

TORK KOLUNUN BİLGİSAYAR DESTEKLİ OPTİMİZASYONU

Ferruh ÖZTÜRK*
Necmettin KAYA**

ÖZET

Yeni tasarım yöntemleri ve tasarımda optimizasyonun öneminin vurgulandığı bu çalışmada, bir tork kolunun tasarımı probleminde Bilgisayar Destekli Optimizasyon çalışmaları anlatılmaktadır.

ABSTRACT

Computer Aided Optimum Design of a Torque Arm

In this study, computer aided optimum design of a torque arm is presented, and the new design methodologies and recent developments in design optimisation are briefly outlined.

1. GİRİŞ

Tasarım süreci konsepsiyon, analiz, optimizasyon ve imalata yönelik projelendirme aşamalarından oluşmaktadır. Son yıllarda araştırmacıların yoğun ilgi duyduğu alanlardan birisi, tasarım teorisi ve tasarım sürecinde uygulanan yöntemlerdir¹⁻⁹. Tasarım teorisini tanımlama ve tasarım süreci aşamalarında yeni düzenlemelere gidilmesinde amaç, hızla değişen ekonomik, sosyal ve çevre

* Doç. Dr.; U.Ü. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü.

** Araş. Gör.; U.Ü. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü.

şartlarına uyumlu yeni tip ürün ve sistemlerin üretilmesidir. Tasarımcı bu gereksinimlere en etkin şekilde cevap vermek zorunda kaldığı için, genel tasarım teorisi ve çözüm yöntemlerinde yeni arayışlar içine girilmiştir. Tasarımda optimizasyon ilgi odaklarından birisi olmuştur. Optimizasyon aşamasında tasarımcının bilgi ve tecrübesinin tasarım sürecine dahil edilebilmesi için en iyi yaklaşım etkileşimli CADO (computer-aided design optimization) yöntemlerinin geliştirilmesidir.

Genel tasarım teorisini tanımlama konusunda devam eden çalışmalarda amaç, değişik yöntemlerin ortak noktalarını bir teori etrafında birleştirmektir. Tasarımda genel teori tanımlanmasında karşılaşılan zorluklar; tasarımın çeşitli alanlarda uygulanması, birden fazla alanın birleşimi, yeni tip ürün ve sistemlerin üretilmesine yönelik isteklerde gözlenen hızlı değişimdir. Ürünlerin tasarımında büyük başarı gösteren Japon tasarım yöntemleri, bilginin işlenmesi, fikir üretmek ve karar verme konusuna önem vermektedir. Bu yöntemler hakkında bilgilere Japonca haricinde literatürde rastlamak oldukça zordur. Japonların başarısındaki önemli etken tasarım sürecini kontrol etme yönündeki sistematik yaklaşımdır. Tasarım problemlerinin çözümü ve fikir üretme için kullanılan Japon tasarım yöntemlerinden bazıları; KJ, NM, Key-Needs ve Kepner-Tregoe'dır. Son yıllarda batıda tasarım sürecinde yapılan düzenlemelerde gözlenen eğilim Japon yaklaşımlarıyla benzerlik taşımaktadır. Eş zamanlı mühendislik (CE-concurrent engineering), imalata yönelik tasarım (DFM-design for manufacturability) gibi kavramlar tasarım sürecini kontrola yönelik düzenlemelerdir.

Tüm bu yaklaşımlar incelendiğinde ortak noktanın en kaliteli ürünün, en kısa zamanda ve en düşük maliyette elde edilmesi olduğunu görüyoruz. En iyinin elde edilmesine yönelik tasarım işlemleri optimizasyon olarak adlandırılır. Optimizasyon aşamasında tasarım konseptinin matematiksel model olarak tanımlanması gerekir. Seçilecek çözüm yöntemi ve sonuçların geçerliliği modelin doğru tanımlanmasına ve yapısına bağlıdır. Bu çalışmada, farklı tasarım optimizasyon yöntemleri tork kolunun tasarımında kullanılmış ve yöntemlerin farklılıkları incelenmiştir.

