

Emin Özmutlu *

En Az Eylem İlkesi
Özet

Bu çalışmada geniş kapsamlı doğa yasaları tanımlanmış ve onların iki grup altında sınıflanabilecekleri ifade edilmiştir. Bu tip yasaların bir grubunu oluşturan korunum ilkelerinden tanınmış olanları özet halinde verilmişlerdir. Diğer gruptaki minimal ilkeleri tarihsel akış içinde ele alınarak önce optikteki en kısa yol ve Fermat'ın en kısa zaman ilkeleri, ardından mekanikteki Maupertuis ilkesi açıklanmıştır. Bu konudaki gelişmelerin nihai hali olan Hamilton İlkesi veya diğer adıyla En Az Eylem İlkesi fiziksel ve matematiksel terim ve sembollerden mümkün olduğu kadar kaçınılarak ve temel fikirler ön plana çıkarılmaya çalışılarak irdelenmiştir. Şimdiye kadar edinilen tüm gözlemsel, deneysel ve kuramsal bilgilere göre En Az Eylem İlkesi doğanın, her türlü koşul altında geçerli olan, geniş kapsamlı en temel yasalarından biridir.

Anahtar Terimler: Doğa yasası, Korunum ilkesi, Minimal ilkesi, Fermat ilkesi, Eylem, Maupertuis ilkesi, Hamilton ilkesi.

Least Action Principle
Abstract

In this study we discuss the minimal principles in physics in general, and the least action principle in detail. Minimal principles form the one of two groups of overall nature laws. The other group contains conservation principles. Some of the well known conservation principles are explained shortly. Minimal principles are discussed in chronological order: first we explain the shortest path, and Fermat's least time principles in optics, then Maupertuis principle in mechanics. The ultimate form of the least action principle, Hamilton's principle is explained with all of its conceptual details, avoiding the usage of physical and mathematical terms and symbols as much as possible. According to all today's empirical and theoretical knowledge, the least action principle is one of the most fundamental and overall laws of nature.

Key Terms: Nature law, Conservation principle, Minimal principle, Fermat's principle, Action, Maupertuis principle, Hamilton's principle.

Bilimin asli görevi evreni bir bütün olarak yönlendiren doğa yasalarını keşfedip, onları kolay anlaşılır bir biçimde ortaya koymaktır. Evreni dolduran milyarlarca galaksi içinden, ortalama bir galaksideki milyarlarca yıldızdan biri, güneşin çevresinde dolanan sıradan bir gezegen olan Dünya üzerinde varlığını sürdüren insan nesli için yukarıdaki ifade çok iddialıdır, ama gerçekten bilimin temel amacı budur. Evrenin her köşesinde, her türlü koşullar altında geçerli olduğunu iddia edebileceğimiz doğa yasalarının çoğunu fizik biliminde bulabiliriz. Bu tür “geniş kapsamlı” doğa yasaları iki grup içinde sınıflandırılabilirler: korunum ilkeleri ve minimal ilkeleri. Korunum ilkelerine uyan fiziksel büyüklükler vektör (birden fazla sayı ile belirlenmesi gereken nicelik) veya skaler olmalarına karşın, minimal ilkeleri yalnızca tek bir sayı ile ifade edilebilen skaler büyüklüklerle ilgilidirler ve bu nedenle bir referans sisteminde geçerli ise diğer bütün referans sistemlerinde geçerli olma gibi görelilik ilkesince arzulanan bir özelliğe sahiptirler.

Newton sonrası fiziğe katkısı olan düşünürler korunum ilkelerine Galileo öncesi devirlerde kutsal addedilen, örneğin gök küre, bazı olgular için öngörülen ezeli ve ebedi olarak değişmez kalma koşulunu doğada başka yerlerde de arayışları sonucunda ulaşılmıştır. Newton hareket yasalarını dikkatle inceleyen fizikçiler onların çevreden yalıtılmış, yalnızca aralarında etkileşen parçacıklardan oluşan sistemlerde bazı ölçülebilir fiziksel büyüklüklerin sabit, değişmez kalacağını ima ettiklerini keşfettiler. Bu gibi bir değişmezliğe “korunum ilkesi” adı verilir ve her bir değişmez büyüklüğün adı, kendine ait korunum yasası içinde anılır.

