Uludağ Üniversitesi
İktisat ve İdari Bilimler Dergisi
Cilt VI, Sayı 1, Nisan 1985

İŞ ATÖLYESİ DÜZENLEME PROBLEMİ VE ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

A. Serdar ESEN*

1. GİRİŞ

Gelişen teknoloji ve artan nüfus yanında kaynakların sınırlı oluşu, ana amacı kârlılık olan işletmeleri üretimin her alanında planlı davranmaya zorlamaktadır. Kârını eniyileme çabasındaki işletmeler bir yandan üretimi arttırmaya çalışırken, öte yandan hammadde, insan, makina gibi üretim unsurlarını kısıtlı biçimde kullanarak maliyeti düşürmeyi amaçlamaktadırlar. Kuşkusuz ki maliyeti düşürücü unsurlardan biri de zamandır. Diğer unsurlarda değişiklik olmaksızın bir dizi işin tamamlanması için gerekli sürenin azaltılması, en azından işçi maliyetindeki azalmanın etkisiyle, toplam maliyeti düşürecektir.

"İş atölyesi düzenleme problemi", n tane işin m tane makinanın her birinden geçerek yapılmasının sözkonusu olduğu durumlarda, bunların oluşturduğu sonlu bir seçenekler kümesi arasından amaç fonksiyonunu eniyileyen seçeneğin belirlenmesi olarak tanımlanmaktadır. Bu durumda en iyi düzenleme, tüm işlerin tüm makinalarda işlenmesi için geçen toplam süreyi en az'a indirgeyen bir sıralamadır[1]. Problemin çözümünde, bir işin (j — 1). makinadan geçmeden j. makinaya gelemiyeceği ve her işin tüm makinalardaki işlem sürelerinin bilindiği varsayılmaktadır. Bu tür bir düzenleme probleminde, kuramsal olarak $(n!)^m$ farklı düzenleme yapılabilmekte olup, bu düzenlemeler,

i) Teknolojik olarak uygundurlar, yani her iş tüm makinalardan geçerek yapılacaktır,

ii) Teknolojik olarak uygun olan düzenlemelerden en az biri optimal (en iyi) çözümdür[2].

"İş atölyesi düzenlemesi" adıyla bilinen bu problem, dört unsura göre sınıflandırılmaktadır[3];

---

* *Ar. Gör. Dr., Uludağ Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi.*

1 Wagner, Harrey M., "Principles of Operations Research with Application to Managerial Decisions", Prentice-Hall, International Inc., London-1969, s. 447.

2 Sasieni, Maurice — Yaspan, Arthur — Friedman, Lawrence, "Operations Research-Methods and Problems", John Wiley and Sons, Inc., New York-1959. s. 250.

3 Johnson, Lynwood A. — Montgomery, Douglas, C., "Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control", John Wiley and Sons Inc., New York-1974, s. 322.

i) İşin varış durumu: Eğer n iş o anda boş olan bir makinaya aynı anda varıyorlarsa, düzenleme problemi "statik"tir. Buna karşılık eğer işler boş olan bir makinaya rassal bir sürece bağlı olarak aralıklı bir biçimde varıyorlarsa düzenleme problemi "dinamik"tir.

ii) İş atölyesini oluşturan makina sayısı (m): m'in farklı değerleri için farklı düzenleme problemleri sözkonusudur.

iii) İşlerin makinalardan geçiş (akış) süreci: Eğer tüm işler aynı yolu izliyorlarsa, atölye "akış tipli" bir atölyedir. İşlerin belirli bir yolu izlemediği durumlarda ise, "rassal yollu" iş atölyesinden söz edilir.

iv) İş atölyesinin işleyişini değerlemede kullanılan ölçüt: Değerleme ölçütü olarak, genellikle, tüm işlerin tamamlanması için gerekli toplam zaman dikkate alınır. Amaç, bu toplam zamanı en az yapan düzenlemeyi gerçekleştirmektir. Ayrıca, işlerin gecikme zamanı, ortalama gecikme zamanı, ortalama akış süresi, makinaların verimliliği, akış zamanındaki gecikmenin dağılımının varyansı gibi ölçütlere de başvurulabilmektedir.

2. DÜZENLEME PROBLEMİNDE FARKLI DURUMLAR VE ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

İş atölyesi düzenlemesi problemi, atölyedeki makina sayısı ve bu makinalarda işlenecek iş sayısına bağlı olarak farklı yöntemlerle çözülür. Aşağıda bu farklı durumlar ile bunlara ilişkin çözüm yöntemleri tanıtılacaktır.

2.1. N İŞ – 1 MAKİNA

En basit düzenleme problemi, n işin tek makinada işlenmesi için en iyi sıralamanın belirlenmesidir. $t_1, t_2, \ldots, t_n$ her işin sözkonusu makinadaki işlem süreleri ise ve bunlar tam olarak biliniyorlarsa, n! kadar farklı düzenleme olacaktır. Bu problemde, tüm düzenlemelerin toplam işlem sürelerinin eşit olduğu varsayılmaktadır. Bu nedenle farklı bir değerleme ölçütü seçilerek, ortalama akış zamanını en az yapan bir düzenleme yapılacaktır.

