

**MÜKEMMEL ELEKTRİK İLETKEN BİR YÜZEY  
ÜZERİNDEKİ DAİRESEL AÇIKLIKTAN  
SAÇILAN ALANLARIN HESABI**

**Mustafa ALTINEL**



T.C.  
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**MÜKEMMEL ELEKTRİK İLETKEN BİR YÜZEY ÜZERİNDEKİ DAİRESEL  
AÇIKLIKTAN SAÇILAN ALANLARIN HESABI**

**Mustafa ALTINEL**  
0000-0002-7099-8190

Doç. Dr. Uğur YALÇIN  
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA – 2021  
**Her Hakkı Saklıdır**

**B.U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;**

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

**beyan ederim.**

**12/07/2021**

**Mustafa ALTINEL**

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### MÜKEMMEL ELEKTRİK İLETKEN BİR YÜZEY ÜZERİNDEKİ DAİRESEL AÇIKLIKTAN SAÇILAN ALANLARIN HESABI

**Mustafa ALTINEL**

Bursa Uludağ Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Danışman:** Doç. Dr. Uğur YALÇIN

Elektromanyetik ve Optik kırınım problemlerinin çözümünde Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT) sıklıkla kullanılmaktadır. Ancak SKD Teorisi'nin sadece yansımanın olmadığı opak yüzeyler için çözüm sunması sebebiyle yansımanın olduğu yüzeylerin bulunduğu problemlere çözüm getirmek için teorinin geliştirilmesi gereği ortaya çıkmıştır. Bunun sonucu olarak geliştirilen Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (GSKDT) yöntemi ile mükemmel elektrik/manyetik iletken (PEC/PMC) veya empedans yüzeylerinin bulunduğu yani yansımanın olduğu problemlere de çözüm getirilebilmesi sağlanmıştır. Buna ek olarak sonuçların farklı varyasyonlarla değerlendirilerek analiz edilebilmesini, yansımanın olduğu yüzeyler ile hiç yansımanın olmadığı yüzeyler arasındaki farkları saptamayı ve sonuçların yorumlanabilmesini de mümkün kılmıştır.

Bu çalışmada, SKD Teorisi'nin geliştirilmesiyle ortaya çıkan Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (GSKDT) yaklaşımı kullanılarak mükemmel elektrik iletken (MEİ) bir yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan saçılan alanların hesabı incelenmiştir. İlk olarak, Miyamoto ve Wolf tarafından ortaya konulan vektör potansiyelinin sembolik ifadesi, yansımanın olduğu mükemmel iletken ve empedans yüzeyleri için genişletilen GSKD Teorisi integralinde kullanılmıştır. Bu ifade probleme uygulanmış, bulunan düzgün olmayan (non-uniform) alan ifadesi Detour parametresi kullanılarak, Fresnel fonksiyonunun asimptotik ilişkilendirmesi yardımıyla düzgün (uniform) hale getirilmiştir. Bu problemi, benzer şekilde opak yüzeylerde kırınım ve saçılan alanlar için inceleyen SKD Teorisi ile sonuçlar grafiksel olarak karşılaştırılmış, mükemmel elektrik iletken (MEİ) yüzeyler için GSKD Teorisi ile genişletilmiştir. Sonuç olarak, saçılan düzgün (uniform) alanlar hesap edilmiş, elde edilen alan ifadeleri, farklı açıklık yarıçapları ve gözlem mesafeleri için grafikler ile değerlendirilerek yorumlanmıştır. Böylece, mükemmel elektrik iletken bir yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan saçılan düzgün (uniform) alanlar GSKD Teorisi yaklaşımı ve simülasyon tabanlı bir yazılım programı kullanılarak hesaplanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (GSKDT), Saçılan Düzgün (Uniform) Alan, Detour Parametresi, Fresnel Fonksiyonu, Mükemmel Elektrik İletken (PEC) Yüzey

**2021, x + 85 sayfa.**

## ABSTRACT

MSc Thesis

### CALCULATION OF SCATTERED FIELDS FROM THE CIRCULAR APERTURE ON A PERFECT ELECTRIC CONDUCTOR SURFACE

**Mustafa ALTINEL**

Bursa Uludağ University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Electronics Engineering

**Supervisor:** Assoc. Prof. Dr. Uğur YALÇIN

Boundary Diffraction Wave Theory (BDWT) is frequently used in solving Electromagnetic and Optical diffraction problems. However, since BDW Theory only offers solutions for opaque surfaces without reflection, it has become necessary to develop the theory to solve the problems with reflective surfaces. It has been provided to bring a solution for problems with perfect electric/magnetic conductors (PEC/PMC) or impedance surfaces, so the reflection is with the Extended Theory of Boundary Diffraction Wave (ETBDW) method developed as a result of this. In addition, it has made it possible to analyze the results by evaluating them with different variations, to determine the differences between the surfaces with reflections and the surfaces where there are no reflections, and to interpret the results.

In this study, using the Extended Theory of Boundary Diffraction Wave approach, which emerged with the development of the BDW Theory, the calculation of scattered fields from a circular aperture on perfect electric conductor (PEC) surfaces was investigated. Initially, the symbolic expression of the vector potential introduced by Miyamoto and Wolf was used in the Extended Theory of BDW integral, which is extended for the perfect conductive and impedance surfaces with reflection. This expression was applied to the problem and the non-uniform field expression found was made uniform with the help of the asymptotic association of the Fresnel function, using the Detour parameter. With the Theory of BDW which examines this problem for similarly diffracted and scattered fields on opaque surfaces, was compared graphically with the results and scattered fields expanded with Extended Theory of BDW for perfectly electric conductive (PEC) surfaces. As a result, the uniform scattered fields are calculated and the expressions of the field obtained were interpreted by evaluating them with the graphs obtained numerically for different aperture radii and observation distances. Thus, the expressions of uniform scattered fields from a circular aperture on perfect electric conductor (PEC) surfaces was calculated with using the Extended Theory of BDW approach and a simulation-based software program.

**Key words:** Extended Theory of Boundary Diffraction Wave (ETBDW), Uniform Scattered Field, Detour Parameter, Fresnel Function, Perfect Electric Conductor Surface

**2021, x + 85 pages.**

## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	v
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ .....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	x
1. GİRİŞ .....	1
2. KURAMSAL TEMELLER ve KAYNAK ARAŞTIRMASI .....	3
2.1. Kuramsal Temeller .....	3
2.1.1. Geometrik optik .....	4
2.1.2. Kırınımın geometrik teorisi.....	6
2.1.3. Kırınımın üniform teorisi .....	8
2.1.4. Fiziksel optik .....	9
2.1.5. Kırınımın fiziksel teorisi .....	11
2.1.6. Eşdeğer (kenar) akım .....	12
2.1.7. Değiştirilmiş fiziksel optik .....	14
2.1.8. Sınır kırınım dalgası teorisi .....	16
2.1.9. Genişletilmiş sınır kırınım dalgası teorisi .....	17
2.2. Kaynak Araştırması .....	18
3. MATERYAL ve YÖNTEM .....	20
3.1. Stasyonier Faz Yöntemi .....	20
3.2. Sınır Kırınım Dalgası Yöntemi .....	22
3.3. Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Yönteminin Probleme Uygulanması .....	30
4. BULGULAR ve TARTIŞMA.....	42
4.1. Kırınan Alanlar ve Sayısal Sonuçları.....	42
4.2. Saçılan Alanlar ve Sayısal Sonuçları .....	47
5. SONUÇ .....	54
KAYNAKLAR .....	56
EKLER .....	59
EK 1. Bazı yararlı vektör özdeşlikleri .....	60
EK 2. Koordinat sistemleri ve dönüşümleri .....	61
EK 3. Gradyant, ıraksama, dönel ve laplasyen operatörleri .....	63
EK 4. Opak yüzey için grafik çizim programı kodları .....	65
EK 5. MEİ yüzey için grafik çizim programı kodları .....	69
EK 6. Opak ve MEİ yüzey karşılaştırması için grafik çizim programı kodları .....	76
EK 7. Franhofer yöntemi için grafik çizim programı kodları .....	84
EK 8. Ustep fonksiyonu için program kodu .....	85

## SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	Açıklama
$\vec{A}$	Vektör potansiyeli
$\vec{D}$	Diyadik kırınım katsayısı
$\vec{E}_i$	Gelen elektrik alan
$\vec{E}_{is}$	Gelen alana bağlı saçılan elektrik alan
$\vec{E}_r$	Yansıyan elektrik alan
$\vec{E}_{rs}$	Yansıyan alana bağlı saçılan elektrik alan
$\vec{E}_d$	Kırınan elektrik alan
$\vec{E}_s$	Toplam saçılan alan
$F(\xi)$	Fresnel integrali
$\vec{H}_i$	Gelen manyetik alan
$\vec{H}_r$	Yansıyan manyetik alan
$\vec{H}_t$	Toplam manyetik alan
$\vec{H}_0^{(2)}(k\rho)$	İkinci nevi Hankel fonksiyonu
$I^e$	Elektrik akımı
$I^m$	Manyetik akım
$\vec{J}_{es}$	Yüzey üzerinde indüklenen akım yoğunluğu
$L$	Uzaklık parametresi
$U_B(P)$	Kenar kırınımından elde edilen alan ifadesi, P noktasında
$U_{B_g}(P)$	Kırınan alan ifadesinin gelen alandan oluşun kısmı, P noktasında
$U_{GO}(P)$	Geometrik alan ifadesi, P noktasında
$U_g(P)$	Uzaklık parametresi
$U_y(P)$	Yansıyan alan, P noktasında
$U_B(P)$	Gelen alan ifadesi, P noktasında
$Sgn$	Signum fonksiyonu
$\vec{W}(Q, P)$	Vektör potansiyeli ifadesi
$a$	Açıklık yarıçapı
$c$	Işığın boşluktaki yayılma hızı
$\vec{dl}$	Açıklık yüzey sınırı teğeti boyunca olan birim vektörü uzunluğu
$\vec{e}_i$	Gelen alanın birim vektörü
$\vec{e}_r$	Yansıyan alanın birim vektörü
$\vec{e}_R$	$\vec{R}$ vektörünün birim vektörü
$e^{-jkl}$	Ortamdaki faz gecikme faktörü
$k$	Dalga sayısı
$\vec{l}$	Açıklık yüzey sınırı teğeti boyunca olan birim vektörü
$\vec{n}$	Normal vektörü

$\vec{n}_1$	Gerçek yüzey normal vektörü
$\vec{n}_2$	Sanal yüzey normal vektörü
$\vec{t}$	Teğetsel birim vektörü
$u_i$	Birim genlik gelen dalga
$v$	Işığın ortamdaki yayılma hızı
$\alpha$	Geliş açısı
$\omega$	Açısal frekans
$\rho$	Kaynak ile gözlem noktası arasındaki mesafe
$\varepsilon$	Elektrik alan geçirgenliği
$\mu$	Manyetik alan geçirgenliği
$\eta$	Empedans
$\theta_g$	Gelen ışın ile yüzey normali arasındaki açı
$\theta_y$	Yansıyan ışın ile yüzey normali arasındaki açı
$\phi'$	Geliş açısı
$\lambda$	Dalga boyu
$\Gamma$	Açıklık yüzey sınırı
$\psi$	Skaler elektrik alan
$\xi_i$	Gelen alan için tanımlanan detour parametresi
$\xi_r$	Yansıyan alan için tanımlanan detour parametresi
$\psi_i$	Gelen alanın faz fonksiyonu
$\psi_d$	Kırınan alanın faz fonksiyonu

### **Kısaltmalar Açıklama**

BDW	Boundary Diffraction Wave
BDWT	Boundary Diffraction Wave Theory
DFOT	Değiştirilmiş Fiziksel Optik Teorisi
ETBDW	Extended Theory of Boundary Diffraction Wave
FO	Fiziksel Optik
GO	Geometrik Optik
GSKD	Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası
GSKDT	Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi
GTD	Geometrical Theory of Diffraction
MEİ	Mükemmel Elektrik İletken
MTPO	Modified Theory of Physical Optics
PEC	Perfectly Electric Conductive
PMC	Perfectly Magnetic Conductive
PO	Physical Optics
PTD	Physical Theory of Diffraction
SKD	Sınır Kırınım Dalgası
SKDT	Sınır Kırınım Dalgası Teorisi
UTD	Uniform Theory of Diffraction
PTD	Physical Theory of Diffraction



## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa

Şekil 2.1. Geometrik optik alan geometrisi .....	4
Şekil 2.2. Kavisli kenar kırınım geometrisi .....	6
Şekil 2.3. Düz kenar kırınım geometrisi .....	7
Şekil 2.4. Fiziksel optik geometrisi .....	9
Şekil 2.5. Değiştirilmiş fiziksel optik geometrisi .....	15
Şekil 3.1. Helmholtz-Kirchhoff geometrisi .....	24
Şekil 3.2. Sınır kırınım dalgası teorisinin geometrisi .....	27
Şekil 3.3. MEİ bir yüzey için genişletilmiş sınır kırınım dalgası teorisinin geometrisi	31
Şekil 3.4. Gelen alanın MEİ yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan kırınım geometrisi ..	32
Şekil 3.5. Dairesel bir açıklığı bulunan MEİ yüzeyin (x,y) düzlemindeki görüntüsü ...	34
Şekil 4.1. MEİ yüzey için açıklık yarıçapı $a$ 'ya bağlı toplam kırınan alanlar ( $r=6\lambda$ ) ....	43
Şekil 4.2. Opak yüzey için açıklık yarıçapı $a$ 'ya bağlı toplam kırınan alanlar ( $r=6\lambda$ ) ...	43
Şekil 4.3. MEİ yüzey için gözlem mesafesi $r$ 'ye bağlı toplam kırınan alanlar ( $a=2\lambda$ ) ..	44
Şekil 4.4. Opak yüzey için gözlem mesafesi $r$ 'ye bağlı toplam kırınan alanlar ( $a=2\lambda$ ) .	45
Şekil 4.5. Toplam kırınan alanların karşılaştırması ( $r=6\lambda, a=2\lambda$ ) .....	46
Şekil 4.6. Kırınan alanların gözlem bölgesindeki karşılaştırması ( $r=6\lambda, a=2\lambda$ ) .....	46
Şekil 4.7. MEİ yüzey için gözlem bölgesindeki $a$ 'ya bağlı saçılan alanlar-I ( $r=6\lambda$ ) ....	48
Şekil 4.8. MEİ yüzey için gözlem bölgesindeki $a$ 'ya bağlı saçılan alanlar-II ( $r=6\lambda$ ) ....	48
Şekil 4.9. MEİ yüzey için gözlem bölgesindeki $r$ 'ye bağlı saçılan alanlar-I ( $a=2\lambda$ ) ....	49
Şekil 4.10. MEİ yüzey için gözlem bölgesindeki $r$ 'ye bağlı saçılan alanlar-II ( $a=3\lambda$ ) ..	49
Şekil 4.11. MEİ yüzey için kaynak bölgesindeki saçılan alanlar-I ( $r=a=3\lambda$ ) .....	51
Şekil 4.12. MEİ yüzey için kaynak bölgesindeki saçılan alanlar-II ( $r=2a=6\lambda$ ) .....	51
Şekil 4.13. MEİ yüzey için $a$ 'ya bağlı toplam saçılan alanlar ( $r=6\lambda$ ) .....	53
Şekil 4.14. MEİ yüzey için $r$ 'ye bağlı toplam saçılan alanlar ( $a=3\lambda$ ) .....	53

## ÇİZELGELER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Çizelge 2.1. Boş uzay sabitleri .....	10
Çizelge 3.1. Türüne göre yüzeylerin bölgelerdeki alansal davranışları .....	41

## 1. GİRİŞ

Elektromanyetik dalgaların geometrik yüzeylerden saçılması problemleri ışın temelli ve/veya akım temelli kırınım teknikleri ile çözülebilmektedir. Bu tip problemlerde elektromanyetik yüksek frekans metotları günümüzde de sıklıkla kullanılmaktadır. Saçılım hesaplarında önceleri yansıyan alan hesabı yapılırken, sonraları kırınan alan terimi de hesaplamalarda yerini almıştır. Işın temelli bir yaklaşım olan “Geometrik Optik” yaklaşımı yalnızca yansıyan alanların hesaplanmasında kullanılırken, Keller tarafından geliştirilen “Kırınımın Geometrik Teorisi” ile kırınan alanlar da hesaplanmış ve birçok saçılım probleminin çözümü elde edilmiştir. Ancak bu kez de üniform olmayan alan ifadeleri ortaya çıkmış ve bunun üzerine “Kırınımın Üniform Teorisi” geliştirilmiştir. Bu çalışmalar alan bazlı metotlar olup akım hesaplaması gerektirmemektedir.

Akım bazlı hesaplamalar Fiziksel Optik ve türevlerinde kullanılmaktadır. Birçok durumda “Fiziksel Optik” hesaplamaları yetersiz sonuçlar vermiş olup üniform olmayan ikinci bir akım tanımlanması gerektiği ortaya çıkmıştır. “Kırınımın Fiziksel Teorisi” üniform olmayan akım bileşenini tanımlayarak kesin çözümün hesaplanmasına olanak sağlamıştır. “Eşdeğer Akım” yöntemi, kavisli yüzeyler için kırınan alanların hesabında kullanılmakta olup etkileşim yüzeyi üzerinde reel olmayan indüklenmiş akımlar olduğunu varsaymaktadır. “Değiştirilmiş Fiziksel Optik” teorisi kenar kırınımını hesaplamakta yetersiz olan “Fiziksel Optik” metodu geliştirilerek elde edilmiştir.

Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT) uygulanma kolaylığı nedeniyle düzgün yüzeylerin kenarından kırınan alanların hesabında sıklıkla kullanılan bir yaklaşımdır. Sınır Kırınım Dalgası Teorisi yöntemine göre  $S$  yüzeyindeki bazı  $Q$  noktaları için vektör potansiyelinin tekilliklerinin olduğu bazı noktalar mevcuttur ve bunların  $P$  gözlem noktasındaki alanların toplamına katkıları ölçülebilir. Herhangi bir dalga alanına ait tipik bir gözlem noktası ( $P$ ) için bir vektör potansiyeli tanımlanmıştır. Bu vektör potansiyeli, dalga alanıyla ilişkili özelliklere sahiptir. Vektör potansiyelinin rotasyoneli  $Q$ 'nun koordinatlarına bağlı olarak her zaman Helmholtz-Kirchoff fonksiyonunun integraline eşittir.

SKD Teorisi kırınan dalganın oluşturduğu alan ile ilgilenmektedir. Bu kırınan alan içindeki iki parçadan birincisi açıklığın sınırındaki noktalardan gelen alanın katkıları iken ikincisi ise açıklıktaki sonsuz noktalardan yayılan bozuklukların katkıları olarak açıklanabilir. Açıklık üzerine gelen dalga; düzlemsel ya da küresel ise Kirchhoff integralinin son kısmı değiştirilerek geometrik-optik kurallara uyularak hesaplanır. İlk durum için bakıldığında, sınırdaki her eleman için bir vektör potansiyeli oluşturduğu söylenebilir.  $\Gamma$  Sınırı boyunca integral alındığında; buradan gelen katkı hesaplanabilir.

Huygens ve Fresnel prensibine göre, gelen bir ışın, bir engelden kırınımına uğradığında, dalga boyu, engelin boyutlarından daha küçük olur ve gelen dalga birincil dalga olarak dikkate alınır. Bu prensipte Huygens ve Fresnel, ilerleyen bir dalganın her bir noktası yeni bir dalganın kaynak noktası olarak alınacağını, böylece bu noktaların uzayda küresel dalga yayan kaynaklar olacağını söyler. Young ise kırınımın oluşmasının sebebinin, düzgün ilerleyen bir dalga ile açıklık yüzeyinden yansıyan bazı dalgaların girişimi olduğunu söyler. Maggi ve Rubinowicz, Kirchhoff kırınım integralinin sınır kırınım dalgası ve geometrik dalga olarak ayrışabileceğini göstermiştir.

Bu çalışmada, Miyamoto ve Wolf (1962a, 1962b) tarafından ortaya konulan vektör potansiyelinin sembolik ifadesini, GSKD Teorisi integralinde kullanarak bulunan düzgün olmayan (non-uniform) alan ifadesini Detour parametresi ve Fresnel fonksiyonunun asimptotik ilişkilendirmesi yardımıyla düzgün (üniform) hale getirip, mükemmel elektrik iletken (MEİ) bir yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan saçılan düzgün (üniform) alanların hesaplanmasıdır. Bu problemi, benzer şekilde opak yüzeylerde kırınan ve saçılan alanlar için inceleyen SKD Teorisi ile sonuçlar grafiksel olarak karşılaştırılmış, MEİ yüzeyler için GSKD Teorisi ile genişletilmiştir. Sonuç olarak, saçılan düzgün (üniform) alanlar hesap edilip elde edilen alan ifadeleri, farklı açıklık yarıçapları ve gözlem mesafeleri için grafikler ile değerlendirilerek yorumlanmıştır. Böylece, MEİ bir yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan saçılan düzgün (üniform) alanlar GSKD Teorisi yaklaşımı ve simülasyon tabanlı bir yazılım programı kullanılarak hesaplanmıştır.

Zaman faktörü çalışmanın tamamında  $e^{j\omega t}$  olarak göz önüne alınacaktır.

## 2. KURAMSAL TEMELLER ve KAYNAK ARAŞTIRMASI

### 2.1. Kuramsal Temeller

Elektromanyetikte yüksek frekans metotları olarak da bilinen teknikler, elektromanyetik ve optik saçılma problemlerinin çözümlerinde sıklıkla kullanılmaktadır. Çözüm metodu olarak farklı seçenekler bulunmakla birlikte, problemin türüne göre çözüm tekniği seçilmektedir. Işın Temelli Kırınım Teknikleri ve Akım Temelli Kırınım Teknikleri olarak iki ana başlık altında gruplandırılabilir bu çözüm metotlarını aşağıda verilen şekilde gösterebiliriz.

Işın Temelli Kırınım Teknikleri;

- Geometrik Optik
- Kırınımın Geometrik Teorisi
- Kırınımın Üniform Teorisi

Akım Temelli Kırınım Teknikleri;

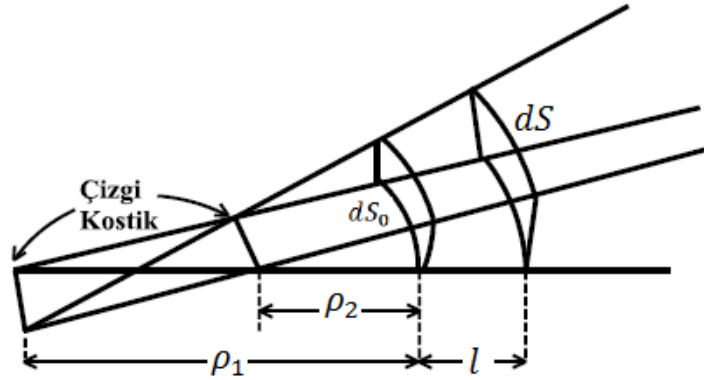
- Fiziksel Optik
- Kırınımın Fiziksel Teorisi
- Eşdeğer (Kenar) Akım
- Değiştirilmiş Fiziksel Optik
- Sınır Kırınım Dalgası Teorisi
- Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi

Işın temelli kırınım teknikleri olarak; Geometrik Optik (GO), Kırınımın Geometrik Teorisi (KGT) ve Kırınımın Üniform Teorisi (KUT) kabul edilmektedir. Akım temelli kırınım teknikleri olarak ise; Fiziksel Optik (FO), Kırınımın Fiziksel Teorisi (KFT), Eşdeğer Akım Yöntemi (EEY), Değiştirilmiş Fiziksel Optik Teorisi (DFOT), Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT) ve Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (GSKDT) kabul edilmektedir.

### 2.1.1. Geometrik optik

Geometrik optik gelen, yansıyan ve kırılan alanların yayılımını inceleyen bir yüksek frekans metodu yaklaşımıdır. Geometrik optik, ışığın dalga yaklaşımının ele alınmadığı, yüksek frekanslardaki yayılımını inceleme amaç ile geliştirilmiş olup saçılma problemlerinde etkin çözüm sunmaktadır. Işığın tanecik ya da dalga yapısında ele alınmasından bağımsız, bir noktadan başka bir noktaya transfer olan enerji değerlendirilmiştir (Balanis 2012).

Elektromanyetik enerjinin izotropik yüzeylerde yayılması Geometrik Optik (GO) yöntemi ile açıklanabilir. Uzun süreden bu yana bilindiği gibi yüksek frekanslarda elektromanyetik enerji, ışın şeklinde düşünülebilir. Bu ışın yolu sürekli bir ortamda Fermat prensibi ile belirlenebilir. Enerji bir ortamdaki iki nokta arasındaki en kısa elektriksel mesafeyi kat eder. En kısa elektriksel mesafe de bu iki nokta arasındaki en kısa yayılma süresidir. Ayrıca bu ışınlar sabit bölgenin yüzeyine dik durumdadır. Ortam homojen ise ışın yolları düz çizgiler halindedir. Bir alanın sabit bir faz referans yüzeyinde olduğu düşünülürse, kostikten uzaklığı herhangi bir mesafedeki değeri enerjinin korunumu ilkesiyle hesaplanabilir (Altıngöz, 2014).



