

## RASTGELE ZAMANLI NAKİT AKIŞLARININ BUGÜNKÜ DEĞERLERİ

Zehra BAŞKAYA\*

Süreklilik içerisinde, olasılıklı nakit artışlarının beklenen net bugünkü değeri ve varyansının önemi son yıllarda artmaktadır.

Dönemsellik kavramı içeriğinde oluşan nakit artışları serilerinin, iç verim oranı ile net bugünkü değerinin olasılık dağılım fonksiyonu belirlenmelidir. Merkezi limit teoreminden yararlanılarak, olası net bugünkü değer dağılım fonksiyonunun normal dağılım olduğu gösterilebilir. Net bugünkü değeri belirleyebilmek için her türlü nakit akışının ortalaması ile varyansının bilinmesi gerekir. Bu konuda gerekli modellerin kurulabilmesi için bağımsız nakit akışları, birbiri ile ilişkili nakit akışları ve her iki grubun karışımından oluşan nakit akışlarının belirlenmesi gerekmektedir. Konunun açıklığa kavuşturulmasında aşağıdaki modellerin incelenmesi gerekmektedir.

### I. NET BUGÜNKÜ DEĞER

İşletmelerde yatırım projelerinin net bugünkü değeri, yatırımın ekonomik olup olmamasına göre kararların alınmasında önem kazanmaktadır. Bu nedenle yatırım projesinin tanımlanması gerekir.

$I$  = Başlangıçtaki yatırım tutarı

$T$  = Yatırım beklenen ekonomik ömrü

$R_t$  = Yatırımın nakit akışları  $t = 1, 2, \dots, T$

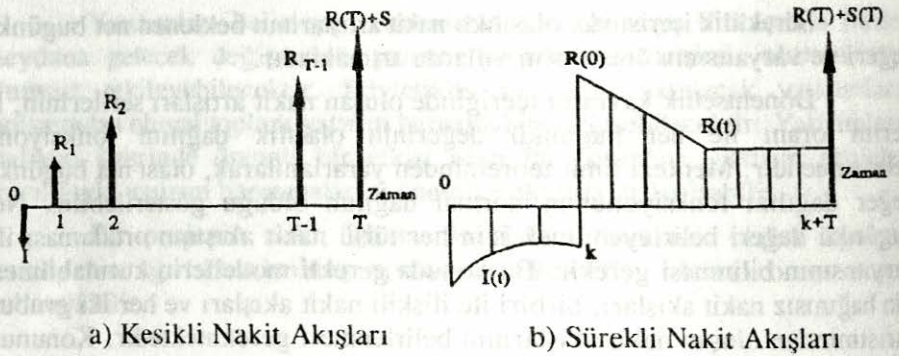
$S$  = Yatırımın hurda değeri

\* Araş. Gör.. Dr.; Uludağ Üniv. İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi

Nakit akışları, farklı zaman noktalarındaki işletme faaliyetlerinden oluşmuş ise ve  $I$ ,  $R_t$ ,  $T$ ,  $S$  sabitler ise yatırım projesinin net bugünkü değer formülü aşağıdaki gibi yazılabilir<sup>1</sup>.

$$P = \sum_{t=0}^T R_t x^t + Sx^T + I \quad (I)$$

Burada  $x$ , belirli zamandaki iskonto oranını gösterir. İskonto oranı, nakit akışlarının sürekliliği halinde  $e^{-r}$  olarak, kesikli nakit akışları için ise  $1/1+i$  olarak kabul edilir. Bu formüllerde  $i$  yıllık faiz oranı ve  $r$  nominal faiz oranıdır. Birinci denklemde  $R_t$  parametresinin işareti pozitif ise gelir, negatif ise gider olarak kabul edilir.



Şekil: 1

### Kesikli ve Sürekli Nakit Akışlı Yatırım Projeleri

Nakit akışının sürekli olduğu varsayılan modelde (Şekil 1-b) başlangıç yatırımı şöyle yazılabilir;

$I(t)$   $0 \leq t \leq k < T$  burada  $k$  sabittir.