Ortalama akış zamanını en az yapan bir düzenleme, tüm işleri azalmayan işlem sürelerine göre sıralayarak yapılabilir. Böylece,

$$t_{(1)} \leqslant t_{(2)} \leqslant t_{(3)} \leqslant \ldots\ldots \leqslant t_{(n)}$$

sıralaması elde edilir. Burada (i), bir düzenlemede sıradaki durumu göstermektedir. Örneğin, $t_{(1)}$, düzenlemede ilk sıradaki işin işlem süresini belirtir. Bu yöntem "en kısa işlem süresi sıralaması" olarak adlandırılır[4].

Yukarıdaki yönteme göre sıralanan işlerin, en az ortalama akış süresine sahip düzenleme olduğu aşağıdaki biçimde ispatlanabilir.

Herhangi bir düzenlemede k. sıradaki bir işin akış süresi,

$$F_{(k)} = \sum_{i=1}^{k} t_{(i)}$$

---

4 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 324.

dir. Sıralamadaki n işin ortalama akış süresi ise,

$$\bar{F} = \frac{\sum_{k=1}^{n} F_{(k)}}{n} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{k} t_{(i)}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-i+1)\, t_{(i)}}{n}$$

olacaktır. İki dizinin karşılıklı terimlerinin çarpımları toplamı, dizilerden birini artmayan sırada, diğerini ise azalmayan sırada düzenlemekle minimize edilebilir. $(n - i + 1)$ katsayıları artmayan sırada olduklarından, $\bar{F}$ yi en aza indirebilmek için işleri, işlem süreleri azalmayan sırada olacak biçimde düzenlemek gerekmektedir. Böylece en az ortalama akış süresini veren düzenleme elde edilir. Benzer biçimde, bu yöntemin, ortalama bekleme süresini ve ortalama gecikme süresini de en aza indirdiği ispatlanabilecektir[5].

Çoğu durumlarda tüm işler aynı önemde değildirler. Böyle bir durumda, her işin önem ağırlığını W_i ile gösterecek olursak, ortalama ağırlıklı akış süresi,

$$\bar{F}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i F_i}{n}$$

biçiminde hesaplanabilir. Bu durumda işlerin sıralaması aşağıda olduğu gibidir.

$$\frac{t_{(1)}}{W_{(1)}} \leqslant \frac{t_{(2)}}{W_{(2)}} \leqslant \ldots\ldots \leqslant \frac{t_{(n)}}{W_{(n)}}$$

2.2. N İŞ – 2 MAKİNA

Bu problemde n iş, 2 makinadan geçerek işlenmektedir. Tüm işlem süreleri bilinmekte olup, amaç, ilk işin başlangıcından son işin bitimine kadar geçen süreyi en az yapmaktır. Problem, işlerin aynı ya da farklı teknolojik sıralamaya sahip oluşlarına göre, iki ayrı biçimde incelenebilir.

2.2.1. İşlerin Aynı Teknolojik Sıralamaya Sahip Olduğu İş Atölyesi – Johnson Çözüm Yöntemi

Toplam süreyi en az yapan sıralamanın her iki makina için de aynı olduğu bu düzenlemeye ilişkin hesap yöntemi S.M. Johnson tarafından geliştirilmiştir. İşlem basamakları aşağıdaki biçimdedir[6].

i) $t_{11}, t_{21}, t_{31}, \ldots\ldots, t_{n1}, t_{12}, t_{22}, t_{32}, \ldots\ldots, t_{n2}$ işlem süreleri arasından en küçüğü seçilir. En küçük işlem süresi birden fazla ise, herhangi biri seçilebilir.

ii) En küçük işlem süresi t_{i1} ise, diğer bir deyişle, 1. makinaya ilişkinse, i. iş ilk sıraya koyulur. Sözkonusu süre t_{i2}, yani 2. makinaya ilişkin, olduğunda ise i. iş son sıraya yerleştirilir. Alınan bu karar hem 1. hem de 2. makinalara uygulanacaktır.

iii) Geriye sıralanacak $n - 1$ iş kalmıştır. Bu işler için de 1. ve 2. işlem basamakları yeniden uygulanır.

iv) Tüm işler sıralanana kadar işlemler sürdürülür. Sonuçta ulaşılan sıralama,

---

5 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 325.
6 Sasieni-Yaspan-Friedman, a.g.k., s. 255.

toplam süreyi en az yapan düzenlemedir.

Yukarıdaki algoritmada $_{ij}$, i. işin j. makinadaki işlem süresini belirtmekte ve tüm işler önce 1. makinada, daha sonra da 2. makinada işlenmektedir. Bu çözüm yönteminin mantığını şöyle açıklayabiliriz[7].

$t_{(i)1}$: Sıralamada 1. sıradaki bir işin 1. makinadaki işlem süresi,

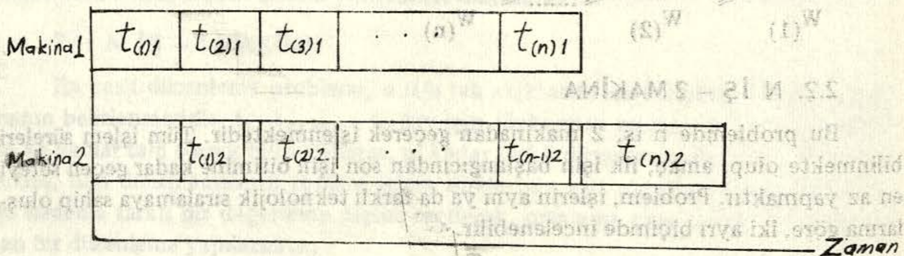
$t_{(i)2}$: Sıralamada i. sıradaki bir işin 2. makinadaki işlem süresi olsun. Böyle bir durumda son işin, n işin 1 no'lu makinada kapladığı zaman ile, son iş için 2. makinada gerekli zaman toplamından önce bitemiyeceği açıktır. Diğer bir deyişle,