Şekil 2.1. Geometrik optik alan geometrisi.

Şekil 2.1'e göre bir elektrik/manyetik alan, eğrisellik yarıçapı  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  olan  $dS_0$  sabit faz yüzeyinde,  $dS$  noktasındaki alan değeri enerjinin korunumu ilkesiyle hesaplanır ve burada belirtilen kabule göre de taşınan elektromanyetik enerji düz bir hattadır. İki

yüzey arasındaki enerji akısının alanın yüzeyinin karesiyle orantılı olmasından dolayı, enerjinin korunumu aşağıda verilen denklem (2.1) ile gösterilir.

$$|\vec{E}(0)|^2 dS_0 = |\vec{E}(l)|^2 dS \quad (2.1)$$

Geometrik açıdan düşünüldüğünde ise,

$$\frac{dS}{dS_0} = \left| \frac{(\rho_1 + 1)(\rho_2 + 1)}{\rho_1 \rho_2} \right| \quad (2.2)$$

yukarıdaki denklem (2.2) elde edilir. Her iki denklem de bir arada düşünüldüğünde;

$$|\vec{E}(l)| = |\vec{E}(0)| \sqrt{\left| \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + 1)(\rho_2 + 1)} \right|} \quad (2.3)$$

(2.3) ifadesi elde edilebilir. Burada  $l$  yayılma doğrultusunda dikkate alınırken, eğrilik yarıçapları  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  şeklin içbükey veya dışbükey olmasına göre pozitif veya negatif olabilir. Genlik ve fazı kapsayan toplam alan ifadesi Maxwell denklemlerinin asimptotik çözümüyle denklem (2.4) şeklinde elde edilebilir.

$$|\vec{E}(l)| = |\vec{E}(0)| \sqrt{\left| \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + 1)(\rho_2 + 1)} \right|} e^{-j(kl - m\frac{\pi}{2})} \quad (2.4)$$

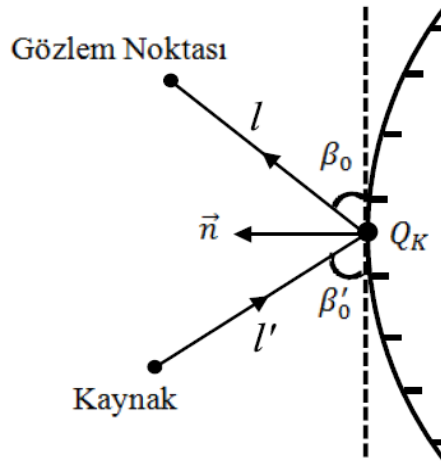
Geometrik optik yöntemi, Snell yansıma yasasına uygun şekilde yüksek frekanslardaki yansıyan alanların hesaplanmasında da kullanılmaktadır. Fakat ‘Geometrik Optik’, alanın sonsuz olduğu durumlarda hesaplama için yeterli olamamaktadır. Bu durumda iki konudan özellikle bahsedilebilir. Bunların ilki  $\rho_1$  ve  $\rho_2$ 'nin  $\infty$  'a iraksadığı durumda  $l$  değeri de  $s$  ile gösterildiğinde -ki bu aynı zamanda pozitif yönde ilerleyen düzlemsel dalganın sonucudur-  $E(0)$  sabit fazlı düzlemdeki değer iken,  $s$  de referans düzlemden uzaklıktır.

### 2.1.2. Kırınımın geometrik teorisi

Geometrik optik, çok yüksek frekanslar için saçılım problemlerinin çözümünde sıklıkla kullanılan faydalı bir yaklaşımdır. Fakat gölge sınırının ötesinde oluşan alan ifadesini açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Gölge sınırının ötesindeki alan ifadesi “kırınım” olayı olarak ifade edilmektedir. Kırınımın geometrik teorisi J. B. Keller (1962) tarafından, geometrik optik yaklaşımına, kırınım olayının dahil edilmesiyle oluşturulmuştur.

$$\vec{E}^{KGT} = \vec{E}^{GO} + \vec{E}^K \quad (2.5)$$

Burada  $\vec{E}^{KGT}$  kırınımın geometrik teorisi ile elde edilen elektrik alana,  $\vec{E}^{GO}$  geometrik optik metodu ile elde edilen elektrik alana,  $\vec{E}^K$  ise kırınan elektrik alana karşılık gelmektedir. Bir cismin köşe veya tepe noktasına gelen yada yüzeye teğet ışınlar kırınımına uğramaktadırlar. Bu ışınlar gölge sınırının ötesinde bir alan oluşturmakla birlikte, geometrik optik alan ifadesini de değiştirmektedirler. Genellikle kenar kırınımı en fazla etkiyi yaparken, köşe kırınımı daha az, yüzey kırınımı ise en az etkiyi yapmaktadır. Şekil 2.2’de kavisli kenar için kırınım geometrisi verilmektedir.



Şekil 2.2. Kavisli kenar kırınım geometrisi.

Yansıyan alan hesabına analogik olarak kırınan ışınlar, gelen alan ile kırınım katsayısının çarpımı ile doğru orantılı olarak denklem (2.6) ile hesaplanmaktadır.

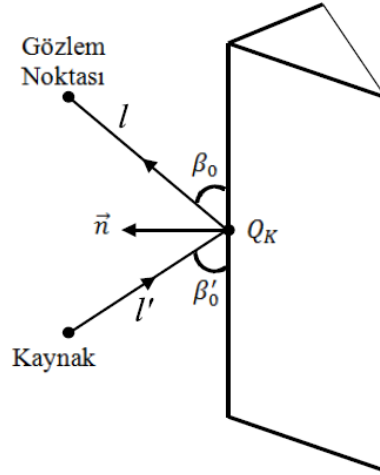


$$E^k(s) = [E^g(Q_K)] \bar{D} A(\rho_c, l) e^{-jkl} \quad (2.6)$$

Burada; “ $E^g(Q_K)$ ” referans noktasındaki gelen alana, “ $\bar{D}$ ” diyalik kırınım katsayısına, “ $e^{-jkl}$ ” faz faktörüne karşılık gelmektedir. Ayrıca “ $A(\rho_c, l)$ ” mekansal zayıflama katsayısı olup,

$$A(\rho_c, l) = \sqrt{\frac{\rho_c}{l(\rho_c + 1)}} \quad (2.7)$$

(2.7) şeklinde ifade edilir ve burada “ $\rho_c$ ”; referans noktası “ $Q_K$ ” ile kırınan ışınların ikinci kostiği arasındaki mesafedir. Düz kenar kırınım geometrisi ise aşağıdaki Şekil 2.3’de gösterilmiştir.



**Şekil 2.3.** Düz kenar kırınım geometrisi.

Kırınım katsayısı, yansıyan alan sınırında ve gölge sınırında sonsuz değer vermekte olup, bu bölgelerde hesaplanan kırınan alanlar sonsuza giden değerler vermektedir. Kırınımın Geometrik Teorisi metodu ile yaşanan bu problemin üstesinden Kırınımın Üniform Teorisi metodu ile gelinmiştir (Sarnık, 2015).

### 2.1.3. Kırınımın üniform teorisi

Kırınımın geometrik teorisi yönteminde, geçiş bölgeleri ile gözlem noktasının çok yakın olduğu durumlardaki kırınan alan hesaplamalarında sonsuza giden değerler elde edilmekteydi. Kırınımın Üniform Teorisi ile bu soruna çözüm getirilmiş ve mühendislik problemlerine uygun çözümler sunan metot elde edilmiştir. Kouyoumjian ve arkadaşları öncelikle Pauli'nin sonuçlarının genel halini elde etme üzerine çalışmışlardır. Kırınım katsayısını, kırınım fonksiyonu olarak ele almış ve klasik uzaklık parametresini değiştirmişlerdir. Uzaklık parametresi “ $L$ ” denklem (2.8) ile tanımlanmış ve burada “ $\rho$ ”, “ $\rho'$ ”, “ $l$ ” ve “ $l'$ ” uzaklık parametreleri olup, “ $\phi'$ ” geliş açısına karşılık gelmektedir.

$$L = \begin{cases} l \sin^2 \phi' & \text{düzlemsel dalgalar için} \\ \frac{\rho \rho'}{\rho + \rho'} & \text{silindirik dalgalar için} \\ \frac{l l' \sin^2 \phi'}{l + l'} & \text{konik/küresel dalgalar için} \end{cases} \quad (2.8)$$

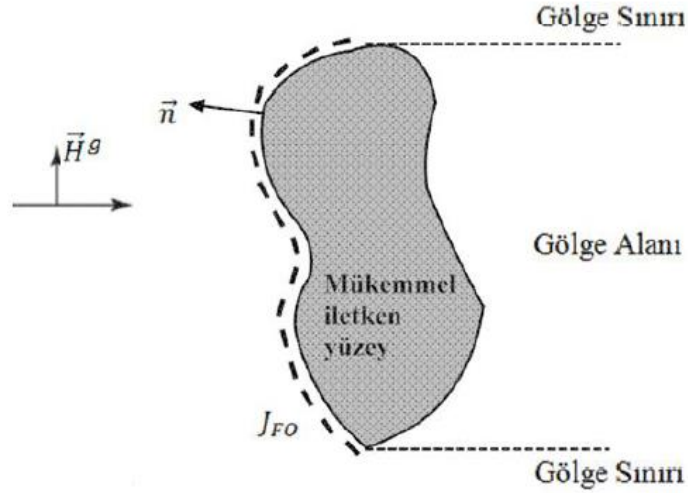
Kırınımın geometrik teorisindeki (KGT) kırınım katsayılarını sonsuza ıraksatan (paydayı 0'a yakınsatan) değerleri üniform hale getirmek için Fresnel integraliyle çarpılması gerekir. Kouyoumjian ve Pathak tarafından yapılan tanımlamaya göre bu çarpım sonunda diyadik kırınım katsayısı bulunur ve bulunan bu ifade “ $L$ ” gelen alanın kaynağına bağlı bir fonksiyondur. Fresnel integrali “ $F$ ” ise;

$$F(Q) = -j2\sqrt{Q}e^{-jQ} \int_{\sqrt{Q}}^{\infty} e^{jx^2} dx \quad (2.9)$$

eşitlik (2.9) şeklinde gösterilebilir. Kırınımın geometrik teorisinde olduğu gibi, kırınımın üniform teorisinde de kostiklerdeki kırınan alan hesabı yapılamamıştır. Bu noktalardaki kırınan alan hesabı alan ifadesinin integral çözümüyle elde edilebilir. İntegral metodundaki eşdeğer kaynaklar geometrik optik yada kırınımın geometrik teorisi metotlarıyla belirlenmektedir (Umul, 2004; Sarnık ve Yalçın, 2017).

#### 2.1.4. Fiziksel optik

Fiziksel Optik (PO), herhangi bir şekilden saçılan alanların hesabı için sıklıkla kullanılan bir metottur ve Geometrik Optik (GO)'ya göre avantajı frekansa bağlı olarak değişiklik gösterebilmesidir. Fiziksel Optik metodu, saçılım yüzeyi üzerinde indüklenen akım aracılığı ile yansıyan ve kırılan alan hesabının yapıldığı bir yüksek frekans metodudur. Fiziksel optik hesaplamalarında, aydınlanmış bölümde saçılmanın olduğu yüzey üzerindeki alan ifadesi, geometrik optik yüzey alan ifadesine eşittir ve gölge bölgesinde bu alan ifadesi sıfıra eşittir (Altıngöz ve Yalçın, 2013). Fiziksel optik geometrisi Şekil 2.4'de verilmiştir.



Şekil 2.4. Fiziksel optik geometrisi.

Yüzey akımına fiziksel optik yaklaşımı uygulanırsa,

$$\vec{J}(\vec{r}') = \begin{cases} 2\vec{n} \times \vec{H}_i & \text{aydınlanmış bölge} \\ 0 & \text{gölge bölgesi} \end{cases} \quad (2.10)$$

Burada aydınlatılmış ve gölgeli bölgeler ışın optiği kullanılarak belirlenirken  $\vec{H}_i$  gelen manyetik alanı belirtmek için kullanılmıştır. Sadece uzak bölgedeki kaynaklar dikkate alındığı için gelen alan düzlem, ışınlar da birbirine paralel olarak kabul ediliyor.

Burada, saçılan elektrik alan bileşeni için

$$\vec{E}^s(s) = -\frac{jkZ_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{S'} \vec{J}(\vec{r}') e^{jk\vec{r}\cdot\vec{r}'} dS' \quad (2.11)$$

ifadesi yazılabilir. Yüzey akımına Fiziksel Optik yaklaşımı uygulanırsa,

$$\vec{E}^s(s) = -\frac{jkZ_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{S'} 2\vec{n} \times \vec{H}_i(\vec{r}') e^{jk\vec{r}\cdot\vec{r}'} dS' \quad (2.12)$$

(2.12) haline gelir. Uzak alan koşulu gerçeklik kazandığında genlikte  $R \approx r$ , fazda ise  $R = r - \hat{r}\cdot\vec{r}'$  koşulları sağlandığında elektrik alan ve manyetik alan arasındaki ilişki  $\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$  şeklinde Maxwell-Faraday denklemi kullanılarak manyetik alan ifadesi aşağıda verilen eşitlik (2.13) ile ifade edilebilir. Burada  $\hat{s}$  yüzeyin normal birim vektörüdür.

$$\vec{H}^s(s) = \frac{jk}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{S'} ((2\vec{n} \times \vec{H}_i(\vec{r}')) \times \hat{s}) e^{jk\vec{r}\cdot\vec{r}'} dS' \quad (2.13)$$

Burada dikkat çekici nokta geometrik optikten farklı olarak, ifadenin frekansa bağlı değişim gösterdiğidir. Bu yüzden fiziksel optik, geometrik optikten daha doğru sonuçlar vermektedir.

**Çizelge 2.1.** Boş uzay sabitleri

Sabitler	Sembol	Değeri
Işık hızı	$c$	$3 \times 10^8$ (m/s)
Elektrik geçirgenlik	$\epsilon_0$	$1 / 36\pi \times 10^{-9}$ (F/m)
Manyetik geçirgenlik	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}$ (H/m)
Öz empedans	$\eta_0$	$120\pi$ yada $377(\Omega)$

### 2.1.5. Kırınımın fiziksel teorisi

Kırınımın Fiziksel Teorisi, kırınımın geometrik teorisi ve kırınımın üniform teorilerinin geometrik optik için olduğu gibi, fiziksel optik yaklaşımının geliştirilmesiyle elde edilmiştir. Bu yöntemde Fiziksel Optik akımlarının üzerine ek akımlar eklenmiş ve böylece kesin çözüme ulaşılmıştır. Ufimtsev'in çalışmalarıyla ortaya çıkan kırınımın fiziksel teorisi, Keller'in geometrik optik üzerine çalışmalarıyla eş zamanlı olarak formülize edilmiştir. Ufimtsev, çalışması ile fiziksel optik metoduyla tam olarak hesaplanamayan kenar kırınımını elde etmektedir (Keller, 1962; Ishimaru, 1990).

Kırınımın fiziksel teorisinde fiziksel optik yaklaşımında ele alınmamış üniform olmayan bir akım bileşeni olduğu kabul edilmektedir. Üniform olmayan akım bileşeninin alan ifadesine yaptığı etki, toplam alandan fiziksel optik alanın çıkarılmasıyla elde edilmiştir. Toplam alan ifadesi (2.14) denkleminde verilmiştir.

$$E_{toplam}^s = E_{GO}^y + E_K^k \quad (2.14)$$

Burada;

$$E_{toplam}^s = \text{Toplam saçılan alan}$$

$$E_{GO}^y = \text{Geometrik optik ile elde edilen yansıyan alan}$$

$$E_K^k = \text{Keller kırınım katsayısı kullanılarak hesaplanan kırınan alan}$$

olarak ifade edilmektedir. Fiziksel optik akıma dayanarak alan ifadesi

$$E_{FO} \cong E_{FO}^y + E_{FO}^k \quad (2.15)$$

olarak yazılabilmektedir. Burada;

$E_{FO}$  = Fiziksel optik metoduyla elde edilen saçılan alan

$E_{FO}^y$  = Fiziksel optik ile elde edilen yansıyan alan

$E_{FO}^k$  = Fiziksel optik ile elde edilen kırınan alan

olarak ifade edilmektedir.

Geometrik Optik metodu ile elde edilen yansıyan alan ifadesi ile Fiziksel Optik metodu ile elde edilen yansıyan alan ifadeleri aynı sonucu vermektedir. (2.14) ve (2.15) no.lu denklemler ilişkilendirildiğinde saçılan alan ifadelerinin arasındaki fark, fiziksel optik metodundaki üniform olmayan akım bileşeninin alan ifadesine yaptığı katkıyı/etkiyi göstermektedir. Üniform olmayan alan ifadesi ile üniform alan ifadelerinin toplamı bize toplam saçılan alanı göstermektedir. Aynı şekilde toplam saçılan alan ifadesi, fiziksel optik alan ile üniform olmayan akım bileşeni tarafından oluşturulan alan ifadesinin toplamı ile de elde edilebilmektedir.

$$E_{toplam}^s = E^{mu} + E^u = E_{FO} + E_K^k - E_{FO}^k \quad (2.16)$$

### 2.1.6. Eşdeğer akım yöntemi

Gözlem noktası kostiğe yakın değil ise, kırınan alan ifadesi standart kenar kırınım metotlarıyla hesaplanmaktaydı. Kavisli yada sonsuz uzunluktaki kenar kırınımının hesaplanması için “eşdeğer akım” yöntemi diğer adıyla eşdeğer kenar metodu kullanılmaktadır. Eşdeğer akımın elde edilebilmesi için sonsuz uzunluktaki bir çizgisel kaynak kullanılır. Bu kaynağın akımı kırınım katsayısına bağlı olarak değişmektedir. Kaynağın z yönlü bir elektrik alan olduğu düşünülürse, skaler denklemin çözümü aşağıdaki şekilde (2.17) elde edilebilir.

$$\psi = \frac{I^e}{4j} \mu H_0^{(2)}(k\rho) \quad (2.17)$$

Burada “ $I^e$ ” elektrik akımı, “ $k$ ” dalga sayısı ve “ $\rho$ ” kaynak ile gözlem noktası arasındaki mesafedir. Bu durumda elektrik alan,

$$E_z = -\frac{I^e k^2}{4\omega\epsilon} H_0^{(2)}(k\rho) \quad (2.18)$$

(2.18) şeklinde yazılabilir. Burada “ $\omega$ ” açısal frekans ve  $H_0^{(2)}(k\rho)$  2.nevi Hankel fonksiyonudur ve “ $k\rho \rightarrow \infty$ ” için,

$$H_0^{(2)}(k\rho) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{j\pi/4} \quad (2.19)$$

olarak elde edilir.  $\eta$  empedans ifadesinin  $\eta = \mu / \epsilon$  eşitliğini de göz önünde bulundurarak ve “ $I^e$ ” elektrik akım kaynağında olduğu gibi “ $I^m$ ” manyetik akım kaynağı olduğu durumda  $E_z$  ve  $H_z$  sırasıyla denklem (2.20) ve (2.21) ile ifade edilebilir.

$$E_z = \frac{\eta k I^e e^{j(\pi/4)}}{2\sqrt{2\pi k\rho}} e^{-jk\rho} \quad (2.20)$$

$$H_z = -\frac{k I^m e^{j(\pi/4)}}{2\eta\sqrt{2\pi k\rho}} e^{-jk\rho} \quad (2.21)$$

$I^e$  ve  $I^m$  ‘nin hesabında, kırınan elektrik ve manyetik alan kırınım katsayısı ile birlikte paralel yönlü kırınım katsayısı ile dikey kırınım katsayısı için içine girer. Aynı alan ifadelerinin elde edilmesinde kullanılacak elektrik ve manyetik akım formülasyonu (2.20) ve (2.21) denklemlerinin birlikte kullanılmasıyla elde edilebilir.

Farklı gözlem noktaları için farklı akım değerlerinin elde edilmesi, eşdeğer akımın gerçek akım olmadığını göstermektedir. Elde edilen akımlardan, kırınan alanların hesabında faydalanılmaktadır.

### 2.1.7. Değiştirilmiş fiziksel optik teorisi

Fiziksel Optik teorisi yansıyan ve kırılan alanların hesaplanmasında sıklıkla kullanılan bir yüksek frekans metodudur. Ancak kenar kırınımı ile oluşan alan ifadesini tam olarak tanımlayamamaktadır. Bu durumun birinci nedeni indüklenen akımın sadece yansıma yüzeyi üzerinde hesaplanması iken başka bir nedeni de geliş ve yansıma açılarının aynı olduğunun kabul edilmesidir. Umul tarafından geliştirilen Değiştirilmiş Fiziksel Optik Teorisi ile Fiziksel optik metodunun eksikleri giderilmek istenmiştir (Umul 2004).

Yüzey üzerindeki indüklenen akım yoğunluğu denklem (2.22) ile ifade edilmekte olup burada  $\vec{H}_t$ , “ $S_1$ ” yüzeyi üzerindeki toplam manyetik alanı gösterir. Açıklık yüzeyi  $S_2$  üzerinde indüklenen elektrik ve manyetik akım yoğunlukları da sırasıyla (2.23) ve (2.24) ile verilmiştir.

$$\vec{J}_{es} = (\vec{n}_1 \times \vec{H}_t) |_{S_1} \quad (2.22)$$

$$\vec{J}_{es} = (\vec{n}_2 \times \vec{H}_g) |_{S_2} \quad (2.23)$$

$$\vec{J}_{ms} = (\vec{n}_2 \times \vec{E}_g) |_{S_2} \quad (2.24)$$

Burada;  $\vec{H}_g$  gelen manyetik alanı,  $\vec{E}_g$  gelen elektrik alanı ifade etmektedir.  $\vec{n}_1$  ve  $\vec{n}_2$  ise sırasıyla gerçek yüzey ve açıklık yüzeylerinin normal vektörlerini temsil eder. (2.25) ve (2.26)’da normal vektörleri denklemlerini görebiliriz.

$$\vec{n}_1 = \sin(u - \alpha)\vec{t} - \cos(u - \alpha)\vec{n} \quad (2.25)$$

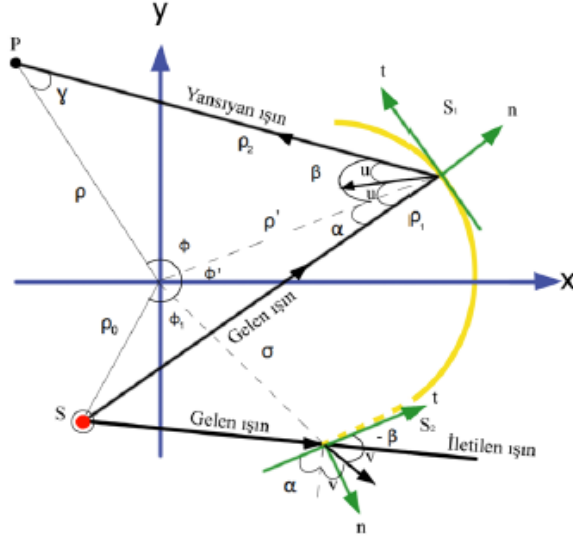
$$\vec{n}_2 = \sin(v + \alpha)\vec{n} - \cos(v + \alpha)\vec{t} \quad (2.26)$$

Burada; “ $\alpha$ ” geliş açısını, “ $\vec{t}$ ” ve “ $\vec{n}$ ” sırasıyla teğetsel ve normal birim vektörlerini, “ $u$ ” ve “ $v$ ” ise açıları göstermektedir. Bu açıları aşağıda verilen eşitlik (2.27) ve (2.28) ile ifade edebiliriz. Kırınım geometrisi de Şekil 2.5’de verilmiştir.



$$u = \frac{\alpha + \beta}{2} \quad (2.27)$$

$$v = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (2.28)$$



Şekil 2.5. Değiştirilmiş fiziksel optik geometrisi

Toplam elektrik alan ifadesi (2.29), gelen saçılan alan ifadesi (2.30) ile yansıyan saçılan alan ifadesinin (2.31) toplamıyla ifade edilir.

