlemeyi planlıyorsun?