

## Modern Matematik ve İlköğretimimizde Durum

Murat ALTUN\*

### ÖZET

*Bu yazıda matematiğin ne olduğu, nasıl doğduğu anlatılmış, klasik matematik, modern matematik ayırımına değinilmiştir. Daha sonra ülkemiz eğitiminde, özellikle ilköğretimimizde matematik programlarındaki gelişmeler üzerinde durulmuştur.*

### SUMMARY

#### Modern Mathematics and its State in Primary Education

*In this article, it has been told that what is the meaning and the content of mathematics as a science; how it has come into existence and what differences there have been between modern mathematics and classical one. After all these explanations, we tried to mention about the improvements of mathematical programmes in our country's educational system, especially in primary education subsystem.*

#### 1. MATEMATİK NEDİR, NASIL DOĞMUŞTUR?

Matematik nedir? sorusuna verilen cevaplarda bugüne kadar tam bir birliklik sağlanamamıştır. Bunun başlıca nedeni aşağıda açıklanacağı gibi matematiğin oluşmasındaki kaynak çeşitliliği, matematik yapmadaki amaç çeşitliliği ve biraz da değişik düzeyde matematik yapanların matematiği anlayış farklılığıdır.

\* Uludağ Üniversitesi Eğitim Yüksekokulu Öğretim Görevlisi.

Verilmiş birkaç tanım şöyledir:

1- Matematik, ardışık soyutlama ve genelleme süreci ile geliştirilen fikirler (yapılar) ve bağıntılardan oluşan karmaşık bir sistemdir<sup>1</sup>.

2- Genel bir ifade ile matematik, matematik varlıklar diye adlandırılan sayılar ve şekiller ile ilgili tanımsız kavramlar ve bunlar arasındaki ilişkiyi belirten aksiyomlara bağlı olarak türetilen tanım ve teoremler zincirinden oluşan bir bilim dalıdır<sup>2</sup>.

3- Matematik, aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanarak niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adıdır<sup>3</sup>.

4- Matematik; düşüncenin tündengelimli bir işletim yolu ile sayılar, geometrik biçimler ve bunlar gibi soyut varlıkların özelliklerini ve konular arası kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel addır<sup>4</sup>.

Bu tanımların birbirlerinden farklı oldukları açıkça görülmektedir. Bu yüzden matematiği tanımak için konusuna değinmek gerekir.

Matematiğin konusu sayı, nokta, küme gibi soyut nesnelere ve bu tür nesnelere arasındaki ilişkilere dir. Matematikçi bu soyut nesnelere özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri inceler, genellemeler çıkarır ve bu genellemeleri ispatlamaya çalışır.

Örneğin, "üçgenin iç açıları toplamının  $180^\circ$  oluşu" üçgenin açıları arasındaki bir ilişkidir ve bu şekliyle bir genellemedir. Bu genellemenin üretilmesi ve doğruluğunun ispatlanması matematiğin konusu içine girer.

Düzlemde  $n$  kenarlı kapalı şekillerin iç açıları toplamının  $T = (n-2)180^\circ$  oluşu daha ileri düzeyde bir genellemedir.

Matematiği bir başka yaklaşımla şöyle inceleyebiliriz<sup>5</sup>:

1- Araç olarak matematik: Bu anlamda matematik bir takım bağıntı ve yorumlarıyla diğer bilim dallarına ve mühendislik hizmetlerine destek veren bir bilim dalıdır. Uygulamacılar matematiğin bu yanıyla ilgilenirler.

2- Amaç olarak matematik: Matematik bu anlamda bir araç değil, amaçtır ve yalnızca "Bilme ihtiyacının ürünüdür, bir düşünme ve doğruyu arama uğraşısıdır."

Teorik matematikçilerin benimsedikleri bu anlayışı haklı gösterecek pek çok örnek vardır. " $x^2 - 1 = 0$  denkleminin çözümü vardır, ve  $x = \pm 1$ 'dir. Öyleyse  $x^2 + 1 = 0$ 'ın da bir çözümü olmalıdır; kuşkusuz sanal sayıların tanımlanmasını ve karmaşık sayılar kümesinin kurulmasını; karmaşık sayılarda analitik fonksiyonlar teorisini doğurmuştur", örneklerden biridir.

Bu yaklaşımda üretilen matematiğin herhangi bir işe yarayıp yaramaması söz konusu değildir; ve insan hayatının pratik ihtiyaçlarıyla bir ilgisi yoktur. Örneğinde doğruladığı gibi matematik kendi iç devinimiyle oluşmaktadır ve buna duyarlı kişilerin düşünme gücü sayesinde gelişmektedir. Nitekim Euclides Geo-

metrisi dışındaki geometrilerde Eski Geometrisinin kültür ortamında üremişlerdir.