Korunum ilkelerinden bütünüyle ayrı olan minimal ilkeleri doğal fenomenler üzerine koşulan, onlara ait bazı ölçülebilir niceliklerin mümkün olan en küçük miktarda değişmesi şartı olarak ifade edilirler. Minimal ilkelerine uyan büyüklükler korunumlu niceliklerden farklıdır, ama hem korunum, hem de minimal ilkelerine konu olan kemiyetlerin hepsi Newton yasalarına giren fiziksel büyüklüklerden türetilen, hareketle ilgili, ölçülebilir dinamik niceliklerdir.

Fizikte yasa adıyla anılan her ilke genel olarak evrendeki tüm olguları, her koşul altında birlikte betimleyebilecek yapıda, geniş kapsamlı değerlerdir. Örneğin klasik fiziğin temel yasası olan II. Newton hareket yasası $F=ma$, uzunluk ölçeğiyle konuşursak yalnızca gündelik hayatta karşılaştığımız, makroskopik boyutlarda geçerlidir. İçinde yaşadığımız fiziksel dünyayı uzunluk ölçeğinde kabaca üç bölgeye ayırabiliriz: 1) moleküllerin, atomların ve atom altı parçacıkların dünyası, kabaca 10^{-6} metre ve daha küçük uzunlukların ortaya çıktığı bölge, “mikroskopik ölçek”. 2) 10^{-6} metre ile, Dünya-güneş arası mesafe, kabaca $2.5 \cdot 10^{10}$ metre arası bölge, gündelik yaşam boyutları, “makroskopik ölçek”. 3) Dünya-güneş arası uzaklıktan daha büyük uzunlukların görüldüğü bölge, “astronomik ölçek”. Bu ayırımı göre Newton mekaniğinin yerini mikroskopik ölçekte kuantum mekaniği, astronomik ölçekte ise ağırlıklı olarak genel görelilik kuramı alır. Geniş kapsamlı doğa yasaları, yani korunum ve minimal ilkeleri mikroskopik, makroskopik ve astronomik her türlü ölçekte aynen geçerli olan kurallardır.

Korunum ilkelerinden enerjinin korunumu, çizgisel momentumun korunumu, açısal momentumun korunumu ve elektrik yükünün korunumu yasaları en basit düzeydeki fizik kitaplarında bile sözü edilen, en meşhur korunum yasalarıdır. Enerjinin korunumu yasası şu cümle ile özetlenebilir: “Enerji asla yaratılamaz veya yok edilemez. Bir

şekilden diğere dönüşebilir, bir cisimden diğere aktarılabilir, ama her türlü değışim altında toplam enerji değışmez kalır.” Evrenin toplam enerjisi sabittir. Çizgisel momentumun korunumu ilkesi, “Çevreden yalıtılmış bir parçacıklar sisteminde parçacıkların momentumları toplamı sabittir”, olarak özetlenebilir; evrendeki tüm cisimlerin momentumları toplamı sabittir. Açısal momentumun korunumu ilkesi de benzer biçimde ifade edilebilir: “Çevreden yalıtılmış bir parçacıklar sisteminde toplam açısal momentum sabittir”. Örneğın Dünyanın güneş çevresindeki hareketinde açısal momentumu sabittir, güneş sistemi olduğundan beri değeri değışmemiştir. Dünyanın güneşe göre açısal momentumunun değışmesi üzerindeki canlı hayatın sona ermesine, yani kıyamete neden olur. Doğada elektrik yükü yalnızca toplam yük sıfır olmak üzere, artı ve eksi yükler eşit miktarda yaratılırlar: Elektrik yükü korunumludur; evrenin toplam elektrik yükü sıfırdır. Korunum yasaları deney ve gözlem sonuçlarına dayalı, “ampirik” yasalardır, onlara uymayan herhangi bir fenomene henüz rastlanmamıştır.