2. TASARIM OPTİMİZASYON MODELİ VE OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

Optimum tasarımın elde edilmesi için analiz-değerlendirme-yeniden modelleme aşamaları takip edilir. İlk tasarım çalışması analiz edilir, belirtilen tasarım kriterlerine sonuçların uygunluğu araştırılır ve tasarım yeniden düzenlenir¹⁰.

Tasarım optimizasyon modelinde, temel konstrüksiyon eşitliği olarak da adlandırılan amaç fonksiyonu $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ tasarım değişkenlerinden oluşur. Tasarım modelinde kısıtlayıcı fonksiyonları eşitlik veya eşitsizlik şeklindedir. Genel tasarım modeli aşağıda verilmiştir,

Amaç Fonksiyonu : $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Kısıtlayıcı Fonksiyon : $h_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad i = 1, 2 \dots p$

$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad i = 1, 2 \dots m$

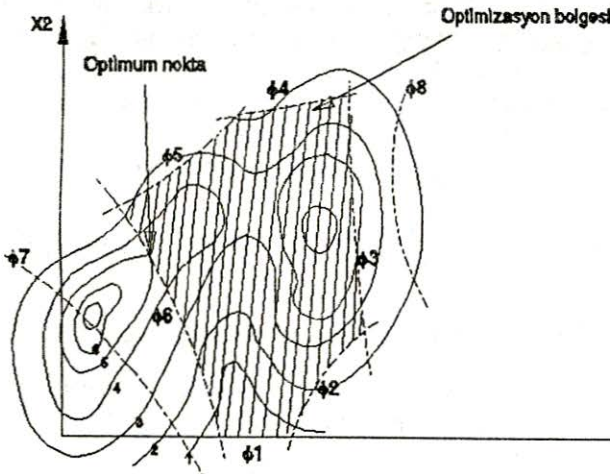
Bu denklemlerin geometrik açıklamaları Şekil 1.a ve 1.b'de verilmiştir. Şekil 1.a'da verilen tasarım optimizasyon modelinde, çok sayıda eşitsizlik zorlayıcıları aktiftir. Eşitlik zorlayıcıları aktif olmadığı için minimum optimizasyon yüzeyi tarafından tanımlanmış alandır. Şekil 1.b'de eşitlik fonksiyonu da aktif olduğundan minimum, temel fonksiyon ile tanımlanmış optimizasyon yüzeyi ve eşitlik zorlayıcı tarafından tanımlanmış ara kesitte oluşacaktır.

Tasarım optimizasyon problemleri nonlinear yapıda olduğundan, genellikle analitik olarak çözülememekte ve sayısal çözüm yöntemleri kullanılmaktadır. Optimizasyon problemlerini kısıtlayıcı içeren ve içermeyen şeklinde iki gruba ayırabiliriz. Kısıtlayıcı içeren problemler, çözümü daha kolay olan kısıtlayıcı içermeyen optimizasyon problemlerine dönüştürülerek çözülür.

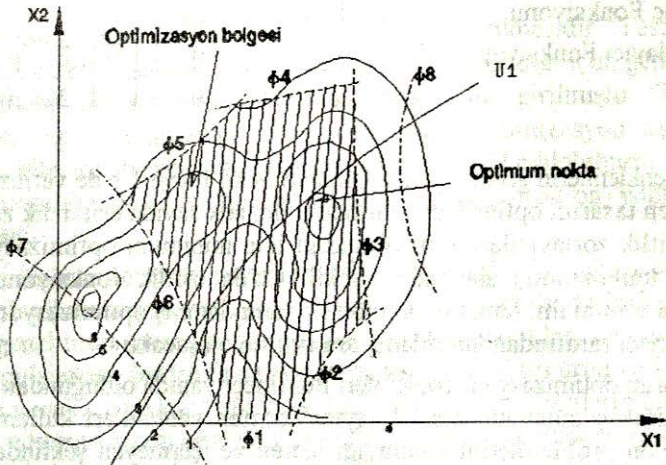
Optimizasyon problemlerinin çözümünde diğer bir nokta, mümkün olduğu zaman nonlinear problemlerin lineer modele dönüştürülerek çözümlenmesidir. Lineer problemler genelde klasik simplex algoritmaları ile çözülebilmektedir ve çözüm yöntemlerinin basitliği ve sonuca yakınsama olasılığı yüksektir.