$$F \geqslant \sum_{i=1}^{n} t_{(i)1} + t_{(n)2} \qquad (1)$$

olacaktır. Aynı şekilde son işin, n iş için 2. makinada gerekli olan toplam zaman ile, 2. makinanın çalışmaya başlamasından önce geçen gecikme zamanı (yani 1. işin 1. makinadaki işlem süresi)nin toplamından daha önce tamamlanamayacağını söyleyebiliriz. Bu durumu da,

$$F \geqslant \sum_{i=1}^{n} t_{(i)2} + t_{(1)1} \qquad (2)$$

biçiminde yazabiliriz. Yukarıdaki (1) ve (2) no'lu eşitsizlikler, Şekil-1'den de izlenebilir.



Şekil: 1

N İş - 2 makina düzenleme probleminin Gannt diyagramı ile gösterimi

Sözkonusu eşitsizliklerde toplam işlemlerinin sıralamadan etkilenmeyeceği görülecektir. Böylece toplam işlem süresi ancak, $t_{(n)2}$ ve $t_{(1)1}$'in değerlerine bağlı olur. Bu nedenle adıgeçen yerlere, en küçük işlem süresine sahip işler koyulmalıdır. j = 1 olduğunda, $t_{(1)1}$'i en az yapmak için bu iş ilk sıraya; j = 2 olduğunda ise, $t_{(n)2}$'nin en az olması için bu iş son sıraya yerleştirilir. İlk iş için bu düzenleme yapıldıktan sonra, diğer (n — 1) iş için de aynı işlemler yinelenecektir[8].

Problem, toplam işlem süresinin minimize edilmesi yerine, boş (aylak) zamanın minimize edilmesi biçiminde de belirlenerek aynı yöntemle çözülebilir[9].

7 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 326.

8 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 326-327.

9 Miller, David W. — Starr, Martin K., "Executive Decisions and Operations Research", Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1969, s. 278-279.

2.2.2. İşlerin Farklı Teknolojik Sıralamaya Sahip Olduğu İş Atölyesi – Jackson Çözüm Yöntemi

İşlerin makinalardan aynı sırada geçmediği, akış tipinde olmayan, atölyelerde en iyi düzenlemenin elde edilmesi için Johnson yönteminden yararlanılamamaktadır. Jackson, Johnson'un algoritmasını bu tür durumlara uygulayarak yeni bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntemi aşağıdaki biçimde açıklayabiliriz[10].

i) n iş aşağıdaki dört kümeye ayrılır.

A: Sadece 1. makinada işlenen işler,

B: Sadece 2. makinada işlenen işler,

AB: Önce 1. ve sonra 2. makinada işlenen işler,

BA: Önce 2. ve sonra 1. makinada işlenen işler.

ii) İlk olarak AB kümesindeki işler Johnson yöntemine göre sıralanır. Sonra BA kümesindeki işlere aynı yöntem uygulanır. A ve B kümelerindeki işler için ise rastgele bir sıralama seçilir.

iii) Son olarak iş kümeleri aşağıdaki biçimde, her kümedeki sıralamayı bozmadan birleştirilir;

1. makina: Önce AB kümesi, sonra A kümesi ve son olarak da BA kümesindeki işler.

2. makina: Önce BA kümesi, sonra B kümesi ve son olarak da AB kümesindeki işler.

2.3. N İŞ – 3 MAKİNA

Bu problemde tüm işlerin, 3 makinada aynı teknolojik sıra ile (1,2,3) işlem gördüğü varsayılmaktadır. Bazı özel koşullarda Johnson ve Szware yöntemleriyle çözülebilen bu problemin diğer bir çözüm yöntemi "dal ve sınır" yöntemidir. Aşağıda bunlara sırayla değinilecektir.

2.3.1. Johnson Yönteminin Özel Durumlara Uygulanması

N İş-3 makina problemi, aşağıdaki koşullardan bir ya da iki tanesi sağlandığında, Johnson yöntemiyle çözülebilir[11]

i) 1. makinanın en küçük işlem süresi, en azından 2. makinanın en büyük işlem süresi kadar olmalıdır,

ii) 3. makinanın en küçük işlem süresi, en azından 2. makinanın en büyük işlem süresi kadar olmalıdır.

Bu yöntem n iş-3 makina problemini, n iş-2 makina durumuna dönüştürmektedir. Böylece yaratılan hayali makinaları A ve B ile gösterdiğimizde, bunların işlem süreleri olan A_i ve B_i aşağıdaki gibi olacaktır;

$$A_i = t_{i1} + t_{i2}$$

$$B_i = t_{i2} + t_{i3}$$

---

10 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 327-328. Ayrıntılı bilgi için bkz. Jackson, J.R. "An Extension of Johnson's Results on Job-Lot Scheduling," Naval Reserach Lojisties quarterly, 3(3), 1956.