Fizik öğretisi içinde yeteri kadar vurgulanmayan minimal ilkeleri ilk olarak optikte karşımıza çıkarlar. Milattan sonra yaklaşık 60 yılında Heron, ışığın bir yüzeyden yansıyarak bir noktadan diğere giderken mümkün olan en kısa yolu izlediğini gözlemiştir (J.J O’Connor, E.F. Robertson 2002:1). “En Kısa Yol İlkesi” adını verebileceğimiz bu bilgi yardımıyla yansıma olayındaki geliş açısı ile yansıma açısının birbirine eşit olması gözlemi açıklanabilir, ama ışığın bir ortamdan diğere geçerken kırılma olayının işleyişi bu minimal ilkesi ile açıklanamaz. 1621 yılında Willebrord Snell ışığın kırılması görüngüsünde sinüsler yasasını keşfetti (a.g.e.,2): Kırılma indisi n_1 olan bir ortamdan, n_2 olan başka bir ortama geçerken kırılan ışık ışınının ortamları birbirinden ayıran yüzeyin normali ile yaptığı açılar θ_1 ve θ_2 ise, $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ dir. 1657 yılında Pierre de Fermat ışığın bir noktadan diğere, en kısa zamanda varabileceği yolu kullanarak gideceğini önererek kırılma fenomeni için Snell yasasını matematiksel olarak türetti (a.g.e.,2); Fermat’ın “En Kısa Süre” ilkesiyle kırılma yasasının yanı sıra yansıma yasası da açıklanabilir.

Klasik mekanikte genel bir ekonomi fikri ilk olarak, 1746 yılında Fransız matematikçi ve düşünürü Pierre Louis Maupertuis tarafından dile getirilmiş ve dört yıl sonra *Essai de cosmologie* (Kozmoloji Denemeleri) başlıklı eserinde basılmıştır (J.J. O’Connor, E.F. Robertson 2003:3). Bu ilke “Maupertuis İlkesi” veya “Maupertuis’in En Az Eylem İlkesi” olarak anılır (L. Motz, J.H. Weaver,1989:275). Klasik fizik terimleriyle eylem, uzunluk çarpı momentum, zaman çarpı enerji veya açısal momentum boyutuna sahiptir ve temel fiziksel büyüklükler, uzunluk, kütle ve zaman cinsinden, kütle çarpı uzunluğun karesi bölü zaman boyutundadır. Klasik fizikte hareketli bir cismin yeri ve hızının, dolayısıyla kütleli çarpı hızı olarak tanımlı momentumunun herhangi bir anda birlikte sonsuz duyarlılıkla tayin edilebileceği varsayılır. Fizik kitaplarında sıklıkla kullanılan bir notasyonla vektörel büyüklükleri kalın harflerle temsil edersek parçacığın yörüngesini bilmek demek, herhangi bir anda onun yeri s , hızı v ve momentumu $p=mv$ bilmek demektir. Hız yer değıştirmenin zamana göre türevidir: $v=ds/dt$, burada ds sonsuz küçük dt süresi içinde oluşan sonsuz küçük yer değıştirmedir. Parçacık hareket ederken dt süresi boyunca $p=mv=m ds/dt$ olarak tanımlı momentumu sabit gibi alınabileceğinden $p.ds$ çarpımından söz etmek ve bu çarpıma “sonsuz küçük eylem artışı” adını vermek anlamlı olacaktır. Eylem, parçacığın sahip olduğu, tek bir sayı ile ifade edilen bir “skaler” niceliktir ve parçacık yörüngesi boyunca hareket ederken eylem toplamı sürekli artar. Maupertuis’in “En Az