Nakit akışı kesikli ise (Şekil 1-a) gelir;

$R(t)$   $0 \leq t \leq T$  olarak yazılabilir ve nakit akış profili oluşturulmaya başlandığı  $k$  zamanındaki değeri  $R(0)$  dir.  $(T+k)$  zamanındaki değer  $R(T)$  dir.  $(T+k)$  zamanında hurda değer  $S(T)$  olarak gösterilebilir. Yatırım süreci içerisindeki getirisi  $R(t)$  ve projenin bitme anındaki  $(T+k)$  hurda değer  $S(T)$  sadece  $T$ 'nin fonksiyonu olabilir.

1 Hiller, F.S. (1963:443)

Deterministik şartlar altındaki projenin net bugünkü değer formülü aşağıdaki gibi yazılabilir<sup>2</sup>.

$$P = \int_0^k I(t) e^{-rt} dt + e^{-rk} \int_0^T R(t) e^{-r(t-k)} dt + S(T) e^{-r(T+k)} \quad (II)$$

$I(t)$ ,  $R(t)$ ,  $S(T)$  gibi parametreler rastgele  $T$  zamanında tanımlandığında, net bugünkü değer  $P$ , rastgele değişkenlerin fonksiyonu olarak (I). ve (II). eşitliklerden bulunur. Şekil (1-b) de nakit akış diagramı gösterilen yatırım projesi için, (II). eşitlikte verilen  $P$ 'nin ortalaması ve varyansı hesaplanacaktır. Bunun için  $I(t)$ ,  $R(t)$  ve  $S(T)$  fonksiyonları kullanılır<sup>3</sup>.  $S(T)$  için aşağıdaki formüller kullanılabilir.

$$a) S(T) = S \sum_{x=k_1}^{k_2} b_x T^x \quad 0 \leq k_1 \leq k_2$$

$$b) S(T) = S(c - T)^k$$

$$c) S(T) = S b T^k e^{g(t-a)}$$

$$d) S(T) = S(T-a)^k$$

$$e) S(T) = S \sum_{x=k_1}^{k_2} b_x T^x e^{-g(T-a)}$$

$$f) S(T) = S(T-a)^k e^{-g(T-a)}$$

$$g) S(T) = S(c - T)^k e^{-g(T-a)}$$

Tüm bu fonksiyonlardaki parametreler  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $b_x$  ve  $g$  sabitleridir ve  $S$ ,  $T$  iki bağımsız rastgele değişkendir.

Bu fonksiyonlarda parametrelere kesin değerler verildiğinde, fonksiyonlar özel olarak isimler alır<sup>4</sup>.

Örneğin

$k_1 = k_2$  ve  $b_0 = 1$  için Model (a),  $S(T) = S$  olur ve sabit trend olarak adlandırılır.

2 Young, D.B. ve Tüfekci S. (1987:306)

3 Young, D.B. ve Contreras, L.E. (1975:263)

4 Young, D.B. ve Tüfekci, S. (1987:306)

$k = 0, b = 1$  için Model (c)  $S(T) = Se^{g(T-a)}$  olur ve açıklayıcı artan trend olarak adlandırılır.  $k = 1$  için Model (b) ve Model (d)  $S(T) = S(c - T)$  ve  $S(T) = S(T - a)$  olur ve doğrusal azalan trend olarak adlandırılırlar.

Nakit akış göstergesi  $R(t)$  için kullanılan fonksiyonlar şöyle sıralanabilir<sup>5</sup>.

$$a) R(t) - Rbt^k, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$b) R(t) - Rb(t-n)^k, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$c) R(t) - Rbt^k e^{gt}, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$d) R(t) - Re^{-gt} \sum_{y=0}^k byt^k, \quad 0 \leq t \leq T$$

Burada  $b, k, n, g, by$  sabit parametreler ve  $R$  ile  $T$  bağımsız rastgele değişkenlerdir. Bu fonksiyonların bazı özel durumları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

$b = 1$  ve  $k = 0$  için Model (a)  $R(t) = R$  olur ve düzenli nakit akışı göstergesi adını alır.

$b = 1$  ve  $k = 0$  için Model (c)  $R(t) = Re^{gt}$  olur ve artan nakit akış seyrinin üssel gösterimidir.

$b = 1$  ve  $k = 1$  için Model (a)  $R(t) = Rt$  olur ve doğrusal artan nakit akış göstergesi adını alır.