3. CSD TASARIM OPTİMİZASYON ALGORİTMASI

CADO (computer-aided design optimization) problemlerinde Δx tasarım değişimini bulmaya yönelik çeşitli iteratif algoritmalar kullanılır. Genel olarak k iterasyonunda tasarım değişimi aşağıda verilen şekilde ifade edilir.



Şekil: 1.a. Eşitsizlik zorlayıcılarının aktif olduğu optimizasyon yüzeyi



Şekil: 1.b. Eşitsizlik ve eşitsizlik zorlayıcılarının aktif olduğu optimilasyon problemi

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Delta x^{(k)} = \alpha_k d^{(k)} \quad (d^{(k)}: \text{optimum alanda yön vektörü ve } \alpha: \text{ adım büyüklüğü})$$

$\Delta x^{(k)}$ nin hesaplanması için, α ve d^k nin bulunmasına yönelik iki alt problemin çözülmesi gerekir^{9,13}. CADO uygulaması çerçevesinde bir tork kolu elemanın optimilasyonu için bu çalışmada geliştirilen programın akış diyagramı Şekil 2'de verilmiştir. CSD (constraint steepest descent) algoritması, bir objective descent fonksiyon tanımlanması ve adım büyüklüğünün seçilen yön vektörü boyunca hangi değerde olacağını belirlenmesi esasına dayanır. Descent fonksiyon kısıtlayıcı içeren problemlerde amaç fonksiyona ceza parametreleri eklenerek elde edilir. Bu programda, Pshenichny tarafından tanımlanan $P(x)$ descent fonksiyonu kullanılmıştır¹⁰.

$$P(x) = f(x) + RV(x)$$

R ceza parametresi ve V en büyük kısıtlayıcı değerdir ve aşağıda verilen şekilde bulunur.

$$V_k = \max \{0; |h_1|, |h_2|, \dots, |h_p|; g_1, g_2, \dots, g_m\}$$

R ceza parametresi, v_i^k eşitlik ve u_j^k eşitsizlik kısıtlayıcıları için lagrange çarpanları toplamından büyük veya eşit olmalıdır,

$$R \geq r_k \text{ ve } r_k = \sum |v_i^k| + \sum u_j^k \quad i = 1, 2, \dots, p \quad j = 1, 2, \dots, m$$

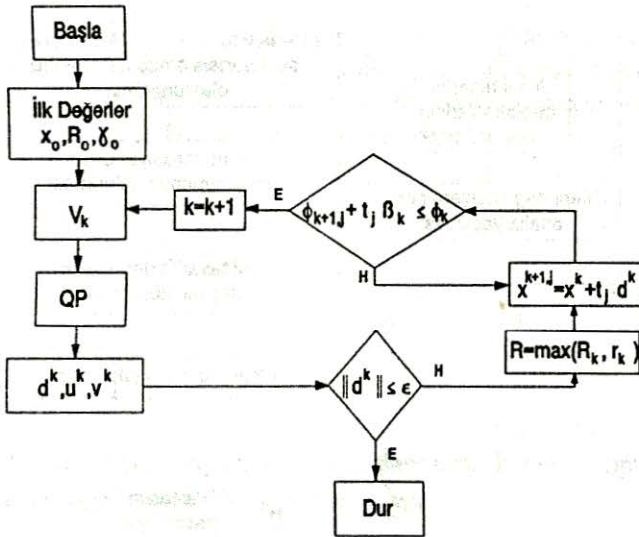
Adım büyüklüğü α nın hesaplanmasında çeşitli algoritmalar mevcuttur. Bu çalışmada adım büyüklükleri $t_j = (1/2)^j$, ($j = 0, 1, 2, \dots$) eşitliği ile tanımlanarak hesaplanmıştır. Descent şartı her deneme için kontrol edilerek tasarım parametrelerinin yeni değerleri hesaplanmaktadır;

