T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

OLASILIK VE İSTATİSTİK ÖĞRENME ALANINDAKİ KAVRAMLARIN GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİ VE YAPILANDIRMACILIK KURAMINA GÖRE BİLGİ OLUŞTURMA SÜRECİNİN İNCELENMESİ

(DOKTORA TEZİ)

Recai AKKAYA

BURSA 2010

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

OLASILIK VE İSTATİSTİK ÖĞRENME ALANINDAKİ KAVRAMLARIN GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİ VE YAPILANDIRMACILIK KURAMINA GÖRE BİLGİ OLUŞTURMA SÜRECİNİN İNCELENMESİ

(DOKTORA TEZİ)

Recai AKKAYA

Danışman
Prof. Dr. Murat ALTUN

BURSA 2010

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda 710634009 numaralı Recai AKKAYA' nın hazırladığı "Olasılık ve İstatistik Öğrenme Alanındaki Kavramların Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacılık Kuramına Göre Bilgi Oluşturma Sürecinin İncelenmesi" konulu Doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı 31/05/2010 günü 14:00–15:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin başarılı olduğuna oy birliği ile karar verilmiştir.

Tez Danışmanı ve Sınav Komisyonu Başkanı
Prof. Dr. Murat ALTUN
Uludağ Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ
Uludağ Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Asude BİLGİN
Uludağ Üniversitesi

Üye
Doç. Dr. Soner DURMUŞ
Abant İzzet Baysal Üniversitesi

Üye
Yrd. Doç. Dr. Şeref TAN
Uludağ Üniversitesi

31.05.2010

ÖZET

Yazar : Recai AKKAYA

Üniversite : Uludağ Üniversitesi

Anabilim Dalı : İlköğretim

Bilim Dalı : Matematik Eğitimi

Tezin Niteliği : Doktora Tezi

Sayfa Sayısı : **IX+ 281**

Mezuniyet Tarihi : 08 / 06 / 2010

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Murat ALTUN

OLASILIK VE İSTATİSTİK ÖĞRENME ALANINDAKİ KAVRAMLARIN GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİ VE YAPILANDIRMACILIK KURAMINA GÖRE BİLGİ OLUŞTURMA SÜRECİNİN İNCELENMESİ

Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin anlamlı matematik bilgi oluşturabilmeleri için matematik eğitimini etkileyen Yapılandırmacılık ve Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımlarına uygun öğrenme ortamlarının tasarlanması ve tasarlanan öğretimin uygulanması, ardından öğretimi rapor edip bu süreçteki bilgi oluşumunun niteliğini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda çalışmada olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki konuların öğretimi gerçekleştirilmiştir.

Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden, örnek olay çalışması kullanılmıştır. Görüşme tekniği araştırmanın temel veri kaynağı olup, araştırmada ayrıca gözlem ve doküman analizi yöntemleri de kullanılmıştır. Çalışmaya katılacak öğrencileri belirlemek için amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Çalışmaya katılacak yedinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma sürecinde kullanılacak etkinlikleri yapmaları için gerekli ön bilgilere sahip olup olmadıklarını belirlemek için "Olasılık Bilgi Testi I ve II" testleri kullanılmıştır. Çalışma, 118 yedinci sınıf öğrencisine uygulanan testlerin sonucu, matematik öğretmenlerinin görüşleri ve öğrencilerin araştırmaya katılma konusundaki istekliliği dikkate alınarak on öğrenci ile yürütülmüştür.

Çalışmanın verilerine göre öğretimde öğrenci keşiflerinin temele alınmasının öğretimde niteliği artırabileceğini işaret etmiştir. Bu açıdan hazırlanan öğretimsel etkinliklerin öğrencilerin keşifleri üzerine odaklanması gerekliliği ortaya çıkmıştır. Ayrıca gerçek problemlerin ya da oyun tarzındaki etkinliklerin öğretimde kullanılmasının, matematiksel bilginin daha nitelikli olarak oluşturulabildiğini ortaya koymuştur.

Anahtar Kelimeler

Yapılandırmacı Yaklaşım, Gerçekçi Matematik Eğitimi, bilgi oluşturma süreçleri,

ABSTRACT

Author	: Recai AKKAYA
University	: Uludağ University
Main Department	: Elementary School
Sub Department	: Mathematics Education
Kind of Thesis	: Doctoral Thesis
Number of Page	: **IX+ 281**
Graduate Date	: 08 / 06 / 2010
Tez Danışmanı	: Prof. Dr. Murat ALTUN

THE INVESTIGATION OF KNOWLEDGE CONSTRUCTION PROCESS OF CONCEPTS IN PROBABILITY AND STATISTICAL LEARNING FIELD ACCORDING TO THE REALISTIC MATHEMATIC EDUCATION AND CONSTRUCTIVISM THEORY

The aim of this study is to design learning environments, suitable for Constructivism and Realistic Mathematics Education Approaches that influence students' mathematics education in terms of constructing meaningful mathematics knowledge; to apply the designed instruction, to report it and to examine the quality of knowledge formation within this process. To this aim, instruction of subjects in the field of probability and statistical were carried out in the study.

Case study was used as a qualitative research method. The main data resource of the research is the interview technique. Furthermore, observation technique and document analysis were applied. In order to determine participants, among the purposive sampling techniques, sampling criteria technique was employed. In order to determine whether seventh grade students participating in the study, have the necessary prior knowledge to perform activities that would be used in the knowledge construction process, 'Probability Knowledge Test I and II' were also applied. As a result of the tests applied to 118 seventh grade students, the study was carried out with 10 students, taking into account the ideas of mathematics teachers and the willingness of students regarding their participation in the research.

Findings point out that basing on student explorations can increase quality of education. Furthermore, results indicate that more qualified mathematical knowledge could be created when realistic problems or activities like games are applied in the education.

Key Words:
Constructivist Approach, Realistic Mathematics Education, Knowledge Construction Processes

ÖNSÖZ

Bu araştırma birçok kişinin pek çok kişinin katkısı ve ilgisi sonucunda tamamlanmıştır. Öncelikle kendisinden çok şey öğrendiğim, bir araştırmacı olarak iyi yetişmem konusunda emeklerini esirgemeyen ve daha iyiye ulaşma çabamda her zaman yardımda olan değerli danışman hocam Sayın Prof. Dr. Murat ALTUN' a çok şey borçluyum.

Kendi yoğun çalışmalarına rağmen tez izlemelerime katılma nezaketini gösteren ve önerileriyle araştırmama katkı sağlayan ve sorularımı yanıtsız bırakmayan hocam Sayın Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ' a ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Şeref TAN' a teşekkürlerimi sunarım.

Doktora eğitimime başladıktan sonra, sağladığı burs sayesinde maddi sıkıntı çekmeden, rahat bir biçimde akademik çalışmalar yapmamı sağlayan TÜBİTAK – Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na teşekkürlerimi sunuyorum.

Araştırmayı gerçekleştirmem için gerekli yardımı esirgemeyen Bursa Koç İlköğretim Okulu Müdürü Ayla OKUMUŞ, müdür yardımcısı Meryem ALAÇAM ve matematik öğretmenleri Şükran ÖZDEMİR, Remzi CULFA ve Erkan YEŞİLTEPE' ye en içten şükranlarımı sunuyorum. Ayrıca araştırmaya gönüllü olarak katılan ve etkinliklere içtenlikle cevaplayan öğrencilere de teşekkür ederim.

Yaptığım çalışmaları destekleyen, her kararımda yanımda olan ve her kahrımı çeken sevgili eşim Sibel ÇELEBİ AKKAYA' ya benimle olduğu ve gösterdiği sabır için teşekkür ederim. Hayatım boyunca desteklerini benden esirgemeyen ve bugünlere gelmemde en büyük pay sahibi olan sevgili annem ve babam Hayriye ve Ruhi AKKAYA' ya sonsuz sevgi ve saygılarımı sunarım. İhtiyaç duyduğum her an yanımda olan ağabeyim Ümit Fedai AKKAYA' ya bana güç verdiği için teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

İKİNCİ BÖLÜM
YÖNTEM

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
BULGULAR ve YORUMLAR

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
SONUÇLAR VE ÖNERİLER

TABLOLAR ve ŞEKİLLER LİSTESİ

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Son yüzyılda, bilimsel ve teknolojik gelişmelere paralel olarak bilişsel psikoloji ve epistomoloji alanlarında da değişim yaşanmıştır. Buna bağlı olarak öğrenme ve öğretme süreçleri de bu değişimden önemli ölçüde etkilenmiştir (Fosnot 2007). 20. yüzyılın başlarında öğrenme davranıştaki değişiklik olarak; öğretme ise öğretmenden öğrenciye doğru olan bilgi akışı olarak tanımlanıyordu. Disiplinler, basitten karmaşığa doğru sıralanmış beceri ve kavramlara ayrılmış, değerlendirmeler ise davranıştaki değişikliği ölçmek üzere tasarlanmıştı. Günümüzde ise bu durumun daha kompleks bir yapıya sahip olduğu ortaya konmuştur. Öğrenme-öğretme süreci etkileşim, büyüme ve gelişmeye bağlı bir süreç olarak ele alınmaktadır. Bu gelişmeler bilişsel süreçleri açıklayan yeni öğrenme kuramlarının doğmasına neden olmuştur. Bunların başında yapılandırmacılık gibi kuramsal gelişimi eski, uygulamaları yeni olanlar olduğu gibi Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) gibi hem kuramsal gelişimi ve hem de uygulamaları yeni olan iki kuram çok dikkati çekmektedir. Bu öğrenme kuramlarıyla birlikte bireyin nasıl öğrendiği, öğrenme düzeyinin hangi iç ve dış faktörlerden etkilendiği, bunları kontrol altında tutmak suretiyle öğrenme kalitesinin nasıl yükseltileceği konuları eğitim-öğretim alanının başlıca araştırma konuları haline gelmiş ve birçok araştırma yürütülmüştür (Altun 2006). Bu araştırmaların sonuçları matematik öğretiminde ciddi değişikliklere sebep olmuş ve bu değişiklikler birçok ülkenin öğretim programlarını etkilemiştir.

Yapılandırmacılık özünde bilgi edinmeyle ilgili bir kuram olarak geliştirilmiş, öğrenme olayına olan yakın ilgisi nedeniyle zaman içinde bir öğrenme kuramı olarak da belirmiştir (Nelissen ve Tomic 1998; Demirel 2006: 233). Matematik dersi kavramlarının büyük çoğunluğunun bilişsel alanla ilgili olmasından ötürü, matematik öğretimi tüm diğer alanlar arasında yapılandırmacılıktan çok etkilenmiş ve kuramın seçkin uygulamalarının yapıldığı ve analiz edildiği bir alan olmuştur.

Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) ise son kırk yıl içinde matematik eğitimini geliştirme amacıyla kurulmuş ve geliştirilmiştir. GME, matematiğin tarihte gerçek hayat problemleri ile başladığını, gerçek hayatın matematikleştirildiğini daha sonra formal matematik bilgiye ulaşıldığını belirtmiştir. Bundan ötürü önce formal matematik bilgiyi verip arkasından uygulamaya geçme şeklindeki geleneksel öğrenmenin eğitimsel olmadığını belirtmiştir (Freudenthal 1973).

Bu kuramlar öğrencilerin matematiksel bilginin kendisinden ziyade öğrenilme şeklini, nasıl öğrendiğini, öğrenirken ne tür düşünsel girişimler ortaya koyduğunu öne çıkarmış ve asıl geliştirilmesi gereken şeyin bu süreç olduğunu ortaya koymuştur. Yani asıl önemli olan şey matematiksel bilgi değil matematiksel bilgiyi oluşturma sürecidir. Öğrencinin bilgiyi oluşturma süreci aslında bilginin soyutlanması ile doğrudan ilgilidir. Bilginin soyutlanması özellikle de matematik eğitiminde sıklıkla karşımıza çıkmaktadır. Çünkü matematik bir soyutlama bilimidir ve matematiksel kavramlar soyutlama sonucu elde edilmektedir (Altun 2008). Bu durum da matematik eğitiminde soyutlamayı önemli hale getirmektedir.

Soyutlama, en sade şekliyle somuttan soyuta geçiş süreci olarak bilinir. Soyutlama öncelikle bilgi kuramcılarının ilgilendiği bir kavram iken, öğrenme süreci üzerindeki çalışmaların yoğunlaşması üzerine eğitim kuramcılarının da ilgisini çekmiştir ve eğitim kuramcıları tarafından da araştırılan, tartışılan bir kavram olmuştur. Özellikle yirminci yüzyılın ortalarındaki Piaget ve Dienes' in soyutlama ile ilgili yayınları soyutlamaya olan ilgiyi daha da arttırmıştır (Özmantar 2005). Son yıllarda soyutlama ile yapılan birçok çalışma matematik eğitimcisinin bu alanda tekrar yönelmesine sebep olmuştur (Noss ve Hoyles 1996; van Oers 2001; Ohlsson ve Regan 2001; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus 2001; Özmantar ve Roper 2004; Monaghan ve Özmantar 2004; Williams 2004; Kidron ve Dreyfus 2004; Bikner-Ahsbahs 2004; Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Herskhowitz 2004; Mitchelmore ve White 2004). Bu sebeplerden biri, bireylerin soyutlamalara ulaşmak için izledikleri yolların ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin derinlemesine incelenmesinin öğrencilerin hangi süreçte ya da eylemde zorlandıklarının anlaşılmasına ve ardından zorlanılan konuya odaklanılarak sorunun çözülmesine yardımcı olmasıdır. Bu durum ise, bilgi oluşturma sürecinin daha etkin bir şekilde gerçekleşmesini ve dolayısıyla da kavramların ya da konuların daha hızlı bir şekilde öğrenilmesini sağlar.

Son yıllarda soyutlama ile yapılan çalışmalarda matematiksel soyutlamayı deneysel olarak inceleme olanağı sunan Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında ortaya atılan RBC+C (Recognizing- Building with- Constructing- Consolidation) olarak adlandırılan soyutlama modelini ön plana çıkmaktadır. RBC+C modeli tanımladığı dört epistemik eylemle (tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme) soyutlama sürecini analiz etme fırsatı verir (Dreyfus ve Tsamir 2004). RBC+C modeli yeni bir model olmasına rağmen birçok araştırmacı tarafından benimsendiği ve soyutlama sürecini incelemede kullanıldığı görülmüştür (Örneğin; Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001a ve 2001b; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus 2001; Bikner-Ahsbahs 2004; Hershkowitz 2004; Özmantar 2004; Özmantar ve Roper 2004; Dreyfus ve Tsamir 2004; Özmantar 2005; Schwarz, Hershkowitz ve Azmon 2006; Yeşildere 2006; Özmantar ve Monoghan 2007; Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz 2007; Yeşildere 2006). Bu modeli sosyokültürel bakış açısıyla ele alınan soyutlama kuramlarından biridir ve bu yapısı itibariyle uygulamalarının gerçekleştirilmesi esnasında bilgi oluşumunun niteliğinin değerlendirileceği kuramlar olan Yapılandırmacı yaklaşım ve Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarına da uygun olacağı düşünülmektedir. Bu nedenlerle, bu araştırmada bilgi oluşumu sürecinin incelenmesi için soyutlamayı sosyokültürel bakış açısı ile ele alan modellerden biri olan RBC+C soyutlama modelinin kullanılmasının uygun olduğu kararlaştırılmıştır.

Yukarıdaki düşüncelerden yola çıkarak bu çalışmada, öğrencilerin anlamlı matematik bilgi oluşturabilmeleri için matematik eğitimini etkileyen yapılandırmacılık ve GME' ye uygun öğrenme ortamlarının tasarlanması ve tasarlanan öğretimin uygulanması, ardından öğretimi rapor edip bu süreçteki bilgi oluşumunun niteliğinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmada istatistik ve olasılık öğrenme alanındaki konularının öğretimi gerçekleştirilmiştir.

İstatistik ve olasılık kavramları, günlük yaşamımızda, belirsizlik durumlarıyla karşılaştığımızda karar verme sürecinde yaygın olarak kullandığımız kavramlardır. Olasılık hem şans oyunları, risk analizleri ve sigortacılık gibi güncel yaşamı yakından ilgilendiren alanlarda hem de meteoroloji, kuantum fiziği, genetik gibi bilimin çeşitli dallarında yoğun olarak kullanılmaktadır. Bu yönüyle istatistik ve olasılık, bir sonraki günün hava durumunu tahmin etmekten bir sonucu kanıtla desteklemeye kadar pek çok şekilde belirsizlik durumlarıyla karşılaştığımızda yararlanılan bir alandır. Bu durum, istatistik ve olasılık bilgisini hayatın değişik alanlarında çalışan bireyler için önemli kılmakta ve bireylerin ilgili konularda doğru kararlar verebilmelerine yardımcı olabilmektedir (Kazak 2008).

Günlük hayatta ve çeşitli iş alanlarındaki kullanımının önemi ve gerekliliğinden ötürü, olasılık ve istatistik konuları, son yirmi yılda pek çok ülkede matematik eğitimi alanında reform hareketleriyle birlikte okul öncesi ve ilköğretimden başlayarak matematik öğretim programlarının bünyesinde yer almaya başlamıştır. Ülkemizde ise son yıllarda çağın değişen koşullarına ayak uydurmak amacıyla yeni öğretim programlarının geliştirilmesinde önemli adımlar atılmıştır. Yeni matematik öğretim programlarında, olasılık ve istatistik konuları öğretimine basit olasılık tahminleri ile 4 ve 5. sınıflardan başlanmakta, 6-8. sınıflarda temel olasılık ve istatistik kavramları ile devam edilmektedir (MEB 2005).

Olasılık ve istatistik konuları matematiğin en önemli amaçlarından bir olan, bağımsız yaratıcı düşünme becerisini ve temel bir düşünme tipi olan, olasılığa dayalı düşünme becerisini geliştirmesi açısından çok önemlidir. Buna karşın olasılık konusuna ilişkin kavramların öğretilmesinde büyük sıkıntılar vardır. Bunun en önemli nedenleri, konuların genellikle öğretmen merkezli sınıf ortamında işlenmesi, uygun öğretim materyallerinin eksikliği (Aksu 1990; Gürbüz 2006) ve matematik öğretmenlerinin büyük çoğunluğunun olasılık konusunu etkin öğretimi için gerekli donanıma sahip olamamalarıdır (Bulut 2001).

Özetlenen genel bilgilerden de anlaşılacağı üzere, yapılandırmacı öğretim yaklaşımı, Gerçekçi Matematik Eğitimi ve bunun yanı sıra bilgi oluşturma sürecinin analizlerinde kullanılacak olan RBC+C modeli araştırmanın kavramsal çerçevesini oluşturmaktadır. Bu bölümde bu üç kuramla ilgili ayrıntılı bilgilere yer verilecektir.

1.1. YAPILANDIRMACILIK

Eğitim ve öğretim konusunda var olan sorunlara yeni bir bakış açısı getiren yapılandırmacılık ilk başta öğrenenlerin bilgiyi nasıl öğrendiklerine ilişkin bir kuram olarak gelişmeye başlamış, daha sonra öğrencilerin bilgiyi nasıl yapılandırdıklarına ilişkin bir yaklaşıma dönüşmüştür (Erdem ve Demirel 2002: 82). Yapılandırmacılığın temelinde bilginin dış dünyada bireyden bağımsız olarak var olmadığı ve bilginin bireyin zihnine birileri tarafından aktarılmadığı, bunun aksine kendisi tarafından yapılandırıldığı düşüncesi yer almaktadır (Doolittle 1999).

Yapılandırmacılığa göre bilgi, kesin gerçekler değil bireyin yaşantı ve etkinlikleriyle oluşan süreçlerdir. Bilgi, hiçbir zaman kişiden bağımsız değildir, duruma göre değişmekte ve bireysel olarak anlamlandırılmaktadır (Yurdakul 2004). Buradan hareketle yapılandırmacılığın nesnelciliği kesinlikle kabul etmediği söylenebilir. Bilgi, bireyin var olan değer yargıları ve yaşantıları tarafından geliştirilmektedir (Özkan 2001).

Yapılandırmacı öğrenme ise yaşantılardan bireysel anlam yaratma süreci olarak değerlendirilebilir (Yurdakul 2004). Yapılandırmacılıkta öğrenme anlam oluşturma süreci olarak ele alındığından, bireyin bilgiyi ancak kendi aktif çabasıyla zihninde oluşturabileceğini, bu oluşturma süreci içinde kişinin geçmiş yaşantılarının ve çevresinin etkili olduğu, bilginin sadece dış dünyanın bir kopyası olmadığı ve bilginin bir bireyden diğerine doğrudan aktarılamayacağı kabul edilmektedir (Philips 2000: 6). Bu anlamlandırma sürecinde temel etken anlamın deneyimlerle ilişkili olduğudur. Bu süreç içerisinde sosyal etkileşim önemli bir rol oynamaktadır (Wheatley 1991; Vygotsky 1978). Bu durum göz önüne alındığında yapılandırmacı öğrenme, sosyal etkileşim içindeki bireyin anlam ve modelleri öznel olarak yeniden oluşturulması olarak düşünülmektedir (Yurdakul 2004). Wilson'a (1997) göre ise yapılandırmacı öğrenme, gerçek bir bağlamdan türetilmekte ve bireysel olarak anlamlandırılmaktadır.

Bu bilgiler ışığı altında yapılandırmacılığın temel varsayımları genel olarak şunlardır (Olssen 1996: 276; Durmuş 2001: 94).

