GENİŞ ALANLARDA PETROL ARAMANIN EKONOMİK SONUÇLARINI BELİRLEYEBİLMEK İÇİN STOKASTİK BİR MODEL (*)

Russell S. Uhler ve Paul Bradley (1)

Çev. Necmi GÜRSAKAL

1. GİRİŞ

Önceden petrol çıkarılmamış bölgelerde petrol aranacağı zaman, sondaja geçildikten sonra elde edebileceğimiz petrol rezervlerinin ve bu rezervleri bulmamızın olası şeklinin (pattern) tahminlerine gerek duyulur. Şüphesiz bu türden güvenilir bir bilginin, kazılan bir kaç kuyuyla, havadan ve yerden yapılan araştırmalarla elde edilen tabanın jeolojik ve jeofiziksel özellikleri hakkındaki kısıtlı bilgiden türetilmesi güçtür. Küçük birim alanlardaki rezervlerin mekansal dağılımını ortaya koyan bir model yuka-

---

(*) Journal of the American Statistical Association, June 1970, Volume 65, no. 330, s. 623-630.

(1) Russell S. Uhler ve Paul C. Bradley University of British Columbia'nın Ekonomi Bölümünde çalışmaktadırlar. Bu araştırma Canadian Department of Northern Affairs'in verdiği bir burs ile Committee for Arctic and Alphine Research tarafından desteklendi. Yazarlar Alberta Oil and Gas Conservation'dan G.J. De Sorcy, E.J. Morin ve G.C. Watkins'e gerekli verileri sağlamaktaki yardımlarından dolayı, Trent Appalbe'ye kompüter programlamadaki yardımlarından dolayı teşekkürü bir borç bilirler. Ayrıca P.J. Crabbe'ye, G.M. Kaufman'a ve G.D. Quirin'e yararlı yorumları nedeniyle teşekkür ederler.

rıdaki tekniklere oldukça yararlı bir ek olacaktır. Küçük birim alanlarda petrol rezervlerinin bulunması bir Poisson süreciyle, tek tek rezerv büyüklüklerinin dağılımı ise bir lognormal (2) dağılımla tanımlanabilir. Bu makalenin amacı bu tanımlamaları yapan bir model ortaya koymaktır.

Bu tür bir model değişik yararlar sağlar. Bu yararlardan biri petrol araştırılmamış bölgelerdeki arz potansiyelini, ilgilendiğimiz bölgenin jeolojik karakteristiklerine benzer karakteristikleri olan petrol araştırılmış bölgelerden elde edilen parametre değerlerini modelimizde kullanarak tahmin etmektir. Allais [2], Sahra Çölünün mineralleşmesini tahmin etmek için benzer bir model kullanarak böyle bir yaklaşımda bulunmuştur. Böyle bir yaklaşım, kaba ön tahminleri sağlamakla birlikte bölgedeki birim alanlarda yapılacak örnekleme, bölge için daha güvenilir parametre tahminlerini ortaya koyacaktır. Modelimizin uygulanmasında dikkatlerimizi örneklemeye çevireceğiz (3).

Bu makalenin bundan sonraki 2. Bölümünde model tanımlanacak, 3. Bölümde veriler tartışılacaktır. Bölüm 4 de model hipotezinin testi ile elde edilen sonuçlar verilecektir. Bölüm 5 ise modelin parametrelerinin tahminine ve veriler üzerine uygulanan bir örnekleme deneyinin sonuçlarına ilişkindir.

2. MODEL

s büyüklüğünde bir çok birim alana ayrılmış bir petrol bölgesi düşünelim. Burada s büyüklüğü rastgele seçilmiştir. Öneriyoruz ki :

---

(2) Allais [2], Engel [5] ve Griffithsin [7] çalışmaları, mineral bulmayı stokastik bir süreç olarak açıklıyan çalışmaları doğruluyarak onlara güvenilirlik kazandırmıştır. Çeşitli yazarlar, rezerv büyüklüklerinin dağılımını tanımlamada lognormal dağılımın kullanımını desteklemişlerdir. Bunlardan özellikle Kaufman'n [8] çalışması önemlidir. Kaufman aynı zamanda Pareto dağılımının uygulanmasını da test etmiştir. Arps Roberts'in [4] çalışmaları ve Kaufman'ın [9] diğer çalışması da konuyla ilişkilidir.