$$x^{(k+1, j)} = x^{(k)} + t_j d^{(k)} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

ve descent fonksiyon kontrol şartı aşağıda verilen şekilde uygulanır,

$$P_{k+1, j} \leq P_k - t_j \beta_k$$

$$\beta_k = \gamma \|d^{(k)}\|^2 \quad (\gamma \text{ 0 ve 1 arasında değişen bir sabittir})$$



Şekil: 2. CSD algoritmasının akış diyagramı

Şekil 2'de akış diyagramı verilen yöntemin tork kolu tasarımına uygulanması sonucu elde edilen değerler altıncı bölümde verilmiştir.

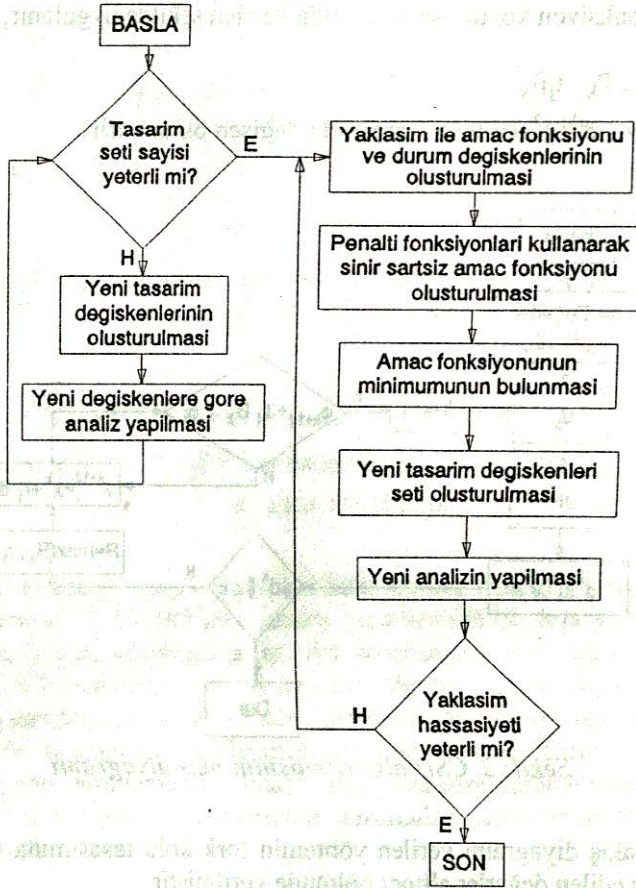
4. ANSYS TASARIM OPTİMİZASYON ALGORİTMASI

ANSYS tasarım optimizasyon modeli tasarım değişkenleri x_i ve davranış değişkenleri g_j ile aşağıda verilen şekilde tanımlanır¹¹,

Amaç Fonksiyon : $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Kısıtlayıcılar : $g_j \leq g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq g_j \quad j = 1, 2 \dots m$
 $x_i \leq x_i \leq x_i \quad i = 1, 2 \dots n$

Kısıtlayıcılar, davranış ve geometrik değişkenler olarak adlandırılır. Davranış değişkenleri bağımlı değişkenlerdir ve genellikle gerilme, titreşim frekansı veya yer değiştirir. Genelde toplam hacim olan amaç fonksiyon bağımlı fonksiyondur. Davranış ve tasarım değişkenlerinin sınırları içinde optimum hacim, amaç fonksiyonun minimum noktası bulunur. ANSYS optimizasyon adımları Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil: 3. ANSYS tasarım optimizasyon adımları akış diyagramı

