

# BİR DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ ÇERÇEVESİNDE GÖRESEL İYİMSERLİK SIRASININ BELİRLENMESİ

Necmi GÜRSAKAL\*

## GİRİŞ

İnsana, sürekli olarak bilgi alan, değerlendiren ve karar veren rasyonel bir varlık gözüyle baktığımızda, onun içinde yaşadığı koşulları belkide en iyi açıklayan kavram "belirsizlik" olmaktadır. "Homo economicus"un gerçek hayatta rasyonel davranıp davranmadığı bir yana, insanın belirsizliği değerlendirmeyi öğrendiği ölçüde rasyonelleşeceği açıktır. Sübjektif olasılık kuramı, belirsizliğin değerlendirilmesinde insanı çok önemli bir ölçme aracı olarak görür. Sözkonusu kuram çerçevesinde bireyler, belli bir olayın gerçekleşmesine duydukları güven dereceleri olarak olaylara sübjektif olasılıklar atfedebilirler. Öte yandan, sübjektif olasılıklar zaman içinde tek bir an için tanımlıdırlar ve olasılıkları açıklayan bireyin olay hakkında sahip olduğu bilgi miktarı değiştikçe açıkladığı olasılıkları da değişir. Olasılık tahmincilerinin tahmin yeteneklerinin geliştirilmesinde, yapılan tahminlerin ne derecede iyi tahminler olduklarını belirleyen puanlama kurallarından (scoring rules) yararlanılabilir. Puanlama kuralları belirsiz olayın ancak sonucu belirlendikten sonra uygulanabilir ve olasılık tahmincisinin tahmin yeteneğini geliştirmesi için geri bildirim (feedback) amacıyla kullanılabilirler<sup>1</sup>.

Bu çalışmanın ilk bölümünde "iyimserlik" kavramının sözlük tanımı karar kuramı açısından incelenmekte ve göresel iyimserliğin belirlenmesinde sübjektif olasılıkların kullanılması önerilmektedir. İkinci bölümde, bir grup içinde göresel iyimserlik sırasının belirlenmesi amacıyla bir doğrusal programlama modeli oluşturulmaktadır. Çalışmanın son bölümü olan sonuç ve öneriler bölümünde ise getirilen iyimserlik tanımının ne şekilde kullanılabileceği tartışılmaktadır.

## I. SÖZLÜK TANIMI OLARAK 'İYİMSERLİK' VE BİR ÖNERİ

Webster's sözlüğü iyimserliği "Herhangi bir durumda en iyi sonucu beklemek veya meselelere en umutlu açıdan bakmak eğilimi; kötümserliğin karşıtı olarak meselelere olumlu açıdan bakma davranışı" olarak tanımlamaktadır<sup>2</sup>. Verilen tanımın

\* *Y.Doç.Dr., Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi*

1 Sübjektif olasılıklar ve puanlama kuralları konusunda bkz.: Gürsakal Necmi, "Sübjektif Olasılık Tahminleri", B.İ.T.İ.A. İşletme Fakültesi, Yayın No: 11, Bursa Üniversitesi Basımevi, Bursa-1982.

2 Webster's New Twentieth Century Dictionary, The World Publishing Comp., Second Edition, New York - 1971, s. 1256.

"Herhangi bir durumda en iyi sonucu beklemek" kısmının gözönüne alınması, bu tanımın karar kuramı terimiyle analiz edilmesi yönünden yararlı olacaktır.

Karar kuramı terimleriyle ele alındığında, yukarıdaki tanımın, belirsizlik hali ile karşılaşan bireylerin gelecekte meydana gelmesi muhtemel olaylar hakkındaki düşünceleriyle ilgili olduğu anlaşılır. Buna karşılık sözkonusu tanım, belirsizlikle karşı karşıya olan bireylerin muhtemel sonuçlar kümesi hakkındaki bilgileri ve içinde buldukları belirsizliğin derecesi konusunda herhangi birşey açıklamamaktadır. Bir belirsiz olay karşısında bulunan bireylerin tümünün muhtemel sonuçlar kümesini bilmesi durumunda bile bireylerin olay hakkındaki bilgileri birbirlerinden farklı olacaktır. Bu nedenle, gerek muhtemel sonuçlar gerekse genelde olay hakkında farklı bilgiye sahip olunması, bireylerin iyimserlik derecelerini farklı kılabilir.

