



**T.C.  
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KİRİŞ TİTREŞİMLERİNDE DİNAMİK ABSORBERLERİN PERFORMANS  
KRİTERLERİNİN İNCELENMESİ**

Serdar GÜZEL

Yrd. Doç. Dr. Sevda TELLİ  
(Danışman)

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

BURSA-2011

**Her Hakkı Saklıdır**

## TEZ ONAYI

Serdar GÜZEL tarafından hazırlanan “Kiriş titreşimlerinde dinamik absorberlerin performans kriterlerinin incelenmesi” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oy çokluğu ile Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Danışman** : Yrd. Doç. Dr. Sevda TELLİ

**Başkan** : Yrd. Doç. Dr. Sevda TELLİ İmza  
Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi  
Makine Mühendisliği anabilim Dalı

**Üye** : Prof. Dr. Osman KOPMAZ İmza  
Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi  
Makine Mühendisliği anabilim Dalı

**Üye** : Yrd. Doç Dr. Erol SOLMAZ İmza  
Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi  
Otomotiv Mühendisliği anabilim Dalı

**Yukarıdaki sonucu onaylarım**

**Prof Dr. Kadri ARSLAN**

**Enstitü Müdürü**

.././.....

**U. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;**

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

**beyan ederim.**

15/03/2011

Serdar GÜZEL

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### KİRİŞ TİTREŞİMLERİNDE DİNAMİK ABSORBERLERİN PERFORMANS KRİTERLERİNİN İNCELENMESİ

**Serdar Güzel**

Uludağ Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

**Danışman:** Yrd. Doç. Dr. Sevda TELLİ

Yapılan çalışmada, giriş titreşimlerinde dinamik absorber kullanımının sistemin titreşim karakteristikleri üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest bir giriş üzerine lineer yay ve sarkaç absorber ekleyerek sistemin harmonik uyarılara tepkisi ortaya konmuştur. Hem lineer ve hem de sarkaç absorberli sistemde giriş, orta noktasından harmonik bir F kuvveti ile uyarılmıştır. Çalışmada, her iki absorber için hareket denklemleri de elde edilmiştir. Hareket denklemlerinin çözümü Recurdyn yazılımında gerçekleştirilmiştir. Ayrıca sonlu elemanlar metodu tabanlı bir Matlab kodu yazılarak örnek bir data üzerinden çözümler alınmış ve Recurdyn ortamında yapılan çözümlerle karşılaştırılmıştır. Her iki sistem için farklı absorber konumları ve kütle oranlarında, absorber ve girişin frekans oranına göre bir inceleme yapılmıştır. Lineer absorberli sistemde girişin uç noktası ile absorberin maksimum genliklerindeki değişim araştırılmıştır. Sarkaç absorberli sistemde ise benzer şekilde girişin uç noktası genlikleri ile absorber dönme açıları araştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Dinamik absorber, Giriş titreşimleri, Absorber taşıyan giriş

**2011, viii + 93**

## **ABSTRACT**

MSc Thesis

### **INVESTIGATING OF PERFORMANCE CHARACTERISTICS OF DYNAMIC VIBRATION ABSORBERS ON BEAM VIBRATIONS**

**Serdar GÜZEL**

Uludağ University Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Mechanical Engineering

**Supervisor:** Yrd. Doç. Dr. Sevda TELLİ

In this study, the effect of dynamic absorber use on the vibration characteristics of beam is investigated. The response of the system to the harmonic exciting is revealed by adding linear spring and pendulum absorber on a cantilever beam. Both in the systems with linear absorber and pendulum absorber, the beam is excited with a force  $F$  on middle point of the beam. The equations of motion are derived for both absorbers. Those equations of motion are solved in Recurdyn software. In addition, a Matlab code based on finite element method is written and it is used to get solutions over a sample data. The Matlab results is compared with the results obtained from Recurdyn simulations. For both system, simulation results are obtained for different absorber locations and different mass ratios according to the absorber frequency / beam fundamental frequency ratio. In the system with linear absorber, the changes in the maximum amplitude of the absorber and beam end point are investigated. Similarly in the system with pendulum absorber, maximum amplitude of beam end point and the absorber rotation angles are investigated.

**Keywords:** Dynamic absorber, Beam vibrations, Beam with dynamic absorber

**2011, viii + 93**

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
SİMGELER DİZİNİ.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
1 GİRİŞ.....	1
2 KAYNAK ÖZETLERİ.....	5
3 MATERYAL VE YÖNTEM.....	9
3.1 Dinamik Absorberler.....	9
3.1.1 Sönümsüz absorberler.....	9
3.1.2 Sönümlü absorberler.....	15
3.1.3 Dinamik absorber tipleri.....	20
3.2 Kiriş Teorisi.....	24
3.2.1 Zayıf form.....	26
3.2.2 İnterpolasyon fonksiyonları.....	29
3.2.3 Sonlu elemanlar modeli.....	31
3.3 Lineer Absorberli Kiriş.....	32
3.4 Sarkaç Absorberli Kiriş.....	36
4 BULGULAR.....	47
4.1 Lineer Absorber Modeli.....	48
4.2 Yazılan Matlab Kodu ve Recurdyn Çözümünün Karşılaştırılması.....	66
4.3 Sarkaç Absorber Modeli.....	67
4.4 Karşılaştırmalar.....	78
5 TARTIŞMA VE SONUÇ.....	80
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	82
EK 1 LİNEER ABSORBERLİ SİSTEM İÇİN YAZILAN MATLAB KODU.....	84
ÖZGEÇMİŞ.....	92

## SİMGELER DİZİNİ

$F$ - Kuvvet .....	[N]
$F_0$ - Kuvvetin genliği .....	[N]
$\omega$ - Kuvvetin frekansı .....	[rad/s]
$k_a$ - Absorber yay katsayısı .....	[N/m]
$k$ - Ana sistem yay katsayısı .....	[N/m]
$m_a$ - Absorber kütlesi .....	[kg]
$m$ - Ana sistem kütlesi .....	[kg]
$x$ - Ana kütle deplasmanı .....	[m]
$x_a$ - Absorber deplasmanı .....	[m]
$x_{st}$ - Statik sehim .....	[m]
$\ddot{x}$ - Ana kütle ivmesi .....	[m/s <sup>2</sup> ]
$\ddot{x}_a$ - Absorber kütleinin ivmesi .....	[m/s <sup>2</sup> ]
$X$ - Ana kütleinin zorlanmış titreşim genliği .....	[m]
$X_a$ - Absorber kütleinin zorlanmış titreşim genliği .....	[m]
$X_{st}$ - Esas sistemin statik sehimi .....	[m]
$\omega_a$ - Absorberin doğal frekansı .....	[rad/s]
$\omega_n$ - Esas sistemin doğal frekansı .....	[rad/s]
$\mu$ - Absorber kütleinin ana kütleyle oranı .....	[birimsiz]
$\lambda$ - Doğal frekanslar oranı .....	[birimsiz]
$c$ - Damper sönüm katsayısı .....	[Ns/m]
$d_{kr}$ - Kritik sönüm .....	[Ns/m]
$g$ - Zorlayıcı kuvvet frekans oranı .....	[birimsiz]
$h$ - Sehim .....	[m]
$E$ - Elastisite modülü .....	[MPa]
$I$ - Alan atalet momenti .....	[m <sup>4</sup> ]
$L$ - Kiris boyu .....	[m]
$m$ - Kiris kütlesi .....	[kg]
$u$ - Yatay deplasman .....	[m]
$\ddot{u}$ - Yatay ivme .....	[m/s <sup>2</sup> ]
$v$ - Düşey deplasman .....	[m]
$\ddot{v}$ - Düşey ivme .....	[m/s <sup>2</sup> ]
$\rho$ - Yoğunluk .....	[kg/m <sup>3</sup> ]
$q$ - Elastik eğrinin eğim açısı .....	[rad]

$J$ - Eğrilik .....	[rad/m]
$s$ - Yay uzunluğu .....	[m]
$t$ - Zaman .....	[s]
$q$ - Yayılı yük .....	[N/m]
$h$ - Kuvvetin uygulandığı uzaklık .....	[m]
$w$ - Absorberin statik denge konumundan uzaklığı .....	[m]
$T$ - Kinetik enerji .....	[J]
$V$ - Potansiyel enerji .....	[J]
$Q_v$ - Yayılı viskoz sönüm kuvveti .....	[N]
$\delta$ - Varyasyon.....	[birimsiz]
$\psi$ - Sarkacın açısı .....	[rad]
$\dot{\psi}$ - Sarkacın açısal hızı .....	[rad/s]
$\ddot{\psi}$ - Sarkacın açısal ivmesi .....	[rad/s <sup>2</sup> ]
$L_s$ - Sarkaç boyu .....	[m]
$a_{SX}$ - Sarkacın yatay ivmesi .....	[m/s <sup>2</sup> ]
$a_{SY}$ - Sarkacın düşey ivmesi .....	[m/s <sup>2</sup> ]
$\xi$ - Absorberin kirisin ankastre ucuna uzaklığı .....	[m]
$A$ - Kesit alanı .....	[m <sup>2</sup> ]
$f_k$ - Kirisin birinci doğal frekansı .....	[Hz]
$\emptyset$ - Sonlu eleman şekil fonksiyonu .....	[birimsiz]
$\delta R_e$ , İç gerilmelerin vitüel şekil değiştirme enerjisi.....	[J]
$\delta W_e$ , Eleman üzerindeki dış etkilerin virtüel işi.....	[J]
$r^T$ , Yer değiştirme vektörü.....	[m]



## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1 Dinamik absorberler.....	2
Şekil 1.2 Dinamik absorberlerin çeşitli uygulamaları(elektrik iletim hatları ve köprüler) .....	2
Şekil 1.3 Tayvan'da bulunan Taipei Finans Merkezi (Taipei 101) binası içinde 730 ton ağırlığında bir sarkaç absorber bulunmaktadır.....	3
Şekil 1.4 Dinamik absorberlerin ana sistem üzerindeki etkisi.....	3
Şekil 3.1 Dinamik absorberli sistem.....	9
Şekil 3.2 İki tabi frekansın $\mu$ oranına bağlı olarak değişimi.....	13
Şekil 3.3 Ana sistemin absorber eklenmeden önceki frekans cevabı eğrisi.....	14
Şekil 3.4 Absorberli halde ana kütle ve absorberin frekans cevap eğrileri.....	14
Şekil 3.5 Sönümlü, dinamik absorberli sistem.....	15
Şekil 3.6 $\mu = 120$ ve $\lambda = 1$ için farklı sönüm oranlarında $X/X_{st}$ frekans cevabı eğrileri	17
Şekil 3.7 Kiriş absorberli sistem.....	20
Şekil 3.8 Ankastre kirişte uç noktadaki sehim.....	21
Şekil 3.9 Kiriş-kütle sistemine eşdeğer absorberli sistem.....	21
Şekil 3.10 Parabolik elastik eğri yaklaşımı.....	22
Şekil 3.11 Sarkaç absorber tipleri.....	23
Şekil 3.12 Sarkaç absorberli kiriş.....	23
Şekil 3.13 a)Yayıllı yük, noktasal yük ve eğilme momenti içeren tipik bir kiriş. b)Kesme kuvveti, eğilme momenti ve çökme ilişkisi.....	24
Şekil 3.14 a)Bir kiriş geometrisi ve üzerindeki yükler. b)Sonlu eleman ayrıştırması. c)Tipik bir kiriş eleman üzerindeki genelleştirilmiş deplasmanlar ve genelleştirilmiş kuvvetler.....	25
Şekil 3.15 Bir kiriş elemanın deformasyonu.....	28
Şekil 3.16 Euler-Bernoulli kiriş elemanı üzerinde kullanılan interpolasyon fonksiyonları .....	30
Şekil 3.17 Bir eleman üzerindeki sonlu elemanlar çözümü.....	30
Şekil 3.18 Lineer absorberli kiriş.....	32
Şekil 3.19 Sarkaç absorberli kiriş.....	36
Şekil 3.20 Kiriş üzerinde herhangi bir noktanın deplasmanı.....	37
Şekil 3.21 Sarkaç sisteminin serbest cisim diyagramı.....	44
Şekil 3.22 Wilson- $\theta$ metodunda kullanılan lineer ivme varsayımı.....	45
Şekil 4.1 Absorber kullanılmayan sistemde kiriş uç titreşimleri.....	47
Şekil 4.2 Kullanılan lineer absorber tipi.....	48
Şekil 4.3 Lineer absorberli sistem için Recurdyn içinde oluşturulan simülasyon modeli .....	48
Şekil 4.4 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,3$ ve $\xi=0,25L$ için kiriş uç sehimi.....	50
Şekil 4.5 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,3$ ve $\xi=0,25L$ için absorber titreşimi.....	50
Şekil 4.6 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,3$ ve $\xi=0,5L$ için kiriş uç sehimi.....	51

Şekil 4.7 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,3$ ve $\xi=0,5L$ için absorber titreşimi .....	51
Şekil 4.8 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,3$ ve $\xi=0,75L$ için giriş uç sehimi.....	52
Şekil 4.9 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,3$ ve $\xi=0,75L$ için absorber titreşimi .....	52
Şekil 4.10 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,3$ ve $\xi=L$ için giriş uç sehimi.....	53
Şekil 4.11 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,3$ ve $\xi=L$ için absorber titreşimi .....	53
Şekil 4.12 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ ve $\xi=0,25L$ için giriş uç sehimi.....	54
Şekil 4.13 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ ve $\xi=0,25L$ için absorber titreşimi .....	54
Şekil 4.14 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ ve $\xi=0,5L$ için giriş uç sehimi.....	55
Şekil 4.15 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ ve $\xi=0,5L$ için absorber titreşimi .....	55
Şekil 4.16 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ ve $\xi=0,75L$ için giriş uç sehimi.....	56
Şekil 4.17 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ ve $\xi=0,75L$ için absorber titreşimi .....	56
Şekil 4.18 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ ve $\xi=L$ için giriş uç sehimi.....	57
Şekil 4.19 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ ve $\xi=L$ için absorber titreşimi .....	57
Şekil 4.20 Lineer absorberli sistemde $\mu=1$ ve $\xi=0,25L$ için giriş uç sehimi.....	58
Şekil 4.21 Lineer absorberli sistemde $\mu=1$ ve $\xi=0,25L$ için absorber titreşimi .....	58
Şekil 4.22 Lineer absorberli sistemde $\mu=1$ ve $\xi=0,5L$ için giriş uç sehimi.....	59
Şekil 4.23 Lineer absorberli sistemde $\mu=1$ ve $\xi=0,5L$ için absorber titreşimi .....	59
Şekil 4.24 Lineer absorberli sistemde $\mu=1$ ve $\xi=0,75L$ için giriş uç sehimi.....	60
Şekil 4.25 Lineer absorberli sistemde $\mu=1$ ve $\xi=0,75L$ için absorber titreşimi .....	60
Şekil 4.26 Lineer absorberli sistemde $\mu=1$ ve $\xi=L$ için giriş uç sehimi.....	61
Şekil 4.27 Lineer absorberli sistemde $\mu=1$ ve $\xi=L$ için absorber titreşimi .....	61
Şekil 4.28 Lineer absorberli sistemde $\mu=1$ için giriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi .....	62
Şekil 4.29 Lineer absorberli sistemde $\mu=1$ için absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi .....	62
Şekil 4.30 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ için giriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi.....	63
Şekil 4.31 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ için absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi .....	63
Şekil 4.32 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,3$ için giriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi.....	64
Şekil 4.33 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,3$ için absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi .....	64
Şekil 4.34 Lineer absorberli sistemde $\xi=L$ için değişik kütle oranlarında giriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi.....	65
Şekil 4.35 Lineer absorberli sistemde $\xi=L$ için değişik kütle oranlarında absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi.....	65
Şekil 4.36 Lineer absorberli sistemde $\mu=0,6$ ve $\xi=0,75L$ için için absorber ortalama deplasmanının frekans oranına göre karşılaştırılması .....	66
Şekil 4.37 $\lambda=0,8$ ve $\mu=0,3$ için absorber ortalama deplasmanının absorber konumuna göre karşılaştırılması .....	66
Şekil 4.38 Kullanılan sarkaç modeli .....	67

Şekil 4.39 Recurdyn içinde oluşturulan sarkaç absorber modeli .....	67
Şekil 4.40 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =1$ ve $\xi=0,25L$ için giriş uç titreşimleri.....	69
Şekil 4.41 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =1$ ve $\xi=0,5L$ için giriş uç titreşimleri.....	69
Şekil 4.42 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =1$ ve $\xi=0,75L$ için giriş uç titreşimleri.....	70
Şekil 4.43 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =1$ ve $\xi=L$ için giriş uç titreşimleri.....	70
Şekil 4.44 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =0,4$ ve $\xi=L$ için giriş uç titreşimleri.....	71
Şekil 4.45 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =0,4$ ve $\xi=L$ için absorber dönme açısı .....	71
Şekil 4.46 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =0,5$ ve $\xi=L$ için giriş uç titreşimleri.....	72
Şekil 4.47 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =0,5$ ve $\xi=L$ için absorber dönme açısı .....	72
Şekil 4.48 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =0,6$ ve $\xi=L$ için giriş uç titreşimleri.....	73
Şekil 4.49 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =0,6$ ve $\xi=L$ için absorber dönme açısı .....	73
Şekil 4.50 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =0,8$ ve $\xi=L$ için giriş uç titreşimleri.....	74
Şekil 4.51 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =0,8$ ve $\xi=L$ için absorber dönme açısı .....	74
Şekil 4.52 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =1$ ve $\xi=L$ için giriş uç titreşimleri.....	75
Şekil 4.53 Sarkaç absorberli sistemde $\lambda =1$ ve $\xi=L$ için absorber dönme açısı .....	75
Şekil 4.54 Sarkaç absorberli sistemde $\mu=1$ için değişik absorber konumlarında giriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi.....	76
Şekil 4.55 Sarkaç absorberli sistemde $\mu=1$ için değişik absorber konumlarında absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi .....	77
Şekil 4.56 Sarkaç absorberli sistemde $\xi=L$ için değişik kütle oranlarında giriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi.....	77
Şekil 4.57 Sarkaç absorberli sistemde $\xi=L$ için değişik kütle oranlarında absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi .....	78
Şekil 4.58 Lineer ve sarkaç absorberli sistemlerde $\mu=1$ ve $\xi=L$ için giriş ucu titreşim genliklerinin frekans oranına göre değişimlerinin karşılaştırılması.....	78
Şekil 4.59 Lineer ve sarkaç absorberli sistemlerde $\lambda=1$ ve $\mu=1$ için giriş ucu titreşim genliklerinin absorber konumuna göre değişimlerinin karşılaştırılması .....	79

## 1 GİRİŞ

Titreşen sistemler, tabii frekansları civarında bir uyarım aldıklarında, rezonans denilen ve dikkate alınmadığında sistemin stabilitesini önemli şekilde etkileyecek bir olguyla karşı karşıya gelirler. Rezonans halinde, sistemin doğal frekansı uyarı frekansı ile çakışır ve titreşimin genliği giderek artar. Bir önlem alınmadığında, genlik düzeyleri sistemin limit değerlerini aşarak bir süre sonra beklenmedik bir şekilde sistem bileşenlerinin yorulma hasarı vb. uğramasına neden olabilir. Bu nedenlerden dolayı titreşime maruz kalacak yapıların tasarımında, rezonans olgusu mutlaka göz önünde bulundurulmalıdır.

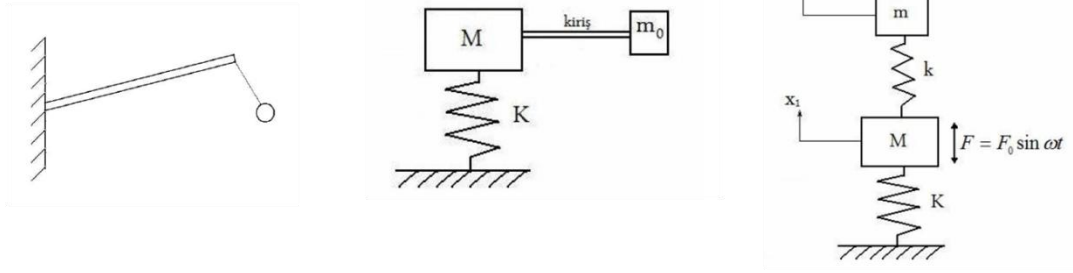
Rezonans halindeki sistem için ilk yaklaşım, sistemin tabii frekansını ya da uyarım frekanslarını değiştirmektir. Sistemin tabii frekanslarını belirleyen temel girdiler ,sistemin etkin kütlesi ve esnekliğidir ve eğer mümkünse çeşitli tasarım değişiklikleri ile bu durum giderilebilir. Ancak sistem üzerinde bir değişiklik yapılamadığı durumlarda dinamik absorber denilen, titreşen ek sistemler kullanılır.

Dinamik absorberler, birincil bir ana sisteme, titreşen başka bir alt sistem ilave ederek ana sistemin titreşim seviyelerini indirmek amacıyla kullanılan alt sistemlerdir.

Dinamik absorber kullanımındaki temel amaç ana sistemin doğal frekansının tahrik frekansına eşit ya da çok yakın olduğu ve bunlardan biri üzerinde değişiklik imkanının da olmadığı durumlarda, rezonans durumunu ortadan kaldırmaktır.

Daha öncesinde çeşitli kullanımlarına rastlansa da ilk teorik yaklaşımlar, 1900'lü yılların başında Frahm tarafından ortaya atılmıştır.

Dinamik absorberler, uyarıcıların ana sisteme yüklediği enerjiyi ana ve alt sistem arasında dağıtarak sistemin enerji düzeyini düşük tutmak ve böylece mümkünse hiç zorlanmış titreşim yapmaması veya yapsa da düşük genliklerde olmasını sağlamaktır. Dinamik absorberler değişik tiplerde kullanılabilir. Bunlar sürekli ve ayırık, lineer vb. olarak söylenebilir.

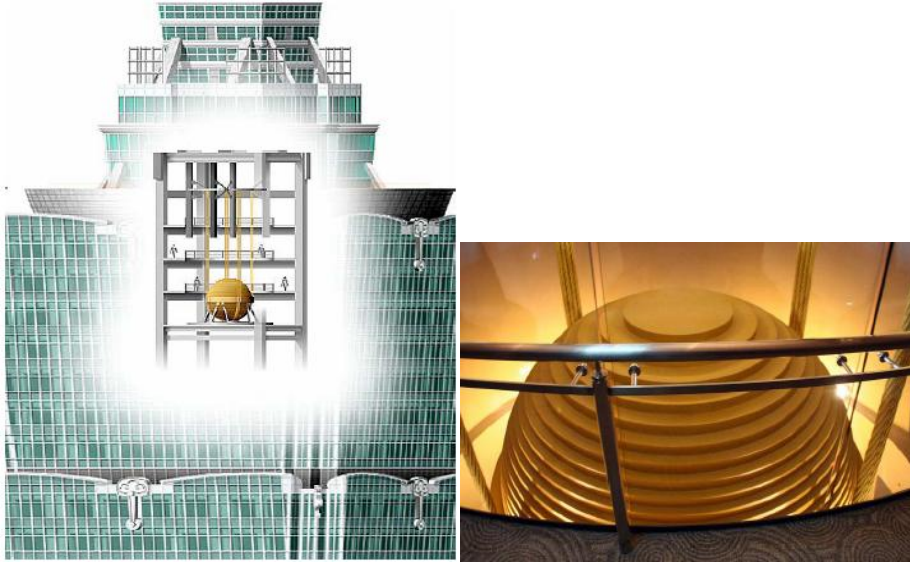


Şekil 1.1 Dinamik absorberler

Dinamik absorberler geniş bir kullanım alanına sahiptir. Bunların başlıcaları, motorlar, pistonlu makineler, depremden etkilenen yapılar, elektrik iletim hatları, telefon hatları, hava ve deniz araçları vb. olarak sıralanabilir.

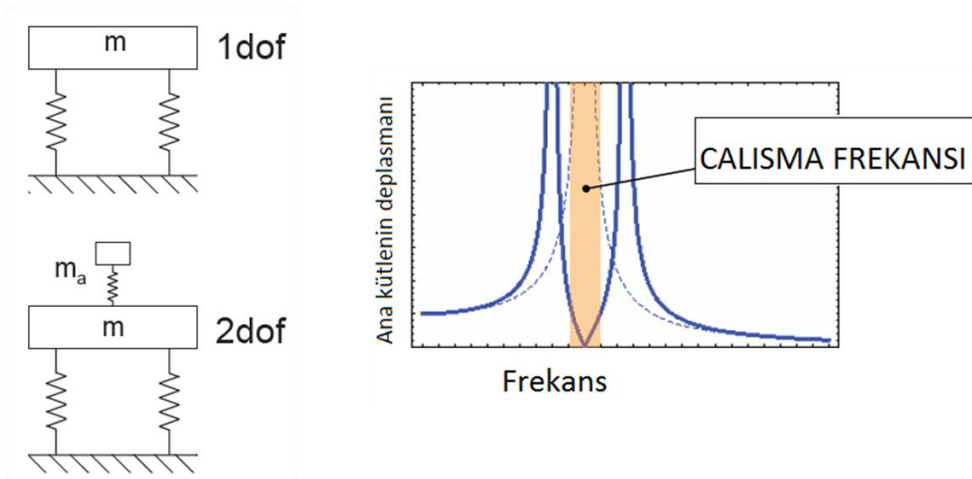


Şekil 1.2 Dinamik absorberlerin çeşitli uygulamaları(elektrik iletim hatları ve köprüler)



Şekil 1.3 Tayvan'da bulunan Taipei Finans Merkezi (Taipei 101) binası içinde 730 ton ağırlığında bir sarkaç absorber bulunmaktadır.

Dinamik absorberler çoğunlukla sabit hızda çalışan makineler ya da sabit zorlama frekansına sahip sistemler söz konusu olduğunda kullanılırlar.



Şekil 1.4 Dinamik absorberlerin ana sistem üzerindeki etkisi

Şekilde görüldüğü gibi tek serbestlikli bir ana sistem üzerine bir absorber ilavesiyle birleşik sistem iki serbestlikli olmuştur. Absorber ilavesi ile birleşik sistem, ana sistemin doğal frekansının altında ve üstünde iki tahrik frekansına sahip olmuştur.

Yapılan çalışmada öncelikle dinamik absorber teorisi ayırık ana sistem ve ayırık alt sistem modeli üzerinden izah edilecektir(Bölüm 3.1). Daha sonra kiriş teorisi, titreşim davranışı sonlu elemanlar yöntemi yaklaşımıyla incelenmiştir(Bölüm 3.2). Sonraki kısımlarda ise kiriş ve absorber kombinasyonları incelenmiş, sırasıyla lineer ve sarkaç absorberli sistemler için hareket denklemleri çıkarılmıştır(Bölüm 3.3). Modellerin zmlenmesi Recurdyn mekanizma dinamiği yazılıyla gerçekleştirilmiş ve simülasyon sonuçları grafiksel olarak sunulmuştur (Bölüm 4). Hareket denklemlerinin zm için ayrıca Matlab yazılımında, sonlu elemanlar yöntemi tabanlı bir kod yazılarak çeşitli zmler alınmış ve Recurdyn zmleri ile karşılaştırılmıştır. Yazılan Matlab kodu ekte sunulmuştur.

## 2 KAYNAK ÖZETLERİ

Dinamik absorberler, uzun yıllardır rezonans etkilerinin uzaklaştırılmasında kullanılmaktadırlar. Özellikle 19. yüzyılın başlarında başlayan teorik çalışmalar, son yıllarda teknolojik gelişmeler paralelinde daha da ivmelenmiştir. Literatürde, farklı birçok sistem üzerinde dinamik absorberlerin uygulanabilirliği, değişik tipte dinamik absorberler, dinamik absorberlerin performansını belirleyen en uygun parametrelerin belirlenmesi, vb. konularda geniş bir yelpazede çalışmalara rastlanmaktadır. Aşağıda özellikle son yıllara ilişkin genel bir literatür sunulmuştur.

Den Hartog, ayırık sistem ve ayırık absorber modeline ait teoriyi oldukça kapsamlı ele almıştır. Bu çalışmanın dinamik absorber teorisine ayrılan kısmında ana hatlarıyla adı geçen kaynaktaki bilgilere dayanmaktadır (Den Hartog, 1961 ).

Hunt, küçük hacimli ama dolgun içerikli eserinde doğrusal hareket yapan dinamik absorberleri ayrıntılı olarak incelemektedir. Hunt 1883' ten 1974' e kadar uzanan zaman diliminde dinamik absorberlerle ilgili önemli çalışmalarını içeren bir kaynakça da vermektedir. (Hunt,1979).

Ertaş ve arkadaşları yatayla değişken bir açı yapan lineer olmayan bir çubuk için sarkaç absorberin performansını incelediler. çalışma deneysel mahiyette olup, absorber frekansının sistem frekansına oranı, 0,5 olarak ayarlanmış olup kiriş ve kolon halleri ile bunların arasında farklı açılarda ve pozisyonlarda absorberin performansını değerlendirmişlerdir. Uyarı frekansı ise 2,5–3,5 Hz arasında tutulmuştur. Çalışmalarında düşey halde dinamik davranışın yataya göre daha karmaşık olduğunu, absorberin sistemden yuttuğu enerji için kritik bir sınırın var olduğu tespit ettiler (Ertaş ve ark., 2000).

Vyas ve Bajaj, lineer titreşen bir ana sisteme eklenmiş olan sarkaç absorberlerin otoparametrik titreşimini incelediler. Tabii frekansları hafifçe farklı olan sarkaç absorberler kullanılması halinde absorberlerin etkin olduğu frekans bandının genişlediğini gözlemlədiler. Çalışmalarının, bir dizi otoparametrik absorber kullanmayı öneren ve bu uygulamanın absorberin bant genişliğini arttırmadaki etkinliğini gösteren literatürdeki ilk çalışma olduğunu da ifade etmektedirler (Vyas ve Bajaj, 2001).



Yaman ve Sen, lineer olmayan esnek bir sistemin sarkaç absorberin performansı üzerine etkisini incelediler. Bu çalışma Ertaş ve arkadaşlarının yaptığı deneysel çalışmanın teorik doğrulanması niteliğindedir. Çalışmada absorberin sistemden yuttuğu enerjinin kritik sınırına ait aralığın zorlayıcı kuvvet genliğine bağımlı olduğu ve bu genliği arttırarak bölgenin genişletileceği gösterilmektedir (Yaman ve Sen, 2004).

Ranjan ve Ghosh, merkez bölgesine yerleştirilmiş tek bir kütle veya piezoseramik yama taşıyan ince, dikdörtgen bir plağın zorlanmış titreşim cevabını incelediler. Zorlayıcı kuvvet harmonik olup, plak merkezinde etkimektedir. Piezoseramik yamalar titreşimlerin aktif kontrolünde kullanılmaktadır. Bu çalışmada kütle veya yamanın dinamik absorber amaçlı kullanımı incelenmiştir. 0-1000 Hz aralığında kütle veya yamanın sadece ağırlığını arttırmanın titreşim yutumunda bir iyileşmeye yol açmadığı ve birkaç ayrı kütle kullanılmasının tüm frekans bölgesi üzerinde daha geniş bir enerji yutumunu sağlayacağı yazarlar tarafından belirtilmektedir. Keza optimum titreşim yutumu için ayrı kütlelerin optimal bir ağırlığının ve seramikler için de optimal bir alan ve kalınlığın söz konusu olduğunu da ifade etmekte ve bir uygulamayla açıklamaktadırlar (Ranjan ve Ghosh, 2005).

Fischer, yüksek direkler, narin köprüler ve özellikle köprü ayakları gibi yapıların rüzgar tarafından tahrik edilen titreşimlerini bastırmada kullanılan farklı tipte pasif dinamik absorberleri karşılaştırdı. Bu absorberler sarkaç, küre ve çalkalanan sıvılı absorberlerdir. Yazar, ihtiyaç duyulan kütle miktarı açısından en avantajlı absorberlerin öncelikle lineer absorberler, sonra sırasıyla matematiksel ve fiziksel sarkaçlar, küresel absorber ve nihayet sıvılı absorberler olduğunu ifade etmektedir (Fischer, 2007).

Salleh ve Brennan, bir titreşim absorberi içeren kirişte eğilme titreşimlerinin kontrolüyle ilgilendiler ve farklı bağlanma tarzlarının etkisini incelediler. Dört farklı konfigürasyonu ele aldılar. Bunlardan ikisinin, sadece kuvvet nötrleyici ve bağımsız kuvvet-moment nötrleyicinin basit bir seklide gerçekleştirilebildiği, bununla birlikte bağımsız kuvvet-moment nötrleyici daha etkin olduğunu belirlemektedirler (Salleh ve Brennan, 2007).