11 Sasieni-Yaspan-Friedman, a.g.k., s. 257.

Diğer bir deyişle yeni yaratılan A makinasının işlem süreleri 1. ve 2. makinaların işlem sürelerinin toplamına, B makinasının işlem süreleri ise 2. ve 3. makinaların işlem sürelerinin toplamına eşit olmaktadır. Daha sonra, oluşturulan n iş-2 makina problemi Johnson yöntemi ile çözülebilir. Elde edilen en iyi düzenleme, gerçek problem içinde en iyi olacaktır.

Johnson çözüm yönteminin, n iş-3 makina probleminin bir başka özel durumuna uygulanması da şöyledir: İlk iki makina ile son iki makinaya Johnson 2 makina yöntemi uygulanır. Eğer her ikisi de aynı sıralamayı veriyorsa düzenleme optimaldir[12].

2.3.2. Szware Yönteminin Özel Durumlara Uygulanması

N İş-3 makina problemi, farklı bazı koşulların sağlandığı durumlarda, Szware'ın önerdiği birkaç değişik yöntem yardımıyla da çözülebilir. Bunlardan bazıları aşağıda açıklanmıştır[13].

a) Min $t_{i2} \geqslant$ Maks t_{i1} $(i = 1, \ldots\ldots, n)$ koşulu sağlanıyorsa, problem şu işlem basamaklarına göre çözülür.

i) İkinci ve üçüncü makinalara Johnson iki makina çözüm yöntemi uygulanarak bir sıralama elde edilir.

ii) 1. adımda bulunan sıralamadaki 1. işin 1. makinadaki işlem süresi (t_{i1}) ile, diğer işlerin 1. makinadaki işlem süreleri karşılaştırılır. t_{i1}'den daha küçük işlem sürelerine sahip olan her i işi, sıranın ilk konumuna getirilerek yeni sıralamalar oluşturulur.

iii) Yeni elde edilen tüm sıralamaların toplam süreleri karşılaştırılarak, en iyi düzenleme belirlenir.

b) Min $t_{i2} \leqslant$ Maks t_{i3} $(i = 1, \ldots\ldots, n)$ koşulu sağlanıyorsa, çözüm basamakları aşağıdaki gibidir.

i) Birinci ve ikinci makinalara Johnson iki makina çözüm yöntemi uygulanarak bir sıralama elde edilir.

ii) Birinci adımda bulunan sıralamadaki son işin üçüncü makinadaki işlem süresi (t_{i3}) ile, diğer işlerin üçüncü makinadaki işlem süreleri karşılaştırılır. t_{i3}'den daha küçük işlem süresine sahip her iş, sıranın son konumuna getirilerek yeni sıralamalar oluşturulur.

iii) Yeni elde edilen tüm sıralamaların toplam süreleri karşılaştırılarak, en iyi düzenleme belirlenir.

2.3.3. Dal-Sınır Yöntemi

N İş-3 makina probleminin ancak belirli özel koşullar altında Johnson ya da Szware yöntemleri yardımıyla çözülebildiğini yukarıda açıkladık. Bu koşulların sağlanmadığı durumlarda ise "dal-sınır" yöntemine başvurulmaktadır. Tüm koşullarda

---

12 Kıran, Ali Ş. — Tanyaş, Mehmet, "Akış Tipi Atölyelerde Üretim Programlama Problemine Sezgisel Bir Yaklaşım", Yöneylem Araştırması, 4. Ulusal Kongresi, 21-23 Haziran 1978, İstanbul, s. 5.

13 Kıran-Tanyaş, a.g.k., s. 6-7.

14 McMahon, G.B. — Burton, P.G., "Flow-Shop Scheduling With the Branch and Bound Method", Operations Research, Vol: 15, No: 3, May-June 1967, s. 473.

15 McMahon-Burton, a.g.k., s. 473.

uygulanabilen bu yöntem Little, Murty, Sweeney ve Karel tarafından "gezgin satıcı problemi"nde kullanılmak üzere geliştirilmiş ve Ionall, Schrace ve Lommnicki, yöntemi akış tipi iş atölyesi düzenleme problemlerine uygulamışlardır. Bu problemde her işin makinalardan herbirinde sadece bir kez işlem gördüğü ve her makinanın aynı anda tek bir iş yaptığı varsayılmaktadır. İşlerin makinalardaki işlem sıraları aynı (1,2,3) olup, tüm işlem süreleri bilinmekte ve toplam süreyi en az yapan düzenlemenin bulunması amaçlanmaktadır[14].

Yöntemin özü, işlerin tüm olası düzenlemelerini giderek küçülen kümelere bölmek ve bunların herbiri için, kümedeki düzenlemelerin en küçük işlem süreleri üzerinden, bir alt sınır belirlemektir[15]. Bu yöntem, problemi bir ağaç biçiminde tanımlamayı gerektirmekte ve ağacın her düğümü bir kısmi çözüm oluşturmaktadır. Her düğümde, ondan çıkan tüm düğümler için bir alt sınır hesaplanmakta ve ağaçtaki ilk düğüm, hiçbir işin düzenlenmediği başlangıç durumuna karşı gelmektedir. Bu düğümden, ilk sıraya konulabilecek olası n iş'e karşı gelen n dal çıkar. Bu dallara ilişkin düğümlerin herbirinden ise, sıralamada 2. sıraya yerleştirilecek işlere karşı gelen n — 1 dal çıkacaktır. N! kadar olası düzenleme olacağından, ağaçta 1 + n + n (n — 1) + ... + n! sayıda düğüm bulunur[16].