"İyimserlik" kavramı belirsiz olaylarla ilgili olduğu ve belirsizlik objektif veya subjektif olasılıklarla açıklanabildiği için, eğer göresel iyimserlik derecelerini belirlemek istiyorsak genelde olasılıklardan yararlanmamız gerekir. Ne var ki, göresel iyimserlik derecelerinin belirlenmesinde objektif olasılıklardan yararlanmamız uygun olmaz. Çünkü, herhangi bir belirsiz olay hakkında objektif olasılıklara sahip isek, bu durumda A bireyinin sözkonusu olay hakkında B bireyinden farklı bir olasılık dağılımına sahip olması düşünülemez. Buna karşılık, subjektif olasılık kuramına göre, bütün olasılıklar onları belirleyen kişilerin bilgileriyle koşullu olduğu ve bireylerin belirsiz olay hakkında sahip oldukları bilgi miktarı değiştiğçe onların olasılık dağılımları da bireylere göre farklılık göstereceği için, göresel iyimserlik derecelerinin belirlenmesinde subjektif olasılıklardan yararlanılabilir.

Webster's in iyimserlik tanımına göre her zaman "en iyi sonucu bekleyenler" iyimser, "en iyi sonucu beklemeyenler" ise kötümserdirler. Sözlük tanımı bizi herhangi bir kişinin sadece iyimser veya kötümser olarak sınıflandırılabilceği bir duruma götürmektedir. Diğer bir deyişle, bu tanıma göre kişiler bir dikotomi içinde sınıflandırılabilirler. Buna karşılık kişileri iyimserlik veya kötümserlik açısından sıralamaya tabi tutmak mümkün olmaz. Oysa gerçekte herhangi bir belirsiz olay için X bireyinin Y den, Y nin de Z den daha iyimser olabilmesi pekâlâ mümkündür.

Buraya kadar yaptığımız açıklamalar, iyimserliğin sözlük tanımının göresel olmadığını ve dolayısıyla yetersiz kaldığını ortaya koymaktadır. Bu nedenle iyimserliğin sözlük tanımı üzerinde fazla ısrar etmeksizin, göresel iyimserlik sırasının belirlenmesinde subjektif olasılık dağılımlarından nasıl yararlanılabileceğini ifade etmeye çalışalım.

## II. GÖRESEL İYİMSERLİK SIRASININ BİR DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ İLE BELİRLENMESİ

n bireyin bir belirsiz olayın  $O_1, O_2, O_3, \dots, O_m$  şeklinde gösterilebilecek m ayrı sonucı hakkında görüş sahibi olduğunu, muhtemel sonuçların kardinal olarak ölçülmüş bulunduğunu ve bireylerin olay hakkındaki subjektif olasılık dağılımlarını açıklayabildiklerini varsayalım. Şüphesiz burada konuyu oluşturan belirsiz olay, iyimserlik derecesinin kendisine ilişkin olarak belirleneceği olaydır. Böyle bir durumda subjektif olasılık matrisi aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$o_1P_{max}, o_2P_{max}, o_3P_{max}, \dots, o_mP_{max}$  değerleri, olasılık matrisinin her sütunundaki maksimum olasılıkları gösterebilir.  $[p_1, p_2, p_3, \dots, p_m]$  kümesi ise aşağıda

Subjektif Olasılık Tahmincileri (i)	S o n u ç l a r				Beklenen Değer (EV <sub>i</sub> )
	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub> . . . . .	O <sub>m</sub>	
1	P <sub>11</sub>	P <sub>12</sub>	P <sub>13</sub> . . . . .	P <sub>1m</sub>	EV <sub>1</sub>
2	P <sub>21</sub>	P <sub>22</sub>	P <sub>23</sub> . . . . .	P <sub>2m</sub>	EV <sub>2</sub>
3	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
n	P <sub>n1</sub>	P <sub>n2</sub>	P <sub>n3</sub>	P <sub>nm</sub>	EV <sub>n</sub>

verilen doğrusal programlama modelinin <sup>3</sup> amaç fonksiyonu olan beklenen değer fonksiyonunu maksimize eden olasılıklar kümesi olsun:

$$EV_{\max} = p_1 O_1 + p_2 O_2 + p_3 O_3 + \dots + p_m O_m$$

$$p_1 \leq o_1 P_{\max}$$

$$p_2 \leq o_2 P_{\max}$$

$$p_3 \leq o_3 P_{\max}$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$p_m \leq o_m P_{\max}$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_m = 1$$

$$p_1, p_2, p_3, \dots, p_m \geq 0$$

Yukarıda verilen doğrusal programlama modelinin bir maksimumu bulunması koşuluyla, herhangi bir i'inci olasılık tahmincisinin göresel iyimserliğini:

i)  $EV_{\max} - EV_i$  farkları olarak veya

ii)  $(p_1, p_2, p_3, \dots, p_m)$  ve  $(P_{i1}, P_{i2}, P_{i3}, \dots, P_{im})$

noktaları arasında uzaklık olarak, öklid formülünden yararlanarak belirleyebiliriz.