(3) Bu model çerçevesindeki örneklemenin, bölgenin nihai arz potansiyeli tahminini ortaya koyması gerekmez. Bir alan birimi örneklemeye alınınca birim örnekteki bütün ham petrolün bulunması o an elde bulunan sondaj teknolojisinin bir fonksiyonudur. Bu nedenle, zaman içinde sondaj teknolojisinin gelişmekte olduğunu göz önüne alırsak, örneklememizin bölgedeki rezervleri gerçektekinden daha düşük bir düzeyde tahmin ettiğini söyleyebiliriz.

1 — Birim alanlarda petrol rezervleri bulunması olayları birbirinden bağımsızdır.

2 — Sonlu büyüklükteki birim alanlardan herhangi birinde petrol bulunması olayı için pozitif bir olasılık vardır.

3 — Birim alanlar yeter derecede küçültüldükçe, birim alanlardan herbirinde birden fazla olay olamaz.

Ayrıca, herhangi bir birim alanda belirli sayıda petrol rezervinin bulunması olasılığını, eşit büyüklükteki bütün alan birimleri için aynı varsayabiliriz. Bu koşullar sağlandığında birim alanda ortaya çıkacak rezerv sayısını, rastgele bir s için, Poisson stokastik süreciyle şöyle tanımlayabiliriz:

$$P(N_s = n) = \frac{(\theta_s)^{n_e - \theta_s}}{n!} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (1)$$

Petrol rezervlerinde gözlenen belirli bir bölgeye yığılma eğilimi nedeniyle θ parametresinin sabitliği pek mantıklı görülmemektedir. Bu itirazı önlemek için parametre kendisi bir tesadüfi değişken olarak alınabilir. α ve v parametreli bir gama dağılımı uygulamamız halinde ise,

$$P(N_s = n) = \int_0^\infty \frac{(\theta_s)^{n_e - \theta_s}}{n!} \cdot \frac{\alpha^v}{\Gamma(v)} \theta^{v-1} e^{-\alpha\theta} d\theta$$

$$= \frac{v(v+1) \ldots v+n-1}{n!} \left(\frac{s}{\alpha+s}\right)^n \left(\frac{\alpha}{\alpha+s}\right)^v$$

$$n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (2)$$

Eşitlik 2 homojen olmayan bir Poisson sürecini tanımlamaktadır. Eğer eşitlik (1) de s birim değer alırsa eşitlik Poisson dağılımına indirgenir. Aynı şekilde eşitlik (2), s birim değer aldığında negatif binomial dağılıma indirgenir, daha basit olarak:

$$P(N = n) = (-1)^n \binom{-v}{n} p^n q^v \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (3)$$

$p = 1/1+\alpha$ ve $q = 1 - p = \alpha/1+\alpha$ dır.

Petrol kaynaklarında gözlenen yığılma nedeniyle binomial dağılımın verilere Poisson dağılımından daha iyi uyum sağlamasına rağmen, iki dağılım arasındaki kesin tercih verilere uygunluk Bölüm 3 te test edilerek verilecektir.

Modelimizin ikinci hipotezi; Tek, tek petrol rezerv büyüklüklerinin lognormal olarak dağıldığıdır. Hipotezin ışığında, birim alandaki toplam petrol rezervi miktarını belirlemek için aynı şekilde dağılmış lognormal değişken toplamlarının dağılımını bulmamız gerekir. Değişken toplamları Poisson süreciyle yaratılmaktadır. Bir dizi lognormal değişken toplamlarının kesin dağılımı, herhangi bir kapalı şekliyle matematik olarak yararlı değildir. Bununla birlikte değişken toplamları dağılımının momentleri kolayca belirlenebilir.

