

SÜREKLİ SİSTEM MODEL PARAMETRELERİNİN ON-LİNE OLARAK BELİRLENMESİ

Murat TÜRE*

ÖZET

Bu sistemden istenen performansın elde edilebilmesi için parametrelerinin belirlenmesi gerekir. Bu çalışmada, güdültülü ortamdaki bir sistemin sürekli zaman modeli parametreleri belirlenmiştir.

ABSTRACT

On-Line Identification of Continuous-Time Model Parameter

To obtain the required performance of a system, it is necessary to identify its parameters. In this study, the continuous time model parameters of a system have been identified.

GİRİŞ

1970'li yılların başında Åström¹ tarafından Self-Tuning Regulatorlerin bilim ve teknoloji alanına kazandırılmasıyla beraber sistem parametrelerinin belirlenmesi problemi yeni bir değer kazanmıştır. Adaptif kontrol teorilerini gelişmesine paralel olarak gelişen sistem tahmin metodları önceleri ayrık zaman modelleri üzerine geliştirildi. Fakat gelişen teknoloji ve buna bağlı olarak

* Dr.; U. Ü., Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü.

** Dr.; U. Ü., Mühendisli Mimarlık Fakültesi.

arzulanan hassasiyet için sistemlerin ayırık-zaman modelleri yetersiz kalmaya başladı. Sürekli sistem modellerinin teorik yapıyı daha iyi temsil edebildiği ve kullanım gerekliliği Isermann tarafından gösterildi²

Sürekli zaman sistem modellerinin belirleme çalışmaları 1980'li yıllarda Young'in yayını³ ile kontrol teorisine girmeye başladı. Önceleri sürekli zaman sistem modelleri ayırık-zaman sistem modelleri yardımıyla dolaylı olarak hesaplanmaktaydı. Bu konuda Sinha-Lastman⁴ minimum işlemle ayırık-zaman modelinden sürekli zaman modelini elde eden bir metod geliştirdi. Bu metod, % 100 doğru elde edilen ayırık-zaman modelinden % 0,1'den küçük bir hata ile sürekli sistem modeline geçişi sağlayabiliyordu. Diğer taraftan sistem parametrelerinin belirlenmesinde % 5 hata on-line hesaplar için oldukça küçük, off-line hesaplarda bile kabul edilebilir hata sınırı içinde olmaktadır⁵. Ayırık-zaman sisteminin % 1 hata ile bulunduğu zamanlar, Sinha-Lastman metodu ile bulunan sürekli sistem modelinin hatası % 20'leri yaklaşmaktaydı⁶. Diğer yandan sürekli sistem modellerinin direk olarak hesaplama çalışmaları da devam etmekteydi. Bunlar genellikle Least-Square, Instrumental Variable gibi iyi bilinen ve çok geniş kullanım alanı bulunan ayırık-zaman sistemlerinin sürekli zamanda uygulamalar şeklinde olmaktadır^{7,8}. Bu çalışmalar gerçek-zaman için uygun rekursif metodlardır. Ancak bu metodlar filtreleme yardımı ile integrasyon aldıkları için bol miktarda örneğe ihtiyaçları vardır. Daha az örnekle bu işlemlerin gerçekleştirilmesi için sınır değer problemlerinin çözüm yaklaşımları gözönüne alınmıştır. Bunun için quasilineerizasyon^{9,10,11} ve Newton-Raphson^{12,6} metodları kullanılmaktadır. Newton-Raphson metodunun iki iterasyonla hesaplamayı gerçekleyebildiği referans¹² de simulasyon ile gösterilmiştir. Her örnekleme periyodunda 2 iterasyon ile Newton-raphson metodunun kullanılması da bugünkü gelişmiş mikroişlemciler ile gerçek zaman uygulamalarında mümkün olmaktadır⁶.