1- Bilgi pasif olarak ya da kişisel bir katkıda bulunma olmaksızın inşa edilmez.
2- Öğrenme (bilgi edinme) bir adaptasyon sürecidir.
3- Öğrenme özneldir; nesnel değildir, yani herkes kendine özgü biçimde öğrenir.
4- Bilgi, etkileşim sonucu oluşturulur; kullanılan dil ve içinde bulunan sosyal yapı bu etkileşimde önemli rol oynar.

Bu varsayımlara göre, bireyin öğrenme-öğretme sürecinde aktif bir biçimde katılması ve öğrenmesi söz konusudur. Öğrenme, bilgilerin bireye özgü biçimde yeniden anlamlandırılması, yorumlanmasıdır. Bu süreçte her bireyin bilgileri yapılandırma biçimi farklılık gösterir. Bu nedenle, bireyin kendi yaşantıları, sahip olduğu ön öğrenmeleri ve göstermiş olduğu kişisel etkinliklerin yanında; öğrenme ortamında etkileşimde bulunduğu sosyal çevreninde bilgiyi yapılandırmasına elverişli olması gerekir (Oğuz 2005: 191).

Yapılandırmacılık ile ilgili kısaca bilgi verdikten sonra bu kuramın gelişimini incelemek yapılandırmacılığın kuramsal temellerini anlamak açısından önemlidir. Bu nedenle, aşağıda bu kuramın gelişimi ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır.

1.1.1. Yapılandırmacılığın Tarihsel Süreci

Bilginin kesin gerçeklerden oluşmadığını açıklayan yapılandırmacılık son yıllarda popüler olmasına rağmen yeni bir fikir olarak kabul edilmemektedir. Yapılandırmacılığın temel varsayımları Socrates, Plato, Kant gibi ünlü filozofların çalışmalarına kadar dayanmaktadır (von Glasersfeld 1991; Noddings 1990; Özkan 2001; Yurdakul 2004; Koç 2002). Sokrates' in Meno diyalogunda eğitimsiz bir köleye sorular sorarak Pisagor Teoremini ortaya koyması yapılandırmacı felsefinin ilk örnekleri olarak kabul edilebilir.

Öğrenme felsefesi olarak yapılandırmacılık ilk olarak 18.yüzyılda Vico tarafından ortaya atılmıştır. Vico, 1710 yılında geliştirdiği "insan beyni ancak kendi yarattığını bilebilir" sloganı ile temel düşüncesini açıklamıştır (von Glasersfeld 1995a). Yani, bildiğimizin sadece zihnimizde imgesini oluşturduklarımızdan ibaret olduğunu ileri sürmüştür (Aydın 2007: 23). Özgün zihinleri ve insan zihninde var olan tanrısal kudretin ancak bilginin kişinin beyninde işlenmesiyle ortaya çıkabileceğini savunmuştur (Irzık 2000). Kısacası, Vico'ya göre bireyin bir şeyi bilmesi için onu açıklayabilmesi gerekmektedir. Bu görüş yapılandırmacılığın ilk çıkış noktası olarak kabul edilebilir. Daha sonra Kant bu fikri geliştirerek, bireyin bilgi oluşturma sürecinde pasif olmadığını, bilgiyi etkin biçimde oluşturduğunu ve önceki bilgilerle bağlantı kurarak içselleştiğini ifade etmiştir (Duffy ve Jonassen 1992).

Kant' a göre gerçek, bireyin zihinsel etkinliğine dayalı olarak yapılandırılır. Bireyler bu zihinsel etkinliklerle kendi gerçeğini yapılandırır. Yapılandırmacılığa göre, düşünme yalnızca zihin tarafından kavranabilen çevresel etmenleri algılamaya dayanır (Fosnot 2007). Kant, zihnin kurallarının doğadan çıkmadığını, bu kuralları zihnin doğaya verdiğini düşünmektedir. Kant gözlem, deney ve genel kurallara dayanan Newton psikolojisinin sayıltılarına karşıdır. Zihnin sürekli öğrenme etkinliği içinde kendini değiştirdiğini savunmuş, düşüncenin yapısal boyutu ile ilgilenmiştir (Olssen 1996). Kant dışsal yani fiziksel dünyaya inanmaktadır, fakat bu dünyayı ancak duyularımız ile algılayabileceğimizi ifade etmektedir. Kant'a göre gerçek, bireyin zihinsel etkinliğine dayalı olarak yapılandırılır. Bireyler bu zihinsel etkinliklerle kendi gerçeğini yapılandıran algılayıcı ve yorumlayıcıdır (Fosnot 1989). Kant'a göre insan zihni bir boş kâğıt olabilir ancak algılarla elde edilen bilginin bu boş kâğıda işlenmesi gerekir (Irzık 2000). Birey bilgiyi pasif bir biçimde almaz. Birey önceki bilgileriyle bağlantı kurar, kendi yorumlarını oluşturarak kendine mal eder ve bilgiyi etkin biçimde işler (Duffy ve Jonassen 1992). Sonuç olarak, Piaget'in büyük ölçüde etkilendiği Kant fiziksel dünya hakkındaki bilgilerin belirli kısımlarının bireyin kendi bilişsel örgütlenmesinin sonucu olduğunu ileri sürmüştür (Philips 2000: 6-9).

20. yüzyılın başlarında bilginin tanımı konusunda deneyselcilerin ve doğalcıların açıklamaları öne çıkmaktadır. Deneyciler insanların doğduklarında zihninin boş bir levha olduklarını savunmuş ve bireylerin mekanik olarak pasif bir şekilde bilgiyi edindiklerini öne sürmüşlerdir (Yurdakul 2004). Bu anlayışa göre öğrenme,

uygulamalarla bilginin toplanması süreci olarak tanımlanmaktadır. Doğalcılar ise dünyanın son derece düzenli ve organize olmadığını ileri sürmüşlerdir. Onlara göre öğrencilerin anlamadaki başarısızlıkları zihinlerindeki belli fikirlerin henüz oluşmamasıyla açıklamaktadırlar. Bu düşüncelere karşın 20. yüzyılda yapılandırmacı felsefenin temelleri atılmaya başlanmıştır. Bu yüzyılda yapılandırmacılığı etkileyen önemli felsefeciler Kuhn, Wittgenstein ve Morty dir. Bu felsefeciler bilginin dış gerçekliğin temsili olmadığını, bireyler tarafından oluşturulan yapı olduğunu belirtmektedirler (Duffy ve Cunningham 1996: Akt. Koç 2002).

20. yüzyılda yapılandırmacılığı etkileyen bir diğer düşünür ise Dewey dir. Dewey'e (1966) göre eğitim eyleme dayanmaktadır. Bilgi ve fikirler, yalnızca öğrenenlere mantıklı ve önemli gelen durumların denenmesiyle elde edinilmektedir. Dewey' e göre bilgi gerçekliği temsil etmemekte, üzerinde uzlaşılmış, çoğul ve çok yönlüdür. Bilginin gerçekliği ilişkisi bireysel ve toplumsal eylem ve deneyimlerde bulunma sürecinde oluşturulmaktadır. Bu bağlamda, bireyin eylem düzeyinde çevresiyle olan sürekli ve içsel ilişkisi bilginin oluşturulmasını desteklemektedir. Dolayısıyla eylem insan varoluşunun temelinde bulunmaktadır. Bilmek, gerçekliğin insan tarafından kaydedilmesi değil insanın gerçekliğe dahil olması sürecidir; bilgi de dışsal, bağımsız ve nesnel bir gerçeklik değil eyleme dahil olan bir süreci ifade eder. Bilmek, daha sonraki deneyimleri kontrol edebilmek için önceki deneyimlerin oluşturulması eylemidir. Önceki deneyimlerden çıkarımda bulunmak dünya ile ilgili doğru ve yanlışları yaratır. Böylece doğruluk, önceki deneyimlerden kaynaklanan, beklenen anlamlar ve gerçekleşen çıkarımlarla gerçekliğin birbiriyle aynı anda uyumlu olması durumudur. Bu anlamda, doğruluğun doğasında geçicilik vardır. Deneyimlerin çoğalması ve zenginleşmesi doğru kavramını da değiştirmektedir. İnsanlar durmadan deneyimlerde bulunmakta ve gerçekliğe kendileri de katılmaktadırlar. İnsandan ve deneyimden bağımsız ve bunlardan etkilenmeyen bir gerçeklik var olamaz. Yaşanılan her deneyim yeni bir gerçeklik yaratır.

Dewey öğrenenlerin aktif olması, proje ve araştırma yöntemlerinin kullanılması, öğrenmenin en iyi sosyal içeriklerde gelişeceği ve sınıfın etkileşimli bir toplum olarak ele alınması yönündeki görüşleriyle bir yapılandırmacıdır (Phillips 2000). Dewey'e göre, öğrenme yalnızca okul bağlamında düşünülmemelidir, çünkü öğrenme sosyal bir süreçtir. Dewey ile benzer düşünceleri paylaşan öğrencisi Kilpatrick geleneksel sınıfların öğrenci-öğretmen iletişimini azalttığını ve projelerin program temelli olması gerektiğini savunmuştur.

Modern yapılandırmacılığın temelini atan ve felsefi temellerini oluşturan kuramcı Jean Piaget' tir. Piaget büyük ölçüde Immanuel Kant' dan etkilenmiştir. Kant fiziksel dünya hakkındaki bilgilerin belirli kısımlarının bireyin kendi bilişsel örgütlenmesinin sonucu olduğunu ileri sürmüştür. Bu nedenle Kant ve Piaget modern bilişsel yapılandırmacılığın ataları olarak kabul edilmektedir. Piaget doğalcılara ve deneyselcilere bazı noktalarda karşı çıkarak yapılandırmacılığı ortaya atmıştır. Piaget doğalcıların insanların etrafındakilerin anlaşılır olmasını sağlayan kavramlara sahip olmaları gerektiği düşüncesini katılırken, bu fikirleri doğuştan getirdiğini reddetmiştir. Deneyselcilerle dünyanın belli bir düzeni ve yapısı olduğunu bunu da çocukların deneyim yoluyla anlayabilecekleri görüşünü paylaşmış ancak; kavramların dış çevre ile etkileşime geçilir geçilmez öğrenilebileceği düşüncesine karşı çıkmıştır (Yurdakul 2004; Koç 2002).