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{gs} + \vec{E}_{ys} \quad (2.29)$$

$$\vec{E}_{gs} = -\frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \iint_{S_w} \vec{n}_2 \times \vec{H}_g |_{S_2} \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} dS' + \iint_{S_2} \nabla \times (\vec{n}_2 \times \vec{E}_g |_{S_2} \frac{e^{-jkR_2}}{R_2}) dS' \quad (2.30)$$

$$\vec{E}_{ys} = -\frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \iint_{S_1} \vec{n}_1 \times \vec{H}_t |_{S_1} \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} dS' \quad (2.31)$$

Toplam manyetik alan ifadesi (2.32), gelen saçılan alan ifadesi (2.33) ile yansıyan saçılan alan ifadesinin (2.34) toplamıyla ifade edilir.

$$\vec{H}_t = \vec{H}_{gs} + \vec{H}_{ys} \quad (2.32)$$

$$\vec{H}_{gs} = \frac{j\omega\epsilon}{4\pi} \iint_{S_2} \vec{n}_2 \times \vec{E}_g |_{S_2} \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} dS' + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_w} \nabla \times (\vec{n}_2 \times \vec{H}_g |_{S_2} \frac{e^{-jkR_2}}{R_2}) dS' \quad (2.33)$$

$$\vec{H}_{ys} = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_1} \nabla \times (\vec{n}_1 \times \vec{H}_t |_{S_1} \frac{e^{-jkR_1}}{R_1}) dS' \quad (2.34)$$

### 2.1.8. Sınır kırınım dalgası teorisi

Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT) uygulanma kolaylığı nedeniyle düzgün yüzeylerin kenarından kırınan alanların hesabında sıklıkla kullanılan bir yaklaşımdır. İlk olarak Young'ın kırınımın doğası ile ilgili fikirlerini geliştirmek için ele alınan Sınır Kırınım Dalgası Teorisi, birkaç bilim insanının bağımsız çabaları ile geliştirilmiştir. Maggi ve Rubinowicz'in birbirlerinden bağımsız olarak yaptıkları çalışmalarda, Huygen-Kirchhoff'un yüzey integralinin doğrudan SKD'yi temsil eden bir çizgi integrale indirgenebileceğini ve kenardan kırınan alanları belirten çizgisel bir integrale dönüştürülebileceğini göstermişlerdir (Maggi, 1888; Rubinowicz, 1917). Bu çalışmalar ise iki önemli gelişmeyi ortaya çıkartmıştır; yüzey integrallerinin çizgi integrale indirgenmesi ve kırınım fenomeninin doğması... Miyamoto ve Wolf, Maggi ve Rubinowicz tarafından ortaya konan bu çalışmalarda, özellikle çeşitli gelen alanlar için elde edilen potansiyel fonksiyonunu genişletmiş ve SKD'nin genelleştirilmiş potansiyel fonksiyonunu elde etmişlerdir. (Miyamoto ve Wolf, 1962a, 1962b).

Sınır Kırınım Dalgası Teorisi açıklık sistemlerden kırınan alanların hesaplanmasında yaygın olarak kullanılmaktadır (Lit, 1972; Ganci, 1997; Ganci, 2008). Sınır Kırınım Dalgası Teorisinin çözümleri gölge bölgesinin kırınımına uğramış alanlarından elde edilmiştir. Çünkü teoride sadece açıklık yüzeyi göz önüne alınmıştır. Bu yüzden, bu yöntemle sadece iletilen alanlar hesaplanabilirken, yansıyan alanlar hesaplanamaz. Teori sadece opak bir yüzey üzerine kurulu olduğundan dolayı elde edilen sonuçlar, mükemmel iletken yüzeyler ve empedans yüzeylerinden kırınan alanlar için tatmin edici sonuçlar vermez (Umul, 2009).

SKD Teorisinin avantajı, yüzey integralini çizgisel integrale dönüştürüyor olmasındadır. Kompleks geometriye sahip problemlerde, yüzey integrallerinin hesaplanması uzun işlem zamanlarına gerek duymaktadır. Ancak kırınım yüzeyi, geometrik optik dalgalara katkı sağlar ve bu dalgalar da geometrik optiklerin klasik yöntemi dikkate alınarak kolayca hesaplanabilmektedirler. Böylece, yüzey integralinin çizgisel integrale dönüştürülmüş olması, köşe kırınım dalgalarının kolayca hesaplanabilmesini ve yapılan çözümün daha basit ve daha kısa sürede gerçekleşmesini sağlamaktadır (Umul, 2008).

### **2.1.9. Genişletilmiş sınır kırınım dalgası teorisi**

Sınır Kırınım Dalgası Teorisi açıklık sistemlerden kırınan alanların hesaplanmasında yaygın olarak kullanılmaktadır. Sınır Kırınım Dalgası Teorisinin (SKDT) çözümleri gölge bölgesinin kırınımına uğramış alanlarından elde edilmiştir. Çünkü teoride sadece açıklık yüzeyi göz önüne alınmıştır. Bu yüzden, bu yöntemle sadece iletilen alanlar hesaplanabilirken, yansıyan alanlar hesaplanamaz. Teori sadece opak yüzey üzerine kurulu olduğundan elde edilen sonuçlar mükemmel iletken yüzeyler ve empedans yüzeylerinden kırınan alanlar için tatmin edici sonuçlar vermez.

SKDT yaklaşımının sadece opak yüzeyler için çözüm sunması, yansımanın olduğu mükemmel iletken ve empedans yüzeyleri gibi problemlere de çözüm getirmesi için teorisinin geliştirilmesi gereğini ortaya çıkarmıştır. Bu amaçla, Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (GSKDT) elde edilmiştir (Yalçın, 2009). Yansımanın olduğu, mükemmel iletken yüzeyler (PEC veya PMC) yada empedans yüzeyleri gibi bir probleme gerçekçi ve net çözümler getirmek için Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisini (GSKDT) kullanmak gerekmektedir (Umul ve Yalçın, 2008; Yalçın, 2009). GSKD Teorisi yaklaşımının, SKD Teorisi yaklaşımından farkı ise mükemmel iletken veya empedans yüzeyleri gibi problemlerde yansımanın da hesaplanabilmesine olanak sağlamasıdır. GSKDT sadece yansıyan alanların hesabını yapmakla kalmayıp, yansımaya bağlı kırınım alanına da katkı sağlamaktadır (Başdemir, 2015, 2019).

Sınır kırınım dalgası teorisi (bölüm 2.1.8) ve genişletilmiş sınır kırınım dalgası teorisi (bölüm 2.1.9) kısımları bu bölüm içinde detaya inilmeden yüzeysel olarak bahsedilmiş,

sadece sözel olarak tanımlanıp tarihçesi ve işlevselliğinden söz edilmiştir. Bir sonraki bölüm olan “Materyal ve Yöntem” bölümünde (3.bölüm) detaylı olarak ele alınıp teorik olarak incelenecektir.

## 2.2. Kaynak Araştırması

Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT) uygulanma kolaylığı nedeniyle düzgün yüzeylerin kenarından kırılan alanların hesabında sıklıkla kullanılan bir yaklaşımdır. İlk olarak Young’ın kırınımın doğası ile ilgili fikirlerini geliştirmek için ele alınan Sınır Kırınım Dalgası Teorisi, birkaç bilim insanının bağımsız çabaları ile geliştirilmiştir. Young’a göre, bir kenar süreksizliği ile saçılan dalga iki alt alandan oluşuyordu. Bunlar, süreksizliğe müdahale etmeden ilerleyen geometrik optik dalga ve kenarda oluşan kenar kırınım alanı veya SKD’dir (Young, 1802). Young’ın bu düşünceleri sözel olarak ifade edildiğinden ve önemli matematiksel bulgulardan yoksun bırakıldığından dolayı ilk başlarda çok önemsenmemiştir. Yaklaşık yüzyıl kadar sonra Young’ın önerisini tekrar gündeme getiren ise Maggi ve Rubinowicz’in bağımsız olarak yaptıkları çalışmalar olmuştur (Maggi, 1888; Rubinowicz, 1917). Birbirlerinden bağımsız olarak yaptıkları bu çalışmalarda, Huygen-Kirchhoff’un yüzey integralinin doğrudan SKD’yi temsil eden bir çizgi integraline indirgenebileceğini ve kenardan kırılan alanları belirten çizgisel bir integrale dönüştürülebileceğini göstermişlerdir (Baker ve Copson, 1949). Bu çalışmalar ise iki önemli gelişmeyi ortaya koymuştur; yüzey integrallerinin çizgi integraline indirgenmesi ve kırınım fenomeninin doğması... Miyamoto ve Wolf, Maggi ve Rubinowicz tarafından ortaya konan bu çalışmalarda, özellikle çeşitli gelen alanlar için elde edilen potansiyel fonksiyonunu genişletmiş ve SKD’nin genelleştirilmiş potansiyel fonksiyonunu elde etmişlerdir. (Miyamoto ve Wolf, 1962).

Sınır Kırınım Dalgası Teorisi açıklık sistemlerden kırılan alanların hesaplanmasında yaygın olarak kullanılmaktadır (Lit, 1972; Ganci, 1996; Ganci, 1997). Sınır Kırınım Dalgası Teorisinin çözümleri gölge bölgesinin kırınımına uğramış alanlarından elde edilmiştir. Çünkü teoride sadece açıklık yüzeyi göz önüne alınmıştır. Bu yüzden, bu yöntemle sadece iletilen alanlar hesaplanabilir, yansıyan alanlar hesaplanamaz. Teori sadece opak yüzey üzerine kurulu olduğundan elde edilen sonuçlar mükemmel iletken

yüzeyle ve empedans yüzeylelerinden kırınan alanlar için tatmin edici sonuçlar vermez. SKD Teorisinin avantajı, yüzey integralini çizgisel integrale dönüştürüyor olmasındadır. Kompleks geometriye sahip problemlerde, yüzey integrallerinin hesaplanması uzun işlem zamanlarına gerek duymaktadır. Ancak, bilindiği üzere kırınım yüzeyi, geometrik optik dalgalara katkı sağlar ve bu dalgalarda da geometrik optiklerin klasik yöntemi dikkate alınarak kolayca hesaplanabilmektedir. Böylece, yüzey integralinin çizgisel integrale dönüştürülmüş olması, köşe kırınım dalgalarının kolayca hesaplanabilmesini ve yapılan çözümün hem daha basit hem de daha kısa sürede gerçekleşmesini sağlamaktadır (Ali, 2006; Liu ve Lü, 2005).

SKD Teorisi yaklaşımını bir problem üzerinde ilk kez Otis ve Lit kullanmıştır (Lit, 1972; Otis, 1974). Düzlemsel dalga için SKDT yaklaşımı ile üniform sonuca ise ilk kez Ganci ulaşmıştır (Ganci, 1995). Daha sonraki yıllarda da SKD teorisi üzerine farklı bilim insanları tarafından çalışmalar yapılmış, SKD Teorisi geliştirilmiştir. (Lit, Otis, Lee, Ganci, Umul, Yalçın, ...) SKD Teorisi çözümleri gölge bölgesinde oluşan kırınım alanlardır. Çünkü teoriye göre, sadece açıklık yüzeyi dikkate alınarak işlem yapılır. Bu nedenle, bu metot ile yansıyan alanlar hesaplanamazken sadece iletilen alanlar hesaplanabilir (Kumar ve diğerleri, 2006; Shcherbakov ve diğerleri, 2019).

SKDT yaklaşımının sadece opak yüzeyler için çözüm sunması, yansımanın olduğu mükemmel iletken ve empedans yüzeyleri gibi problemlere de çözüm getirmesi için teorisinin geliştirilmesi gereğini ortaya çıkarmıştır. Bu amaçla, Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (GSKDT) elde edilmiştir (Yalçın, 2009). Yansımanın olduğu, mükemmel iletken yüzeyler (PEC veya PMC) yada empedans yüzeyleri gibi bir probleme gerçekçi ve net çözümler getirmek için Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisini (GSKDT) kullanmak gerekmektedir (Umul ve Yalçın, 2008; Yalçın, 2009). GSKD Teorisi yaklaşımının, SKD Teorisinden farkı ise mükemmel iletken veya empedans yüzeyleri gibi problemlerde yansımanın da hesaplanabilmesine olanak sağlamasıdır. Bu sayede yansımanın katkısı da hesaba katılarak saçılma problemlerine çözüm getirilip üniform ifadelerle GSKDT yaklaşımıyla ulaşılmıştır (Yalçın, 2011).

### 3. MATERYAL ve YÖNTEM

#### 3.1. Stasyonier Faz Yöntemi

$g(u)$  Genlik fonksiyonu,  $\psi(u)$  ise faz fonksiyonu olmak üzere,

$$f(x) = \int_b^a g(u) e^{ix\psi(u)} du \quad (3.1)$$

$f(x)$  fonksiyonunun integrali stasyonier faz yöntemi ile denklem (3.1) şeklinde hesaplanır. Burada  $u$  değişkeni ile genlik ve faz fonksiyonları da gerçel fonksiyonlar olup, faz fonksiyonu iki defa sürekli olarak türetilir. Genlik fonksiyonu  $a \leq u \leq b$  aralığında sürekliir.

$\psi(u)$  faz fonksiyonunun stasyonier noktası aşağıdaki denklemde (3.2) ile,

$$\left. \frac{d\psi}{du} \right|_{u=u_0} = 0 \quad (3.2)$$

$a \leq u_0 \leq b$  olmak üzere bulunarak, faz fonksiyonunun ikinci türevi semer noktasında  $\psi''(u_0) > 0$  olacak şekilde hesaplanır. Faz fonksiyonunun stasyonier noktası semer noktası olarak da isimlendirilir.

Faz fonksiyonunun  $u_0$  semer noktasında Taylor açılımı,  $\psi'(u_0) = 0$  olduğundan

$$\psi(u) = \psi(u_0) + \frac{1}{2!} \psi^{(2)}(u_0) (u - u_0)^2 + \frac{1}{3!} \psi^{(3)}(u_0) (u - u_0)^3 + \dots \quad (3.3)$$

(3.3) şeklinde ifade edilebilir. Bu ifadeyi de yüksek yaklaşıklıkla aşağıda (3.4) ile verilen denklemdeki gibi ilk iki terimini almamız yeterli olacaktır. Çünkü üçüncü terimden itibaren terimler sıfıra yakınsamaya başlar ve katkıları ihmal edilebilir.

$$\psi(u) \approx \psi(u_0) + \frac{1}{2} \psi^{(2)}(u_0)(u-u_0)^2 \quad (3.4)$$

Diğer taraftan genlik fonksiyonunun semer noktasında, Taylor serisine eşitlik (3.5)'de görüldüğü şekilde açılımında,

$$g(u) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g^{(n)}(u_0)}{n!} (u-u_0)^n \quad (3.5)$$

ilk terim ile yetinilebildiği göz önüne alınarak genlik fonksiyonu

$$g(u) \equiv g(u_0) \quad (3.6)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Sonuç olarak  $x \ll 1$  koşulu altında, (3.4) faz fonksiyonu ve (3.5) genlik fonksiyonu ifadelerini, denklem (3.1) integralinde yerine konarak, yüksek yaklaşıklıkla bu integral

$$f(x) \approx g(u_0) e^{jxy(u_0)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{1}{2} jx\psi^{(2)}(u_0)(u-u_0)^2} du \quad (3.7)$$

şeklinde elde edilir. Bu integralin değeri ise denklem (3.8)'e eşit olduğundan

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{1}{2} jx\psi^{(2)}(u_0)(u-u_0)^2} du = \sqrt{\frac{2\pi}{-jx\psi^{(2)}(u_0)}} \quad (3.8)$$

$f(x)$  integralini aşağıda verilen (3.9) ile gösterilebiliriz.

$$f(x) \approx g(u_0) e^{j\left[x\psi(u_0) + \frac{\pi}{4}\right]} \sqrt{\frac{2\pi}{x\psi^{(2)}(u_0)}} \quad (3.9)$$

### 3.2. Sınır Kırınım Dalgası Yöntemi

Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT), yutucu bir yüzey üzerindeki açıklık yüzeyinden kırılan monokromatik alanların araştırılmasıyla ortaya çıkmıştır. Young'ın kırınım doğasına dair fikirlerinin geliştirilmesi üzerine oluşturulmuş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi'nin ilk formülasyonları Maggi-Rubonowicz tarafından yapılmıştır. Düzlemsel ve küresel dalga gelişi için formülasyonların genelleştirilmesi "Miyamoto ve Wolf" tarafından yapılmıştır. SKDT yaklaşımını bir problem üzerinde ilk kez Otis ve Lit kullanmıştır. Düzlemsel dalga için SKDT yaklaşımı ile üniform sonuca ilk kez Ganci ulaşmıştır. Oldukça kullanışlı ve uygulaması kolay bir metot olan SKDT, düzgün dairesel ve/veya açıklık yüzeylerin kenarından kırılan alanların hesabında sıklıkla kullanılmaktadır.

Monokromatik bir dalganın " $t$ " anında bir " $P$ " noktasındaki elektromanyetik alanı  $U(P,t)$ , Helmholtz-Kirchhoff denklemi cinsinden yazılabilir. Helmholtz-Kirchhoff denklemi ise Maxwell denklemlerinden elde edilen bir eşitliktir. Temel Maxwell Denklemleri, yüksüz uzayda aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{Faraday Kanunu}) \quad (3.10a)$$

$$\nabla \times \vec{H} = -\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{Amper Yasası}) \quad (3.10b)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{Gauss Yasası}) \quad (3.10c)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (\text{Manyetik Gauss Yasası}) \quad (3.10d)$$

Bu denklemlerde; " $\vec{E}$ " Elektrik Alanı, " $\vec{H}$ " Manyetik Alanı, " $\varepsilon$ " elektrik alan geçirgenlik kat sayısını, " $\mu$ " manyetik alan geçirgenlik katsayısını ifade etmektedir. Boşlukta;  $\mu = \mu_0$  ve  $\varepsilon = \varepsilon_0$  olup  $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$  olarak hesaplanabilmektedir. Burada " $c$ " ışık hızını ifade etmekte olup yaklaşık değeri  $3 \times 10^8$  m/s'dir.



Maxwell denklemlerinin birbirleriyle olan ilişkilerini sık kullanılan eşitliklerle (3.11) birlikte kullandığımızda örneğin ilk denklemin rotasyonelini alıp ikinci denklemden çıkarırsak (3.12),

$$\nabla^2 \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\nabla \times \nabla \times \vec{E} \quad (3.11)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{H} = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (3.12)$$

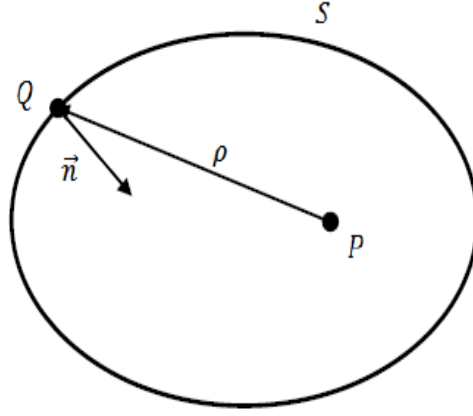
ve benzer olarak buradan da (3.13) ve (3.14) numaralı denklemleri türetilip klasik dalga denklemlerine ulaşabiliriz. Bu dalga denklemleri  $c$  hızında ilerleyen bir dalganın hareketini belirtmektedir.

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.13)$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.14)$$

Sınır kırınım dalgası teorisinde ilk adım yeni bir vektör potansiyelinin tanımlanmış olmasıdır,  $\vec{W}(Q, P)$  bu vektör potansiyeli  $U(P)$  monokromatik skaler dalga alanıyla ilişkilendirmiştir. Burada  $P$ ; gözlem noktasını gösterirken  $Q$  ise,  $S$  yüzeyindeki değişken bir noktayı gösterir.

Monokromatik skaler dalga alanı  $U(P)$ 'nin,  $Q$ 'nun koordinatlarına bağlı kalınarak  $P$  gözlem noktasını çevreleyen  $S$  yüzeyi boyunca alınan integrali Helmholtz-Kirchhoff integralidir.  $U(P)$  manyetik ya da elektriksel alan ifadesidir ve homojen Helmholtz denkleminin çözümüdür.  $\vec{n}$  ise içe doğru birim vektördür.



**Şekil 3.1.** Helmholtz-Kirchhoff geometrisi.

Huygens ve Fresnel prensibine göre; ilerleyen dalganın her bir noktası yeni bir dalganın kaynağı olarak adlandırılır. Böylece bu noktalar uzayda küresel dalga yayan kaynaklar halini alırlar. Çeşitli noktalardan bu şekilde yayılan dalgalar birbirini yok ederken bazı noktalarda da üst üste gelerek birbirlerini kuvvetlendirirler.

Maggi ve Rubinowicz açıklık yüzeyden kırınan alanın iki terimin toplamı şeklinde yazılabileceğini göstermiştir. Burada ilk terim açıklık sınırında her noktada dalga meydana getiren ve Sınır Kırınım Dalgasını gösterirken, ikinci terim açıklık boyunca geometrik optik kurallara uygun yayılan dalgayı yani Geometrik Dalgayı gösterir. Vektör potansiyeli olan  $\vec{W}(Q,P)$ ,  $S$  yüzeyi üzerinde bazı  $Q_i$  noktalarında daima tekilliği barındırır. Vektör potansiyelinin Helmholtz – Kirchhoff integrali ile oluşturulması ile sınır kırınım dalgası teorisi daha sonradan MEİ yüzeyleri de kapsayacak nitelikte genişletilmiştir. Vektör potansiyelinin Helmholtz – Kirchhoff integrali ile oluşturulması aşağıda verilen işlemlerle gerçekleştirilir.

Boş alanda herhangi bir monokromatik skaler dalga alanı

$$V(x, y, z) = U(x, y, z) e^{-j\omega t} \quad (3.15)$$

şeklinde verilebilir. Burada  $(x, y, z)$ , herhangi  $P$  noktası için dalga alanı içinde kartezyen koordinatları,  $w$ ; açısal frekansı ve  $t$  de zamanı gösterir.  $U$ , Helmholtz denkleminin alana bağlı kısmını tanımlar.

$$(\nabla^2 + k^2)U = 0 \quad (3.16)$$

$k = w/c$  ile verilirken,  $c$  ise ışık hızıdır. Bir  $v$  hacmi içindeki herhangi bir  $P$  gözlem noktasına göre bir  $S$  yüzeyi boyunca Helmholtz – Kirchhoff integrali

$$U(P) = \iiint_S \vec{V}(Q, P) \cdot \vec{n} ds \quad (3.17)$$

biçiminde verilebilir. Burada  $S$ ;  $v$  hacmi içindeki  $P$  noktasını içine alan kapalı bir yüzeydir ve  $\vec{V}(Q, P)$  vektörü;

$$\vec{V}(Q, P) = \frac{1}{4\pi} \left[ U(Q) \nabla_Q \frac{e^{-jkR}}{R} - \frac{e^{-jkR}}{R} \nabla_Q U(Q) \right] \quad (3.18)$$

şeklinde ifade edilir.

$\vec{V}(Q, P)$  vektörü, seçilen uygun bir  $\vec{W}(Q, P)$  vektör potansiyeline eşittir.  $\vec{V}(Q, P)$ 'nin diverjansı alındığında,

$$\nabla_Q \cdot \vec{V}(Q, P) = \frac{1}{4\pi} \left[ U(Q) \nabla_Q^2 \frac{e^{-jkR}}{R} - \frac{e^{-jkR}}{R} \nabla_Q^2 U(Q) \right] \quad (3.19)$$

Yukarıdaki denklem (3.19) elde edilir. Burada,  $e^{-jkR}/R$  ve  $U(Q)$  Helmholtz denklemini sağlamaktadır. Böylece eşitlik (3.16)'dan faydalanarak  $e^{-jkR}/R$  fonksiyonu için aşağıdaki ifade (3.20) yazılabilir.

$$\nabla_{\mathcal{Q}}^2 \frac{e^{-jkR}}{R} = -k^2 \frac{e^{-jkR}}{R} \quad (3.20)$$

Ayrıca dalga fonksiyonu  $U(Q)$  da aynı şekilde verilebilir;

$$\nabla_{\mathcal{Q}}^2 U(Q) = -k^2 U(Q) \quad (3.21)$$

Burada  $k$  bir sabittir ve eşitlik (3.20) ve (3.21)'in eşitlik (3.19)'da yerlerine yazılmasıyla elde edilen sonuç

$$\nabla_{\mathcal{Q}} \cdot \vec{V}(Q, P) = 0 \quad (3.22)$$

şeklinde olur.  $U$  yapısı itibarı ile  $\vec{V}(Q, P)$  vektör potansiyeli cinsinden ifade edilebilir.

$$\vec{V}(Q, P) = \nabla_{\mathcal{Q}} \times \vec{W}(Q, P) \quad (3.23)$$

$\vec{W}(Q, P)$  vektör potansiyelinin,  $S$  yüzeyi üzerinde her zaman bazı  $Q_i$  noktalarında tekillikleri vardır. Bu durumda Helmholtz – Kirchhoff formülü (3.24) şeklini alır (Ali 2006).

$$U(P) = \iint_S \nabla_{\mathcal{Q}} \times \vec{W}(Q, P) \cdot \vec{n} ds \quad (3.24)$$

Şimdi de  $P$  noktasının sabit bir nokta olduğunu düşünelim ve bu durumda yukarıdaki eşitlik sadece  $Q$ 'nun bir fonksiyonu olur.  $\vec{W}(Q, P)$  vektör potansiyeli ise  $S$  yüzeyi üzerinde tekilliklere sahip olmalıdır. Ancak  $\vec{W}(Q, P)$ 'nin  $S$  yüzeyinde tekilliği yoksa o zaman  $U(P) = 0$  olur.