SÜREKLİ SİSTEMİN BELİRLENMESİ

Sürekli sistemin durum-uzayı eşitliği

$$\dot{x} = f(x, a, u, t) \quad (1)$$

$$t_0 \leq t \leq t_T$$

arasında verildiği gözönüne alınsın. Burada a bilinmeyen parametre, x durum uzayı

$$a(t_i), x(t_i) \geq b_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

$$t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_T$$

değişkeni, u kontrol girişi ve b de durum değişkeninin ölçülen değeridir. (1) eşitliğinden bilinmeyen a değerinin bulunabilmesi için ilk koşul olarak (1) eşitliğinin (2) eşitlikte verilen bölgede bir tek çözümü olduğu kabul edilir. Bu problemin çözümü için aynı yapıya sahip ve tahmini a parametresine sahip bir p değişkenine sahip bir sistem gözönüne alınır.

$$p - g(p, \hat{a}, u, t)$$

Gözönüne alınan bu tahmini sistemin başlangıç değeri hesaplanmak istenen sistemle aynı alınır yani;

$$p(t_0) = b(t_0)$$

Diğer taraftan p ile b değişkenlerinin arasındaki farkı tamamlamak üzere homojen sistem tanımlanır ki;

$$\dot{h} - J[g(h, \hat{a}, u, t)]$$

şeklinde olup burada J g fonksiyonunun jacobiyendir. Homojen fonksiyonun başlangıç değeri, tahmin edilen fonksiyonu gerçek fonksiyona tamamlayabilmesi için sıfır olarak alınır.

Tahmin edilen sistemin ve homojen sistemin üst sınır zaman değerine kadar integrali alınarak değeri bulunur ve bulunan değerler altta verilen eşitlikte yerine konur.

$$b(t_T) = p_k(t_T) + C_k * h(t_T) \quad (3)$$

Bu eşitlikten c_k değeri elde edilir ki bu da tahmin edilen sistem parametre değerini gerçek değerine tamamlamakta kullanılır. Bu durumda bir sonraki yaklaşım için tahmin edilen sistemin parametre değeri

$$\hat{a}_{k,1} = \hat{a}_k + C_k \quad (4)$$

formülüyle elde edilir. (3) numaralı eşitlikteki c_k değeri (4) numaralı eşitlikte yerine konulduğunda;

$$\hat{a}_{k,1} = \hat{a}_k + \frac{b_k(t_T) - p_k(t_T)}{h_k(t_T)} \quad (5)$$

a_k değerinin gerçek sistem parametresi a ya 2 iterasyonda yaklaştığı referans¹²

de gösterilmiştir. Bilinmeyen bir parametreyi hesapladığı belirtilen (5) nolu eşitlik yüksek dereceden fonksiyonlar veya birden fazla parametre bulunmak istendiğinde aşağıdaki gibi geliştirilebilmektedir⁶;

$$[\hat{a}]_{k+1} = [\hat{a}]_k + \{[h_k(t_T)]^{-1} ([b(t_T) - p(t_T)])\} \quad (6)$$

Gürültülü ortamda sürekli sistem model parametre değerlerinin hesaplanması için Kalaba¹³ zaman ortalaması metodu yaklaşımının geçerliliğini göstermiştir. Bu yaklaşım Newton-Raphon için uygulandığında (6) nolu eşitlik aşağıdaki şekle dönüşür;

$$[c]_{k,1} = \left(\sum_{i=1}^N [h_k(t_i)]^T [h_k(t_i)] \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N [h_k(t_i)] \{ [b(t_i)] - [p(t_i)] \} \right) \\ [b(t_i)] = [x(t_i)] + [\xi] \quad (7)$$

Burada $b(t_i)$ matrisi gürültülü olarak izlenen değer matrisi, ξ matrisi ise gürültü matrisidir.

ÖRNEK UYGULAMA

Aşağıdaki sistem gözönüne alınmıştır;

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} u$$

Durum değişkenleri de aşağıdaki gibi izlenmiştir.

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \eta \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}$$