Çözümün her aşamasında tüm düğümler incelenerek, dallandırma için en küçük alt sınıra sahip olan düğüm seçilir. Tüm işlerin düzenlenmesini içeren ve diğer tüm düğümlerin alt sınırlarından daha küçük ya da eşit işlem süresine sahip bir düğüm belirlendiğinde, bu düzenleme, problemin en iyi (optimal) çözümüdür. Bu yöntem ile, mümkün olan en az sayıda düğümün incelenmesi yoluyla optimal çözüme ulaşılabilmektedir[17].

Ağacın her düğümü, 1'den n'e kadar olan işleri içeren kısmi bir sıralamayı göstermekte idi. Herhangi bir düğümün, örneğin P'nin sıralaması J_r olsun, J_r, n işin r boyutlu ($1 \leqslant r \leqslant n$) bir alt kümesidir. $T_1(J_r)$, $T_2(J_r)$ ve $T_3(J_r)$ sırasıyla 1., 2. ve 3. makinaların J_r sıralamasındaki işlerle ilgili işlem bitiş zamanları olduğunda, J_r sıralaması ile başlayan tüm düzenlemelerin toplam sürelerine ilişkin alt sınır,

$$AS(P) = AS(J_r) = \text{Maks} \begin{cases} T_1(j_r) + \sum\limits_{i \in \bar{J}_r} t_{i1} + \min \sum\limits_{i \in \bar{J}_r} (t_{i2} + t_{i3}) \\ T_2(J_r) + \sum\limits_{i \in \bar{J}_r} t_{i2} + \min \sum\limits_{i \in \bar{J}_r} t_{i3} \\ T_3(J_r) + \sum\limits_{i \in \bar{J}_r} t_{i3} \end{cases}$$

olacaktır. Burada $\bar{J}_r$, henüz sıralanmamış n — r işin oluşturduğu küme'dir[18].

Bu yöntemin uygulanmasında yapılacak işlemler, ağacın düğüm noktalarını belirleyerek, bunlar için alt sınırların hesaplanmasıdır. Dallandırma işlemi, her zaman, en küçük alt sınıra sahip olan düğümden yapılır. Bu düğümden yapılan dallan-

---

16 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 329.
17 McMahon-Burton, a.g.k., s. 473.
18 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 329.
19 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 330.

dırmada, düzenlenmemiş her iş için, bunları düzenlenmiş işlerin kısmi sıralamasının sonuna ekleyerek yeni bir düğüm yaratılmaktadır. Daha sonra, yukarıdaki formülden yararlanılarak alt sınırlar hesaplanır. En küçük alt sınıra sahip ve n işten tümünün düzenlendiği bir düğüme ulaşıldığında, problem çözülmüştür ve bu düğümdeki sıralama optimaldir. Bu işlemler gerçekleştirilirken üstünlük ilkesine de başvurulmaktadır. Örneğin, J_r ve I_r aynı r işi içeren sıralamalar ise, $T_2(J_r) \leqslant T_2(I_r)$ ve $T_3(J_r) \leqslant T_3(I_r)$ olduğunda, J_r düğümü yaratıldığı zaman I_r sıralamasını içeren düğüm geçerliliğini yitirmiş olmaktadır[19].

2.4. 2 İŞ, M MAKİNA

2 işin m makinadan geçerek işlendiği iş atölyesi düzenleme probleminin varsayımları şunlardır[20]:

a) m tane makina bulunmaktadır;

b) Sadece 2 iş vardır,

c) 2 işten her birinin m makinadan geçiş sırasına ilişkin teknolojik sıralama önceden belirlenir ve bu sıralama her iki iş için farklı olabilir,

d) Tüm işlem süreleri bilinmektedir.

Bu problemde de, ilk işin başlangıcı ile son işin bitişi arasındaki toplam süreyi en az yapacak düzenlemenin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Problemin çözümünde genellikle "sayısal olmayan çözüm yöntemi" ya da "grafik çözüm yöntemi" kullanılmaktadır. Aşağıda bu iki yöntem açıklanacaktır.

2.4.1. Sayısal Olmayan Çözüm Yöntemi

2 işin m makinada düzenlenmesine ilişkin sayısal olmayan çözüm yöntemini bir örnek üzerinde açıklayalım[21].

2 iş A,B,C,D gibi 4 makinadan geçerek yapılmaktadır. İşlerin makinalardan geçişine ilişkin teknolojik sıralama aşağıdaki gibidir.

1. İş: A-B-C-D

2. İş: D-B-A-C

İşlerin makinalardaki işlem süreleri ise,

	A makinası	B makinası	C makinası	D makinası
1. iş	2	4	5	1
2. iş	2	5	3	6

biçiminde verilmiştir.

Başlangıçta, yani sıfır anında ya 1. iş A makinasında, ya da 2. iş D makinasında işlem görecektir. Ancak her iki işin birlikte başlatılıp başlatılmayacağı belirli değildir. İşlerden birini önceden başlatarak, diğer makinayı bir süre boş tutmak kazançlı olabilir. Bu durum daha sonraki evrelerde de ortaya çıkabilecektir.

Burada 2 işin yapılması sözkonusu olduğundan, problem, her makina için işlerin (1,2) ya da (2,1) sırasına göre mi yapılacağının belirlenmesidir. Bu şekildeki m kararın oluşturduğu küme, düzenlemeyi oluşturacaktır.