Amer ve El-Sayed, lineer olmayan bir sistemde lineer olmayan absorber kullanarak titreşimin bastırılmasını incelediler. İki serbestlik dereceli bir model yardımıyla ve pertürbasyon metodunu kullanarak muhtelif sistem parametrelerinin absorber

performansını nasıl etkilediğini incelediler ve pratik bazı sonuçlar verdiler (Amer ve El-Sayed, 2008).

Rashid ve Nicolescu, frezeleme operasyonu sırasında oluşan titreşimlerin kontrolü için ayarlı viskoelastik damperlerin tasarım ve uygulamasını incelediler. Bu amaçla absorber dahil dört serbestlik dereceli bir model kullandılar (Rashid ve Nicolescu, 2008).

Samani ve Pellicano hareketli yüklere sahip kiriş yapıların titreşiminin indirgenmesinde lineer ve lineer olmayan dinamik absorberlerin etkisini incelediler. Bu çalışmada lineer olmayan absorberlerle klasik lineer absorberleri karşılaştırdılar. Yaptıkları çalışmada lineer olmayan absorberlerin titreşimin maksimum genliğini indirgemedi daha uygun olduğunu, lineer absorberlerin ise yapıdan dışarı maksimum enerji transferinde daha verimli olduğunu gösterdiler (Samani ve Pellicano, 2009).

Sun ve arkadaşları, kayar raf sistemlerinde pasif ve ayarlanabilir dinamik absorber performanslarını incelediler (Sun ve ark., 2009).

Ji ve Zhang, nonlinear sistemlerin ilk rezonans frekanslarının sönümlenmesinde lineer dinamik absorberlerin verimliliği üzerinde çalışmalar yaptılar. Çalışmalarında lineer absorberlerin lineer sistemlerde kullanılmasında, absorber frekansının rezonans frekansına ayarlanmasının, nonlinear sistemler için uygun olmadığını belirttiler. Bire bir rezonans ayarlanmasının nonlinear sistemler için kararsızlığa ve yüksek genlikli yarı-periyodik salınımlara yol açabileceğini açıkladılar. Lineer absorberlerin lineer sistemlerde kullanılmasından farklı olarak, nonlinear sistemlerin titreşim sönümlemesinde, absorber sönümünün optimal değerinin olmadığını belirttiler. Pertürbasyon analizinden yararlanarak uygun kütle ve absorber katılığı seçimiyle, ilk rezonans cevabı için salınım genliklerinin küçük değerlere indirgenebileceğini gösterdiler ve yaptıkları çalışma için 0,7-0,9 frekans oranı aralığında en iyi sönüm değerlerini elde ettiler(Ji ve Zang, 2010).

Espindola, Bavastri ve Lopez, viskoelastik dinamik absorberleri incelediler. Özellikle sarkaç tipinde viskoelastik titreşim absorberlerin teorik temellerini geliştirdiler ve bu teorinin basit sistemlerden karmaşık sistemlere genişletilebildiğini gösterdiler (Espindola ve ark., 2010).

Yang, Li ve Chang, dinamik absorberlerin dar bant ve geniş bant kullanımlarına ilişkin çalışmalar yaptılar. Bir plak üzerinde farklı absorberler kullanarak değişik frekans bantları için kontrol mekanizmalarını araştırdılar. Dinamik absorberlerin en uygun konumlandırmanın hem dar bant hem de geniş bant kontrolde maksimum titreşim noktalarında olduğunu gösterdiler (Yang ve ark., 2010).

Viet, Anh ve Matsuhisa, sarkaç tipi yapılarda titreşimin indirgenmesinde, Coriolis kuvveti kullanan dinamik absorberlerin uygulanmasını incelediler. Çalışmalarında, bu tip absorberlerde, tekil harmonik yükler için en uygun parametrelerin kapalı formlarını elde etmek için bir yaklaşım geliştirmeyi amaçladılar. Yaklaşımlarında Coriolis absorberinin, titreşimlerin küçük olduğu hallerde çok küçük bir etkiye sahip olduğunu, yüksek titreşim seviyelerinde ise özellikle gondol tipi yapılarda etkin bir şekilde çalıştığını gösterdiler (Viet ve ark., 2010).

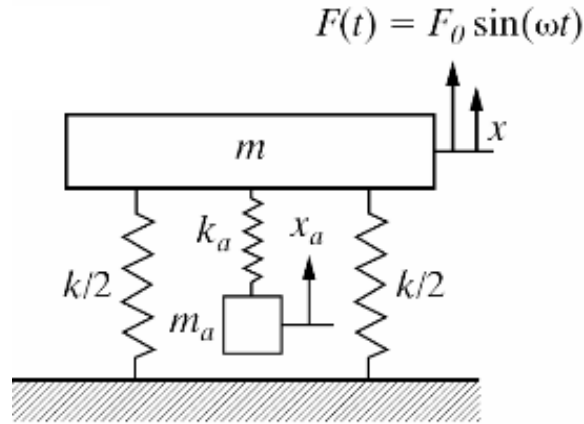
### 3 MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde dinamik absorber teorisinin dayandığı bahsedilecektir. Prensip aynı olduğundan teori genelde ayırık parametrelili sistem üzerinden anlatılacaktır.

#### 3.1 Dinamik Absorberler

##### 3.1.1 Sönümsüz absorberler

$m$  kütle sine sahip,  $k$  yay katsayılı bir kütle-yay sistemini ele alalım.  $m$  kütle sine harmonik bir  $F$  kuvvetinin etkisi altında olsun. Bu sistem esas sistem olarak adlandırılır.



Şekil 3.1 Dinamik absorberli sistem

Bu ana sisteme  $m_a$  kütle sine ve  $k_a$  yay katsayılı ikinci bir sistem bağlayalım. Bu şekilde sistemin serbestlik derecesi ikiye çıkarılmış olur. Bu ikinci sistem absorber veya yutucu olarak adlandırılır. Absorber ve esas sisteme ait hareket denklemleri,

$$m\ddot{x} + (k + k_a)x - k_ax_a = F_0 \sin \omega t \quad (3.1)$$

$$m_a\ddot{x}_a + k_a(x - x_a) = 0$$

olarak elde edilecektir. Matris formunda yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k + k_a & -k_a \\ k_a & -k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_0 \sin \omega t \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Burada,

$$x(t) = X \sin \omega t \quad (3.3)$$

$$x_a(t) = X_a \sin \omega t$$

olarak tanımlanır. Bunlar hareket denklemlerinde yerine konursa,

$$\begin{bmatrix} k + k_a - m\omega^2 & -k_a \\ -k_a & k_a - m_a\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ X_a \end{Bmatrix} \sin \omega t = \begin{Bmatrix} F_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \sin \omega t \quad (3.4)$$

$$\begin{Bmatrix} X \\ X_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k + k_a - m\omega^2 & -k_a \\ -k_a & k_a - m_a\omega^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{Bmatrix} X \\ X_a \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} k_a - m_a\omega^2 & k_a \\ k_a & k + k_a - m\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{Bmatrix} (k_a - m_a\omega^2)F_0 \\ k_a F_0 \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

Burada  $\Delta$  terimi,

$$\Delta = (k + k_a - m\omega^2)(k_a - m_a\omega^2) - k_a^2 \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilir. Buradan,

$$X = \frac{(k_a - m_a\omega^2)F_0}{\Delta} = \frac{(k_a - m_a\omega^2)F_0}{(k + k_a - m\omega^2)(k_a - m_a\omega^2) - k_a^2} \quad (3.8)$$

$$X_a = \frac{k_a F_0}{\Delta} = \frac{k_a F_0}{(k + k_a - m\omega^2)(k_a - m_a\omega^2) - k_a^2} \quad (3.9)$$

Aşağıdaki tanımlamalar yapılırsa,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}}$$

(3.8) ve (3.9) denklemleri,

$$\frac{X}{F_0/k} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}}{\left(1 + \frac{k_a}{k} - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) - \frac{k_a}{k}} \quad (3.10)$$

$$\frac{X_a}{F_0/k} = \frac{1}{\left(1 + \frac{k_a}{k} - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) - \frac{k_a}{k}} \quad (3.11)$$

halini alacaktır.

Absorber frekansı( $\omega_a$ ) zorlayıcı kuvvetin frekansına( $\omega$ ) eşit olduğunda ( $\omega_a = \omega$ ), X genliğinin sıfır olduğu yani ana sistemin hareket etmediği görülür. Buna göre,

$$x_a(t) = -\frac{F_0}{k_a} \sin \omega t$$

$$X_a = -\frac{F_0}{k_a}$$

$$k_a x_a = k_a \left(-\frac{F_0}{k_a}\right) = -F_0$$

sonucu çıkar. Yani absorberin ana sistem üzerine etkisinin, zorlayıcı kuvvete eşit olduğu görülür ki bu durumda absorber zorlayıcı kuvveti her an dengeler. Bu durum  $\omega_a/\omega_n$  oranının herhangi bir değeri için geçerlidir.

$\omega_a = \omega_n$  olması hali ele alınacak olursa, bu durumda  $\omega$  frekansı ile bir tahrike maruz kalırsa,  $\omega/\omega_a$  frekanslar oranına bağlı bir X genliği ile zorlanmış titreşimler yapar. Bu halde iki özel durum vardır.  $\omega = \omega_a$  olduğu birinci durumda,  $X = 0$  olur ve esas kütle hareketsizdir. İkinci durumda ise  $\omega$  tahrik frekansı,  $X$  ve  $X_a$ 'nın sonsuz değerler almasını sağlar. Bu kritik tahrik frekansı (3.10) ve (3.11) denklemlerinin paydalarını sıfıra eşitleyerek bulunan iki reel köke karşılık gelir.

Bulunan reel iki kök, dinamik absorber eklendikten sonra sistemin yeni doğal frekanslarını gösterir. Tek serbestlikli bir ana sistem üzerine bir absorber ilavesiyle birleşik sistem iki serbestlikli olmuştur. Absorber ilavesi ile birleşik sistem, ana sistemin doğal frekansının altında ve üstünde iki tahrik frekansına sahip olmuştur. Bir bakıma

rezonans tehlikesinin bertaraf edilmesinin bedeli iki farklı rezonans frekansına sahip yeni bir sistemin elde edilmesidir.

$$\mu = \frac{m_a}{m}$$

$$\lambda = \frac{\omega_a}{\omega_n} = 1$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_a}$$

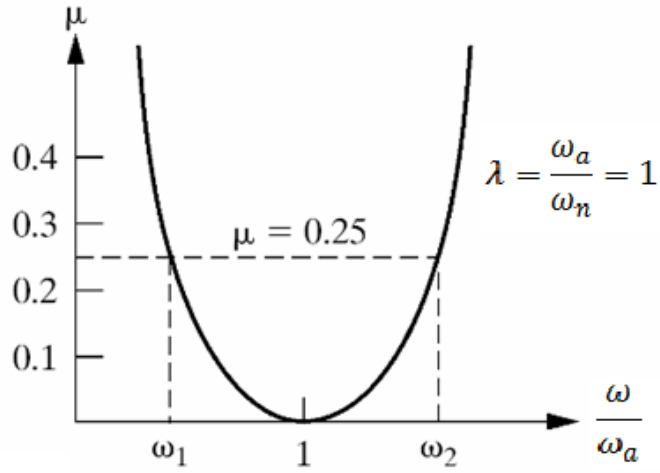
$$X_{st} = \frac{F_0}{k}$$

tanımlarıyla, (3.10) ve (3.11) denklemleri

$$\frac{X}{X_{st}} = \frac{1 - r^2}{(1 + \mu\lambda^2 - r^2)(1 - r^2) - \mu\lambda^2} \quad (3.12)$$

$$\frac{X_a}{X_{st}} = \frac{1}{(1 + \mu\lambda^2 - r^2)(1 - r^2) - \mu\lambda^2} \quad (3.13)$$

şeklinde ifade edilebilir. Şekil 3.2'de iki tabii frekansın  $\mu$  oranı ile değişimi gösterilmektedir.



Şekil 3.2 İki tabi frekansın  $\mu$  oranına bağlı olarak değişimi

$\mu = 0$  için  $\omega/\omega_a = 1$  yani  $\omega = \omega_a = \omega_n = k/m$  olmaktadır ki bu beklenen bir durumdur ve absorberin olmadığı hale tekabül eder. Doğal frekanslar (3.13)'ün paydası sıfıra eşitlenerek bulunur.

$$(1 + \mu\lambda^2 - r^2)(1 - r^2) - \mu\lambda^2 = 0 \quad (3.14)$$

veya

$$\left(1 + \mu - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) - \mu = 0$$

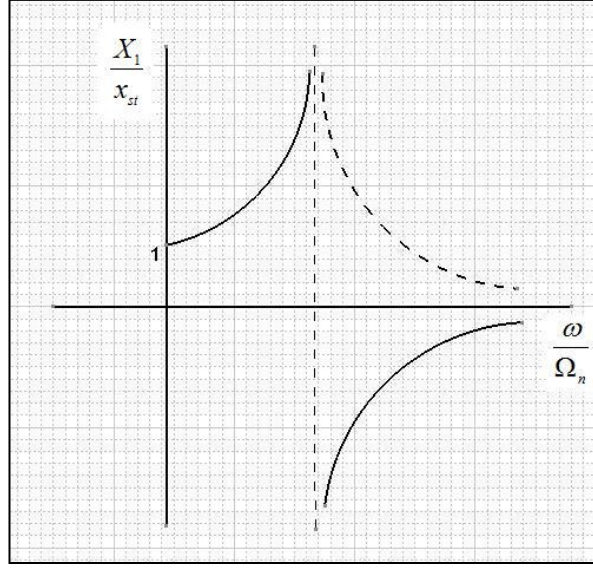
olup, bunların çözümleri,

$$\left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2 = \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} \quad (3.15)$$

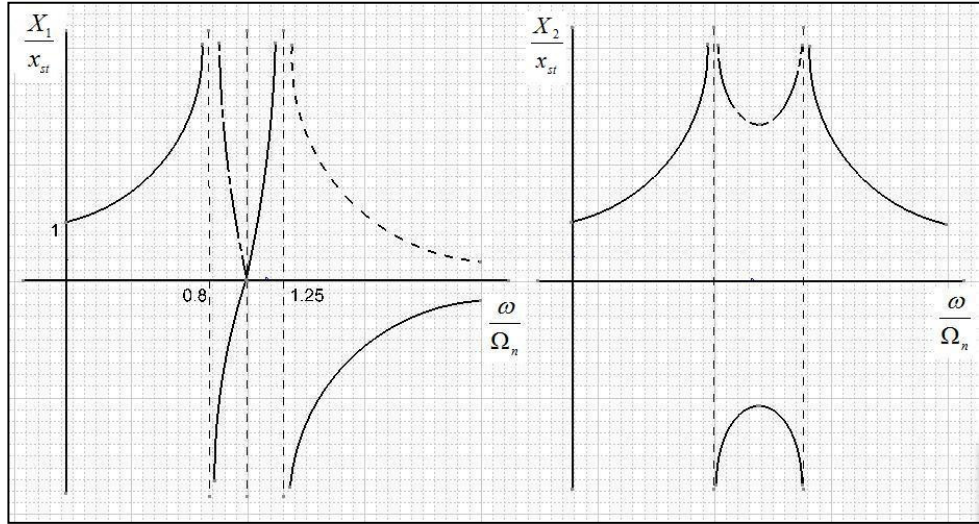
Mesela esas sisteme kütesinin 0,1'i kadar kütleyle sahip bir absorber eklendiğinde yeni sistemin doğal frekansları orijinal sistemin 1,17 ve 0,85 katı olurlar.

Absorber eklenmeden önce esas sistemin frekans cevap eğrisi Şekil 3.3'teki gibi iken absorber eklendikten sonra ana kütle ve absorber kütesinin cevap eğrileri Şekil 3.4 teki gibi olacaktır.





Şekil 3.3 Ana sistemin absorber eklenmeden önceki frekans cevabı eğrisi

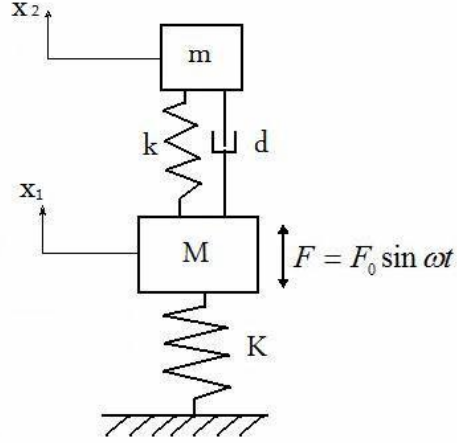


Şekil 3.4 Absorberli halde ana kütle ve absorberin frekans cevap eğrileri

Dinamik absorberler yukarıda gösterilen özelliklerinden dolayı genellikle sabit hız söz konusu olduğunda kullanılır. Senkron elektrik motorlarına veya jeneratörlere doğrudan bağlı makinelerde bu uygulama verimlidir. İçten yanmalı motorlar gibi değişken frekanslı makinelerde rezonans tehlikesinin iki katına çıkmasından dolayı dinamik absorber kullanımı, yarardan çok zarar da getirebilir

### 3.1.2 Sönümlü absorberler

Şekil 3.5'teki sistemi ele alalım. Burada verilen sistem Şekil 3.1'dekinden ana kütle ile absorber kütlesi arasında konan sönüm elemanı farklılık arz etmektedir.



Şekil 3.5 Sönümlü, dinamik absorberli sistem

Bu sisteme ait hareket denklemleri,

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{x}_a) + kx + k_a(x - x_a) = F_0 \sin \omega t \quad (3.16)$$

$$m_a \ddot{x}_a + c(\dot{x}_a - \dot{x}) + k_a(x_a - x) = 0$$

Bu denklem takımının çözümünde  $F = F_0 \sin \omega t$  terimi  $F = F_0 e^{j\omega t}$  ile değiştirilirse  $x = X e^{j\omega t}$  ve  $x_a = X_a e^{j\omega t}$  olacağı görülebilir. Ancak burada  $X$  ve  $X_a$  genlikleri karmaşık sayılar olur. Bahsedilen çözümler denklemlerde yerine konursa,

$$(k + k_a - m\omega^2 + j\omega c)X - (k_a + j\omega c)X_a = F_0 \quad (3.17)$$

$$-(k + j\omega c)X + (k_a - m_a\omega^2 + j\omega c)X_a = 0$$

bulunur. Buradan,

$$X = \frac{(k_a - m_a\omega^2) + j\omega c}{((k - m\omega^2)(k_a - m_a\omega^2) - k_a m_a\omega^2) + j\omega c(k - (m_a + m)\omega^2)} \quad (3.18)$$

olarak bulunur. Bu karmaşık sayının modülü yukarıdaki ifadenin pay ve paydasını paydanın eşleniği ile çarpınca elde edilen yeni karmaşık sayının reel ve sanal kısımlarının karelerinin toplamının karekökü alınarak bulunur.

$$\frac{|X|}{F_0} = \left\{ \frac{(k_a - m_a \omega^2)^2 + \omega^2 c^2}{\left( (k - m \omega^2)(k_a - m_a \omega^2) - k_a m_a \omega^2 \right)^2 + \omega^2 c^2 (k - (m_a + m) \omega^2)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.19)$$

$$X = |X|$$

$$X_{st} = \frac{F_0}{k}$$

$$\omega_a^2 = \frac{k_a}{m_a}$$

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad (3.20)$$

$$\mu = \frac{m_a}{m}$$

$$\lambda = \frac{\omega_a}{\omega_n}$$

$$g = \frac{\omega}{\omega_n}$$

$$d_{kr} = 2m\omega_n$$

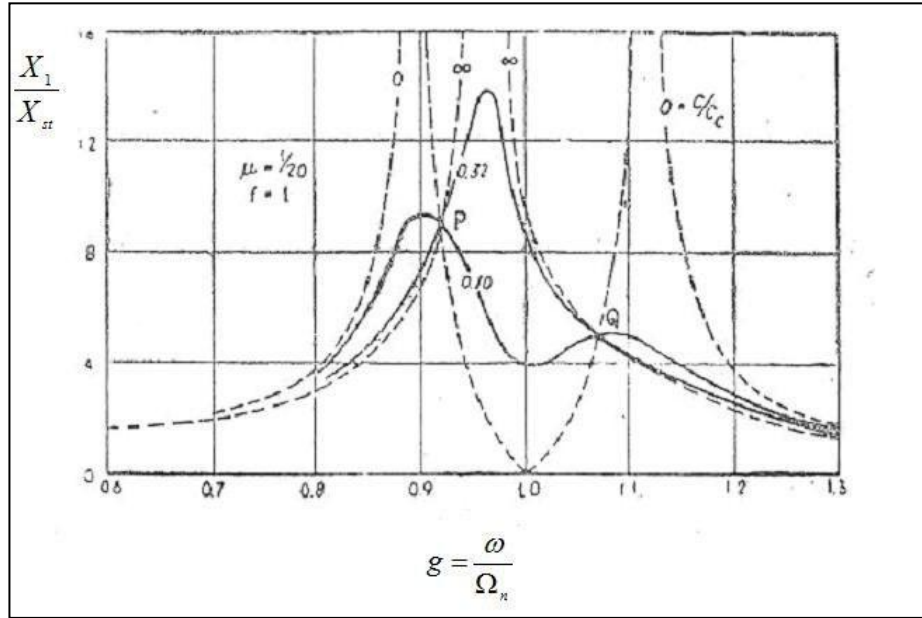
tanımları yapılırsa,

$$\frac{X_1}{X_{st}} = \left\{ \frac{\left( 2 \frac{d}{d_{kr}} g \right)^2 + (g^2 - \lambda^2)}{\left( 2 \frac{d}{d_{kr}} g \right)^2 \left( (1 + \mu)g^2 - 1 \right)^2 + (\mu \lambda^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - \lambda^2))^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.21)$$

Şekil 3.6'da (3.21) ile verilen ifadenin  $\lambda = \omega_a/\omega_n = 1$  ve  $\mu = 1/20$  olması halinde farklı sönüm oranı ( $d/d_{kr}$ ) değerleri için  $g = \omega/\omega_n$ 'e göre nasıl değiştiği gösterilmiştir. Bu grafikte  $d/d_{kr} = 0$ ,  $d/d_{kr} = \infty$ ,  $d/d_{kr} = 0,1$  ve  $d/d_{kr} = 0,32$

olması halinde  $X/X_{st}$ 'nin değişim eğrileri verilmiştir. Açıkır ki  $d/d_{kr} = 0$  ise aynı Şekil 3.4'teki ilk grafikteki eğriler elde edilir.  $d/d_{kr} = \infty$  ise absorber ana kütleye yapışık demektir. Bu durumda bir adet doğal frekans olur.

Öte yandan,  $d/d_{kr} = 0,1$  için  $\omega/\omega_n = 1$  civarında iki farklı tepe nokta görölmektedir.  $d/d_{kr} = 0,32$ 'de ise grafiğin mevcut kısmında  $\omega/\omega_n = 1$  değerinin hemen solunda tek bir frekans göze çarpmaktadır. Ancak bu grafikte ilgi çekici olan tüm eğrilerin P ve Q noktalarında keşişiyor olmasıdır.(Bu hal, tek serbestlik dereceli viskoz sönümlü sistemde tüm frekans cevabı eğrilerinin  $\omega/\omega_n = \sqrt{2}$  değerinde keşişmesine benzemektedir. Bu noktadan sonra sönümün fazlalığı zararlı olur.)



Şekil 3.6  $\mu = \frac{1}{20}$  ve  $\lambda = 1$  için farklı sönüm oranlarında  $X/X_{st}$  frekans cevabı eğrileri

Burada, tüm eğriler P ve Q'dan geçer. P ve Q'dan geçen eğrilerden bu iki noktadan en yüksek olanında yatay teğete sahip olanı optimum sönüme karşılık gelen frekans cevabı eğrisidir. Bu durumda P ve Q noktalarının bulunması önem arz eder. Eğrilerin hepsinin P ve Q'dan geçmesi sönümün önemli olmadığı  $g = \omega/\omega_n$  değerlerinin varlığına işaret eder.

(3.21) denkleminde,

$$4g^2 = A, (g^2 - \lambda^2)^2 = B$$

$$4g^2[(1 + \mu)g^2 - 1]^2 = C, [\mu\lambda^2g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - \lambda^2)]^2 = D \quad (3.22)$$

yazılırsa,

$$\frac{X}{X_{st}} = \left[ \frac{A \left( \frac{d}{d_{kr}} \right)^2 + B}{C \left( \frac{d}{d_{kr}} \right)^2 + D} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.23)$$

elde edilecektir. Bu ifadenin  $d/d_{kr}$  değerinden bağımsız olması  $A/C = B/D$  olmasıyla mümkündür. Şu halde (3.22)'den yararlanarak bu oran eşitliği yazılırsa,

$$\frac{4g^2}{4g^2[(1 + \mu)g^2 - 1]^2} = \frac{(g^2 - \lambda^2)^2}{[\mu\lambda^2g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - \lambda^2)]^2} \quad (3.24)$$

olacaktır. Burada her iki tarafın karekökü alınırsa sağ tarafın önüne  $\pm$  koymak gerekir.

(-) olması halinde

$$\mu\lambda^2g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - \lambda^2) = -(g^2 - \lambda^2)[(1 + \mu)g^2 - 1] \quad (3.25)$$

olur ve buradan  $g^2 = 0$  olması gerektiği anlaşılır.  $g = \omega/\omega_n = 0$  olması statik yük anlamına gelir ki, hız teşekkül etmediğinden sönüm kuvveti oluşmaz. Dolayısıyla tüm eğriler  $g = 0$ 'da  $X/X_{st} = 1$  değerinden başlarlar. Öte yandan (+) işareti kullanıldığında,

$$g^4 - \frac{2(1 + (1 + \mu)\lambda^2)}{2 + \mu}g^2 + \frac{2\lambda^2}{2 + \mu} = 0 \quad (3.26)$$

denklemini elde edilir. Buradan  $g^2$ 'ye ait iki değer bulunur. Bunlara  $g_1^2$  ve  $g_2^2$  denirse,  $g_1$ , P noktasına,  $g_2$  ise Q noktasına tekabül eder ve  $g_1^2$  ile  $g_2^2$  değerleri  $\mu$  ile  $\lambda$ 'nın fonksiyonları olduğu açıktır. Böylece P ve Q değerleri bulunur. Şimdi  $X/X_{st}$  fonksiyonunun  $g$ 'ye göre türevlerini alıp burada P ve Q'ya ait  $g_1$  ve  $g_2$  değerlerini koyarak sıfıra eşitlemek ve anlamlı  $d/d_{kr}$  oranını bulmaya çalışmak gerekmektedir.

Bundan sonra konulabilecek ikinci hedef P ve Q'daki genliklerin eşitliği,

$$\left( \frac{X}{X_{st}} \right)_P = \left( \frac{X}{X_{st}} \right)_Q \quad (3.27)$$

olmasını sağlamaktır. Şimdi  $g_1$  ve  $g_2$  genlik değerlerini(3.21)'de yazıp iki ifadeyi eşitlemek gerekmektedir. P ve Q'da sönümün ne olduğu önemsizdir. İşi kolaylaştıracağından,  $d/d_{kr} = \infty$  alınırsa,

$$\frac{X}{X_{st}} = \frac{1}{1 - g^2(1 + \mu)} \quad (3.28)$$

olur ve buradan hareketle yukarıdaki eşit genlikler talebi,

$$\frac{1}{1 - g_1^2(1 + \mu)} = \frac{1}{1 - g_2^2(1 + \mu)} \quad (3.29)$$

şeklinde ifade edilir. Sağdaki terimin önüne (-) eklenmesi esnasında eğrinin Q'nun olduğu kolunun aslında negatif bölgede olmasındandır. Neticede (3.29)'dan

$$g_1^2 + g_2^2 = \frac{2}{1 + \mu} \quad (3.30)$$

bulunur. Halbuki bu kökler (3.26) denkleminde aittir ve kökler toplamı ( $g^2 = y$  tanımlanırsa (3.26) ikinci dereceden bir denklem olur) orta terimin katsayısının  $y^2$ 'nin katsayısına bölümünün negatifine eşittir. O halde (3.26) ve (3.30) denklemlerinden elde edilen,

$$g_1^2 + g_2^2 = \frac{2(1 + (1 + \mu)\lambda^2)}{2 + \mu} \quad (3.31)$$

bağıntısı, (3.30)'da yerine konursa,

$$\lambda = \frac{1}{1 + \mu} \quad (3.32)$$

bulunur ki bu basit bağıntı her boyuttaki absorber için doğru ayarı vermektedir. (3.32) sağlanacak tarzda absorber tasarımı yapıldığında ana kütle için boyutsuz titreşim genliği  $X/X_{st}$ , (3.29)'da  $g_1$  ve  $g_2$  değerlerini koyarak bulunur.

$$\frac{X}{X_{st}} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad (3.33)$$

Şayet  $\lambda=1$  alınmış ise (3.26) denklemi,

$$g^4 - 2g^2 + \frac{2}{2 + \mu} = 0 \quad (3.34)$$

haline gelir ve buradan maksimum genliğe tekabül eden değer (3.21)'de yerine konursa,

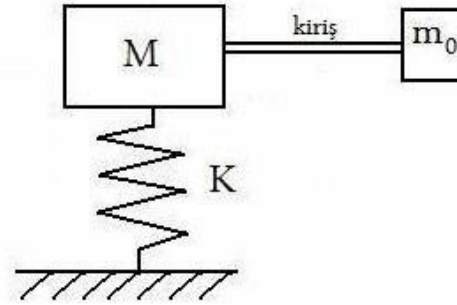
$$\frac{X}{X_{st}} = \frac{1}{-\mu + (1 + \mu) \left[ \frac{\mu}{2 + \mu} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.35)$$

olduğu görülür [Den Hartog, 1961]

### 3.1.3 Dinamik absorber tipleri

Dinamik absorberler değişik tiplerde olabilmektedirler. Bunlar genel olarak sürekli ortam tipinde ve sarkaç tipinde absorberler olarak ele alınabilirler.

Esnek ve kütleli bir çubuk veya kiriş de dinamik absorber amaçlı kullanılabilir. Bunun yanında taşıyıcı kiriş az kütleli, esnek olur ancak ucunda konsantre bir kütle taşıyabilir.



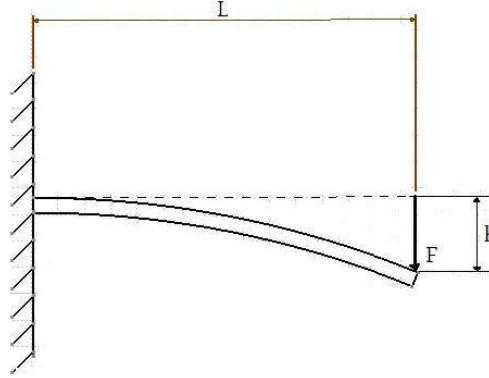
Şekil 3.7 Kiriş absorberli sistem

Kirisin kütlesi,  $m_0$  uç kütlesi yanında ihmal edilecek düzeyde bir yay gibi kabul edilebilir. Mukavemetten bilindiği gibi ankastre bir kirisin uç noktasına tekil bir kuvvet uygulandığında o noktadaki sehim,

$$h = \frac{FL^3}{3EI} \quad (3.36)$$

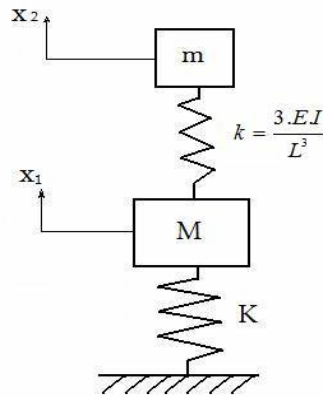
bağıntısı ile bulunur. Burada  $EI$  kirişin eğilme rijitliği,  $L$  kiriş boyu,  $F$  serbest uçta etkiyen düşey tekil kuvvet ve  $h$  ise o noktadaki sehmdir. Kirişin uç noktası için eşdeğer yay katsayısı bulunmak istenirse sehime neden olan kuvvet, sehime bölünür;

$$k = \frac{F}{h} = \frac{F}{\frac{FL^3}{3EI}} = \frac{3EI}{L^3} \quad (3.37)$$



Şekil 3.8 Ankastre kirişte uç noktadaki sehim

Buna göre kiriş kütlesi  $m_k \ll m_0$  ise Şekil 3.7'deki sistem Şekil 3.9'daki sisteme dönüşür. Bu durumda absorber kütlesi  $m = m_0$  ve  $k = 3EI/L^3$  olacaktır. Şayet kiriş kütlesi  $m_k$ ,  $m_0$  mertebesinde ise eşdeğer kütle hesaplanmalıdır. Böyle bir durumda aşağıdaki yol izlenebilir.



