MALİYET MUHASEBESİ, PLÂNLAMA VE KONTROL İÇİN GİRDİ — ÇIKTI ANALİZİ

John Leslie Livingstone*

Çev. Dr. Ahmet ÖZTÜRK

Son zamanlarda yazılan muhasebe yapıtlarındaki birkaç makale, herhangi bir işletmenin birbirleri ile ilişkili olan bölümleri arasındaki maliyet dağıtımı ile ilgilidir (1). Burada, «birbirleri ile ilişkili bölümler» terimi ,maliyet dağıtımlarını diğer bölümlere yapan ve diğer bölümlerden alan bölümleri tasfir etmek için kullanılmıştır. Servis bölümü, üretim bölümüne yardım ederken diğer servis bölümlerinden yardım aldığında, böyle bir durum değinilen ilişkili bölümleri açıklamada bir örnek olacaktır.

Makalelerde karşılıklı maliyet dağıtımı problemlerini çözmek için simultane doğrusal (lineer) denklem sistemleri ve lineer cebir kullanılmıştır. Bu makalenin amacı, sözü edilen tekniklerin daha kuvvetle yayılmasını ve plânlama ve karar verme işlemleri için kullanılmalarını göstermektir. Bunlar bir girdi-çıktı analizi sayesinde gerçekleşecektir. Ayrıca girdi-çıktı analizi özel durumdaki maliyet dağıtım modelini ifade eden genel bir modeldir.

MALİYET DAĞITIMI MATRİSİ

Maliyet dağıtımı matrisi (matris maliyet dağıtımı) ile girdi-çıktı analizi arasındaki bağı göstermek için, Williams ve Griffin'in kullandığı ör-

---

(x) John Leslie Livingstone. Ohio Devlet Üniversitesinde muhasebe yardımcı profesörüdür. Yazar, Ohio Devlet Üniversitesinde doktora adayı olan Gerald L. Salamon'a makaledeki yardımcı tavsiyeleri için takdirlerini sunar.

(1) Thomas H. Williams ve Charles H. Criffin, «Matrix Theory and Cost Allocation», The Accounting Review, (July 1964), s. 671-678. Neil Churchill, «Linear Algbera and Cost Allocations : Some Examples», The Accounting Review (October 1964), s. 894-904. Rene P. Manes, «Comment on Matrix Theory and Cost Allocation», The Accounting Review (July 1965), s. 640-43.

neği ödünç almak yerinde olacaktır (2). Bu örnek karşılıklı ilişkisi olan beş servis bölümü ile üç üretim bölümüne dayanmaktadır. Bu durum aşağıdaki şekilde özetlenmiştir.

MALİYET DAĞITIMI YÜZDESİ

		Servis Bölümlerinden Dağıtımlar				
		1	2	3	4	5
Servis Bölümlerine Dağıtımlar	1	0	0	5	10	20
	2	0	0	10	5	20
	3	10	10	0	5	20
	4	5	0	10	0	20
	5	10	10	5	0	0
Üretim Bölümlerine Dağıtımlar	A	25	80	20	0	10
	B	25	0	30	40	5
	C	25	0	20	40	5
Toplam		**100 %**	**100 %**	**100 %**	**100 %**	**100 %**

Dağıtımlardan önce, her bir bölümün direkt (esas) maliyetleri;

Servis Bölümleri		
1	$	8,000
2	$	12,000
3	$	6,000
4	$	11,000
5	$	13,000
Üretim Bölümleri		
A	$	120,000
B	$	200,000
C	$	80,000

$, sembolü dolar'ı ifade etmektedir.

(2) Williams ve Criffin, A. g. e., s. 675.

Aşağıdaki simultane denklemler sistemi, maliyet yüzdesi ve direkt maliyetler yardımıyla teşkil edilir.

$$
\begin{array}{llllllll}
(1) & X_1 & & -.05\,X_3 & -.10\,X_4 & -.20\,X_5 & = & 8{,}000 \\
(2) & & X_2 & -.10\,X_3 & -.05\,X_4 & -.20\,X_5 & = & 12{,}000 \\
(3) & -.10\,X_1 & -.10\,X_2 & +\;X_3 & -.05\,X_4 & -.20\,X_5 & = & 6{,}000 \\
(4) & -.05\,X_1 & & -.10\,X_3 & +\;X_4 & -.20\,X_5 & = & 11{,}000 \\
(5) & -.10\,X_1 & -.10\,X_2 & -.05\,X_3 & & +\;X_5 & = & 13{,}000
\end{array}
$$

Burada X_i, diğer servis bölümlerinden maliyet dağıtımlarını aldıktan sonra, servis bölümü (i) nin yeni maliyet dağıtımıdır. Bu denklemler matris şeklinde $Ax = b$ şeklinde ifade edilir. A, maliyet dağıtımlarının yüzdelik matrisidir. x ise $X_1, X_2, X_3 \ldots, X_5$ elemanlı yeniden dağıtılan servis bölümü maliyet vektörü olup (b) de servis bölümünün direkt maliyetler vektörüdür.

x için sistemin çözümü, önce $Ax = b$ çarpımından $x = A^{-1}b$ yi elde etmekle sağlanır. Netice aşağıdadır.

$$
x = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13{,}657.46 \\ 17{,}503.59 \\ 13{,}290.64 \\ 16{,}368.06 \\ 16{,}780.64 \end{bmatrix}
$$

Yukardaki (5) denklemi yukardan aşağıya doğru topladığımız da,

$$.75\,X_1 + .80\,X_2 + .70\,X_3 + .80\,X_4 + .20\,X_5 = \$\ 50{,}000$$

elde ederiz.

Böylece toplam \$ 50,000 (servis bölümünün toplam direkt maliyetleri ΣB_i) üretim bölümlerine dağıtılır. Üretim bölümlerine dağıtılabilen servis bölümü maliyetler yüzdelik matrisi kulanılarak, X_i şimdi üretim bölümlerine dağıtılır. Bu dağıtımı, sözü edilen yüzdelik matris ile x vektörünü çarparak sağlarız.

$$\begin{bmatrix} .25 & .80 & .20 & 0 & .10 \\ .25 & 0 & .30 & .40 & .05 \\ .25 & 0 & .20 & .40 & .05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13{,}657{,}46 \\ 17{,}503.53 \\ 13{,}290.64 \\ 16{,}368.06 \\ 16{,}780.64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21{,}755 \\ 14{,}787 \\ 13{,}458 \end{bmatrix}$$

Servis bölümü maliyetlerinin tekrar (yeni) dağıtım vektörü ile üretim bölümlerinin direkt maliyetlerini toplayarak, üretim bölümünün toplam maliyetlerine (dağıtılmış ve direkt) ulaşılır. Sözü edilen işlem aşağıdadır.

$$\begin{bmatrix} 21{,}755 \\ 14{,}787 \\ 13{,}458 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 120{,}000 \\ 200{,}000 \\ 80{,}000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 141{,}755 \\ 214{,}787 \\ 93{,}458 \end{bmatrix}$$

Şimdi aynı örneği girdi-çıktı analizi terimleriyle hesaplayalım ve yukarda kullandığımız üç takım matris işlemi yerine tek bir matris çarpımı ile aynı neticenin elde edildiğini gösterelim.

GİRDİ — ÇIKTI ANALİZİ

Girdi-çıktı analizi herhangi bir kare matriste içerilen tüm mümkün birimler arasındaki işlemleri özetler. Bu nedenden, aşağıda aynı tarzda üretim bölümünden servis bölümlerine maliyet işlemlerinin olmayışını göstermek için sıfır ekleyerek örneğimizi ifade ederiz.