Eylem İlkesi", "*Herhangi bir cisim bir noktadan diğerine gitmek için, olası yörüngeler içinden eylem artışının en az olacağı yörüngeyi kullanır*", cümlesi ile ifade edilebilir (a.g.e.,279). İlkenin basit terimlerle açıklanabilecek göz alıcı bir anlamı vardır. Cisim bir noktadan yola çıkmadan önce gitmek istediği nokta ile bulunduğu noktayı birleştiren mümkün bütün yörüngeleri analiz eder, eylem artışının en az olacağı yörüngeyi tespit eder ve onu kullanarak gideceği yere varır. Cismin bulunduğu ve gideceği noktaları içeren uzay, eylem artışı hesabı için gerekli fiziksel bilgilerle doludur; bu bilgiler cismin hareketini yönlendirir. En az eylem ilkesi bu yorumuyla Newton'un evrensel kütle çekimi yasasının açıklanmalarında eksik kalan "uzaktan etkileşme" görüngüsüne bir betimleme getirir. Boş uzayda kütleli bir cismin varlığı uzaya bir fiziksel özellik kazandırmıştır. Diğer kütleli cisimler sonradan "kütle çekimi kuvveti alanı" adı verilecek olan bu fiziksel özellik yardımıyla bir noktadan diğerine gitmek için kullanacakları, eylem artışının en az olacağı yörüngeyi tespit edebilirler.

Maupertuis "En Az Eylem İlkesi"nin evrenin yasalarını birleştireceğine ve Tanrının varlığının ispatına öncülük edeceğine inanıyordu (J.J. O'Connor, E.F. Robertson, 2003:3). Bir arkadaşına yazdığı mektupta şunlar vardı: "*Böylece buradan (en az eylem ilkesinden) türetilen hareket yasalarının, doğada gözlenenler ile tamamen aynı oldukları bulunmuştur. İlkenin hayvanların hareketindeki, bitkilerin gelişimindeki, gök cisimlerinin dolanımındaki bütün görülgülere uygulanabilir olmasına hayran kalabiliriz: Bu ilkenin ışığı altında evrenin görünümü çok daha haşmetli, çok daha güzel ve Yaratıcısı için çok daha değerli bir şekle bürünmüştür... Bu yasa öyle güzel ve basittir ki, o her şeyin Yaratıcısı ve Düzenleyicisi tarafından görünür dünyadaki bütün olguları yönetmek üzere vazedilen tek ve yalnız tek olandır...*" Benzer düşünceler içinde olan diğer bilim adamları da bu ekonomi ilkesini geliştirmek ve genellemek için yoğun çabalar sarf etmeye başlamışlardı. Leibniz bir eserinde minimal ilkeleri için, "*en büyükler veya en küçükler dikkate alındığında genel olarak her şeyi belirleyen ve basit*" ifadesini kullanmıştır (a.g.e.:3). Euler 1748 yılında yayınlanan bir eserine Maupertuis ilkesine yakınlığını ifade ederek başlamıştır (a.g.e.:3). Doğada genel bir minimal ilkesi arayışı içinde Gauss "En Az Sınırlama İlkesi"ni, Hertz "En Küçük Eğrilik İlkesi"ni öne sürmüşlerdir.

En az eylem ilkesi Maupertuis'in öncü çalışmasından yaklaşık 100 yıl sonra İngiliz matematikçi Sir William Hamilton'un elinde nihai şeklini almıştır (J.J. O'Connor, E.F. Robertson, 1998:2). Genel olarak fiziğe büyük katkıları olan ve özellikle Newton mekaniğini göz alıcı ve görkemli bir matematiksel yapı haline getiren Hamilton, bu konu üzerinde çalışmaya başladığında Fermat'ın "En Kısa Süre İlkesi" ve Maupertuis'in "En Az Eylem İlkesi" arasındaki çok yakın benzerlik dikkatini çekti ve bu iki ilkenin geniş kapsamlı, optik ile mekaniği, ve hatta tüm fiziği birleştirecek daha genel bir yasanın özel, alt ifadeleri olabileceklerini düşündü. Çalışmalarının hemen başında Fermat ilkesini matematiksel olarak Maupertuis ilkesiyle bütünüyle eşdeğer görünecek bir forma soktu. Ardından optik ile mekanik arasındaki simetri bozukluğu üzerinde düşünmeye başladı. O yıllarda optik iki farklı anlatıma sahipti: Işığın doğrusal yollarla yayılan ışık ışınlarından oluştuğunu varsayan geometrik optik ve ışığın dalga karakteristiklerini kullanarak optik görüngüleri açıklamaya çalışan fiziksel optik. Buna karşın klasik parçacık mekaniğinde tek bir anlatım vardı: Deterministik, Newtoncu parçacık yörüngeleri betimlemesi.