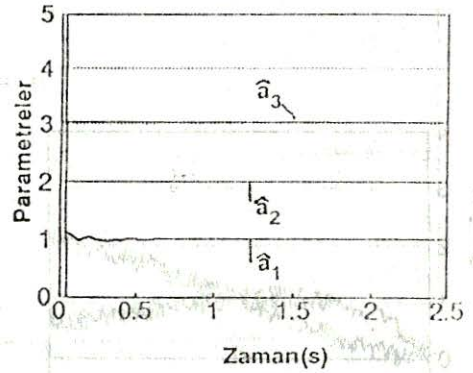
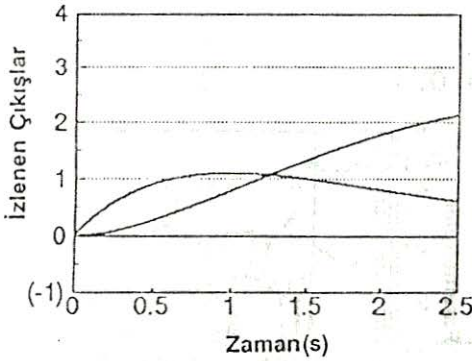
Burada $\xi_{1,2} + 1$ ile -1 arasında gelişigüzel değişen bir değeri, η da bunun genliği olmak üzere birlikte gürültüyü temsil etmektedirler. Çeşitli η değerleri için izlenen değişken değerleri ve bulunan parametre değerleri Şekil: 1, 2, 3, 4, 5'te

verilmiştir. Burada örnekleme periyodu 0.05 milisaniye olarak seçilmiştir. Başlangıçta sistem aşağıdaki gibi olduğu düşünülmüştür.

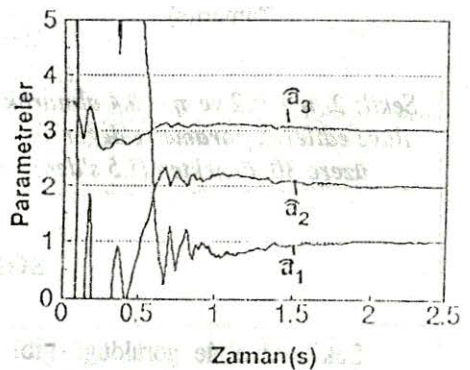
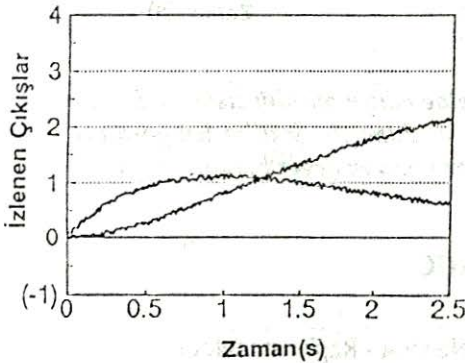
$$\begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix} u$$

Sistemlerin simulasyonunda integral işlemleri dördüncü dereceden Runge-Kutta metodu ile adım uzunluğu da örnekleme süresine eşit olarak alınmıştır.

$$\eta = 0$$

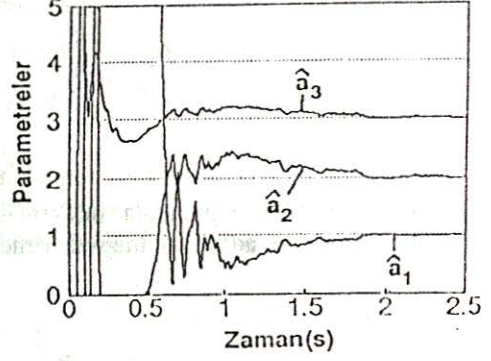
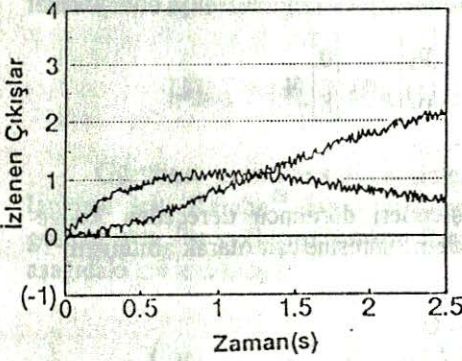


$$\eta = 0.1$$

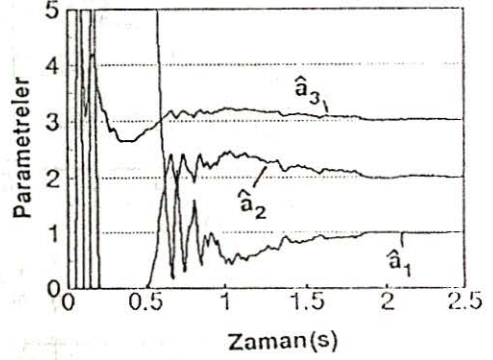
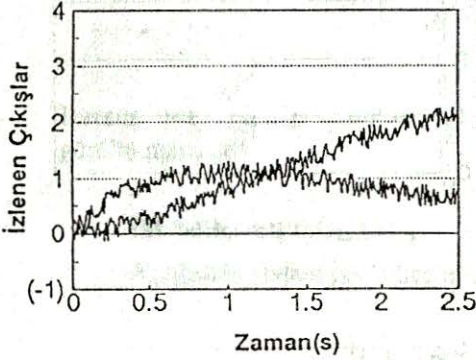