Şekil 3.9 Kiriş-kütle sistemine eşdeğer absorberli sistem

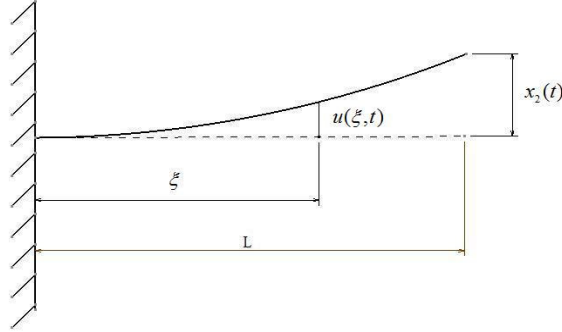
Dinamik elastik eğri için kirişin birinci moduna benzer bir fonksiyon öngörülerek efektif kiriş kütlesi yaklaşık olarak hesaplanabilir. Kirişin ucundaki kütle  $m_0$ 'ın



deplasmanı  $x_2(t)$  olsun. Bu durumda seçilen fonksiyona göre herhangi kiriş noktasının belli bir andaki sehimini ve hızı  $x_2(t)$ 'ye bağlı olur. Normal şartlarda kirisin tüm modları uyarılır. Ayar frekansı kiriş doğal frekanslarından biriyle çakışiyorsa efektif kütleli kesin hesaplamak için o frekansa ait modun kullanılması uygun olur. Ancak yaklaşık hesapla da tatmin edici sonuçlar elde edilebilir. Mesela elastik eğri parabolik olsun Sekil 3.10 yardımıyla bu eğrinin formunun;(eğri  $y = x^2$  gibi kabul edilmiştir.)

$$u(\xi, t) = \frac{x_2(t)}{L^2} \xi^2 \quad (3.38)$$

olacağı görülür.



Şekil 3.10 Parabolik elastik eğri yaklaşımı

$\xi$ 'deki bir kiriş parçacığının kinetik enerjisinden kirişin toplam kinetik enerjisi,

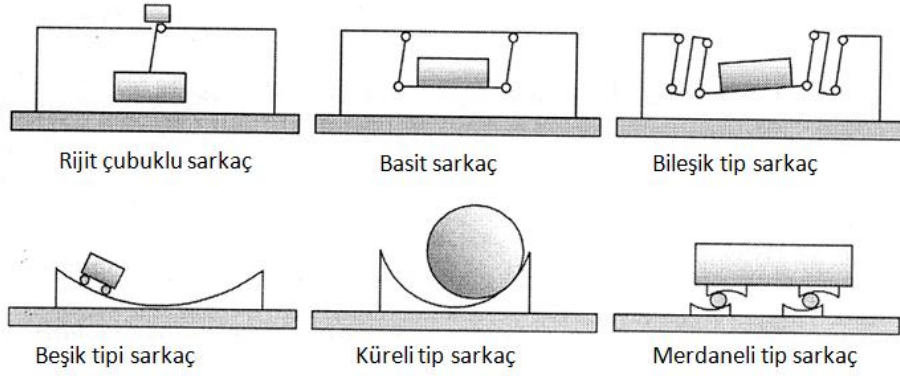
$$T_k = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \frac{\dot{x}_2^2(t)}{L^4} \xi^4 d\xi = \frac{1}{2} \frac{m_k}{5} \dot{x}_2^2(t) \quad (3.29)$$

olur. Kirişin kinetik enerjisini taşıyan ve  $m_0$  ile üst üste bulunan efektif bir kütle düşünülürse, bunun  $m_k/5$ 'e eşit olacağı söylenebilir. Bu durumda absorberin efektif kütlesi  $m_0 + m_k/5$  olacaktır. Tabi burada yaklaşımın iyiliği seçilen elastik eğri fonksiyonuna bağlıdır. Şayet parabol yerine doğru seçilseydi kirisin etki kütlesi  $m_k/3$  olacaktı. Diğer bir husus kiriş eşdeğer kütlesi hesaplanırken ana kütleyle bağlantı noktasının sükunette kabul edilmesidir. Bu durumda eşdeğer absorber kütlesi  $m = m_0 + m_k/5$  ve  $k = 3EI/L^3$  olmaktadır. Absorber frekansı ise,

$$\omega_a^2 = \frac{k}{m} = \frac{\frac{3EI}{L^3}}{m_0 + \frac{m_k}{5}} \quad (3.30)$$

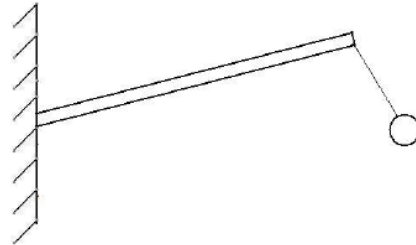
olup tam ayar durumunda  $\omega_a^2 = \omega_n^2 = \omega^2$  olmalıdır.

Öteleme yapan lineer dinamik absorber aynı zamanda pasif ayarlı kütle sönümleyiciler (passive tuned mass damper) diye de adlandırılırlar. Çünkü bu absorberlerde kütle ve elastikiyet bir kez seçildiğinde artık değiştirilemez. Bunlara ilaveten özellikle rüzgar ve trafik orijinli titreşimlere maruz esnek yapılarda kullanılan sarkaç absorberler vardır. Bunlarda geri getirici kuvvet ağırlıktır. Bazı hallerde sarkacın yerini dairesel bir kanalda hareket eden bilye de almaktadır. Öte yandan bifilar sarkaç da kullanılan varyasyonlar arasındadır. Şekil 3.11 de kullanılan çeşitli sarkaç absorber tipleri görülebilir.



Şekil 3.11 Sarkaç absorber tipleri

Kiriş gibi davranan sistemlerde sarkaç absorber uygulamaları Şekil 3.12' teki gibi olmaktadır (Yaman ve diğerleri). Bu tür uygulamalarda otoparametrik rezonans durumları da ortaya çıkmaktadır.



Şekil 3.12 Sarkaç absorberli kiriş

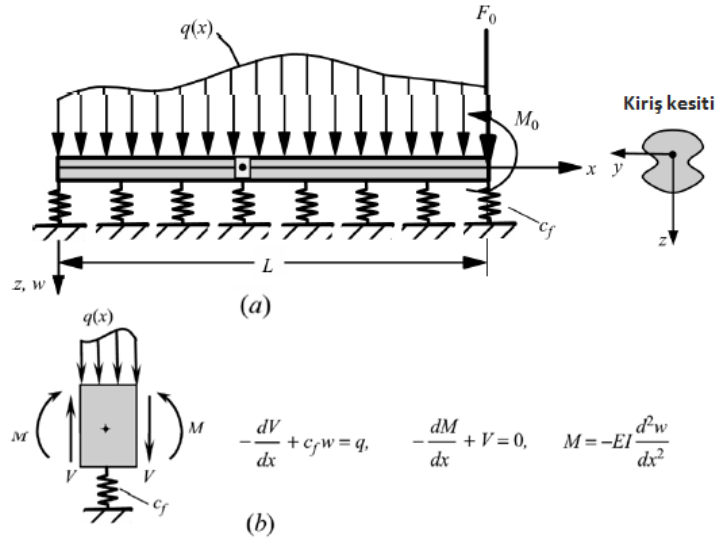
### 3.2 Kiriş Teorisi

Bu bölümde, kiriş teorisinin sonlu eleman yöntemi yaklaşımlarına göre bir incelemesi yapılmıştır. Öncelikle kiriş eleman için elemanın şekil davranışının temellerini teşkil eden interpolasyon fonksiyonları elde edilmiş ve bunlar yardımıyla eleman denklemleri oluşturulmuştur. Daha sonra bu temel yaklaşımdan yararlanarak, lineer ve sarkaç absorberli sistemler için çözümler yapılmıştır.

Euler-Bernoulli kiriş teorisinde, kiriş eksenine dik düzlem kesitlerin kiriş deformasyonundan sonra da eksene dik ve düzlem kaldıkları varsayılır. Bu teoride kiriş çökmesi 4. Dereceden bir diferansiyel denkleme uyar(1).

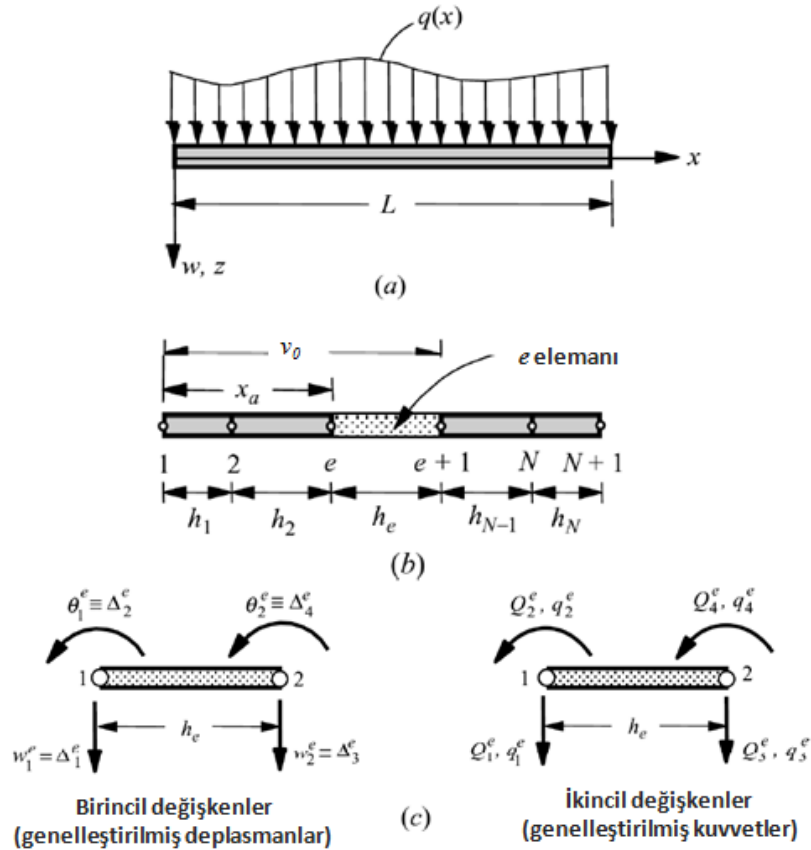
$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + c_f w = q(x), \quad 0 < x < L \quad (3.31)$$

Burada, E: elastisite modülü, I:alanın ikinci momenti(alan atalet momenti), q: yayılı yük,  $c_f$ : elastik temel(foundation) modülü(eğer varsa) ve w:çökmeyi olarak tanımlanır. Bu denkleme ek olarak uygun sınır şartları da tanımlanmalıdır. Denklem (3.31), 4. derece olduğundan çözüm için dört sınır şartı gereklidir ve denklemin zayıf formu(weak form) bu dört sınır şartının davranışını açıklar.



Şekil 3.13 a)Yayıllı yük, noktasal yük ve eğilme momenti içeren tipik bir kiriş. b)Kesme kuvveti, eğilme momenti ve çökme ilişkisi

Düz kirişin  $\Omega_e=(x_a,x_b)=(x_e,x_{e+1})$  bölgesi,  $N$  sayıda kiriş elemana bölünür ve her bir eleman en az iki uç düğüm noktasına sahiptir(Şekil 3.14 a-b). Bu elemanlar, geometrik olarak çubuk(bar) elemanlarla aynı olmasına rağmen her bir düğüm noktasındaki birincil ve ikincil bilinmeyenlerin sayısı ve biçimi, (1) denkleminin varyasyonel formu tarafından kontrol edilir.



Şekil 3.14 a) Bir kiriş geometrisi ve üzerindeki yükler. b) Sonlu eleman ayrıştırması. c) Tipik bir kiriş eleman üzerindeki genelleştirilmiş deplasmanlar ve genelleştirilmiş kuvvetler.

Tipik bir  $\Omega_e=(x_e,x_{e+1})$  elemanını izole edelim(Şekil 3.14-b) ve bu eleman üzerinde (3.31) denkleminin zayıf formunu(weak form) kuralım. Varyasyonel formülasyon, problemin birincil ve ikincil değişkenlerini sağlar. Sonrasında birincil değişkenler için uygun yaklaşımlar seçilir, interpolasyon fonksiyonları geliştirilir ve eleman denklemleri elde edilir.

### 3.2.1 Zayıf form

Katı mekaniğinde problemlerin zayıf formu(weak form) ya virtüel işler prensibinden ya da problemin ana diferansiyel denkleminde elde edilir. Burada (3.31) diferansiyel denklemi kullanılacaktır.

Euler-Bernoulli denge denklemi aşağıdaki şekildeydi( $c_f$  nin olmadığı varsayılmıştır). Burada,

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - q(x) = 0, \quad 0 < x < L \quad (3.32)$$

Galerkin yaklaşımı kullanılarak,

$$\int_{x_a}^{x_b} r \left[ \frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - q \right] dx = 0 \quad (3.33)$$

yazılır. Burada  $r$  ağırlık fonksiyonu olarak adlandırılır.

Denklem (3.33) üzerinde iki kez Diverjans Teoreminden yararlanılacaktır. Diverjans Teoremine göre verilen  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları için,

$$d(fg) = gdf + fdg \quad \text{ya da} \quad gdf = d(fg) + fdg \quad (3.34)$$

bağıntısı mevcuttur. (3.33) denkleminde integral içindeki ifadede,

$$g_1 = r \quad \text{ve} \quad f_1 = \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

seçimleri yapılırsa,

$$g_1 df = r_1 \frac{d}{dx} \left( \underbrace{\frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right)}_{f_1} \right) \quad (3.35)$$

olacaktır ve

$$gdf = d(fg) + fdg \quad (3.36)$$

olduğu hatırlanarak,

$$g_1 df_1 = \frac{d}{dx} \left[ r \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \right] - \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \frac{dr}{dx} \quad (3.37)$$

yazılır. (3.37) denklemi üzerinde ikinci kez Diverjans Teoremi uygulanırsa,

$$g_2 = dr/dx \quad \text{ve} \quad f_2 = EI \frac{d^2 w}{dx^2}$$

seçimleri ile,

$$g_2 df_2 = \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \frac{dr}{dx} = \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{dr}{dx} \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 r}{dx^2} \quad (3.38)$$

olacaktır. (3.38) denklemi (3.37) denkleminde yerine yazılırsa,

$$g_1 df_1 = \frac{d}{dx} \left[ r \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \right] - \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{dr}{dx} \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 r}{dx^2} \quad (3.39)$$

elde edilir. Buradan (3.39) denklemi (3.33) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \int_{x_a}^{x_b} \frac{d}{dx} \left[ r \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \right] dx - \int_{x_a}^{x_b} \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{dr}{dx} \right) dx - \int_{x_a}^{x_b} EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 r}{dx^2} dx \\ - \int_{x_a}^{x_b} r q dx = 0 \end{aligned} \quad (3.40)$$

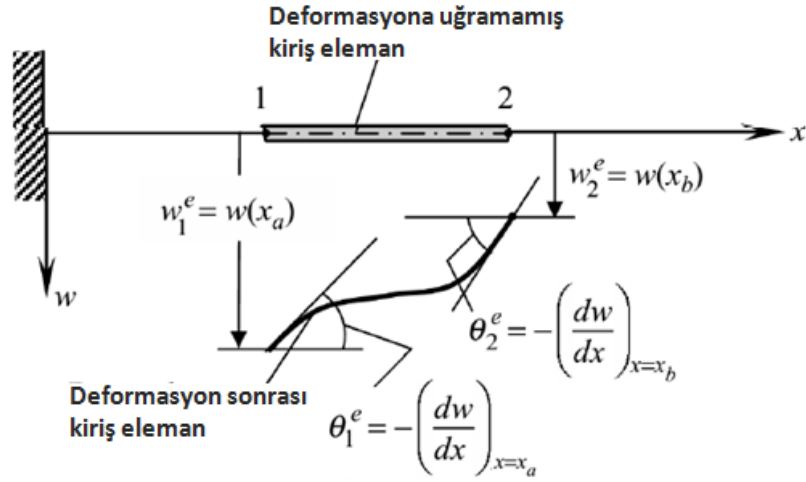
bulunur. Tekrar düzenlenirse,

$$\int_{x_a}^{x_b} (EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 r}{dx^2} - r q) dx + \left[ r \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{dr}{dx} \right]_{x_a}^{x_b} = 0 \quad (3.41)$$

ya da

$$\int_{x_e}^{x_{e+1}} (EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 r}{dx^2} - r q) dx + \left[ r \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{dr}{dx} \right]_{x_e}^{x_{e+1}} = 0$$

şeklinde yazılabilir.



Şekil 3.15 Bir kiriş elemanın deformasyonu

$$\begin{aligned}
 Q_1^e &= \left[ \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \right]_{x_e} = -V(x_e) \\
 Q_2^e &= \left[ EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right]_{x_e} = -M(x_e) \\
 Q_3^e &= \left[ \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \right]_{x_{e+1}} = V(x_{e+1}) \\
 Q_4^e &= \left[ EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right]_{x_{e+1}} = M(x_{e+1})
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

Burada  $Q_1^e$  ile  $Q_3^e$  kesme kuvvetlerini  $Q_2^e$  ile  $Q_4^e$  ise eğilme momentlerini göstermektedir.  $\{Q_1^e, Q_2^e, Q_3^e, Q_4^e\}$  seti, genelleştirilmiş kuvvetler olarak da adlandırılır. Karşılık gelen deplasmanlar ve dönmeler de genelleştirilmiş deplasmanlar olarak adlandırılır. (3.41) denlemi buna göre aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 \int_{x_e}^{x_{e+1}} (EI \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{d^2 r}{dx^2} - rq) dx - r(x_e) Q_1^e - \left[ -\frac{dr}{dx} \right]_{x_e} Q_2^e - r(x_{e+1}) Q_3^e - \left[ -\frac{dr}{dx} \right]_{x_{e+1}} Q_4^e \\
 = 0
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

### 3.2.2 İnterpolasyon fonksiyonları

Varyasyonel form(Denklem-3.42) interpolasyon fonksiyonlarının ikinci dereceye kadar türevlenebilir olmasını gerektirir. Bir eleman üzerinde  $w(x)$  ve  $w_h^e(x)$  yaklaşımı iki kez türevlenebilir olmalı ve temel sınır şartları gibi interpolasyon özelliklerini sağlamalıdır(Şekil 3.14-c).

$$w_h^e(x_e) = w_1^e, \quad w_h^e(x_e) = w_1^e, \quad \theta_h^e(x_e) = \theta_1^e, \quad \theta_h^e(x_{e+1}) = \theta_2^e$$

Bir kiriş elemaniğin her düğüm noktası başına 2 adet olmak üzere toplam 4 parametrelili bir polinom, yani 3. dereceden bir polinomun seçimi uygun olacaktır.

$$w(x) = w_h^e(x) = c_1^e + c_2^e x + c_3^e x^2 + c_4^e x^3 \quad (3.44)$$

$w_h^e$  nin sıfır olmayan ikinci türevlerinin varlığından dolayı süreklilik şartları da otomatik olarak karşılanmaktadır. Şimdi birincil değişkenlerden yararlanarak  $c_i^e$  terimlerini açıklayalım.

$$\begin{aligned} \Delta_1^e &= w_h^e(x_e) = c_1^e + c_2^e x_e + c_3^e x_e^2 + c_4^e x_e^3 \\ \Delta_2^e &= \left[ -\frac{dw_h^e}{dx} \right]_{x=x_e} = -c_2^e - 2c_3^e x_e - 3c_4^e x_e^2 \\ \Delta_3^e &= w_h^e(x_{e+1}) = c_1^e + c_2^e x_{e+1} + c_3^e x_{e+1}^2 + c_4^e x_{e+1}^3 \\ \Delta_4^e &= \left[ -\frac{dw_h^e}{dx} \right]_{x=x_{e+1}} = -c_2^e - 2c_3^e x_{e+1} - 3c_4^e x_{e+1}^2 \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1^e \\ \Delta_2^e \\ \Delta_3^e \\ \Delta_4^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_e & x_e^2 & x_e^3 \\ 0 & -1 & -2x_e & -3x_e^2 \\ 1 & x_{e+1} & x_{e+1}^2 & x_{e+1}^3 \\ 0 & -1 & -2x_{e+1} & -3x_{e+1}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1^e \\ c_2^e \\ c_3^e \\ c_4^e \end{Bmatrix}$$

$c_i^e$  terimlerini  $\Delta_1^e, \Delta_2^e, \Delta_3^e, \Delta_4^e$  'ye göre açıklamak için matris denklemlerinin tersini alıp (3.44) denkleminde yerine koyarsak,

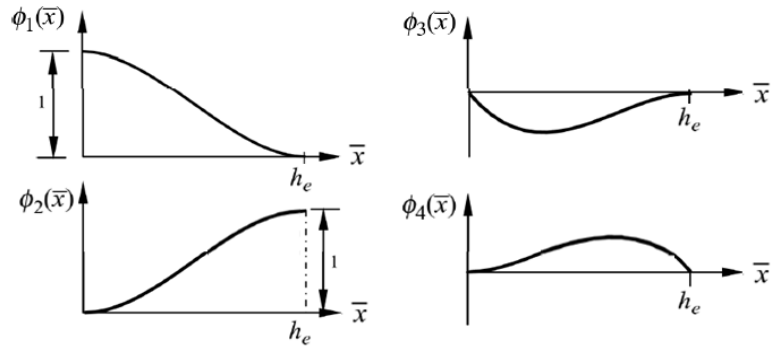
$$w_h^e(x) = \Delta_1^e \vartheta_1^e + \Delta_2^e \vartheta_2^e + \Delta_3^e \vartheta_3^e + \Delta_4^e \vartheta_4^e \quad (3.46)$$

Burada  $h_e = x_{e+1} - x_e$  olarak alınırsa,

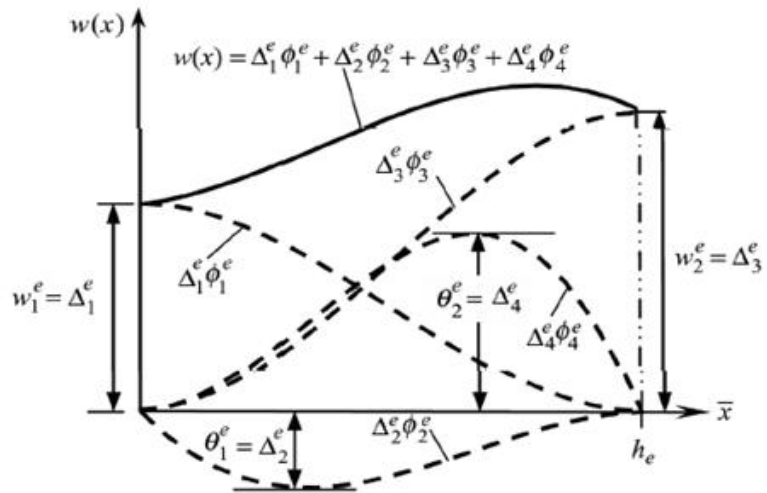


$$\begin{aligned}
\phi_1^e &= 1 - 3\left(\frac{x - x_e}{h_e}\right)^2 + 2\left(\frac{x - x_e}{h_e}\right)^3 \\
\phi_2^e &= -(x - x_e)\left(1 - \frac{x - x_e}{h_e}\right)^2 \\
\phi_3^e &= 3\left(\frac{x - x_e}{h_e}\right)^2 + 2\left(\frac{x - x_e}{h_e}\right)^3 \\
\phi_4^e &= -(x - x_e)\left[\left(\frac{x - x_e}{h_e}\right)^2 + \frac{x - x_e}{h_e}\right]
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Bulunur.  $\phi_1^e, \phi_2^e, \phi_3^e, \phi_4^e$  fonksiyonları interpolasyon yada şekil fonksiyonları olarak adlandırılır. Bu fonksiyonların koordinat düzlemi üzerinde aldıkları değerler Şekil 3.16'da görülebilir. Ayrıca Şekil 3.17'de bir eleman üzerinde bu şekil fonksiyonları ile yapılan çözüm gösterilmiştir.



Şekil 3.16 Euler-Bernoulli kiriş elemanı üzerinde kullanılan interpolasyon fonksiyonları



Şekil 3.17 Bir eleman üzerindeki sonlu elemanlar çözümü

### 3.2.3 Sonlu elemanlar modeli

Euler-Bernoulli kirişinin sonlu eleman modeli,  $w$  için sonlu eleman interpolasyonunu ve ağırlık fonksiyonu ( $r$ ) için  $\emptyset_j^e$ 'yi zayıf form içinde yerine koyarak elde edilir. 4 tane düğüm noktası değişkeni( $\Delta_i^e$ ) olduğundan ağırlık fonksiyonu( $r$ ) için 4 farklı seçim yapılır ve bu sayede 4 adet cebrik denklem elde edilir. Sonlu eleman modelinin  $i$ . cebrik denklemi( $r = \emptyset_j^e$  için):

$$\sum_{j=1}^4 \left[ \int_{x_e}^{x_{e+1}} EI \frac{d^2 \emptyset_i^e}{dx^2} \frac{d^2 \emptyset_j^e}{dx^2} dx \right] u_j^e - \int_{x_e}^{x_{e+1}} \emptyset_j^e q dx - Q_i^e = 0 \quad (3.48)$$

$$\sum_{j=1}^4 K_{ij}^e \Delta_j^e - F_i^e = 0, \quad [K^e] \{\Delta^e\} = \{F^e\} \quad (3.49)$$

$$K_{ij}^e = \int_{x_e}^{x_{e+1}} EI \frac{d^2 \emptyset_i^e}{dx^2} \frac{d^2 \emptyset_j^e}{dx^2} dx \quad (3.50)$$

$$F_i^e = \int_{x_e}^{x_{e+1}} \emptyset_j^e q dx - Q_i^e \quad (3.51)$$

Burada  $K_{ij}$  katsayıları simetriktir ve  $K_{ij} = K_{ji}$  olacaktır. Matris gösterimi ise,

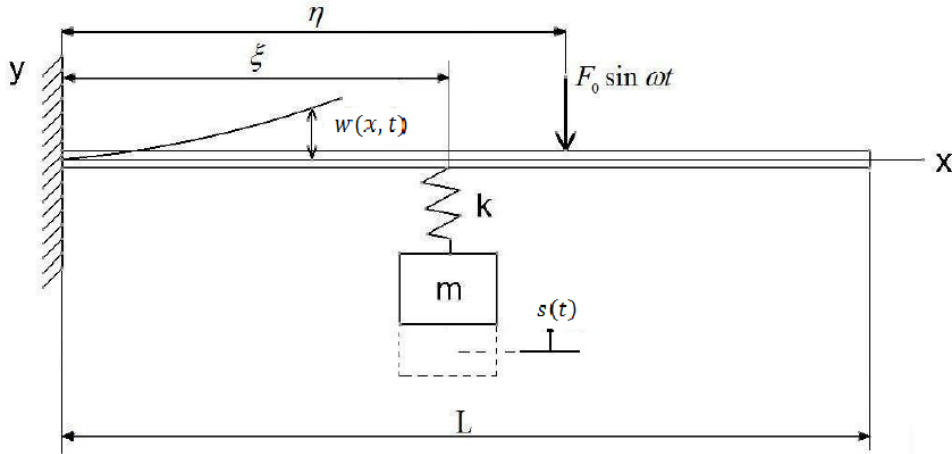
$$\begin{bmatrix} K_{11}^e & K_{12}^e & K_{13}^e & K_{14}^e \\ K_{21}^e & K_{22}^e & K_{23}^e & K_{24}^e \\ K_{31}^e & K_{32}^e & K_{33}^e & K_{34}^e \\ K_{41}^e & K_{42}^e & K_{43}^e & K_{44}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1^e \\ \Delta_2^e \\ \Delta_3^e \\ \Delta_4^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_1^e \\ q_2^e \\ q_3^e \\ q_4^e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_1^e \\ Q_2^e \\ Q_3^e \\ Q_4^e \end{Bmatrix} \quad (3.52)$$

(3.52) denklemi, [1] denkleminin sonlu eleman gösterimini temsil eder. Burada EI ve q bir eleman üzerinde sabittirler. Eleman katılık matrisi  $[K^e]$  ve kuvvet vektörü  $\{F^e\}$  aşağıdaki özel formlara sahiptirler.

$$[K^e] = \frac{2E_e I_e}{h_e^3} \begin{bmatrix} 6 & -3h_e & -6 & -3h_e \\ -3h_e & 2h_e^2 & 3h_e & h_e^2 \\ -6 & 3h_e & 6 & 3h_e \\ -3h_e & h_e^2 & 3h_e & 2h_e^2 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$\{F^e\} = \frac{q_e h_e}{12} \begin{Bmatrix} 6 \\ -h_e \\ 6 \\ h_e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

### 3.3 Lineer Absorberli Kiriş



Şekil 3.18 Lineer absorberli kiriş

Elastik bir kirişin hareket denklemleri,

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(x, t) \quad (3.55)$$

Sistemdeki yayılı yük  $x=\xi$  ve  $x=\eta$  'de etkiyen iki tekil kuvvete indirgenmiştir. Bunun için Dirac Delta genelleştirilmiş fonksiyonundan yararlanılmıştır.

$$q(x, t) = F_{yay}(t) \delta(x - \xi) + F_0 \sin(\omega t) \delta(x - \eta) \quad (3.56)$$

Burada  $F_{yay}(t)$  kuvveti absorberin hareket denklemlerinden bulunacaktır. Şekil 3.18 kullanılarak,

$$k(w(x, t) - s(t)) = m \frac{d^2 w}{dt^2} \quad (3.57)$$

denklemleri yazılır. Burada  $s(t)$  statik denge konumundan itibaren ölçülen yer değişimidir. (3.56)'daki yay kuvveti,

$$F_{yay}(t) = -k[w(\xi, t) - s(t)] \quad (3.58)$$

ve absorberin hareket denklemi

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + ks(t) = kw(\xi, t) \quad (3.59)$$

şeklinde bulunur. (3.58), (3.56)'da yerine konur ve (3.55)'in sağına yerleştirilirse,

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -k[w(\xi, t) - s(t)]\delta(x - \xi) - F_0 \sin(\omega t) \delta(x - \eta) \quad (3.60)$$

Kirişin ve absorberin zorlanmış titreşim frekansları uyaranınkiyle aynıdır. Burada değişken ayırıştırması yapılarak  $w$  ve  $s$  deplasman ve zaman terimlerine ayrıştırılırsa,

$$\begin{aligned} w(x, t) &= W(x) \sin \omega t \\ s(t) &= S_0 \sin \omega t \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = -S_0 \omega^2 \sin \omega t$$

yazılır ve bunlar (3.59) ve (3.60)'da yerlerine konursa,

$$m(-S_0 \omega^2 \sin \omega t) + kS_0 \sin \omega t = kW \sin \omega t$$

$$(k - m\omega^2)S_0 = kW(\xi) \quad (3.62)$$

ve

$$\begin{aligned} EI W'''' \sin \omega t - \rho A \omega^2 W \sin \omega t \\ = -k[W(\xi) - S_0] \sin \omega t \delta(x - \xi) - F_0 \sin(\omega t) \delta(x - \eta) \end{aligned}$$

$$EI W'''' - \rho A \omega^2 W(x) = -k[W(\xi) - S_0] \delta(x - \xi) - F_0 \delta(x - \eta) \quad (3.63)$$

denklemleri elde edilir. Sistemin çözümünde öncelikle (3.63) çözülerek  $W$  deplasman değerleri elde edilir ve sonrasında bu deplasman değerleri vasıtası ile (3.62) çözümü elde edilir.

(3.63)'te sol taraftaki ilk terim Euler-Bernoulli kiriş terimidir ve çözümü bir önceki bölümde yapılmıştı. (3.63) için artık denklemi,

$$R = EI \frac{d^4 w}{dx^4} - \rho A \omega^2 W - Q \quad (3.64)$$

şeklinde yazılabilir. Galerkin yaklaşımı kullanılarak,

$$\int_{x_a}^{x_b} \emptyset R dx = 0$$

$$\underbrace{\int_{x_a}^{x_b} \emptyset EI \frac{d^4 w}{dx^4} dx}_{1. \text{ terim}} - \underbrace{\int_{x_a}^{x_b} \emptyset \rho A \omega^2 W dx}_{2. \text{ terim}} - \underbrace{\int_{x_a}^{x_b} \emptyset Q dx}_{3. \text{ terim}} = 0 \quad (3.65)$$

Burada  $\emptyset$  ağırlık fonksiyonudur ve Galerkin yaklaşımına göre interpolasyon fonksiyonuna eşit alınır. (3.65) denkleminin ilk terimi önceki bölümde çözülmüştü (Denklemler 3.48). 2. terimin çözümü için  $W = \emptyset_j w_j$  yazılarak

$$\int_{x_a}^{x_b} \emptyset \rho A \omega^2 W dx = \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i \emptyset_j \rho A \omega^2 w_j dx \quad (3.66)$$

bulunur. Bu terim katılık matrisine eklenecektir.