$b = 1$  ve  $k = 1$  ve  $g < 0$  için Model (d)  $R(t) = Rte^{-gt}$  olur ve tek modlu nakit akış göstergesi adını alır.

Son olarak, başlangıç yatırımı harcamaları fonksiyonları şöyle sıralanabilir<sup>6</sup>.

5 Young, D.B. ve Tüfekci, S. (1987:307)

6 Young, D.B. ve Tüfekci, S. (1987:308)

$$a) I(t) = \begin{cases} I & t = 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases}$$

$$b) I(t) = Ibt^p, \quad 0 \leq t \leq k$$

$$c) I(t) = Ibt^p e^{gt}, \quad 0 \leq t \leq k$$

$$d) I(t) = Ib(k-t)^p, \quad 0 \leq t \leq k$$

$$e) I(t) = Ie^{-gt} \sum_{y=0}^p byt^y, \quad 0 \leq t \leq k$$

Burada b, g, k, p, by, y = 1...p parametreleri sabittir ve I, T'den bağımsız rastgele değişkendir. Nakit akışlarıyla ilgili olan I, R, S, T rastgele değişkenleri birbiriyle bağımsız olmalarına rağmen aynı T rastgele zamanında iskonto edildiklerinden R(t) ve S(t) bugünkü değerleri ilişkilidir.

Yatırım projelerinin net bu günkü değerlerinin belirlenmesinde kullanılması gereken özel durumların tariflenmesi yapılarak modeller yaratılmak yoluyla analizin ne şekilde yapılacağı ortaya konulmaya çalışılmıştır.

## 2. RASTGELE DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLARIN BEKLENEN DEĞERLERİ

Nakit akışlarında süreklilik ve dönemsellik kavramları içeriğinde meydana gelen farkların belirlenmesinde nakit akışlarının değişkenliğine ilişkin kurulacak fonksiyonel ilişkinin saptanması yerinde olacaktır.

[a, b] aralığında, T rastgele değişkeni yardımı ile f(t) olasılık sıklık fonksiyonu tanımlanmıştır. Aynı zamanda Q(T) fonksiyonel ilişkisi de, T tesadüfi değişkeninin bir fonksiyonudur<sup>7</sup>. Q(T) fonksiyonunun beklenen değeri,

$$E\{Q(T)\} = \int_a^b Q(t) f(t) dt \quad (III)$$

Q(T) fonksiyonunun bazı özel formları için, E {Q(T)} beklenen değeri özel isimler alır.

$Q(T) = T^k$  ise burada k negatif olmayan tamsayıdır.

$$E\{T^k\} = \mu'_k \quad (IV)$$

$f(t)$ 'nin orjin civarındaki k. momenti olarak adlandırılır. Bundan başka  $k = 1$ ,  $\mu'_1 = \mu$  için rastgele T değişkeninin ortası olarak adlandırılır.

$$Q(T) = (T - \mu)^k \text{ olduğunda } E\{(T - \mu)^k\} = \mu_k \quad (V)$$

ortalama civarında k. momenti olarak adlandırılır. Ayrıca  $k = 1$ ,  $\mu_1 = 0$  için varyans olarak adlandırılır ve  $\sigma^2$  veya  $V(T)$  ile ifade edilir.

$k = 2$  için (V). denklem şöyle yazılabilir:

$$V(T) = E\{T^2\} - [E\{T\}]^2 \quad (Va)$$

$Q(T) = e^{sT}$  olduğu zaman; (burada s kukla değişkendir)

$$E\{e^{sT}\} = \int_a^b e^{st} f(t) dt \equiv M_T(s) \quad (VI)$$

olarak yazılabilir ve  $f(t)$  fonksiyonunun meydana getirdiği moment olarak adlandırılır.

$Q(T) = T^k e^{sT}$  olduğu zaman

$$E\{T^k e^{sT}\} \equiv M_T^{(k)}(s) = \frac{dM_T(s)}{ds^k} \quad (VII)$$

olarak yazılabilir ve s parametresine göre  $M_T(s)$ 'nin k. türevidir.