$$Z(n) = y_1 + y_2 + \dots + y_n \qquad (4)$$

olsun. Burada y_i ler birbirinden bağımsız lognormal değişkenlerdir ve petrol rezervlerinin ayrı, ayrı büyüklüklerini gösterirler. N daha önce tanımladığı gibi stokastik bir değişkendir. Z ve N nin bileşik olasık dağılımını f(z,n) ile gösterelim,

$$f_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(z \mid n)\, g(n). \qquad (5)$$

$E(y_i^t) = e^{t\mu + 1/2 t^2 \sigma^2}$ $\quad i = 1,\dots,n \quad$ olduğu için, Z nin ilk iki momenti;

$$E(Z) = \sum_{n=0}^{\infty} g(n)\, n e^{\mu + 1/2\sigma^2} \qquad (6)$$

$$E(Z^2) = \sum_{n=0}^{\infty} g(n)\, [n\, e^{2\mu + 2\sigma^2} + n\,(n-1)\, e^{2\mu + \sigma^2}], \qquad (7)$$

Eğer N, v ve p parametreli negatif binomial dağılıma sahipse, o zaman (6) ve (7) şu şekli alırlar:

$$E(Z) = v \frac{p}{q} e^{\mu + ½\sigma^2} \qquad (8)$$

$$E(Z^2) = v \frac{p}{q} e^{2\mu + 2\sigma^2} + v(v+1) \left(\frac{p}{q}\right)^2 e^{2\mu + \sigma^2} \qquad (9)$$

Z nin varyansı ise

$$V(Z) = \sigma_2^2 = v\frac{p}{q}\, e^{2\mu+\sigma^2} \,.\, (e^{\sigma^2} + \frac{p}{q}) \qquad (10)$$

olur.

Öte yandan, eğer N, λ parametreli bir Poisson dağılımına sahipse,

$$E(Z) = \lambda e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \qquad (11)$$

ve

$$V(Z) = \lambda e^{2\mu + 2\sigma^2} \qquad (12)$$

olur.

Bu sonuçları kullanarak bölgedeki, s büyüklüğünde r tane alanda rezerv toplamlarının varyansı ve beklenen değeri de hesaplanabilir.

3. VERİLER

Veriler Province of Alberta'da yapılan petrol sondajları hakkındaki hemen hemen tüm bilgiyi kapsamaktadır. Elimizdeki veriler, açılan her kuyunun kesin coğrafi yerini belirtmekte ve kuyunun üretken bir yapıyla sonuçlanıp sonuçlanmadığını da bize vermektedir. Aynı rezerve iki kuyu açmak mümkün olduğuna göre, önce petrol bulunan kuyuyu bütün petrol rezervinin toplandığı nokta olarak varsayabiliriz.

Verilerin kullanılmasında iki durum sorun yaratmaktadır.

1 — Bir kaç üretken yapının keşfi, tek bir keşif kuyusu ile sonuçlanırsa,

2 — Bir geliştirme kuyusu yeni bir üretken yapı keşfettiğinde. Birinci durumda verilerimiz tek bir üretken sahanın keşfini, keşif için açılan kuyu ile gösterecektir. İkinci durumda ise rezerv, keşif için açılan kuyuyla ortaya çıkarılmadığından verilerimizde görülmeyecektir. Ayrıca bu rezervlerin, önerdiğimiz mekansal dağılıma yapılacak uygunluk testinde verilerin arasında bulunmaması önemli bir kısıtlayıcı etken değildir. Birim alanlarda (5 mi X 5 mi; 10 mi X 10 mi; 15 mi X 15 mi karelerde) rezervlerin fiilî yığılmasının verilerin gösterdiği yığılmadan daha fazla olması eği-

limi, negatif binomial dağılıma uyumun daha da iyi olacağını gösterir.

Province'deki rezervlerin büyüklüğüne ilişkin veriler, büyüklük dağılımının lognormal bir dağılım olduğu yolundaki hipotezi test etmek için kullanılabilir. Bu hipotezi, hem yerleri belli kuyulara ilişkin rezerv büyüklüklerini, hem de yerlerinin belirlenip belirlenemiyeceği belli olmayan kuyulara ilişkin rezerv büyüklüklerini kullanarak test edebiliriz.