		Bölümlerden Dağıtımlar							
		1	2	3	4	5	A	B	C
Bölümlere	1	0	0	.05	.10	.20	0	0	0
Dağıtımlar	2	0	0	.10	.05	.20	0	0	0
	3	.10	.10	0	.05	.20	0	0	0
	4	.05	0	.10	0	.20	0	0	0
	5	.10	.10	.05	0	0	0	0	0
	A	.25	.80	.20	0	.10	0	0	0
	B	.25	0	.30	.40	.05	0	0	0
	C	.25	0	.20	.40	.05	0	0	0

Yukardaki matrisi A^* olarak ifade edeceğiz. Daha önceki gibi, vektör x (tüm servis ve üretim bölümlerini ihtiva eden 8x1) ve b' yi (şimdi 8x lik) kullanırız. Daha önceki (5) denkemin A matrisi, servis bölümünün yüzdelik değerlerinin aynı boyuttaki birim matrisinden çıkarılmasıyla teşkil edilmiştir. Denklem (1) den (5) de dahil olmak üzere, asıl köşegenler birim katsayıları ve diğer yerlerde katsayıların sıfır veya negatif olduğu görünmektedir.

Şimdiki bu işlemi formüle eder ve belirleriz.

$$A = I - A^*$$

Üretim bölümüne giden tüm servis bölümleri maliyetlerini açıklamak için girdi - çıktı (3) şartları

$Ax = b$ dir (4).

b verildiğinde ve x, bulmak istediğimizde,

$x = A^{-1}b$ denklemine sahibizdir.

Bu hesaplamayı yapacak okuyucu,

$$X = \begin{bmatrix} 13{,}658 \\ 17{,}503 \\ 13{,}290 \\ 16{,}368 \\ 16{,}780 \\ 141{,}755 \\ 214{,}787 \\ 93{,}458 \end{bmatrix}$$

değerlerini bulacaktır ki, bu değerler daha önce üç adımlı matris işleminde elde edilen neticenin aynısıdır.

---

(3) Bakınız, R.C. Allen, Mathematical Economics, Mac-millan, 1963, s. 483. Bizim formulasyonumuz kapalı sistemden çok açık sistemdir.

(4) Şüphesiz, okuyucular örneğimizde yer alan denklemleri tetkik edebilirler.

Buraya kadar örneğimizde, değişen ve sabit maliyetler arasında herhangi bir ayırım yapmadık.

Belirli servis bölümleri sabit ve değişen maliyetlerin her ikisinede sahip olsun. Özellikle, farzedelim ki Bölüm 1 ve Bölüm 4 $ 2,800 ve $ 5,000 lık sabit maliyetleri ihtiva etsin. Sadece sabit maliyetler için b vektörünü yeniden tanımlayarak sabit maliyet dağıtımlarını aşağıdaki şekilde ayırabiliriz.

$$b^T = [\ 2{,}000 \quad 0 \quad 0 \quad 5{,}000 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\ ]$$

x^1 ismini verdiğimiz x^1 i tekrar hesaplayalım : Sonra;

$$x^1 = A^{-1}b = \begin{bmatrix} 2{,}624 \\ 393 \\ 631 \\ 5{,}261 \\ 333 \\ 1{,}130 \\ 2{,}967 \\ 2{,}903 \end{bmatrix} \text{dir.}$$

Şimdi, toplam $ 7,000, lı b nin son üç elemanı, üretim bölümünün birleşik maliyetlerin sabit maliyet kısmını temsil eder. Faaliyet seviyesinin değişmesinde, sabit maliyetlerin ayırımı önemlidir. Şüphesiz, b′ nin ilk beş elemanı servis bölümlerinin toplam maliyetlerinin sabit maliyet bileşenlerini gösterir. x den x′, nü çıkararak her bir bölümün değişken maliyetleri bulunabilinir.

Bu bilgilerle, her bir bölüme tekabül eden maliyetler toplam çıktıya bölünerek birim değişen ve sabit maliyetler hesaplanabilir.

Değişen çıktı miktarları için hesaplanan bu birim değişen maliyetler ve birim sabit maliyetlerden, gelişen başa-baş analizi, değişebilen bütçeler ve her bir bölümün sabit masrafı için tüketme haddi hesaplanabilir.

Yukarıdaki örnekte, direkt maliyet girdileri vektörü b, çıktı vektörü x, çözmek için verildi. Genellikle girdi-çıktı modeli, karşıt amaç için kullanılır. Verilen çıktı vektörü, gerekli girdileri belirlemek için kullanılır. Kısaca aşağıda tasfir edilen girdi-çıktı modeli bu sefer ele aldığımız örneğe beklenen çıktı seviyesinden, gerekli girdi kaynaklarını hesaplamak için bir plânlama tekniği olarak uygulanacaktır.

TEMEL GİRDİ — ÇIKTI MODELİ

Leontief'e göre (5), girdi-çıktı modeli ekonomik faaliyetler arasındaki işlemleri analiz eder. Herhangi bir faaliyet bir endüstriyi, bir firmayı veya bizim örneğimizde olduğu gibi tek bir bölümü de temsil edebilir. Sadece bir asıl girdi (genellikle emek) ve her bir faaliyet için sadece tek bir çıktı olduğu varsayılır. Diğer faaliyetler için girdi olarak hizmet eden, her biri nihai ürün veya ara malı ürünü teşkil eden, n faaliyet ve n çıktı malları vardır. Sabit teknolojinin verdiği, sabit oranlarla süreç içinde üretim teşekkül eder. Her bir faaliyette ikame kullanılmayarak sadece tek bir süreç vardır. Tek bir sürecin kullanılması alternatif sürecin mevcut olmadığını ifade etmez. Herhangi bir faaliyet sabit teknolojiyi kullanan alternatif süreçleri içeren bir üretim fonksiyonuna sahiptir. Bu süreçlerden kullanım için belkide optimal olan bir tekini seçer. Bu durumda seçilen süreç, sadece verilen fiyatlar takımı için tercih edilenidir.

Girdi-çıktı modelinin temeli, her bir faaliyet için satır ve sütunlu işlemler matrisidir. İşlemler matrisi aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

$$\begin{array}{l c}
\text{n satırlı} & \multirow{2}{*}{$\left[\begin{array}{c|c|c} e_c & r & V_r \\ \hline r_c & 0 & W \end{array}\right]$} \\
\text{1 satırlı} & \\
 & \begin{array}{ccc} \text{n} & \text{1} & \text{Sütun} \\ \text{sütunlu} & \text{sütunlu} & \text{toplamı} \end{array}
\end{array}$$

V_{rc} miktarları (r, c = 1,2 ..., n) girdi olarak (c) faaliyeti tarafından kullanılan r faaliyetinin parasal çıktı değerleridir. Böylece, sütunlar faaliyetlerin girdi kaynaklarını gösterirken, satırlarda her bir faaliyetin çık-

(5) Wassily W. Leontief, The Structure of Emerican Economy, 1919-39, İkinci baskı, Oxford University Press, 1951. Modelin anlaşılır tasfirini çok iyi Richard Mattesich'de verilmiştir. Accounting and Analytical Methods (Richard D. Irwin, Inc., 1964) s. 295-311.

tı dağıtımını gösterir. n boyutlu (V_r) vektörü, her bir mala olan nihai talebi (veya mal faturası) ve V_r (nxl) boyutlu toplam çıktı sütununu gösterir.