Piaget temelde bilginin insan organizması içinde nasıl geliştiğiyle ilgilenmiştir. Bilginin bilişsel yapılandırılması onun görüşlerinin temelini oluşturur. Piaget'ye göre bilişsel yapılar - şemalar fiziksel ve zihinsel etkinliklerdir. Bunların başarılması da çocuk gelişiminin bir parçasıdır. Bu bakış açısıyla davranış ve bilişsel görüşleri bir gelişim kuramı içinde ele almıştır. Piaget dört gelişim dönemi belirlemiştir. Bu dönemler değişmez bir şekilde belli bir sıra ile ortaya çıkarlar, ancak bireylerin gelişim süreçleri birbirlerine göre farklılıklar gösterebilir. Bu dönemler: sensori-motor dönem(0-2 yaş arası), işlem-öncesi dönem(3-7 yaş arası), somut-işlemler dönemi(8-11 yaş arası) ve soyut-işlemler dönemidir(12-15 yaş yaş arası) (Bacanlı 2000) .

Piaget'ye göre bilişsel gelişim kalıtım ve çevrenin etkileşiminin bir sonucudur. Bilişsel gelişimi etkileyen ilkeleri; olgunlaşma, yaşantı, uyum, örgütleme, dengeleme olarak ifade etmiştir. Birey doğuştan getirdiği refleksif özellikler ile çevresine uyum sağlamaya çalışır. Birey biyolojik olarak olgunlaştıkça çevresi ile etkileşime girer, bu etkileşim yaşantı olarak tanımlanmıştır. Doğuştan gelen refleksif özellikler geçirilen yaşantılar sonucu değişime uğrar. Bireyin geçirdiği yaşantılar çevreye uyum sağlama çabalarını yansıtmaktadır. Bu süreçte bireyin yeni karşılaştığı uyaranları var olan yapılarının içine alması ve kullanması özümleme, yeni uyaranların mevcut yapılarda değişim yaratması ise düzenleme olarak tanımlanmıştır. Bireyin geçirdiği her yaşantı özümleme ve düzenleme sürecini kapsar. Birey uyum çabalarını örgütleme süreci içinde işe koşar. Karşılaşılan yeni bir durum karşısında bireyin var olan bilişsel dengesi bozulur, yeni durumla etkileşime girerek uyum çabası göstermesi diğer bir ifade ile yeni bir yapı oluşturma çabasını dengeleme olarak adlandırılmıştır. Yeni gelen bilgilerin yerleştirildiği bilme yapılarına, bilişsel çerçevelere de şema ve bilişsel yapı adı verilmiştir. Şemalar olgunlaşma ve yaşantı kazanma etkileşimi sonucunda değişir. Yaş, olgunlaşma, yaşantı geçirme düzeyine göre şemalar bireysel farklılıklar içerir (Senemoğlu 2004:32-38).

Rus Lev. S. *Vygotsky* de bir diğer önemli bilim adamlarındandır. Vygotsky'nin çocukların kendi kavramlarını oluşturduğunu vurgulaması nedeniyle temelde oluşturmacı olduğu söylenebilir. Vygotsky, çocukların öğrenme sürecinde bilimsel kavramları ve günlük düşüncelerini yetişkinlerle olan ilişkilerinden öğrendiğine inanmaktadır. Yetişkin dünyasından önceden oluşturulmuş bir kavramla tanıştırıldığında çocuk, yetişkinin o düşünce konusunda sadece söylediğini hatırlayacaktır-ezberleyecektir. Kendine ait bir kavrama dönüştürmek için çocuk bu kavramı kullanmalı ve bu kullanımı ilk tanıtıldığında bu düşünceye bağlamalıdır. Ancak günlük fikirler ve bilimsel kavramlar arasındaki ilişki Vygotsky'ye göre doğrusal bir gelişim içinde değildir. Önceki kavramalar ve bilimsel kavramlar iç içe geçmiş durumdadır ve çocuk sahip olduğu ya da kendisine tanıtılan genellemeler yoluyla kendi düşüncelerini geliştirirken, sahip olduğu kavramlar ve bilimsel kavramlar birbirini etkilemektedir (Moll 1992).

Vygotsky toplumsal etkileşimi ve toplumsal bağlamı vurgulamaktadır. Doğumundan itibaren çocuğun bilişsel gelişimi için çok önemli olan yetişkinler, çocukla etkileşim halindedirler. Çocuk çevresinden kaynaklanan sorunları çözerken yalnız değildir, yetişkinlerden sürekli yardım alır ve Vygotsky bunu "Proximal Zone of Development" (ZPD) kavramıyla açıklamaktadır. Buna göre belli bir gelişim düzeyinde çocuğun gerçekleştirebildiği bir takım davranışlar vardır, ancak henüz kendi başına başaramadığı ve ancak bir yetişkinin yardımıyla gerçekleştirebileceği davranışlar da vardır. Bu davranışlar proximal zone davranışlardır. Yetişkinler dünya ile çocuk arasında oyun oynarken konuşarak, hikayeler okuyarak, sorular sorarak aracılık ederler ve bazı düşünceleri ve nesneleri çocuğun dikkatine sunarlar. Böylece gerçek dünya ile çocuk arasındaki ilişkiyi bir çok yoldan geliştirirler ve çocukların tek başına başarabileceklerinden daha fazlasını başarmalarını sağlarlar (Cameron 2002: 5-8).

Çocuğun toplumsallaşarak geliştirdiği bilinç de Vygotsky'nin bir diğer önemli düşüncesidir. Dil öğrenilirken ilk sözcüklerin iletişim amacı vardır, bunlar daha sonra iç konuşmaya dönüşürler. Küçük çocuklar oyun oynarken sıklıkla kendi kendilerine konuşurken ve sanki bir görevi yerine getiriyormuş ya da oynuyormuş gibi davranırken gözlenebilirler, buna "iç konuşma denir". Büyüdükçe daha az kendi kendilerine konuşurlar ve diğerleriyle olan konuşmalarından bu özel konuşmayı ayırırlar. Bu içselleştirilmiş konuşma şekli davranışları düzenleme ve kontrol etme işlevini yerine getirmektedir. İçselleştirme süreci bir şeyi düşünebilme ve o şeyi yapabilme arasında ayrımın fark edilmesi olarak adlandırılır. Gelişim de toplumsal etkileşimin içselleştirilmesi olarak görülebilir. Bu açıdan bakıldığında Vygotsky ve Piaget dış dünyanın bireyin iç dünyasınca dönüştürüldüğünde/içselleştirildiğinde birleşirler ve oluşturmacılık kuramını oluştururlar. Dil de gelişimini sürdürür ve bireyin öğrenmesinde etkin bir rol oynar.

Yapılandırmacılık kuramının önde gelen kuramcılarından bir diğeri olan Jarome Bruner, öğrenmeyi etkin bir süreç olarak görür, bu süreçte öğrenen yeni düşünce ve kavramları var olan eski bilgisi üzerinde oluşturmaktadır. Öğrenen seçer, bilgi alış verişinde bulunur, hipotezler oluşturur, kararlar alır ve bunları yaparken de bilişsel yapılarına dayanır. Onun bilişsel yapıları deneyimlerine anlam kazandırmasını, onları düzenlemesini ve verilen bilginin ötesine geçmesini kolaylaştırır. Bruner'in öğrenmeyi ve öğreneni etkin olarak görmesi, yeni bilginin var olan bilgi üzerine bilişsel süreçler yoluyla oluşturduğunu vurgulaması onun Piaget, Vygotsky ve Dewey'le aynı noktada buluştuğu anlamına gelir.

Bruner (1983) ayrıca, öğrenme sürecinde, öğretenle etkin bir konuşma içerisinde olan öğrenenin, öğrenme ilkelerini keşfetmesi gerektiğini belirtir. Ders araçlarının da öğreten tarafından öğrenenin bilişsel düzeyine indirgemesi gerektiğini, araçların kullanımın çizgisel değil spiral olması gerektiğini savunur. Bu şekilde de öğrenenin kendi gelişimi ile bilgisini gözleyebileceğini ve kademeli olarak oluşturabileceğini söyler.

Vygotsky gibi Bruner da dili "bilişsel gelişim için en önemli araç" olarak görür. Bruner yetişkinlerin, çocukların sorunları çözmek için dünya ile aralarında nasıl aracılık ettiklerini araştırmıştır. Çocuğun bir etkinliği gerçekleştirirken yetişkinlerin incelikli-yönlendirici yardım konuşmasını *scaffolding* olarak nitelendirmiştir. Çocukların dil gelişimi ve bir şey öğrenmesi için zamana gereksinim duyduklarını belirtmiştir. Rutinler ve yönlendirici yardım çocuklara gereksinim duydukları zamanı kazandıran iki dil kullanım stratejisidir. Bu stratejileri kullanan yetişkinler çocuklara bir görevi yerine getirirken yardımcı olurlar, görevi parçalara bölerler, her aşamada amaçları hatırlatırlar, neyin önemli olduğunu söylerler ve görevi gerçekleştirmek için farklı yolları gösterirler, görevi yerine getirirken başarısızlıktan doğabilecek kızgınlığı ve sinirini yatıştırırlar. Bu şekilde çocukların becerilerini geliştirmelerini sağlarlar (Cameron 2002: 8-10. Ak. Yurdakul 2004). Bu da Vygotsky'nin açıklaması olan bilginin toplumsal etkileşim yoluyla oluşturulması ve Piaget'in çevrenin öğrenmeye etkisine örnektir. Buna ek olarak, Bruner gerçek yaşam içerisinde çok yönlü ve farklı bakış açılarının var olduğunu ve bu olgunun çok erken yaşlardan edinildiği gerçeğini belirtir.

Bruner, çocukların deneyimlerine üç şekilde anlam verdiklerini düşünür bunlar eylemleri, görsel araçları ve dili kullanarak. Bunlara eylem (*enactive*), Görsel (*ikonik)* ve simgeleştirme (*sembolik*) adlarını vermiştir. Canlandırma düzeyinde öğrenme nesneler ve materyallerle etkileşim sonucunda gerçekleşir. Görsel (İkonik) düzeyde ise nesneler görsel imgeler sunulur, bu gerçek nesneden bir adım uzaklaşmak anlamına gelir, resimler nesnelerin yerini tuttukları için önemlidir, ancak özgürce yaratılabilirler de. Simgeleştirme düzeyinde de nesneler ve zihni imgeler simgelerle değiştirilebilir ve simgeler aracılığıyla kullanılabilirler, burada dünyayı simgeleştirdiği için dil önemli yer tutar (Williams & Burden 1997: 26). Bu düzeyler sırayla da olabileceği gibi aynı anda da gerçekleşebilirler. Çocuklar yabancı dil öğrenirken, eylem düzeyinde dramalar, oyunlar, gerçek nesneler kullanılabilir, görsel düzeyde resimler ve renkli sözcükler, simgeleştirme düzeyinde ise bağlamlar içinde kendilerini ifade edebilmeleri için dilin kendisini ve tonlama, vurgu ve vücut dili gibi daha üst dil özellikleri kullanılabilirler.