3. terimde ise

$$Q = -k(w(x) - S_0) - F_0$$

olduğundan,

$$\int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i Q dx = \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i [-k(w(x) - S_0) - F_0] dx$$

$$\int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i Q dx = - \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i k w(x) dx - \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i S_0 dx - \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i F_0 dx \quad (3.67)$$

yazılabilir. (3.67) denkleminde denklemin sağındaki 1. ve 2. terimler absorberin bulunduğu konum dışında her yerde sıfır olurlar. 3. terim ise zorlayıcı kuvvetin olduğu konumdur ve bu nokta dışında her yerde sıfırdır. 2. ve 3. terimlerin değerleri bellidir.

1. terimde  $W = \emptyset_j w_j$  yazılarak,

$$\int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i k w(x) dx = \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i k \emptyset_j w_j dx$$

$$\int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i k \emptyset_j w_j dx = k \emptyset_i(\xi) \emptyset_j(\xi) w \quad (3.68)$$

bulunur ve bu terime ait katılık matrisi ise

$$\begin{bmatrix} \emptyset_1(\xi) k \emptyset_1(\xi) & \emptyset_1(\xi) k \emptyset_2(\xi) & \dots \\ \emptyset_2(\xi) k \emptyset_1(\xi) & \emptyset_2(\xi) k \emptyset_2(\xi) & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

formunda yazılabilir.

(3.67) denkleminde 2. ve 3. terimler yük vektörüne eklenirken, ilk terim katılık matrisine sönüm elemanı olarak girmektedir.

(3.65) denklemi tekrar düzenlenirse,

$$\left[ \int_{x_a}^{x_b} EI \frac{d^2 \emptyset_i}{dx^2} \frac{d^2 \emptyset_j}{dx^2} w_j dx - \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i q dx - Q_i \right] - \left[ \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i \emptyset_j \rho A \omega^2 w_j dx \right]$$

$$- \left[ - \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i k \emptyset_j w_j dx - \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i S_0 dx - \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i F_0 dx \right] = 0 \quad (3.70)$$

$$\left[ \int_{x_a}^{x_b} EI \frac{d^2 \emptyset_i}{dx^2} \frac{d^2 \emptyset_j}{dx^2} w_j dx - \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i \emptyset_j \rho A \omega^2 w_j dx + \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i k \emptyset_j w_j dx \right] w_j$$

$$- \left[ \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i q dx + Q_i + \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i S_0 dx + \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i F_0 dx \right] = 0 \quad (3.71)$$

Burada  $K_i \Delta_i - F_i = 0$  olarak düşünülürse,

$$K = \int_{x_a}^{x_b} EI \frac{d^2 \emptyset_i}{dx^2} \frac{d^2 \emptyset_j}{dx^2} w_j dx - \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i \emptyset_j \rho A \omega^2 w_j dx + \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i k \emptyset_j w_j dx \quad (3.72)$$

$$F = \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i q dx + Q_i + \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i S_0 dx + \int_{x_a}^{x_b} \emptyset_i F_0 dx \quad (3.73)$$

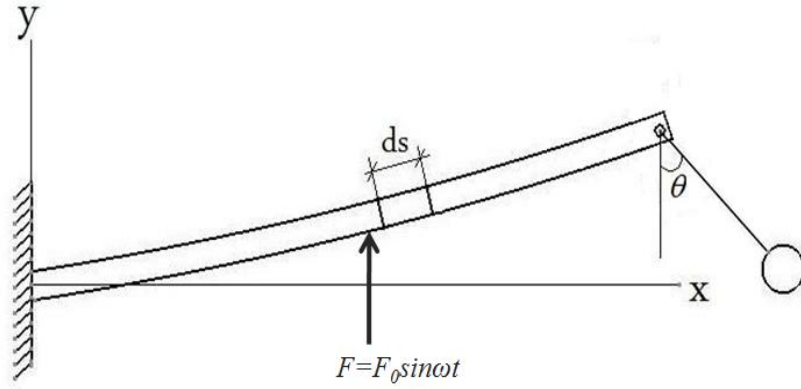
olarak yazılır. Bu denklemin çözümünden  $W$  deplasman değerleri elde edilerek (3.62) denkleminde

$$S_0 = \frac{kW(\xi)}{(k - m\omega^2)} \quad (3.74)$$

yazılarak  $S_0$  deplasmanı bulunur.

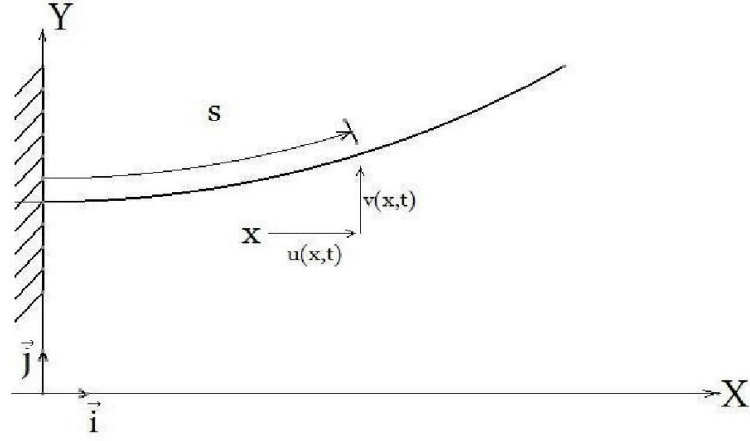
### 3.4 Sarkaç Absorberli Kiriş

Bu bölümde sarkaç absorberli kiriş için hareket denklemleri elde edilecektir. Kullanılan kiriş homojen izotropik malzeme özelliğine sahip ve uniform kesitli olarak kabul edilmiştir. Sarkaç, kirişin ucuna kütesiz bir çubukla sürtünmesiz olarak bağlıdır. Kirişin uzamazlık şartını sağladığı kabul edilmektedir. Kiriş Euler-Bernoulli hipotezlerine uygun davranıyor kabul edilecektir. (Şekil 3.19)



Şekil 3.19 Sarkaç absorberli kiriş

Şekil 3.20'de ağırlık merkezleri eksenine üzerinde bir noktanın deplasman hali görülmektedir.



Şekil 3.20 Kiriş üzerinde herhangi bir noktanın deplasmanı

Kirişin nötral ekseninde herhangi bir noktasının mutlak hızı,

$$\vec{V} = \dot{X}\vec{i} + \dot{Y}\vec{j}$$

şeklindedir. Şekil 3.20' den

$$\dot{X} = \dot{u}$$

$$\dot{Y} = \dot{v}$$

olduğu görülebilir. Kiriş üzerindeki bir noktanın herhangi bir andaki kinetik enerjisi,

$$dT_{kiriş} = \frac{1}{2} dm \vec{V} \vec{V} = \frac{1}{2} dm [\dot{u}^2 + \dot{v}^2] \quad (3.75)$$

ve burada  $dm = \rho \cdot A \cdot ds$  şeklindedir. Kirişin toplam kinetik enerjisi,

$$T_{kiriş} = \frac{1}{2} \int_0^L [\dot{u}^2 + \dot{v}^2] \rho A ds \quad (3.76)$$

olacaktır.

Kirişin potansiyel enerjisinin sadece eğilmeden kaynaklandığı kabul edilmektedir. Buna göre,

$$V_M = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{EI_{zz}}{\rho^2(s, t)} ds \quad (3.77)$$

olur. Kiriş eğriliği eğrilik yarıçapının tersine eşittir ve yaklaşık olarak,



$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{(v'')^2}{1 - v'^2} \cong v''^2 \left(1 + \frac{1}{2} v'^2\right) = v''^2 + \frac{1}{2} v''^2 v'^2 \quad (3.78)$$

yazılabilir. (3.77) denklemini tekrar düzenlenirse, kiriş potansiyel enerjisi,

$$V_M = \frac{1}{2} \int_0^L EI_{zz} (v''^2 + \frac{1}{2} v''^2 v'^2) ds \quad (3.79)$$

şeklinde elde edilir.

Potansiyeli olmayan kuvvetlerin virtüel işleri ise,

yayıllı sönüm kuvveti için,

$$Q_v = -c\dot{v}(s, t) \quad (3.80)$$

olacaktır ve bunun herhangi bir andaki toplam işi ve varyasyonu,

$$W_s = \int_0^L Q_v v ds = - \int_0^L c \dot{v} v ds \quad (3.81)$$

$$\delta W_s = - \int_0^L c \dot{v} \delta v ds \quad (3.82)$$

şeklinde bulunur.

Sarkacın bağlandığı noktadaki reaksiyon kuvveti bileşenleri  $F_{XB}$  ve  $F_{YB}$  olarak alınırsa, bunların virtüel işleri,

$$\delta W_{SR} = [F_{XB} \delta u]_{x=L} + [F_{YB} \delta v]_{x=L} \quad (3.83)$$

bulunur. SR indisi sarkaç reaksiyonunu göstermektedir.

Potansiyeli olmayan kuvvetlerin virtüel işi,

$$\delta W = \delta W_s + \delta W_{SR} = - \int_0^L c \dot{v} \delta v ds + [F_{XB} \delta u]_{x=L} + [F_{YB} \delta v]_{x=L} \quad (3.84)$$

olarak bulunmuş olur.

Uzamazlık şartına göre  $\frac{\partial s}{\partial x} = 1$  yazılır.

$$\left(1 + \frac{\partial u}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2 = 1 \quad (3.85)$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2 \quad (3.86)$$

$$u(s, t) = -\frac{1}{2}\int_0^s \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2 ds \quad (3.87)$$

$$C_\lambda = \frac{1}{2}\int_0^L \lambda(s, t)[1 - (1 + u')^2 - v'^2] ds \quad (3.88)$$

Kirişin Lagrangeanı,

$$L = T - V_M \quad (3.89)$$

şeklinde yazılabilir. Hamilton ilkesinden,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (L + W) dt = 0 \quad (3.90 - a)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta L + \delta W) dt = 0 \quad (3.90 - b)$$

olmalıdır. Bulunan ifadeler yerine konursa,

$$\begin{aligned} & \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} \rho A (u^2 + \dot{v}^2) ds dt - \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} EI_{zz} (v''^2 + v''^2 v'^2) ds dt \\ & - \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L c \dot{v} v ds dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} [F_{XB} \delta u]_{x=L} dt \\ & + \delta \int_{t_1}^{t_2} [F_{YB} \delta v]_{x=L} dt \\ & + \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} \lambda(s, t) [1 - (1 + u')^2 - v'^2] ds dt = 0 \end{aligned} \quad (3.91)$$

Bu ifadenin parça parça varyasyonları bulunacaktır. Ancak öncelikle,

$$y(x) = x^2 \quad F(y) = y^2$$

$$dy = 2x dx \quad \delta F = 2y \delta y$$

olduğu hatırlanmalıdır. Buna göre kinetik enerji varyasyonu,

$$\begin{aligned} & \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left( \frac{1}{2} \rho A (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) ds dt \right) \\ &= \int_0^L \rho A \int_{t_1}^{t_2} [\dot{u} \delta \dot{u} + \dot{v} \delta \dot{v}] dt ds \\ &= \int_0^L \rho A \left[ \int_{t_1}^{t_2} \dot{u} (\delta \dot{u}) dt + \int_{t_1}^{t_2} \dot{v} (\delta \dot{v}) dt \right] ds \end{aligned}$$

şeklindedir ve burada  $\int u dv = uv - \int v du$  integral kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} &= \int_0^L \rho A \left[ [\dot{u} \delta u]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \dot{u} \delta u dt + [\dot{v} \delta v]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \dot{v} \delta v dt \right] ds \\ &= - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A \dot{u} \delta u ds dt - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A \dot{v} \delta v ds dt \end{aligned} \quad (3.92)$$

olarak bulunacaktır.

Kirişin potansiyel enerjisinin varyasyonu,

$$\begin{aligned} & \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} EI_{zz} (v''^2 + v''^2 v'^2) ds dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \int_0^L (v'' \delta v'' + v'' \delta v'' v'^2 + v''^2 v' \delta v') ds dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \left[ \int_0^L (v'' + v'' v'^2) (\delta v)'' ds + \int_0^L (v''^2 v') (\delta v)' ds \right] \\ &= \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \left[ [(v'' + v'' v'^2) (\delta v)]_0^L - \int_0^L (v''' + v''' v'^2 + 2v' v''^2) (\delta v)' ds \right] dt \\ &\quad + \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \left[ [(v''^2 v') (\delta v)]_0^L - \int_0^L (2v' v'' v''' + v''^3) (\delta v) ds \right] dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} [(v'' + v''v'^2)(\delta v)']_0^L - [(v''' + v'''v'^2 + 2v'v''^2)\delta v]_0^L \\
&\quad + \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \left[ \int_0^L (v'''' + v''''v'^2 + 2v'v''v'' + 2v''^3 + 4v'v''v''') \delta v ds \right. \\
&\quad \left. + [(v''^2v')\delta v]_0^L - \int_0^L (2v'v''v'' + v''^3) \delta v ds \right] dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} [EI_{zz} [(v'' + v''v'^2)(\delta v)']_0^L - EI_{zz} [(v''' + v'''v'^2 + 2v'v''^2)\delta v]_0^L \\
&\quad + [EI_{zz}(v''^2v')\delta v]_0^L] dt \\
&\quad + \int_{t_1}^{t_2} \left[ \int_0^L EI_{zz} (v'''' + v''''v'^2 + v''^3 + 4v'v''v''') \delta v ds \right] dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} [-EI_{zz} [(v'' + v''v'^2)(\delta v)']_0^L - EI_{zz} [(v''' + v'''v'^2 + v'v''^2)\delta v]_0^L \\
&\quad - \int_{t_1}^{t_2} \left[ \int_0^L EI_{zz} (v'''' + v''''v'^2 + v''^3 + 4v'v''v''') \delta v ds \right] dt] dt \quad (3.93)
\end{aligned}$$

Sönüm kuvvetinin varyasyonu,

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L -c\dot{v}\delta v ds dt \quad (3.94)$$

Reaksiyon kuvvetinin varyasyonu,

$$\int_{t_1}^{t_2} F_{XB} \delta u_L dt + \int_{t_1}^{t_2} F_{YB} \delta v_L dt \quad (3.95)$$

olacaktır.

Hamilton ilkesine göre varyasyon işlemi sonrasında  $\delta v$  ve  $\delta u$  parantezindeki terimler sıfıra eşitlenip sehim( $v$ ) ve aksenal yer değiştirme( $u$ ) için hareket denklemleri elde edilir.  $v$  için hareket denklemi,

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L [-EI_{zz}(v'''' + v''''v'^2 + v''^3 + 4v'v''v''') - \rho A \ddot{v} + -(\lambda v')' + c\dot{v}] \delta v ds dt \quad (3.96)$$

$$EI_{zz}(v'''' + v''''v'^2 + v''^3 + 4v'v''v''') - \rho A \ddot{v} + -(\lambda v')' + c\dot{v} = 0 \quad (3.97)$$

şeklinde olacaktır. Benzer şekilde  $u$  için

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L [(\lambda(1 + u'))' - \rho A \ddot{u}] \delta u ds dt \quad (3.98)$$

$$[\lambda(1 + u')] - \rho A \ddot{u} = 0$$

Buraya kadar olan kısımda, Hamilton ilkelerine bağlı olarak çubuğun yatay ve düşey doğrultuda hareket denklemleri elde edilmiş olup, bu denklem takımı analitik yöntemlerle çözülebilmektedir.

Yapılan çalışmada ise sistemin çözümünde analitik çözüm yerine sonlu elemanlar yaklaşımı kullanılmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi, geometri ve fiziksel olarak karmaşık problemlerin modellenmesinde, sistemi tanımlayan karmaşık sınır şartlarının uygulanmasında ve çözümlenmesinde etkin olarak kullanılan bir nümerik analiz yöntemidir. Bundan dolayı, sistemin çözümünde ve simülasyon sonuçları ile karşılaştırılmasında bu yöntem uygulanmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi ile gerçekleştirilen çözümlemenin detayları aşağıda açıklanmıştır.

Virtüel iş prensibinden,  $\delta R_e$ , iç gerilmelerin virtüel şekil değiştirme enerjisi ve  $\delta W_e$ , eleman üzerindeki dış etkilerin virtüel işi olarak tanımlanmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi ile yapılacak olan nümerik model yaklaşımı, geometrinin sayısal olarak modellenmesinde kullanılan birim eleman üzerindeki enerji dengesi hali dikkate alınarak gerçekleştirilecektir. Tek bir eleman için enerji denge denklemi,

$$\delta R_e = \delta W_e \quad (3.99)$$

şeklinde yazılabilir.  $\delta R_e$ , şekil değiştirme( $\varepsilon$ ) ve gerilme( $\sigma$ ) cinsinden açık olarak yazılırsa,

$$\delta R_e = \int \delta \varepsilon^T \sigma(t) dV \quad (3.100)$$

olacaktır. Burada,

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 - \frac{d^2v}{dx^2} y \quad (3.101)$$

şeklinde ifade edilir. Benzer şekilde  $\delta W_e$  açık biçimde yazılırsa,

$$\delta W_E = \underbrace{\int \delta r^T p(t) dV}_{\text{Dış yük terimi}} + \underbrace{\int \delta r^T b(t) dV}_{\text{Hacim kuvveti terimi}} - \underbrace{\int \delta r^T \rho \ddot{r} dV}_{\text{İvme terimi}} - \underbrace{\int \delta r^T \mu \dot{r} dV}_{\text{Damping terimi}} \quad (3.102)$$

şeklinde olacaktır. Burada,  $r^T$  terimi yerdeğişmeleri ifade eder veyerdeğiştirme vektörü olarak adlandırılır.  $p(t)$  terimi, dış yükleri temsil eder. İncelediğimiz sistemde  $F = F_0 \sin \omega t$  dış yükünü ve sarkaç üzerinden gelen kuvvetleri içerir.  $b(t)$  terimi, elektromagnetik kuvvetler, yerçekimi ivmesi...vb gibi hacim kuvvetlerini temsil eder ve incelediğimiz sistem için sıfır olarak kabul edilmiştir.  $\int \delta r^T \rho \ddot{r} dV$  ivme ve  $\int \delta r^T \mu \dot{r} dV$  sönüm ifadesidir.

Bunlar (3.99) denkleminde yerine konursa ve sıfır olan,  $\int \delta r^T b(t) dV$  ifadesi kaldırılırsa, denge denklemi aşağıdaki şekilde elde edilecektir.

$$\int \delta \varepsilon^T \sigma(t) dV = \delta r^T p(t) - \int \delta r^T \rho \ddot{r} dV - \int \delta r^T \mu \dot{r} dV \quad (3.103)$$

Kiriş deplasmanı, sonlu elemanlar yöntemine göre elemanları tanımlayan düğüm noktalarındaki deplasman değerleri ve şekil fonksiyonlarının çarpımı olarak ifade edilecek olursa,

$$r(x, t) = [\emptyset(x)] \{r(t)\} \quad (3.104)$$

Burada  $[\emptyset(x)]$  şekil fonksiyonlarını ifade eder ve bölüm 3.2’de de belirtildiği gibidir. Kirişin deplasmanı, hızı ve mutlak ivmesi,

$$r(x, t) = [\emptyset(x)]\{r(t)\}$$

$$\dot{r}(x, t) = [\emptyset(x)]\{\dot{r}(t)\} \quad (3.105)$$

$$\ddot{r}(x, t) = [\emptyset(x)]\{\ddot{r}(t)\}$$

olacaktır. Buna göre (3.99) ifadesi

$$\delta r^T [K_L + K_{NL}]\{r\} = \delta r^T p(t) - \delta r^T \int \rho [\emptyset]^T [\emptyset] dV \{\ddot{r}\} - \delta r^T \int \mu [\emptyset]^T [\emptyset] dV \{\dot{r}\} \quad (3.106)$$

şeklini alacaktır. Burada,  $K_L$ , lineer rijilik matrisini ve  $K_{NL}$ , nonlineer rijitlik matrisini göstermektedir. Hamilton denklemindeki karşılıkları cinsinden, bu terimlerin ifadesi (3.107) denkleminde görülmektedir.

$$K_L = EI_{zz} v'''' + EAu'$$

$$K_{NL} = EI_{zz} (v'''' v'^2 + v''^3 + 4v' v'' v''') \quad (3.107)$$

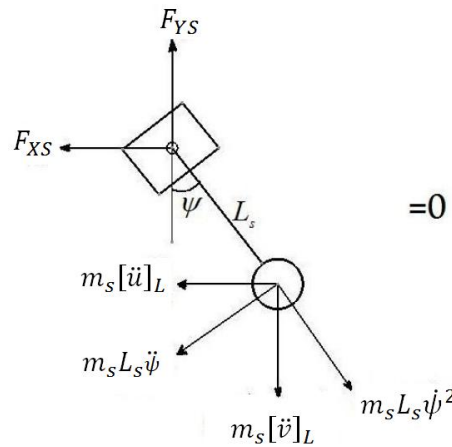
şeklinde ifade edilirler. Denklem (3.106)'da  $\delta r^T$  terimleri sadeleştirilirse,

$$[K_L + K_{NL}]\{r\} = p(t) - \int \rho [\emptyset]^T [\emptyset] dV \{\ddot{r}\} - \int \mu [\emptyset]^T [\emptyset] dV \{\dot{r}\} \quad (3.108)$$

Burada dış yükleri temsil eden  $\{p(t)\}$  vektörü,

$$\{p(t)\} = F_{dis}(t) = F_0 + F_{XB} + F_{YB} \quad (3.109)$$

şeklindedir.  $F_{XB}$  ve  $F_{YB}$  sarkaçtan gelen yükleri temsil eder. (Şekil 3.21)



Şekil 3.21 Sarkaç sisteminin serbest cisim diyagramı

$$m_s L_s^2 \ddot{\psi} + m_s L_s [\ddot{v}]_L \sin\psi + m_s L_s [\ddot{u}]_L \cos\psi = -m_s g L_s \sin\psi - c_s (\dot{\psi} + \dot{\theta}) \quad (3.110)$$

$$F_{xs} = -m_s L_s [\ddot{\psi} \cos\psi - \dot{\psi}^2 \sin\psi] = -F_{XB} \quad (3.111)$$

$$F_{ys} = -m_s L_s [\ddot{\psi} \sin\psi - \dot{\psi}^2 \cos\psi] = -F_{YB} \quad (3.112)$$

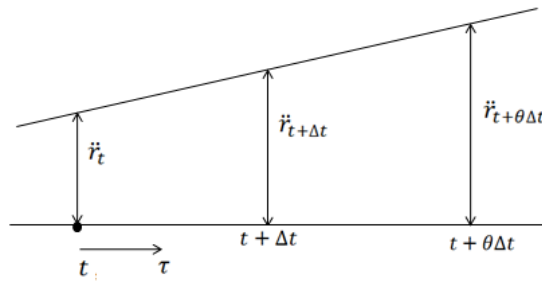
Buna göre (3.104) tekrar düzenlenirse,

$$[M]\{\ddot{r}\} + [C]\{\dot{r}\} + [K + K_{NL}]\{r\} = \{p(t)\} \quad (3.113)$$

$$[M]\{\ddot{r}\} + [C]\{\dot{r}\} + [K]\{r\} = F(t)$$

yazılabilir. Burada  $[M]$ , kütle matrisini,  $[C]$ , sönüm matrisini ve  $K$  ise toplam rijitlik matrisini temsil etmektedir. (Yaman, 2000)

Elde edilen bu denklem sayısal çözüm yöntemlerinden Wilson- $\theta$  metodu ile çözülebilir. Wilson- $\theta$  metodunda, ivmenin  $t$ ,  $t + \Delta t$  zaman aralığında lineer olarak değişmekte olduğu kabul edilir. Buna göre Şekil 3.22'deki  $t$ ,  $t + \theta\Delta t$  genişletilmiş zaman aralığında ivmenin lineer değiştiğini dikkate alalım,



Şekil 3.22 Wilson- $\theta$  metodunda kullanılan lineer ivme varsayımı

$\tau$  zamandaki artışı göstermek üzere ( $0 \leq \tau \leq \theta\Delta t$ ),

$$\ddot{r}_{t+\tau} = \ddot{r}_t + \frac{\tau}{\theta\Delta t} (\ddot{r}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{r}_t) \quad (3.114)$$

denklemini yazılabilir. Bu denklem integre edilerek,

$$\dot{r}_{t+\tau} = \dot{r}_t + \ddot{r}_t \tau + \frac{\tau^2}{2\theta\Delta t} (\ddot{r}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{r}_t) \quad (3.115)$$



$$r_{t+\tau} = r_t + \dot{r}_t \tau + \frac{1}{2} \ddot{r}_t \tau^2 + \frac{\tau^3}{6\theta\Delta t} (\ddot{r}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{r}_t) \quad (3.116)$$

elde edilir. (3.115) ve (3.116) denklemlerinden,  $t + \theta\Delta t$  zamanı için

$$\dot{r}_{t+\theta\Delta t} = \dot{r}_t + \frac{\theta\Delta t}{2} (\ddot{r}_{t+\theta\Delta t} + \ddot{r}_t) \quad (3.117)$$

$$r_{t+\theta\Delta t} = r_t + \theta\Delta t \dot{r}_t + \frac{\theta^2\Delta t^2}{6} (\ddot{r}_{t+\theta\Delta t} + \ddot{r}_t) \quad (3.118)$$

yazılabilir. Buradan  $\ddot{r}_{t+\theta\Delta t}$  ve  $\dot{r}_{t+\theta\Delta t}$  terimleri  $r_{t+\theta\Delta t}$  terimine göre çözülebilir,

$$\ddot{r}_{t+\theta\Delta t} = \frac{6}{\theta^2\Delta t^2} (r_{t+\theta\Delta t} - r_t) - \frac{6}{\theta\Delta t} \dot{r}_t - 2\ddot{r}_t \quad (3.119)$$

$$\dot{r}_{t+\theta\Delta t} = \frac{3}{\theta\Delta t} (r_{t+\theta\Delta t} - r_t) - 2\dot{r}_t - \frac{\theta\Delta t}{2} \ddot{r}_t \quad (3.120)$$

Buna göre,

$$[M]\{\ddot{r}_{t+\theta\Delta t}\} + [C]\{\dot{r}_{t+\theta\Delta t}\} + [K]\{r_{t+\theta\Delta t}\} = F_{t+\theta\Delta t} \quad (3.121)$$

yazılabilir.

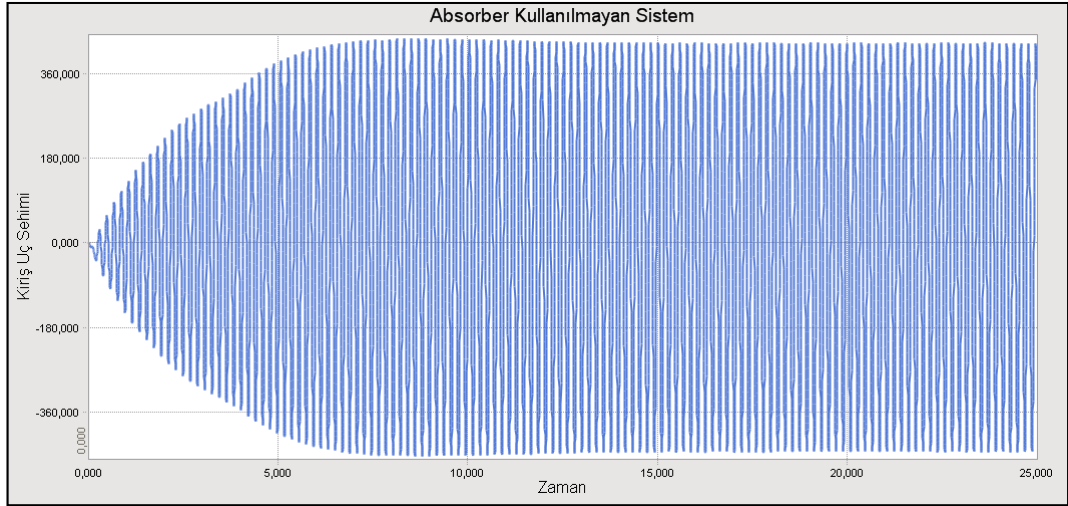
(3.119) ve (3.120) denklemleri (3.121) denkleminde yerine konularak  $r_{t+\theta\Delta t}$  çözülebilir.  $r_{t+\theta\Delta t}$  terimi bulunduktan sonra (3.119) denkleminde  $\ddot{r}_{t+\theta\Delta t}$  elde edilir ki bu terim (3.114), (3.115) ve (3.116) denklemlerinde kullanılmıştır. Buradan  $\tau = \Delta t$  alınarak  $r_{t+\Delta t}$ ,  $\dot{r}_{t+\Delta t}$  ve  $\ddot{r}_{t+\Delta t}$  terimleri hesaplanır. (Bathe, 1976)

Literatürden, seçilen  $\theta$  değeri için  $\theta \geq 1$  şartının sağlanması gerektiği belirtilmektedir. (Wilson ve ark., 1973)

## 4 BULGULAR

Yapılan çalışmada, kiriş sistemi üzerine yerleştirilen absorber sistemlerinin titreşim davranışlarına etkisi araştırılmıştır. Kiriş sistemi bir ucundan ankastre olacak şekilde modellenmiştir ve üzerinde lineer yay ve sarkaç tip absorberler eklenmiştir. Kiriş orta noktasından harmonik bir  $F$  kuvveti ile uyarı verilerek sistemlerin titreşim karakteristikleri incelenmiştir. Hareket simülasyonları pratik olması ve çeşitli grafik araçları dolayısıyla Recurdyn mekanizma dinamiği yazılımıyla gerçekleştirilmiştir. Lineer absorber için ayrıca Matlab yazılımında, sonlu eleman metodu tabanlı bir kod yazılarak Recurdyn simülasyonları ile karşılaştırılmıştır.

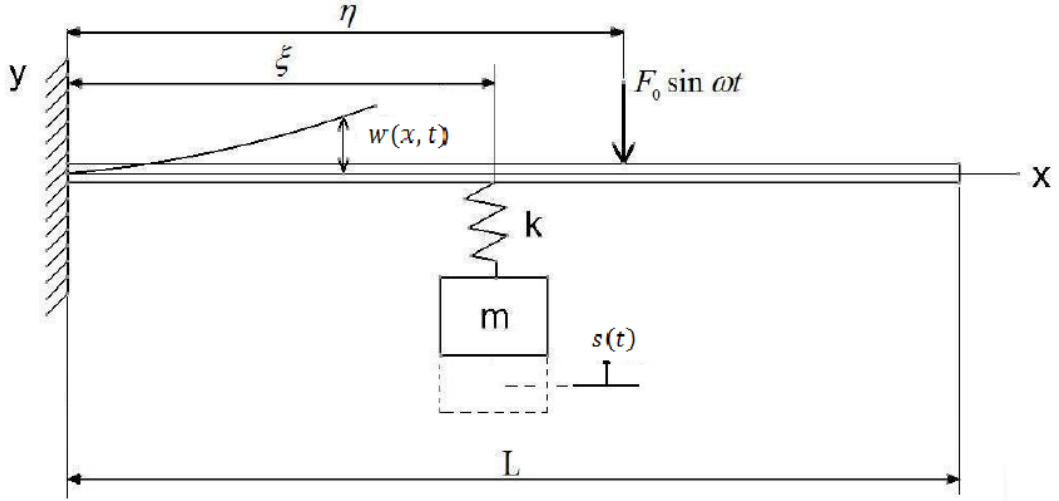
Absorber etkisinin değerlendirilmesi açısından, absorber kullanılmayan kirişin 1. doğal frekans değerine eşit bir frekansta zorlanması sonucu oluşan kiriş uç titreşimleri Şekil 4.1’de görülebilir. Burada rezonans hali söz konusudur ve bunun sonucu kiriş sehimleri giderek artmaktadır.



Şekil 4.1 Absorber kullanılmayan sistemde kiriş uç titreşimleri

#### 4.1 Linear Absorber Modeli

Lineer absorberli sistemde, kiriş orta noktasından harmonik bir  $F$  kuvveti ile uyarı verilmektedir. Dinamik absorber, kirişin değişik bölgelerine yerleştirilerek sistem üzerindeki etkisi incelenmiştir.



Şekil 4.2 Kullanılan lineer absorber tipi



Şekil 4.3 Lineer absorberli sistem için Recurdyn içinde oluşturulan simülasyon modeli

Kullanılan temel parametreler ise şu şekildedir:

Kiriş malzemesi: Çelik

Kiriş boyu,  $L=800$  mm

Young modülü,  $E=210000$  MPa

Yoğunluk,  $\rho= 7,85.10^{-6}$  kg/mm<sup>3</sup>

Kesit alanı,  $A=4 \times 4=16$  mm<sup>2</sup>

Kiriş kütlesi,  $m_k=0,1$  kg

Kirisin temel (birinci) rezonans frekansı,  $f_k=5,22$  Hz ( $\omega= 32,8$  rad/s).