Böylece,

(1) $$V_r = v_r + \sum_c v_{rc}, \quad r = 1, 2 \ldots, n.$$

n boyutlu satır vektörü, e_c, faaliyet için (emek gibi) asıl girdi maliyetlerini gösterir. Tüm faaliyetler için e_c nin toplamı aşağıdadır.

(2) $$W = \sum_c e_c$$

Üretim sürecinde sabit teknik katsayıların olduğu varsayıldığında, teknik katsayılar (n+1) elemanlı her bir sütunun tüm elemanları sütun toplamı (V_c) ye bölünerek elde edilir.

Yani,

(3) $$a_{rc} = \frac{v_{rc}}{V_c} \qquad r, c = -, 2 \ldots, n$$

Sütun toplamı V_c de,

(4) $$V_c = c_c + \Sigma_r\, v_{rc} \qquad \text{dir.}$$

Bunlar nxn derecede girdi katsayı matrisini verir.

(5) $$A^* = [\, a_{rc} \,]$$

Teknoloji matriste,

(6) $$A = I - A^* \qquad \text{dır.}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -a_{12} & \ldots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1 & \ldots & -a_{2n} \\ \hline -a_{n1} & -a_{n2} & \ldots & 1 \end{bmatrix}$$

Tüm çıktıların ara malı ve nihai malı kullanıcılarına tam olarak dağıtılması durumunu ifade eden sistemin çözümü;

(7) $$A \, . \, V_r = v_r \qquad \text{dir.}$$

Dikkat edilirse, denklem (7) bize doğrudan doğruya aşağıda elde edilecek e_c yi vermez. Verilen nihai talep v_r den yararlanılarak toplam çıktı V_r hesaplanır. Sonrada e_c hesaplanır.

(8) $V_r = A^{-1}v_r$

Tüm çıktılar kullanıcılara dağıtıldığından, her bir faaliyetin toplam girdisi toplam çıktısına eşittir. Yani,

(9) $V_r = V_c \quad r = c$ dir.

Diğer bir ifadeyle, herhangi bir faaliyetin satır toplamı, sütun toplamına eşittir.

Şimdi, c ile gösterilen herhangi sütunun yerine yani c = 0 olduğunu kabul ettiğimizde, denklem (3) tekrar aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

(10) $a_{rc} = v_{ro}/V_o$

Her iki tarafı satırlar olarak toplarsak,

(11) $\sum_r a_{ro} = \sum_r v_{ro}/V_o$

Denklem (4) benzer olarak aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir.

(12) $V_o = e_o + \Sigma_r V_{ro}$

Denklem (12) nin her iki tarafını V_o ile bölersek,

(13) $1 = \dfrac{e_o}{V_o} + \Sigma_r \dfrac{v_{or}}{V_o}$ elde ederiz.

Denklem (11)'i denklem (13) de yerine korsak,

(14) $1 = \dfrac{e_o}{V_o} + \Sigma_r a_{ro}$.

Denklem (14)'ü tekrar düzenliyerek,

(15) $e_o = V_o (1 - \Sigma_r a_{ro})$ haline getirilir.

Denklem (8) ve (9) dan V_o bilinmekte ve $\Sigma_r a_{ro}$ verildiğinden, biz denklem (15) den e_o, hesaplayabiliriz. Hazır girdi-çıktı modeline sahipken, şimdi verilen herhangi çıktı seviyesinden yararlanarak bu modeli, gerekli asıl girdilerin hesaplanması için bir plânlama aleti olarak örneğimize uygulayalım.

GİRDİ — ÇIKTININ PLÂNLAMAYA UYGULANMASI

Normal olarak girdi-çıktı uygulamaları, işlemler matrisi için veri toplanması ve toplanan bu verilerden teknik katsayıların hesaplanması ile sağlanır. Daha önceki aynı örneği kullanarak bu işlemi takip edeceğiz. Tablo (1) de standart şekilde dolar işlemlerine dayanan matris görülmektedir. Tablo (1) de ki işlemler matrisi bazı açıklamaları gerektirmektedir Bu tabloya dikkat edilirse, maliyet dağıtım modelinden farklı olup, çıktılar sütunlarda ve girdilerde satırlarda yer almaktadır. Standart işlem matrisi, çıktıların yer aldığı satırlar ve girdilerin yer aldığı sütunların bir transpozu şeklindeki düzenlemedir.

Tablo : 1

GİRDİLER

		1	2	3	4	5	A	B	C	r	Toplam (Vr)
	1			1,366	683	1,366	3,415	3.414	3,414		13,658
	2			1,750		1,750	14,003				17,503
Çıktılar	3	655	1,329		1,329	665	2,658	3,986	2,658		13,290
	4	1,637	818	818				6,548	6,547		16,368
	5	3,356	3,356	3,356	3,356		1,679	839	839		16,781
	A									141,755	141,755
	B									214,787	214,787
	C									93,458	93,458
	ec	8,000	12,000	6,000	11,000	13,000	120,000	200,000	80,000		450,000
Toplam	(Vc)	13,658	17,503	16,290	16,368	16,781	141,755	214,787	93,458	450,000	977,600

V_r, vektörü, daha önce bir adımlık maliyet dağıtımı için hesaplanan x vektörü ile aynı görünmektedir.

$$V_r = \begin{bmatrix} 13{,}658 \\ 17{,}503 \\ 13{,}290 \\ 16{,}368 \\ 16{,}781 \\ 141{,}755 \\ 214{,}787 \\ 93{,}458 \end{bmatrix}$$

Dikkat edilirse, sütun toplamları V_c, vektörü, V_r vektörünün basit bir transpozu olup, böylece herhangi bir faaliyetin satır toplamı, sütun toplamına eşittir. Nihai talep vektörü (V_r) elemanları üretim bölümü çıktıklarını gösterir ki toplam ($ 450,000) dır. Tabloda asıl girdilerin (e_c) toplamıda $ 450,000 dır. İşaret etmek gerekir ki, tablonun tüm toplam değeri § 977,000 olup, bu değer aşağıda verilmiştir.

$$2\,(450{,}000) + 13{,}658 + 17{,}503 + 13{,}290 + 16{,}368 + 16{,}781 = 977{,}600$$

Buna göre tablo sistemdeki tüm faaliyetlerin toplam işlem değerini içermiştir. Ulusal gayri safi ürünün makro-ekonomik değerine benzeyen ulusal gelir, tüketim ve bu gibi değerler ulusal gelir muhasebesinde, bizim mikro safhadaki sistem faaliyetlerinin bir benzeri kullanılır.

Asıl faktör ödemeleri veya faktör fiyatlarına göre sistemin gayri safi ürün değeri $ 450,000 dir. Bu e_c satırının toplamı, sistemin gayri safi geliri veya toplam tüketim yani V_r sütun toplamıdır.

Bu esas olarak ulusal gelir muhasebesinin ürün ve harcamalar (masraf) tarafının benzeridir. Faaliyetler arasındaki işlemler, iki kere sayma işlemine neden olmamak için hariç tutulacağından katma değerde gösterilmez. Böylece girdi-çıktı analizi ekonomik sistemdeki faaliyetler arası işlemleri analiz ve kaydetmesi bakımından genellikle ikili giriş muhasebe tekniği olarak sayılabilir.