Ölçülerden ilkinde göresel iyimserlik, maksimum beklenen değerle herhangi bir i tahmincisinin beklenen değerinin arasındaki fark olarak ölçülmektedir. İkinci ölçüde ise bir i tahmincisinin olasılıkları m boyutlu uzayda bir nokta olarak düşünülmekte ve göresel iyimserlik, bu noktanın beklenen değeri maksimize eden m boyutlu ideal olasılık noktasına uzaklığı olarak ele alınmaktadır.

Göresel iyimserliklerin belirlenmesi için önerdiğimiz bu iki ölçüyü aşağıda sayısal değerleri ile verilen bir subjektif olasılık matrisi ve sonuçlara uygulayabiliriz.

Verilen subjektif olasılık matrisinde üç olasılık tahmincisinin üç sonuçlu bir örnek uzayı için subjektif olasılık dağılımları ve her tahmincinin beklenen değerleri kaydedilmiştir. Tablonun son sütunundaki beklenen değerler,

3 Doğrusal programlama konusunda geniş bilgi için bkz.: Serper Özer - Gürsakal Necmi, "Doğrusal Programlama", BİTİA İşletme Fakültesi Yayını, No: 15, Murat Matbaacılık, Bursa-1982.

Subjektif Olasılık Tahmincileri (i)	S o n u ç l a r			Beklenen Değer (EV <sub>i</sub> )
	O <sub>1</sub> = 2	O <sub>2</sub> = 3	O <sub>3</sub> = - 1	
1	0,30	0,40	0,30	1,5
2	0,60	0,30	0,10	2,0
3	0,80	0,15	0,05	2,0

$$EV_1 = 2 \cdot 0,30 + 3 \cdot 0,40 - 1 \cdot 0,30 = 1,5$$

$$EV_2 = 2 \cdot 0,60 + 3 \cdot 0,30 - 1 \cdot 0,10 = 2,0$$

$$EV_3 = 2 \cdot 0,80 + 3 \cdot 0,15 - 1 \cdot 0,05 = 2,0$$

şeklinde hesaplanmıştır.

Söz konusu tablodan yararlanarak doğrusal programlama modelini,

$$EV_{\max} = 2p_1 + 3p_2 - p_3$$

$$p_1 \leq 0,80$$

$$p_2 \leq 0,40$$

$$p_3 \leq 0,30$$

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

$$p_1, p_2, p_3 \geq 0$$

şeklinde oluşturabiliriz. Modelin kısıtlayıcılarındaki 0,80, 0,40 ve 0,30 değerleri daha önce de belirtildiği gibi O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub> ve O<sub>3</sub> sütunlarındaki maksimum olasılıklardır. Model çözüldüğünde beklenen değer fonksiyonunu maksimize eden

$$[0,60 ; 0,40 ; 0]$$

kümesine ulaşılır. Diğer bir deyişle p<sub>1</sub> = 0,60; p<sub>2</sub> = 0,40 ve p<sub>3</sub> = 0 olur. Buna bağlı olarak da maksimum beklenen değer

$$EV_{\max} = 2 \cdot 0,60 + 3 \cdot 0,40 - 1 \cdot 0 = 2,4$$

olarak elde edilir.

Buraya kadar elde ettiğimiz sonuçları kullanarak, EV<sub>max</sub> - EV<sub>i</sub> ölçüsüne göre göresel iyimserlikleri hesaplayabiliriz:

$$1. \text{ tahminci için } EV_{\max} - EV_1 = 2,4 - 1,5 = 0,9$$

$$2. \text{ tahminci için } EV_{\max} - EV_2 = 2,4 - 2,0 = 0,4$$

$$3. \text{ tahminci için } EV_{\max} - EV_3 = 2,4 - 2,0 = 0,4$$

Bu duruma göre 1. tahminci göresel olarak en kötümser tahminci olmakta 2. ve 3. tahmincilerin göresel iyimserlikleri arasında ise bir fark bulunmamaktadır.