4. MODELİN TESTLERİ

4.1. Mekansal Dağılım

Alberta çöküntü havzası kare şeklinde bir çok birim alana bölünerek ve tesadüfi kareler seçilerek Poisson ve negatif binomial dağılım hipotezlerinin testi yapıldı. Testler için rastgele üç farklı kare boyutu alındı: 5 mi X 5 mi; 10 mi X 10 mi; 15 mi X 15 mi. Yerimiz sınırlı olduğundan, yanlızca 5 mi X 5 mi boyutundaki kareler için elde ettiğimiz sonuçları veriyoruz. Poisson ve negatif binomial dağılımın parametreleri; 0, 1, 2, 3... sayıda kuyuyu içine alan kare alan sayılarının tahminleri belirlendi. Bu işlem petrol ve doğal gaz kaynakları için ayrı ayrı yapıldı (4). Tablo 1 iki dağılımın petrol kaynaklarına 5 mi X 5 mi birim kare alanlar i;in uygunluğunu karşılaştırmaktadır (5). Aynı zamanda bir X^2 uygunluk testi yapıldı ve bu istatistiğin değeri tabloda verildi.

Tablo 1 deki sonuçlara dayanarak, petrol yataklarının mekansal dağılımı için Poisson dağılımı hipotezi reddedilir. Öte yandan, negatif binomial dağılımın verilere çok iyi uyan teorik bir dağılım olduğu görülmektedir (6).

---

(4) Bunların sonuçlarını burada vermemekle birlikte, doğal gaz rezervlerinin mekansal dağılımının negatif binomial dağılımı oldukça yakından izlediğini fakat Poisson dağılımına çok az uyduğunu söyleyebiliriz. Gaz rezervi büyüklükleri dağılımı için öne sürülen lognormal dağılım hipotezi reddedilmiştir.

(5) 10 mi x 10 mi ve 15 mi x 15 mi büyüklüğündeki kare alanlar için negatif binomial dağılıma uyum çok iyi, Poisson dağılımına uyum ise oldukça kötüydü.

(6) 50 mi X 100 mi büyüklüğünde, tesadüfi olarak seçilmiş alt bölgelerde de rezervlerin mekansal dağılımı negatif binomial dağılıma çok büyük uyum göstermiştir. Bu da modelimizin göresel olarak daha küçük olan bölgelerde uygulanabileceğini göstermektedir.

Bu testlerden şöyle bir yere varabiliriz: Eğer Alberta'daki petrol rezervlerinin mekansal dağılımında neden olan temel süreç diğer petrol havzalarında da işliyorsa, negatif binomial dağılım bu havzalardaki rezervlerin dağılımı içinde yararlı olacaktır.

4.2. Rezerv Büyüklüklerinin Dağılımı :

Bu bölümde rezerv büyüklüklerinin dağılımı için öne sürdüğümüz lognormal dağılım hipotezini test edeceğiz (7).

Tablo I. 5X5 BOYUTLU KARE ALANLAR İÇİN PETROL REZERVLERİ MEKANSAL DAĞILIMLARININ POİSSON VE NEGATİF BİNOMİAL DAĞILIMLARA UYGUNLUKLARI

Rezerv	*Gözlenen Frekans*	*Teorik Negatif Binomial Frekans*	*Teorik Poisson Frekans*
0	8586	8584.26	8508.53
1	176	176.84	303.01
2	35	39.09	5.40
3	13	11.25	0.06
4	6	3.62	0.00
5	1	1.23	0.00
6	0	0.44	0.00
7	0	0.16	0.00
8	0	0.06	0.00
9	0	0.02	0.00
10	0	0.01	0.00

Not : Negatif Binomial x^2 = 1.086; Poisson x^2 = 6365.91.

Önceden belirttiğimiz gibi, birçok çalışma bu hipotezi test etmiş ve kullanmış bulunmaktadır. Hipotezi desteklemek için yeterli amprik kanıt vardır. Biz de uygunluk testlerinden birkaçını lognormal dağılımdan anlamlı bir sapma olup olmadığını belirlemek için uyguladık. Grafik testleri biraz şüpheyle karşıladık çünkü grafik üzerinde neyin lognormal dağılımdan anlamlı sapmayı belirttiğini görmek oldukça güçtü. χ^2 testlerinin de dağılımın uçları önemli olduğunda uygun bir test olup olmadıkları şüpheliydi.