Optimizasyon iki aşamada gerçekleşmektedir. Birinci aşamada, yaklaşım teknikleri kullanılarak, amaç ve davranış fonksiyonları quadratik fonksiyonlar ile tanımlanır. İkinci aşamada, kısıtlayıcı içeren alt problem kısıtlayıcı içermeyen optimizasyon problemine dönüştürülür. Kısıtlayıcı içermeyen bu problemin optimum değeri SUMT (sequential unconstrained minimization technique) tekniği ile bulunur. Yakınsama kriteri sağlanıncaya kadar tekrarlanan işlemler ile optimum değere ulaşılır. Bu yöntemde her tekrar işleminde kullanılan fonksiyon,

$$\phi_k = F(1+r_k) (\Sigma P_{nk} + \Sigma P_{mk}) \quad n = 1, 2, \dots, N \quad m = 1, 2, \dots, M$$

- ϕ_k : k tekrar işlemine karşılık gelen optimizasyon bölgesini belirleyen ϕ_k fonksiyonu
- F : yaklaşımla bulunmuş amaç fonksiyonu
- P_{nk} : tasarım değişkeni x_n ve optimizasyon bölgesini belirleyen ϕ_k fonksiyonu için penaltı fonksiyonu
- P_{mk} : davranış değişkeni G_m ve optimizasyon bölgesini belirleyen ϕ_k fonksiyonu için penaltı fonksiyonu
- r_k : penaltı parametresi
- M, N : toplam davranış ve tasarım değişkeni sayısı.

SUMT penaltı parametresinin sıralı değerleri sonucu orjinal problemin optimum değerine ulaşılır. Kullanılan penaltı fonksiyonu extended interior penaltı fonksiyonudur. Problemin yakınsaması T yakınsama tolerans değeri şartlarından birisinin veya birden fazlasının sağlanmasıyla gerçekleşir;

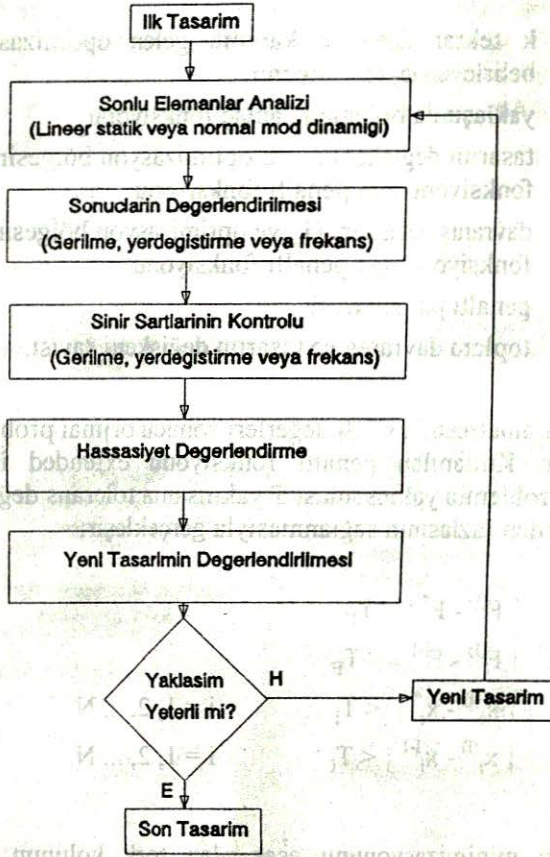
$$\begin{aligned} |F^{(l)} - F^*| &< T_F \\ |F^{(l)} - F^{l-1}| &< T_F \\ |x_i^{(l)} - x_i^*| &< T_i \quad i = 1, 2, \dots, N \\ |x_i^{(l)} - x_i^{l-1}| &< T_i \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

Toplam hacmin minimizasyonunu esas alan tork kolunun optimizasyonu probleminin sonuçları altıncı bölümde verilmiştir.

5. I-DEAS TASARIM OPTİMİZASYON ALGORİTMASI

I-DEAS programında optimizasyon için değişik yöntemler uygulanabilmektedir; hassasiyet analizi, şekil ve boyut optimizasyonudur. Performans kriteri olarak deplasman, gerilme ve frekans değerleri alınır. Bu çalışmada kullanılan I-DEAS şekil optimizasyonu (shape optimisation) algoritması akış diyagramı Şekil 4'te verilmiştir.