Lineer absorber, yay-kütle sistemi şeklinde oluşturulmuştur. Absorber frekansı değişik kütle oranları için yay katılığı ile değiştirilerek kiriş doğal frekansına eşit olacak şekilde ayarlanmıştır. Kirişe etkiyen harmonik tekil kuvvet,  $F=F\sin\omega t$  formundadır.  $F$  kuvvetinin genliği 1 N sabit değerinde tutulmuş olup, zorlayıcı frekans  $\omega_F$ , kirişin birinci doğal frekansına eşit alınmıştır ( $\omega_F=\omega_1$ ). Bu şekilde sistem rezonans haline sokulmuştur. Ayrıca sisteme yerçekimi etkisi de dahil edilmiştir.

Modelde uygulanan harmonik kuvvetin kiriş üzerindeki etki noktası sabit tutulup, absorberin değişik konumları( $\xi$ ) için ve farklı kütle oranları( $\mu=m_a/m_k$ ) için analizler gerçekleştirilmiştir. Absorberin doğal frekansı, kütle ve yay katılığı ile doğrudan ilişkili olduğundan kütle oranı değişimlerine karşılık yay katılığı da değişmektedir. Bu nedenle yüksek frekans oranlarında, yayın küçük deplasmanlarında bile yüksek miktarda enerji depolanmaktadır ve yüksek frekans oranı değerlendirmelerinde bu durum da göz önünde bulundurulmalıdır. İncelenen kütle oranı ve absorber konumu aralıkları:

$$\mu=0,3 \rightarrow \xi=0,25L$$

$$\mu=0,6 \rightarrow \xi=0,75L$$

$$\mu=0,3 \rightarrow \xi=0,5L$$

$$\mu=0,6 \rightarrow \xi=L$$

$$\mu=0,3 \rightarrow \xi=0,75L$$

$$\mu=1 \rightarrow \xi=0,25L$$

$$\mu=0,3 \rightarrow \xi=L$$

$$\mu=1 \rightarrow \xi=0,5L$$

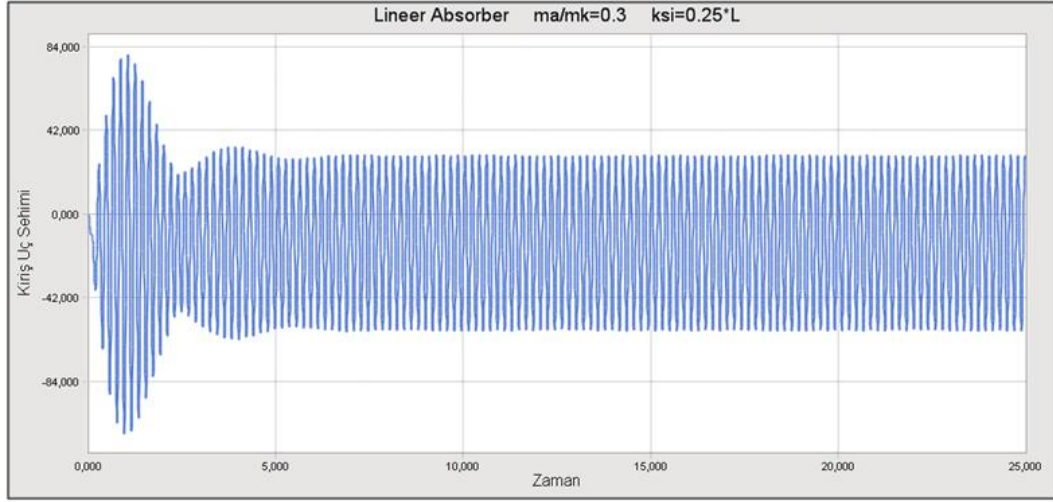
$$\mu=0,6 \rightarrow \xi=0,25L$$

$$\mu=1 \rightarrow \xi=0,75L$$

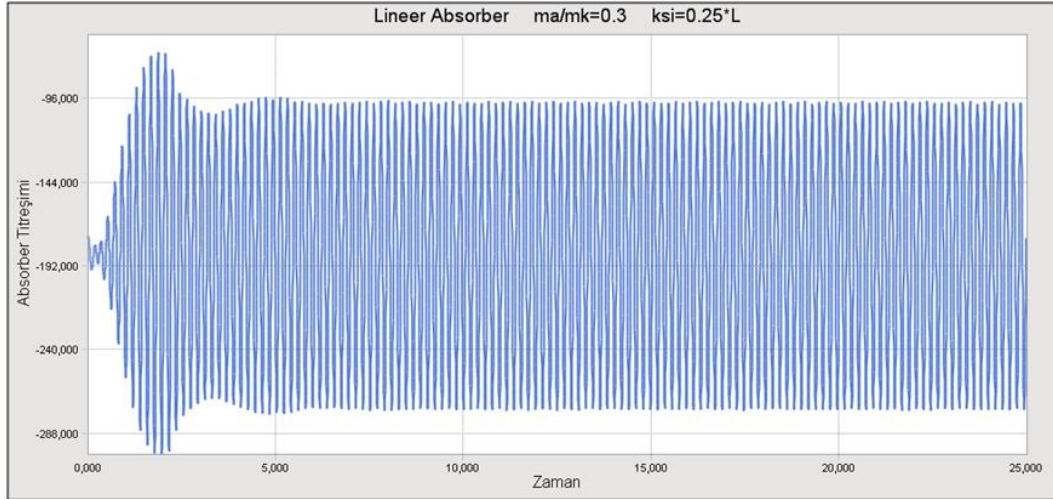
$$\mu=0,6 \rightarrow \xi=0,5L$$

$$\mu=1 \rightarrow \xi=L$$

Şekil 4.4 ve 4.5'te lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=0,25L$  için kiriş uç sehimi ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.



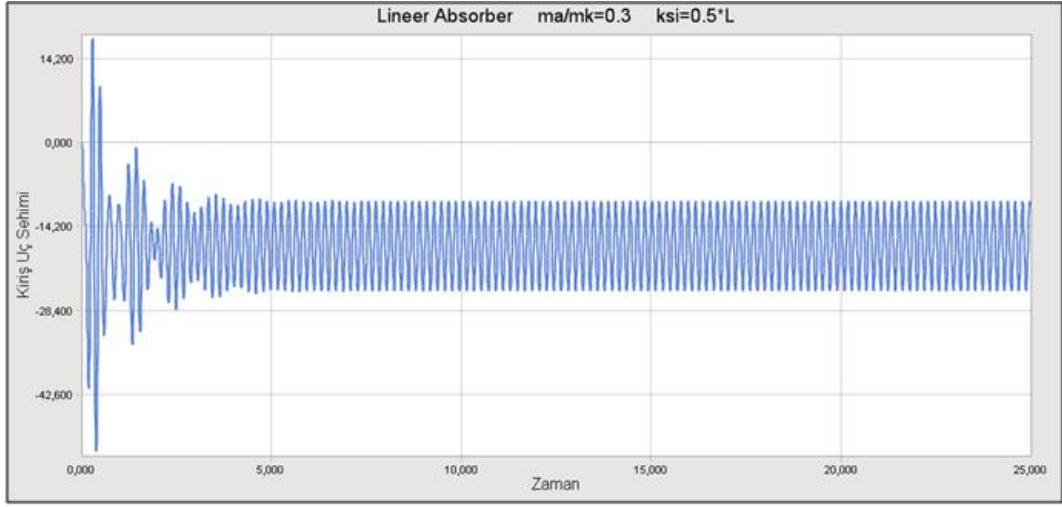
Şekil 4.4 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=0,25L$  için kiriş uç sehim



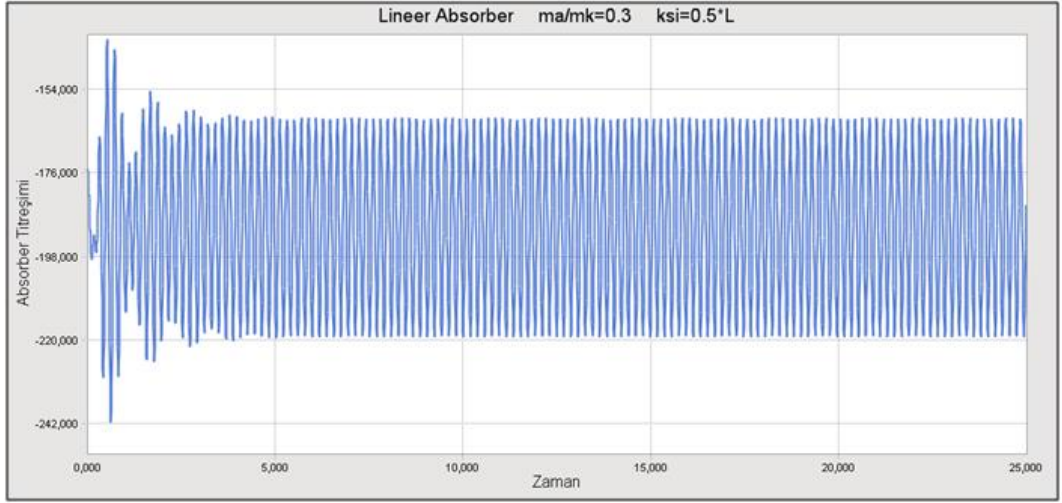
Şekil 4.5 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=0,25L$  için absorber titreşimi

Bu ilk incelemede, absorber konumu kirişin ankastre ucuna çok yakinken ( $\xi=0,25L$ ) ve nispeten düşük kütle oranıyla bile kiriş titreşiminde absorbersiz duruma göre önemli bir azalma sağlanmaktadır.

Şekil 4.6 ve 4.7’de lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=0,5L$  için kiriş uç sehim ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.

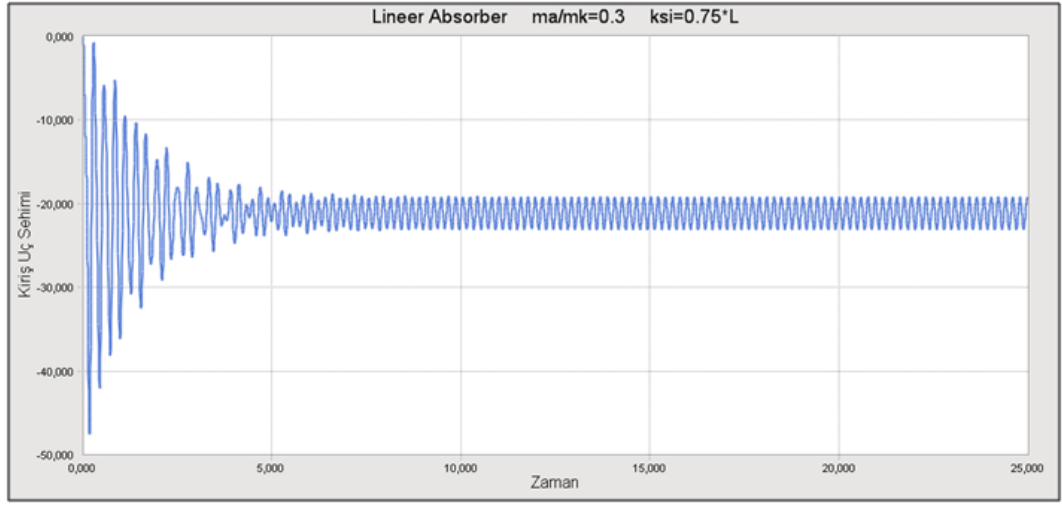


Şekil 4.6 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=0,5L$  için kiriş uç sehim

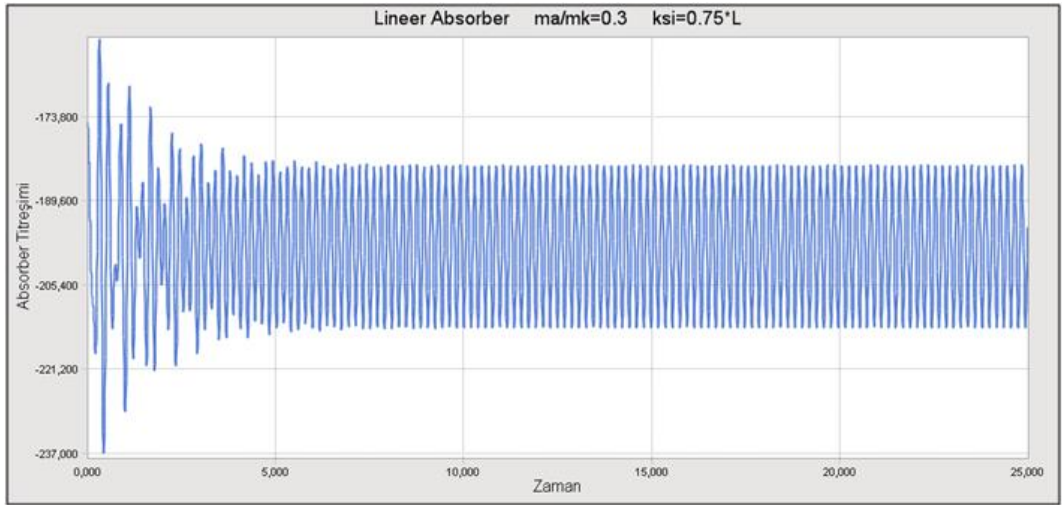


Şekil 4.7 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=0,5L$  için absorber titreşimi

Şekil 4.8 ve 4.9'da lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=0,75L$  için kiriş uç sehim ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.

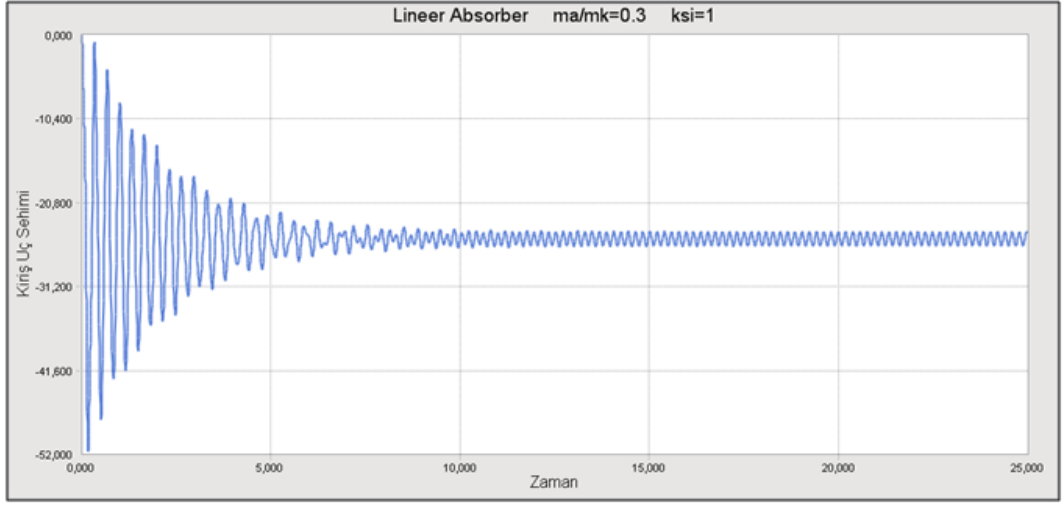


Şekil 4.8 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=0,75L$  için kiriş uç sehimini

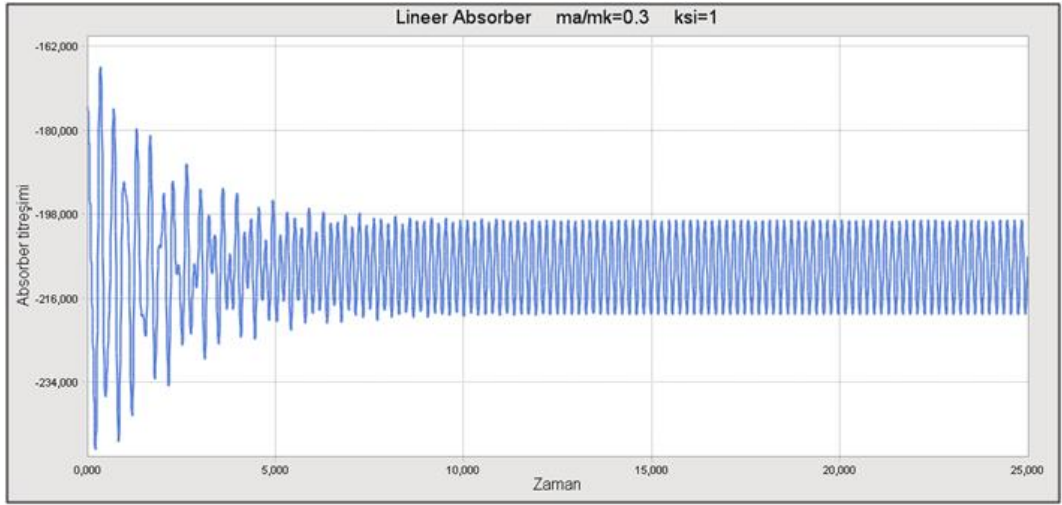


Şekil 4.9 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=0,75L$  için absorber titreşimi

Şekil 4.10 ve 4.11’de lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=L$  için kiriş uç sehimini ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.



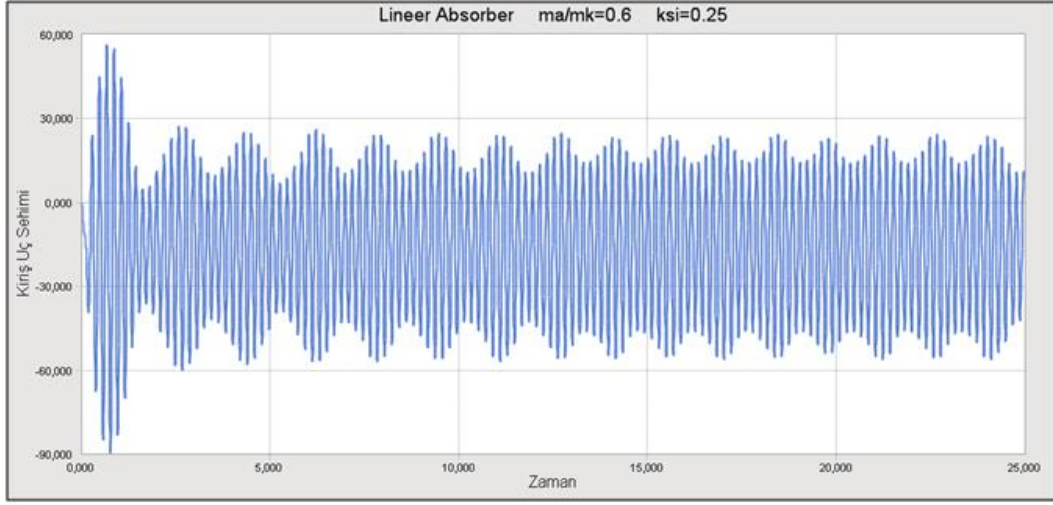
Şekil 4.10 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=L$  için kiriş uç sehimini



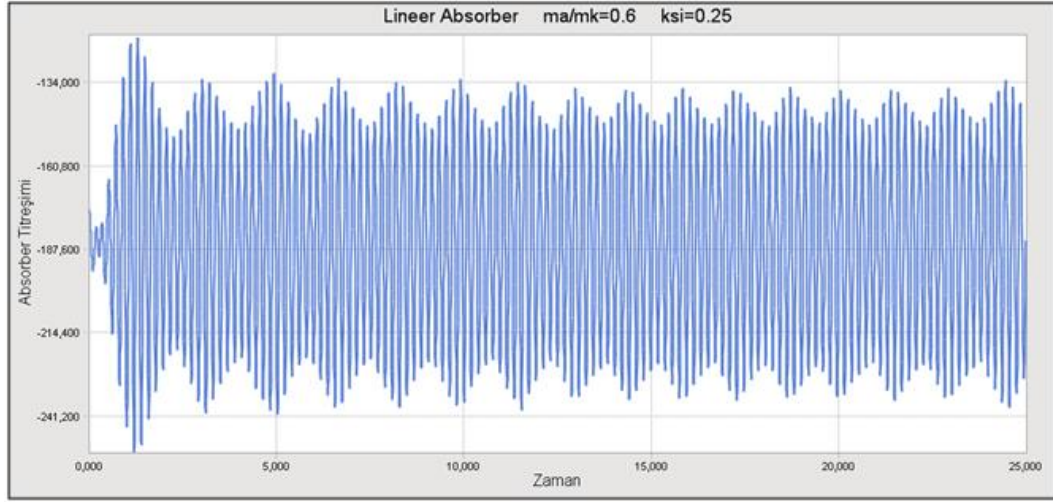
Şekil 4.11 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  ve  $\xi=L$  için absorber titreşimi

Şekil 4.12 ve 4.13'te lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=0,25L$  için kiriş uç sehimini ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.





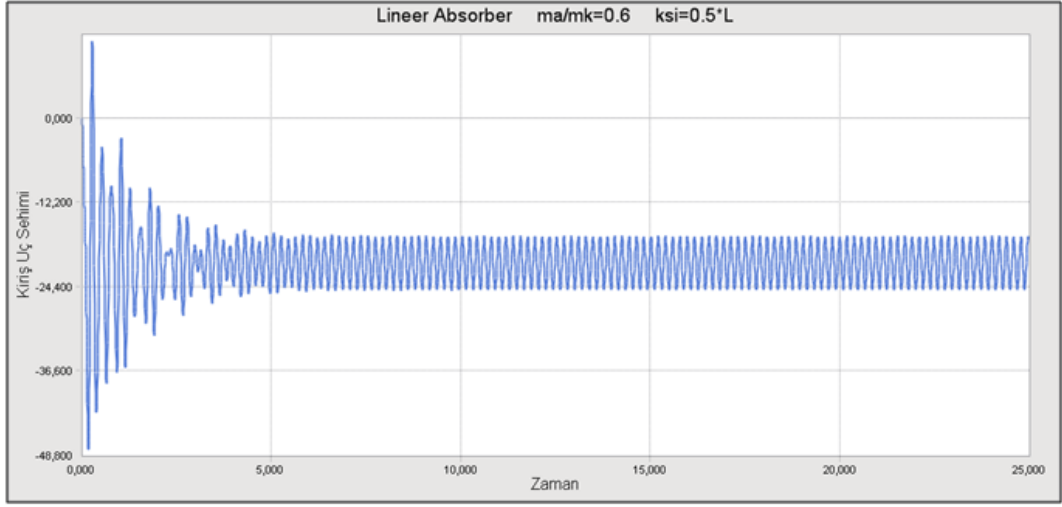
Şekil 4.12 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=0,25L$  için kiriş uç sehimi



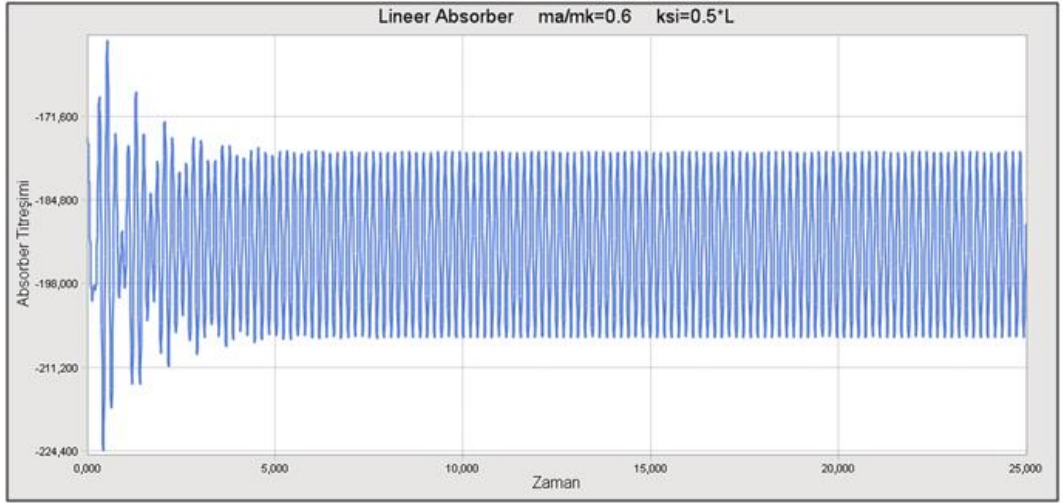
Şekil 4.13 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=0,25L$  için absorber titreşimi

$\mu=0,6$  ve  $\xi=0,25L$  hali için ilginç bir durum ortaya çıkmaktadır. Sistemde rejim halinde kiriş genlikleri de periyodik değişim göstermekte ve vuru hali görülmektedir.

Şekil 4.14 ve 4.15'te lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=0,5L$  için kiriş uç sehimi ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.

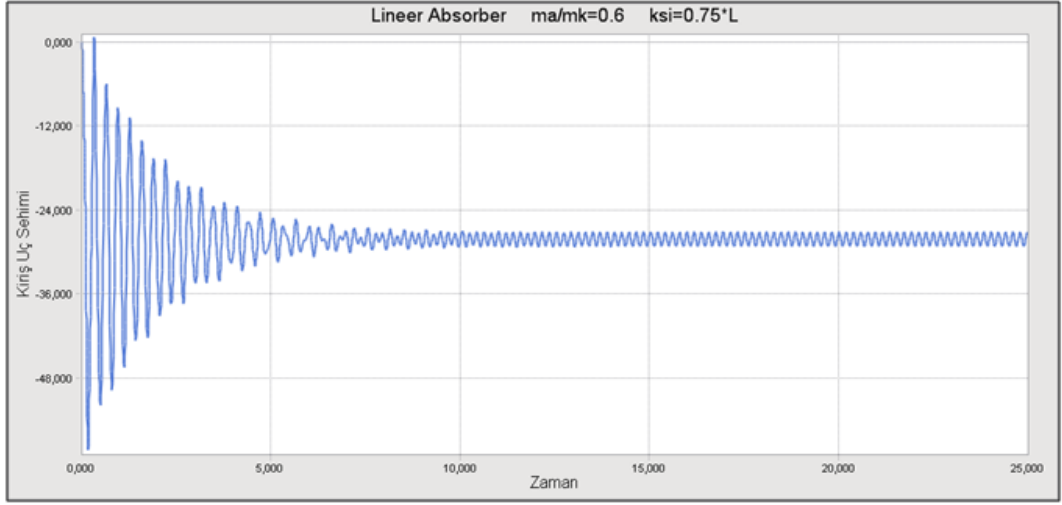


Şekil 4.14 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=0,5L$  için kiriş uç sehimini

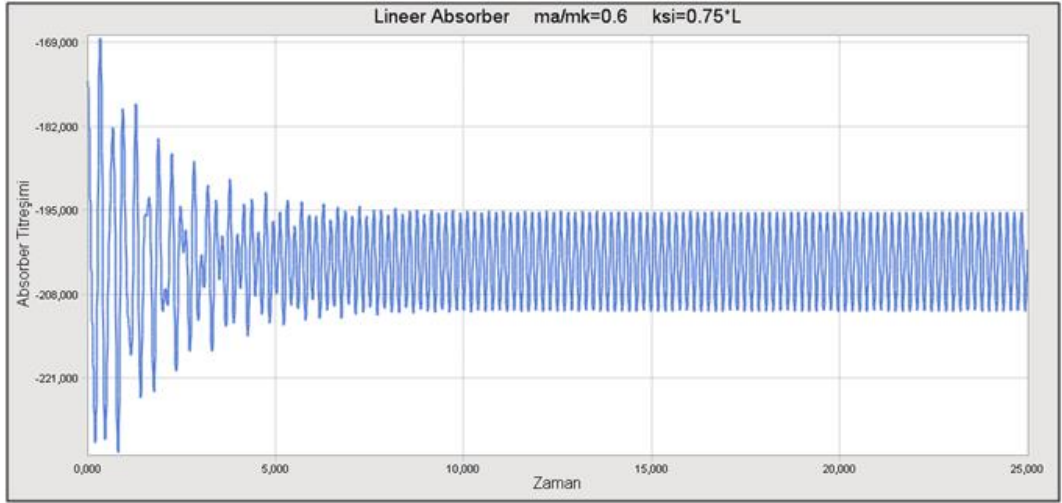


Şekil 4.15 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=0,5L$  için absorber titreşimi

Şekil 4.16 ve 4.17’de lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=0,75L$  için kiriş uç sehimini ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.

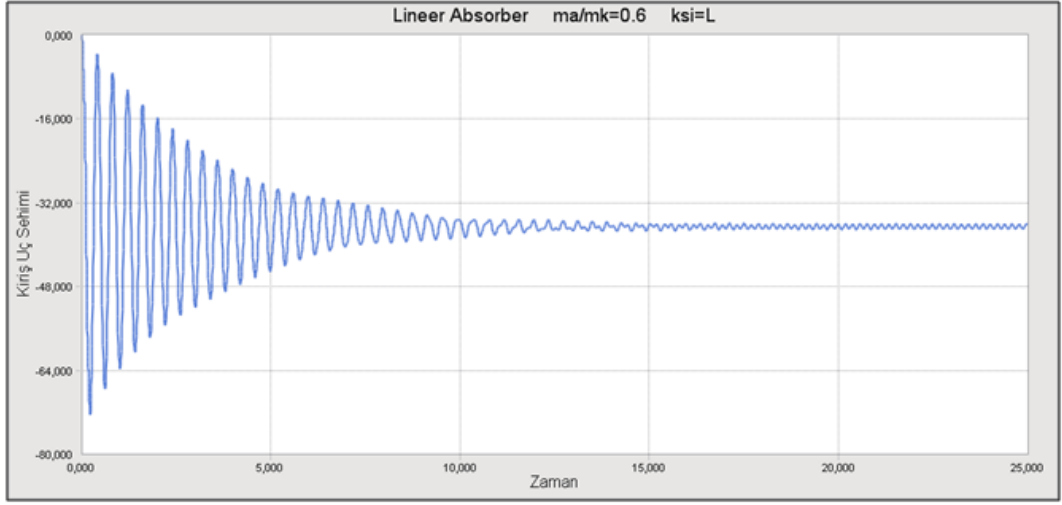


Şekil 4.16 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=0,75L$  için kiriş uç sehimi

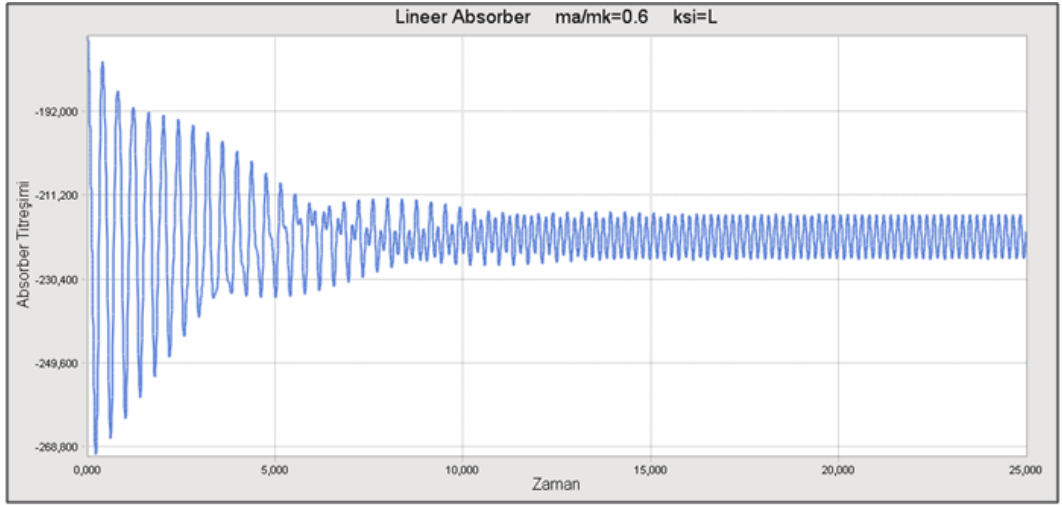


Şekil 4.17 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=0,75L$  için absorber titreşimi

Şekil 4.18 ve 4.19’da lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=L$  için kiriş uç sehimi ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.