$E\{\cdot\}$  beklenen değer işareti ve  $V(\cdot)$  varyans işaretidir.  $T_1, T_2, \dots, T_N$  rastgele değişkenler ve  $\alpha$  bir sabit olmak üzere, herhangi bir (i) için modeller şöyle yazılabilir<sup>8</sup>.

$$a) E\{\alpha T_i\} = \alpha E\{T_i\}$$

$$b) E\left\{\sum_{i=1}^N T_i\right\}$$

$$c) V(\alpha T_i) = \alpha^2 V(T_i)$$

Bundan başka, herhangi bir  $T_i$  ve  $T_j$  için kovaryans göstergesi şöyle tanımlanır<sup>9</sup>.

$$d) \text{Cov}(T_p, T_j) = E\{T_p T_j\} - E\{T_p\} E\{T_j\}$$

$T_i$  ve  $T_j$  bağımsız iseler,

$$e) E\{T_i T_j\} = E\{T_i\} E\{T_j\} \quad i \neq j$$

$$f) V(T_i T_j) = V(T_i) V(T_j) + [E\{T_i\}]^2 V(T_j) + [E\{T_j\}]^2 V(T_i)$$

$$g) E\{e^{s(T_i T_j)}\} = E\{e^{sT_i}\} E\{e^{sT_j}\} = M_{T_i}(s) M_{T_j}(s)$$

$$h) V\left(\sum_{i=1}^N T_i\right) = \sum_{i=1}^N V(T_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \text{Cov}(T_p, T_j)$$

$T_i$  ve  $T_j$   $i \neq j = 1, 2, \dots, N$  karşılıklı bağımsız olduğu zaman, model (h)'da ikinci terim sıfır olur. Böylece rastgele değişkenlerin toplamlarının varyansı, her bir rastgele değişkenin varyansının toplamına eşit olur.

$\mu$  noktası civarında  $e^{sT}$ 'nin Taylor büyüme serisi kullanılarak,  $T$  rastgele değişkeninin ilk birkaç momenti  $M_T(s) = E\{e^{sT}\}$ 'ye yaklaştırılabilir<sup>10</sup>.

$$e^{sT} = e^{s\mu} + \frac{(T - \mu) s e^{s\mu}}{1!} + \frac{(T - \mu)^2 s^2 e^{s\mu}}{2!} + \frac{(T - \mu)^3 s^3 e^{s\mu}}{3!} + \dots \quad (\text{VIII})$$

Bu denklemin beklenen değeri alınır ise;

$$M_T(s) = E\{e^{sT}\} = e^{s\mu} \left[ 1 + 0 + \frac{\sigma^2 s^2}{2!} + \frac{\mu'_3 s^3}{3!} + \dots \right] \quad (\text{IX})$$

bulunur. Benzer olarak, Taylor büyüme serisi 0 civarına getirilir ise,

$$M_T(s) = E\{e^{sT}\} = 1 + \mu s + \mu_2 s^2/2! + \mu_3 s^3/3! + \dots \quad (\text{X})$$

olarak bulunur.

9 Kim, S.H. ve Hussein, H.E. s. 136.

10 Rosenthal, R.E. (1982:168)

Yukarıdaki ifadenin ilk birkaç terimi alınarak  $\mu_2$  ve  $\mu'_k$  veya  $\mu_k$ 'nin değerlerine dayandırılarak tahmin eğilimi bulunur. Eğer daha çok terim bulunabilir ve toplama dahil edilebilirse, yaklaşımın doğruluğu artacaktır.

Rastgele değişkenli fonksiyonların varyanslarının belirlenmesi ve beklenen değerle ilişkilerinin kurulmasında yaratılacak modellerin işlerliğinin bir anlam kazanabilmesi için çözümün yapılması gerekmektedir.

## 2.1. Nakit Akışlarının Beklenen Değeri

İşletmelerde sürekli olan nakit akışlarının bugünkü değerinin hesaplanması yoluyla, konunun irdelenmesi yerinde olacaktır. Bu bağlamda nakit akışlarının bugünkü değer hesaplamasına ilişkin aşağıdaki modelleri kurmak gerekmektedir.

Nakit akışlarının sürekli olduğu varsayılır ve  $R(t)$   $0 \leq t \leq T$  fonksiyonu ile ilave edilir. Nakit akışlarının devamlılığı  $T$  zamanında son bulur. Burada  $T$  rastgele değişkendir. Genel beklenen değer formülünden birçok özel denklemler oluşturulabilir<sup>11</sup>.