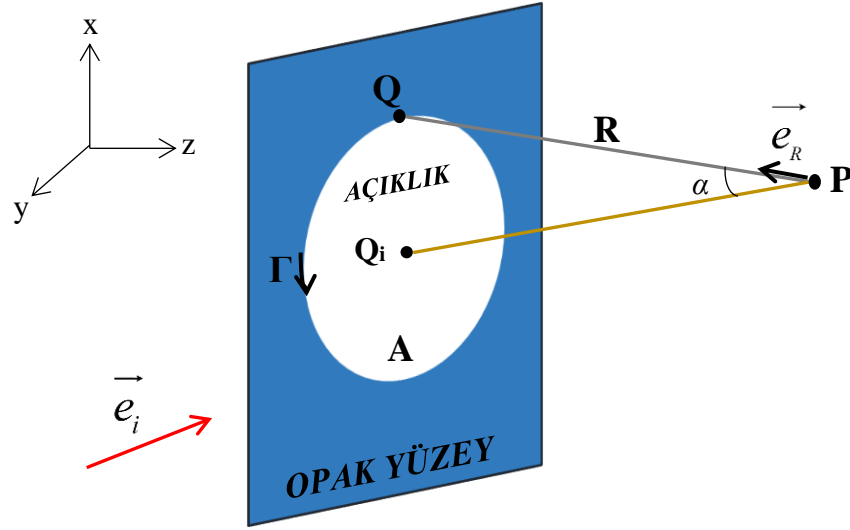
$\vec{W}(Q,P)$  vektör potansiyelinin  $S$  yüzeyi üzerindeki tekillikleri, yarıçapı  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$  olan küçük dairelerle çevrili ve bu dairelerin sınırları  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$  olacak şekilde farklı  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  noktalarında oluşabilir.

$$\iint_S \nabla_Q \times \vec{W}(Q,P) \cdot \vec{n} ds = \sum_i \int_{\Gamma_i} \vec{W}(Q,P) \cdot \vec{l} dl \quad (3.25)$$

$\Gamma_i$  teğeti boyunca  $\vec{l}$  birim vektördür ve  $dl$ ,  $\Gamma_i$ 'nin bir parçasıdır.

Stokes teoreminden faydalanılarak Helmholtz-Kirchhoff integrali iki parçaya ayrılabilir (Yalçın 2010).

$$U(P) = \sum_i G_i(P) + \sum_i F_i(P) \quad (3.26)$$



Şekil 3.2. Sınır kırınım dalgası teorisinin geometrisi.

$$U(P) = U_B(P) + U_{Go}(P) \quad (3.27)$$

Yukarıda verilen (3.27) eşitliği, SKD teorisi yaklaşımının temel eşitliğidir. Bu eşitlikte görülen ilk terim,  $A$  açıklık yüzeyinin  $\Gamma$  sınırından kırınan alanı temsil eder (Şekil 3.2) ve aşağıda gösterilen integral eşitliği (3.28) veya (3.31) ile verilebilir.

$U_{GO}(P)$ , opak yüzey ya da açıklık üzerindeki özel  $Q_i$  noktalarının geometrik-optik alanlarının katkısını temsil eder. Bu noktalar vektör potansiyeli  $\vec{W}(Q, P)$  'nin tekilliklerini temsil eder.  $U_{GO}(P)$ ,  $\vec{W}(Q, P)$ 'nin  $\Gamma_i$  boyunca integralinin,  $\sigma_i \rightarrow 0$  olduğu durumdaki limitinin alınmasıyla ifade edilebilir.

$$F_i(P) = \lim_{\sigma_i \rightarrow 0} \int_{\Gamma_i} \vec{W}(Q, P) \cdot \vec{dl} \quad (3.28)$$

$$U_{GO}(P) = \sum_i \lim_{\sigma_i \rightarrow 0} \int_{\Gamma_i} \vec{W}(Q, P) \cdot \vec{dl} \quad (3.29)$$

Burada  $\vec{l}$ ;  $\Gamma_i$  'nin teğeti boyunca olan birim vektör ve  $dl$  de  $\Gamma_i$ .'nin elemanıdır.

$U_B(P)$  ise açıklık yüzeyi  $\Gamma$  sınırından kırınan sınır kırınım dalgasını ifade eder. Denklemi ise şöyle verilebilir.

$$G_i(P) = \sum_i \lim_{\rho_i \rightarrow 0} \iint_S \vec{V}(Q, P) \cdot \vec{n} ds \quad (3.30)$$

Yukarıdaki eşitlikte  $S$ ,  $\rho_i$  yarıçaplı ve  $Q_i$  noktalarını içine alan küçük bir küredir ve integral  $S$  yüzeyinin içerisinde kapsayacak şekilde alındığında rastgele seçilen bu  $Q_i$  noktaları dışarıda kalır.

$$U_B(P) = \int_{\Gamma} \vec{W}(Q, P) \cdot \vec{dl} \quad (3.31)$$

Bu eşitlikte görülen vektör potansiyeli ise sembolik olarak;

$$\vec{W}(Q,P) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \left[ \vec{e}_R \times \frac{\nabla_Q}{(-jk + \vec{e}_R \cdot \nabla_Q)} U(Q) \right] \quad (3.32)$$

şeklinde verilebilir (Miyamoto ve Wolf, 1962a, 1962b; Yalçın, 2019). Burada  $\vec{e}_R$ ;  $\vec{R}$  vektörünün birim vektörüdür ve  $R$  de gözlem noktası  $P$  ve  $Q$  noktası arasındaki mesafeyi gösterir (Şekil 3.2).  $k$  ise, boş uzayın dalga sayısıdır ve  $k = 2\pi/\lambda$  ile verilebilir. (2) eşitliğinde görülen ikinci terim ise vektör potansiyelinin tekillikleri olup Geometrik Optik alanlarının katkısını temsil etmektedir. Tüm bu tekil ve ayrık noktaların yarıçapı  $\sigma_i$  ve çevresi  $\Gamma_i$  sınır çizgisi ile çevrelendiği düşünülürse bu terim temsili olarak yukarıda verilen (3.29) ile gösterilir.

SKD Teorisi, kullanım alanı olarak yansımının olmadığı yada ihmal edilebileceği yani opak gibi yüzeylerde, açıklık sistemlerden ve düzgün yüzeylerin kenarından kırılan alanların hesaplanmasında yaygın olarak kullanılmaktadır. Ama mükemmel elektrik/manyetik (PEC yada PMC) yüzeyler veya empedans yüzeyleri gibi yansımının olduğu yada ihmal edilemeyeceği yüzeylerde SKD Teorisi bize kesin ve doğru sonuçlar vermez. Çünkü teorinin bu mevcut halinde yansımadan bahsetmek mümkün değildir. Bu sebeple, bu teori üzerinde (SKDT) yansımının olduğu yüzeyleri de içine alacak şekilde bir genişletilme ihtiyacı doğmuş ve Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi ortaya çıkmıştır (Yalçın, 2009). Yüzeyimiz opak yani yansımının olmadığı yada ihmal edildiği bir yüzey ise eşitlik (3.32)'de verilen  $U(Q)$ ; sadece gelen  $U_i(Q)$ 'ye eşittir ve bunu SKD Teorisi sağlar. Fakat yüzeyimiz mükemmel elektrik/manyetik (PEC yada PMC) yüzeyler veya empedans yüzeyleri gibi yansımının olduğu bir yüzey ise bu tip yüzeylerde yansıma olacağından eşitlik (3.32)'de verilen  $U(Q)$ ; gelen  $U_i(Q)$  ve yansıyan  $U_r(Q)$  alanlarının ikincil kaynak noktası  $Q$ 'daki toplamına eşittir. Bunu da bize Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi sağlar. GSKD Teorisi'nin probleme uygulanması bir sonraki bölümde verilmiştir.

### 3.2. Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Yönteminin Probleme Uygulanması

Mükemmel elektrik iletken (PEC) yüzeyler üzerindeki dairesel bir açıklıktan kırınım geometrisi, Şekil 3.3' ve Şekil 3.4'te görüldüğü gibi genişletilmiş sınır kırınım dalgası teorisi yöntemi ile üniform olarak hesaplanacaktır. MEİ yüzeylerde yansıma da olacağından kırınan ve saçılan alan ifadeleri hesaplanırken gelen alan ve yansıyan alan ile işlemlerimizi sürdürürüz. Gözlem noktası  $P$  için gelen ve yansıyan homojen düzlemsel dalgalar sırasıyla (3.33) ve (3.34) no.lu eşitliklerde verilmiştir.

$$U_i = u_i e^{-jkz} = u_i e^{-jkr \cos \theta} \quad (3.33)$$

$$U_r = -u_i e^{jkz} = -u_i e^{jkr \cos \theta} \quad (3.34)$$

Burada  $\vec{r}$  ;  $P$  noktasının pozisyon vektörüdür ve

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z \quad (3.35)$$

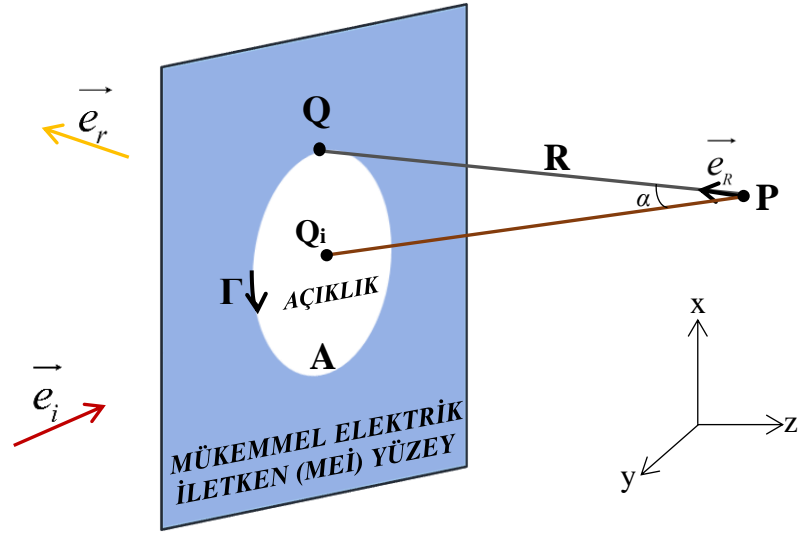
ile gösterilir.  $\vec{k}$  ise

$$\vec{k} = k\vec{e}_z \quad (3.36)$$

ile ifade edilebilir.

R ifadesi ise  $P$  gözlem noktasıyla açıklık sınırı  $\Gamma$  arasındaki mesafeyi verir (Şekil 3.3) ve denklem (3.37) ile gösterilebilir.





Şekil 3.3. MEİ bir yüzey için genişletilmiş sınır kırınım dalgası teorisinin geometrisi.

$$R = \|\vec{R}\| = \left[ (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \right]^{1/2} \quad (3.37)$$

Burada  $x, y, z$  değerleri ise,

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \phi \sin \theta \\ y &= r \sin \phi \sin \theta \\ z &= r \cos \theta \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x' &= a \cos \phi' \\ y' &= a \sin \phi' \\ z' &= 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

olduğundan,

$$(x-x')^2 = \left[ (r \cos \phi \sin \theta) - (a \cos \phi') \right]^2 = r^2 \cos^2 \phi \sin^2 \theta - 2ra \cos \phi' \cos \phi \sin \theta + a^2 \cos^2 \phi' \quad (3.39a)$$

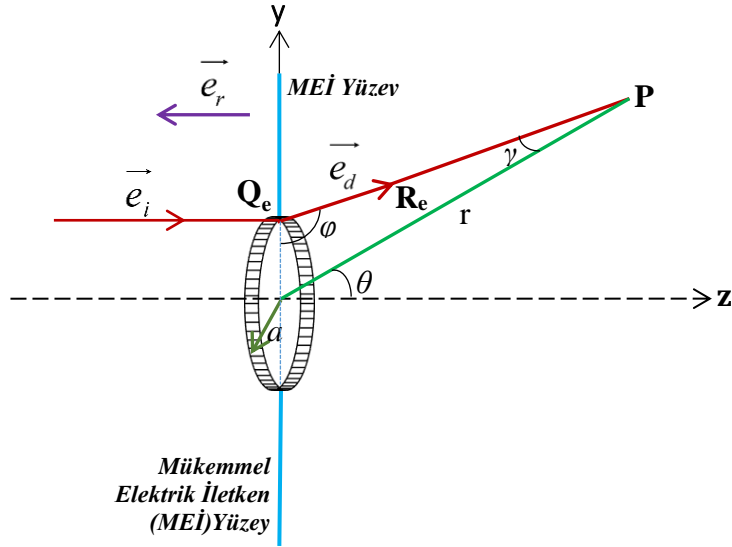
$$(y-y')^2 = \left[ (r \sin \phi \sin \theta) - (a \sin \phi') \right]^2 = r^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - 2ra \sin \phi \sin \phi' \sin \theta + a^2 \sin^2 \phi' \quad (3.39b)$$

$$(z-z')^2 = \left[ (r \cos \theta) - 0 \right]^2 = r^2 \cos^2 \theta \quad (3.39c)$$

(3.39a), (3.39b) ve (3.39c) eşitlikleri (3.37) ifadesinde yerine konularak;

$$R = [r^2 + a^2 - 2ra \sin \theta \cos(\phi - \phi')]^{1/2} \quad (3.40)$$

$R$ 'nin bulunabilmesi için (3.40) eşitliği elde edilir.



**Şekil 3.4.** Gelen alanın MEİ yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan kırınım geometrisi.

$U(Q)$ 'nin gradyentini

$$\nabla_Q U(Q) = -jku_i(\vec{e}_i - \vec{e}_r) \quad (3.41)$$

(3.41) eşitliği ile ifade edebiliriz. (3.33), (3.34) ve (3.41) no.lu eşitliklerde verilen ifadeleri, vektör potansiyelinin sembolik ifadesi olan (3.32) no.lu eşitlikte kullanarak, mükemmel iletken bir yüzey için düzlemin vektör potansiyelini,

$$W(Q, P) = u_i \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \left( \frac{\vec{e}_R \times \vec{e}_i}{1 + \vec{e}_R \cdot \vec{e}_i} - \frac{\vec{e}_R \times \vec{e}_r}{1 + \vec{e}_R \cdot \vec{e}_r} \right) \quad (3.42)$$

eşitlik (3.42) şeklinde yazabiliriz. Burada  $\vec{e}_i$  gelen alanın birim vektörüdür ve  $\vec{e}_z$  birim vektörüne eşittir (3.43);

$$\vec{e}_i = \vec{e}_z \quad (3.43)$$

Yansıyan alanın birim vektörü  $\vec{e}_r$  ise ters  $z$  yönündeki  $-\vec{e}_z$  birim vektörüne eşittir.

$$\vec{e}_r = -\vec{e}_z \quad (3.44)$$

Şekil 3.4 göz önüne alınarak ilgili vektörleri ( $\vec{e}_R, \vec{e}'_p$  ve  $\vec{e}_r$ ) aşağıda (3.45), (3.46) ve (3.47) no.lu eşitliklerde verilen şekilde yazabiliriz.

$$\vec{e}_R = \frac{a\vec{e}'_p - r\vec{e}_r}{R} \quad (3.45)$$

$$\vec{e}'_p = \cos \phi' \vec{e}_x + \sin \phi' \vec{e}_y \quad (3.46)$$

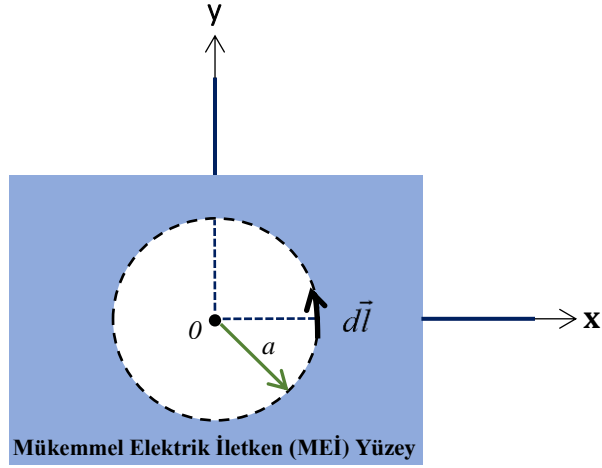
$$\vec{e}_r = \sin \theta \cos \phi \vec{e}_x + \sin \theta \sin \phi \vec{e}_y + \cos \theta \vec{e}_z \quad (3.47)$$

Yukarıda (3.45), (3.46) ve (3.47) no.lu eşitliklerde verilen bu değerler (3.42) no.lu ifadenin parantez içindeki bölümde yerine konulduğunda, gelen kısım için (3.48), yansıyan kısım için ise (3.49) no.lu eşitlikler elde edilir.

$$\frac{\vec{e}_R \times \vec{e}_i}{1 + \vec{e}_R \cdot \vec{e}_i} = \frac{\vec{e}_x (-r \sin \theta \sin \phi + a \sin \phi') + \vec{e}_y (r \sin \theta \cos \phi - a \cos \phi')}{R - r \cos \theta} \quad (3.48)$$

$$\frac{\vec{e}_R \times \vec{e}_r}{1 + \vec{e}_R \cdot \vec{e}_r} = \frac{\vec{e}_x (r \sin \theta \sin \phi - a \sin \phi') + \vec{e}_y (-r \sin \theta \cos \phi + a \cos \phi')}{R + r \cos \theta} \quad (3.49)$$

(3.48) ile gelen alanın birim vektörü “ $\vec{e}_i$ ” ve (3.49) ile de yansıyan alanın birim vektörü “ $\vec{e}_r$ ” ‘ye bağlı birer denklem elde edilmiş olur.



**Şekil 3.5.** Dairesel bir açıklığı bulunan MEİ yüzeyin (x,y) düzlemindeki görüntüsü.

Yukarıda verilen Şekil 3.5'te de görüldüğü üzere  $\vec{l}$ ;  $\Gamma_i$ 'nin teğeti boyunca olan birim vektördür ve  $dl$  de  $\Gamma_i$ 'nin elemanı olup eşitlik (3.50) ile gösterilebilir.

$$\vec{dl} = a \sin \theta d\phi' \vec{e}_\phi \quad (3.50)$$

Bulunan bu değerler (3.31) eşitliğinde yerine konulursa;

$$U_B(P) = u_i \frac{a \sin \theta}{4\pi} \int_{\phi'=0}^{2\pi} \left[ \frac{(-r \sin \theta \sin \phi + a \sin \phi')(-\sin \phi') + (r \sin \theta \cos \phi - a \cos \phi') \cos \phi'}{R - r \cos \theta} \right] \\ + \left[ \frac{(-r \sin \theta \sin \phi + a \sin \phi')(-\sin \phi') + (r \sin \theta \cos \phi - a \cos \phi') \cos \phi'}{R + r \cos \theta} \right] \frac{e^{-jkR}}{R} d\phi' \quad (3.51)$$

$U_B(P)$  açıklık yüzey sınırından ( $\Gamma$ ) kırılan sınır kırınım dalgası ifadesi, yukarıdaki şekilde elde edilir. Buradan da gerekli sadeleştirmeler yapılarak;

$$U_B(P) = u_i \frac{1}{4\pi} a \sin \theta \int_{\phi'=0}^{2\pi} \left[ r \sin \theta \cos(\phi - \phi') - a \right] \left( \frac{1}{R - r \cos \theta} + \frac{1}{R + r \cos \theta} \right) \frac{e^{-jkR}}{R} d\phi' \quad (3.52)$$

eşitlik (3.52) sonucuna ulaşılır. Bu tip hesaplanması zor integraller için stasyonere faz yöntemi kullanılarak integral alınır (bkz. Bölüm 3.1, s. 20). Stasyonere Faz yöntemi ile;

$$\psi(\phi') = R \quad (3.53a)$$

$$\psi'(\phi') = \frac{-ra \sin \theta \sin(\phi - \phi')}{R} = 0 \quad (3.53b)$$

$$\phi'_e = \phi \quad (3.53c)$$

$$\psi''(\phi') = (-ra \sin \theta) \left[ \frac{-\cos(\phi - \phi')R - \sin(\phi - \phi') \left( -\frac{ra}{R} \sin \theta \sin(\phi - \phi') \right)}{R^2} \right] \quad (3.53d)$$

$$f(\phi') = \frac{1}{R} \left[ (r \sin \theta \cos(\phi - \phi') - a) \left( \frac{1}{R - r \cos \theta} + \frac{1}{R + r \cos \theta} \right) \right] \quad (3.53e)$$

$$\psi(\phi_e) = R_e = [r^2 + a^2 - 2ra \sin \theta]^{1/2} \quad (3.53f)$$

$$\psi''(\phi_e) = \frac{ra \sin \theta}{R_e} \quad (3.53g)$$

$$f'(\phi'_e) = \left[ (r \sin \theta - a) \left( \frac{1}{R_e - r \cos \theta} + \frac{1}{R_e + r \cos \theta} \right) \right] \quad (3.53h)$$

$$\int_{\phi'}^{2\pi} F_1(\phi') e^{-jk\psi(\phi')} d\phi' = f(\phi'_e) e^{-jk\psi(\phi_e)} \sqrt{\frac{2\pi}{jk\psi''(\phi'_e)}} e^{-jkR_e - j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2\pi\sqrt{R_e}}{ra \sin \theta}} \quad (3.53i)$$

şeklinde integral alınarak denklem (3.54) sonucu elde edilir.

$$U_B(P) = U_i \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r}} (r \sin \theta - a) \left[ \frac{1}{R_e - r \cos \theta} + \frac{1}{R_e + r \cos \theta} \right] \frac{e^{-jkR_e - j\pi/4}}{\sqrt{kR_e}} \quad (3.54)$$

$U_B(P)$  ; açıklık yüzeyi  $\Gamma$  sınırından kırınan sınır kırınım dalgasını ifade eder.  $U_B(P)$  yaklaşık ifadesinde parantezin içindeki ilk terim ile çarpımlar bir arada yazıldığında gelen alan için bir denklem elde edilirken, parantezin içindeki ikinci terim ile çarpımlar yazıldığında da yansıyan alan için bir denklem elde edilir. Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi'nin farkı da burada ortaya çıkar. Yansımanın olduğu yüzeyler için ikinci terimi de hesaba katıp teoriyi genişletir. Sonraki adım olarak Fresnel fonksiyonuna geçiş yapılması gerekmektedir (Tang ve diğerleri, 2005; Tyzhnenko 2005).

Burada Fresnel fonksiyonumuz (3.55) no.lu eşitlikte verilmiştir.

$$\hat{F}(\xi_i) = \frac{e^{-j(\xi_i^2 + \pi/4)}}{2\sqrt{\pi}\xi_i} \quad (3.55)$$

$\xi_i$ , Fresnel fonksiyonunun argümanıdır ve detour parametresini temsil eder (Lee ve Deschamps, 1976; Lee, 1977). Detour parametresi gelen ya da yansıyan alan ile kırınan alan arasındaki faz farkı ile elde edilir. Bu ifade gösterim olarak eşitlik (3.56) da verilmiştir.

$$\xi_i = -\sqrt{\psi_i - \psi_d} = -\sqrt{k(R_e - r \cos \theta)} \quad (3.56)$$

Burada  $\psi_i$  gelen alanın faz fonksiyonunu gösterirken,  $\psi_d$  ise kırınan alanın faz fonksiyonudur. Bu durumda gelen dalga için detour parametresini bulmak istersek  $\psi_i$  yerine  $U_{B_i}(P)$ 'nin fazı ve  $\psi_d$  yerine kırınan alanın fazı yazıldığında (3.56) ifadesi elde edilir.

$$\xi_i^2 = kR_e - kr \cos \theta = kR_e - kz \quad (3.57)$$

Gelen alan için detour parametresinin karesi (3.57) ifadesindeki gibi bulunur.

Eşitlik (3.54)'teki ifadede parantezin içindeki ilk terim ile çarpımlar bir arada yazıldığında gelen alan için bir denklem elde edilir;

$$U_{B_i}(P) = -u_i \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r}} \frac{(r \sin \theta - a)}{-\sqrt{k(R_e - r \cos \theta)}} \frac{e^{-jkR_e - j\pi/4 + jkz - jkz}}{\sqrt{R_e} \sqrt{R_e - r \cos \theta}} \quad (3.58)$$

Bu ifade de Fresnel fonksiyonu yerine konularak;

$$U_{B_i}(P) = -u_i \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r}} \frac{(r \sin \theta - a) e^{-jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e} \sqrt{R_e - r \cos \theta}} \hat{F}(\xi_i) \quad (3.59)$$

eşitlik (3.59) ile verilen denklem elde edilir.