Son olarak Tablo (1) in açıklanmasında, V_{rc} yani işlemler (muamele) matrisinin sol üst kısmındaki miktarların hasıl edilmelerini göstermek kalmaktadır. Sözü edilen bu değerler daha önce verilen maliyet dağıtım yüzdelerinin, her bir servis bölümlerinin toplam yeniden dağıtım maliyetlerine uygulanması ile elde edilir. Örneğin, servis bölümü (2) nin toplam dağıtım maliyeti 17.503 ün % 10 (yani 1750 $) bölüm 3 ve 5'e dağıtılmış geriye kalan % 80 ni veya 14.003 § üretim bölümü A ya dağıtılmıştır. A* elde etmek için, şimdiki a_{rc} yi hesaplarız. İşlemler matrisinin (1) nolu sütununa (3) nolu denklemi uygularsak aşağıdaki değerlere sahip oluruz.

$$V_1 = 13{,}658$$

$$a_{31} = \frac{v_{31}}{v_1} = \frac{665}{13658} = 0.0487$$

$$a_{41} = \frac{v_{41}}{v_1} = \frac{1637}{13658} = 0.1199$$

$$a_{51} = \frac{v_{51}}{v_1} = \frac{3.356}{13658} = 0.2457$$

$$e_1/v_1 = \frac{8.000}{13658} = \quad = 0.5857$$

Toplam = 1.0000

Geriye kalan sütunlar içinde A* yı hesaplamak için aynı yol izlenir. Sonra Matris A da

$$A = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.00 & -0.1028 & -0.0417 & -0.0814 & -0.0241 & -0.0159 & -0.0365 \\ 0.00 & 1.000 & -0.1317 & 0.000 & -0.1043 & -0.0988 & 0.00 & 0.00 \\ -0.0487 & -0.0759 & 1.000 & -0.0812 & -0.0396 & -0.0188 & -0.0186 & -0.0284 \\ -0.1199 & -0.0467 & -0.0616 & 1.000 & 0.00 & 0.00 & -0.0305 & -0.0701 \\ -0.2457 & -0.1918 & -0.2525 & -0.2050 & 1.000 & -0.0118 & -0.0039 & -0.0090 \\ & & & & & 1.000 & & \\ & & & & & & 1.000 & \\ & & & & & & & 1.000 \end{bmatrix}$$

ve

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1.0386 & 0.0319 & 0.1391 & 0.0737 & 0.0934 & 0.0319 & 0.0217 & 0.0471 \\ 0.0424 & 1.0378 & 0.1734 & 0.0402 & 0.1186 & 0.1082 & 0.0056 & 50.0094 \\ 0.0767 & 0.0947 & 1.0410 & 0.0995 & 0.0573 & 0.0314 & 0.0238 & 0.0394 \\ 0.1312 & 0.0581 & 0.0889 & 1.0169 & 0.0203 & 0.0108 & 0.0348 & 0.0786 \\ 0.3096 & 0.2427 & 0.3485 & 0.2594 & 1.0643 & 0.0506 & 0.0235 & 0.0403 \\ & & & & & 1.000 & & \\ & & & & & & 1.000 & \\ & & & & & & & 1.000 \end{bmatrix}$$

dır.

Şimdi, herhangi verilen nihai talep vektörü v_r için gerekli asıl girdi kaynakları e_c yi hesaplayabiliriz.

Örneğin, nihai talep öncekinin 1/10 nu kadar olsun. Buna göre,

$$v_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 14{,}176 \\ 21{,}479 \\ 9{,}346 \end{bmatrix}$$

Sonra denklem (8) den V_r yi buluruz.

$$V_r = A^{-1} v_r = \begin{bmatrix} 1.359 \\ 1.742 \\ 1.326 \\ 1.636 \\ 1.668 \\ 14.176 \\ 21.479 \\ 9.346 \end{bmatrix}$$

Dikkat edilmelidir ki iterasyon hatası hesaplama doğruluğunu azaltır. Tablo (1) den bilindiğine göre V_r nin ilk elemanları hemen hemen 1.366, 1.750 $ olmalıdır. Fakat bu değerler, yukarıda elde edilen 1.359, 1742 v.s. değerlerinden oldukça farklıdır. A^* matrisi sadece dört haneli ondalık sayıları kullanılması ile matrisinin tersi için tek doğru hesap işleminin yapılmasını sağlar (6). Hesaplama hatası yüzde birin yarısı

(6) Ters Matris General Eletrik Time-sharing Servisini kullanarak elde edilmiş olup ve onun kütüphane programının biri Matris olarak isimlendirilmiştir. Hatta bu proğram daha fazla (bu amaç için matris çarpımını gerektirmesine rağmen işlem süresi 7 saniyedir. 8x8 matrisinin tersi için geçen bu iş-

kadardır. Kullanıcıların an eyüksek doğruluk arzuları için ikili doğruluk programlarına müracaat edilmesi tavsiye edilebilir (7).

Belirlenen V_r ye sahip olunduğuna göre, yapılacak işlem gerekli olan asıl girdi kaynakları e_c yi hesaplamaktır. Denklem (15) kullanılarak e_c aşağıdaki matris şeklinde ifade edilebilir.

$$e_c = V_r^T Z \tag{16}$$

Burada **Z** asıl köşegenlerinde $(1 - \Sigma a_{ro})$ elemanı ve diğer yerlerde sıfır elemanları olan bir matristir.

$$\begin{bmatrix} (1 - \Sigma_r\ a_{r1}) & & & \\ & (1 - \Sigma_r\ a_{r2}) & & \\ \hline & & & (1 - \Sigma_r\ a_{rn}) \end{bmatrix}$$

Bizim örneğimizde sahip olduğumuz Z matrisi aşağıdadır (8).

$$\begin{bmatrix} 0.5857 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6856 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4514 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6721 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7747 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8465 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9311 & 0 \\ & & & & & & & 0.8560 \end{bmatrix}$$

Raunding (iterasyon) hatası düzeltilmiş V_r kullanarak

$$e_c = [800 \quad 1200 \quad 600 \quad 1{,}100 \quad 1{,}300 \quad 12{,}000 \quad 20{,}000 \quad 8{,}000]$$

tablo (1) de doğrusunu görebiliriz. Bu e_c değerleri tablodaki asıl girdi gereklerinin 1/10 olmaktadır.

---

lem süresi, Manes (a.g.e. s. 641) tarafından belirtilen 5x5 matrisin tersi için geçen işlem süresi 10 saniye ile mukayese etmek ilginç olur.

(7) İkili doğruluk programı kullanımındaki rapor için, bakınız; Manis, a.g.e., s. 641.

(8) Dikkat edidiğinde (1 - £r aro), A matrisinin sütunları toplanarak elde edilebilir.

(16) nolu ifade genelleştirilebilir ve işlemler matrisinin herhangi istenen dolar satırını bulmak için kullanılır. Z matrisi e ile gösterilebilen e_o yi bulmak için uygulanır. Ayrıca Z matrisi Z_r aşağıdaki şekilde herhangi bir r satırını bulmak için formüle edilebilinir.

$$\begin{bmatrix} a_{r1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{r2} & \dots & 0 \\ \hline 0 & 0 & \dots & a_{rn} \end{bmatrix}$$

Sonra (16) nolu ifade genel şekilde

(17) $\quad r = V_r^T Z_r \quad$ halini alır.