Nakit akışlarının (0) zamanındaki bugünkü değeri;

$$P_R = \int_0^T R(t) e^{-rt} dt \quad (XI)$$

olarak yazılabilir.

Beklenen değeri ise,

$$E(P_R) = E\left\{ \int_0^T R(t) e^{-rt} dt \right\} \text{ dir.} \quad (XII)$$

Üssel fonksiyonel ilişkiler ile nakit akışlarının devamlılığını belirlemek daha hassas bir hesaplama yöntemi olarak uygulanmaktadır. Böyle bir hesaplama yönteminde akış göstergesi aşağıdaki gibi yazılır.

$$R(t) = \sum_{x=0}^k P b_x t^x e^{-st} \quad 0 \leq t \leq T \quad (XIII)$$

11 Spahr, R.W. (1982:279)



Burada  $k, b_x, x = 0, 1, \dots, k$  ve  $g$  sabitler ile  $T$  bağımsız değişkenlerdir.

Beklenen değer aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 E\{P_R\} &= E\left\{\int_0^T R \sum_{y=0}^k b_y t^y e^{-gt} e^{-rt} dt\right\} \\
 &= E\left\{R \sum_{y=0}^k b_y \int_0^T t^y e^{-(r+g)t} dt\right\} \\
 &= E\left\{R \sum_{y=0}^k b_y \left[\frac{y!}{(r+g)^{y+1}} - \sum_{x=0}^k P_x^y \frac{T^{(y-x)} e^{-(r+g)T}}{(r+g)^{x+1}}\right]\right\} \\
 &= \mu_R \sum_{y=0}^k b_y \left[\frac{y!}{(r+g)^{y+1}} - \sum_{x=0}^k P_x^y \frac{M^{(y-x)}(-r+g)}{(r+g)^{x+1}}\right]
 \end{aligned} \tag{XIV}$$

Burada,  $P_x^y = \frac{y!}{(y-x)!}$  dir. Bu modelden,  $R(t)$ 'nin bir çok fonksiyonel

formlarının beklenen bugünkü değerleri türetilir<sup>12</sup>.

$$R(t) = Rbt^k e^{gt}, \quad 0 \leq t \leq T, \quad b, g, k \geq 0 \text{ sabit tamsayılar.}$$

$$b_0 = \dots = b_{k-1} = 0, \quad b_k = b \text{ ve } g = -g \text{ için.}$$

(XIII). ve (XIV). eşitliklerdeki modeller,

$$E\{P_R\} = \mu_R b \left[\frac{k!}{(r+g)^{k+1}} - \sum_{x=0}^k P_x^k \frac{M^{(k-x)}(-r-g)}{(r-g)^{x+1}}\right] \tag{XV}$$

olur.

$g = 0$  olduğunda (XV). eşitlik,

$$E\{P_R\} = \mu_R b \left[\frac{k!}{r^{(k+1)}} - \sum_{x=0}^k P_x^k \frac{M^{(k-x)}(-r)}{r^{x+1}}\right] \tag{XVI}$$

olur.

$R(t) = Rb(T-k)^k, \quad 0 \leq t \leq T$ , burada  $b, k$  sabitler,  $R$  ile  $T$  bağımsız rastgele değişkenlerdir.

$$\begin{aligned}
E\{P_R\} &= E\left\{\int_0^T Rb(T-t)^k e^{-rt} dt\right\} \\
&= E\left\{\int_0^T Rb \sum_{x=0}^k C_x^k(-1)^x T^{k-x} t^x e^{-rt} dt\right\} \\
&= E\left\{Rb \sum_{x=0}^k C_x^k(-1)^x T^{k-x} \int_0^T t^x e^{-rt} dt\right\} \\
&= E\left\{Rb \sum_{x=0}^k C_x^k(-1)^x T^{k-x} \left[ \frac{x!}{r^{(x+1)}} \sum_{z=0}^x P_z^x \frac{T^{x-z} e^{-rT}}{r^{z+1}} \right]\right\} \quad (XVII) \\
&= E\left\{Rb \sum_{x=0}^k C_x^k(-1)^x \left[ \frac{T^{k-x} x!}{r^{(x+1)}} \sum_{z=0}^x P_z^x \frac{T^{k-z} e^{-rT}}{r^{z+1}} \right]\right\} \\
&= \mu_R b \left[ \sum_{x=0}^k C_x^k(-1)^x \left( \frac{x!}{r^{x+1}} E(T^{k-x}) - \sum_{z=0}^x P_z^x \frac{E(T^{k-z} e^{-rT})}{r^{z+1}} \right) \right] \\
&= \mu_R b \left[ \sum_{x=0}^k C_x^k(-1)^x \left( \frac{x!}{r^{x+1}} \mu_{(k-x)} - \sum_{z=0}^x P_z^x \frac{M^{k-z}(-r)}{r^{z+1}} \right) \right]
\end{aligned}$$