Petrol yataklarının büyüklük dağılımları iki küme veri kullanılarak test edildi. İlk küme yalnızca mekansal olarak yerleri

(7) Lognormal dağılımı için bakınız (1).

belirlenmiş ve mekansal dağılım testlerine alınmış yatakları içine alıyordu. İkinci küme ise, ilk kümeye ek olarak Alberta'daki yerleri mekansal olarak belirlenmemiş bütün petrol yataklarını da içine alıyordu. İlk veri kümesinin test sonuçları Tablo 2 de gösterildi. İkinci kümenin test sonuçları burada verilmedi fakat bu sonuçlarda Tablo 2 ye son derece benzemektedir. Her iki durumda da üç farklı test istatistiği hesaplandı. Bunların hepsi de dönüştürülmüş değişkenlerin normalite testleriydi.

Tablo 2 deki sonuçlar, test istatistiklerinden ikisine dayanarak lognormal dağılım hipotezini kabul etmemizi üçüncüsüne göre ise hipotezi reddetmemizi gerektirmektedir. Test 2 deki istatistiğin büyüklüğü dönüşüm işleminden sonra bile dağılımın halâ biraz çarpık olduğunu göstermektedir.

5. TAHMİN VE BİR ÖRNEKLEME DENEYİ

5.1. Tahmin

Bölüm 2 de gösterildiği gibi birim alandaki rezerv sayıları, rezerv toplamlarının ortalama ve varyansları binomial ve lognormal dağılımların parametrelerinin fonksiyonlarıdır. Bu parametreler ise birim alanlardan oluşan herhangi bir örnek alındığında hesaplanabilir. Şu noktaya dikkat etmeliyiz ki hem örneğin kaç birim alandan oluşacağı, hem de örnek içindeki rezerv sayısı önceden istenen bir düzeye ayarlanamaz. Araştırmacı ya önce örneğe alınacak birim alan sayısını belirleyip örnek içinde kaç rezerv bulunursa bunlardan lognormal parametreleri tahmin etmelidir veya önce rezerv sayısını belirlemeli ve bu sayıda rezerv elde edilene kadar birim alanlar olan örnek birimlerinden çekmelidir.

Tablo 2. DÖNÜŞTÜRÜLMÜŞ PETROL REZERV BÜYÜKLÜKLERİNİN NORMALİTE TESTLERİ

İstatistik	*Hesaplanmış değer*	*Normal değer*	*İstatistik dağılımlarının persantil noktaları (n=315)* % 1	% 5
1 — $O.S./(m_2)^{1/2}$	0,8201	0,7979	0,8260	0,8185
2 — $m_3/(m_2)^{3/2}$	0,3989	0,0000	0,3290	0,2300
3 — $m_4/(m_2)^2$	2,6908	3,0000	2,4600	2,5900

Not: O.S. = Ortalama sapma; $m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^k$

Varsayalım ki J tane birim alan örnek olarak seçildi ve bu alanlarda k tane rezerve raslandı. Örnek ortalaması $M = vp/q$ olan negatif binomial dağılımın ortalaması için maksimum likelihood tahmincisi $\hat{M} = \overline{m} = 1/J \sum_{i=1}^{k} N_i$ dir. Burada N_i, i birim alandaki rezerv sayısıdır. Lognormal parametrelerin maksimum likelihood tahmincileri ise $\hat{M} = \overline{X} = 1/k \sum_{i=1}^{k} \log y_i$ ve $\hat{\sigma}^2 = s^2 = 1/k \sum_{i=1}^{k} (\log y^i - \overline{X})^2$ dir. Maksimum likelihood tahmincilerin değişmezlik (invariance) özelliğine dayanarak yazdığımız $E(\hat{Z}) = \overline{z} = \overline{m}\, e^{\overline{x} + 1/2s^2}$, E(Z) nin maksimum likelihood tahmincisidir. Bu tahminci minimum varyanslı sapmasız (minimum variance unbiased) değildir. Finny'ye [6] göre lognormal dağılımın ortalaması için minimum varyanslı sapmasız bir tahminci hesaplamak mümkündür. $\Phi\left(\frac{1}{2} s^2\right)$ fonksiyonu hazırlanmış tablolardan [1] belirlendiğinde E(Z) nin minimum varyanslı sapmasız bir tahmincisi