---

20 Sasieni-Yaspan-Friedman, a.g.k., s. 258.
21 Sasieni-Yaspan-Friedman, a.g.k., s. 258-261.

Çözümün ilk adımı olarak, tüm olası düzenlemeleri içeren bir tablo düzenlenir. 2 iş ve m makina olduğundan, 2^m olası düzenleme bulunacaktır. (Burada m = 4 olduğundan 16 farklı düzenleme yapılabilir). Sözkonusu tabloyu düzenlemeden önce, tabloda kullanılacak sembolleri açıklayalım.

a = A makinasında 1. iş 2. iş'ten önce yapılacak

$\bar{a}$ = A makinasında 2. iş 1. iş'ten önce yapılacak

B, C ve D makinaları için de benzer semboller kullanıldığında, olası 16 düzenlemeyi içeren aşağıdaki tablo oluşturulabilir.

Düzenleme Numarası

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\bar{a}$	a	$\bar{a}$	a	$\bar{a}$	a	$\bar{a}$	a	$\bar{a}$	a	$\bar{a}$	a	$\bar{a}$	a	$\bar{a}$	a
$\bar{b}$	$\bar{b}$	b	b	$\bar{b}$	$\bar{b}$	b	b	$\bar{b}$	$\bar{b}$	b	b	$\bar{b}$	$\bar{b}$	b	b
$\bar{c}$	$\bar{c}$	$\bar{c}$	$\bar{c}$	c	c	c	c	$\bar{c}$	$\bar{c}$	$\bar{c}$	$\bar{c}$	c	c	c	c
$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	d	d	d	d	d	d	d	d

Yukarıdaki düzenlemeler iki işin herhangi bir makinadaki sıralarını vermekte, ancak herhangi bir iş için makinaların teknolojik sıralamasını vermemektedir. Bu nedenle başlangıçta verilen teknolojik sıralamaya uygun olmayan düzenlemeler, tablodan çıkarılır. Bu işlemde aşağıdaki kural'a göre hareket edilecektir.

"X makinasının 1. iş için Y makinasından önce geldiğini, 2. iş için ise Y makinasının X makinasından önce kullanıldığını varsayalım. Bu durumda, hem $\bar{x}$, hem de y kararlarını birlikte içeren düzenlemeler teknolojik olarak uygun olamazlar."

İncelediğimiz problemde, verilen teknolojik sıralamalara göre iki iş için ters sıralarda görülen makina çiftleri AB, AD, BD ve CD'dir[22]. Bu durumda $\bar{a}$b, $\bar{a}$d, $\bar{b}$d ve $\bar{c}$d'yi içeren tüm düzenlemeler teknolojik olarak uygun olmayacaktır. Böylece 3,7,9,10,11,12,13,14 ve 15. düzenlemelerin elenmesiyle aşağıdaki tablo elde edilir.

Düzenleme Numarası

1	2	4	5	6	8	16
$\bar{a}$	a	a	$\bar{a}$	a	a	a
$\bar{b}$	$\bar{b}$	b	$\bar{b}$	$\bar{b}$	b	b
$\bar{c}$	$\bar{c}$	$\bar{c}$	c	c	c	c
$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	d

Teknolojik olarak uygun olan bu düzenlemelere de aşağıdaki kurallar uygulanarak, optimal olamayacak düzenlemeler ayıklanabilirler[23].

22 1. iş için A makinası B makinasından önce, 2. iş için ise B makinası A makinasından önce kullanılmaktadır. AD, BD ve CD çiftleri için de aynı durum sözkonusudur.

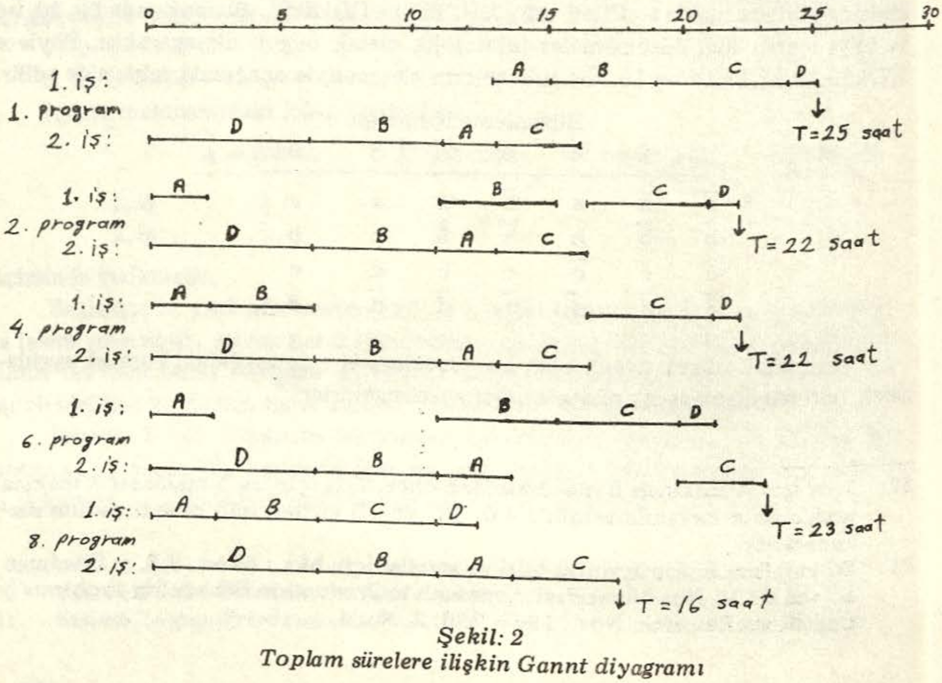
23 Bu kurallara ilişkin ayrıntılı bilgi ve ispatlar için bkz.: Akers, S.B. — Friedman Jr. and J. "A Non-Numerical Approach to Production Scheduling Problems", Operations Research, Nov.: 1955, Vol: 3, No: 4.