Burada  $\mu_{(k-x)} = E(T^{k-x})$ ,  $M(s)$ 'nin  $s = 0$  için hesaplanan  $(k-x)$ . türevidir.

## 2.2. Başlangıç Yatırımının Beklenen Değeri

Nakit akışlarının bugünkü değerleri yanında, başlangıç yatırımının bugünkü değeri elde edilerek yatırımların değerlendirilmesi yapılmalıdır.

Başlangıç yatırımı iki farklı formda işleminden geçirilecektir<sup>13</sup>. İlk form  $I(t) = 0$   $t > 0$  için ve  $I(0) = I$ ,  $T$ 'den bağımsız rastgele değişkendir. İkinci form,  $I(t)$ ,  $t = 0$ 'da başlayıp,  $k$  sabit zamanında sona eren nakit akış göstergesidir.

İlk form için,

$E\{P_1\} = E(I) = \mu_1$  olur. Burada  $\mu_1$ ,  $I$  rastgele değişkeninin ortalamasıdır.

İkinci form için,

$$P_I = \int_0^k I(t) e^{-rt} dt,$$

$$E\{P_I\} = E\left\{\int_0^k I(t) e^{-rt} dt\right\}$$

yazılabilir.

Nakit akış göstergesi R(t) için bulunan  $E\{P_R\}$  yardımı ile I(t)'nin genel fonksiyonları için  $E\{P_I\}$ 'nin değeri bulunabilir.

$$I(t) = \sum_{x=0}^P I_b x t^x e^{-gt}, \quad 0 \leq t \leq k, \quad P, b, g \text{ sabitler}$$

ve I, T'den bağımsız rastgele değişkendir. I(t) göstergesinin bu ifadesi (XIV). eşitlikte yerine konularak,

$$E\{P_I\} = \mu_I \sum_{y=0}^P b_y \left[ \frac{y!}{(r+g)^{y+1}} - \sum_{x=0}^y P_x \frac{k^{(y-x)} e^{-r(g)k}}{(r+g)^{x+1}} \right] \quad (\text{XVIII})$$

elde edilir.

$I(t) = I_b (k-t)^P \quad 0 \leq t \leq k, \quad P, b$  sabitler, (XVII). eşitlikte yerine konularak,

$$E\{P_I\} = \mu_I b \sum_{x=0}^P C_x^P (-1)^x \left[ \frac{k^{P-x} x!}{r^{x+1}} - \sum_{z=0}^x P_z \frac{k^{P-z} e^{-rk}}{r^{z+1}} \right] \quad (\text{XIX})$$

elde edilir.

### 2.3. Yatırımın Hurda Değerinin Beklenen Değeri

Yatırım projelerinin sürekliliği içinde oluşan nakit akışlarının son bulunduğu zamandaki hurda değerinin bugünkü değerine ilişkin modelleri yaratmak gerekir.

S(T) fonksiyonu T yılında oluşacak yatırımın hurda değerini ifade eder. T rastgele bir değişken olduğundan  $P(S, T) = S(T)e^{-rt}$  fonksiyonu da rastgeledir.

S(T)'nin beklenen bugünkü değerini bulmak için gereken model aşağıdaki gibi oluşturulabilir<sup>14</sup>.