Örneğin r = 2 olsun. Sonra

$Z_{23} = 0.1317$, $\quad Z_{25} = 0.1043$, $\quad Z_{26} = 0.0988$

ve diğer tüm $Z_{ij} = 0$ dır.

$$\text{satır } 2 = V_r^T Z_2$$
$$= [0 \quad 0 \quad 175 \quad 0 \quad 175 \quad 1400 \quad 0 \quad 0]$$

Bunlar Tablo 1 de görüldüğü üzere doğrudur.

Özetlenirse, beklenen herhangi bir nihai talep vektörünün gerekli olan asıl girdilerin tahmini için nasıl kullanıldığı gösterildi. İlave olarak, faaliyetler arası işlemlerin ilişkisinin nasıl ortaya konulduğunu da gösterdik. Bir kere A^{-1} ve Z matrisleri hesaplandığında ve servis karması sabit kaldığı müddetçe, onlar herhangi bir beklenen nihai talep değerlerini bulmakiçin tekrar tekrar kullanılabilir. Ayrıca çeşitli nihai taleplerin etkilerinin yorumlanması ve hesaplama yükü oldukça kolaydır. Bu nedenden sözü edilen teknik; planlama, kaynak dağıtımı amaçları ve hem de girdi ve çıktı gerekleri için uygun koordinasyon sağlaması gibi üstünlüklere sahiptir. Gerçekte, teknik ve beklenen satışlar için normal bütçeleme işleminin başlamasını sağlar ve sonra satış tahminlerine uygun diğer bütçeleri ve üretimi belirler.

Fakat standart bütçe işleminde bu dahili uyumluluk girdi-çıktı analizinde olduğu gibi temin edilmez. Yani input-output analizinde herhangi bir faaliyet çıktısı onun ürünü için olan talepleri ile uygundur.

Yukardaki açıklama sadece planlama için girdi-çıktı analizinin en açık uygulamasıdır. Daha fazla bilgiyi sunma seviyesi (sofistikate) geçmeden önce, modeli daha fazla ayrıntıda denemek gereklidir.

FİZİKSEL KATSAYILAR VE NUMARALAR (NUMERAIRE)

Buraya kadar ele alınan işlemler matrisi dolar terimleri ile ilgili idi. İşlemler matrisi birim maliyetler veya fiyatlar daha emin planlama kullanımını sağlaması için fiziki miktarlar halinde ayrılabilir veya ifade edilebilir. Fiyat etkileri ve miktar değişmeleri benzer yönde standart maliyet değişim analizi için ayrılabilir. n sayıda faaliyet ile nihai talep vektörü ve asıl girdi vektörü olsun.

x_{rc}; c faaliyeti tarafından kulanılan r faaliyetinin fiziki miktardaki çıktısı olsun. Sonra x_{rc} elemanları ve satırların karşıt toplamı olan toplam fiziki çıktı vektöründen fiziki işlemler matrisi teşkil edilir. f_c asıl girdi miktarları (işgücü saati gibi) vektörün, tüm faaliyetler için toplamı Y olsun. Böylece, fiziksel (fiziki) işlemler matrisi aşağıdadır.

$$\begin{array}{l c}
\text{1 satırlı} & \left[\begin{array}{c|c|c} x_{rc} & x_r & X_r \\ \hline f_c & 0 & Y \end{array}\right] \\
\text{n satırlı} & \\
 & \begin{array}{ccc} n & 1 & \text{sütun} \\ \text{sütunlu} & \text{sütunlu} & \text{toplamı} \end{array}
\end{array}$$

Sabit fiziksel katsayı t_{rc}, varsayıldı (9).

$$(18) \quad t_{rc} = \frac{x_{rc}}{X_r} \qquad r = c = 1.2 \ldots\ldots n$$

t_{rc} herhangi bir girdi katsayı matrisi T^*, yi teşkil eder ve teknoloji matris, $T = 1 - T^*$, nxn boyuttadır. T matrisi altta emek girdi katsayısını, (d_c) ilave edilerek genişletilebilir.

(9) Bunlar, standart maliyet sisteminde meteryal ve emek kullanımı için fiziksel standartlara benzemektedir.

(19) $$dc = \frac{fc}{X_r} \qquad \text{tüm } c = r$$

Son olarak fiyatların iki vektörüne ihtiyaç duymaktayız. Bunları; p, birim mal fiyatları satır vektörü ve birim çıktı başına düşen emek maliyeti satır vektörü (W) dir. Bu iki vektörün her ikiside (n) boyuttadır.

Sistem T, x ve w yi verilmiş olarak alır. Tüm çıktıların nihai ve ara-mal kullanımı için tam olarak dağıtılmasındaki şartlar;

(20) $TXr = x_r$

(21) $pT = w$ dir.

(21) nolu denkleme dikkat edilirse, p, birim emek maliyetine bağımlı, w standart maliyet sisteminde miktarların çalışma sürecine gönderildiği gibi, tamamlanmış mallar standart meteryal, emek ve birim masraf maliyetine bağlıdır. Diğer bir deyimle, çıktı fiyatları genellikle muhasebede olduğu gibi asıl girdi fiyatlarına dayanan maliyetler tarafından belirlenir. İlave olarak, toplam işgücü saat'i Y ve S toplam emek maliyetini aşağıdaki şekilde hesaplayabiliriz .

(22) $Y = dc\,X_r$
$= dc\,T^{-1}\,x_r$, ifade (20) yi ikame edersek,

ve

(23) $S = p\,x_r$
$= w\,X_r$
$= w\,T^{-1}\,x_r$, ifade (20) ikame edilerek ulaşılır.

Daha önce değinildiği gibi, çıktı fiyatları emek birim maliyetleri vektörü w, tarafından belirlenmiştir. w nin tayini p yi belirlediğinden w numaralama vektörü adı verilebilir veya tayin edilen değerler için genel pay olarak isimlendirilebilir.

Böylece w, muhasebe sisteminde verilen standart maliyetler kümesi olarak aynı amaca hizmet eder.

Kuramsal olarak belkide daha az kabul edilmesine rağmen, dikkat edilmesi gereken w nin verilmiş olmasının hiç bir matematik nedeni yoktur. Eğer p verilirse, denklem (21),

(24) $v_{rc} = P_r \, x_{rc}$ dir.

v_{rc}, işlemler matrisinin dolarla ifade edilen elemanlarıdır. x_{rc} ise fiziki işlemler matrisinin elemanlarıdır. Denklem (3) den dolarla ifade edilen teknik katsayılar a_{rc} ye sahip olduğumuza göre,

$$a_{rc} = \frac{v_{rc}}{Vc}$$

$$(25) \qquad = \frac{Pr \, x_{rc}}{Vc}$$

$$= (Pr/Pc)t_{rc}$$

Herhangi bir c için c = r olduğundan Pc Xr = Vc dir.
Böylece a_{rc} ve t_{rc} arasındaki ilişki ilgili satır ve sütun birim fiyatları oranı tarafından belirlenir. Sonra verilen v_{rc}, daha önce gösterildiği gibi sistem çözülebilir.

Şimdiye kadar verilen nihai talep v.s. ile asıl girdileri belirlemekte genel girdi-çıktı yaklaşımını takip ettik. İşlemler matrisinin son sütun vektörü dışsal veya verilmiş olarak işlem gördüğü gibi son satır vektörünü (yani asıl girdileri) belirlemede arzu edilmiştir. Lakin, işlemler matrisinin herhangi bir sütun veya herhangi bir satırı dışsal (bağımsız değişken) yapılabilir ve (i) satırı, j de sütunu göstersin. Sonra teknik katsayı matrisi A, (i) satırı ve (j) sütunu (bağımsız değişken) atılarak (n—1) sırası için azaltılır ve toplam çıktının V_r vektörü aynı zamanda (i) satırı atılarak (n—1) boyutunda olur. Denklem (7) aşağıdaki şekilde genelleştirilebilinir.