Şekil optimizasyon analizinde geometri ile ilgili tasarım değişkenleri değiştirilerek optimizasyon yapılır. Bu değişimi yönlendiren, optimizasyon modelinde esas alınan performans kriteri ve hassasiyet (sensitivity values) değerleridir. Simplex lineer programlama yöntemi ile optimum değerler hesaplanır.



Şekil: 4. Şekil optimizasyon algoritması akış diyagramı

I-DEAS optimizasyon algoritmasında tasarım değişkenlerinin fonksiyonu olarak tanımlanan ara değişkenler kullanılarak tasarım modeli lineer amaç ve kısıtlayıcılar içeren probleme dönüştürülür.

Kısıtlayıcılar g_j ve amaç W fonksiyonları ara değişkenler Z kullanılarak aşağıda verilen şekilde tanımlanır

$$g_j(Z) \leq b_j$$

Bir sonraki tasarım adımında (Z^{k+1}) Taylor serisi açılımından

$$g_j(Z^{k+1}) = g_j(Z^k) + \sum_i \left(\frac{\partial g_j}{\partial Z_i} \Big|_{Z^k} \right) (Z_i^{k+1} - Z_i^k)$$

olarak tanımlanır. Bu ifadeyi $h_i = Z^{k+1} - Z^k$ eşitliğini kullanarak matris formunda

$$g + Gh \leq b$$

şeklinde yazabiliriz. G kısıtlayıcıların hassasiyet değerlerini içeren matristir. Aynı şekilde amaç fonksiyonu ara değişkenler kullanılarak W (Z) olarak tanımlayabiliriz. Bir sonraki tasarım adımında Taylor serisi açılımından

$$W(Z^{k+1}) - W(Z^k) + \sum_i \left(\frac{\partial W}{\partial Z_i} \Big|_{Z^k} \right) (Z_i^{k+1} - Z_i^k)$$

ifadesini yazabiliriz. Ara değişken tanımları detaylı olarak kaynakça 12'de verilmiştir.

I-DEAS tasarım optimizasyon lineer modelinin formülasyonu aşağıda verilen şekle dönüşmüş olur.

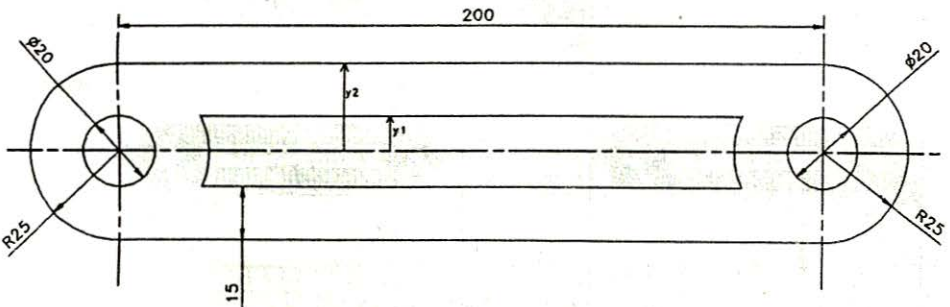
Amaç fonksiyon : $W + \nabla W h$

Kısıtlayıcı fonksiyon : $g + Gh \leq b$

Lineer tasarım optimizasyon modeli Simplex ile çözülür, eğer Simplex ile çözüm bulunamazsa penaltı fonksiyonu yaklaşımı ile çözüm yapılır. Tork kolu optimizasyonu sonuçları bir sonraki bölümde verilmiştir.

6. TORK KOLUNUN OPTİMİZASYONU

Bu çalışmada, Şekil 5'te verilen tork kolunun optimizasyonu yapılmıştır.