14 Young, D.B. ve Tüfekci, S (1987:311)

$$E\{P(S,T)\} = E\{S(T) e^{-rT}\} = \int_a^b S(t) e^{-rt} f(t) dt \quad (XX)$$

Genel modellerden kolaylıkla,  $S(T)$ 'nin birçok fonksiyonel formunun beklenen bugünkü değeri çıkarılabilir. Çok terimli  $S(T)$  fonksiyonunun,

$$S(T) = S \sum_{x=k_1}^{k_2} b_x T^x, \quad 0 \leq k_1 \leq k_2, \quad k_2 \geq k_1$$

$b_x$ ,  $x = k_1, k_1 + 1, \dots, k_2$  sabitler ve  $S, T$ 'den bağımsız rastgele değişken olarak

$$E\{P(S)\} = E\left\{S \sum_{x=k_1}^{k_2} b_x T^x e^{-rT}\right\} \quad (XXI)$$

beklenen değer formülünü yazabiliriz.  $S$  ve  $\sum_{x=k_1}^{k_2} b_x T^x e^{-rT}$  bağımsızdır ve şöyle yazılabilir<sup>15</sup>.

$$\begin{aligned} \{P_s\} &= E(S)E\left\{S \sum_{x=k_1}^{k_2} b_x T^x e^{-rT}\right\} \\ &= \mu_s \sum_{x=k_1}^{k_2} b_x E\{T^x e^{-rT}\} \\ &= \mu_s \sum_{x=k_1}^{k_2} b_x M_T^{(x)}(-r) \end{aligned} \quad (XXII)$$

Burada  $\mu_s$ ,  $S$  rastgele değişkeninin ortalaması ve  $M_T^{(x)}(-r)$ ,  $M_T(s)$ 'nin  $(-r)$ 'deki  $x$ . türevidir.

$S(T) = SbT^k e^{g(T-a)}$  fonksiyonunun beklenen bugünkü değeri,

$$\begin{aligned}
E\{P_s\} &= E\{SbT^k e^{s(T-a)} e^{-rT}\} \\
&= E\{Sb e^{sa} T^k e^{-(r-s)T}\} \\
&= b e^{-sa} E\{S\} E\{T^k e^{-(r-s)T}\} \\
&= b e^{-sa} \mu_s M^{(k)}(-r-g)
\end{aligned}
\tag{XXIII}$$

olarak bulunur. Burada  $\mu_s = E(S)$  ve  $M^{(k)}(-r-g)$ ,  $f(t)$  fonksiyonunun  $-(r-g)$ 'deki  $k$ . türevidir.

## SONUÇ

İşletmelerde olası nakit akışlarının bugünkü değerlerinin elde edilmesinde, rastgele değişkenlerin modele dahil edilmesi üzerinde durulmaya çalışılmıştır. Nakit akışlarının bugünkü değerlerinin oluşturulmasında yöntemlerin nasıl olacağı konusu açıklanmıştır. Problemlerin rastgele değişkenlerin karşılıklı bağımsız oldukları halde,  $P_S$  ve  $P_R$  bugünkü değerleri aynı rastgele  $T$  zamanında iskonto edildikleri için ilişkili oldukları sonucu elde edilmektedir.

## KAYNAKLAR

- Giacotto, C.;** "A Simplified Approach to Risk Analysis in Capital Budgetting with Serially Correlated Cash Flows", *The Engineering Economist*, Vol. 29, No. 4, 1984.
- Hillier, F.S.;** "The Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investments", *Management Science*, Vol. 9, 1963.
- Kim, S.H. ve Hussein, H.E.;** "Safety Margin Allocation and Risk Assessment Under The NPV Method", *Journal of Business Finance*, Vol. 12, No. 1, 1985.
- Park, C.S.;** "Probabilistic Benefit-Cost Analysis", *The Engineering Economist*, Vol. 29, No. 2, 1984.
- Rosenthal, R.E.;** "The Variance of Present Worth of Cash Flows Under Uncertain Timing", *The Engineering Economist*, Vol. 23, No. 3, 1978.
- Spahr, R.W.;** "Basic Uncertainty in Capital Budgeting: Stochastic Reinvestment Rates", *The Engineering Economist*, Vol. 27, No. 4, 1987.

Young, D. ve Contreras, L.E.; "Expected Present Worths of Cash Flows Under Uncertain Timing", *The Engineering Economist*, Vol. 20, No. 4, 1975.

Young, D.B. ve Tüfekci, S.; "Moments of the Present Worths of General Probabilistic Cash Flows Under Random Timing", *The Engineering Economist*, Vol. 32, No. 4, 1987.