Şekil: 1. Üstteki iki şekilde gürültüsüz yapılan ölçmeler ve bunlarla yapılan hesaplamalar sonucu bulunan parametre değerleri verilmiştir. Altta iki şekilde ise $\eta = 0.1$ olmak üzere gürültü karışan ölçmeler alınmış ve parametre değerleri bulunmuştur. Gürültüsüz ölçmelerde bulunan değerler çok kısa sürede gerçek değere yaklaşırken gürültülü ölçmeler için 10. örnekten (0.5 s'den) sonra yaklaşmaktadır.

$$\eta = 0.2$$



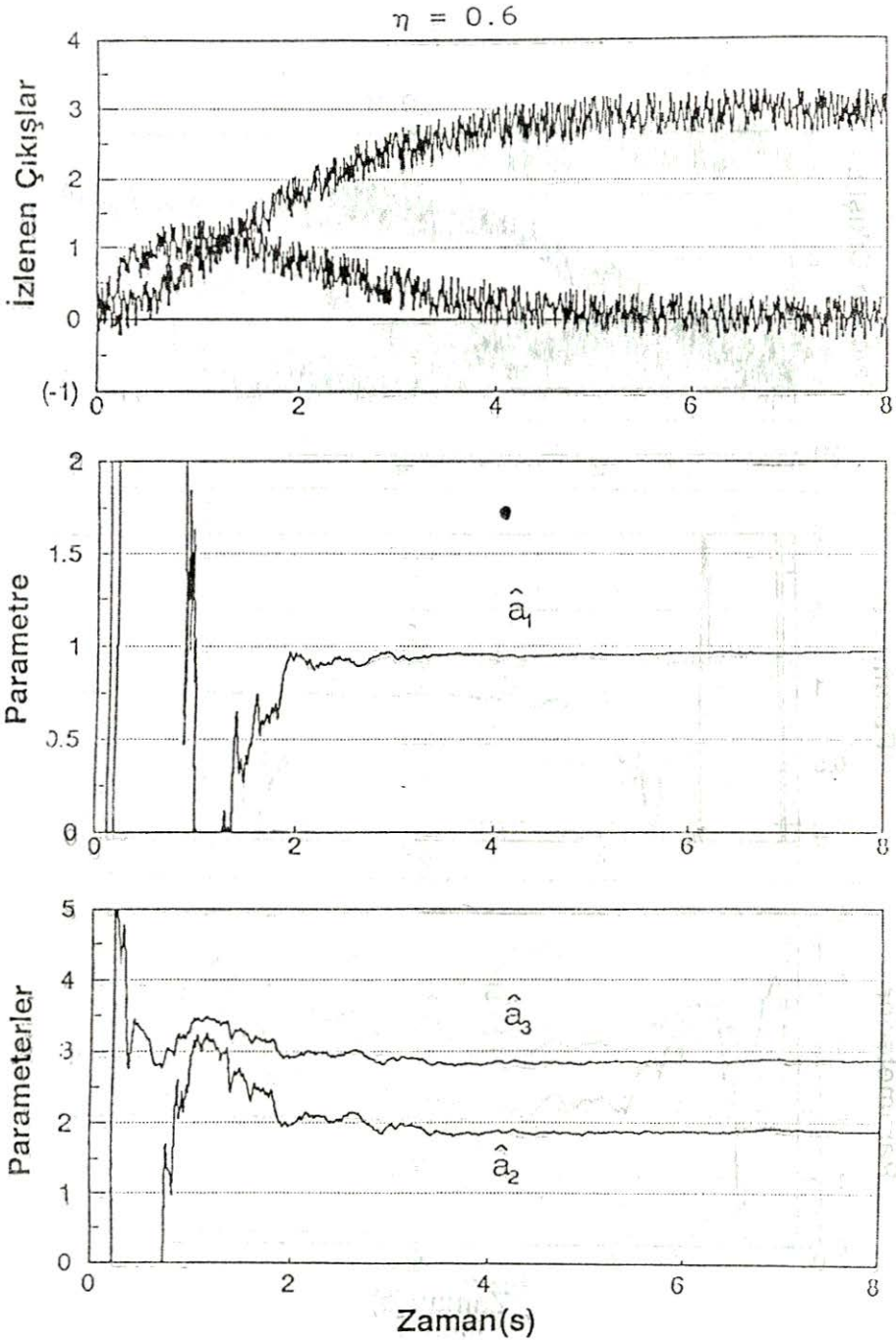
$$\eta = 0.4$$



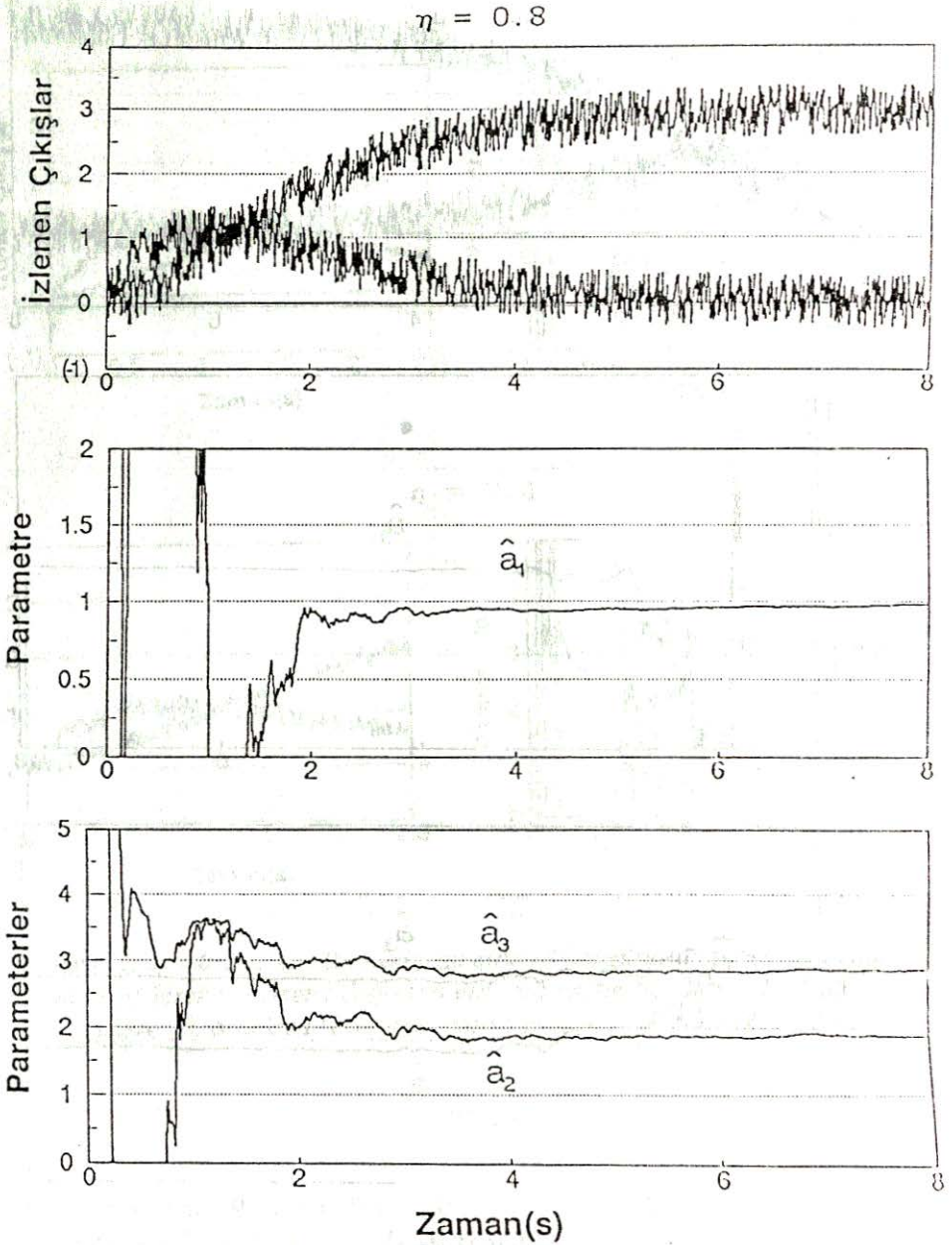
Şekil: 2. $\eta = 0.2$ ve $\eta = 0.4$ alınarak elde edilen gürültü sistem çıkışlarına ilave edilerek parametre değerleri elde edilmiştir. Şekillerden görüleceği üzere 30. örnekten (1.5 s'den) sonra gerçek değer bulunmaktadır.