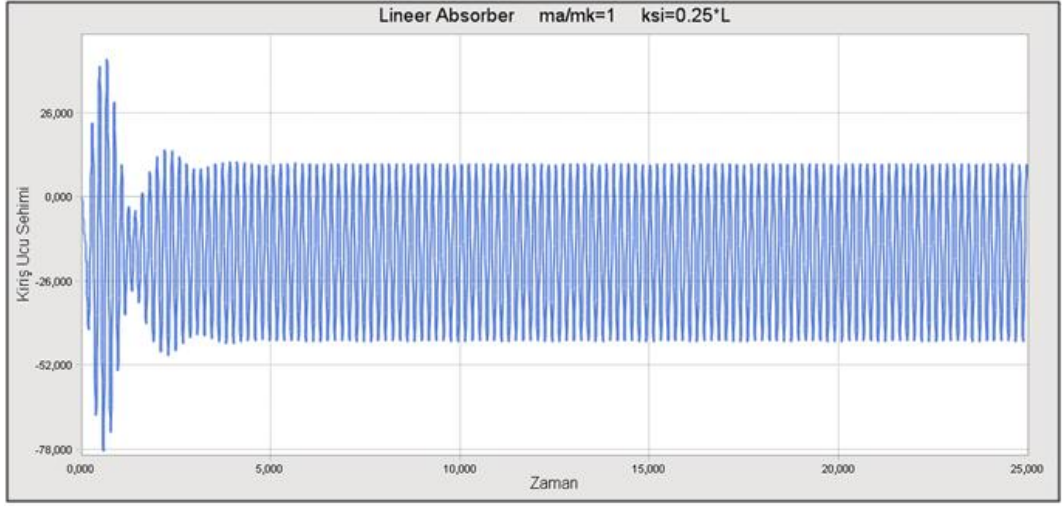


Şekil 4.18 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=L$  için kiriş uç sehim

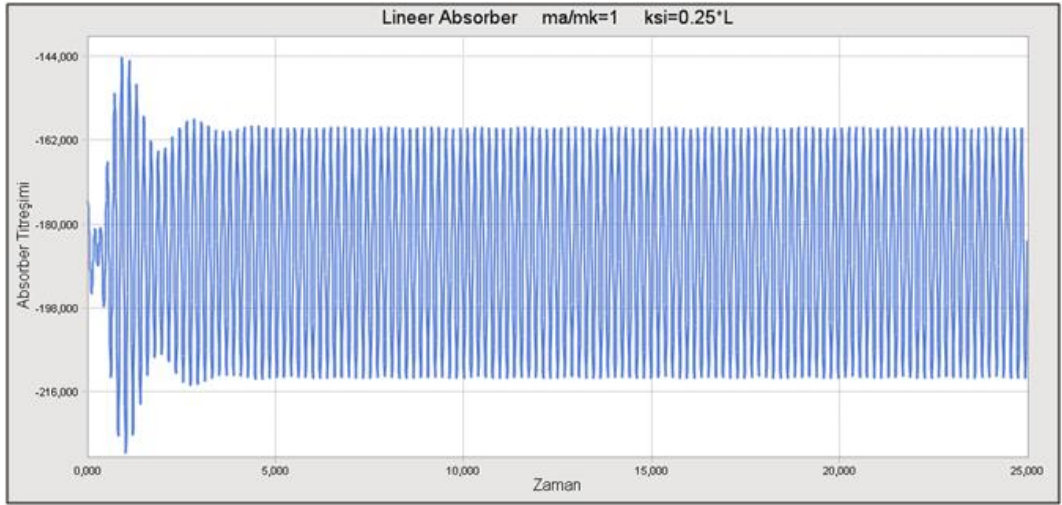


Şekil 4.19 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=L$  için absorber titreşimi

Şekil 4.20 ve 4.21'de lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=0,25L$  için kiriş uç sehim ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.

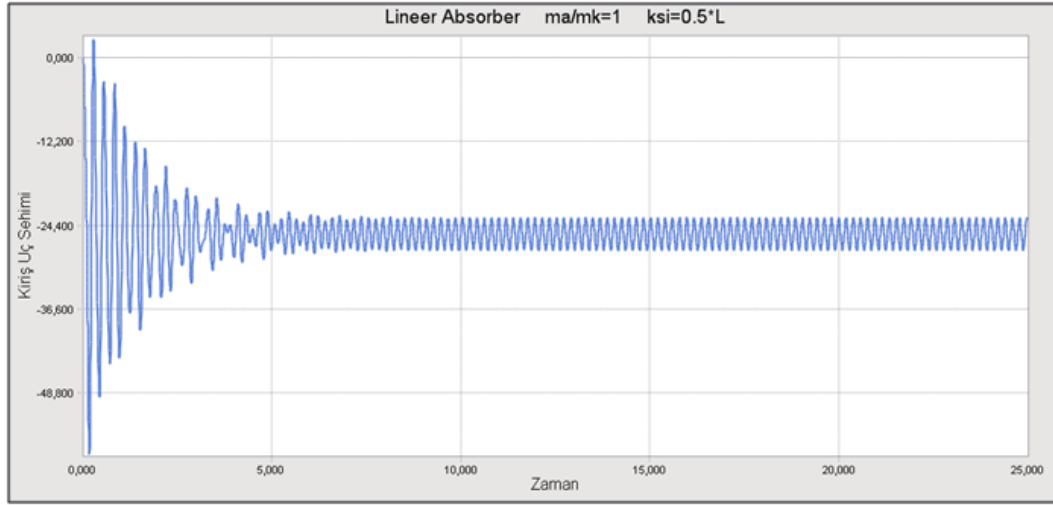


Şekil 4.20 Lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=0,25L$  için giriş uç sehimini

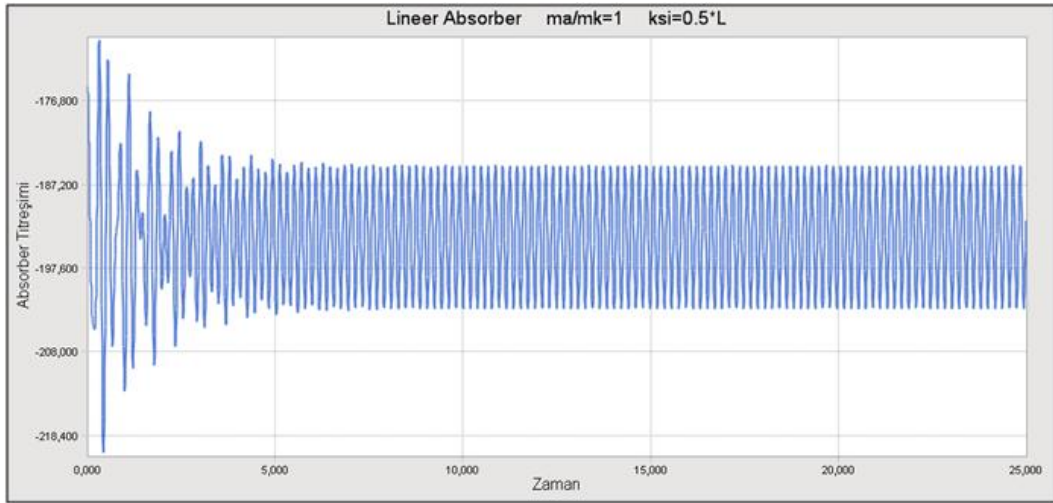


Şekil 4.21 Lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=0,25L$  için absorber titreşimi

Şekil 4.22 ve 4.23'te lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=0,5L$  için giriş uç sehimini ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.

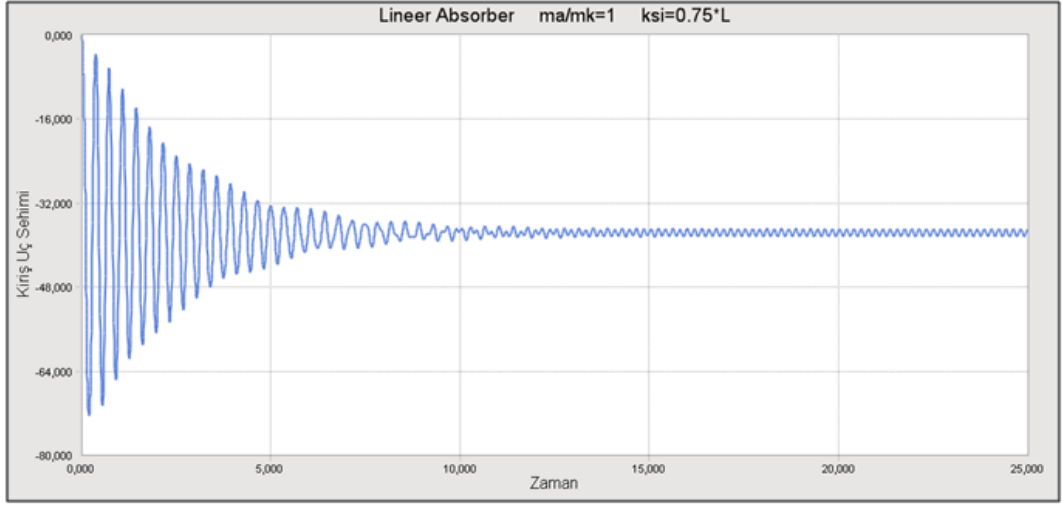


Şekil 4.22 Lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=0,5L$  için kiriş uç sehim

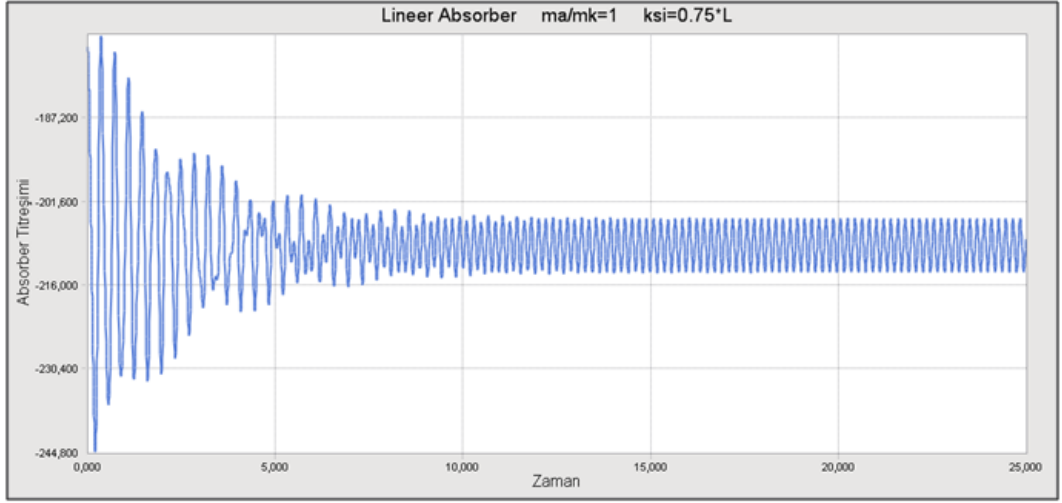


Şekil 4.23 Lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=0,5L$  için absorber titreşimi

Şekil 4.24 ve 4.25'te lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=0,75L$  için kiriş uç sehim ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.

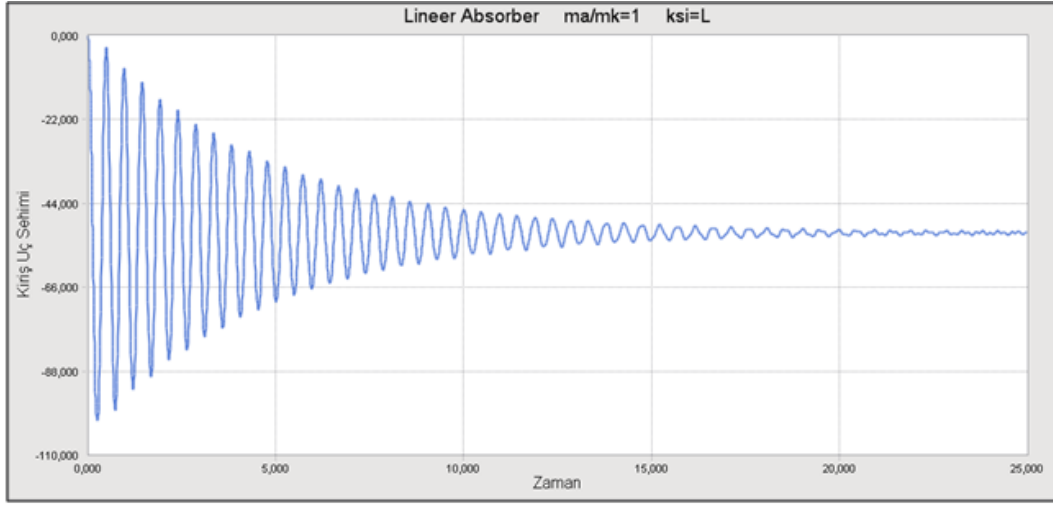


Şekil 4.24 Lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=0,75L$  için kiriş uç sehimini

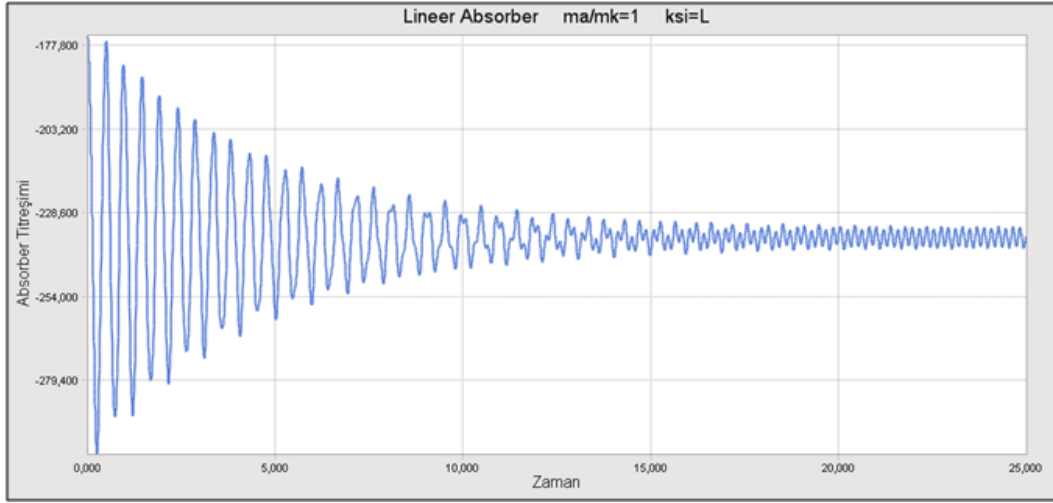


Şekil 4.25 Lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=0,75L$  için absorber titreşimi

Şekil 4.26 ve 4.27'de lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=L$  için kiriş uç sehimini ve absorber titreşimine ilişkin grafik gösterimleri verilmektedir.



Şekil 4.26 Lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=L$  için giriş uç sehimini



Şekil 4.27 Lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  ve  $\xi=L$  için absorber titreşimi

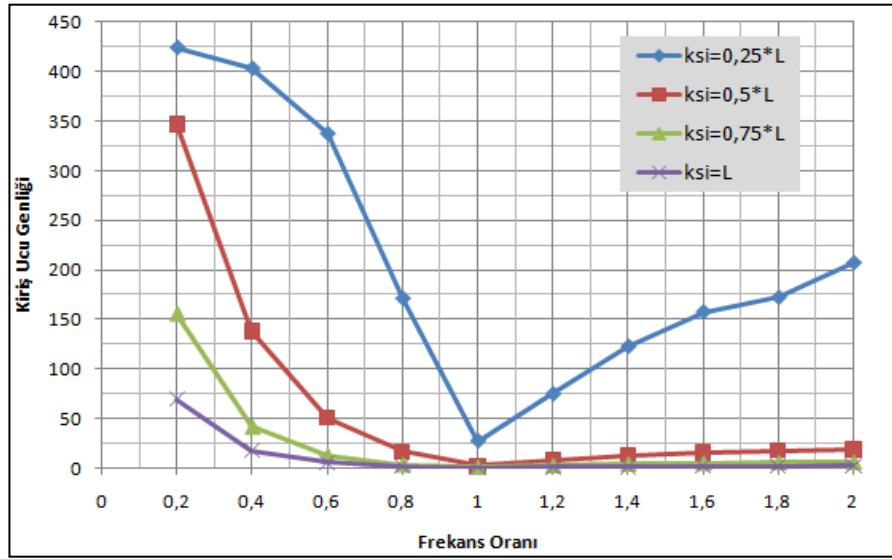
Daha geniş bir skalada sonuç incelemesi aşağıda verilmektedir. Şekil 4.28-33'te lineer absorberli sistemde değişik kütle oranlarında, absorberin farklı konumları için giriş ucu ve absorber kütlesi titreşim genliklerinin frekans oranına göre değişimleri görülebilir.

Bütün grafiklerden anlaşılacağı gibi frekans oranı,  $\lambda=1$  değerinde giriş titreşimleri minimum seviyeleri görürken, absorber genlikleri de maksimum değerleri almaktadır.  $\lambda=1$  hali için lineer absorberli sistemde maksimum enerji transferi gerçekleşmektedir.

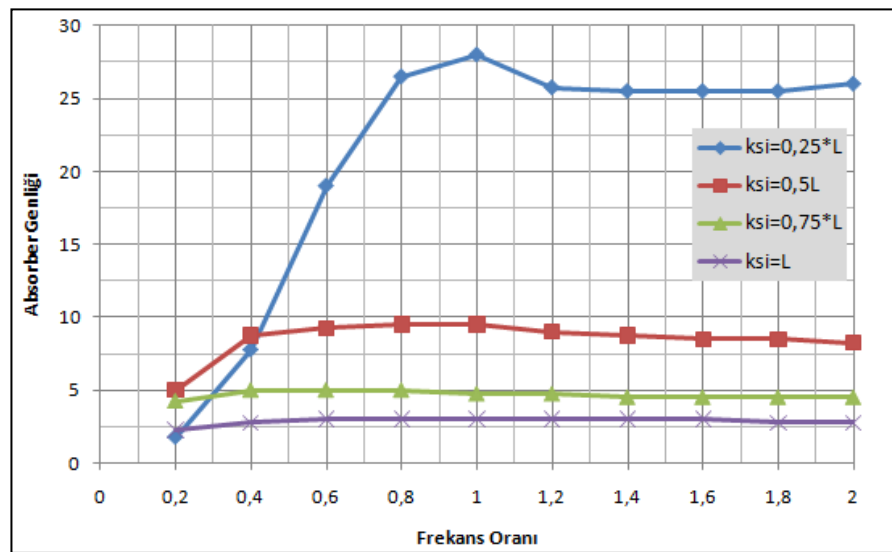


Absorber konumu,  $\xi=0,5L$  mertebesinin altına indiğinde absorberin etkisi belirgin oranda azalmakta ve genlik değerleri büyümektedir.

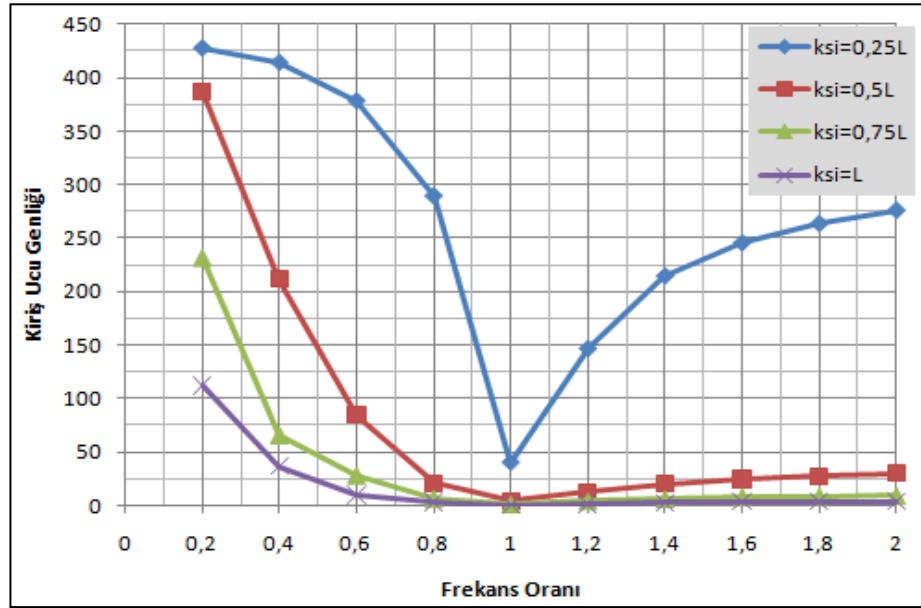
Frekans oranı etkisi,  $\lambda=0,7-0,8$  mertebesinin altında önemli şekilde hissedilmekte ve frekans oranının azalmasıyla genlikler hızla artmaktadır.  $\lambda=1$  mertebesinin üzerine çıktığıdaysa frekans oranı etkisi, özellikle absorberin giriş ucuna yaklaşmasıyla düşük seviyelerde kalmaktadır.



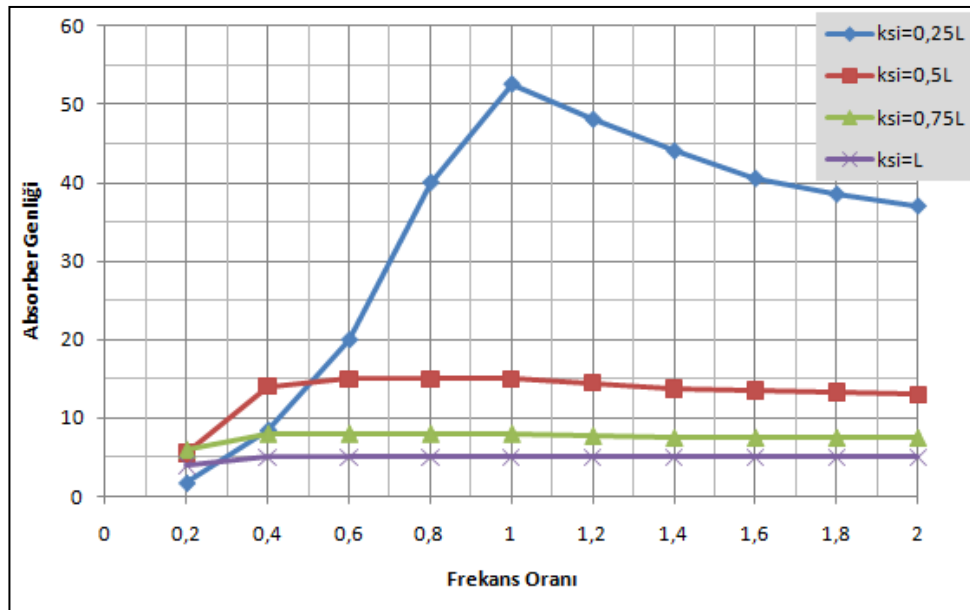
Şekil 4.28 Lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  için giriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi



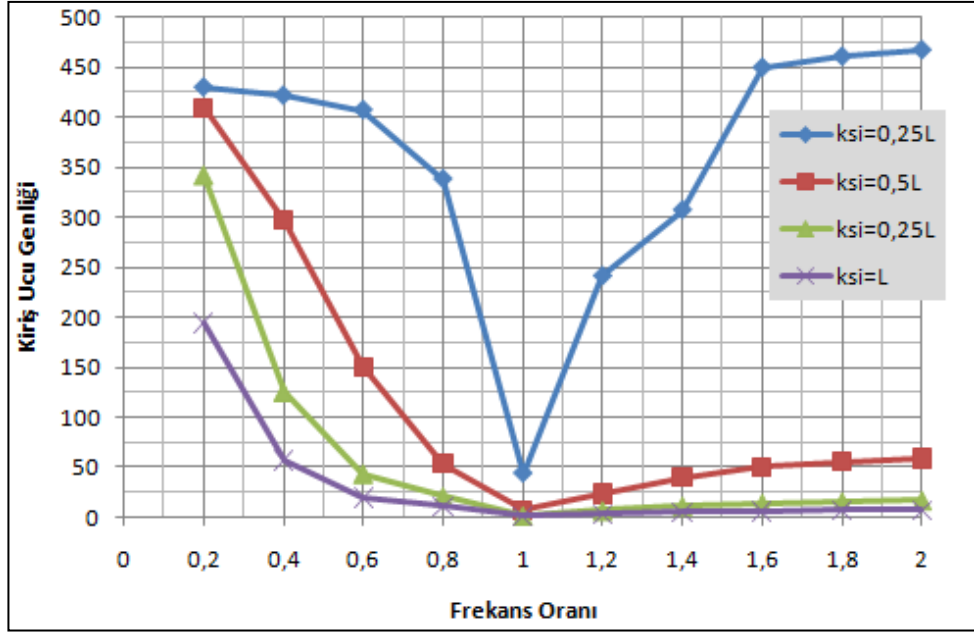
Şekil 4.29 Lineer absorberli sistemde  $\mu=1$  için absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi



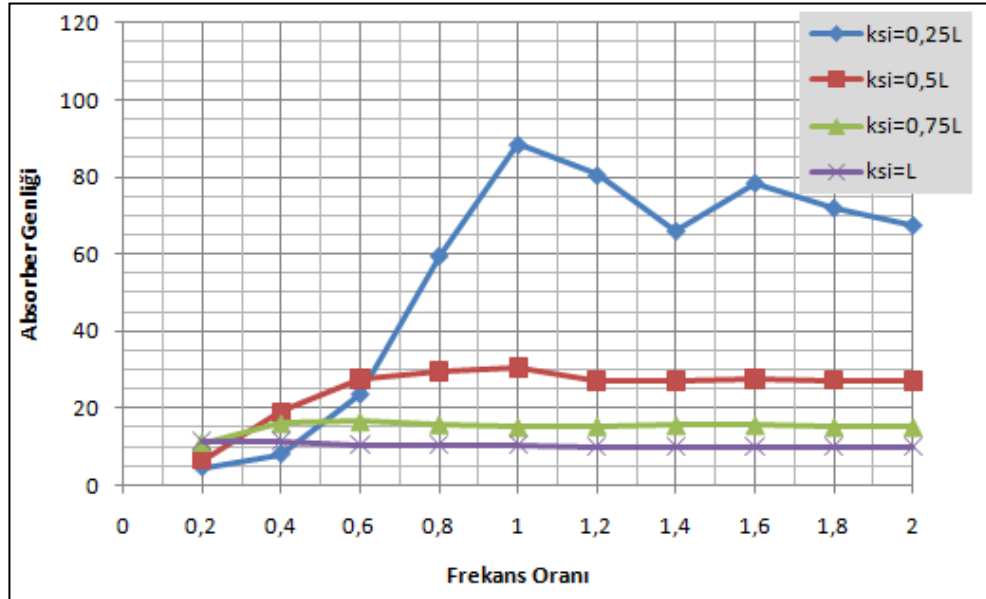
Şekil 4.30 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  için kiriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi



Şekil 4.31 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  için absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi

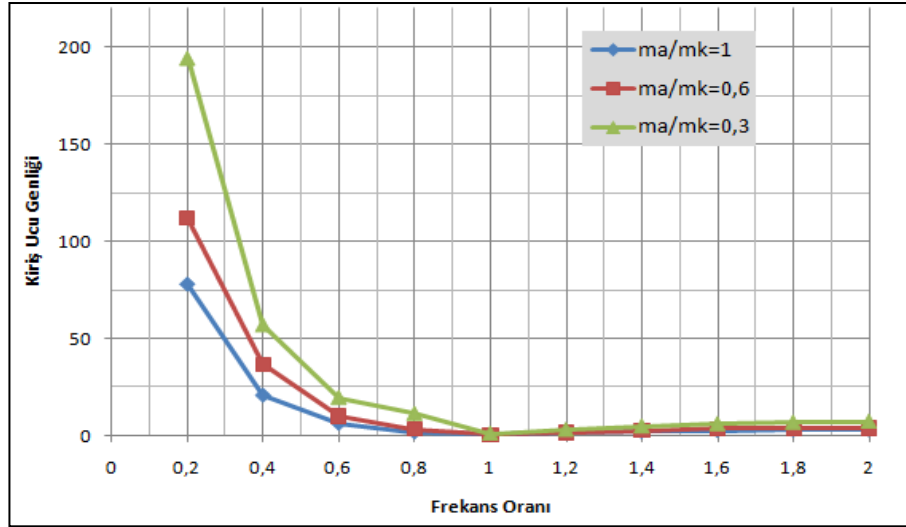


Şekil 4.32 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  için kiriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi

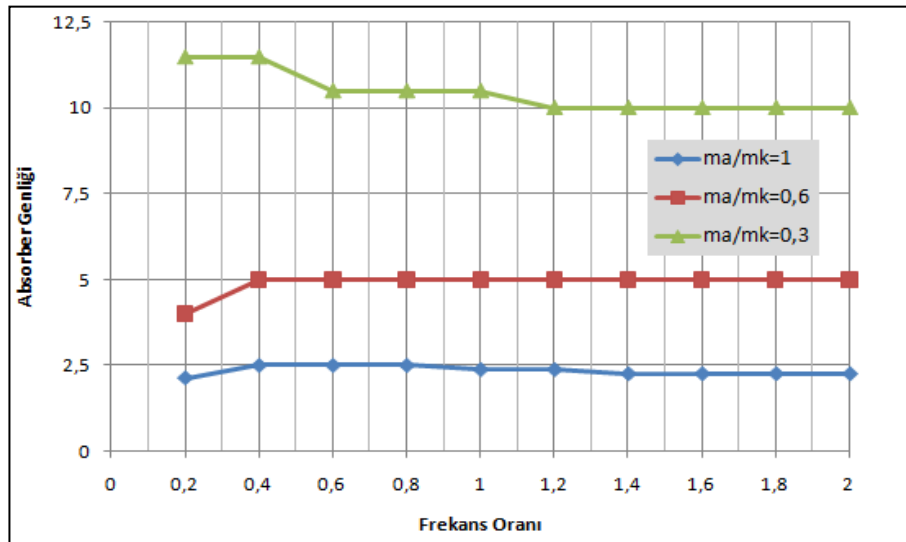


Şekil 4.33 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,3$  için absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi

Şekil 4.34 ve 4.35'te absorber konumu sabit tutulduğunda, değişik kütle oranları için kiriş ucu ve absorber kütlesi titreşim genliklerinin frekans oranına göre değişimlerinin genel bir karşılaştırması gösterilmiştir. Buna göre kütle oranı etkisi, frekans oranının,  $\lambda=1$  mertebesinin altındaki değerlerde kiriş ve absorber titreşim genlikleri üzerinde önemli bir etkiye sahipken,  $\lambda=1$  değerinin üzerine çıktığında önemli etki göstermemektedir.



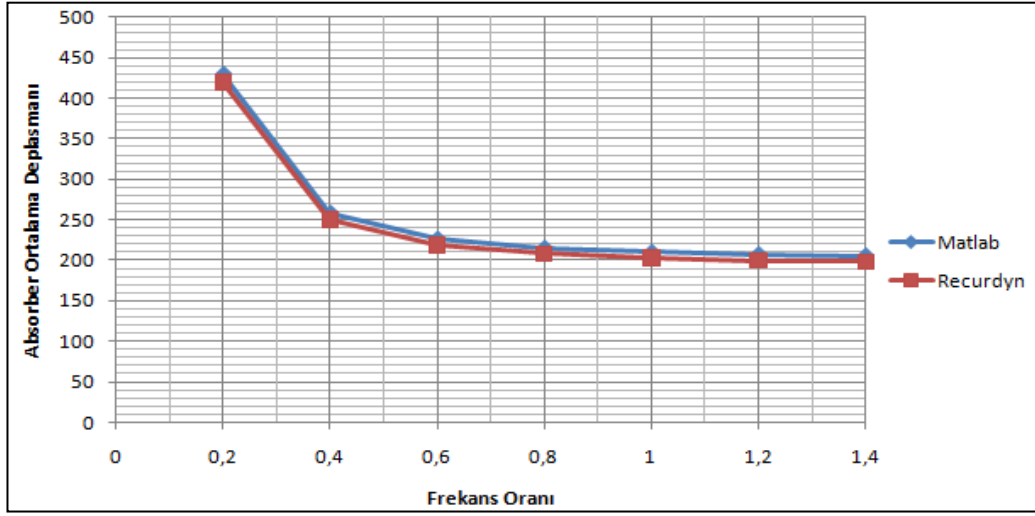
Şekil 4.34 Lineer absorberli sistemde  $\xi=L$  için değişik kütle oranlarında kiriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi



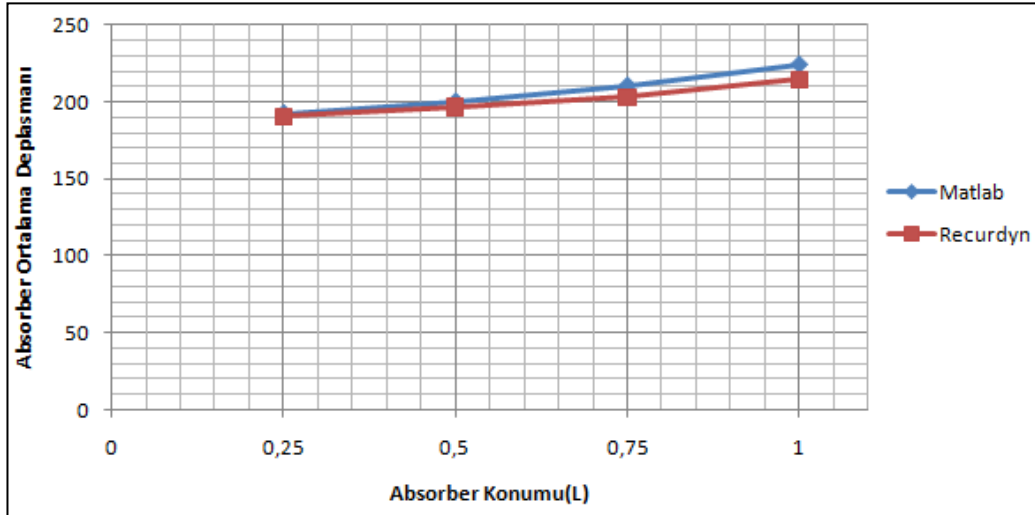
Şekil 4.35 Lineer absorberli sistemde  $\xi=L$  için değişik kütle oranlarında absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi

## 4.2 Yazılan Matlab Kodu ve Recurdyn Çözümünün Karşılaştırılması

Lineer absorber için yazılan Matlab kodunun Recurdyn simülasyonları ile bir karşılaştırması aşağıda sunulmuştur. Seçilen farklı parametreler için absorberin ortalama deplasmanının frekans oranına ve absorber konumuna göre değişimleri Şekil 4.36 ve Şekil 4.37'de görülebilir. Yazılan kod Ek-1'de verilmiştir.