$\overline{Z}_1 = \overline{m}\, e^{\overline{x}}\, \Phi\left(\frac{1}{2} s^2\right)$ olur.

Aynı zamanda E(Z) için bir aralık tahmini de yapmak istiyebiliriz. Fakat bu iş için kullanılan yöntem henüz tatminkâr değildir. Şunu hemen belirtelim ki üç parametre için bileşik güven sınırları, normal dağılımın ortalaması ve varyansı için bulunan bileşik güven sınırlarının bu sonuçlar için genişletilmesiyle belirlenebilir. M, μ ve σ^2 için bileşik güven sınırları $\overline{m} \mp c\,[v(p/q)(1 + p/q)]^{1/2}/j$, $\sigma^2 = k\, s^2/a'$, $\sigma^2 = ks^2/b'$, $a^2 = (\mu - \overline{X})^{1/2}/\,\sigma^2/k$ dır. Burada a, a', b' ve c güven bölgesini istenen büyüklükte tutmak amacına uygun olarak seçilirler.

Parametrelerin $1 - \alpha$ olasılıkla (güven katsayısı) belirlediğimiz bölgede bulunmasını sağlayabilirsek de, E(Z) için güven aralığını açık bir şekilde belirliyemeyiz. Varsayalımki $t_1\overline{Z}_1$ ve $t_2\overline{Z}_1$ değerlerini şöyle belirlemek istiyoruz, $P[t_1\overline{Z}_1 \leq E(Z) \leq t_2\overline{Z}_1] = 1 - \alpha$. $\overline{Z}_1$ in dağılımı bilinmediğine göre, dağılımları bilinen $\overline{m}$, $\overline{x}$ ve ks^2/σ^2 ye dayanarak E(Z) için bir aralık hesapladığımızda, bu aralığın yorumlanmasıdır. Diğer bir seçenek, iki parametre değerini nokta tahminlerinde sabit tutup geriye kalan bir parametre için aralık belirleyerek E(Z) için bir aralık tahmini yapmaktır. Bu yolla üç farklı aralık hesaplanabilir. Bu yaklaşım da tatminkâr olmamakla birlikte şimdi elimizde bulunanların en iyisidir. Ayrıca hesaplıyacağımız farklı aralıkları özellikle alt limitlerine göre karşılaştırmak oldukça ilginç olacaktır.

v ve p parametrelerinin tahminleri, birinci ve ikinci örnek momentlerini teorik momentlere eşitleyip çözerek elde edilecektir. Bu yaklaşımın uygun olup olmadığı şu kaynakta tartışılmıştır [3] (8).

5.2. Bir Örnekleme Deneyi

Alberta çöküntü havzasının keşif yapılmamış bir bölge olduğunu varsayalım. Bütün havza önce 10 mi X 10 mi boyutlarında karelere ayrıldı ve bu karelerden 200 ü tesadüfi olarak seçildi. Bilindiği gibi yapılan tahminler seçilen örneklere göre değişecektir. Bu deneyde seçilen örneklerden oldukça temsili gözüken bir örnek, parametreler için bileşik güven aralığının ve E(Z) için güven aralığının hesaplanması için seçildi. Bu örnek için 0,94 lük bileşik güven aralıkları Tablo 3 de verildi. μ nün güven sınırları eğri şeklinde olduğundan sadece σ^2 nin alt ve üst sınırları için μ nün sınırları verildi. μ nün, σ^2 nin diğer değerleri için sınırları uygun ikinci derece denklemi çözülerek hesaplanabilir.