Optikteki dalgalar ile doğrusal yollarla yayılan ışık ışınları kavramları birbirlerine, herhangi bir noktadaki ışık ışınının, o yerdeki ışık dalgalarının sabit fazıyla belirlenen dalga cephesine dik olması gerektiği gerçeğiyle bağlanırlar. İlerleyen bir dalganın fazına uzay koordinatları ve zaman simetrik olarak girerler; o halde uzay koordinatları ve zaman genel bir minimal ilkesi içine birlikte, simetrik bir görünüm sergileyerek girmelidirler. Maupertuis'in eylem tanımı eksiktir, eylem tanımı içinde uzay koordinatları s'nin yanı sıra zaman (t) de girmelidir. Mekanikteki kesinlikle belirli, Newtoncu parçacık yörüngelerinin dik olacağı, parçacık hareketinin optikteki dalgalar anlatımına paralel, alternatif bir betimlemesine temel olacak dalgalar var mıdır? Varsa bu dalgaların "dalga cephesi" nasıl belirlenebilir? Optikteki faz kavramının mekanikteki karşılığı ne olabilir? Bu sorulara tatmin edici yanıtlar arama çabaları Hamilton'a en az eylem ilkesinin genel halini bulmada önderlik etmiştir.

Optikte ışık ışınları anlatımı, belirli bir dalga boyları aralığında doğru sonuçlar veren, ışığın yayılmasının yalnızca "yaklaşık olarak doğru" olan bir betimlemesidir ve ışığın dalga boyu küçüldükçe, yani rengi mora doğru değiştiğçe, ışık ışınları betimlemesinin yetersizliği görülmeye başlar. Işık ışınları kavramını temel alan geometrik optik özellikle ayna, dürbün, teleskop, mikroskop gibi optik araçların çalışma ilkelerini anlama ve onları geliştirmede kullanışlıdır, fakat çok hassas ve kaliteli bir optik araç yapılmak istendiğinde ışığın dalga karakterinin de hesaba katılması kaçınılmazdır. Benzer olarak mekanikteki klasik, Newtoncu parçacık yörüngeleri betimlemesi de yalnızca yaklaşık olarak doğru olan bir anlatımdır. Bunun böyle olduğu 19. yüzyılın sonlarına doğru bazı deney sonuçlarının Newton mekaniği ile açıklanamaması üzerine su yüzüne çıkacak ve ardından dalga mekaniği, diğer adıyla kuantum mekaniği gelişmeye başlayacaktır.

Hamilton'un en az eylem ilkesinin nihai şekline nasıl vardığını açıklayabilmek için, klasik mekaniğin ihtişamlı matematiksel yapısının oluşmasına büyük katkıları olan Fransız matematikçi Joseph Louis Comte de Lagrange'in buluşlarından söz edilmesi gerekir (J.J. O'Connor, E.F. Robertson, 1999:2). Lagrange'in 1788 yılında basılan *Mechanique analytique* (Analitik Mekanik) başlıklı kitabı, Newton'dan beri süregelen yorucu araştırmaların güzel bir senteziydi ve genelleştirilmiş koordinatlar, serbestlik derecesi gibi yepyeni kavramları mekaniğe kazandırmıştı. Lagrange'in elinde II. Newton hareket yasası, üzerine uygulanmış kuvvetler bilinen tek bir parçacığın hareket denklemlerinden çıkıp, genelleştirilmiş koordinatlar kavramıyla birlikte, çok parçacıklı sistemlerin zaman içindeki evrimini betimleyen bir kısmi diferansiyel denklemler takımına dönüşmüştür. Lagrange hareket denklemlerinin özünde "Lagrangian Fonksiyonu" vardır. Yalnızca korunumlu kuvvetlerin işe karıştığı basit mekanik sistemler için Lagrangian fonksiyonu, sistemdeki parçacıkların kinetik enerjileri toplamı eksi sistemdeki potansiyel enerjilerdir; genelde "L" harfi ile temsil edilen Lagrangian, genelleştirilmiş koordinatlar, onların zamana göre türevleri ve zamanın fonksiyonudur. Lagrangian fonksiyonu daha genel fiziksel terimlerle ele alındığında, fizikçilerin kütle çekimi, elektromanyetik etkileşmeler gibi temel etkileşme alanlarını dinamik olarak inceleyebilmelerine olanak sağlamıştır. Bu yöntemle temel etkileşme alanları için genelleştirilmiş koordinatlar ve hızlar tanımlanarak bir "Alan Lagrangiani" kurulabilir ve bu fonksiyon kullanılarak alan için dinamik evrim denklemleri elde edilebilir.