Genel olarak, yapılandırmacılık geleneksel bilgi işleme kuramlarından daha bütüncül ve daha az mekaniktir. İnsanlar, yaşadıkları çevreden bilgiyi alarak ve önceden var olan şemalarıyla ve anlayışlarıyla özümseyerek dünyalarını anlamlandırırlar (Novak 1998). Öğrenenler, yanlış kavramlarla doğrudan yüzleşerek kavramsal değişiklikler oluştururlar. Bazı yapılandırmacı kuramcılar da bilişsel süreçlerin insanların deneyim ve bilişsel yardımlaşmaya dayandığını belirtmişlerdir. (Piaget 1973; Vygotsky 1978, Wilson 1996).

Yapılandırmacılık kuramı kendi içinde iki farklı eğilimi barındırmaktadır (Deryakulu 2001). Bunlar Piaget'nin görüşleri çerçevesinde bireyi, onun öğrenme ve gelişimini, bilgi oluşturmasını merkeze alan *bilişsel yapılandırmacılık* ve Vygotsky'nin görüşleri doğrultusunda bireyden çok toplumu, toplumsallığın bireye, öğrenmeye ve gelişime etkisini ve bilgi oluşturmadaki rolünü merkeze alan *sosyal yapılandırmacılıktır*. Piaget öğrenmeyi temelde bireysel bir etkinlik olarak görüyordu, ona göre bireyin bilgiyi nasıl özümseyeceği, sahip olduğu diğer bilgilerle nasıl bütünleştireceği, yaşadığı çelişkili durumları nasıl çözeceği öğrenme açısından en önemli bileşenlerdir. Vygotsky'ye göre ise öğrenme bireyin yaşadığı toplumsal ve kültürel doku içinde gerçekleştirdiği bir bilinçli etkinliktir (Deryakulu 2001.). Dahası, birey toplumsal ve kültürel çevresi ile olan ilişkisinden bilgiyi oluşturmakta ve içselleştirmektedir. Cobb (1994: 18) ise her iki eğilimi birleştirmeye çalışmıştır, ona göre "iki eğilimden birini seçmek için ilk önce hangisinin öğrenenin gelişimine katkıda bulunacağının belirlenmesi gerekmektedir".

Dougiamas (1998)'de bu iki eğilime ek olarak bugün von Glasersfeld'in öncülük ettiği gerçeklik kavramını sorgulayan *Radikal Yapılandırmacılık*, bireyin toplumsal ve kültürel yaşamında kullandığı simgeleri sorgulayan ve bunların kültür ve topluma sağladığı kolaylıkları sorgulayan *Kültürel Yapılandırmacılık*, kültürel ve toplumsal çevrenin birey üzerindeki etkilerini, bunların eleştirilmesini ve bilginin öğrenildiği bağlamları sorgulamayı merkeze alan *Eleştirel Yapılandırmacılık* ve bilgi oluşturmayı diğer bireylerle olan ilişkimiz sırasında onlar için bir şey yapma çabası olarak ve dili bir etkileşim içinde belirli bir zaman içindeki karşılıklı konuşma parçaları olarak gören, öğrenmeyi diğerleriyle olan etkileşimimiz sürecinde oluşan bir etkinlik olarak tasarlayan metin oluşturmayı ve yorumlamayı merkeze alan ve Papert'in öncülük ettiği *Constructionism'i* de tanıtmaktadır. Aşağıdaki bölümde özellikler günümüz matematik eğitiminde etkili olan bilişsel, sosyal ve radikal yapılandırmacılık ayrıntı bir şekilde açıklanmıştır.

1.1.2 Yapılandırmacı Öğrenme Kuramları

Yapılandırmacı yaklaşım genelde bilginin bireyin önceden var olan bilgilerinin üzerine inşa edildiğini, öğretmen tarafından aktarılan bilginin birey tarafından etkin bir şekilde anlamlandırılıp zihinlerinde oluşamayacağını belirtmektedir. Bu inşa sürecinde kalıtım, çevre ve diğer faktörlerin etki güçlerinin farklılığı esas alınarak yapılandırmacılığın farklı biçimleri tanımlanmıştır.

1.1.2.1 Bilişsel Yapılandırmacılık

Bilişsel yapılandırmacılık bilginin bireyin dışında ve aktarılabilecek bir gerçekler bütünü olmadığını, birey tarafından içselleştirilerek oluşturulduğunu savunmaktadır. Bilişsel yapılandırmacılar bilginin, birey tarafından bilişsel olarak oluşturulduğunu ve bireyin çevresiyle etkileşiminin önemli olduğunu belirtmektedir (Kesercioğlu 2005: 127). Bilişsel Yapılandırmacılık, genel olarak öğrencilerin kendi kişisel deneyim dünyalarında tutarlılığı düzenleyerek etkili ve tesirli olmaya uğraşırlarken, faal olarak kendilerinin bilme tarzlarını oluşturduklarını kabul etmektedir (Cobb 2007).

Bilişsel Yapılandırmacılığın temel varsayımları şunlardır (Aydın 2007: 15):

1. İnsan zihni ve biyolojik organizmalara benzer biçimde işler. Çünkü her ikisi de sürekli çevreyle etkileşim içerisinde organize olmuş sistemlerdir.

2. Bilgi, bireyin çevreyle etkileşimin bir ürünüdür ve birey tarafından bilişsel yapılar aracılığıyla yapılandırılır.

3. Bilişsel gelişim, özde düşünsel-mantıksal gelişimi ifade eder ve çocukluktan erişkinliğe doğru gidildikçe mantıksal düşünme ağır basar.

4. Mantıksal düşünme yeteneği, akran ve öğretmen ile etkileşimle desteklenerek fiziksel nesnelerin tanımlanmasını sağlar.

5. Öğrenme, bireyin zihninde gerçekleşen bireysel-bilişsel yapılardan etkilenen bir süreçtir ve öğrenmede özümseme, düzenleme ve dengeleme önemli rol oynar.

Birey doğduğu andan itibaren hiç bilmediği bir ortam ile karşılaşmakta ve her geçen gün çevresinde oluşan bu olayları öğrenmeye başlamakta zihninde kalıcı öğrenmeler oluşturmaktadır. Bu süreç içerisinde birey öğrendiği yeni bilgilerin bazılarını hemen zihnine yerleştirmekte bazılarını ise zihninde önceden var olan şemaları ile yer değiştirmektedir.

Bilişsel yapılandırmacılık Piaget' in kuramına dayalıdır ve günümüzde von Glasersfeld ve Fosnot tarafından desteklenmektedir (Yurdakul 2004). Piaget' e göre bilişsel gelişim, çevre ile etkileşimimiz sayesinde sürekli gelişen, değişen ve etkinliklerimize yön veren yapılar yoluyla gerçekleşir. Buna göre anlama zihinsel bir yapıdır, yaşantılarla oluşur. Piaget, öğrenmeyi özümseme, uyum ve bilişsel denge kavramlarıyla açıklamaktadır(Altun 2008: 29). Yeni bir bilgi bireyin önceki yapıları ile uyuşmadığında ya da örtüşmediğinde dengesizlik oluşur. Birey bu dengesizlikten rahatsız olur ve zihin dengeye ulaşmak için çabalar (Olssen 1996). Yani, birey yeni öğrendiği bilgiyi zihnindeki şemalara uyarlamakta (özümseme), uyarlayamıyorsa zihnindeki şemaları yenileyip (düzenleme) geliştirmektedir. Yeni öğrenmelerle yani özümseme ve düzenleme süreçleri ile bilişsel denge yeniden oluşur. Bu süreçte kavramların anlamlarında bazı daralma ve genişlemeler olur. Birey yeni bir durumla karşılaşınca bilişsel dengesi bozulur. Daha açık bir ifadeyle, yeni karşılaştığı bir durumun bireye, mevcut bilgisinin yeterli olmadığını ve yeni bir şeyler öğrenmeye ihtiyacı olduğunu fark ettirmesine bilişsel dengenin bozulması denir. Eğer öğrenme isteği doğmaz ise denge bozulmamış demektir. Düzenleme sırasında bilgi bazen genişler bazen daralır (Altun 2008: 29-30).

Bilişsel gelişim denge sonucunda oluşur. Yeni bir bilgi bireyin önceki yapıları ile uyuşmadığında dengesizlik oluşur. Organizma dengesizlikten rahatsız olur ve dengeye ulaşmaya çalışır. İşte öğrenme bu çaba sonucunda oluşur. Bu çaba iki şekilde olabilir. 1) varolan yapının içine yeni bilginin özümsenmesi 2) varolan yapıların yeniden yapılandırarak yeni bilgiye uyum sağlaması. Piaget' e göre bilgi şemaları ya da yapıları, dünya ile giderek daha karmaşık etkileşimler kurma sonucunda gelişmektedir. Eski şemalar ya da yapılar yeni şemaları yada yapıları etkileyerek eski bilginin yerini yeni bilgiler almaktadır (Olssen 1996: 281). Piaget' ye göre bilginin örgütlenmesi, bilinçli bir zekaya sahip olan organizma ile çevre arasındaki etkileşimin sonucunda gerçekleşir (von Glaserfeld 1995).

Piaget, biyolojik bir bilişsel gelişim görüşü yaratarak yapılardaki değişmezlikle insan bilişindeki değişmezliği tanımlamak istemiştir. Piaget' e göre üst düzey fonksiyonlar mantık-matematiksel bilgiye dayanmaktadır. Üst düzey bilişsel fonksiyonun gelişimini; mantıklı düşünmeye, nesne özelliklerini yapılandırmaya uzay, zaman ve sayı gibi yapıları anlamaya dayanır. Piaget' e göre dil, birçok imgesel fonksiyonların en önemlisi olsa da, ifade sistemlerinden sadece birisidir. Piaget zihinsel işlemlerin dil gelişimine katkı sağladığına, tam tersinin söz konusu olmadığına inanmaktadır (Koç 2002: 23). Vygotsky' ye göre, çocuğun bilimsel kavramların geliştirmesi için öğretim ya da en azından bireyler arası etkileşim gerekir. Sosyokültürel boyut bireyler arası ilişkilerden kendi içine yönelmeyi ve bu içselleştirmede dilin rolünü vurgular. Oysa Piaget, dilin zihinsel işlemler sonucu ortaya çıktığına ve zamanla etkileşim kurulduğuna inanmaktadır.

Piaget' in bilişsel gelişim kuramının sosyal faktörlere gereken değeri vermediği, çocuğun bilgi ve dünya anlayışını sosyal bağlam dışında tamamen kendi başına edindiği biçiminde yanlış bir anlama vardır (Koç 2002). Piaget' in kuramı çocuğun hem sosyal hem de fiziki dünyadaki etkileşiminin önemini vurgulamaktadır. Bu etkileşimler sonucu çocuk fiziksel, mantıksal-matematiksel, sosyal olmak üzere üç çeşit bilgi içeren şema ya da bir düşünce sistem oluşturmaktadır (Cummings ve Harlow 2000: 301). Yaşıtları ile işbirliği sonucu çocuğun eleştirme ve tartışma becerileri gelişir. Piaget sosyal etkileşime gerekli önemi vermediği için eleştirilmektedir. Oysaki uyum sağlama için en önemi olgu sosyal etkileşimdir (von Glasersfeld 1995). Ayrıca yapılandırmacılar Piaget' i içsel, genetik olarak geçen yetenek açıklamasını kabul etmemekte, Piaget' yi öğrenmede kültürün etkisini dikkatte almadığı için de eleştirmektedir (Baker ve Piburn 1997).