Şekil: 5. Optimize edilecek tork kolu

ANSYS ile optimizasyon çalışmasında amaç fonksiyonu toplam hacim, davranış değişkeni Von-Mises gerilmesi, tasarım değişkenleri y_1 ve y_2 , tasarım değişkenleri sınırları

$$15 < y_1 < 18 \text{ ve } 22 < y_2 < 25 \text{ (mm)}$$

ve davranış değişkenleri sınırları

$$118 < \max_{\text{ger}} < 150 \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

olarak alınmıştır. Tork kolunun ilk tasarım değerleri ve sınır şartları (Şekil: 6)

$$F \text{ (kuvvet)} = 300 \text{ N (-y yönünde)}$$

$$y_1 = 10 \text{ mm}$$

$$y_2 = 25 \text{ mm}$$

$$\text{Toplam Hacim} = 8310 \text{ mm}^3$$

$$\text{Mak. gerilme} = 118 \text{ N/mm}^2$$

ve optimizasyon sonuçları (Şekil: 7)

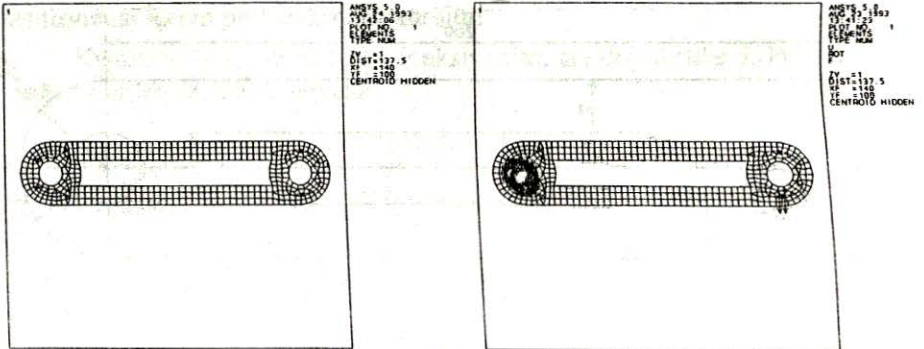
$$y_1 = 15.10 \text{ mm}$$

$$y_2 = 24 \text{ mm}$$

$$\text{Toplam Hacim} = 7377 \text{ mm}^3$$

$$\text{Mak. gerilme} = 155 \text{ N/mm}^2$$

olarak elde edilmiştir. İterasyon süresince amaç fonksiyonunun, davranış ve tasarım değişkenlerinin değişimi Tablo: I'de verilmiştir.



Şekil: 6. Tork kolunun ilk tasarım ve sınır şartları modeli

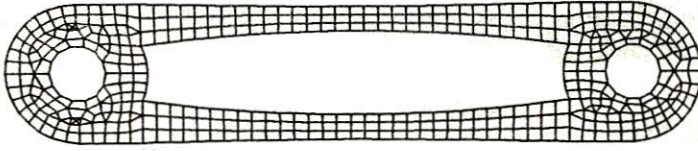
I-DEAS optimizasyon uygulamasında amaç fonksiyon yine toplam hacim olarak alındı. İlk tasarım değerleri, sınır şartları (Şekil: 6) ve optimizasyon sonuçları (Şekil: 8)

$$y_1 - y_2 = 7 \text{ mm}$$

$$\text{Toplam Hacim} = 7090 \text{ mm}^3$$

$$\text{Mak. gerilme} = 152 \text{ N/mm}^2$$

olarak elde edildi.

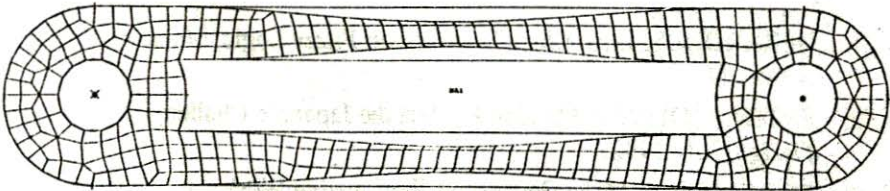


Şekil: 7. ANSYS ile optimize edilmiş tork kolu

Tablo: I. Optimizasyon Sürecinde Tasarım Parametrelerinin Değişimi

İterasyon No.	1	2	3	9	10	11
y_1	10	17.54	16.16	15.23	15.12	15.10
y_2	25	23.37	24.07	23.98	24	24
Max. Gerilme	118.1	296.30	174.04	156.88	154.76	154.39
Toplam Hacim	8310	6908	7224.2	7354	7374	7377.28