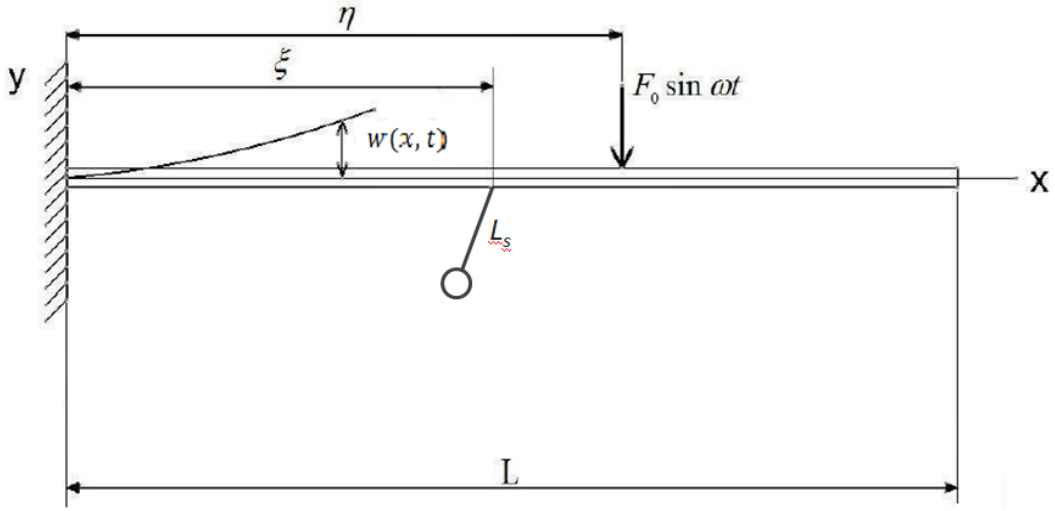
Şekil 4.36 Lineer absorberli sistemde  $\mu=0,6$  ve  $\xi=0,75L$  için absorber ortalama deplasmanının frekans oranına göre karşılaştırılması



Şekil 4.37  $\lambda=0,8$  ve  $\mu=0,3$  için absorber ortalama deplasmanının absorber konumuna göre karşılaştırılması

### 4.3 Sarkaç Absorber Modeli

Sarkaç absorberli sistemde, lineer absorberli sistemle aynı özellikte kiriş ve harmonik yükleme uygulanmıştır. Sarkaç boyu ayarlanıp absorber sisteminin değişik frekansları elde edilerek, sistem üzerindeki etkisi incelenmiştir.



Şekil 4.38 Kullanılan sarkaç modeli



Şekil 4.39 Recurdyn içinde oluşturulan sarkaç absorber modeli

Kullanılan temel parametreler şu şekildedir:

Kiriş malzemesi: Çelik

Kiriş boyu,  $L= 800$  mm

Young modülü,  $E= 210000 \text{ MPa}$

Yoğunluk,  $\rho= 7.850\text{e-}6 \text{ kg/mm}^3$

Kesit alanı,  $A= 4\text{x}4=16 \text{ mm}^2$

Kiriş kütlesi,  $m_k= 0,1 \text{ kg}$

Kirisin temel (birinci) rezonans frekansı,  $f_k= 5,22 \text{ Hz}$  ( $\omega= 32,8 \text{ rad/s}$ ).

Absorber, kütlesi ihmal edilmiş bir çubukla bağlanmıştır. Burada kirişe etkiyen harmonik tekil kuvvet, lineer absorberli sistemde olduğu gibi  $F=F\sin\omega t$  formundadır.  $F=1\text{N}$  sabit değerinde tutulmuş olup, zorlayıcı frekans  $\omega_F$ , kirisin birinci doğal frekansına eşit alınmıştır ( $\omega_F=\omega_1$ ).

Analizler, absorberin tabii frekansı ile esas sistemin frekansının oranı,  $\lambda =\omega/\omega_n$  dikkate alınarak değişik  $\lambda$  değerleri ve absorberin değişik konumları için gerçekleştirilmiştir.

Sarkaç absorberin doğal frekansı, sarkacın boyuna bağlıdır ve sarkaç boyu  $L_s$ ' nin değişimiyle ayarlanabilmektedir. Buradan

$$\omega_a = \left(\frac{g}{L_s}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\lambda = \frac{\omega_a}{\omega_k}$$

ve buna göre belirli bir  $\lambda$  değeri için sarkacın boyu

$$L_s = \frac{g}{(\lambda^2\omega_k^2)}$$

şeklinde bulunur.  $\lambda$  değerlerine göre sarkaç boyları aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\lambda = 0.4 \text{ için } L_s= 56,97 \text{ mm}$$

$$\lambda = 0.5 \text{ için } L_s= 36,46 \text{ mm}$$

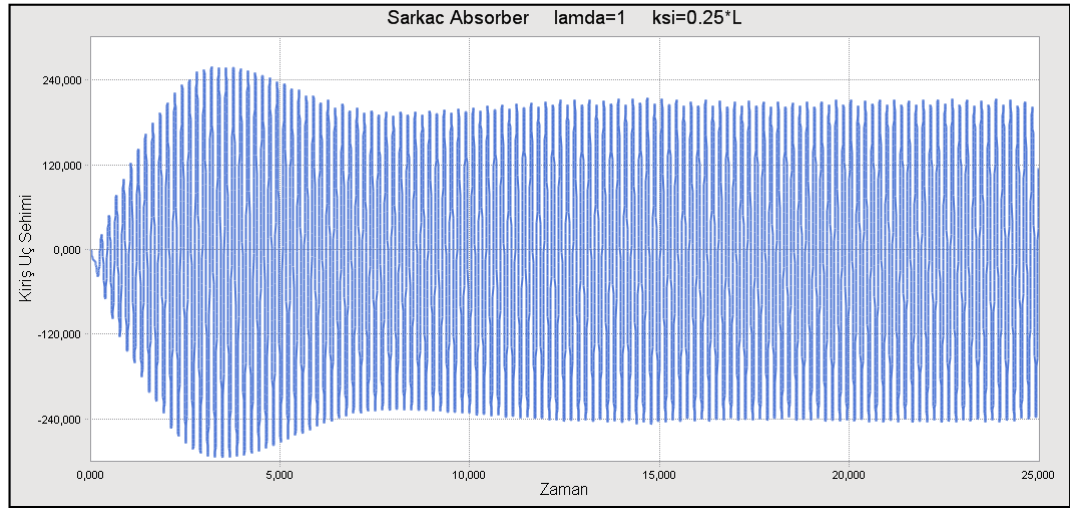
$$\lambda = 0.6 \text{ için } L_s= 25,32 \text{ mm}$$

$$\lambda = 0.8 \text{ için } L_s= 14,24 \text{ mm}$$

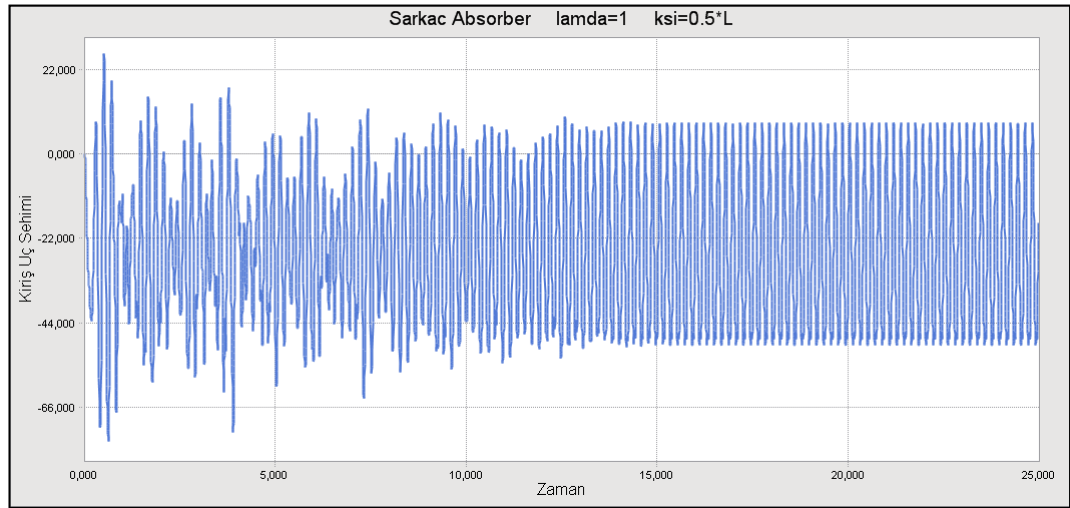
$$\lambda = 1 \text{ için } L_s= 9,12 \text{ mm}$$

Yapılan analizlerin değerlendirilmesinde frekans oranı( $\lambda=\omega/\omega_n$ ), absorberin konumu( $\xi$ ) ve kütle oranı etkisi temel değerlendirme parametreleri olarak dikkate alınmıştır. Bu şekilde daha önce incelenen lineer absorberli sistem ile bir karşılaştırma da mümkün olabilecektir.

$\lambda=1$  değeri sabit tutulup absorberin değişik konumları( $\xi$ ) için yapılan analizlerin sonuçları Şekil 4.40-43'de gösterilmiştir.

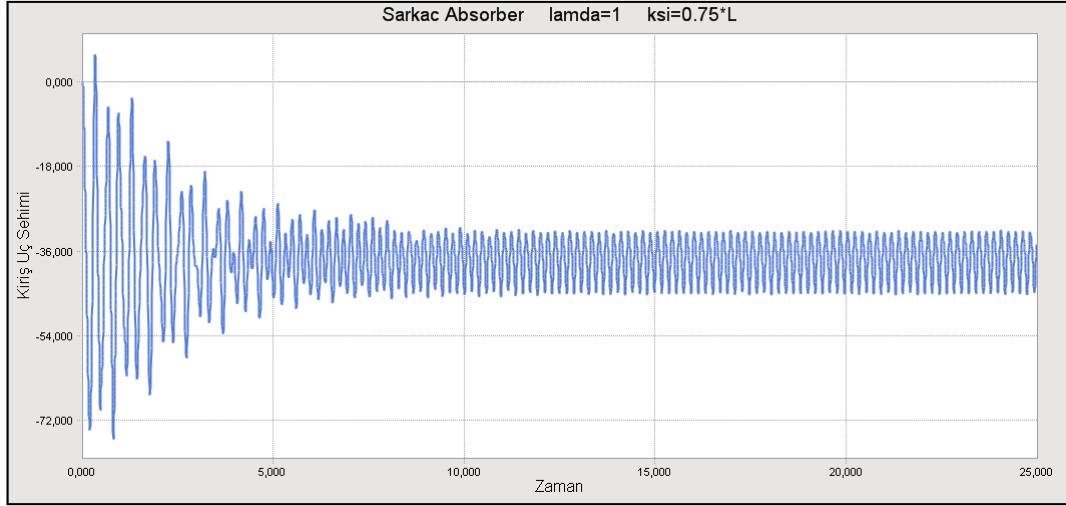


Şekil 4.40 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda =1$  ve  $\xi=0,25L$  için giriş uç titreşimleri

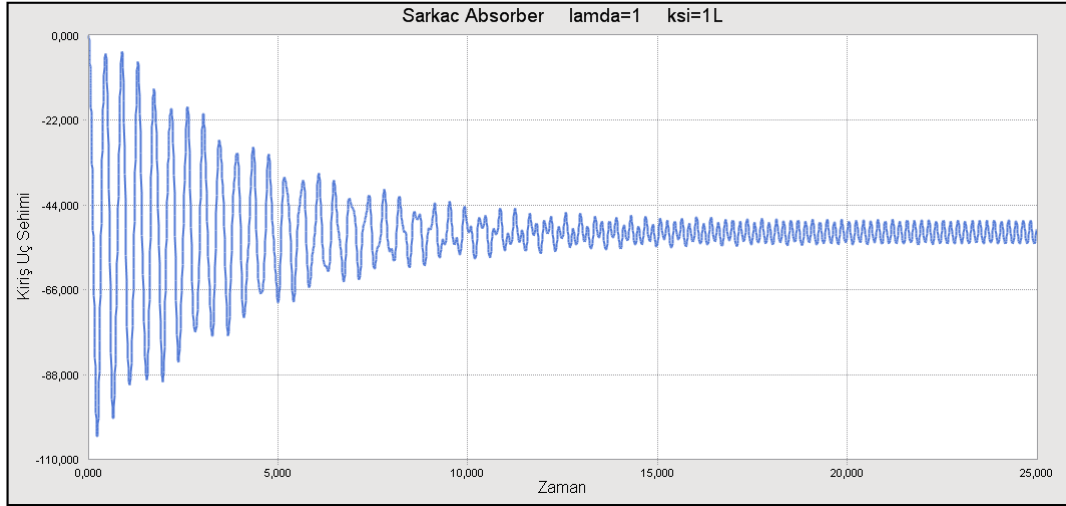


Şekil 4.41 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda =1$  ve  $\xi=0,5L$  için giriş uç titreşimleri





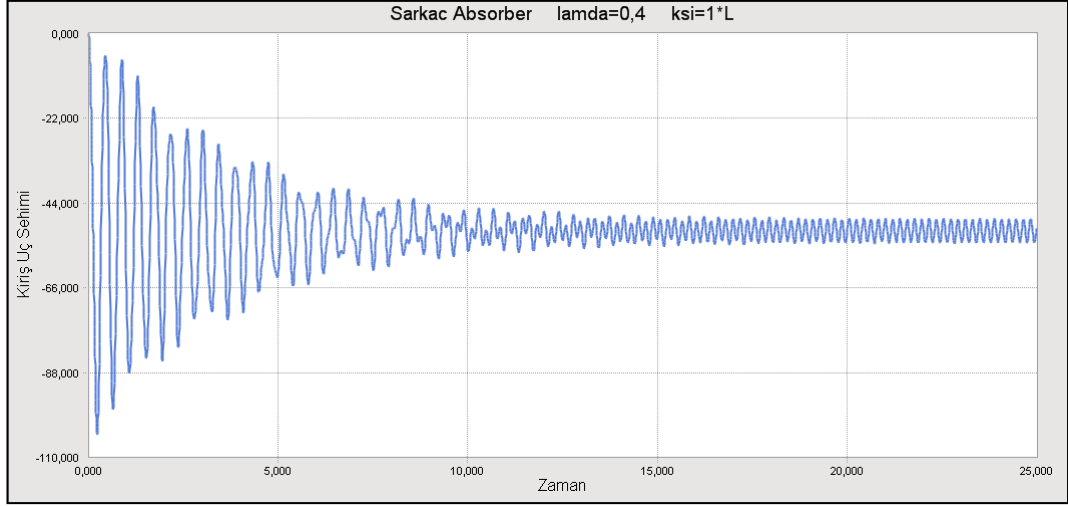
Şekil 4.42 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda = 1$  ve  $\xi = 0,75L$  için giriş uç titreşimleri



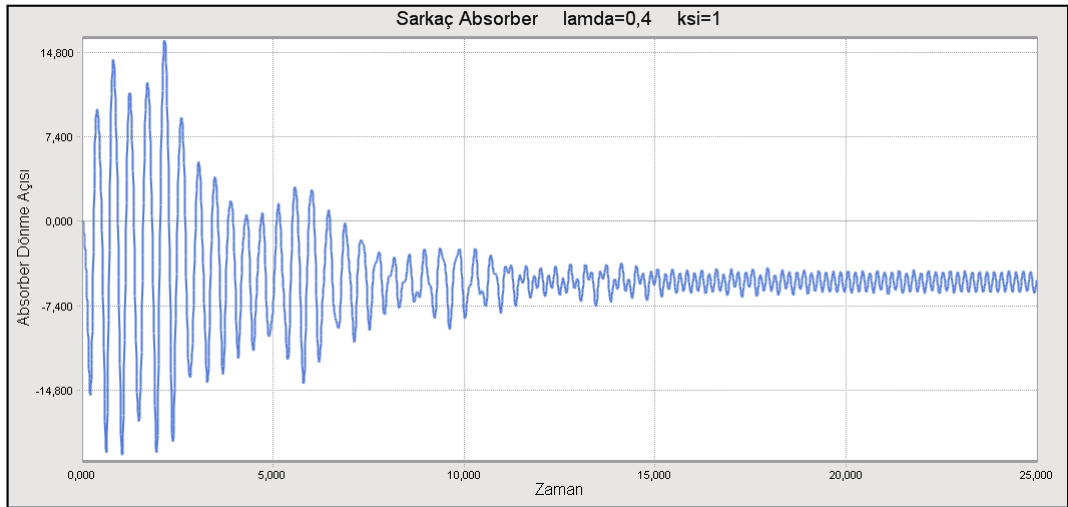
Şekil 4.43 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda = 1$  ve  $\xi = L$  için giriş uç titreşimleri

Buna göre absorber konumu, sönümlenme üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. İncelenen absorber konumları için sistemlerin rejime girme sürelerinin aynı mertebelerde olduğu görülmekte ve sistemler 10-15 s aralığında rejime girmektedirler. Ancak rejim hallerinde, sistemlerin salınım genlikleri büyük farklar göstermektedir. Absorberin konumunun  $\xi = 0.25L$  olması halinde önemli bir sönüm oluşmamakta ve giriş büyük genliklerle salınmaktadır. Absorberin giriş ucuna yerleştirilmesi, sistemin titreşimini önemli ölçüde azaltmaktadır.

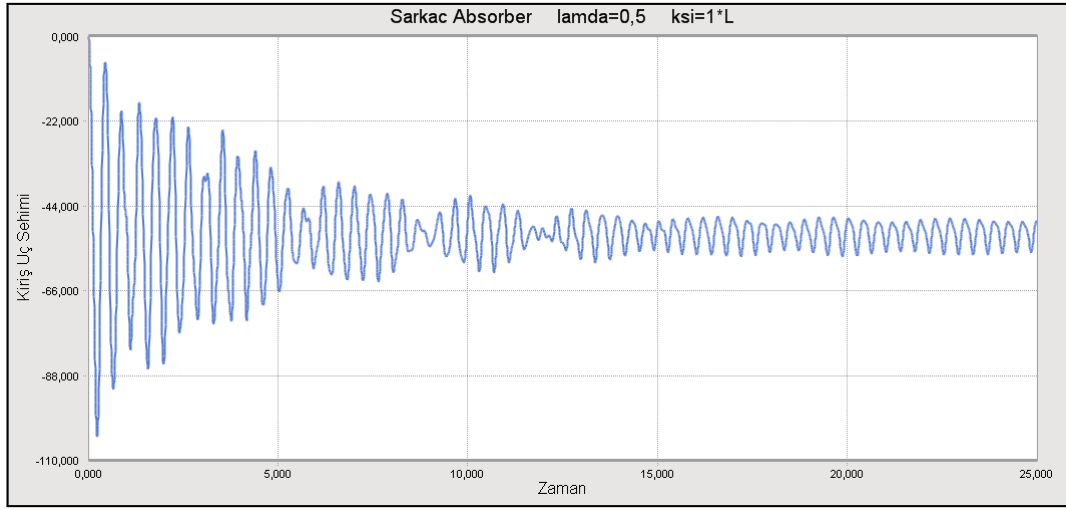
Diğer bir inceleme, absorber konumu kirişin ucunda sabit tutularak( $\xi=L$ ), değişik frekans oranları( $\lambda$ ) için gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalara ait sonuçlar Şekil 4.44-53'de gösterilmiştir.



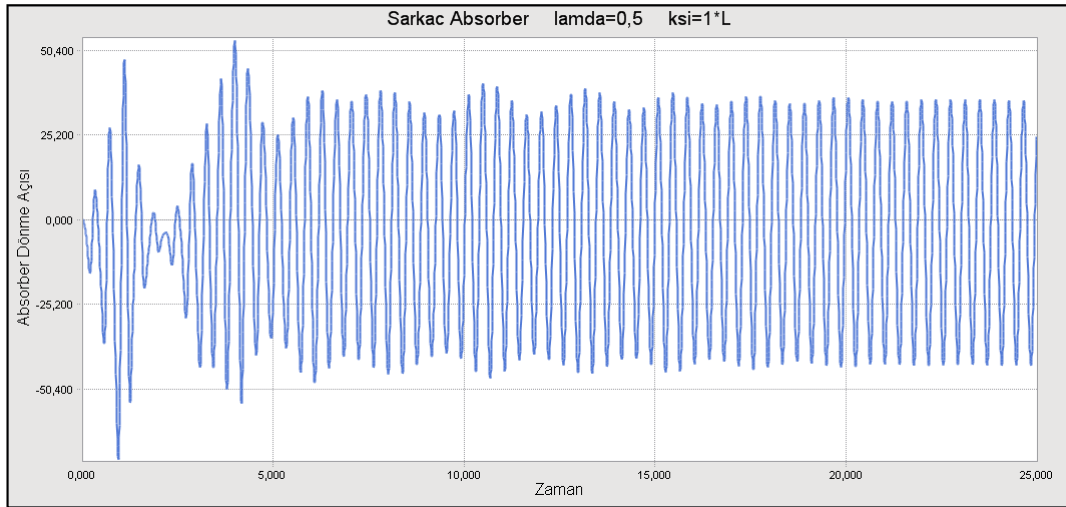
Şekil 4.44 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda =0,4$  ve  $\xi=L$  için giriş uç titreşimleri



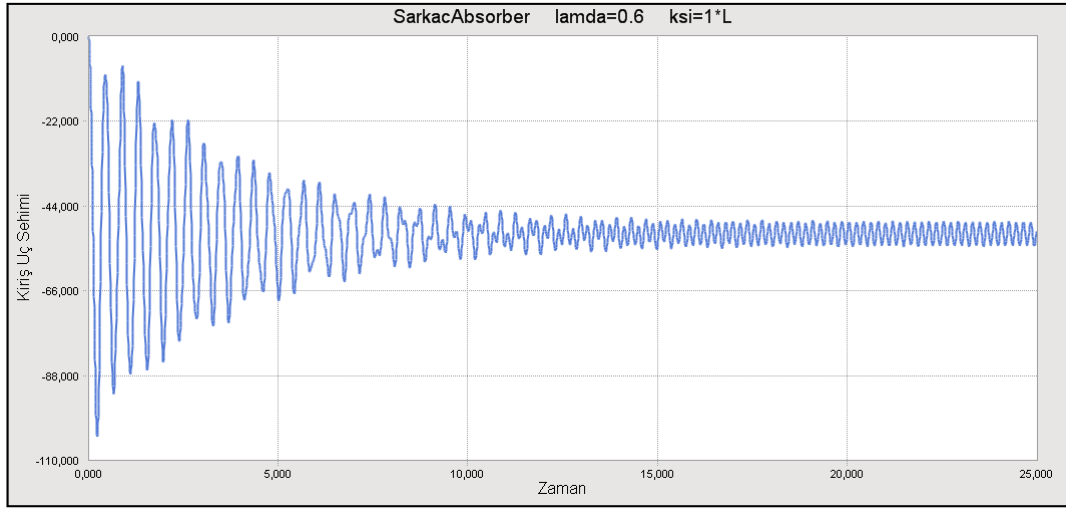
Şekil 4.45 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda =0,4$  ve  $\xi=L$  için absorber dönme açısı



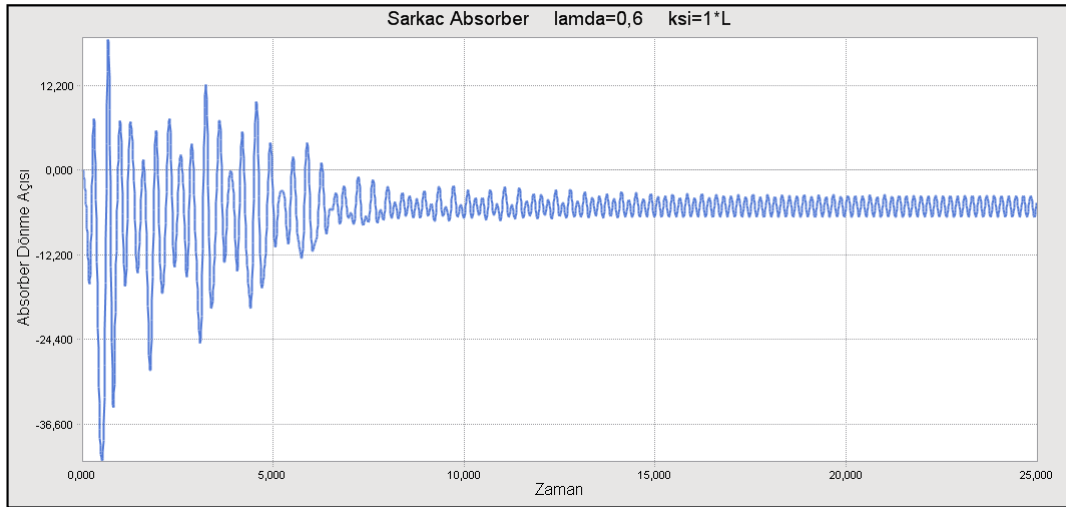
Şekil 4.46 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda = 0,5$  ve  $\xi=L$  için kiriş uç titreşimleri



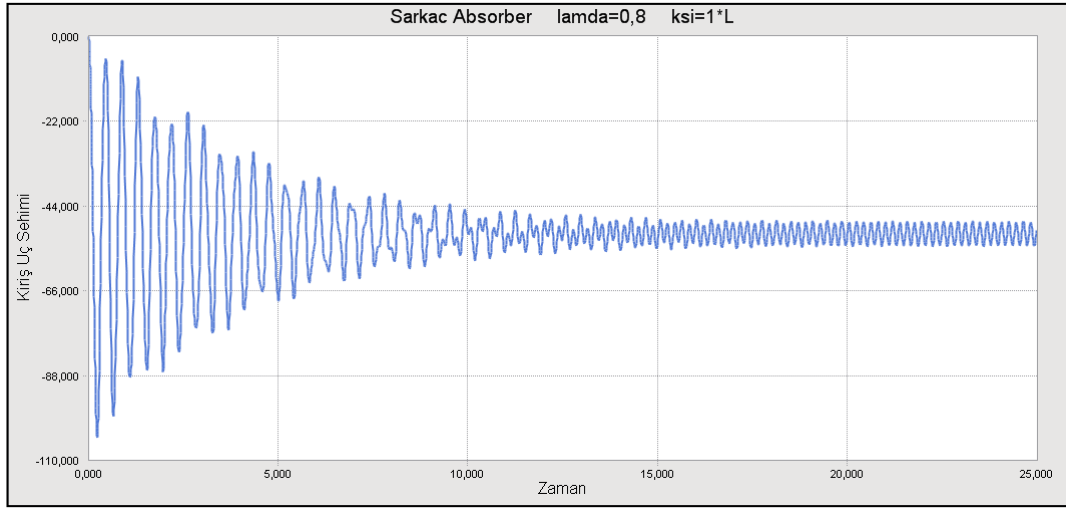
Şekil 4.47 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda = 0,5$  ve  $\xi=L$  için absorber dönme açısı



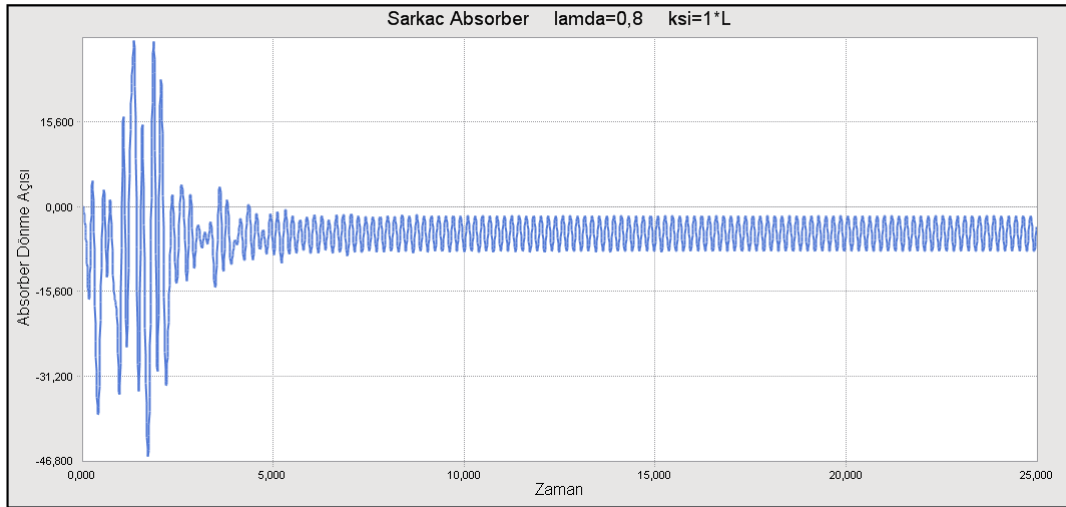
Şekil 4.48 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda = 0,6$  ve  $\xi=L$  için kiriş uç titreşimleri



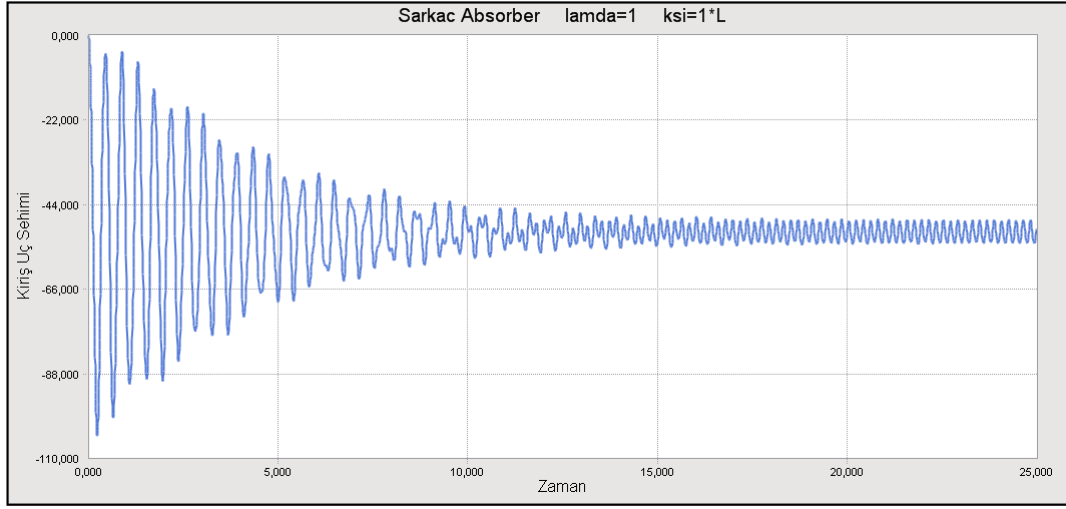
Şekil 4.49 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda = 0,6$  ve  $\xi=L$  için absorber dönme açısı



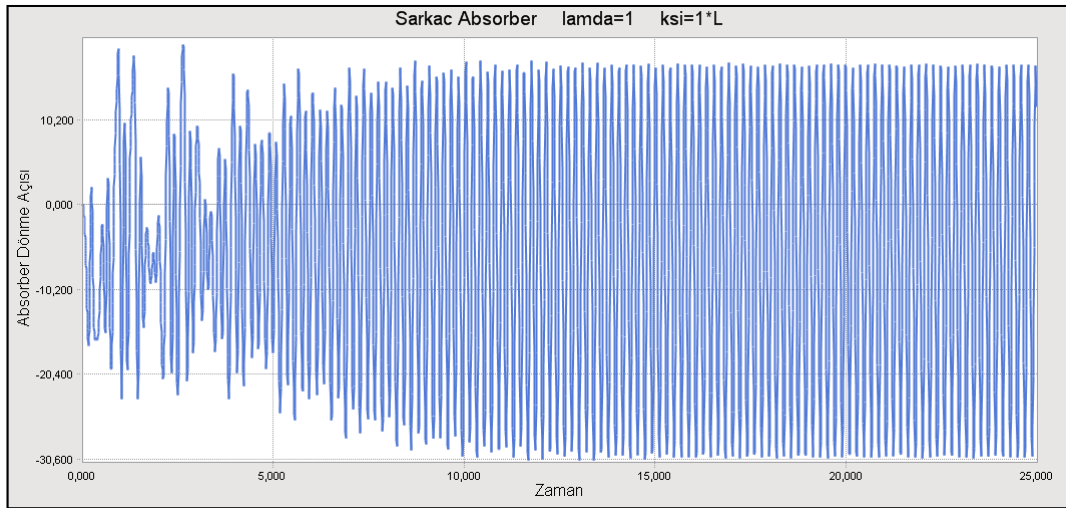
Şekil 4.50 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda =0,8$  ve  $\xi=L$  için kiriş uç titreşimleri



Şekil 4.51 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda =0,8$  ve  $\xi=L$  için absorber dönme açısı



Şekil 4.52 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda = 1$  ve  $\xi=L$  için giriş uç titreşimleri



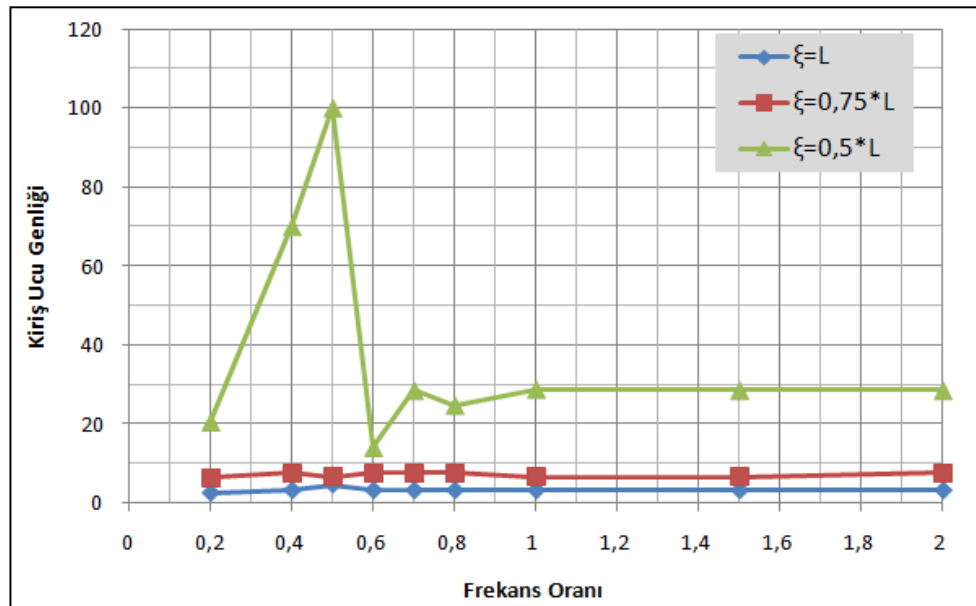
Şekil 4.53 Sarkaç absorberli sistemde  $\lambda = 1$  ve  $\xi=L$  için absorber dönme açısı

Burada ele alınan frekans oranı aralığında ( $\lambda=0,4-1$ ), tüm frekans oranları için rejime girme süreleri ve rejim genliklerinin aynı mertebelerde olduğu görülmektedir. Ancak  $\lambda=0,5$  değerinde bir otoparametrik etkileşim hali mevcuttur.  $\lambda=0,5$  hali için rejime girme süresi daha uzun ve rejim genlikleri daha büyük mertebelere sahiptir. Ayrıca sarkaç dönme açıları, diğer hallerden belirgin şekilde yüksektir.