(26) $A \, V_r = v_j$

Burada; v_j : faaliyet (j) çin verilen sütun girdi vektörüdür (10).

ARTAN ANALİZ VE FIRSAT MALİYETİ

Bu analizi fiziksel girdi ve çıktı teriminde açıklamak için yeni bir örnek gereklidir. Bu örnek aşağıda verilmiştir.

---

(10) Allen, a. g. e., s. 486-488.

	Süreç Girdileri			Nihai Talep (x_r)	Toplam Çıktı (X_r)
	1	2	3		
Süreç (1) (litre)	0	14	30	36	80
Çıktılar (2) (kg)	4	0	48	18	70
(3) (metre)	16	28	0	56	100
İşgücü (saat)	20	98	72	0	190

Denklem (18) kullanıarak bir an için t_{jc}, yi hesaplarız.

$$t_{21} = \frac{4}{80} = 0.05 \qquad t_{31} = \frac{16}{80} = 0.20$$

$$t_{12} = \frac{14}{70} = 0.20 \qquad t_{32} = \frac{28}{70} = 0.40$$

Sonra teknoloji matrisi T, de

$$T = \begin{bmatrix} 1.00 & -0.20 & -0.30 \\ -0.05 & 1.00 & -0.48 \\ -0.20 & -0.40 & 1.00 \end{bmatrix} \quad \text{dir.}$$

Bunun ters matrisinin hesaplanma neticesi

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1.13356 & 0.448934 & 0.555556 \\ 0.204826 & 1.31874 & 0.694444 \\ 0.308642 & 0.617284 & 1.38889 \end{bmatrix}$$

Denklem (20) den

$$(27) \qquad X_r = T^{-1} x_r = \begin{bmatrix} 80 \\ 70 \\ 100 \end{bmatrix}$$

yukardaki işlemler matrisindeki değerlere sahip oluruz.

Şimdi süreç (1) den bir litrelik nihai çıktı üretmek için diğer süreçlerden ne aldığını düşünelim. Bunun en iyi şekilde gösterilmesi önce nihai talebi teşkil etmekle olur. Yani,

$$x_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ dır.}$$

Sonra,

$$X_r = T^{-1} x_r = \begin{bmatrix} 1.13356 \\ 0.308642 \\ 0.204826 \end{bmatrix}$$

Bu sadece T^{-1} matrisinin birinci sütundadır. Böylece T^{-1} matrisinin sütunları, bir birim çıktıyı nihai talebe göndermek için her bir faaliyetten (süreçten) olması gerekli olan ürün miktarlarını gösterir. Örneğin, süreç (2) den 1 kg üretmek için 0.4489 litrelik girdiyi süreç (1) den, 1.31874 kg lık girdiyi süreç (2) den ve 0.617218 metrelik girdiyi de süreç (3) den ister.

Dikkat edilirse 1.31874 kg lık süreç (2) den aramalı çıktısı gerekli olup bu süreç aynı zamanda süreç (1) den ve süreç (3) den girdi istemektedir. Bunun karşıtı olarakta süreç (1) ve süreç (3) de süreç 2 den girdi ister. Ayrıca dikkat edersek, bu bilgileri T matrisi vermez. T matrisi bir kg, süreç (2) de nüretmek için 0.20 litrelik girdiyi süreç (1) den ve 0.40 metrelik girdiyide süreç (3) den istediğini gösterir. Lâkin, bunlar dolaysız veya «birinci round» girdiler olup sistem içindeki dolaylı etkileri (girdileri) göstermez. Tüm bu geri beslemelerden kendi çalıştıktan sonra, toplam neticeler T^{-1} matrisinde gösterirler. Diğer bir deyimle analiz, diğer şartlar değişmemek kaydından (ceteries paribus) ziyade diğer şartların değişimine (mutatis mutandis) göredir (11).

T^{-1} «mutatis mutandis» matrisi kullanılarak fiziksel standartlar, ilgili süreçlere olan dışsal faaliyetlerin talep baskılarına çalışma yüküne

(11) Mutatis Mutandis v.s. Ceteris paribus yaklaşımlarının daha ileri tartışımı ve açıklaması için bakınız; Yuj Ijiri, Ferdinand K. Levy ve R.C. Lyon, «A linear Programming Model for Budgeting and Financial Planning», Journal of Accounting Research (Autumn 1963), s. 208-210.

bağlı olarak elverişli olabilir (12). Bu standartar gelecekteki lojistik değişmelerini planlanması, süreçlerin bütçelenmesi, ürünlerin planlanması ve kontrol amaçları gibi faaliyetleri karşılamada faydalı araçlardır.

Şimdi sisteme parasal değerleride katalım. Verilen birim ücret maliyetleri w, den p yi hesaplamaktan ziyade, p, yi verilen fiyat vektörü olarak almak daha uygundur.

$$p = [\,5 \quad 10 \quad 15\,]$$

elemanları, litre, kg. ve metre başına düşen dolar maliyetini göstersin (*). Bütün bunlar her bir süreçin çıktılarının litre, kg ve metre başına düşen dolar maliyetlerini gösterir (13). Son denklem (21) den,

(28) $w = pT = [\,1.5 \quad 3 \quad 8.7\,]$ dir.

Denklem (19) kullanıarak emek girdi katsayıları hesaplanır.

(29) $$\begin{aligned} d_c &= [\,20/18 \quad 98/70 \quad 72/100\,] \\ &= [\,0.25 \quad 1.4 \quad 0.72\,] \end{aligned}$$

ve denklem (22) den toplam işgücü saat bulunur.

(30) $Y = d_c X_r = 190$

bu değerin doğruluğu aynı zamanda işlemler matrisinden tasdik edilir. Sonuç olarak denklem (23) den, toplam emek maliyeti S,

(31) $S = w X_r = 1.200\,\$$ dır. Şimdi dolarla ifade edilen işlemler matrisi tamamlanabilir.

---

(12) Diğer faaliyetlerin talep miktarlarındaki servis bölümlerinin bağımlı özelliğinin tartışımı için ve karşılıklı ilişkisi olmayan bölümlerle ilgili kontrol teknikleri ve bütçeleme ifadesi için bakınız; Gordon Shilinglaw, Cost Accounting gözden geçirilmiş baskı, (Richard D. Irwin, Inc, 1967) s. 481-494.

(13) Direkt maliyetin doğrusal oranı ve miktarı sistemde verildiğinde p ve w hem ortalama ve hemde artan birim maliyetleri gösterir.

(x) Esas yapıtta, paund, gallon ve feet küp kullanılmış, fakat biz okuyuculara daha anlaşılır olması için bunlar yerine, litre, kg. ve metre ölçü birimlerini kullandık.

		Süreç Girdileri			Nihai Talep	Toplam Çıktı
		1	2	3	v_r	V_r
ÇIKTILAR	(1)	0	70	150	180	400
	(2)	40	0	480	180	700
	(3)	240	420	0	840	1,500
	e_c	120	210	870	0	1,200
Toplam	V_c	400	700	1,500	1,200	3,800

(24) nolu denlkemde olduğu gibi v_{rc} yi hesaplamak için, x_{rc} ile onların birim maliyet fiyatı ile çarpılır. (31) nolu denklemde gösterildiği gibi emek maliyetleri e_c, $ 1200 toplamda denge rakamları (14) olarak içerilmektedir.