Hamilton'un evrensel bir en az ilkesine ulaşabilmek için yaptığı araştırmaların yalnızca matematiksel çıkarımlar (akıl yürütmeler) yoluyla sürdürülen, bütünüyle kuramsal çalışmalar olduğunu belirtmeliyiz. Matematiksel ayrıntılarını veremeyeceğimiz bu çabalar sonunda Hamilton, Maupertuis ilkesini hareketli parçacığın momentumunun yanı sıra enerjisini de içerecek şekilde genelledi. Eylemi parçacık yörüngesinin sonsuz küçük bir kısmı boyunca parçacığın momentumu çarpı yer değiştirme ($p.ds$) şeklinde tanımlama yerine, sonsuz küçük süre boyunca bu süre çarpı parçacığın Lagrangian fonksiyonu (Ldt) olarak tarif etti. Biraz cebirsel işlem sonucu bu şekilde tanımlanan eylemin iki çarpımın farkına eşit olduğu görülebilir: parçacık sonsuz küçük dt süresi içinde ds kadar yol almış ve momentumu p , enerjisi E ise,

$$\text{Hamilton Eylemi} = Ldt = p.ds - Edt = \text{Maupertuis Eylemi} - Edt,$$

gibidir. Hamilton eylemi ile birlikte "En Az Eylem İlkesi" mekanik görüngüler için şöyle özetlenebilir: "Bir dinamik sistemin t_1 ve t_2 anları arasında bir noktadan diğerine hareketi için, $\int Ldt$ integralinin en küçük olduğu yörünge kullanılır." En az eylem ilkesinin bir diğer adı da "Hamilton İlkesi"dir (H. Goldstein, 1950:35).

Hamilton ilkesi fiziğin en temel yasasıdır (L. Motz, J.H. Weaver, 1989:293). Fermat'ın optikte bulduğu "En Kısa Süre" ilkesi ve Maupertuis'in mekanik görüngüler için önerdiği "En Az Eylem" ilkesi Hamilton ilkesi içinde birleşirler; optik ve mekanik yasaları aynıdır, optik ve mekanik fenomenlerin kökenleri aynıdır. Bu, Newton hareket yasalarının gökyüzündeki ve yeryüzündeki olguları birlikte açıklayabilmesine benzer ve ondan sonra fizikte başarılan ikinci büyük sentezdir. Eylem integralinin, $\int Ldt$, en küçük olması matematiksel koşulundan Euler hareket denklemleri, onların özel hali olarak Lagrange hareket denklemleri ve klasik fiziğin temel yasası olan 2. Newton hareket yasası türetilir (H. Goldstein, 1950: 36). İkinci Newton yasasının gözlem ve deney sonuçları incelenerek varılan bir ampirik yasa olduğunu hatırlayalım. Onun Hamilton ilkesinden kuramsal olarak türetilmesi en az eylem ilkesinin ne denli geniş kapsamlı ve temel bir yasa olduğunun açık delilidir. Bunun da ötesinde doğru seçilmiş Lagrangian fonksiyonları Hamilton ilkesiyle birlikte kullanılarak kuantum mekaniğindeki Schrödinger dalga denklemi ve benzerleri türetilir. Bu bağlamda Hamilton ilkesinden yola çıkılarak tüm klasik mekanik, optik, elektromanyetizma, kuantum mekaniği, özel ve genel görelilik, kuantumlu alanlar kuramı türetilir. 1940-50'li yıllarda Feynman tarafından geliştirilen kuantum mekaniğinin özel görelilik kuramıyla uyumlu farklı bir formalizminde Hamilton eylem integrali kendiliğinden ortaya çıkar (C. Itzykson, J.B. Zuber, 1985: 425). Bu anlatımda eylem integrali parçacığın tüm olası geçmişleri üzerinden toplam alma (sum over histories) anlamına sahiptir. Parçacığın belirli tek bir geçmişi yoktur.