Ancak kesin bir sınır koymak yine de yanlış olur. Pratik ihtiyaçların ürettiği matematik de vardır. Matematikğin ilk gelişmeye başladığı yer olarak kabul edilen Mezopotamya ve Mısır'da nehir taşmaları sonucu kaybolan arazi sınırlarını belirleme ihtiyacı, ölçmeyi ve geometriyi, nehrin ne zaman taşacağı da takvimin temelini oluşturmuştur.

Bu hususta çok önemli nokta şudur: Pratik bir yarar temin amacıyla yapılmış araştırmaların sayısı çok azdır. Araştırmalar genellikle "bilme ve anlama" tutkusundan ileri gelmiştir. Ancak ne denli soyut olursa olsun elde edilen matematik bulgular bir gün mutlaka uygulama alanı bulmaktadır.

Konikler (elips, hiperbol, parabol) üzerinde çalışmış bulunan Bergamalı Apollonius (M.Ö. 262-190) çalışmalarını "koni kesitleri" adı altında yayımlamıştır. Bundan yaklaşık 2000 yıl sonra 17. yüzyılda Galileo top mermilerinin parabolik bir yol izlediğini, Kepler gezegenlerin güneş çevresinde elips yörüngeler çizdiklerini ortaya koymuştur.

## 2. KLASİK MATEMATİK - MODERN MATEMATİK AYRIMI

Son yıllarda üniversitelerden ilkokullara kadar matematik programlarının değişmesi (geliştirilmesi) ve özellikle lise programlarındaki matematikğin "modern matematik" adı altında sunulması şu soruyu belirginleştirdi: Hangi matematik moderndir? Hangi matematik klasiktir? Bunları ayırmak için bir tarihsel ya da konu sınırı koymak mümkün müdür? Matematik mutlak doğru ise değişen nedir? Yeni olarak sunulan da mutlak doğru mudur?

Matematikğin doğası değişmez değildir. Matematik gelişen bir yapıya sahiptir.

M.Ö. 300 yıllarında yaşamış olan Euclides (Öklid) "Elementler" yapıtı ile bugün "Öklid Geometrisi" diye bilinen ve lise matematikğinin önemli bir kısmını oluşturan geometriyi kurmuştur. "Elementler" yüzyıllar boyunca mutlak doğru (değişmez) olarak kalmış, 19. yüzyılın sonlarına kadar rakipsiz ders kitabı olarak okutulmuştur. Elementlerin en büyük özelliği daha önceki çalışmalara nazaran aksiyomatik bir yapı göstermesi, az sayıdaki aksiyom ve tanıma dayanarak yeni önermeleri ispatlamasıydı.

Bu ispatlarda daha önce tanımladığı nokta, doğru, düzlem, yüzey tanımlarını ve ayrıca beş aksiyom beş de postulat kullanmıştır.

Bugün kullanılan matematik nokta, doğru, düzlem, uzay, küme gibi kavramları tanımsız kabul eder, bunlara dayanarak tanımlar yapar. Ayrıca Euclides in kullandığı beş postulattan beşincisi tereddütler oluşturmuştur. İspatlarda göze ve çizgiye fazlaca ağırlık verilmiştir. Euclides Geometrisi'nin o yapısı ile yanlışlığı bugün apaçık görülen bazı önermeler doğruymuşça ispatlanabilmekte-

dir. Euclides Geometrisi'nin tek ve mutlak doğru olduğu görüşü 1800'lü yıllara kadar sürmüştür.

G. Saccheri (1667-1773) Euclides'in "Bir doğruya dışındaki bir noktadan bir tek paralel çizilebilir" şeklindeki tartışmalı olan aksiyomunu kullanmadan ilk dört aksiyomuna dayalı geometriyi kurdu. Bu geometrik mutlak geometri adıyla bilinmektedir. Daha sonra Rus Matematikçisi N.İ. Lobachevsky (1792-1856) ve Alman Matematikçisi B. Rieman (1826-1866) kendi adlarıyla bilinen geometri-ri kurdular.

Birden fazla geometrinin kurulması, hangisi doğru sorusunu gündeme getirmiştir.

İspatlara kaynaklık eden unsurlar (tanımlar, aksiyomlar, teoremler) doğru ise ispatlar da doğrudur. Onun için bu geometri de doğrudur.

Aynı alana ait birkaç teori ile karşı karşıya kalındığı zaman açıklayıcı gücü en yüksek olanı seçeriz, onu doğru sayarız.

Bugün mühendislik hizmetlerinde hâlâ Euclides Geometrisi kullanılmaktadır.

Euclides dışı geometri geniş mekânda üçgenin iç açıları toplamının  $180^\circ$  olmadığını savunurlar. Einstein'ın Rieman Geometrisi'nin uzay yorumuna ilişkin "Bu yoruma büyük önem veriyorum. Ondan haberim olmasaydı, 'Genel Relativite Teorisi' ni hiçbir zaman geliştiremeyecektim." deyişi, anılan geometrinin su götürmez doğruluğunu ortaya koymaktadır. O halde hepsi doğru, ancak çalışılan alana biri uygun.