Şimdi fiyatlardaki değişmenin etkilerini ele alalım. Farzedelim ki, ücret haddi artışı süreç (1) de yer alsın.
Daha önce fiziksel ve dolar işlemler matrisinde görüldüğü gibi, 20 saatlik emeğin maliyeti $ 120 dir. Saat başına ortalama ücret haddi $ 6 dır. Ortalama bir saatlik ücret haddi $ 10 olsun.

Denklem (29) 'an Süreç 1 için emek girdi katsayısı (15) d_1;

$d_1 = 0.25$ dir.

Birim çıktı başına emek maliyeti vektörü W, yi hesaplamak için, ücret haddi ile d_1 çarpılır. Daha önce W (w nin birinci elemanı) 0.25 ile $ 6 çarpılarak 1.5 olduğu görülür. Şimdi ortalama ücret haddi $ 10 ile çarpılırsa,

$W_1 = 0.25 (\$ 10) = 2.5$

ve

$W = [\, 2.5 \quad 3 \quad 8.7 \,]$ dır (16).

(14) Bu rakamlar her bir Wr (w'nin elemanları) ile buna tekabül eden Xr elemanları ile çarpılarak elde edilir. Örneğin, $W1 = 1.5$ $X1 = 80$ ve $e1 = W1\ X1 = 1.5\ (80) = \$\ 120$.

(15) Süreçteki bir birim çıktıyı hasıl etmek için gerekli olan işgücü (emek) saatlerini gösterir.

Denklem (23) den, toplam emek maliyetini hesaplarız.

$S = w X_1$

$= \$ 1,280$ dir. Görüldüğü gibi önceki dolar işlemler matrisindeki $ 1200 dolar dan daha fazladır. $ 80 dolarlık artış, şüphesiz süreç 1, deki $ 4, lık ücret artışı ile 20 saatin çarpımıdır. Bu w' ile gösterilen W deki değişme kullanılarak, dolaysız olarak hesaplanabilir. Sonra,

$W^1 = [\,1 \quad 0 \quad 0\,]$

ve

$W^1 X_2 = \$ 80 = S^1$, bu toplam ücret faturası için artmıştır.

Gözden geçirilen yeni w değerlerinden, dolar işlemler matrisi elde edilir. İlk önce, denklem (21) den,

(32) $P = w T^{-1} = [\,6.13356 \quad 10.448934 \quad 15.555556\,]$ dır.

x_{rc} ve , bu yeni birim fiyatlarla çarpılırsa, tekrar gözden geçirilen dolar işlemler matrisi bulunur.

Daha önceki dolar işlemler matrisi ile mukayese edildiğinde süreç (1) deki $ 80 lık ücret artışı, aynı süreçte $ 90.69 lık toplam çıktıda artış, süreç 2 de $ 31.42 lık artış, süreç 3 de $ 55.56 lık artış, yani toplam olarak toplam çıktıda $ 117.67 lık bir artış sağladığını gösterir. Bu ilişkili faaliyetler arası sistemdeki çoğaltan etkisini açıklar. Eski ve tekrar gözden geçirilen P vektöründeki farklılığı gösteren P^1 ye bağlı olarak artma yaklaşımını tekrar daha dolaysız olarak analiz edilebilir. Denklem (32) den;

(33) $P^1 = w^1 T^{-1} = [\,1.13356 \quad 0.448934 \quad 0.555556\,]$

x_{rc}, ve yi çarpmak için p^1 kullanmak doar işlemler matrisindeki değişmeler belirlenebilir. Şüphesiz bu değişmeler, süreç 1'in ücret haddindeki değişmeye bağlı olarak her bir süreçin girdi-çıktı elemanlarında hasıl olan artmadandır. Böylece, asıl girdiler maliyetindeki her bir artma için, karşılıklı ilişkili faaliyetler arası sistemde, yükselen süreç fırsat maliyetlerini ikame eden bir küme vardır.

(33) nolu denkleme tekrar bakmak yerinde olur ve dikkat edilirse, p^1 elemanları T^{-1} matrisinin birinci satırı ile aynıdır. Bunun nedeni aşağıda verilmiştir. Süreç (1) de emek maliyetleri $ 4 yükselmiştir. Bu yüz-

(16) Denklem (28) ile mukayese edildiğinde, W nin geriye kalan elemanları değişmemiştir.

den 4 litrelik çıktı, süreç 1 de bir saatte üretilmekte ve litre başına emek maliyetinin artışı \$ 1 dir. Diğer bir ifade ile, daha önce bulunduğu gibi $W_1^1 = 1$ dir.

Şimdi T^{-1} matrisinin birinci satırı, herbir sürecin bir birim çıktı üretimi için süreç (1) den istedikleri litre ile ölçülen girdileri gösterir. Eş değer olarak, bu satır süreç (1) de litre başına düşen maliyetlerin \$ 1 lık artışından herbir süreçteki birim başına maliyet artışını gösterir. Bu yüzden, verilen tam doğrusal oransal sistemi genleştirebiliriz. Yani, T^{-1} matrisinin (i) satırı, (i) sürecinin birim maliyetindeki \$ 1, lik artış başına, her bir süreçteki birim alternatif maliyeti gösterir. Böylece, (33) nolu denklemi kullanarak, herhangi bir sürecin emek haddindeki değişmenin, sistem üzerindeki etkieri kolayca ve süratle hesaplanabilinir. Emek hadleri daha fazla süreçte değiştiğinden ferdi değişmelerin etkileri eğer arzu edilirse ayrı ayrı ve sonra da toplam olarak belirlenebilir.

Önemsemek gerekir ki, bu maliyet değişim analizi ve etkileri T matrisinde herhangi bir düzeltmeye gerek duyulmadan belirnelebilirdi. Şüphesiz, T matrisinde herhangi bir düzeltme yapılırsa, analizlerde kullanımı için, bu düzeltmeye göre yani T^{-1} ters matrisinin hesaplanması gerekli olacaktır. Bu fiziki ilişkilere ve kesin bağımsız fiyat vektörlerine dayanan sistem ,asıl temel olarak parasal değerleri kullanan sistemden daha avantajlıdır (17).

Eğer sistem dolar işelmler matrisinden teşkil edilirse, ücret haddindeki herhangi bir değişme (veya diğer bir fiyatta) girdi-çıktı katsayılarını değiştirecek ve yeni ters matrisin hesaplanması gerekli olacaktır.

Dikkat edilirse, herhangi bir artan maliyet olarak asıl girdi birim maliyeti ve fırsat maliyetine ilgili olarak onun sistem maliyetleri üzerindeki değişmeleriyle ilgiliyiz. Sistemin faaliyetleri arasındaki ilişkileri gösterildiğinde daha fazla maliyet (18) için artan maliyet, fırsat (alternatif) maliyet olarak terimlendirilirler.

Şartlar değiştirildikten sonra (mutadis mutandis) da, ücret haddi ile ilgili toplam feda etmeyi yansıttığından bu doğru bir fırsat maliyetidir.

---

(17) Muhasebede, fiziki ve parasal değerlerin daah genel ve tam tartışımı için bakınız : Yuji Ijiri, «Physical Measures and Multi-Dimensional Accounting» Research in Accounting Measurement, R.K. Jaedicke, Y. Ijiri ve O. Nielsen, (American Accounting Association 1966) s. 150-164.