SONUÇ

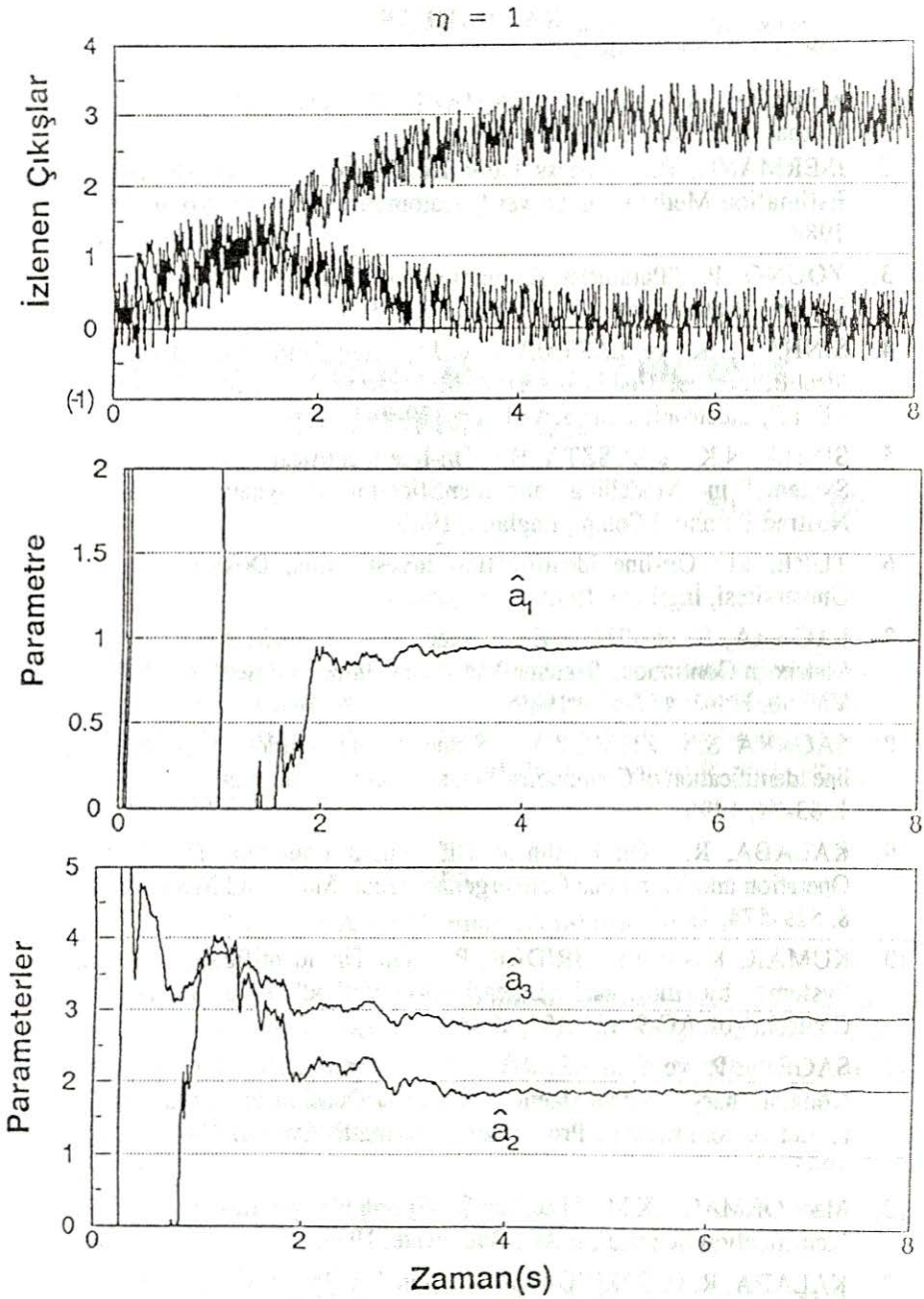
Şekillerden de görüldüğü gibi Newton - Raphson metodunda parametrelerin gerçek değerine ulaşması gürültünün genliği ile direkt orantılı olarak gecikmektedir. Çok yüksek gürültülerde bile sürekli sistem parametrelerinin 30-40 örnekle gerçek değerine çok yakın bulunduğu gösterilmektedir. Bu da son 30-40 örnek değerinin kullanılmasıyla bu işlemin gerçek zamanda uygulanabilirliğini ifade etmektedir.