Detour parametresinin de bulunmasıyla kırınan alana ait birinci üniform ifade genişletilmiş argümanlar için Fresnel fonksiyonunun asimptotik ilişkilendirmesi kullanılarak bulunabilir. Örneğin burada  $\hat{F}(\xi_i)$  yerine  $\hat{F}(\xi_i) = \hat{F}(\|\xi_i\|) \text{Sgn}(\xi_i)$  yaklaşımı kullanılmıştır. Burada  $\text{Sgn}(\xi_i)$  signum fonksiyondur. Fresnel fonksiyonunun bu şekilde ifade edilmesinin nedeni ise aldığı değerlerin sağladığı avantajla ilgilidir. Signum fonksiyonu aşağıdaki değerleri alabilir.

$$\text{Sgn}(\xi_i) = \begin{cases} -1, & \xi_i < 0 \\ 0, & \xi_i = 0 \\ 1, & \xi_i > 0 \end{cases} \quad (3.60)$$

Gölge sınırı ve yansıma sınırı olarak adlandırılan, gelen dalga'nın kırınımına ya da yansıma uğrayacağı bir de gelen dalga'nın bulunduğu üç bölge söz konusudur. Birinci bölgede gelen, yansıyan ve kırınan alanla ilgili terimler mevcuttur. İkinci bölgede gelen ve kırınan alanlara ait ifadeler varken, üçüncü bölgede sadece kırınan alan vardır.

Durumun bu şekilde gelişmesini sağlayan olay ise kesin çözüm ifadesindeki signum fonksiyonlarıdır.  $\hat{F}(\xi_i)$ , Fresnel integrali şu şekilde de verilebilir.

$$\hat{F}(\xi_i) = \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi_i}^{\infty} e^{-jt^2} dt \quad (3.61)$$

Burada  $\xi_i$  için bulunan değer yazılıp,  $\xi_i$  ve  $\infty$  aralığı boyunca integral alındığında Fresnel fonksiyonu için önceden bulunmuş olan değer elde edilir.

$$U_{B_i}(P) = -u_i \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r}} \frac{(r \sin \theta - a) e^{-jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e (R_e - r \cos \theta)}} \hat{F}(\|\xi_i\|) \text{Sgn}(\xi_i) \quad (3.62)$$

Sonuç olarak gelen alan için (3.62) ifadesi elde edilir. Aynı işlemler yansıyan alan için de tekrarlandığında

$$\xi_r = -\sqrt{\psi_r - \psi_d} = -\sqrt{kR_e + kr \cos \theta} = -\sqrt{k(R_e + z)} \quad (3.63a)$$

$$\hat{F}(\xi_r) = \frac{e^{-j(\xi_r^2 + \pi/4)}}{2\sqrt{\pi}\xi_r} \quad (3.63b)$$

$$\xi_r^2 = kR_e + kz \quad (3.63c)$$

$$U_{B_r}(P) = -u_i \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r}} \frac{(r \sin \theta - a)}{-\sqrt{k(R_e + r \cos \theta)}} \frac{e^{-jkR_e - j\pi/4 + jkz - jkz}}{\sqrt{R_e} \sqrt{R_e - r \cos \theta}} \quad (3.63d)$$

$$U_{B_r}(P) = -u_i \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r}} \frac{(r \sin \theta - a) e^{jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e (R_e + r \cos \theta)}} F(\xi_r) \quad (3.63e)$$



$$U_{B_r}(P) = -u_i \sqrt{\frac{a \sin \theta}{2r}} \frac{(r \sin \theta - a) e^{jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e (R_e + r \cos \theta)}} F(\|\xi_r\|) \text{Sgn}(\xi_r) \quad (3.64)$$

Yansıyan alan için de üniform (3.64) ifadesi elde edilmiş olur. GSKDT sadece yansıyan alanların hesabını yapmakla kalmayıp, kırınan alanın içindeki yansımaya bağlı oluşan alanına da hesaplayabilmemizi sağlamaktadır.

Kırınan alan; gelen ve yansıyan alanlardan oluşan katkının toplamı şeklinde gösterilir;

$$U_B(P) = U_{B_i}(P) + U_{B_r}(P) \quad (3.65)$$

ve bu toplam (3.66) da verilen eşitlikle gösterilebilir.

$$U_B(P) = -u_i \sqrt{\frac{a \sin \theta}{2rR_e}} (r \sin \theta - a) \left[ \frac{e^{-jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e - r \cos \theta}} F(\|\xi_i\|) \text{Sgn}(\xi_i) + \frac{e^{jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e + r \cos \theta}} F(\|\xi_r\|) \text{Sgn}(\xi_r) \right] \quad (3.66)$$

(3.66) ifadesi düzenlenirse; kırınan alan ifadesi,

$$U_B(P) = -u_i \sqrt{\frac{a \sin \theta}{2rR_e}} (r \sin \theta - a) \left[ \frac{e^{-jkz}}{\sqrt{R_e - z}} F(\|\xi_i\|) \text{Sgn}(\xi_i) + \frac{e^{jkz}}{\sqrt{R_e + z}} F(\|\xi_r\|) \text{Sgn}(\xi_r) \right] \quad (3.67)$$

eşitlik (3.67) biçiminde elde edilir. Burada parantezin içindeki ilk kısım gelen alan ile ilgiliyken, ikinci kısım ise yansıyan alanın katkısını gösterir.

Birim basamak fonksiyonu ise (3.68)'te verilen şekildedir.

$$u(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi > 0 \\ \infty, & \xi = 0 \\ 0, & \xi < 0 \end{cases} \quad (3.68)$$

Mükemmel iletken bir yüzey için kaynak bölgesinde kırınan, yansıyan ve gelen alanlar birlikte bulunduğundan bu bölgedeki toplam alan ifadesi aşağıda eşitlik (3.69) ile verilen şekilde bulunur. Kaynak bölgesinde ki bu toplam alan için verilen eşitlikte ilk parantez içi gelen alanı, ikinci parantez içi yansıyan alanı, üçüncü parantez içi ise kırınan alanı temsil eder.

$$U_{Bt}(P) = \left[ u_i e^{-jkz} u(-\xi_i) \right] - \left[ u_i e^{jkz} u(-\xi_r) \right] - \left( u_i \sqrt{\frac{a \sin \theta}{2rR_e}} (r \sin \theta - a) \left[ \frac{e^{-jkz}}{\sqrt{R_e - z}} F(\|\xi_i\|) Sgn(\xi_i) + \frac{e^{jkz}}{\sqrt{R_e + z}} F(\|\xi_r\|) Sgn(\xi_r) \right] \right) \quad (3.69)$$

Gözlem noktasının bulunduğu diğer bölgede ise yansıyan alanlar bulunmaz ve bu bölgedeki toplam alan ifadesi de gelen ve kırınan alanlardan oluşup, eşitlik (3.70) ile verilen biçimde elde edilir. Gözlem bölgesinde ki bu toplam alan için verilen eşitlikte ilk parantez içi gelen alanı, ikinci parantez içi ise kırınan alanı temsil eder. İki bölge arasındaki fark ise  $\theta$  açısıdır.

$$U_{Bt}(P) = \left[ u_i e^{-jkz} u(-\xi_i) \right] - \left( u_i \sqrt{\frac{a \sin \theta}{2rR_e}} (r \sin \theta - a) \left[ \frac{e^{-jkz}}{\sqrt{R_e - z}} F(\|\xi_i\|) Sgn(\xi_i) + \frac{e^{jkz}}{\sqrt{R_e + z}} F(\|\xi_r\|) Sgn(\xi_r) \right] \right) \quad (3.70)$$

Herhangi bir P gözlem noktasındaki toplam saçılan alan ifadesi; gelen, yansıyan ve kırınan alanların toplamı olarak hesaplanmakta olup bulunduğu bölgeye göre içerisinde yansıyan alan bulundurmayabilir. Yukarıda (3.69) ve (3.70) ile bulduğumuz denklemler aynı zamanda bölgesel olarak toplam saçılan alanlara da eşittir.

$$U_{ts}(P) = U_{Bt}(P) = U_{B_i}(P) + U_{B_d}(P) + U_{B_r}(P) \quad (3.71)$$

Literatürde yer alan ve farklı bir problem çözüm yöntemi olan Fraunhofer yaklaşımı ise asıl olarak optik bir yaklaşımdır ve uzak alan kırınımı olarak da adlandırılabilir. Alanlar açıklıktan geçtikten sonra gözlem noktasının uzak alandaki konumuna ve açıklıktan

geçen alanların düzlemsel doğasına bağlı olarak açıklık görüntüsünün değişimine sebep olan kırınımları inceler, kaynak noktasındaki alanları konu almaz (Hecht, 1987).

$$U(x, y) = \frac{e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z}(x^2+y^2)}}{j\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} u(x', y') e^{-i\frac{2\pi}{\lambda z}(xx'+yy')} dx' dy' \quad (3.72)$$

Fraunhofer yaklaşımı denklemini (3.71) biçiminde verilebilir (Ganci, 2008).

Mükemmel elektrik iletken yüzeyler veya empedans yüzeyleri gibi yüzeyler, opak yüzeyler üzerindeki dairesel bir açıklıktan kırınımın geometrisi ile karşılaştırılmak istenirse ortaya bazı farklar çıkacaktır. Bu farkın sebebi ise opak yüzey dikkate alındığında yansıyan alanların olmamasıdır (Altinel ve Yalçın, 2021).

$$U_B(P) = U_{B_i}(P) \quad (3.73)$$

**Çizelge 3.1.** Türüne göre yüzeylerin bölgelerdeki alansal davranışları

Yüzey // Bölge	Opak			MEİ		
	Gelen	Kırınan	Yansıyan	Gelen	Kırınan	Yansıyan
Kaynak Bölgesi	✓	✓	X	✓	✓	✓
Gözlem Bölgesi	✓	✓	X	✓	✓	X

## 4. BULGULAR ve TARTIŞMA

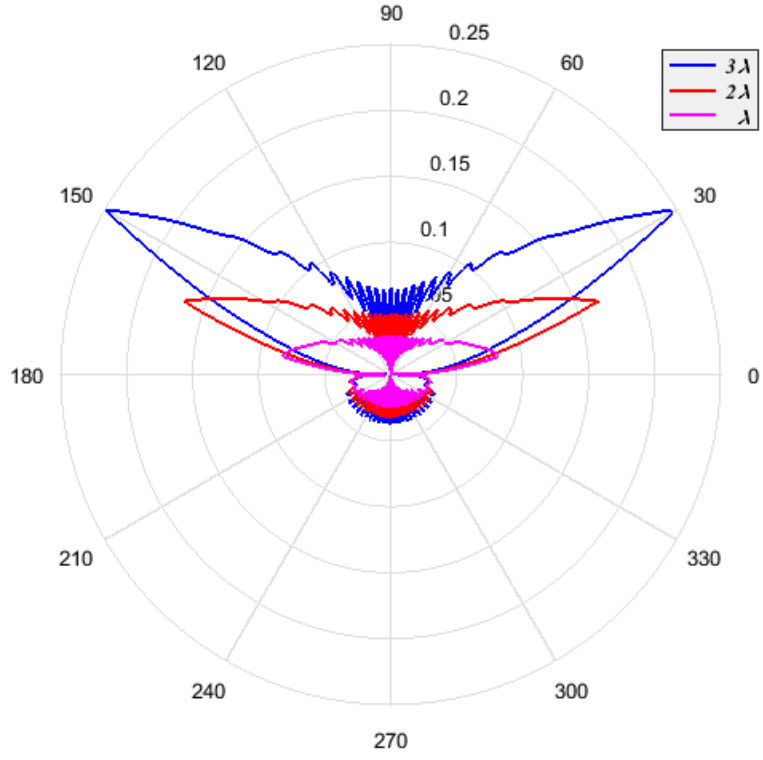
### 4.1. Kırınan Alanlar ve Sayısal Sonuçları

Mükemmel elektrik/manyetik iletken yüzeyler (PEC/PMC) veya empedans yüzeyleri gibi yansımının olduğu yüzeylerde, kırınan alanın içerisinde eşitlik (3.65) ve (3.67)'den de görülebileceği üzere hem gelen alanın hem de yansıyan alanın katkısı bulunur. Kaynak bölgesinde  $\theta$  açısı  $\pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2$  aralığında değişirken, gözlem noktasının bulunduğu diğer bölge olan gözlem bölgesinde ise  $\theta$  açısı  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$  aralığında değişmektedir. Bu iki bölge arasındaki tek fark ise  $\theta$  açısıdır.

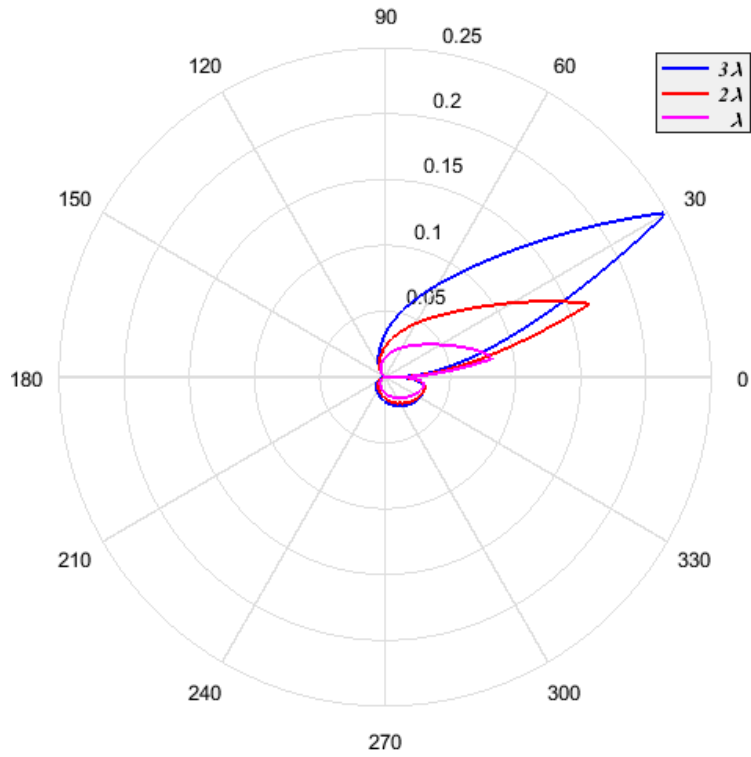
Opak yüzeylerde ise durum biraz farklıdır. Bu yüzeylerde yansıma olmayacağından toplam kırınan alanın içinde sadece gelen alanın katkısı bulunur ve mükemmel iletken yüzeylerde ki gibi  $\theta$  açısı kaynak bölgesinde  $\pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2$  aralığında değişirken, diğer bölge olan gözlem bölgesinde ise  $\theta$  açısı yine  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$  aralığında değişmektedir.

Aşağıda verilen Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'de  $u_1$  birim genlik seçilmiş ve  $r = 6\lambda$  için açıklık yarıçapı  $a$ 'nın farklı varyasyonları için  $(3\lambda, 2\lambda, \lambda)$  değerler alınmıştır. Burada  $\lambda$  dalga boyunu göstermekte olup değeri ise  $\lambda=0.1$  m.'dir. Kaynak ve gözlem bölgesindeki MEİ ve Opak bir yüzey için açıklık yarıçapı  $a$ 'ya bağlı toplam kırınan alanlara ait veriler birbirinden bağımsız olarak gösterilmiştir.

Mükemmel iletken yüzeylerde kaynak ve gözlem bölgesindeki toplam kırınan alanlar için bulduğumuz sonuçlar, bu problemi benzer şekilde opak yüzeylerde kırınan alanlar için inceleyen SKD Teorisi Altınel ve Yalçın (2021) ile karşılaştırılmıştır. MEİ yüzey için toplam kırınan alanlar her iki bölgede de (kaynak ve gözlem) net şekilde belirgin ve birbirinin simetrik eşitlikten, opak yüzey için ise kaynak bölgesinde, gözlem bölgesine oranla çok daha küçük ve siliktir. Bunun iki farklı sebebi vardır. Birincisi opak yüzeylerde yansımının olmaması, ikincisi ise toplam kırınan alanlara katkısı olan gelen alanın MEİ yüzeyin iletken özelliğinden faydalanarak daha rahat geçiş yapabilirken, opak yüzeyde bunu sağlayamamasıdır. (Altınel ve Yalçın, 2021)



Şekil 4.1. MEİ yüzey için açıklık yarıçapı  $a$ 'ya bağlı toplam kırınan alanlar ( $r = 6\lambda$ ).

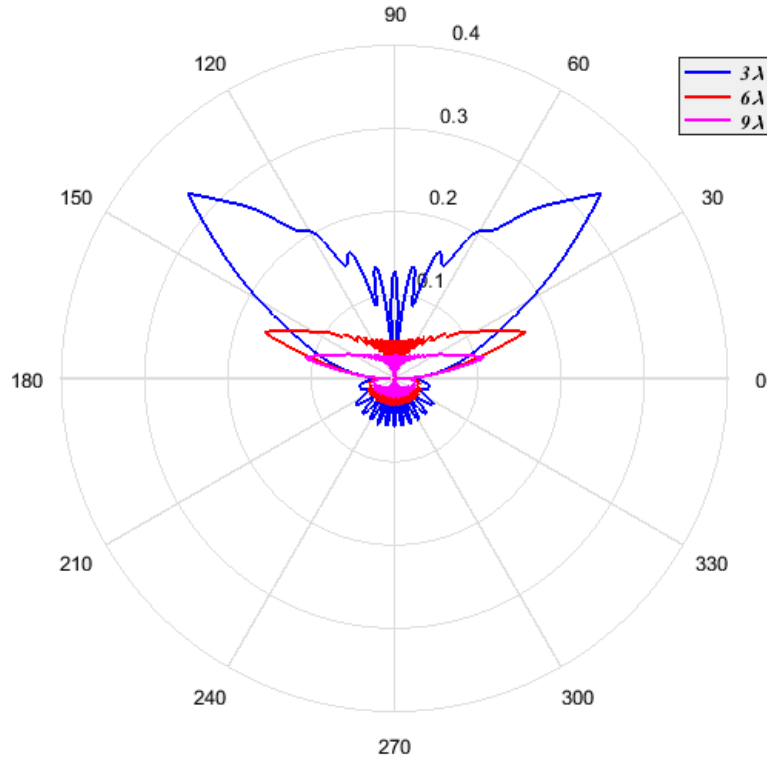


Şekil 4.2. Opak yüzey için açıklık yarıçapı  $a$ 'ya bağlı toplam kırınan alanlar ( $r = 6\lambda$ ).

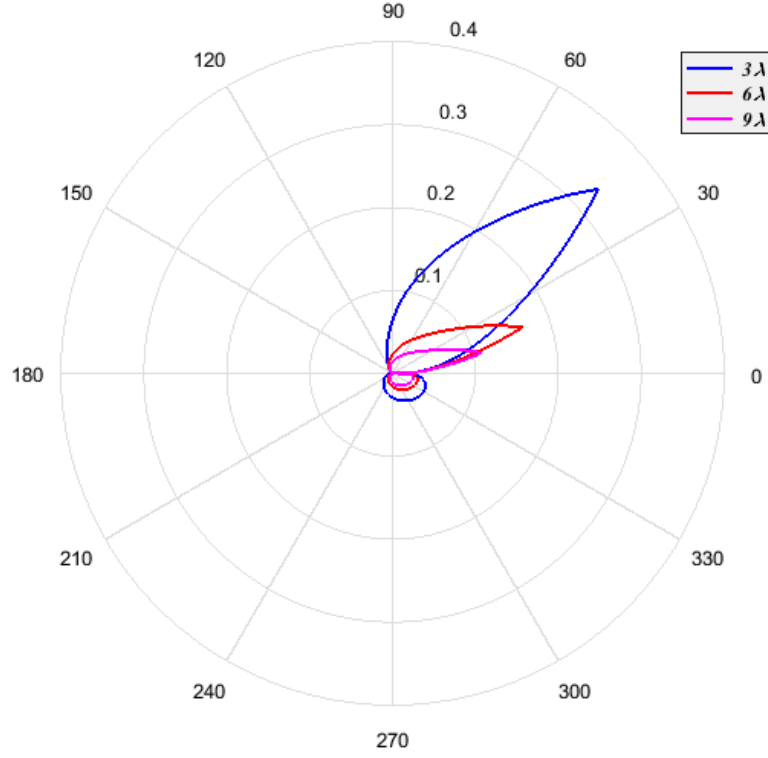
Açıklık yarıçapı  $a$  değeri azaldıkça, geçiş bölgesinin 0'a (sıfıra) yaklaştığı açıkça görülebilir. Gelen ve Kırınan alan her iki bölgede de bulunduğundan toplam kırınan alan ifadesi için  $\theta$  açısı  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  olarak da seçilebilir (bkz. Şekil 4.1 ve Şekil 4.2).

Yine aynı şekilde aşağıda verilen Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'de de,  $u_i$  birim genlik seçilmiş, açıklık yarıçapı  $a = 2\lambda$  için  $r$  gözlem mesafesinin farklı varyasyonları için ( $3\lambda$ ,  $6\lambda$ ,  $9\lambda$ ) değerler alınmıştır. Burada  $\lambda$  dalga boyunu göstermekte olup değeri ise  $\lambda=0.1$  m.'dir. Kaynak ve gözlem bölgesindeki MEİ ve Opak bir yüzey için gözlem mesafesi  $r$ 'ye bağlı toplam kırınan alanlara ait veriler birbirinden bağımsız olarak gösterilmiştir.

Mükemmel iletken yüzeylerde kaynak ve gözlem bölgesindeki toplam kırınan alanlar için bulduğumuz sonuçlar, bu problemi benzer şekilde opak yüzeylerde kırınan alanlar için inceleyen SKD Teorisi Altınel ve Yalçın (2021) ile karşılaştırılmıştır.



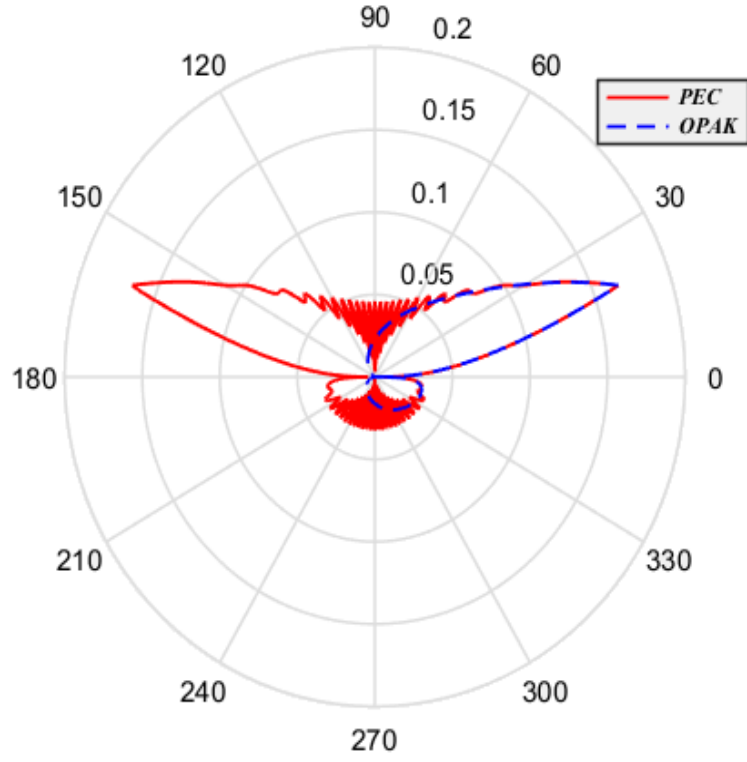
**Şekil 4.3.** MEİ yüzey için gözlem mesafesi  $r$ 'ye bağlı toplam kırınan alanlar ( $a = 2\lambda$ ).



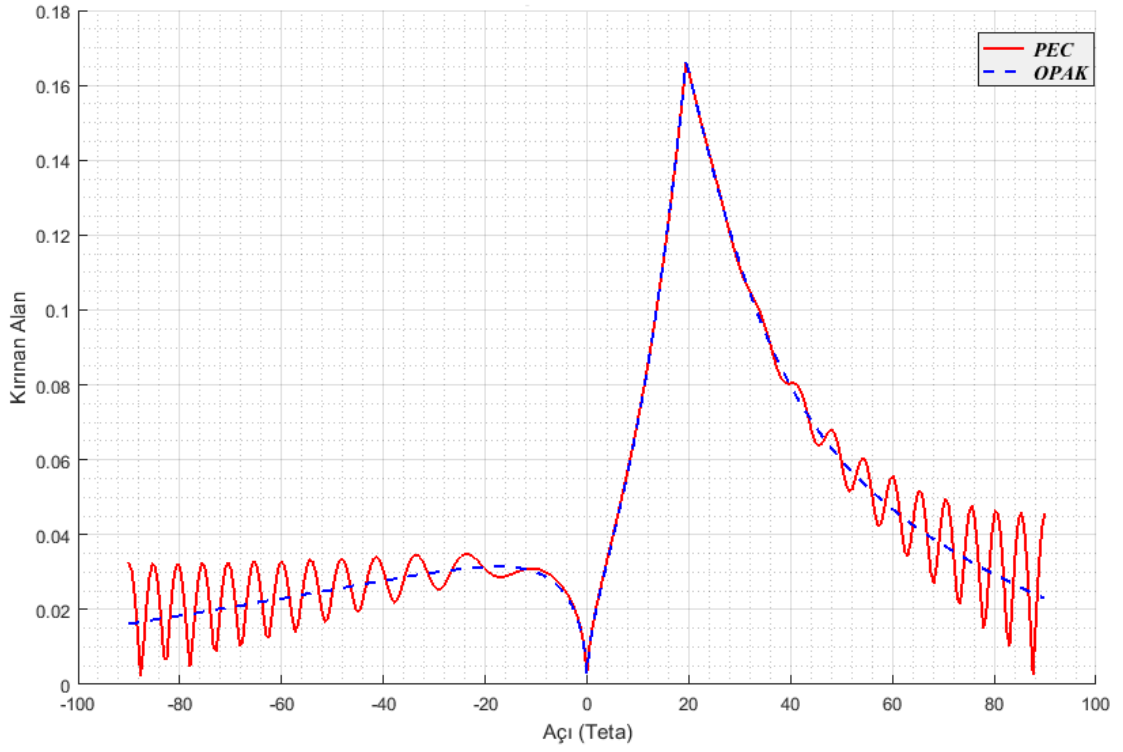
**Şekil 4.4.** Opak yüzey için gözlem mesafesi  $r$ 'ye bağlı toplam kırınan alanlar ( $a = 2\lambda$ ).