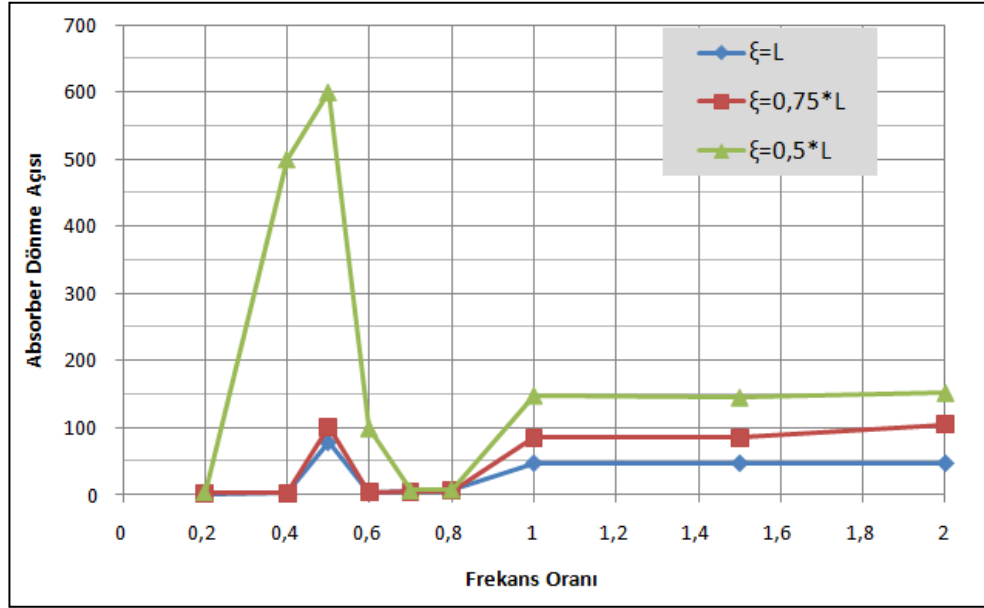
Daha kapsamlı bir inceleme karşılaştırma grafikleri olarak aşağıda gösterilmektedir. Şekil 4.54-55 değişik absorber konumları ve Şekil 4.56-57 değişik kütle oranları için giriş ucu ve absorber kütlesi titreşimlerinin frekans oranına göre genel bir karşılaştırmasını göstermektedir.

Buradan,  $\lambda=0,5$  için bir otoparametrik rezonans hali olduğu görülebilir. Kütle oranının azalması ile bu durum daha da belirginleşmekte ve sistemin titreşim genlikleri önemli düzeyde artmaktadır.

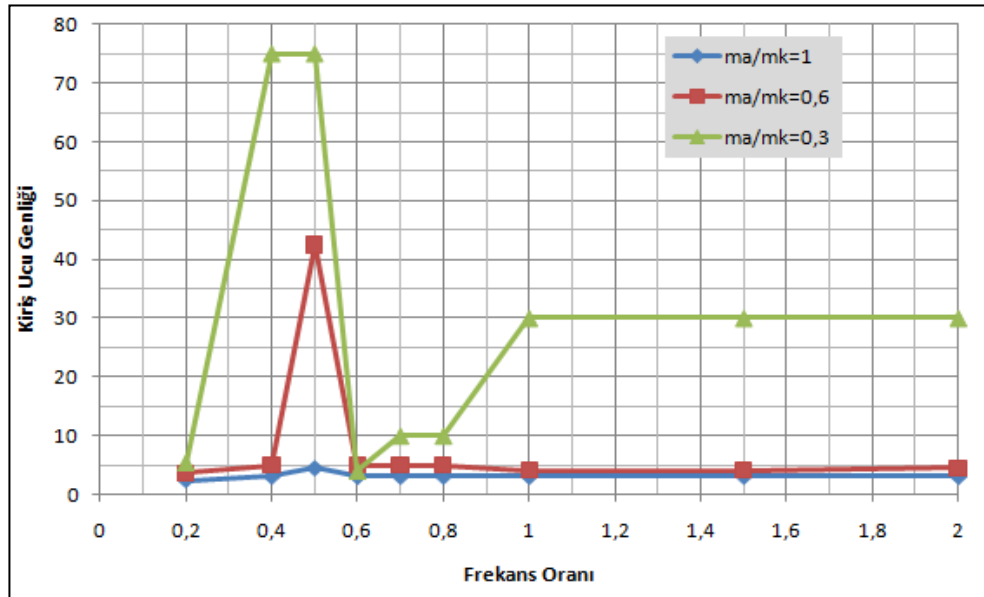
Frekans oranı,  $\lambda=0,7-0,8$  mertebesindeyken absorber dönem açıları minimum düzeyde gerçekleşmektedir. Kütle oranı,  $\mu=0,5-0,6$  ve absorber konumu,  $\xi=0,75$  mertebesinin altında kaldığı durumlarda, giriş titreşim genlikleri önemli miktarda artmakta ve absorberin etkisi hızla azalma göstermektedir. Ayrıca kütle oranının,  $\mu=1$  seviyelerine yaklaşmasıyla frekans oranının giriş titreşimi üzerindeki etkisinin giderek azaldığı da grafiklerden görülebilir.



Şekil 4.54 Sarkaç absorberli sistemde  $\mu=1$  için değişik absorber konumlarında giriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi

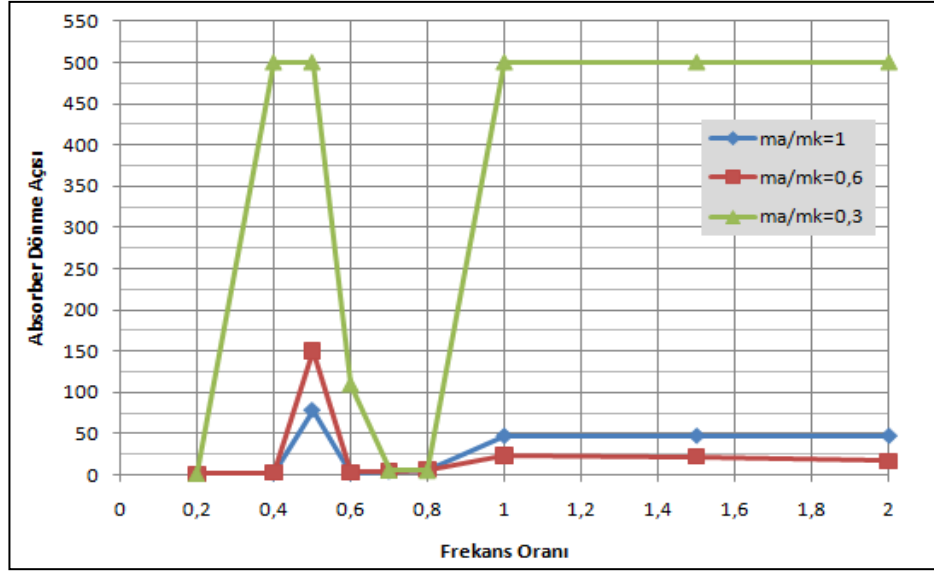


Şekil 4.55 Sarkaç absorberli sistemde  $\mu=1$  için değişik absorber konumlarında absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi



Şekil 4.56 Sarkaç absorberli sistemde  $\xi=L$  için değişik kütle oranlarında giriş ucu titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi

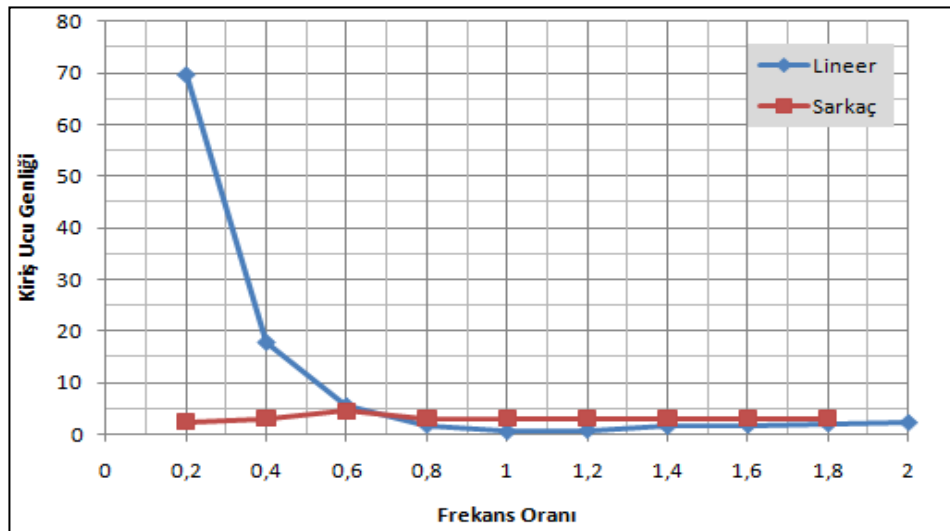




Şekil 4.57 Sarkaç absorberli sistemde  $\xi=L$  için değişik kütle oranlarında absorber kütlesi titreşim genliğinin frekans oranına göre değişimi

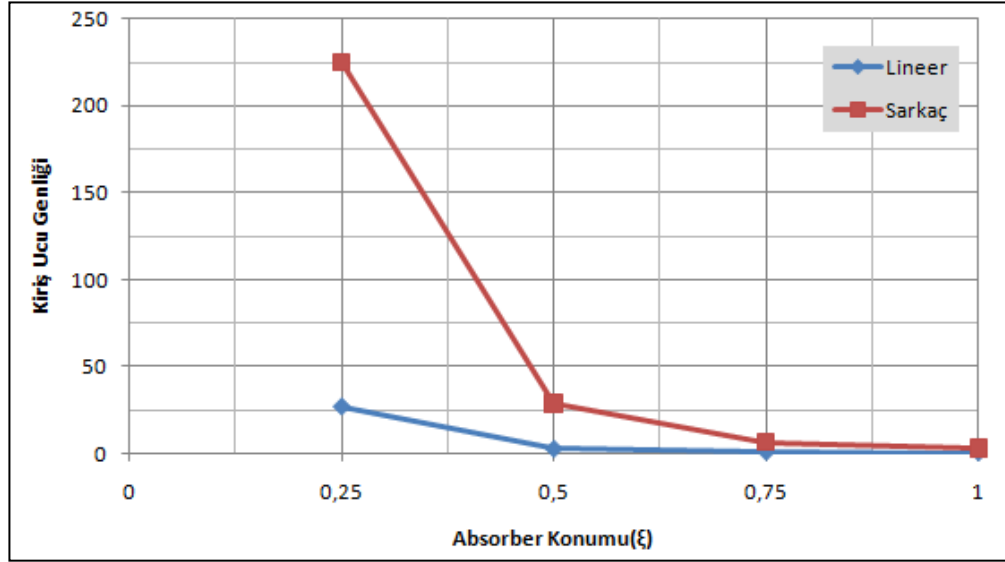
#### 4.4 Karşılaştırmalar

Şekil 4.58 ve Şekil 4.59'de lineer absorberli ve sarkaç absorberli sistemler için çeşitli parametrelerin karşılaştırılması gösterilmiştir. Şekil 4.58'de kiriş ucu titreşimlerinin frekans oranına göre değişimleri verilmektedir. Buradan, lineer absorberli sistemde frekans oranı,  $\lambda=0,6$  mertebesinin altındaki değerlerde genlikler hızla artarken, sarkaç absorberli sistemde, frekans oranı etkisinin düşük olduğu görülebilir.



Şekil 4.58 Lineer ve sarkaç absorberli sistemlerde  $\mu=1$  ve  $\xi=L$  için kiriş ucu titreşim genliklerinin frekans oranına göre değişimlerinin karşılaştırılması

Şekil 4.59’da kiriş ucu titreşim genliklerinin absorber konumuna göre değişimleri verilmektedir. Lineer absorberli sistemde kütle oranı etkisi,  $\mu=0,5$  seviyelerinin altında hissedilirken, sarkaç absorberli sistem kütle oranı etkisine daha hassas kalmakta ve kütle oranı etkisi,  $\mu=0,75$  seviyelerinin altında hissedilmektedir.



Şekil 4.59 Lineer ve sarkaç absorberli sistemlerde  $\lambda=1$  ve  $\mu=1$  için kiriş ucu titreşim genliklerinin absorber konumuna göre değişimlerinin karşılaştırılması

## 5 TARTIŞMA VE SONUÇ

Yapılan çalışmayla dinamik absorberli kirişlerin titreşim davranışları incelenmiştir. Çalışmalar, lineer ve sarkaç absorber olmak üzere iki tip absorber üzerinden yürütülmüştür. Her iki absorber için de başlangıçta hareket denklemleri çıkarılmış ve sonrasında bilgisayarla çözüm simülasyonları gerçekleştirilmiştir. Çözümler pratik ve sonuçların görüntülenmesi açısından doğurduğu kolaylıklardan dolayı Recurdyn programı ile gerçekleştirilmiştir. Recurdyn ortamında kirişler için beam elemanlar kullanılmıştır. Bulunan sonuçlar lineer absorber için kiriş ucundaki sehim ve absorber genliği ve sarkaç absorber için de yine kiriş ucu sehimini ve sarkaç absorberin dönme açısı cinsinden gösterilmiştir. Yapılan yaklaşımın doğruluğunun kontrolü amacıyla hareket denklemlerinin çözümü için sonlu elemanlar yöntemi tabanlı bir Matlab kodu yazılarak Recurdyn çözümüyle karşılaştırılmıştır.

Lineer absorberli sistemde, kiriş ucu titreşim genliğinin, absorber konumu  $\xi=0,5L$  mertebesinin altında kaldığında belirgin bir şekilde arttığı, yani absorber performansının düştüğü görülmüştür. Bunun yanında frekans oranı  $\lambda=1$  mertebesinin üzerine çıktığında, kütle oranı değişiminin, kiriş ucu genliği üzerindeki etkisi azalmaktadır. Ancak, kütle oranının artması ile absorber titreşim genlikleri de belirgin şekilde azalma göstermektedir. Lineer absorberli sistemin titreşim grafiklerinden görüleceği üzere en yüksek sönüm yani absorbere en yüksek enerji transferi  $\lambda=1$  mertebesindeyken olmaktadır. Bu da teori ile uyum göstermektedir.

Sarkaç absorberli sistemde, düşük kütle oranları için absorberin uç kısımdan ankastre kısma yaklaşmasıyla, sistem kararsızlaşmakta ve belirli bir rejime girememektedir. Kütle oranı,  $\mu=1$  mertebesinin üzerine çıktığında ise sistemin rejime girme davranışı, düşük  $\xi$  konumları için de görülmektedir. Kullanılan absorber konumunun titreşim sönüm mertebelerini önemli ölçüde etkilediği ve mümkün mertebe sistemin en fazla salınım yapan bölgesinde konumlandırılması gerektiği söylenebilir. Sarkaç absorberli sistem için başka bir durum ise frekans oranı,  $\lambda=0,5$  olduğunda ortaya çıkmaktadır.  $\lambda=0,5$  için sistemde otoparametrik rezonans hali ortaya çıkmakta ve absorber dönme açıları belirgin şekilde artmaktadır.

Lineer ve Sarkaç absorberli sistemler karşılaştırıldığında, frekans oranı etkisinin lineer absorberli sistemde daha yüksek olduğu görülmüştür. Özellikle frekans oranının,  $\lambda=0,6$  mertebesinin altına düşmesiyle lineer absorberin etkisi önemli derecede düşmektedir. Ancak frekans oranı,  $\lambda=1$  olduğunda lineer absorber çok etkin şekilde çalışmaktadır. Absorber konumuna göre bir karşılaştırma yapıldığıdaysa, sarkaç absorberin etkisi düşük  $\xi$  değerleri için iyice düşmekte ve absorber etkinliği daha çok, absorber konumu,  $\xi=0,8L$  mertebesinin üzerinde olduğunda ortaya çıkmaktadır. Ayrıca sarkaç absorberin kütle oranına da önemli derecede duyarlı olduğu görülmüştür.

Çalışma kapsamının ilerideki dönemde genişletilerek farklı tip absorberlerin de dahil edilmesiyle daha detaylı bir inceleme yapılması planlanmaktadır. Ayrıca yazılan sonlu eleman kodunun zamana bağlı hale dönüştürülüp, geniş bir çerçevede ele alınması düşünülmektedir.

## KAYNAKLAR DİZİNİ

- Amer, Y.A. , El-Sayed, A.T. 2008.** Vibration suppression of non-linear system via non-linear absorber. *Communications in Non-Linear Science And Numerical Simulation*, 13: 1948-1963.
- Bathe, K.J. 1976.** Numerical methods in finite element analysis. Prentice-Hall Inc., New Jersey, USA, 528 pp.
- Den Hartog, J.B. 1961** Mekanik titreşimler. Çevirenler: Palavan S., Demirgüç Z., İTÜ kütüphanesi yayınları. No.164 İstanbul.
- Ertaş, A., Çuvalcı, O., Ekwaro-Osire, S. 2000.** Performance of pendulum absorber for a non-linear system of varying orientation. *Journal of Sound and Vibration*. 229(4): 913-933.
- Espindola, J.J.D., Bavastri, C.A., Lopes, E.M.O. 2010.** On the passive control of vibrations with viscoelastic dynamic absorbers of ordinary and pendulum types. *Journal of the Franklin Institute*, 347: 102–115
- Fischer, O. 2007.** Wind-excited vibrations-solutions by passive dynamic vibration absorbers of different types. *Journal of Engineering and Industrial Aerodynamics*. 95: 1028-1039.
- Göçtürk, S. 2009.** Dinamik absorber taşıyan kirişlerin dinamik davranışının belirlenmesi. *Yüksek Lisans Tezi*, UÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Bursa
- Hunt, J.B. 1979.** Dynamic vibration absorbers. Mechanical Engineering Publications Ltd., Londra, 118 pp.
- Ji, J.C., Zhang, N. 2010.** Suppression of the primary resonance vibrations of a forced nonlinear system using a dynamic vibration absorber. *Journal of Sound and Vibration*, 329: 2044–2056
- Moraldi, H., Bakhtiari-Nejad, F., Movahhedy, M.R. 2008.** Tunable vibration absorber design to suppress vibrations: an application in boring manufacturing process. *Journal of Sound and Vibration*. 318: 93-108.
- Pasin, F. 2000.** Mekanik titreşimler. Birsen Yayınevi, İstanbul
- Ranjan, V., Ghosh, M.K. 2005.** Forced vibration response of thin plate with attached discrete dynamic absorbers. *Thin Walled Structures*, 43: 1513-1533.
- Rashid, A., Nicolescu, C., M. 2008.** Design and implementation of tuned viscoelastic dampers for vibration control in milling. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 48: 1036-1053.
- Reddy, J.N. 2005.** An introduction to finite element method. McGraw-Hill, USA, 932 pp.
- Salleh, H., Brennan, M.J., 2007.** Control of flexural waves on a beam using a vibration neutralizer: effects of different attachment configurations. *Journal of Sound and Vibration*, 303: 501-514.

- Samani, F.S., Pellicano, F. 2009.** Vibration reduction on beams subjected to moving loads using linear and nonlinear dynamic absorbers. *Journal of Sound and Vibration*, 325: 742–754
- Sun, H.L., Zhang, K., Zhang, P.Q., Chen, H.B. 2009.** Application of dynamic vibration absorbers in floating raft system. *Applied Acoustics*, 71: 250-257
- Viet, L.D., Anh, N.D., Matsuhisa, H. 2010.** The effective damping approach to design a dynamic vibration absorber using Coriolis force. *Journal of Sound and Vibration* (2010), doi:10.1016/j.jsv.2010.10.040
- Vyas, A., Bajaj, A.K., 2001.** Dynamic of autoparametric vibration absorbers using multiple pendulums. *Journal of Sounds and Vibration*, 246(1): 115-135.
- Wilson, E.L., Farhoomand, I., Bathe, K.J. 1973.** Nonlinear dynamic analysis of complex structures. *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1: 241-252
- Yaman, M., S., Şen, O., Çuvalcı. 2000.** Sonlu eleman yöntemi ile sarkacın titreşim söndürücü olarak kullanılabilirliğinin araştırılması. UMTİK, cilt:2, Ankara
- Yaman, M., S., Sen. 2004.** The analysis of the orientation effect of nonlinear flexible systems on performance of the pendulum absorber. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 39: 741-752.
- Yang, C., Li, D., Cheng, L. 2010.** Dynamic vibration absorbers for vibration control within a frequency band. *Journal of Sound and Vibration* (2010), doi:10.1016/j.jsv.2010.10.018

## EK 1 LİNEER ABSORBERLİ SİSTEM İÇİN YAZILAN MATLAB KODU

```
clear all
clc
x_ilk=0;
x_son=input('cubuk boyunu giriniz (mm) :');
x_artis=0.1;
fonk_say=17;
ri=103;
derece=1;
x=x_ilk:x_artis:x_son;
xi_artis=(x_son-x_ilk)/(fonk_say-1);
xi=x_ilk:xi_artis:x_son;
boyut_x=length(x);
boyut=length(xi);
L=ones(boyut,1);
N=zeros(boyut,1);
if(derece==0)
    disp('girdiginiz dereceye dikkat edin egilme prob.');
```

```
elseif (derece==1)
    x1=[xi.^1]';
    P=[L x1];
    P1=[N L];
    R=[P;P1];
elseif (derece==2)
    x1=[xi.^1]';
    x2=[xi.^2]';
    x3=[2*xi]';
    P=[L x1 x2];
```

```

P1=[N L x3];
R=[P;P1];
elseif (derece==3)
    x1=[xi.^1]';
    x2=[xi.^2]';
    x3=[xi.^3]';
    x4=[2*xi]';
    x5=[3*xi.^2]';
    P=[L x1 x2 x3];
    P1=[N L x4 x5];
    R=[P;P1];
else
    disp('Girdiginiz degere dikkat ediniz(<=3)');
end
for i=1:length(xi)
    d(i).dat=abs(x-xi(i))/ri;
end
for i=1:length(xi)
    for j=1:length(x)
        if (d(i).dat(j)<=1)
            w(i).dat(j)=1-6*d(i).dat(j).^2+8*d(i).dat(j).^3-3*d(i).dat(j).^4;
        else
            w(i).dat(j)=0;
        end
    end
end
end
C=zeros(length(xi));
for i=1:length(x)

```



```

for j=1:length(xi)
    W(j,j)=w(j).dat(i);
end
D=[W C;C W];
A=R'*D*R;
B=R'*D;
if derece==0
    disp('girdiginiz dereceyi kontrol ediniz');
elseif derece==1
    M=[1 x(i)];
elseif derece==2
    M=[1 x(i) x(i)^2];
elseif derece==3
    M=[1 x(i) x(i)^2 x(i)^3];
else
    disp('Girdiginiz degere dikkat ediniz(<=3)');
end
F=M*inv(A)*B;
for m=1:length(xi)
    h(m).dat(i)=F(1,m);
end
for k=1:fonk_say
    q(k).dat(i)=F(1,(k+fonk_say));
end
end
for i=1:length(D)
    k=i/2;
    m=k-floor(k);

```

```

if m==0.5
    g(i).dat=h((i+1)/2).dat;
else
    g(i).dat=q(i/2).dat;
end
end
for i=1:length(D)
    dg(i).dat=gradient(g(i).dat,x_artis);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% kronecker delta özelliği
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
H=zeros(length(D));
for i=1:length(D)
    for j=1:length(D)
        k=i/2;
        m=k-floor(k);
        p=floor((i+1)/2);
        if m==0.5
            H(j,i)=g(j).dat(floor(xi(p)/x_artis+1));
        else
            if i==length(D)
                H(j,i)=dg(j).dat(floor(xi(p)/x_artis));
            else
                H(j,i)=dg(j).dat(floor(xi(p)/x_artis+1));
            end
        end
    end
end
end
end
H=H';

```

```

R=inv(H);
for i=1:length(D)
    f(i).dat=zeros(1,length(x));
end
for i=1:length(D)
    for j=1:length(D)
        f(i).dat=f(i).dat+R(j,i)*g(j).dat;
    end
end
b=input('cubuk için en degerini giriniz(mm) :');
h=input('cubuk için yukseklik degerini giriniz(mm) :');
I=(1/12)*b*(h^3);
A=b*h;
L=x_son-x_ilk;
ro=input('cubuk için bir yogunluk degeri giriniz (kg/mm3) :');
E=input('cubuk için elastisite modulu giriniz (MPa) :');
lamda=input('frekans orani için bir deger giriniz :');
kut=input('kutle orani degerini giriniz :');
omega=25.6131;
omega_abs=omega*lamda;
omega_x=0;
omega_x=omega_abs;
m=ro*A*L;
ma=kut*m;
for i=1:2*length(xi)
    df(i).dat=zeros(1,length(x));
    d2f(i).dat=zeros(1,length(x));
end

```

```

for i=1:2*length(xi)
    df(i).dat=gradient(f(i).dat,x_artis);
end
for i=1:2*length(xi)
    d2f(i).dat=gradient(df(i).dat,x_artis);
end
K_1=zeros(2*length(xi));
K_2=zeros(2*length(xi));
K_3=zeros(2*length(xi));
trap=x_ilk:x_artis:x_son;
k=(omega_abs^2)*ma;
for i=1:2*length(xi)
    for j=1:2*length(xi)
        K_1(i,j)=trapz(trap,E*I*d2f(i).dat.*d2f(j).dat);
    end
end
for i=1:2*length(xi)
    for j=1:2*length(xi)
        K_2(i,j)=trapz(trap,ro*A*omega^2*f(i).dat.*f(j).dat);
    end
end
disp('burada gireceginiz deger noktanin tüm uzunluga oaranini');
disp('belirten bir deger olsun örneğin 0,1L için 0,1 giriniz');
disp('veya 0,2L için 0,2 giriniz');
yer=input('sönümleyici yay için pozisyonu belirleyiniz :');
nokta=((yer*x_son)/x_artis)+1;
katsayi=0;
katsayi=k*(1-(k/(k-m*omega^2)));

```

```

for i=1:2*length(xi)
    for j=1:2*length(xi)
        K_3(i,j)=trapz(trap,katsayi*f(i).dat(nokta)*f(j).dat);
    end
end
disp('bu degeri de yine yukaridaki gibi oran olarak giriniz :');
force_yer=input('yukun etki noktasini giriniz :');
poz=((force_yer*x_son)/x_artis)+1;
disp('kuvvet degerini pozitif dogrultuda giriniz')
fo=input('zorlayici kuvvetin genligini giriniz (N) :');
F=zeros(2*length(xi),1);
F_ksi=zeros(2*length(xi),1);
Fo=fo+1;
for i=1:2*length(xi)
    F(i,1)=Fo*f(i).dat(poz);
    F_ksi(i,1)=kut*m*9.806*f(i).dat(nokta);
end
K=zeros(2*length(xi)-2);

yuk=zeros(2*length(xi)-2,1);
yuk_ksi=zeros(2*length(xi)-2,1);
k=0;
k=(omega_x^2)*ma;
for i=3:2*length(xi)
    for j=3:2*length(xi)
        K(i-2,j-2)=K_1(i,j);
    end
end
end

```

```

length_abs=175;
for j=3:2*length(xi)
    yuk(j-2)=F(j,1);
    yuk_ksi(j-2)=F_ksi(j,1);
end
depl=((ma*1000*9.806)/k)/1.632;
u=inv(K)*(yuk+yuk_ksi);
ort_depls=0;
u_new=[0;0;u];
cokme=zeros(1,length(x));
for i=1:2*length(xi)
    cokme=cokme+u_new(i)*f(i).dat;
end

ort_depls=length_abs+cokme(nokta)+depl

```

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Serdar GÜZEL  
Doğum Yeri ve Tarihi : Sakarya, 1981  
Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu  
Lise : Adapazarı Mithatpaşa Lisesi, 1997  
Lisans : Sakarya Üniv. Müh. Fak. Mak.Müh., 2005

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl : Atard Savunma ve Havacılık A.Ş.  
(2010-Ağustos /Halen devam ediyor)  
Yapısal Analizler Lider Mühendisi

Figes A.Ş.  
( 2007-Ocak / 2010-Ağustos)  
Proje ve Uygulama Mühendisi

İletişim : serdarguzel54@gmail.com

# ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

## TEZ ÇOĞALTMA VE ELEKTRONİK YAYIMLAMA İZİN FORMU

Yazar Adı Soyadı	Serdar GÜZEL
Tez Adı	Kiriş titreşimlerinde dinamik absorberlerin performans kriterlerinin incelenmesi
Enstitü	Fen Bilimleri
Anabilim Dalı	Makine Mühendisliği
Tez Türü	Yüksek Lisans
Tez Danışman(lar)ı	Yrd. Doç. Dr. Sevda TELLİ
Çoğaltma (Fotokopi Çekim) izni	<input type="checkbox"/> Tezimden fotokopi çekilmesine izin veriyorum <input type="checkbox"/> Tezimin sadece içindekiler, özet, kaynakça ve içeriğinin % 10 bölümünün fotokopi çekilmesine izin veriyorum <input type="checkbox"/> Tezimden fotokopi çekilmesine izin vermiyorum
Yayımlama izni	<input type="checkbox"/> Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasına izin veriyorum <input type="checkbox"/> Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasının ertelenmesini istiyorum 1 yıl <input type="checkbox"/> 2 yıl <input type="checkbox"/> 3 yıl <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasına izin vermiyorum

Hazırlamış olduğum tezimin belirttiğim hususlar dikkate alınarak, fikri mülkiyet haklarım saklı kalmak üzere Uludağ Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı tarafından hizmete sunulmasına izin verdiğimi beyan ederim.

Tarih:

İmza