Kural	Teknolojik Sıralama 1. iş	2. iş	Elenecek Düzenlemeler
I	X ..... Y	Y	xy
II	X ..... Y ...	..... XY	$\overline{xy}$
III	..... X ...... Y	..... XY	$\bar{x}y$
IV	..... XY	X ..... Y ...	$x\bar{y}$
V	..... XY ... Z ...	..... XY .... Z	$x\bar{y}z$
VI	..... X .... YZ ..	..... XY .... Z	$\bar{x}y\bar{z}$

Problemimizde her iki iş için teknolojik sıralamalar ABCD ve DBAC olduğundan, I. kural gereğince ad'yi içeren düzenlemeler (16. düzenleme) elenecektir. II. kurala göre de ac'yi içeren düzenlemeler (5. düzenleme) elenir. Bu durumda geriye kalan düzenlemeler şunlardır:

Düzenleme Numarası 1	2	4	6	8
$\bar{a}$	a	a	a	a
$\bar{b}$	$\bar{b}$	b	$\bar{b}$	b
$\bar{c}$	$\bar{c}$	$\bar{c}$	c	c
$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$	$\bar{d}$

Bunlar, teknolojik olarak uygun ve optimalite kurallarına ters düşmeyen düzenlemelerdir. Son olarak bu düzenlemelerin tümü için toplam süreler hesaplanarak, en küçük toplam süreye sahip olan düzenleme optimal olarak seçilir. Bu konuda Gantt diyagramından yararlanılabilmektedir. Yukarıdaki düzenlemelerin toplam sürelerini gösteren diyagramlar Şekil: 2'dedir.



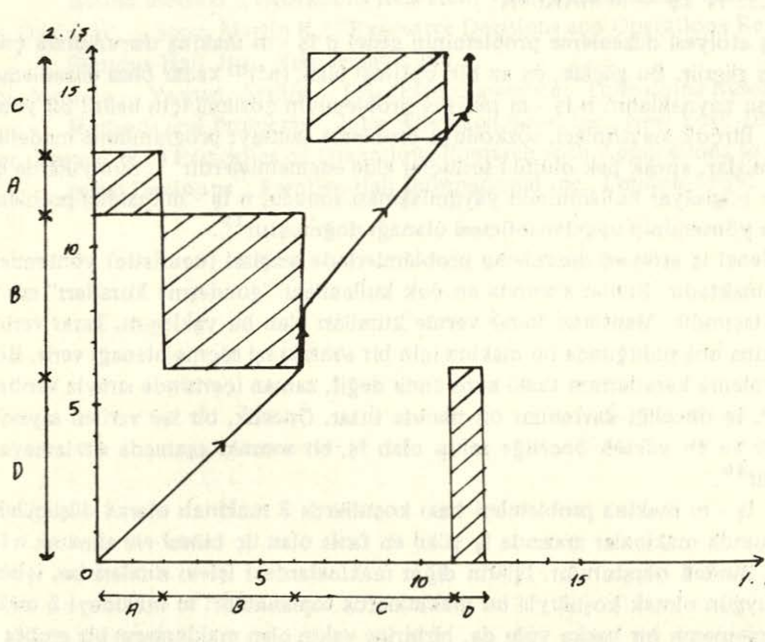
Şekil: 2
Toplam sürelere ilişkin Gannt diyagramı

Böylece en düşük toplam işlem süresine sahip olan 8. düzenleme optimal olarak seçilecektir.

2.4.2. Grafik Yöntemi İle Çözüm

2 iş - m makina problemi, basit bir grafik yöntemi ile de çözülebilir. Bu yöntem ilk olarak Akers ve Friedman tarafından önerilmiş ve daha sonra Hardgrave ve Nemhauser, yöntemi geliştirmişlerdir[24].

Yöntemin uygulanışı oldukça kolay olup, ulaşılan sonuçlar, her zaman optimal olmasa da, genellikle iyidir[25]. İlk olarak eksenler çizilerek yatay eksende 1. iş'e ilişkin işlem süreleri, düşey eksende ise 2. iş'e ilişkin işlem süreleri gösterilir. Her eksen üzerinde, verilen teknolojik sıralamaya göre makinaların işlem süreleri işaretlenir. Tüm makinalar için her iki işin işlem süreleri, aşağıdaki grafikte olduğu gibi, karteziyen çarpımı olarak, taralı alanlar biçiminde gösterilir[26]. Burada, sayısal olmayan çözüm yönteminde ele alınan problem, bir kez de grafik çözüm yöntemi ile incelenmektedir.