Şekil: 3. $\eta = 0.6$ genliğinde gürültünün ölçmelere karıştığı zaman izlenen çıkışlar ve elde edilen parametreler verilmektedir. Parametrelerin gerçek değerine yerleşmesi yaklaşık 40 örnek süresini (2 s) bulmaktadır.



Şekil: 4. $\eta = 0.8$ için ölçümler ve bulunan parametre değerleri verilmektedir. Parametrelerin doğru olarak bulunabilmesi için 40 örneğin yeterli olduğu görülmektedir.



Şekil: 5. $\eta = 1$ için ölçümler ve bulunan parametre değerleri verilmektedir. Parametrelerin doğru olarak bulunabilmesi için 40 örneğin yaklaşık değerler için yeterli olduğu görülmektedir.

KAYNAKLAR

1. ÅSTRÖM, K.J. and WITTENMARK, B.: "On Self Tuning Control", *Automatica*, Vol. 9, 185-199, 1973.
2. ISERMANN, R.: "Process Fault Dedection Based on Modelling and Estimation Method - A Survey", *Automatica*, Vol. 20, No. 4, 387-404, 1984.
3. YOUNG, P.: "Parameter Estimation for Continuous-Time Models- A Survey", *Automatica*, Vol. 17, No. 1, 23-39, 1981.
4. SINHA, N.K. ve LASTMAN, G.J.: "Transformation Algorithm for Identification of Continuous Time Multivariable Systems From Discrete - Data", *Electronic Letters*, Vol. 17, 779-780, 1981.
5. SINHA, N.K. ve KUSZTA, B.: "On-line Identification of Discrete Time Systems" in *Modelling and Identification of Dynamic System*. Van Nostrad Reinhold Comp., England, 1983.
6. TÜRE, M.: *On-line Identification Investigation*, Doktora Tezi, Bath Üniversitesi, İngiltere, 1992.
7. SAGARA, S. ve ZHAO, Z.Y.: "Recursive Identification of Tansfer Matrix in Continuous Systems Via Linear Integral Filter", *Int. J. Control*, Vol. 50, No. 2, 457-477, 1989.
8. SAGARA, S. ve ZHAO, Z.Y.: "Numerical Integration Approach to On-line Identification of Continuous-Time Systems", *Automatica*, Vol. 26, No. 1, 63-74, 1990.
9. KALABA, R.: "On Nonlinear Differential Equation, The Maximum Operation and Monotone Convergence", *Jour. Math. and Mechanics*, Vol. 8, 519-574, 1959.
10. KUMAR, K.S.P. ve SHRIDAR, R.: "On The Identification of Control Systems by the Quasi / Linearization Method", *IEEE Trans. of Aut. Control*, Vol. AC-9, 151-154, 1964.
11. SAGE, A.P. ve EISENBERG, B.R.: "Experiments in Nonlinear and Nonstationary System Identification via Quasilinearization and Differential Aproximation", *Proj. Joint. Automatic. Control Conf.*, 522-530, 1965.
12. MacCORMAC, J.K.M.: "The Use Of Hybrib Computation in An On-Line Identification Scheme", *IFAC*, Budapeste, 1968.
13. KALABA, R. ve SPRINGARN, K.: "On The Rate of Convergence of the Quasilinearization Method", *IEEE Trans. on Aut. Control*, Vol. 10, 198-199, 1983.