Yukarıda verilen şekillerde de görüldüğü üzere, MEİ yüzey için her iki bölgede de kırınan alanlar simetrik ve eşitken, Opak yüzey için ise kaynak bölgesinde, gözlem bölgesine oranla çok daha küçük ve siliktir. Bunun iki farklı sebebi vardır. Birincisi opak yüzeylerde yansımanın olmaması, ikincisi ise toplam kırınan alanlara katkısı olan gelen alanın MEİ yüzeyin iletken özelliğinden faydalanarak daha rahat geçiş yapabilirken, opak yüzeyde bunu sağlayamamasıdır.

Sonuç olarak, gözlem mesafesi yarıçapı  $r$  arttıkça kırınan alanın azaldığı ve geçiş bölgesinin 0'a (sıfıra) yaklaştığı açıkça görülebilir. Gözlem mesafesi yarıçapı  $r$  azaldıkça ise kırınan alanın arttığı fakat yaklaşık olarak  $r = 2\lambda$  değerinden daha düşük değerler için bölge dışına çıktığı ve kırınımına uğramadan geçiş bölgesinden geçtiği görülmüştür. Aşağıda verilen Şekil 4.5'te tüm bölgeleri kapsayacak şekilde ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) SKDT ve GSKDT karşılaştırılması verilmiştir. SKDT yöntemi ile Opak bir yüzey hesaplanırken, GSKDT yöntemi ile MEİ bir yüzey hesaplanmıştır. SKDT yöntemi ile GSKDT yöntemi arasında farkların olduğu açıkça görülmektedir. Bu farklardan en belirginleri ise yansıma ve yüzeyin cinsine bağlı olarak geçirgenliktir.



Şekil 4.5. Toplam kırınan alanların karşılaştırması ( $r = 6\lambda$ ,  $a = 2\lambda$ ).



Şekil 4.6. Kırınan alanların gözlem bölgesindeki karşılaştırması ( $r = 6\lambda$ ,  $a = 2\lambda$ ).



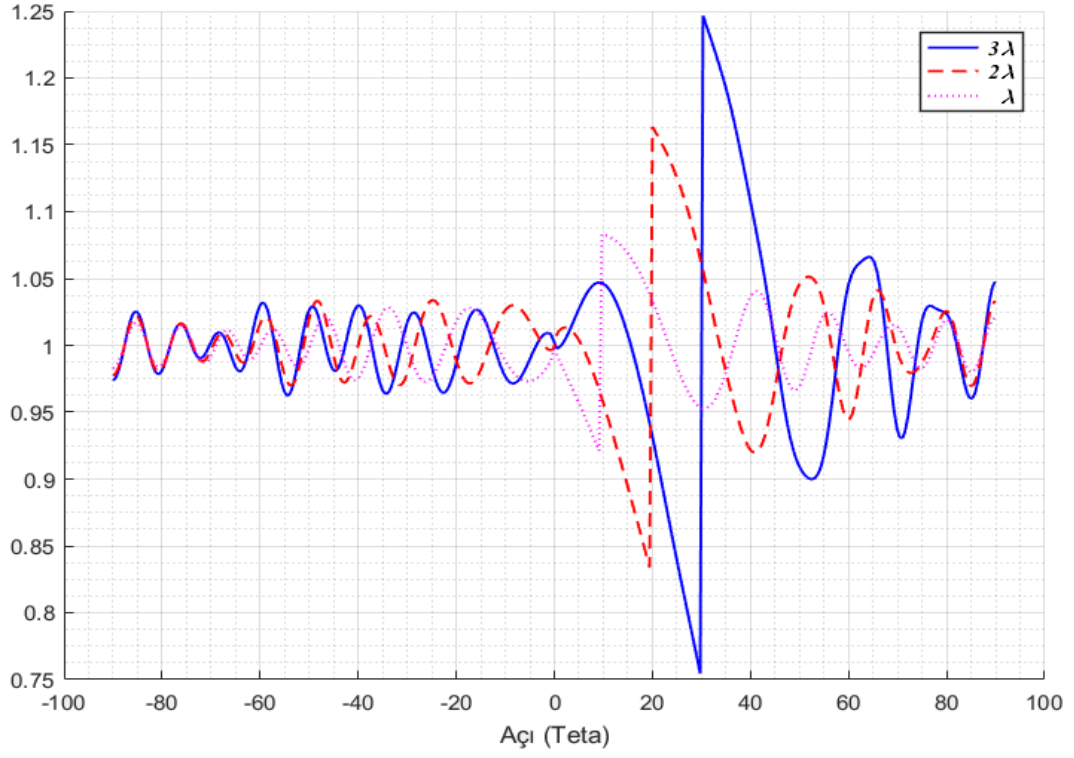
Yukarıda verilen Şekil 4.6'da ise yine  $u_i$  birim genlik seçilmiş,  $r = 6\lambda$  ve  $a = 2\lambda$  değerleri için MEİ ve Opak yüzeylerin karşılaştırmalı olarak gözlem bölgesindeki kırınan alanları gösterilmiştir. Burada  $\lambda$  dalga boyunu göstermekte olup  $\lambda=0.1$  m.'dir. Şekilde, MEİ yüzey için GSKD Teorisi yöntemi kullanılırken, Opak yüzey için ise SKD Teorisi yöntemi kullanılmıştır. Opak yüzey için açı değıştikçe kırınan alanın değeri düz bir çizgide ilerleyip artıp azalırken, MEİ yüzeyde bu durum yansımanın katkısının bulunduğu bölümlerde zikzaklar çizerek ilerler. Fakat yansımanın olmadığı gözlem bölgesindeki geçiş alanı ve çevresindeki bölümlerde ise (yaklaşık  $-\pi/9$  ile  $+2\pi/9$  arası) yansımanın katkısı bulunmadığından opak yüzey gibi davranır ve zikzaklar çizmez. İki yüzeyin de gözlem bölgesinde tepe noktasının aynı açıda ve büyüklükte olduğu, örtüştüğü görülmektedir. Bu bizim için beklenen bir sonuçtur.

Kırınan alanların tepe ve dip noktalarının oluştuğu  $\theta$  açılarının da, açıklık yarıçapı " $a$ " ve gözlem mesafesi " $r$ " değışimlerine göre şekillendiği yukarıda verilen grafiklerden net olarak görülmektedir.

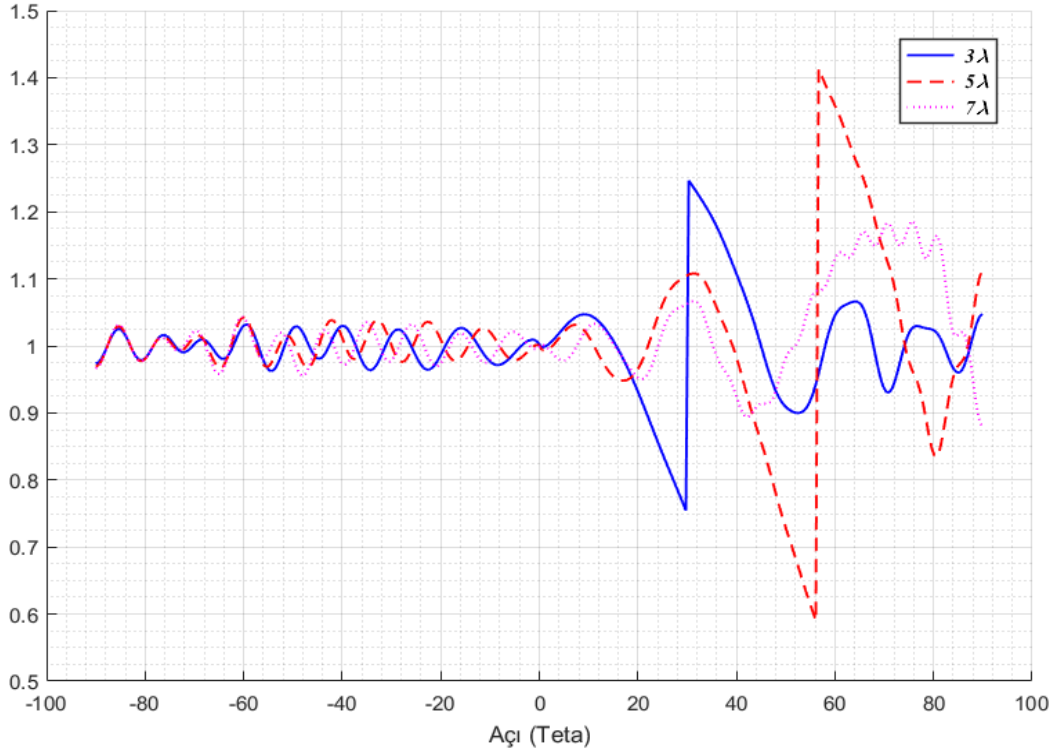
#### 4.2. Saçılan Alanlar ve Sayısal Sonuçları

MEİ bir yüzey için, kaynak ve gözlem bölgesindeki saçılan alanlar, eşitlik (3.71) den de görüleceği üzere; gelen, kırınan ve yansıyan alanların toplamına eşittir. İki bölge arasındaki fark ise  $\theta$  açısıdır. Yukarıda gösterilen (3.69) ve (3.70) eşitliklerinde saçılan alanları sırasıyla kaynak ve gözlem bölgeleri için verilmiştir (bkz. Bölüm 3.3).

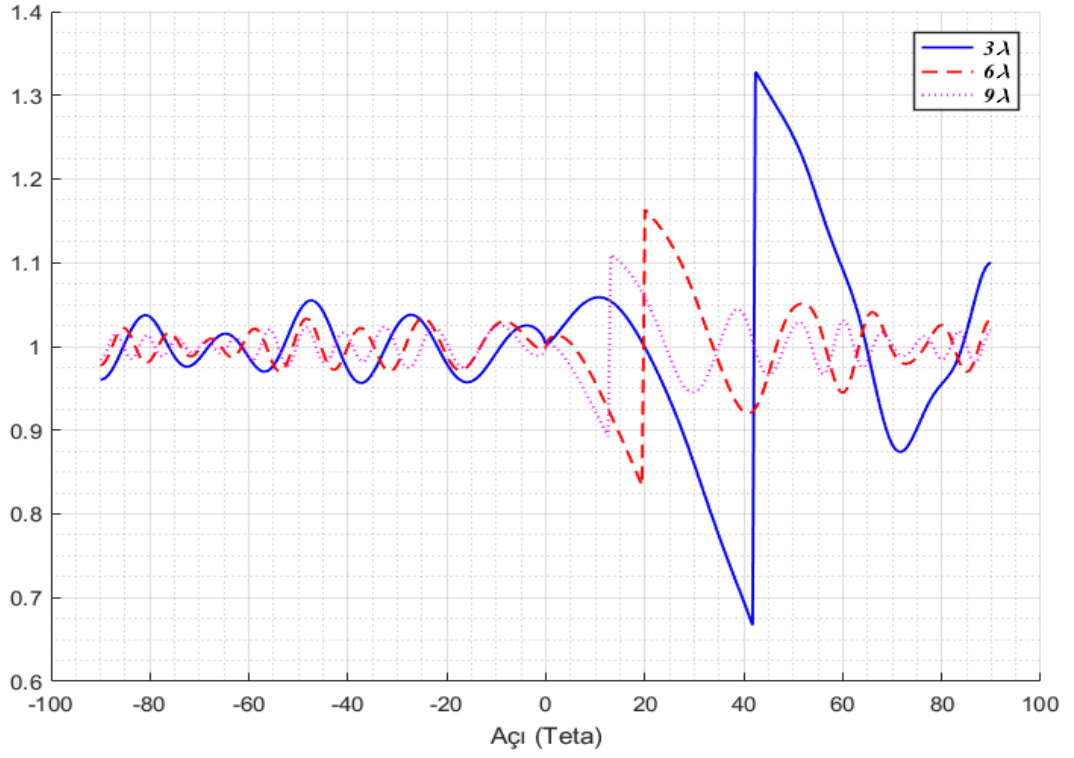
MEİ yüzeylerde yansımanın da katkısıyla (daha önce bu durumu açıkladık), kaynak bölgesinde gelen, yansıyan ve kırınan alanlar mevcuttur. Bu bölgede  $\theta$  açısı değeri  $\pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2$  aralığında değışmektedir. Gözlem noktasının bulunduğu diğer bölgede ise saçılan alan ifadesinin içinde yansıyan alanlar bulunmaz ve sadece gelen ve kırınan alanlar mevcuttur. Bu bölgedeki  $\theta$  açısı değeri ise  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$  aralığında değışmektedir. Gelen alanın her iki bölgede de bulunmasının sebebi yüzey üzerindeki açıklıktan kırınıma uğramadan geçen bölümlerinin bulunmasıdır.



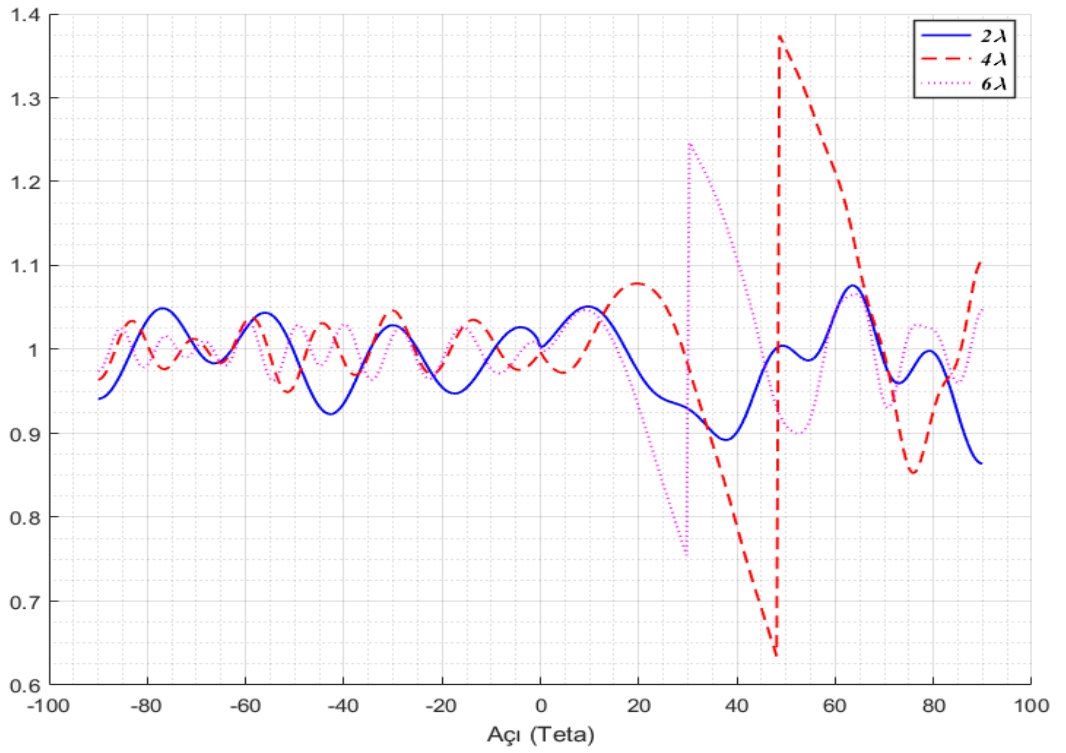
Şekil 4.7. MEİ yüzey için gözlem bölgesindeki  $a$ 'ya bağlı saçılan alanlar-I ( $r = 6\lambda$ ).



Şekil 4.8. MEİ yüzey için gözlem bölgesindeki  $a$ 'ya bağlı saçılan alanlar-II ( $r = 6\lambda$ ).



Şekil 4.9. MEİ yüzey için gözlem bölgesindeki  $r$ 'ye bağlı saçılan alanlar-I ( $a = 2\lambda$ ).



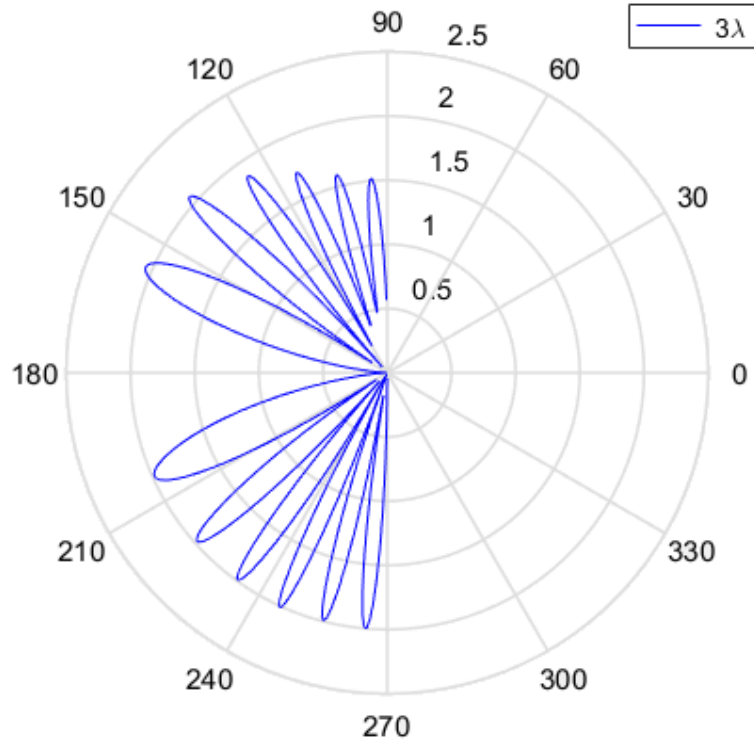
Şekil 4.10. MEİ yüzey için gözlem bölgesindeki  $r$ 'ye bağlı saçılan alanlar-II ( $a = 3\lambda$ ).

Yukarıda verilen Şekil 4.7 ve 4.8’de  $u_i$  birim genlik seçilmiş, gözlem mesafesi için sabit  $r = 6\lambda$  değeri alınmıştır. Açıklık yarıçapı  $a$ ’nın ise farklı değerleri için sonuçlar grafiksel olarak verilmiştir. Şekil 4.7’de,  $a = \lambda$ ,  $2\lambda$  ve  $3\lambda$  değerleri alınmıştır. Tüm grafiklerde  $\lambda$  dalga boyunu göstermekte olup değeri ise  $\lambda=0.1$  m.’dir. Şekilden de görülebileceği üzere, açıklık yarıçapı  $a$  değeri arttıkça saçılan alanlarda artmaktadır. Şekil 4.8’de ise,  $a = 3\lambda$ ,  $5\lambda$  ve  $7\lambda$  değerleri alınmıştır. Şekilden de görülebileceği üzere, açıklık yarıçapı  $a$  değeri arttıkça  $a < 6\lambda$  değerine kadar saçılan alanlarda artmakta,  $a > 6\lambda$  değerleri için ise azalmaktadır.  $r = a = 6\lambda$  değeri için değeri optimum nokta olup, bu değer altındaki ve üzerindeki açıklık yarıçapları için saçılan alanlar düşmektedir.

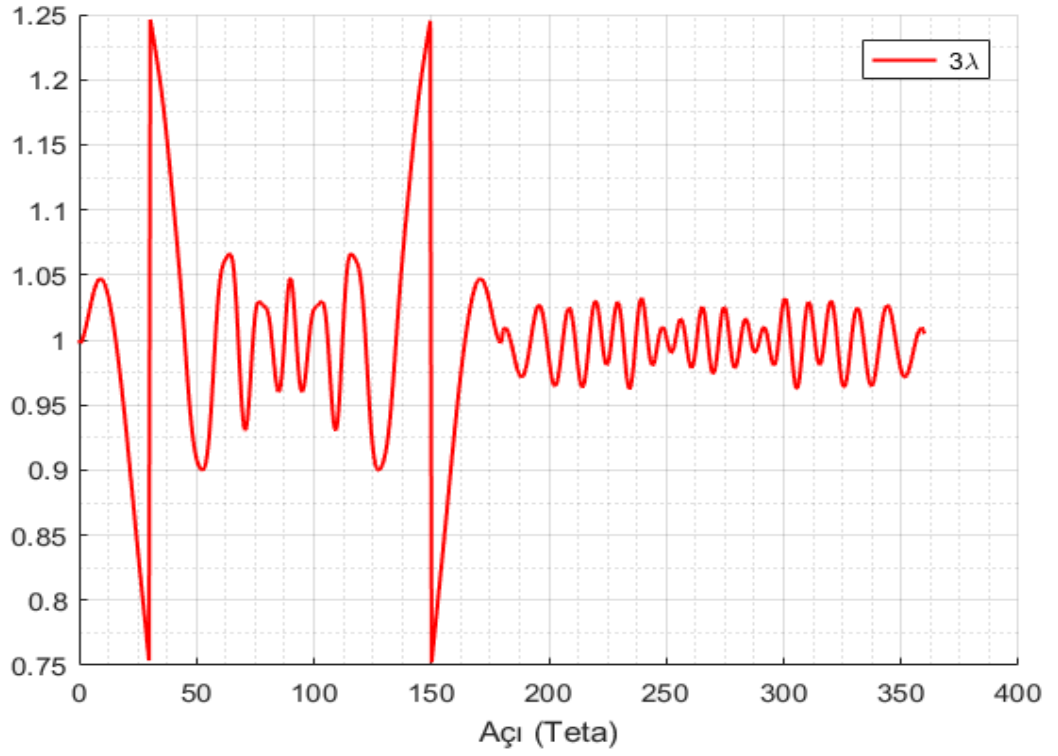
Yukarıdaki diğer Şekil 4.9 ve 4.10’da yine  $u_i$  birim genlik seçilmiş, bu sefer açıklık yarıçapı  $a$  için sabit değerler  $a = 2\lambda$  ve  $a = 3\lambda$  alınmıştır. Gözlem mesafesi  $r$ ’nin ise farklı değerleri için sonuçlar grafiksel olarak gösterilmiştir. Şekil 4.9’da,  $r = 3\lambda$ ,  $6\lambda$  ve  $9\lambda$  değerleri alınmıştır. Tüm grafiklerde  $\lambda$  dalga boyunu göstermekte olup değeri ise  $\lambda=0.1$  m.’dir. Şekilden de görülebileceği üzere, açıklık mesafesinin tersine bu sefer gözlem mesafesi  $r$  değeri arttıkça saçılan alanlar azalmıştır. Şekil 4.10’de ise,  $r = 2\lambda$ ,  $4\lambda$  ve  $6\lambda$  değerleri alınmıştır. Şekilden de görülebileceği üzere, gözlem mesafesi  $r$  değeri azaldıkça  $r > 3\lambda$  değerine kadar saçılan alanlarda artmakta,  $r < 3\lambda$  değerleri için ise azalmaktadır.  $r = a = 3\lambda$  değeri için değeri optimum nokta olup, bu değer altındaki ve üzerindeki açıklık yarıçapları için saçılan alanlar düşmektedir.

Saçılan alanların tepe ve dip noktalarının olduğu  $\theta$  açılarının da, açıklık yarıçapı “ $a$ ” ve gözlem mesafesi “ $r$ ” değişimlerine göre şekillendiği yukarıda verilen grafiklerden net olarak görülmektedir.

Maksimum tepe ve dip noktaları Şekil 4.8’de,  $a = r = 6\lambda$  için oluşurken Şekil 4.10’da ise  $a = r = 3\lambda$  için oluşur ve bu değerlerin altı veya üstü değerler için saçılan alanlar azalır. Bütün  $a = r = 6\lambda$ ,  $a = r = 9\lambda$ ,  $a = r = 30\lambda$ , ... vb. gibi  $a = r = C$  değerleri için maksimum saçılan alanlar sağlanır.



Şekil 4.11. MEİ yüzey için kaynak bölgesindeki saçılan alanlar-I ( $r=a=3\lambda$ ).



Şekil 4.12. MEİ yüzey için kaynak bölgesindeki saçılan alanlar-II ( $r=2a=6\lambda$ ).