Yukarıdaki şekli ile Hamilton eylemi 20. yüzyılın başlarında filizlenmeye başlayan iki yeni fizik kuramının müjdecisidir: Özel görelilik teorisi terimleriyle Hamilton eylemi, dörtlü enerji-momentum vektörü, ($p_0=E/c$, \mathbf{p}) ile sonsuz küçük dörtlü yer vektörünün, ($s_0=ct$, \mathbf{s}) skaler çarpımının ters işaretlisidir. İki vektörün skaler çarpımı sonucu bütün referans sistemlerinde aynı değere sahiptir. Hamilton eyleminin bu özelliği Galileo'dan beri dile getirilen ve özel görelilik kuramının iki postülatından biri olan görelilik ilkesini otomatik olarak sağlar. Görelilik ilkesine göre doğa yasaları, hareket durumları ne olursa olsun tüm referans sistemlerinde aynı olmalıdırlar.

Klasik mekanik ile kuantum mekaniği arasındaki fark, doğadaki en önemli fiziksel niceliklerden biri olan eylem cinsinden daha iyi açıklanabilir (L. Motz, J.H. Weaver, 1989:301). Kuantum mekaniğindeki temel fiziksel sabit olan Planck sabiti, ($h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ joule.saniye) eylem boyutuna sahiptir. Klasik mekanik anlayışına göre eylem artışı istenildiği kadar küçük, matematiksel deyimle sonsuz küçük miktarlarla oluşabilir. Kuantum mekaniği anlatımına göre eylem artışı kuantumludur; yalnızca en az Planck sabiti kadar basamaklarla oluşabilir. Eylem değişimi için bu sınırlama "Heisenberg Belirsizlik İlkesi"nin bir sonucudur ve harekette bir basamak sonra sistemin durumunun bütünüyle belirsizleşmesine yol açar. Aynı kısıtlama makroskopik ölçekteki görüngüler için de geçerlidir, fakat Planck sabitinin değerinin çok küçük olması nedeniyle gündelik hayatta belirsizlik ilkesi kısıtlamaları ölçme hataları içinde kaybolur gider, hissedilmez olur. Eylem boyutuna sahip fiziksel büyüklüklerin Planck sabiti mertebesinde değerler aldığı atom ve atom altı ölçekteki olaylarda belirsizlik kısıtlamalarını göz ardı etmek mümkün değildir. Gerçekte doğanın özünde kuantum mekaniği yasaları geçerlidir. Klasik mekanik, Planck sabiti h 'nın sıfır alınabileceği veya gözlenen fiziksel büyüklüklerin gündelik hayat ölçeğindeki makroskopik değerlerine yaklaşmaları limitinde, yaklaşık olarak doğru olan bir anlatımdır.

Kaynaklar

- GOLDSTEIN H. (1950) *Classical Mechanics*, Addison-Wesley, London.
- ITZYKSON C., ZUBER J.B. (1985) *Quantum Field Theory*, McGraw Hill, Singapore.
- MOTZ L., WEAVER J.H. (1989) *The Story of Physics*, Plenum Pres, New York.
- O'CONNOR J.J., ROBERTSON E.F. Internet Sitesi; MacTutor History of Mathematics, <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/index.html>,
- (1998) Sir William Rowan Hamilton,
- (1999) Joseph-Louis Lagrange,
- (2002) Light through the ages: Ancient Greece to Maxwell,
- (2003) Pierre Louis Moreau de Maupertuis.