R. Descartes (1596-1650) Analitik Geometri (geometrik şekillerin cebirsel incelenmesi) yi kurarak modern matematiğin öncüsü olmuştur.

İ. Newton (1642-1727) ve Leibniz (1646-1716) birbirlerinden habersiz diferansiyel ve integral hesabı kurdular.

Euclides Geometrisi'nin eksikleri ve yanlışları D. Hilbert (1826-1943) tarafından 1899'da tamamlanmıştır. Hilbert aksiyomatik metodu yenileştirmiştir.

XX. yüzyılda matematiğe giren önemli bir kavram da kümedir. Küme G. Galileo (1564-1642) tarafından farkedilmiş, ancak matematiğe 1895'de Cantor (1845-1918) tarafından sokulmuştur.

Küme kavramının matematiğe girmesi önemli gelişmelere yol açmıştır. Bir özel kümenin elemanları üzerindeki eylemlere ait aksiyomlar bir cebir yapısını tayin eder ve aksiyomların sonuçları aynı yapıyı gösteren bütün kümelere uygulanabilir. Böylece daha ileri düzeyde soyutlama mümkün olmuştur.

Burada sözü edilen çalışmalardan XVII. yüzyıldan beriye olanların hepsi modern (çağdaş) matematik kapsamında düşünülmektedir.

Ancak bugün modern matematik denilince özellikle XX. yüzyıl içinde Hilbert'in geliştirdiği aksiyomatik yapı, Cantor'un küme kavramı ve cebirsel yapıları bu küme kavramına dayalı olarak inceleme anlaşılmaktadır.

Sonuç olarak denebilir ki, matematik de diğer bilimler gibi sürekli gelişmektedir. Modern matematik ve klasik matematik birbirlerinden kesin sınırlarla ayrılacak matematikler değildir. Modern çalışmalar, klasik matematik kültürü içinde gelişen, onun eksiklerini gideren, bu arada yeni kavramların da üretilmesi ile oluşan matematiktir.

### 3. TÜRKİYE'DE DURUM

Ülkemiz de modern matematik çalışmalarını günü gününe takip eden ülkelerdendir. Üniversitelerimizin matematik eğitimi yapan birimlerinin programları modern çalışmaları kapsayacak şekilde geliştirilmiş, bunu takiben lise programları değiştirilmiştir. Liselerde cebir-geometri ayrımı kaldırılmış, matematik adı altında birleştirilmiştir.

Küme kavramı konmuş, diğer ünitelerin küme kavramı ile ilişki kurularak incelenmesi yapılmıştır. Kavramlarla ilgili olarak alıştırma çalışmalarının yanısıra anlam bilgisi üzerinde durulmuştur.

İlkokullarımızda 1968 Programı ile "Destekleme ve Kuvvetlendirme Programı İle İlgili Serbest Konular" başlığı altında küme kavramı, on tabanından başka tabanlara göre sayıların ifadeleri ve işlemler, mevcut programdaki bazı konuların küme kavramı ile ilişkisi gibi etkinliklere ders dışı çalışmalarda yer verilmesi, öğretmenlerin de bu bakımdan kendilerini yetiştirmeleri önerilmiştir.

1983 Matematik Programı ile sözü edilen konular tüm sınıflara yaygınlaştırılmıştır.

Özetle modern matematik programının uygulanması hususunda;

1- Milli Eğitim Bakanlığı'nun uygulaması kesindir ve uygulama başlatılmıştır.

2- Kamuoyu oluşturulmadan uygulama başlatılmış, ancak zaman içinde kamuoyu kendiliğinden oluşmuştur.

3- Kaynak yaratmada özellikle öğretmen temininde güçlük çekilmiştir. Mevcut öğretmenler kurslarla yeni programın uygulayıcısı haline getirilmek istenmiş, ancak bundan tam verim alınamamıştır. Bugün için üniversite programları modernize edildiğinden yeni yetişen öğretmenlerle kaynak sorunu ortadan kalkmıştır.

4- Uygulama, deneme safhasını aşmış ve yaygınlaştırılmıştır. Gerek görüldükçe geliştirilmektedir.

### KAYNAKLAR

1. BAYKUL, Yaşar ve diğerleri: *Matematik Öğretimi ve Rehberi*. Rehber Yayınevi, Ankara.

2. BAŐKAN, Turgut: "Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşım", *Matematik Öğretimi ve Sorunları*, Türk Eğitim Derneği Yayınları, Ankara, 1985.
3. İŐCAN, Kâmil: *Ansiklopedik Matematik Sözlüğü*, İstanbul, 1969.
4. MEB.: *Türk Ansiklopedisi*, Milli Eğitim Basımevi, Cilt: 23, İstanbul.
5. YILDIRIM, Cemal: *Matematiksel Düşünme*, Remzi Kitabevi, İstanbul, 1988.