1.1.2.2 Sosyal Yapılandırmacılık

Sosyal yapılandırmacılık bilginin birlikte yaşayışın bir sonucu olarak ortaya çıktığı düşüncesini temel alır ve bilgi oluşturmada sosyal ve kültürel süreçlerin, öğretim etkinliklerinin önemini vurgular (Cobb 1994; Tomic ve Nelissen 1998). Bu kurama göre, bilgi bir insan ürünüdür ve sosyal ve kültürel olarak oluşturulur. Bireyler anlamı, birbirleriyle ve çevre ile etkileşimleri sonucunda yaratırlar (Gredler 1997). Birey günlük yaşamını sosyal bir ortam içerisinde geçirmekte ve yaşamı süresince bu toplulukla etkileşime girerek bilgi alışverişi yapmaktadır. Buna bağlı olarak ta yaşamında sahip olduğu birçok bilgi, fikir ve deneyime sahip olmaktadır.

Sosyal yapılandırmacı kuramın temel varsayımları şunlardır (Aydın 2007: 18):

1. İnsanın bilişsel etkinlikleri şu temeller üzerinde yapılanır:

   * İnsan zihninin doğası
   * İnsanın biyolojik yapısı, kültürel, tarihsel ve psikolojik gelişimi
   * İnsanda gelişmeyle birlikte ortaya çıkan biyolojik süreçler
   * İnsanda ortaya çıkan dinamik psikolojik süreçlerin deneysel yöntemlerle araştırılması

2. Bilgi, toplumsal-kültürel bir bağlamda inşa edilir.

3. Dilsel-sembol sistemleri, eylemsel olarak çevreye uyum sürecinde insanlar tarafından geliştirilmiştir.

4. Dil ve kültür, bireylerin nesneler dünyasını anlamlandırmasını etkiler.

5. Öğrenme, toplumsal-kültürel bir ortamda dilsel bir bağlamda gerçekleşir ve sosyal etkileşimin bir ürünüdür.

6. Öğrenmeler, salt gelişim dönemine bağlı değildir, çoğu kez gelişimin önündedir. Çünkü öğrenme gelişimi etkiler ve yönlendirir. Bu nedenle, kişinin kendi başına öğrenebileceği şey ile başkasının yardımı ile öğrenebileceği şey arasındaki farkı görmek önemlidir.

Sosyal yapılandırmacılar öğrenmeyi açıklamada, öğrenmede yaşadıkları bu çevredeki kültürün ve dilin önemli etkiye sahip olduğunu vurgulayan Vygotsky' in görüşlerini kullanır. Vygotsky öğrenmenin Piaget' in öne sürdüğü gibi kişinin sadece kendi başına gerçekleştirdiği bir süreç olmadığını, öğrenmede sosyal etkileşimin ve dilin de önemli yer tuttuğunu öne sürmüştür (Özden 2003: 60).Vygotsky'nin üzerinde durduğu temel soru, öğrenenin nasıl öğrendiğidir. Vygotsky, öğrenenlerin anlamları nasıl yapılandırdıklarını keşfetmiştir. Vygotsky'e göre, sosyal yaşantılar düşünme ve dünyayı yorumlama yollarını şekillendirmektedir. Ona göre, bireysel biliş sosyal bir ortamda ortaya çıkmaktadır. Grup, üst düzey zihinsel öğrenme için çok önemli bir öğrenme biçimi olarak değerlendirilmektedir. Çünkü grupta bilgiyi birlikte yapılandıran ve bu etkinliği genelde dil yoluyla transfer eden daha bilgili akranlar ve yetişkinler bulunmaktadır (Jaramillo 1996).

Vygotsky'e göre, çocukta bilişsel gelişim dil gelişimiyle birlikte başlar ve çocuk sosyal çevresiyle etkileşerek öğrenir. Çocuklar problemlerini kendi bilişsel gelişim seviyelerinden ziyade, yetişkinlerin veya akran gruplarının yardımını alarak çözmektedir ve bundan dolayı sosyal etkileşim bilişin gelişmesinde temel bir rol oynar. Öğrenme için çevreye gereksinim vardır. Doğru bilgi insanın zihninde bulunmaz, o bireyler arasında birlikte arayışın bir sonucu olarak oluşur. Bu bakımdan öğrenme ortamının ve o ortamdaki bireylerle iletişim kurmanın bilgi edinmede büyük bir payı vardır.

Vygotsky bilişsel gelişime ilişkin üç temel kavram (içselleştirme, yakınsal gelişim alanı ve yapı iskeleti) üzerine kuramını temellendirmiştir. Bunlar aşağıda açıklanmıştır.

İçselleştirme Kavramı: Bu kavram, gözlenen sosyal ortamdaki bilginin emilmesi ya da kazanılması anlamında kullanılmaktadır. Vygotsky' e göre bilgi ve becerilerin kazanılması ve öğrenilmesi; problem çözme sırasında sembolleri kullanma eğilimiyle ve sosyal etkileşim yoluyla gerçekleşmektedir. Vygotsky için içselleştirme bir tür gelişimsel mekanizma olarak görülmektedir. İçselleştirme kavramının içeriğinde kişinin edindiği bilgiyi ancak kendisinin kullanabileceği yatmaktadır.

Vygotsky'ye göre, çocuğun bilimsel kavramları geliştirmesi için öğretim ya da en azından bireylerarası etkileşim gerekir. Sosyokültürel boyut bireylerarası ilişkilerden kendi içine yönelmeyi ve bu içselleştirmede dilin rolünü vurgular (Confrey 1995). Vygotsky'ye göre dil gelişimi karmaşık fikirlerin içselleştirilmesi için gereklidir. Çocuğun dil becerilerinin gelişimine yardımcı olma, düşüncenin gelişimine de yardımcı olur. Çocuğun dil becerileri güçlüyse, çocuk yetişkin konuşmalarını daha iyi anlar, bu konuşmalardan daha fazla bilgi edinir, ya da tam tersi yetişkinlerin kullandığı kelimelerin çoğunu anlamadığı için çok az bilgiyi içselleştirir. Yapılandırmacı ortamda dil düşünceyi şekillendirmekte, birey ve dünya arasında aracılık kurmaktadır. Vygotsky diğer insanlarla konuşmanın yavaş yavaş içselleştirildiğini ve bireyin bu içsel konuşma yoluyla problemleri çözebildiğini belirtmektedir (Hirtle 1996).

Yakınsal Gelişim Alanı (The Zone of Proximal Development): Vygotsky' nin öğrenme ve bilginin gelişimi konusundaki görüşleri, çocukların düşünmesinde yetişkinlerin önemli bir role sahip olduğunun ortaya koymaktadır. Vygotsky bireyin öğrenmeyi düzenlenmiş yaşantılarla kazanamayacağını buna karşın sosyal olarak oluşturabileceğini ileri sürmüştür. Vygotsky, Yakınsal Gelişim Alanını, bağımsız problem çözmeyle belirlenen gerçek gelişim seviyesi ile problem çözme sırasında yetişkin ya da akran yardımıyla belirlenen potansiyel gelişim seviyesi arasındaki uzaklık olarak tanımlamaktadır. Yakınsal gelişim alanı, öğrenimin oluştuğu yer ya da alan olarak değerlendirilmektedir. İçselleştirme ise bu alanda olan öğrenme işlemini tanımlamaktır. Yakınsal gelişim alanı, çocukların öğrenmeye hazır olmasını bilişsel yapı ya da olgunluktan çok, üzerinde çalışılan konuyla ile ilgili önbilgilerin açığa çıkarılmasının önemi olduğunu ortaya koymaktadır. Öğretmen ve akran dayanışması öğrenene yakınsal gelişim alanı içinde bilgilendirme sağlayarak zihinsel gelişimine yardım etmektedir (Jaromillo 1996; Koç 2002; Yurdakul 2004).

Yakınsal gelişim alanı, öğrencinin öğrenmesini iyi bir şekilde destekleyecek öğrenme ortamının planlanmasında kullanılabilir. Bu ortam, öğrenci için anlam ifade eden ve bilgisini ya da yani bilgiyi uygulayabileceği ve yardım alabileceği bir ortam olmalıdır. Öğrencileri, çözebildikleri problemlerden başlayarak ve gittikçe daha zor problemleri çözmeleri desteklenmelidir.

Yakınsal Gelişim Alanı çocuktan çocuğa değişir ve öğrencinin bilimsel kavramın mantığını anlama yeteneğini yansıtır. Bu nedenle, çocuğun sadece bireysel olarak problem çözmesini göz önünde bulunduran test ve okul içi çalışmaların uygun olmadığı görüşündedir ve çocuğun bir yetişkinle işbirliği içinde kavram oluşturma konusundaki gelişiminin izlenmesinin öğrencinin yeterliliklerini görmek için daha uygun olduğunu savunur (Fosnot ve Perry 2007).

Yapı İskelesi (Scaffolding): Öğrenene nasıl yardım ve destek sağlanacağını betimleyen bir kavram olan "scaffolding" kavramı, Bruner ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmalarda öne sürülmüştür. Bu kavram, bir öğretmen ya da aile tarafından sağlanan yardım ve desteği açıklamaktadır. Bilişsel gelişimi harekete geçirmenin etkili yollarından biri olarak değerlendirilmektedir. Yapı iskelesi kavramını kullanan öğretmenler, bireylerin hem bilişsel yeteneklerinin gelişmesine hem de sosyal ve duygusal ihtiyaçlarının karşılanmasına katkıda bulunmaktadırlar. Yapı iskelesi için yakınsak gelişim alanı içinde işbirliğine dayalı problem çözme etkinlikleri önemli görülmektedir (Yurdakul 2004: 30-31; Fosnot ve Perry 2007).

Sosyal yapılandırmacılık, zihinsel süreçlerin temelinin toplumsal süreçler olduğunu varsayar. Bilginin bireyler tarafında değil topluluk tarafından yapılandırıldığını belirtir. Yaşantılardan çıkarılan anlamlar bir topluluğun üyeleri tarafından kabul edilmesi koşuluyla geçerlidir. Bilginin yapılandırılması, bilgi hakkında görüş birliğinin oluşturulabilmesi için grup üyelerinin etkileşimde bulunması gereklidir. Üyelerin birlikte gerçekleştirecekleri etkinlikler, yapacakları konuşmalar ortak bir anlayış oluşmasına yardımcı olur. Gruptaki daha iyi bilen kişiler, diğerlerinin kavramsallaştırma süreçlerini kolaylaştırır. Bu süreç, bireyin kişisel eylemin ötesine geçmesini sağlar (Açıkgöz 2004).