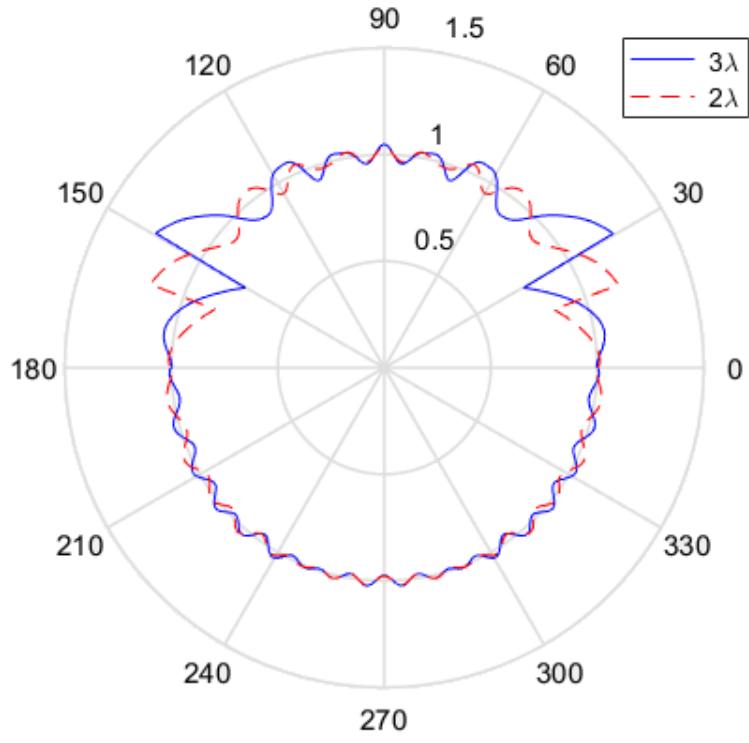
Yukarıda verilen Şekil 4.11 ve Şekil 4.12’de,  $u_i$  birim genlik seçilmiş ve  $r = a = 3\lambda$  ile  $r = 2a = 6\lambda$  değerleri baz alınarak grafikler çizdirilmiştir. Tüm grafiklerde  $\lambda$  dalga boyunu göstermekte olup değeri ise  $\lambda=0.1$  m.’dir. İki şekil arasındaki farktan da görüleceği üzere aynı gözlem bölgesinde olduğu gibi kaynak bölgesinde de açıklık yarıçapı  $a$  sabit tutulup  $r$  mesafesi arttıkça saçılım azalmıştır.

Aşağıda verilen Şekil 4.14’de,  $u_i$  birim genlik seçilmiş, gözlem mesafesi sabit  $r = 6\lambda$  alınıp, açıklık yarıçapı ise  $a = 2\lambda$  ve  $a = 3\lambda$  olarak iki farklı değeri için aynı grafik üzerinde çizim yapılmıştır. Şekilden de görüleceği üzere aynı diğer bölgelerde de olduğu gibi  $a$  mesafesi, gözlem mesafesi  $r$ ’ye bağlı olarak optimum noktalar içerisinde arttıkça saçılım artmıştır.

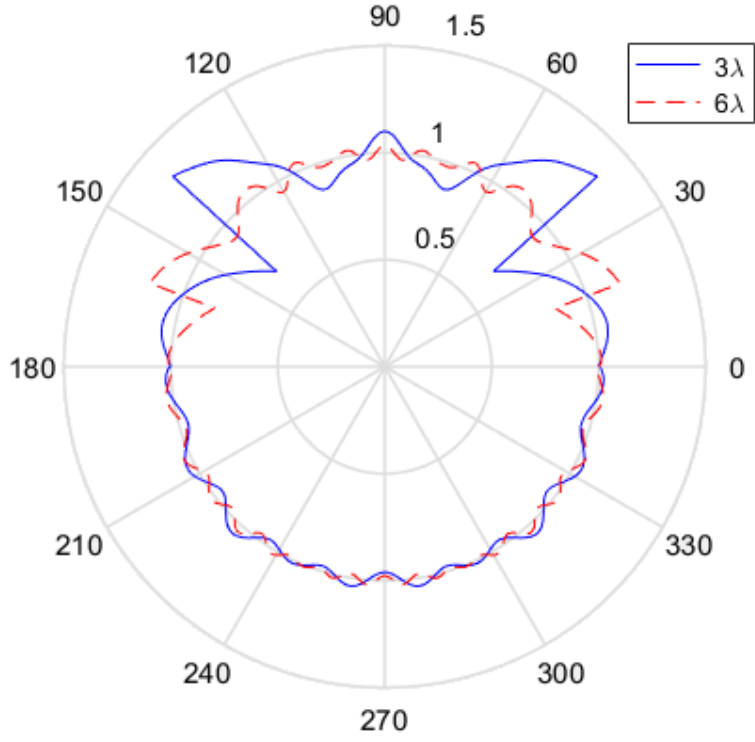
Aşağıda verilen Şekil 4.15’de ise,  $u_i$  birim genlik seçilmiş, açıklık yarıçapı sabit  $a = 3\lambda$  alınıp, gözlem mesafesi ise  $r = 3\lambda$  ve  $r = 6\lambda$  olarak iki farklı değeri için aynı grafik üzerinde çizim işlemi yapılmıştır. Aynı mantıkla yine şekilden de görüleceği üzere diğer bölgelerde de olduğu gibi  $r$  mesafesi, açıklık yarıçapı  $a$ ’ya bağlı olarak optimum noktalar içerisinde arttıkça saçılım azalmıştır.

Verilen tüm şekillerde GSKD Teorisi yöntemi ile bulunan kaynak ve gözlem bölgeleri ile tüm bölgelerdeki kırınan, toplam ve saçılan alanlara ait veriler birbirinden bağımsız olarak verilen grafiklerle gösterilmiştir.

Toplam saçılan alanların tüm bölgeyi kapsadığı ve  $\theta$  değerinin  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  aralığında tüm bölgeyi taradığı, bununla birlikte burada da aynı gözlem ve kaynak bölgelerinde olduğu gibi  $a$  ve  $r$ ’ye göre grafikler çizdirilmiş ve bulunan sonuçların önceki bulgularla paralel ve birbirine bağımlı olduğu sonucu görülmüştür.



Şekil 4.13. MEİ yüzey için  $a$ 'ya bağlı toplam saçılan alanlar ( $r = 6\lambda$ ).



Şekil 4.14. MEİ yüzey için  $r$ 'ye bağlı toplam saçılan alanlar ( $a = 3\lambda$ ).

## 5. SONUÇ

Bu tez çalışmasında, mükemmel elektrik iletken (PEC) bir yüzey üzerine gelen homojen düzlemsel dalganın dairesel bir açıklıktan saçılımı Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (GSKDT) yöntemiyle hesaplanmıştır. İlk olarak Miyamoto ve Wolf (1962a, 1962b) tarafından ortaya konulan vektör potansiyelinin sembolik ifadesini, GSKD Teorisi integralinde kullanarak bulunan düzgün olmayan (non-uniform) alan ifadesi Detour parametresi ve Fresnel fonksiyonunun asimptotik ilişkilendirmesi yardımıyla düzgün (üniform) hale getirilip, MEİ bir yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan saçılan düzgün (üniform) alanların hesabı incelenmiştir.

Bu problemi, benzer şekilde opak yüzeylerde kırınan ve saçılan alanlar için inceleyen Altinel ve Yalçın (2021) SKD Teorisi ile sonuçlar grafiksel olarak karşılaştırılmış ve saçılan alanlar, MEİ yüzeyler için GSKD Teorisi ile genişletilmiştir. Saçılan düzgün (üniform) alanlar hesap edilmiş, elde edilen alan ifadeleri, farklı açıklık yarıçapları ve gözlem mesafeleri için grafikler ile değerlendirilerek yorumlanmıştır. Böylece, MEİ bir yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan saçılan düzgün (üniform) alanlar bildiğimiz kadarıyla GSKD Teorisi yaklaşımı ile ilk kez hesaplanmıştır.

MEİ ve Opak yüzey karşılaştırmasında gözlem bölgesinde iki yüzey içinde yansımanın katkısı olmadığından sonuçların benzerlik gösterdiği, kaynak bölgesinde ise MEİ yüzey için yansımanın katkısından dolayı sonuçların ayrıştığı net bir şekilde görülmüştür. Açıklık yarıçap  $a$  değeri azaldıkça, geçiş bölgesinin 0'a (sıfıra) yaklaştığı ve kırınan alanların açıklık yarıçapı  $a$ 'ya ve gözlem mesafesi  $r$ 'ye bağlı olarak değiştiği açıkça görülmüştür. Bu beklenen bir sonuçtur.

Maksimum tepe ve dip noktalarının  $a = r$  değerleri için oluştuğu ve bu değerlerin altı veya üstü değerler için kırınan ve saçılan alanların azaldığı saptanmıştır. Kırınan ve saçılan alanların tepe ve dip noktalarının oluştuğu  $\theta$  açılarının da, açıklık yarıçapı " $a$ " ve gözlem mesafesi " $r$ " değişimlerine göre şekillendiği verilen grafiklerden net olarak görülmüştür.



Bu çalışmanın katkısı ise GSKD Teorisi yöntemi ile MEİ bir yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan kırılan ve saçılan düzgün (üniform) alanların bildiğimiz kadarıyla ilk kez hesap edilmiş olması ve elde edilen alan ifadelerinin, farklı açıklık yarıçapları ve gözlem mesafeleri için grafikler ile değerlendirilerek yorumlanmasıdır. Sonuç olarak, mükemmel elektrik iletken bir yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan kırılan alanlar yüzeyin özelliği ve yansımanın da katkısıyla her iki bölgede de simetrik eşit olup belirgin ve net görünürken, opak yüzeyde ise kaynak bölgesinde çok daha zayıf ve siliktir. Bunun nedeni ise opak yüzeyin geçirgenlik özelliğinden uzak ve yansımanın bulunmamasıdır. Fakat bu durum kaynak bölgesindeki alanların ihmal edilebileceği sonucunu vermez. Bu sebeple, yansımanın katkısının hesaplanmadığı SKD Teorisine göre GSKD Teorisi bu tür problemler için daha kesin ve gerçekçi sonuçlar vermektedir.

## KAYNAKLAR

- Ali, A. (2006). *The application of BDW method to the plane wave diffraction problem from PEC half plane*, (Yüksek Lisans Tezi). Çankaya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği ABD, Ankara. Erişim Adresi: <http://earsiv.cankaya.edu.tr:8080/xmlui/handle/20.500.12416/679>
- Altınel, M. ve Yalçın, U. (2021). Opak Bir Yüzey Üzerindeki Dairesel Açıklıktan Saçılan Alanların Hesabı, *Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 26(2), 433-446. doi: 10.17482/uumfd.883713
- Altıngöz, C. and Yalçın, U. (2013). Calculation of the diffracted waves from the edge of an opaque cut cylinder by the boundary diffraction wave theory, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 28(1), 85-90.
- Altıngöz, C. (2014). *Mükemmel İletken Parabolik Reflektörden Saçılan Alanların Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi ile Hesabı*, (Yüksek Lisans Tezi). Bursa Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği ABD, Bursa. Erişim Adresi: <https://acikerisim.uludag.edu.tr/handle/11452/1782>
- Baker, B. and Copson, E. (1949). *The Mathematical Theory of Huygens' Principle*, Oxford at the Clarendon 56res. ISBN:9780828403290
- Balanis, C. A. (2012). *Advanced Engineering Electromagnetics* 2nd edition. John Wiley & Sons, Inc, USA, 1018 pp.
- Başdemir, H. D. (2019). Diffraction of waves by a perfect electromagnetic conductor half-plane between isorefractive media, *Optical and Quantum Electronics*, 51(7), 1-13. doi:10.1007/s11082-019-1947-0
- Başdemir, H. D. (2015). Scattering of waves by a perfectly conducting wedge residing at the interface between two isorefractive media, *IEEE Antennas and Wireless Propagation Let.*, 15, 1361-1364. doi:10.1109/LAWP.2015.2509098
- Ganci, S. (1995). A general scalar solution for the half-plane problem, *Journal of Modern Optics*, 42(8), 1707-1711. doi:10.1080/09500349514551491
- Ganci, S. (1996). Half-plane diffraction in a case of oblique incidence, *Journal of Modern Optics*, 43(12), 2543-2551. doi:10.1080/09500349608230680
- Ganci, S. (1997). Boundary diffraction wave theory for rectilinear apertures, *European Journal of Physic*, 18, 229-236. doi:10.1088/0143-0807/18/3/018
- Ganci, S. (2008). Diffracted wavefield by an arbitrary aperture from Maggi - Rubinowicz transformation: Fraunhofer approximation, *Optics*, 119(1), 41-45. doi:10.1016/j.ijleo.2006.06.007
- Hecht, E. (1987). Definition of Fraunhofer diffraction and explanation of forms with reference to an opaque shield aperture, *Journal of Modern Optics*, 34(7), 396-397.

- Ishimaru, A. (1990). *Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering*, Prentice, Hall Inc. 1st Edt, ISBN: 9780132490535
- Keller, J. B. (1962). Geometrical optics theory of diffraction, *Journal of the Optical Society of America*, 52, 116-130.
- Kumar, R. and others (2006). Folding mirror schlieren diffraction interferometer, *Applied Optics*, 45, 6708-6711. doi:10.1364/AO.45.006708
- Lee, S. W. and Deschamps, G. A. (1976). A uniform asymptotic theory of electromagnetic diffraction by a curved wedge, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 24, 25-34. doi:10.1109/tap.1976.1141283
- Lee, S. W. (1977). Comparison of Uniform Asymptotic Theory and Ufimtsev's Theory of Electromagnetic Edge Diffraction, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 25, 162-170. doi:10.1109/tap.1977.1141559
- Lit J. W. Y. (1972). Boundary diffraction waves due to a general point source and their applications to aperture systems, *Journal of Modern Optics*, 19(12), 1007-1014. doi:10.1080/713818522
- Liu P. ve Lü B. (2005). Diffraction of spherical waves at an annular aperture in the use of the boundary diffraction wave theory: A comparison of different diffraction integral approaches, *Optics*, 116, 449-453. doi:10.1016/j.ijleo.2005.01.037
- Maggi, G. A. (1888). Sulla propagazione libera e perturbata delle onde luminose in un mezzo izotropo, *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, 16, 21-48. doi:10.1007/BF02420290
- Miyamoto K. and Wolf E. (1962a). Generalization of the Maggi-Rubinowicz theory of the boundary diffraction wave: Part I, *Journal of the Optical Society of America*, 52(6), 615-626. doi:10.1364/JOSA.52.000615
- Miyamoto K. and Wolf E. (1962b). Generalization of the Maggi-Rubinowicz theory of the boundary diffraction wave: Part II, *Journal of the Optical Society of America*, 52(6), 626-636. doi:10.1364/JOSA.52.000626
- Otis G. (1974). Application of the boundary diffraction wave theory to Gaussian beams, *Journal of the Optical Society of America*, 64(11), 1545-1550. doi:10.1364/JOSA.64.001545
- Rubinowicz, A. (1917). Die beugung swelle in der Kirchoffschen theorie der beugungsercheinungen, *Annalen der Physik*, 4(12), 257-278. doi:10.1002/andp.19173581202
- Sarnık, M. (2015). *Değiştirilmiş Fiziksel Optik Teorisi ile Mükemmel İletken Eğrisel Yüzeylerden Saçılan Alanların Analizi*, (Yüksek Lisans Tezi). Bursa Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği ABD, Bursa. Erişim Adresi: <http://acikerisim.uludag.edu.tr/jspui/handle/11452/3071>

- Sarnik, M. and Yalçın, U. (2017). Uniform scattered fields from a perfectly conducting parabolic reflector with modified theory of physical optics, *Optics*, 135, 320-326. doi:10.1016/j.ijleo.2017.01.089
- Shcherbakov, V. and others (2019). Diffraction patterns from opaque planar objects simulated with Maggi-Rubinowicz method and angular spectrum theory, *Optics Express*, 27(1), 9372-9381. doi:10.1364/OE.27.009372
- Tang L. and others (2005). Analysis of near-field diffraction pattern of a metallic probe tip with the boundary diffraction wave method, *Chinese Physics Letters*, 22(9), 2443-2446.
- Tyzhnenko, A. G. (2005). A unique solution to the 2-D H-scattering problem for a semicircular trough in a PEC ground plane, *Progress In Electromagnetics Research, PIER*, 54, 303-319. doi:10.2528/PIER05011803
- Umul, Y. Z. (2004). Modified Theory of Physical Optics. *Optics Express*, 12(20), 4959-4972.
- Umul, Y. Z. (2008). Uniform line integral representation of edge-diffracted fields, *Journal of the Optical Society of America*, 25, 133-137. doi:10.1364/JOSAA.25.000133
- Umul, Y. Z. and Yalçın, U. (2008). Effect of impedance boundary conditions on the potential function of the boundary diffraction wave theory, *Optics Communications*, 281, 23-27. doi:10.1016/j.optcom.2007.09.010
- Umul, Y. Z. (2009). Uniform theory of the boundary diffraction wave, *Optics & Laser Technology*, 41, 285-288. doi:10.1016/j.optlastec.2008.06.007
- Yalçın, U. (2009). Uniform scattered fields of the extended theory of the boundary diffraction wave for PEC surfaces, *Progress in Electromagnetics Research M*, 7, 29-39. doi:10.2528/PIERM09031201
- Yalçın, U. (2010). Gauss ışınlarının saçılmasının sınır kırınım dalgası teorisi ile incelenmesi, *Uludağ Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 15(2), 1-7.
- Yalçın, U. (2011). Analysis of Diffracted Fields with the Extended Theory of the Boundary Diffraction Wave for Impedance Surfaces. *Appl. Opt.*, 50:296-302.
- Yalçın, U. (2019). Sınır kırınım dalgası teorisi ile yarım düzlemden bessel ışınlarının kırınımı, *Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 24(1), 331-341. doi:10.17482/uumfd.330411
- Young, T. (1802). On the theory of light and colours, *Philosophical Transactions Royal Society*, 92, 12-48. doi:10.1098/rstl.1802.0004

## **EKLER**

- EK 1** Bazı yararlı vektör özdeşlikleri
- EK 2** Koordinat sistemleri ve dönüşümleri
- EK 3** Gradyant, ıraksama, dönel ve laplasyen operatörleri
- EK 4** Opak yüzey için kırınan ve toplam alan grafik çizim programı kodları
- EK 5** MEİ yüzey için kırınan ve toplam alan grafik çizim programı kodları
- EK 6** Opak ve MEİ yüzey karşılaştırması için grafik çizim programı kodları
- EK 7** Franhofer yöntemi için grafik çizim programı kodları
- EK 8** Ustep fonksiyonu için program kodu

## EK 1 : Bazı yararlı vektör özdeşlikleri

$$\nabla \cdot \nabla \mathbf{V} = \nabla^2 \mathbf{V}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

$$\nabla \times \nabla \mathbf{V} = \mathbf{0}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{A} \, dv = \oint_S \mathbf{A} \cdot \overline{ds} \quad (\text{Iraksama (Diverjans) teoremi})$$

$$\int_S \nabla \times \mathbf{A} \cdot \overline{ds} = \oint_C \mathbf{A} \cdot \overline{dl} \quad (\text{Stokes teoremi})$$

## EK 2 : Koordinat sistemleri ve dönüşümleri

Kartezyen Koordinatlar  $(x, y, z)$

$$-\infty < x, y, z < +\infty$$

Silindirik Koordinatlar  $(\rho, \phi, z)$

$$0 \leq \rho < +\infty; 0 \leq \phi < 2\pi; -\infty < z < +\infty$$

Küresel Koordinatlar  $(r, \theta, \phi)$

$$0 \leq r < +\infty; 0 \leq \theta \leq \pi; 0 \leq \phi < 2\pi$$

1. Kartezyen  $\rightarrow$  Silindirik Dönüşümü

$$\begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

$$x = \rho \cos \phi \quad / \quad y = \rho \sin \phi \quad / \quad z = z$$

2. Silindirik  $\rightarrow$  Kartezyen Dönüşümü

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix}$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad / \quad \phi = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad / \quad z = z$$

3. Kartezyen  $\rightarrow$  Küresel Dönüşümü

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \\ -\cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi & -\sin \theta \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

$$x = r \sin \theta \cos \phi \quad / \quad y = r \sin \theta \sin \phi \quad / \quad z = r \cos \theta$$

#### 4. Küresel → Kartezyen Dönüşümü

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \sin \phi & \cos \phi \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad / \quad \theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \quad / \quad \phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

#### 5. Silindirik → Küresel Dönüşümü

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & \cos \theta \\ \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix}$$

$$\rho = r \sin \theta \quad / \quad \phi = \phi \quad / \quad z = r \cos \theta$$

#### 6. Küresel → Silindirik Dönüşümü

$$\begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix}$$

$$r = \sqrt{\rho^2 + z^2} \quad / \quad \theta = \tan^{-1} \frac{\rho}{z} \quad / \quad \phi = \phi$$



### EK 3 : Gradyant, iraksama, dnel ve laplasyen operatörleri

Kartezyen Koordinatlar  $(x, y, z)$ ;

$$\nabla V = a_x \frac{\partial V}{\partial x} + a_y \frac{\partial V}{\partial y} + a_z \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = a_x \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + a_y \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + a_z \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Silindirik Koordinatlar  $(\rho, \phi, z)$ ;

$$\nabla V = a_\rho \frac{\partial V}{\partial \rho} + a_\phi \frac{\partial V}{\rho \partial \phi} + a_z \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{\partial A_\phi}{\rho \partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \mathbf{a}_\rho & \mathbf{a}_\phi \rho & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_\rho & \rho A_\phi & A_z \end{vmatrix} = \mathbf{a}_\rho \left( \frac{\partial A_z}{\rho \partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \mathbf{a}_\phi \left( \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) + \mathbf{a}_z \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\phi) - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right]$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Küresel Koordinatlar  $(r, \theta, \phi)$ ;

$$\nabla V = \mathbf{a}_r \frac{\partial V}{\partial r} + \mathbf{a}_\theta \frac{\partial V}{r \partial \theta} + \mathbf{a}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \mathbf{a}_r & \mathbf{a}_\theta r & \mathbf{a}_\phi r \sin \theta \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_r & r A_\theta & (r \sin \theta) A_\phi \end{vmatrix} = \mathbf{a}_r \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right]$$

$$+ \mathbf{a}_\theta \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right) + \mathbf{a}_\phi \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right]$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$

#### EK 4 : Opak yüzey için grafik çizim programı kodları

```
clc;
clear;
clear all;

l=0.1;
k=2.*pi./l;
teta=(-1).*pi./2:.01:pi./2; %gozlem bolgesi açısı
%teta=pi./2:.01:3.*pi./2; %kaynak bolgesi açısı
%teta=0:.01:4.*pi./2; %tüm bölge 2pi
r=6.*l;
a1=1.*l;
a2=2.*l;
a3=3.*l;
ui=1;

Re1=sqrt(r.^2+a1.^2-2.*r.*a1.*sin(teta));
exa1=sqrt((a1.*sin(teta))./(2.*r.*Re1));
exb1=(r.*sin(teta)-a1)./sqrt((Re1-r.*cos(teta)));

Re2=sqrt(r.^2+a2.^2-2.*r.*a2.*sin(teta));
exa2=sqrt((a2.*sin(teta))./(2.*r.*Re2));
exb2=(r.*sin(teta)-a2)./sqrt((Re2-r.*cos(teta)));

Re3=sqrt(r.^2+a3.^2-2.*r.*a3.*sin(teta));
exa3=sqrt((a3.*sin(teta))./(2.*r.*Re3));
exb3=(r.*sin(teta)-a3)./sqrt((Re3-r.*cos(teta)));

denk1=(-1).*ui.*exa1.*exb1.*exp((-1).*j.*k.*r.*cos(teta));
zetai1=(-1).*sqrt(k.*(Re1-r.*cos(teta)));
```

```
denk2=(-1).*ui.*exa2.*exb2.*exp((-1).*j.*k.*r.*cos(teta));
zetai2=(-1).*sqrt(k.*(Re2-r.*cos(teta)));
```

```
denk3=(-1).*ui.*exa3.*exb3.*exp((-1).*j.*k.*r.*cos(teta));
zetai3=(-1).*sqrt(k.*(Re3-r.*cos(teta)));
```

```
x1=(abs(zetai1));
```

```
N1=10000;
```

```
sum1=0;
```

```
lowbound1=0;
```

```
upbound1=x1;
```

```
delta1=(upbound1-lowbound1)/N1;
```

```
for i1=0:N1;
```

```
    t1=lowbound1+(i1.*delta1);
```

```
    f1=exp(-j.*(t1.^2));
```

```
    sum1=sum1+f1;
```

```
end
```

```
fres1=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum1.*delta1./sqrt(pi));
```

```
Ug1=ui.*exp((-1).*j.*k.*r.*cos(teta)).*ustep(-zetai1);
```

```
x2=(abs(zetai2));
```

```
N2=10000;
```

```
sum2=0;
```

```
lowbound2=0;
```

```
upbound2=x2;
```

```
delta2=(upbound2-lowbound2)/N2;
```

```
for i2=0:N2;
```

```
    t2=lowbound2+(i2.*delta2);
```

```
    f2=exp(-j.*(t2.^2));
```

```

sum2=sum2+f2;
end
fres2=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum2.*delta2./sqrt(pi));

Ug2=ui.*exp((-1).*j.*k.*r.*cos(teta)).*ustep(-zetai2);

x3=(abs(zetai3));

N3=10000;
sum3=0;
lowbound3=0;
upbound3=x3;
delta3=(upbound3-lowbound3)/N3;
for i3=0:N3;
    t3=lowbound3+(i3.*delta3);
    f3=exp(-j.*(t3.^2));
    sum3=sum3+f3;
end
fres3=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum3.*delta3./sqrt(pi));

Ug3=ui.*exp((-1).*j.*k.*r.*cos(teta)).*ustep(-zetai3);

% grid on;
% grid minor;
% hold on;

SKDTOPAK1=((denk1).*(sign(zetai1)).*(fres1));
TSKDTOPAK1=Ug1+SKDTOPAK1;
SKDTOPAK2=((denk2).*(sign(zetai2)).*(fres2));
TSKDTOPAK2=Ug2+SKDTOPAK2;
SKDTOPAK3=((denk3).*(sign(zetai3)).*(fres3));
TSKDTOPAK3=Ug3+SKDTOPAK3;