Tork kolunun minimum tasarım değişkeni değerinin bulunmasına yönelik CSD algoritmasında, önce problemin QP (kuadratik program) dönüşümü yapılmış ve Şekil 3'te verilen işlem adımları



Şekil: 8. I-DEAS ile optimize edilmiş tork kolu

uygulanmıştır. Algoritmanın Lagrange fonksiyonu ve çözümü sonucu elde edilen optimum tasarım değişkeni değeri:

$$L = 10963.5 d + 0.5 d^2 + u_1 (47.4 d + 395 + s_1^2) + u_2 (-d + 15 + s_2^2)$$
$$d = -8.33$$

Descent fonksiyonu : $\phi_0 = 100902$

Optimum tasarım değişkeni: $a^{(1,0)} = 6.7 \text{ mm}$

olarak elde edilmiştir.

Tork kolunun optimize edilmesi ile toplam hacimde % 11 ve 14 azalma gözlenmiştir. Tasarım değişkeninin minimum değeri 9, 7 ve 6.7 mm değerleri arasında değişmektedir.

7. SONUÇLAR

Tork kolu tasarımında bilgisayar destekli optimizasyon uygulanması sonucunda ilk tasarıma göre toplam hacimde azalma elde edilmiştir. ANSYS ve I-DEAS yöntemleri sonuçları benzerlik taşımaktadır. Bu çalışmada uygulanan CSD algoritmasının sonuçlarının değerlendirilmesi tek değer bazında kalmıştır. Bu sonuçlarda ilk iki algoritmanın sonuçları ile uyumludur. CSD algoritması, ANSYS ve I-DEAS ile elde edilen sonuçların karşılaştırılması için kullanılmıştır.

Elde edilen sonuçlar farklı optimizasyon yöntemlerinin uygulandığı problemlerde sonuçların değişebileceğini göstermektedir. Tasarım optimizasyon problemlerinde farklı yöntemlerin uygulanmasının sonuçların değerlendirilmesi açısından gerekli olduğu gözlenmiştir.

CSD'nin tasarım optimizasyonunda etkin kullanımı için şekil fonksiyonu modülü ile entegre edilmesi gerekmektedir. Elde edilen sonuçların deneysel sonuçlarla karşılaştırılması için çalışmalar devam etmektedir.

KAYNAKLAR

1. BERARDINIS, L.A.: Clear Thinking on Fuzzy Logic, *Machine Design*, April 1992.
2. SMITH, J., OLIVER, M.: How to Meet the Japanese Challenges, *Machine Design*, July 1992.
3. SDRC: How to Make Concurrent Engineering Work, *Machine Design*, August 1992.

4. SCHAMISSA, A.: Creating the Teamwork in Engineering, *Machine Design*, March, 1992.
5. SCHMEKEL, H.: Functional Models and Design Solutions, *Annals of CIRP*, Vol. 38-1, 1989.
6. YOSHIKAWA, H.: Design Philosophy, *Annals of CIRP*, Vol. 38-2, 1989.
7. PETER, J., CAMPENHOUT, D.V.: Manufacturing Oriented and Functional Design, *Annals of CIRP*, Vol. 37-1-1988.
8. BERARDINIS, L.A., CHEN, S.: A General Model for Mechanical Design, *Annals of CIRP*, Vol. 39-11-1990.
9. BJARNEMO, R., BURMAN, A., ANKER, J.C.: "F.E.A. in the Engineering Design Process", *ANSYS Conference Proceedings*, 1989.
10. ARARO, J.S.: *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill Book Co., 1989.
11. ANSYS: *User's Manual*, Revision 5.0, Volume I procedures, Swanson Analysis Systems Inc., 1992.
12. I-DEAS Model Solution and Optimization, *User Guide*, SDRC, 1990.