Sosyal yapılandırmacıların yapılandırmacılığa en büyük katkıları, öğrenmede sosyal çevrenin ve dilin önemini vurgulamalarıdır. Yani yapılandırmacılığa sosyal bir boyut kazandırmışlardır. Vygotsky' nin teorilerine dayanarak, sosyal yapılandırmacıların eğitimsel çıkarımları şu şekilde özetlenebilir (Özden 2003; Yurdakul 2004; Koç 2002):

- Öğrenme ve gelişim, sosyal bir etkinliktir; öğrenci kendi bilgisinin bilicinde, kendi anlama şekliyle oluşturur ya da oluşturmaz.
- Öğretmenler, çocukların kendi başlarına ilerlemelerine yardım etmek için yeterince rehberlik sağlamalıdır.
- Öğrencilerin birbirleriyle çalışmaları ve etkileşimleri sağlanmalıdır. Öğrenciler, edindikleri yeni bilgileri arkadaşlarıyla ve öğretmenleriyle paylaşarak, tartışarak anlamlandırabilirler.
- Öğretim çocuğun o anki bilgi seviyesinden her zaman ileri düzeyde olmalıdır. Öğretmenlerin, çocukların yakınsak gelişim alanı içinde öğretim yapmaları gerekmektedir. Çocuklar kapasitelerinin en üstünde işlem yapamadıklarında uygun bir rehberlikle çocukların bu alan içinde gelişmelerine yardım edilmelidir.
- Öğrenciler içsel kavramlarının daha doğru ve genel olması için bilimsel kavramlarla yüz yüze bırakılmalıdır.

Bilişsel ve sosyal yapılandırmacılığın ortak noktası bilginin kişinin dışında ve aktarılabilecek bir gerçeklik olmadığı kişi tarafından içselleştirilerek oluşturulduğu noktasıdır. Bu iki yaklaşım ayrıldığı nokta, bilginin sadece bireyin zihninde yapılandırılmadığı, zihinsel fonksiyonların yanı sıra sosyal etkileşimlerin ve inançların da bilginin oluşumunda etkili olduğudur. Sosyal Yapılandırmacı Kuram, öğrencilerin bilgiyi oluştururken, yetişkinler tarafından geliştirilen materyal ve açıklamaları temel almaktan ziyade, çocuklar için daha anlamlı ve anlaşılır olacağı için, kendilerinin geliştireceği materyalleri önemser (Nelissen ve Tomic 1998). Kısacası, bilgi ve becerilerin kazanılması ve öğrenilmesi, problem çözme sırasında sembolleri kullanma eğilimiyle ve sosyal etkileşim yoluyla gerçekleşmektedir. Çocuğun gelişiminde her fonksiyon öncelikle insanlar arasında sosyal olarak, daha sonra da bireysel düzeyde yani çocuğun kendi zihninde olmak üzere iki kez ortaya çıkmaktadır (Yurdakul 2004: 29).

1.1.2.3 Radikal Yapılandırmacılık

Bilişsel yapılandırmacılığın temel esaslarına ek olarak radikal yapılandırmacılık, gerçekle ilgili bilgi, bireyin kendi deneyimlerine, algılama kapasitelerine ve çevre ile etkileşimine bağlı olarak oluştuğunu kabul eder. Her bireyin deneyim ve çevresi farklı olacağı için bilgisi de farklı oluşur. Bir durumla ilgili herkesin oluşturduğu bilgi aynı olmaz ve farklılıklar gösterir. Yani, bilgi bireysel olarak yapılandırılır. Birey için anlam ifade etmeyen, algılanamayan gerçeklikler o birey için bilgi değildir (Altun 2008: 30). Radikal yapılandırmacılığı savunanlar; sosyal etkileşimi ve grupta tartışmayı, *derin düşünme*yi sağladığı için önemli bulmaktadırlar. Sosyal etkileşim, derin düşünmeyi sağlamakla bireye bilgiyi oluşturmada ciddi fırsatlar sunabilir (Doolittle 1999). Bununla birlikte, Radikal oluşturmacılık sosyal etkileşimin önemini inkar etmemekle birlikte, anlamanın sosyal bir etkileşimle aktarılamayacağını ve kişisel gayret ve beceriyle herkesin kendi anlayışını kendisinin oluşturması gerektiğini vurgular. Radikal oluşturmacılık kişinin asla mutlak gerçeğe ulaşamayacağını ve öğrenmenin hayat boyu süreceğini savunur.

Radikal yapılandırmacılığın temel varsayımları şunlardır (Aydın 2007: 20):

a. Nesnel gerçeklik (yani kendinde olan şey) bilinemez.

b. Bilgi, bireysel bilişsel yapılarca inşa edilir.

c. Bilgi, belli bir perspektifin ürünüdür ve görecelidir.

d. Her bireyin nesneler dünyasına ilişkin inancı biriciktir ve diğerleriyle karşılaştırılamaz.

Bilişsel yapılandırmacılıkta bireyin kendi deneyimlerine dayalı oluşturduğu öznel yapıların yanı sıra, bu öznel yapılardan farklı olarak bireyden bağımsız nesnel yapıların da olduğunu kabul eder. Bu düzenler (kurallar, genellemeler) oluşturulduktan sonra matematik bireyden ayrı bir yapı haline gelir. Radikal yapılandırmacılık da böyle nesnel bir yapı (gerçeklik) yoktur, yapı yalnız bireyin kendi deneyimleri ile oluşur ve bireye özgüdür. Hiç kimsenin bir diğer kişinin deneyimlerinden oluşan dünyası hakkında doğrudan bilgisi yoktur, ancak diğerlerinin bilgi ve deneyimlerinin kişisel modellerini oluşturabilir (Goldin 1990). Geçmiş deneyimlerinden oluşturulan zihinsel yapılar, birinin devam eden deneyimlerini zihninde düzenlemesi üzerinde etkilidir ki, bu da bilişsel yapılandırmacılıkta yer alan *adaptasyon* süreci ile uyuşmaktadır (Cobb 1994).

Radikal yapılandırmacılık, nesnel bilginin olanaklılığını göz ardı eder ve tüm bilgiyi bilenin zihinsel yapısına bağımlı hale getirir. Ona göre bilgi oluşturma dışsal gerçekliğin bilince baskısının bir sonucu değildir, birey sadece duyu organları aracılığı ile aldığı duyum izlenimleri ile temas halinde olduğu düşüncelere sahiptir. Bu açıdan bilginin temelinde, çevreye uyum sağlamak yatmaktadır. O bu uyum sürecini anlatırken, nesnel gerçekliğin var olduğuna inanmak için bir nedenimizin bulunmadığını, bireyin öznel olarak işlevsel inançlar oluşturduğunu ancak bu inançların bireyin bilişinin dışında nesnel bir gerçekliği temsil ettiğinin ileri sürülemeyeceğini belirtmektedir. Ona göre, nesnel gerçekliğin bilinemez oluşu, diğer bireylerin bizimkilere benzeyen yapılar oluşturup oluşturmadıklarının da bilinemeyeceği anlamına gelmektedir. O daha da ileriye giderek, görünüşe ait bilgilerimize dayanarak, diğer bireylerin var olduğuna inanmak için somut bir nedenimizin dahi bulunmadığını ileri sürer (Aydın 2007: 19).

Radikal yapılandırmacılık nesnel gerçekliğin ne olabileceğini bilmenin bir yolunun olmadığını, bireylerin deneyimlerini kendi öznel zihinsel yapılarıyla düzenlediklerini ifade eder (Smith 1997). Yani, hiç kimse birinin bilgisinin bir diğer insanınki ile aynı olduğu sonucuna varmamalıdır. Bu nedenle, bu kurama göre matematik öğrenme ve öğretiminin etkililiğini değerlendirmek için betimleyici durum çalışmaları, deneysel ve kontrol edilen şartları içeren çalışmalardan daha önemlidir (Goldin 1990).

Radikal yapılandırmacılık dünyanın doğrudan bilinebilmesi, bilginin öğretmen ve öğrenci arasında doğrudan transfer edilebileceğini reddetmektedir. Von Glasersfeld, bilginin öğrenen tarafından aktif yapılandırılmasının yanı sıra, yaşamımızdaki eylemlerimize dünyayla baş edebilmemize yardımcı olan adaptasyon amacının da düşünülmesi gerektiğini belirtmiştir (Yeşildere ve Türnüklü 2004).

Radikal yapılandırmacılığa göre hiçbir bilgi eşsiz, değişmez ve tek yol değildir. Bir problemin çözümü çok başarılı ve kullanışlı gözükebilir ancak bu çözümün tek olası çözüm olarak ilan edilmesi doğru değildir. Öğrencilerin yaratıcı ve eleştirel düşünmelerinde ilerleme sağlayabilmek için öğrenciler birden fazla çözüm yolunun bulunduğu problemler ile karşı karşıya bırakılmalı, hatta öğrencilere birden fazla doğru cevabın olabildiği problemlerin fazla olabileceği gösterilmelidir (Yeşildere ve Türnüklü 2004).

Yukarıda özetlenen yapılandırmacı kuramlarının birbirleriyle olan ilişkisini kısaca değerlendirmek gerekirse, üçü de nesnel gerçekliği reddetmektedir. Bilişsel yapılandırmacılığa göre nesnel gerçeklik bilişsel yapılarla şekillendirilirken, sosyal yapılandırmacılıkta nesnel gerçekliği dile ve kültüre bağımlı olduğu vurgulanmaktadır. Radikal yapılandırmacılık ise nesnel gerçekliğin bilinemeyeceğini çünkü gerçekliğin kişinin öznelleştirdiğini belirtmektedir.

Şimdiye kadar yapılandırmacılığın kavramsal temelleri üzerine bilgiler aktarılmıştır. Aşağıdaki bölümde yapılandırmacılığın uygulama boyutu üzerinde bilgilere değinilmiştir. Bu kapsamda yapılandırmacılığın öğrenme ve öğretme ilkelerine, yapılandırmacı öğrenme ortamlarının özelliklerine ve yapılandırmacılığa uygun olarak tasarlanmış uygulama örneğine yer verilmiştir.

1.1.3 Yapılandırmacı Öğrenme ve Öğretme İlkeleri

Yapılandırmacı öğrenme-öğretme süreçlerinde dikkate alınması gereken temel ilkeler Lebow (1993) tarafından geliştirilmiş olmakla birlikte, yapılandırmacı öğrenme kuramcıları tarafından yeniden yorumlanmış ve genişletilip derinleştirilmiştir. Yapılandırmacı öğrenme kuramcılarının bu konuda temel noktalarda görüş birliği içinde oldukları anlaşılmıştır.