(18) Bizim örneğimizde, süreç 1 deki ücret haddi arttışının artan maliyeti \$ 60, toplam çıktı maliyetini \$ 177.67 yükselmiştir.

Diğer bir deyimle, diğerleri sabit kaldığında tek bir ücret haddindeki değişmenin diğer tüm faaliyetler üzerindeki etkisin hesaba katar.

İŞLEMLER MATRİSİNİ GENİŞLETME

Buraya kadar ilgilenilmeyen faktörleride hesaba katarak analiz genişletilebilinir. Örneğin, devre başı ve devre sonu envanteri kavramı henüz ele alınmadı. Aşağıdaki anlamda ifade edilmemiş envanter varsayımı vardır. Verilen herhangi bir sistemin faaliyetleri arasındaki ilişkilerde ,birinin çıktısı diğerlerinin girdisi olarak kullanılır. Bu durum çok benzemesede sistemin envanter almadanda çalışmaya devam edeceğini bildirir. Envanter olmadığındaki durum yumurta olmadan tavuk üretmeye veya bunun karşıtına benziyebilir (19).

İşlemler matrisinde envanterlerin ve diğer faktörleri ilave ederek sistemin genişletilmesi sağlanabilir. Tek bir nihai talep vektörü yerine aşağıda nihai talebin her bir bileşeni olabilen sütun vektörleri serisine sahip olunabilir.

Envantere ilave için	Daha ileri üretim olmadan dışarıya satılan çıktılar	Diğer firma kullanım için satılan çıktılar	A, B .... N sınıflandırmasına giren müşterilere satılan

Benzer olarak, asıl girdiler vektörü de aşağıdaki seriler gibi satır vektörü olarak ayrılabilir.

Stok tükenmesi
Dolaysız Dış Alımlar
Amortisman
Meteryaller
Emek
Değişen Maliyetler
Sabit Maliyetler
Kâr Marjı

(19) Faaliyetler için kendi çıktıklarını girdi olarak kullanmaları mümkündür. Genellikle kendi kendine tüketim çıktıya karşı bir karşıttır. Karşıt yaklaşım için, bakınız; Yuji Ijiri, An Application of Input-Output Analysis to Some Problems in Cost Accounting», Management Accounting, (April 1968), s. 60-61.

Böylece, süreçler veya faaliyetlerarası akımları bildiren sektöre ilâveten çoklu nihai talep ve asıl girdi bileşenler vektörlerini içeren genişletilmiş işlemler matrisine (fiziksel veya parasal terimlerde) ulaşılır (20). Geriye kaan sektör normal olarak üretim sektörüdür.

Herhangi bir hesaplamayı sağlamak amacı için çoklu nihai talep vektörlerini ve asıl girdi bileşenlerini tek bir vektör halinde birleştirmek gereklidir. Lâkin, belirlenmiş vektörün (genellikle asıl girdilerin) hesaplanmasından sonra tekrar bileşenlerine ayrılarak genişletilmiş işlemler matrisi elverişli hale getirilir. Ayırma daha önce, değişik bileşenler arasında tesis edilen oranları (meteryaller, kâr, değişen maliyet ve kâr arasındaki oranlar gibi) veya sınırlamaların kullanılması ile yapılabilir. Fazla elverişli olan envanterlere olan talepleri karşılamak için dışarıdan satın alınan dolaysız girdiler gibi herhangi bir bileşen aylak (slack) olarak hizmet edebilir.

Sabit maliyetler, amortisman ve kâr gibi sabit kalemler yığını ile ilgili daha önce not edilen bilgiler gözlenmelidir. Ayrıca hatırlanmalıdır ki, işlemler matrisi herhangi bir simetrik şartı karşılaması gerekir; bu toplam girdilerin toplam çıktılara eşit olmasıdır. Böylece, örneğin amortisman ve kâr gibi asıl girdi bileşenleri kuramsal çıktı tamlarına sahip olmalıdır. Şüphesiz, birleşik nihai talebin ve asıl girdilerin dolar toplamları aynı olmalıdır.

SONUÇLAR

Her modelde olduğu gibi, girdi-çıktı analizi de kesin varsayımlarla şartlandırılmıştır. Bunlar daha önce tasfir edilmesine rağmen aşağıda tekrar kısaca değinilecektir. Modelin uygulanması beklenildiğinde, bu varsayımların sağlanması gereklidir. Aşağıda verildiği gibi üç kritik varsayım özetlenebilinir.

---

(20) Devre sonu envanterleri, masraf ve kârları ihtiva etmek için genişletilmiş işlemler matrisinin herhangi bir örneği, Shawki M. Farag, «A Planning Model for the Divisionalized Enterprise», The Accounting Review (April 1968), s. 317-318, adlı yapıtta yer almaktadır.

(a) Her bir faaliyet için tek standart çıktı: Her bir faaliyetin tek bir standart çıktı üretmesi gereklidir. Eğer bireysel faaliyetler ürettiği malları değiştirdiğinde, teknoloji matrisini teşkil etmek için gerekli olan sabit girdi-çıktı katsayılarını belirlemeye muktedir olunamıyacaktır. Eğer ek veya tali ürün varsa, onların sabit kombinizasyonda üretilmesi gereklidir. Böylece sürecin her bir ürün miktarları arasında sabit oran mevcut olup, bu kombinizasyon standart olmuş tek bir çıktıyı belirleyebilir. Ayrıca, tek girdi-çıktı katsayılarından daha fazla alternatif yaratacağından, aynı ürün iki veya daha fazla süreç tarafından üretilmelidir.

(b) Sabit girdi-çıktı katsayıları: girdi kullanan süreçler arasındaki oranların değişebilmesi söz konusu değildir. Eğer böyle girdi ikameleri söz konusu olursa ,teknoloji matrisi elde etmek için sabit girdi-çıktı katsayılarını belirlemek olanaksızdır.

(c) Doğrusal (lineer) homojen üretim fonksiyonu: girdi ve çıktılar arasındaki ilişkilerin sadece doğrusal değil aynı zamanda homojen olması gerekir. Doğrusal homojenlik için matematik kural aşağıda verilmiştir (21).

$$f(kx_1, kx_2, \ldots\ldots kx_n) = kf(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n)$$

Örneğin, fonksiyon $y = a_1x_1 + a_2x_2$ şartını gerçekleştirdiğinden;

$$a_1kx_1 + a_2kx_2 = k(a_1x_1 + a_2x_2) \quad \text{dir.}$$

Lâkin, fonksiyon $y = c + {}_1x_1 + a_2x_2$ bu şartı karşılamadığından,

$$c + a_1kx_1 + a_2kx_2 \neq k(c + a_1x_1 + a_2x_2)$$

Modelde teknoloji matrisinin her bir sütunu firmanın üretim fonksiyonunun herhangi bir sürecini temsil eder. Eğer herhangi bir süreç, mevcut sabit terime rağmen, doğrusal değilse, x_1'in her bir değeri için farklı girdi-çıktı katsayı gerekli olacaktır. Bu yüzden tekrar, teknoloji matrisi için sabit girdi-çıktı katsayılarına sahip olunmayacaktır.

---

(21) Bakınız; Allen, a.g.e., s. 355.

Yukarıda belirlenen varsayımlara göre, girdi-çıktı analizi bu makalede gösterildiği gibi yararlıca uygulanabilir. Firmalararası ve endüstrilerarası ekonomik analiz için olduğu gibi, girdi-çıktı analizi firma için değerli bir teknik olamamasının bir nedeni olmadığı görülmektedir.