Şekil: 3

2 İş-M makina problemi için grafik çözümü

Şekildeki taralı bölgeler, iki işin aynı makinada birlikte (aynı anda) işlenmelerini gösterdiğinden uygun olmayan çözüm bölgeleridir. Problemin çözümü, (0,0)

---

24 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 336-337.
25 Sasieni-Yaspan-Friedman, a.g.k., s. 262.
26 Sasieni-Yaspan-Friedman, a.g.k., s. 263.
27 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 338.

ve ($\sum_{i=1}^{m} t_{i1}$, $\sum_{i=1}^{m} t_{i2}$) noktalarından geçen ve taralı bölgeyi kesmeyen bir kırık çizgidir. Bu çizgi, yatay (sadece 1. iş'e ilişkin işlemler), düşey (sadece 2. iş'e ilişkin işlemler) ve her iki eksen ile 45° lik açı yapan (her iki işin aynı anda yapıldığı işlemler) bölümlerin birleşiminden oluşur[27]. Bu durumda en az toplam süreye sahip düzenleme, düşey ve yatay çizgileri minimize eden, diğer bir deyişle her iki işin aynı anda işlendiği miktarı maksimize eden, bir düzenlemedir. Bu düzenleme deneme ve yanılma yoluyla, birkaç çizginin çizilmesi sonucu, belirlenebilir.

Grafikten de görüleceği gibi, optimal çözümde 1. iş için boş zaman 4, 2. iş için ise 0 saattir. Bu durumda toplam süre,

$$\begin{aligned} T &= 12 + 4 \quad \text{(1. iş için)} \\ &= 16 + 0 \quad \text{(2. iş için)} \\ &= 16 \quad \text{saattir.} \end{aligned}$$

Diğer bir deyişle grafik çözümü ile elde edilen sonuç, sayısal olmayan çözüm yöntemi ile bulunan sonucun aynısıdır.

2.5. N İŞ – M MAKİNA

İş atölyesi düzenleme probleminin genel n iş - m makina durumunda çözüm oldukça güçtür. Bu güçlük, en az biri optimal olan, $(n!)^m$ kadar olası düzenleme olmasından kaynaklanır. n iş - m makina probleminin çözümü için belirli bir yöntem yoktur. Birçok araştırmacı, sözkonusu probleme tamsayı programlama modellerini uygulamışlar, ancak pek olumlu sonuçlar elde edememişlerdir[28]. Son yıllarda işletmelerde bilgisayar kullanımının yaygınlaşması sonucu, n iş - m makina problemine dal-sınır yönteminin uygulanabilmesi olanağı doğmuştur[29].

Genel iş atölyesi düzenleme problemlerinde sezgisel (heuristic) yöntemler de kullanılmaktadır. Bunlar arasında en çok kullanılanı "gönderme kuralları" adı verilen yaklaşımdır. Mantıksal karar verme kuralları olan bu yaklaşım, karar vericiye, bir makina boş olduğunda bu makina için bir sonraki işi seçme olanağı verir. Böylece düzenleme kararlarının tümü aynı anda değil, zaman içerisinde sırayla verilir. Bu kurallar, iş önceliği kavramını ön planda tutar. Öncelik, bir işe verilen sayısal bir değerdir ve en yüksek önceliğe sahip olan iş, bir sonraki aşamada sıralamaya girmektedir[30].

n iş - m makina problemleri bazı koşullarda 3 makinalı olarak düşünülebilir. Bu durumda makinalar arasında iş yükü en fazla olan üç tanesi ele alınarak n iş - 3 makina modeli oluşturulur. İşlerin diğer makinalardaki işlem süreleri ise, işlem sırasına uygun olmak koşuluyla bu makinalarda toplanabilir. m makinayı 3 makinaya indirgemenin bir başka yolu da, birbirine yakın olan makinaların bir grupta toplanmasıdır. Böylece n iş - 3 makina modeli elde edilerek, önceden açıklanan yöntemlerle çözülebilir. Böyle bir durumda da, herhangi bir işin, bir grup içerisinde tüm makinalardaki işlem süreleri toplanır. Ancak bu şekilde elde edilen sonuçlar, n iş-m makina probleminin tam çözümü olmayabilir[31].

---

28 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 338.
29 Kıran-Tanyaş, a.g.k., s. 1.
30 Johnson-Montgomery, a.g.k., s. 338.
31 Kıran-Tanyaş, a.g.k., s. 1-2.

KAYNAKLAR

Akers, S.B. – Friedman, Jr. and J.: "A Non-Numerical Approach to Production Scheduling Problems", Operations Research, Vol.: 3, No: 4, November-1955.

Jackson, J.R.: "An Extension of Johnson's Results on Job-Lot Scheduling", Naval Research Lojistics Quarterly, 1956, 3(3).

Johnson, Lynwood A. – Montgomery, Douglas C.: "Operations Research in Production Plannign, Scheduling and Inventory Control", John Wiley and Sons, Inc., New York-1974.

Kıran, Ali Ş. – Tanyaş, Mehmet: "Akış Tipi Atölyelerde Üretim Programlama Problemine Sezgisel Bir Yaklaşım", Yöneylem Araştırması 4. Ulusal Kongresi, 21-23 Haziran 1978, İstanbul.

Mc Mahon, G.B. – Burton, P.G.: "Flow-Shop Scheduling With the Branch and Bound Method", Operations Research, Vol: 15, No: 3, May-June: 1967.

Miller, David, W. – Starr, Martin K.: "Executive Decisions and Operations Research," Prentice-Hall, Inc., New Jersey-1969.

Sasieni, Maurice – Yaspan, Arthur – Friedman, Lawrence: "Operations Research – Methods and Problems", John Wiley and Sons, Inc., New York-1959.

Wagner, Harvey M.: "Principles of Operations Research with Applications to Managerial Decisions", Prentice-Hall International Inc., London-1969.