Öklid uzaklık formülünü kullanmak suretiyle de, göresel iyimserlik sırasını aynı örnek için belirleyebiliriz. Kullanacağımız formül olan,

$$D_i = \sqrt{(p_{i1} - p_1)^2 + (p_{i2} - p_2)^2 + (p_{i3} - p_3)^2}$$

formülü üç tahminci için uygulandığında:

$$D_1 = \sqrt{(0,30 - 0,60)^2 + (0,40 - 0,40)^2 + (0,30 - 0)^2} = 0,424264$$

$$D_2 = \sqrt{(0,60 - 0,60)^2 + (0,30 - 0,40)^2 + (0,10 - 0)^2} = 0,141421$$

$$D_3 = \sqrt{(0,30 - 0,60)^2 + (0,15 - 0,40)^2 + (0,05 - 0)^2} = 0,32403$$

sonuçlarına ulaşılmaktadır. Elde edilen bu sonuçlara göre, beklenen değeri maksimize eden olasılık noktasına en uzak tahminci 1. tahmincidir. Dolayısıyla 1. tahminci en kötümser tahminci olmaktadır. Öte yandan, bu ölçüye göre 2. ve 3. tahminci arasında bir farklılık çıkmakta ve bu ölçü 3. tahmincinin, 2. tahminden daha kötümser olduğunu ortaya koymaktadır.

### III. SONUÇ VE ÖNERİLER

Göresel iyimserlik sırasının ve derecelerinin, kısmi belirsizlik durumunda subjektif olasılık dağılımlarından yararlanılarak nasıl belirlenebileceği bu makalede açıklanmaya çalışılmıştır. Hemen şunu da belirtelim ki, kurulan model belirsiz olayın sonucu henüz ortaya çıkmadan göresel iyimserlik sırasını belirlemeye yöneliktir. Bununla birlikte aynı model, çok ufak değişikliklerle belirsiz olayın sonucu elde edildikten sonra da uygulanabilir.

Giriş bölümünde de belirtildiği gibi, subjektif olasılık tahmincilerinin tahmin yeteneklerini geliştirmede geri bildirim amacıyla puanlama kurallarından yararlanılabilir. Oysa verilen model çerçevesinde, kesin sonuç elde edilmeden bile göresel iyimserlik sıralarının tahmincilere bildirilmesi ile tahmincilerin dağılımlarında düzeltmeler yapması sağlanabilir. Yapılabilecek bu işlem, bir ölçüde kendilerin çok iyimser ve çok kötümser tahminciler olarak gören uçlardaki kişilerin dağılımlarında düzeltmeler yapmalarını sağlayabilecektir.

Çalışmamızda önerilen iki ölçüyle, göresel iyimserliğin operasyonel olarak tanımlanmasına çalışılmıştır. Sözkonusu iki ölçüden birincisi olan  $EV_{max} - EV_i$  farkları ölçüsünün kullanılması durumunda,  $EV_{max}$  değeri sabit bir değer olduğu için  $EV_i$  değerleri eşit olan olasılık tahmincilerinin göresel iyimserlik sıraları da eşit olacaktır. Oysa böyle bir durumda bile, eşit sıralara sahip tahmincilerin subjektif olasılık dağılımlarının birbirinin aynı olması gerekmediğinden iyimserlik derecelerinin eşit çıkması yanlıtıcı olabilecektir. Bu nedenle sözkonusu ölçünün böyle durumlarda duyarsız olduğu söylenebilir. Önerilen iki ölçüden hangisinin daha duyarlı olduğunun belirlenmesi daha ayrıntılı çalışmalar gerektirir. Ancak bu çalışmamız çerçevesinde şimdilik sadece bu iki ölçüyü önermekle yetineceğiz.

### KAYNAKLAR

- Gürsakar, Necmi; "Subjektif Olasılık Tahminleri", BİTİA İşletme Fakültesi, Yayın No: 11, Bursa Üniversitesi Basımevi, Bursa-1982.
- Webster's New Twentieth Century Dictionary, The World Publishing Comp., Second Edition, New York - 1971, s. 1256.
- Serper, Özer - Gürsakar, Necmi; "Doğrusal Programlama", BİTİA İşletme Fakültesi Yayını No: 15, Murat Matbaacılık, Bursa-1982.