Tablo 3. M, μ VE σ^2 (j = 200; k = 30) İÇİN 0,94

GÜVEN SINIRLARI

Parametre	*Tahmin*	*Güven Sınırları*
M	0,1500	0,0382 — 0,2618
μ	8,9670	7,7120 — 10,2220 (σ^2 = 8,8237)
		8,2929 — 9,6420 (σ^2 = 2,5439)
σ^2	4,2060	2,5439 — 8,8237

Şimdi E(Z) için üç güven aralığı düşünelim. Bunlardan herbiri parametrelerden ikisini Tablo 3 deki nokta tahminlerinde sa-

(8) Örnek ortalaması m, M nin yeterli bir tahmincisidir. Anscombe'nin, v yukarıdaki momentler yöntemiyle hesaplandığında v nin yeterliliğini belirlemek için kullandığı grafik yöntemi bizim problemimizde yeterliliğin % 90 ile % 98 arasında olduğunu göstermektedir.

bit tutan ve üçüncü parametreyi 0,98 lik güven aralığında değişime bırakarak elde edilmişlerdir. Tablo 4 bu sonuçları özetlemektedir. Daha önce bu yolla elde edilen güven aralıklarının karşılaştırılmasının ilginç olabileceği belirtilmişti. Tablo 4 den alt limitlerin birbirine oldukça yakın olduğu ama ikinci aralığın üst limitinin oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum Tablo 3 deki σ^2 aralığının geniş olmasıyla açıklanabilir. Eğer μ ve M için 0,99; σ^2 için 0,98 yerine 0,95 lik güven sınırlarını seçmiş olsaydık Tablo 4 deki ikinci aralığın genişliği önemli ölçüde azalırdı. Bu sonuç E(Z) için güven aralığı belirlenirken karşılaştığımız, daha önce belirtilen güçlükleri aydınlatmaktadır.

Tablo 4. E(Z) İÇİN GÜVEN ARALIKLARI

Nokta tahminlerinde sabit tutulan parametreler	*Milyon tank varili olarak güven aralıkları*
μ, σ^2	2,004.51 — 13,737.70
M, μ	3,818.43 — 79,496.61
M, σ^2	3,388.04 — 18,732.14

Birim alandaki toplam rezervlerin bilinen ortalaması olan 11,752.25 milyon tank varili ile Tablo 4 deki tahmin aralıklarını karşılaştırmak ilginç oldu. Pembina alanındaki bir rezervin oldukça büyük bir bölümünü oluşturduğu unutulmamalıdır. Bu rezerv çıkarıldıktan sonra birim alan başına toplam rezervlerin ortalaması ise 8,272.22 milyon tank varili etmektedir.

KAYNAKLAR

1. Aitchison, J., and Brawn, J. A. C. The Lognormal Distribution, Cambridge, England: Cambridge University Press, 1963.
2. Allais, M., «Method of Appraising Economic Prospects of Mining Exploration Over Large Territories,» Management Science, (July 1957), 285 - 345.
3. Anscombe, F. J., «Sampling Theory of the Negative Binomial and Logarithmic Series Distributions,» Biometrika, Vol. 37, 358.

4. Arps, J.J: and Roberts, T.C., «Economics of Drilling for Cretaceous Oil on the East Flank of the Denvor-Julesburg Basin,» Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists, 42 (November 1958), 2549 - 66.

5. Engel, J. H., «Use of Clustering in Mineralogical and Other Surveys,» Proceedings of 1 st. International Conference on Operations Research, ORSA, Baltimore, 176 - 92.

6. Finney, D.J., «On the Distribution of a Variate Whose Logarithm is Normally Distributed,» Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 7,151.

7. Griffiths, J. C., «Exploration for Natural Resources,» Operations Research, (March - April 1966), 189 - 209.

8. Kaufman, G. M., Statistical Decisions and Related Techniques in Oil and Gas Exploration, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice - Hall, 1963.

9. ——————, «Statistical Analysis of the Size Distribution of Oil and Gas Gields,» 1965 Symposium on Petroleum Economics and Evaluation, SPE, Dallas, Texas, 109 - 24.