```

```

%plot(180.*teta./pi,abs(SKDTOPAK3),'b','LineWidth',1.3);
h3a=polar(teta,abs(SKDTOPAK3),'b');
set(h3a,'LineWidth',2);
%plot(180.*teta./pi,abs(TSKDTOPAK3),'b','LineWidth',1.3);
%h3b=polar(teta,abs(TSKDTOPAK3),'b');
%set(h3b,'LineWidth',2);
hold on

%plot(180.*teta./pi,abs(SKDTOPAK2),'--r','LineWidth',1.3);
h2a=polar(teta,abs(SKDTOPAK2),'--r');
set(h2a,'LineWidth',2);
%plot(180.*teta./pi,abs(TSKDTOPAK2),'--r','LineWidth',1.3);
%h2b=polar(teta,abs(TSKDTOPAK2),'--r');
%set(h2b,'LineWidth',2);
hold on

%plot(180.*teta./pi,abs(SKDTOPAK1),'m','LineWidth',1.3);
h1a=polar(teta,abs(SKDTOPAK1),'m');
set(h1a,'LineWidth',2);
%plot(180.*teta./pi,abs(TSKDTOPAK1),'m','LineWidth',1.3);
%h1b=polar(teta,abs(TSKDTOPAK1),'m');
%set(h1b,'LineWidth',2);

grid on;
hold on;

legend('3\lambda', '2\lambda', '1\lambda')
xlabel('Açı (Teta)')
ylabel('Kırınan Alan')
title('Gözlem Bölgesindeki Kırınan Alanlar Grafiği')

```

## EK 5 : MEİ yüzey için grafik çizim programı kodları

```
clc;
clear;
clear all;

l=0.1;
k=2.*pi./l;
%teta=(-1).*pi./2:.01:pi./2; %gozlem bolgesi açısı
%teta=pi./2:.01:3.*pi./2; %kaynak bolgesi açısı
teta=0:.01:4.*pi./2; %tüm bölge 2pi
r1=6.*l;
r2=6.*l;
r3=6.*l;
a1=2.*l;
a2=2.*l;
a3=2.*l;
ui=1;

Re1=sqrt(r1.^2+a1.^2-2.*r1.*a1.*sin(teta));
exa1=sqrt((a1.*sin(teta))./(2.*r1.*Re1));
exb1=(r1.*sin(teta)-a1)./sqrt((Re1-r1.*cos(teta)));
exc1=(r1.*sin(teta)-a1)./sqrt((Re1+r1.*cos(teta)));

Re2=sqrt(r2.^2+a2.^2-2.*r2.*a2.*sin(teta));
exa2=sqrt((a2.*sin(teta))./(2.*r2.*Re2));
exb2=(r2.*sin(teta)-a2)./sqrt((Re2-r2.*cos(teta)));
exc2=(r2.*sin(teta)-a2)./sqrt((Re2+r2.*cos(teta)));

Re3=sqrt(r3.^2+a3.^2-2.*r3.*a3.*sin(teta));
exa3=sqrt((a3.*sin(teta))./(2.*r3.*Re3));
exb3=(r3.*sin(teta)-a3)./sqrt((Re3-r3.*cos(teta)));
```

```

exc3=(r3.*sin(teta)-a3)./sqrt((Re3+r3.*cos(teta)));

denka1=(-1).*ui.*exa1.*exb1.*exp((-1).*j.*k.*r1.*cos(teta));
zetai1=(-1).*sqrt(k.*(Re1-r1.*cos(teta)));
denkb1=(-1).*ui.*exa1.*exc1.*exp((-1).*j.*k.*r1.*cos(teta));
zetar1=(-1).*sqrt(k.*(Re1+r1.*cos(teta)));

denka2=(-1).*ui.*exa2.*exb2.*exp((-1).*j.*k.*r2.*cos(teta));
zetai2=(-1).*sqrt(k.*(Re2-r2.*cos(teta)));
denkb2=(-1).*ui.*exa2.*exc2.*exp((-1).*j.*k.*r2.*cos(teta));
zetar2=(-1).*sqrt(k.*(Re2+r2.*cos(teta)));

denka3=(-1).*ui.*exa3.*exb3.*exp((-1).*j.*k.*r3.*cos(teta));
zetai3=(-1).*sqrt(k.*(Re3-r3.*cos(teta)));
denkb3=(-1).*ui.*exa3.*exc3.*exp((-1).*j.*k.*r3.*cos(teta));
zetar3=(-1).*sqrt(k.*(Re3+r3.*cos(teta)));

x1a=(abs(zetai1));

N1a=10000;
sum1a=0;
lowbound1a=0;
upbound1a=x1a;
delta1a=(upbound1a-lowbound1a)/N1a;
for i1a=0:N1a;
    t1a=lowbound1a+(i1a.*delta1a);
    f1a=exp(-j.*(t1a.^2));
    sum1a=sum1a+f1a;
end
fres1a=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum1a.*delta1a./sqrt(pi));

```



```

grid on;
hold on;

x1b=(abs(zetar1));

N1b=10000;
sum1b=0;
lowbound1b=0;
upbound1b=x1b;
delta1b=(upbound1b-lowbound1b)/N1b;
for i1b=0:N1b;
    t1b=lowbound1b+(i1b.*delta1b);
    f1b=exp(-j.*(t1b.^2));
    sum1b=sum1b+f1b;
end
fres1b=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum1b.*delta1b./sqrt(pi));

grid on;
hold on;

x2a=(abs(zetai2));

N2a=10000;
sum2a=0;
lowbound2a=0;
upbound2a=x2a;
delta2a=(upbound2a-lowbound2a)/N2a;
for i2a=0:N2a;
    t2a=lowbound2a+(i2a.*delta2a);
    f2a=exp(-j.*(t2a.^2));
    sum2a=sum2a+f2a;
end

```

```
fres2a=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum2a.*delta2a./sqrt(pi));
```

```
x2b=(abs(zetar2));
```

```
N2b=10000;
```

```
sum2b=0;
```

```
lowbound2b=0;
```

```
upbound2b=x2b;
```

```
delta2b=(upbound2b-lowbound2b)/N2b;
```

```
for i2b=0:N2b;
```

```
    t2b=lowbound2b+(i2b.*delta2b);
```

```
    f2b=exp(-j.*(t2b.^2));
```

```
    sum2b=sum2b+f2b;
```

```
end
```

```
fres2b=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum2b.*delta2b./sqrt(pi));
```

```
grid on;
```

```
hold on;
```

```
x3a=(abs(zetai3));
```

```
N3a=10000;
```

```
sum3a=0;
```

```
lowbound3a=0;
```

```
upbound3a=x3a;
```

```
delta3a=(upbound3a-lowbound3a)/N3a;
```

```
for i3a=0:N3a;
```

```
    t3a=lowbound3a+(i3a.*delta3a);
```

```
    f3a=exp(-j.*(t3a.^2));
```

```
    sum3a=sum3a+f3a;
```

```
end
```

```
fres3a=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum3a.*delta3a./sqrt(pi));
```

```

x3b=(abs(zetar3));

N3b=10000;
sum3b=0;
lowbound3b=0;
upbound3b=x3b;
delta3b=(upbound3b-lowbound3b)/N3b;
for i3b=0:N3b;
    t3b=lowbound3b+(i3b.*delta3b);
    f3b=exp(-j.*(t3b.^2));
    sum3b=sum3b+f3b;
end
fres3b=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum3b.*delta3b./sqrt(pi));

grid on;
grid minor;
hold on;

Ug1=ui.*exp((-1).*j.*k.*r1.*cos(teta)).*ustep(-zetai1);
Ur1=-ui.*exp(j.*k.*r1.*cos(teta)).*ustep(-zetar1);
Ug2=ui.*exp((-1).*j.*k.*r2.*cos(teta)).*ustep(-zetai2);
Ur2=-ui.*exp(j.*k.*r2.*cos(teta)).*ustep(-zetar2);
Ug3=ui.*exp((-1).*j.*k.*r3.*cos(teta)).*ustep(-zetai3);
Ur3=-ui.*exp(j.*k.*r3.*cos(teta)).*ustep(-zetar3);

DiffPEC1=((denka1).*(sign(zetai1)).*(fres1a))+((denkb1).*(sign(zetar1)).*(fres1b));
DiffPEC2=((denka2).*(sign(zetai2)).*(fres2a))+((denkb2).*(sign(zetar2)).*(fres2b));
DiffPEC3=((denka3).*(sign(zetai3)).*(fres3a))+((denkb3).*(sign(zetar3)).*(fres3b));

SourceTOTAL1=DiffPEC1+Ug1+Ur1;
SourceTOTAL2=DiffPEC2+Ug2+Ur2;
SourceTOTAL3=DiffPEC3+Ug3+Ur3;

```

```

ObservTOTAL1=DiffPEC1+Ug1;
ObservTOTAL2=DiffPEC2+Ug2;
ObservTOTAL3=DiffPEC3+Ug3;

%plot(180.*teta./pi,abs(DiffPEC3),'b','LineWidth',1.3);
%figure;h3a=polar(teta,abs(DiffPEC3),'b');
%set(h3a,'LineWidth',1.5);
%plot(180.*teta./pi,abs(SourceTOTAL3),'b','LineWidth',1.3);
%figure;h3b=polar(teta,abs(SourceTOTAL3),'b');
%set(h3b,'LineWidth',2);
%plot(180.*teta./pi,abs(ObservTOTAL3),'b','LineWidth',1.3);
figure;h3c=polar(teta,abs(ObservTOTAL3),'b');
%set(h3c,'LineWidth',2);
hold on

%plot(180.*teta./pi,abs(DiffPEC2),'r','LineWidth',1.3);
%h2a=polar(teta,abs(DiffPEC2),'r');
%set(h2a,'LineWidth',1.5);
%plot(180.*teta./pi,abs(SourceTOTAL2),'--r','LineWidth',1.3);
%figure;h2b=polar(teta,abs(SourceTOTAL2),'--r');
%set(h2b,'LineWidth',2);
%plot(180.*teta./pi,abs(ObservTOTAL2),'--r','LineWidth',1.3);
h2c=polar(teta,abs(ObservTOTAL2),'--r');
%set(h2c,'LineWidth',2);
hold on

%plot(180.*teta./pi,abs(DiffPEC1),'m','LineWidth',1.3);
%h1a=polar(teta,abs(DiffPEC1),'m');
%set(h1a,'LineWidth',1.5);
%plot(180.*teta./pi,abs(SourceTOTAL1),'m','LineWidth',1.3);
%figure;h1b=polar(teta,abs(SourceTOTAL1),'m');

```

```
%set(h1b,'LineWidth',2);
%plot(180.*teta./pi,abs(ObservTOTAL1),'m','LineWidth',1.3);
%h1c=polar(teta,abs(ObservTOTAL1),'m');
%set(h1c,'LineWidth',2);

grid on;
hold on;

legend(' \lambda')
legend(' 3\lambda', ' 6\lambda', ' 9\lambda')
xlabel('Açı (Teta)')
%ylabel('Saçılan Alan')
%title('Gözlem Bölgesindeki Saçılan Alanlar')
```

## EK 6 : Opak ve MEİ yüzey karşılaştırması için grafik çizim programı kodları

```
clc;
clear;
clear all;

l=0.1;
k=2.*pi./l;
%teta=(-1).*pi./2:.01:pi./2; %gozlem bolgesi açısı
teta=pi./2:.01:3.*pi./2; %kaynak bolgesi açısı
%teta=0:.01:4.*pi./2; %tüm bölge 2pi
r1=9.*l;
r2=6.*l;
r3=3.*l;
a1=1.*l;
a2=2.*l;
a3=3.*l;
ui=1;

Re1=sqrt(r1.^2+a1.^2-2.*r1.*a1.*sin(teta));
exa1=sqrt((a1.*sin(teta))./(2.*r1.*Re1));
exb1=(r1.*sin(teta)-a1)./sqrt((Re1-r1.*cos(teta)));
exc1=(r1.*sin(teta)-a1)./sqrt((Re1+r1.*cos(teta)));

Re2=sqrt(r2.^2+a2.^2-2.*r2.*a2.*sin(teta));
exa2=sqrt((a2.*sin(teta))./(2.*r2.*Re2));
exb2=(r2.*sin(teta)-a2)./sqrt((Re2-r2.*cos(teta)));
exc2=(r2.*sin(teta)-a2)./sqrt((Re2+r2.*cos(teta)));

Re3=sqrt(r3.^2+a3.^2-2.*r3.*a3.*sin(teta));
exa3=sqrt((a3.*sin(teta))./(2.*r3.*Re3));
exb3=(r3.*sin(teta)-a3)./sqrt((Re3-r3.*cos(teta)));
```

```

exc3=(r3.*sin(teta)-a3)./sqrt((Re3+r3.*cos(teta)));

denka1=(-1).*ui.*exa1.*exb1.*exp((-1).*j.*k.*r1.*cos(teta));
zetai1=(-1).*sqrt(k.*(Re1-r1.*cos(teta)));
denkb1=(-1).*ui.*exa1.*exc1.*exp((-1).*j.*k.*r1.*cos(teta));
zetar1=(-1).*sqrt(k.*(Re1+r1.*cos(teta)));

denka2=(-1).*ui.*exa2.*exb2.*exp((-1).*j.*k.*r2.*cos(teta));
zetai2=(-1).*sqrt(k.*(Re2-r2.*cos(teta)));
denkb2=(-1).*ui.*exa2.*exc2.*exp((-1).*j.*k.*r2.*cos(teta));
zetar2=(-1).*sqrt(k.*(Re2+r2.*cos(teta)));

denka3=(-1).*ui.*exa3.*exb3.*exp((-1).*j.*k.*r3.*cos(teta));
zetai3=(-1).*sqrt(k.*(Re3-r3.*cos(teta)));
denkb3=(-1).*ui.*exa3.*exc3.*exp((-1).*j.*k.*r3.*cos(teta));
zetar3=(-1).*sqrt(k.*(Re3+r3.*cos(teta)));

x1a=(abs(zetai1));

N1a=10000;
sum1a=0;
lowbound1a=0;
upbound1a=x1a;
delta1a=(upbound1a-lowbound1a)./N1a;
for i1a=0:N1a;
    t1a=lowbound1a+(i1a.*delta1a);
    f1a=exp(-j.*(t1a.^2));
    sum1a=sum1a+f1a;
end
fres1a=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum1a.*delta1a./sqrt(pi));

```

```

grid on;
hold on;

x1b=(abs(zetar1));

N1b=10000;
sum1b=0;
lowbound1b=0;
upbound1b=x1b;
delta1b=(upbound1b-lowbound1b)/N1b;
for i1b=0:N1b;
    t1b=lowbound1b+(i1b.*delta1b);
    f1b=exp(-j.*(t1b.^2));
    sum1b=sum1b+f1b;
end
fres1b=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum1b.*delta1b./sqrt(pi));

grid on;
hold on;

x2a=(abs(zetai2));

N2a=10000;
sum2a=0;
lowbound2a=0;
upbound2a=x2a;
delta2a=(upbound2a-lowbound2a)/N2a;
for i2a=0:N2a;
    t2a=lowbound2a+(i2a.*delta2a);
    f2a=exp(-j.*(t2a.^2));
    sum2a=sum2a+f2a;
end

```



```
fres2a=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum2a.*delta2a./sqrt(pi));
```

```
x2b=(abs(zetar2));
```

```
N2b=10000;
```

```
sum2b=0;
```

```
lowbound2b=0;
```

```
upbound2b=x2b;
```

```
delta2b=(upbound2b-lowbound2b)/N2b;
```

```
for i2b=0:N2b;
```

```
    t2b=lowbound2b+(i2b.*delta2b);
```

```
    f2b=exp(-j.*(t2b.^2));
```

```
    sum2b=sum2b+f2b;
```

```
end
```

```
fres2b=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum2b.*delta2b./sqrt(pi));
```

```
grid on;
```

```
hold on;
```

```
x3a=(abs(zetai3));
```

```
N3a=10000;
```

```
sum3a=0;
```

```
lowbound3a=0;
```

```
upbound3a=x3a;
```

```
delta3a=(upbound3a-lowbound3a)/N3a;
```

```
for i3a=0:N3a;
```

```
    t3a=lowbound3a+(i3a.*delta3a);
```

```
    f3a=exp(-j.*(t3a.^2));
```

```
    sum3a=sum3a+f3a;
```

```
end
```

```
fres3a=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum3a.*delta3a./sqrt(pi));
```

```

x3b=(abs(zetar3));

N3b=10000;
sum3b=0;
lowbound3b=0;
upbound3b=x3b;
delta3b=(upbound3b-lowbound3b)/N3b;
for i3b=0:N3b;
    t3b=lowbound3b+(i3b.*delta3b);
    f3b=exp(-j.*(t3b.^2));
    sum3b=sum3b+f3b;
end
fres3b=(0.5)-(exp(j.*pi./4).*sum3b.*delta3b./sqrt(pi));

% grid on;
% grid minor;
% hold on;

Ug1=ui.*exp((-1).*j.*k.*r1.*cos(teta)).*ustep(-zetai1);
Ur1=-ui.*exp(j.*k.*r1.*cos(teta)).*ustep(-zetar1);
Ug2=ui.*exp((-1).*j.*k.*r2.*cos(teta)).*ustep(-zetai2);
Ur2=-ui.*exp(j.*k.*r2.*cos(teta)).*ustep(-zetar2);
Ug3=ui.*exp((-1).*j.*k.*r3.*cos(teta)).*ustep(-zetai3);
Ur3=-ui.*exp(j.*k.*r3.*cos(teta)).*ustep(-zetar3);

DiffPEC1=((denka1).*(sign(zetai1)).*(fres1a))+((denkb1).*(sign(zetar1)).*(fres1b));
DiffPEC2=((denka2).*(sign(zetai2)).*(fres2a))+((denkb2).*(sign(zetar2)).*(fres2b));
DiffPEC3=((denka3).*(sign(zetai3)).*(fres3a))+((denkb3).*(sign(zetar3)).*(fres3b));

DiffOPAK1=((denka1).*(sign(zetai1)).*(fres1a));
DiffOPAK2=((denka2).*(sign(zetai2)).*(fres2a));
DiffOPAK3=((denka3).*(sign(zetai3)).*(fres3a));

```

```

TotalOPAK1=DiffOPAK1+Ug1;
TotalOPAK2=DiffOPAK2+Ug2;
TotalOPAK3=DiffOPAK3+Ug3;

SourceTOTAL1=DiffPEC1+Ug1+Ur1;
SourceTOTAL2=DiffPEC2+Ug2+Ur2;
SourceTOTAL3=DiffPEC3+Ug3+Ur3;

ObservTOTAL1=DiffPEC1+Ug1;
ObservTOTAL2=DiffPEC2+Ug2;
ObservTOTAL3=DiffPEC3+Ug3;

%plot(180.*teta./pi,abs(DiffPEC3),'b','LineWidth',1.3);
figure;h3a=polar(teta,abs(DiffPEC3),'b');
set(h3a,'LineWidth',1.5);
%plot(180.*teta./pi,abs(DiffOPAK3),'b','LineWidth',1.3);
%figure;h3x=polar(teta,abs(DiffOPAK3),'b');
%set(h3x,'LineWidth',1.5);
%plot(180.*teta./pi,abs(SourceTOTAL3),'b','LineWidth',1.3);
%h3b=polar(teta,abs(SourceTOTAL3),'b');
%set(h3b,'LineWidth',2);
%plot(180.*teta./pi,abs(ObservTOTAL3),'b','LineWidth',1.3);
%h3c=polar(teta,abs(ObservTOTAL3),'b');
%set(h3c,'LineWidth',2);
%plot(180.*teta./pi,abs(TotalOPAK3),'b','LineWidth',1.3);
%h3y=polar(teta,abs(TotalOPAK3),'b');
%set(h3y,'LineWidth',2);
hold on

%plot(180.*teta./pi,abs(DiffPEC2),'r','LineWidth',1.5);
h2a=polar(teta,abs(DiffPEC2),'r');

```

```

set(h2a,'LineWidth',1.5);
% plot(180.*teta./pi,abs(DiffOPAK2),'r','LineWidth',1.5);
% h2x=polar(teta,abs(DiffOPAK2),'r');
% set(h2x,'LineWidth',1.5);
% plot(180.*teta./pi,abs(SourceTOTAL2),'--r','LineWidth',1.3);
% figure;h2b=polar(teta,abs(SourceTOTAL2),'r');
% set(h2b,'LineWidth',1.3);
% plot(180.*teta./pi,abs(ObservTOTAL2),'r','LineWidth',1.3);
% figure;h2c=polar(teta,abs(ObservTOTAL2),'r');
% set(h2c,'LineWidth',1.3);
% plot(180.*teta./pi,abs(TotalOPAK2),'--b','LineWidth',1.3);
% h2y=polar(teta,abs(TotalOPAK2),'--b');
% set(h2y,'LineWidth',1.3);
hold on

% plot(180.*teta./pi,abs(DiffPEC1),'m','LineWidth',1.3);
h1a=polar(teta,abs(DiffPEC1),'m');
set(h1a,'LineWidth',1.5);
% plot(180.*teta./pi,abs(DiffOPAK1),'m','LineWidth',1.3);
% h1x=polar(teta,abs(DiffOPAK1),'m');
% set(h1x,'LineWidth',1.5);
% plot(180.*teta./pi,abs(SourceTOTAL1),'m','LineWidth',1.3);
% h1b=polar(teta,abs(SourceTOTAL1),'m');
% set(h1b,'LineWidth',2);
% plot(180.*teta./pi,abs(ObservTOTAL1),'b','LineWidth',1.3);
% h1c=polar(teta,abs(ObservTOTAL1),'b');
% set(h1c,'LineWidth',2);
% plot(180.*teta./pi,abs(TotalOPAK1),'b','LineWidth',1.3);
% h1y=polar(teta,abs(TotalOPAK1),'b');
% set(h1y,'LineWidth',2);

```

```
grid on;  
hold on;  
  
%legend('2\lambda')  
%legend(' PEC', ' OPAK')  
legend(' 3\lambda', ' 6\lambda', ' 9\lambda')  
%xlabel('Açı (Teta)')  
%ylabel('Toplam Alan')  
%title('Kaynak Bölgesindeki Kırınım Alanlar')
```

## EK 7 : Franhofer yöntemi için grafik çizim programı kodları

```
l=0.1;
k=2.*pi./l;
r=6.*l;
a=2.*l;
ui=1;

teta=(-1).*pi./2:.01:pi./2;
%teta=pi./2:.01:3.*pi./2;
Re=sqrt(r.^2+a.^2-2.*r.*a.*sin(teta));

zetar=(-1).*sqrt(k.*(Re+r.*cos(teta)));
zetai=(-1).*sqrt(k.*(Re-r.*cos(teta)));

Ed=(sqrt(2./(pi.*k.*r)).*sin((k.*a.*sin(teta))./2)).*exp(-
j.*k.*r).*exp((j.*pi)./4))./(sin(teta));
Ug=ui.*exp((-1).*j.*k.*r.*cos(teta)).*ustep(-zetai);
Ur=-ui.*exp(j.*k.*r.*cos(teta)).*ustep(-zetar);
% A=Ed+Ug;

%plot(180.*teta./pi,abs(A),'b');
plot(180.*teta./pi,abs(Ed),'b');
% polar(teta,abs(Ed),'b');
% polar(teta,abs(A),'b');
grid on;
hold on;
```

### **EK 8 : Ustep fonksiyonu için program kodu**

```
function y=ustep(v)
```

```
K=10000000;
```

```
y=abs((1-exp(-K.*abs(v)))/(1-exp(-K.*v)));
```