➢ *Yapılandırma etkin bir süreçtir.* Bilgiyi yapılandırma doğal bir süreçtir. İnsan bir şeyi bilmeye ihtiyaç duyduğu zaman, önceki bilgileriyle yeni bilgi arasında bağ kurmaya çabalar. Öğrenciler kendi öğrenmelerine katıldıklarında daha fazla ve anlamlı öğrenirler. Birey yeni öğrenmeye ilişkin yapı oluşturmadıkça, kendi kelimeleri ile ifade etmedikçe ve anlamını düşünmedikçe öğrenme gerçekleşmeyecektir. Her birey aynı fikre ilişkin kendi özel anlamını yaratır. Yapılandırmacı öğrenmenin temel fikri öğrencilerin önbilgilerinin yeni bilginin yorumlanmasını etkilediği ve bilginin özgün problemleri çözme sonucunda yapılandırdığıdır (Windschilt 2000: 122).

➢ *Anlama adaptasyon sonucu ortaya çıkar.* Yapılandırmacı yaklaşıma göre bilgi uyum sağlayıcı bir faaliyettir. Birey, çevresi ile etkileşim içerisindeyken kendi bilgisini sürekli değerlendirir. Bu değerlendirme eski bilginin yeniden yapılandırılması ya da yeni bilgiye ilişkin yeni bir yapı ile sonuçlanabilir. Bu süreç sonucunda bireyin bilgisi artar ve çevresine uyum sağlaması kolaylaşır.

- *Eski bilgiler ve yaşantılar yeni öğrenmelere temel oluşturur.* Yapılandırmacılığa göre yeni bilgi önceki bilgilerden bağımsız bir şekilde oluşmaz. Yeni bilgi, öğrenilmiş eski bilgi ile ilişkilendirildiğinde anlamlı duruma gelir. Eski bilgiyi harekete geçirmek yeni öğrenilecek bilginin etkili ve kolay öğrenilmesini sağlar (Driscoll 2000: 383).

- *Bilgi edinme sürecinde bağlam çok önemlidir.* Yapılandırdığımız bilgi ve geliştirdiğimiz beceriler, yaşantıların gerçekleştiği bağlamla ilgili bilgiyi içerir. Herhangi bir bağlamla ilişkisi olmayan kural ve ilkeler öğrenci için çok az anlam taşır. Gerçekten anladığımız bilgi ve becerileri rahatlıkla uygularız. Bazı bağlamları kullanmadan yalnızca olgu ve kavramları öğretmeye çalışmak, öğrencide anlamlı yapılar oluşturmaz. Üst düzey hedefler yalnızca anlamlı etkinliklerin uygulandığı bir bağlamda gerçekleşebilir (Koç 2002).

- *Bilgi, temel fikirler etrafında yapılandırılır.* Yapılandırmacı yaklaşımın amacı öğrenen kişinin uzman biri gibi bilgiyi kullanmasıdır. Bu amaca ulaşmak için de öğrencinin incelediği alanın temel kavramlarının ve fikirlerini kazanmış olması gerekir (Driscoll 2000: 381). Buradaki esas önemli olan kişinin bilgiyi yalnızca hatırlaması değil, araştırmacı, problem çözücü ve eleştirel düşünür olmasıdır.

- *Öğrenme sosyal bir etkinliktir.* Öğrenme sosyal etkileşim ile gerçekleşir. Sosyal ortam, alternatif görüşlerin ve anlamların test edilebilmesi yönelik imkan sunarak anlamların yeniden düzenlenmelerini desteklemektedir. Öğrenme diğer bireylerle etkileşime girildiği zaman daha etkili olmaktadır. Fikirlerini açıklamak fikirler arasında yeni ilişkilerin kurulmasını sağlamaktadır. Sosyal yaşantılar, düşünme ve dünyayı yorumlama yollarını şekillendirmektedir (Vygotsky 1999). Bireyin zihinsel süreçleri sosyal bir ortamda ortaya çıkmaktadır. Grup, üst düzey zihinsel öğrenme için çok önemli bir öğrenme biçimi olarak değerlendirilmektedir. Çünkü grupta bilgiyi birlikte yapılandıran ve bu etkinliği genelde dil yoluyla transfer eden daha bilgili akranlar ve yetişkinler bulunmaktadır (Jramillo 1996: 134).

- *Bilgi yapılandırma; kültür ve toplumlara göre değişir.* Dünya ile ilgili bilgi ve inançlarımız toplumdan, toplumun bilgi ve inançlarından etkilenir. Birey toplumdaki etkinliklere katılarak, toplumun önemli bir parçası olan kültürü özümser. Dünya üzerinde farklı toplumlar vardır ve bu toplumların dünyayı algılama ya da anlamlandırmaları farklı olabilmektedir. Bu nedenle bilgi yapılandırma süreci de toplumların bakış açılarına göre değişmektedir.

1.1.4. Yapılandırmacı Öğrenme Ortamları

Yapılandırmacı eğitim ortamları, bireylerin öğrenme ortamıyla daha fazla etkileşimde bulunmalarına, dolayısıyla zengin öğrenme yaşantıları geçirmelerine olanak sağlayacak şekilde düzenlenmelidir. Böylece bireyler, daha önceki öğrendiklerini sınama, yanlışlarını düzeltme ve hatta önceki bilgilerinden vazgeçerek yerine yenilerini koyma fırsatı elde ederler (Yaşar 1998).

Yapılandırmacı öğrenme ortamında, öğretimin merkezinde öğrenci vardır. Geleneksel öğretim ortamında ise öğretimin merkezinde öğretmen vardır. Yapılandırmacı öğrenme ortamında öğrencinin hazır bulunuşluk düzeyi önemlidir. Yapılandırmacı sınıflar, öğrencilerin bilgiyi yapılandırmasına yardımcı olacak şekilde düzenlenmelidir. Öğrenme ortamında öğretmen, öğrencilerin kendi bilgilerinin yapılandırmasına yardımcı olmalıdır. Yapılandırmacı sınıf ortamında öğretmen, öğrencilerin düşünce ve görüşlerine büyük önem vermelidir.

Yapılandırmacı eğitim ortamının özellikleri şöyle sıralanabilir (Demirel 2006: 134)

• Ele alınan konuyla ilgili analiz ve değerlendirmelere geçmeden önce temel kavramlar tanımlanmalıdır.

• Bilgiyi yapılandırma sürecinde öğrencilere deneme ortamı sağlanmalıdır.

• Ele alınacak örnekler öğrenciler için anlamlı olmalı, dolayısıyla örneklerin günlük yaşantıdan, bulunulan çevreden seçilmesine özen gösterilmelidir.

• Belli bakış açılarına sahip öğrencilerin kendi bakış açılarını sahiplenmesine, ifade etmesine ve savunmasına olanak verilmelidir.

• Eğitim ortamına “sınıflandır”, “çözümle”, “tahmin et” ve “oluştur” gibi, eylem ifadeleri egemen olmalıdır.

• Öğrencilerin gerek birbirleriyle gerekse öğretmenle rahatça diyalog kurmalarına olanak sağlayan bir ortam yaratılmalıdır.

• Bilginin yeniden üretilmesinden daha çok, bilginin oluşturulmasına özen gösterilmelidir.

Yapılandırmacı anlayışın başarıyla uygulandığı ortamlar, gerçek demokrasinin yaşandığı yerlerdir. Bu ortamlarda hem eğitici hem de öğrenci etkin olarak çalışır (Akar ve Yıldırım 2004). Yapılandırmacı sınıf ortamında öğrencilerin farklı görüşler sunmalarına fırsat verilmeli ve öğrencilerin fikirlerini korkmadan açıklamalarına ve bu fikirlerini de savunmalarına imkân verilmelidir. Yapılandırmacı yaklaşımda sınıf ortamı, öğrenenleri öğrenmeye motive etmek ve öğrenenlerin konuya ilgisini çekmek için öğrenmeye uygun olarak düzenlenir. Bu düzenlemenin nasıl olacağına öğretmen ve öğrenenler birlikte karar verir (Şaşan 2002).

Yapılandırmacı kuramda öğrenme uygulamalarında öğrenenlerin yerine getirmeleri gereken öğrenme görevlerinin ya da öğrenecekleri içeriğin gerçek yaşamdaki kadar karmaşık ve ayrıntılı olması gereklidir. Böylece, öğrenilecek olan bilgilerin gerçek yaşam bağlamında yer alması ve yeni bir durumla karşılaştığında kolayca transfer edebilmesi sağlanır. Bu tür bir eğitim alan öğrenenler yaşamda daha başarılı olur (Can 2004).

Öğretenler günlük yaşamdan örnekler vererek öğrencilerin konuyu daha kolay kavramalarına yardımcı olur. Günlük yaşamdan ve çevreden seçilen örnekler onların günlük yaşantıda tecrübe kazanmalarını sağlar. Bu yüzden yapılandırmacı sınıf ortamlarında öğrencilere verilen örnekler günlük yaşamdan seçilir. Eğitim-öğretim ortamında somut materyaller her zaman önemlidir. Çünkü öğrenenler için somut materyaller akılda daha fazla kalıcı olmaktadır.

Yapılandırmacı öğrenme ortamında öğrencilerin, öğrenme ortamına aktif katılımını sağlayacak ve öğrenenlerin derslerden zevk almasını sağlayacak etkinlikler hazırlanmalıdır. Yapılandırmacı öğrenme ortamında yararlanılan somut materyallerden biri de çalışma yapraklarıdır.

Yapılandırmacı öğrenme ortamında öğrenenlerin bilgilerini yapılandırmasına öğretmen yardımcı olur. Sınıf ortamında "kural oluştur, sınıflandır, tahmin et" gibi sorular sorularak öğrenenlerin düşünmelerine ve bilgiyi yapılandırmalarına yardımcı olunur.

Yapılandırmacı sınıfların özellikleri aşağıda özet olarak verilmiştir (Taşkın ve Özer 2006, 13):

1. Eğitim programlarıyla ilgili etkinlikler geniş ölçüde birincil (deneme, gözlem) derecedeki kaynaklara dayanır.

2. Öğrenciler, kendi öğrenmelerinden sorumlu olan, çevreden edindikleri bilgilere kendi zihinlerinde anlam veren ve bu nedenle de eğitimde aktif olan bireyler olarak algılanırlar.

3. Öğretmenler, öğrenme sürecinde bir öğrenen olarak, öğrencilerle etkileşime girerler ve öğrencilerin öğrencilerle etkileşime girmesine izin verirler.

4. Öğrenciler, sınıfta genellikle grup içinde ve diğer öğrencilerle birlikte çalışırlar.

5. Asıl amaç anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilmesidir. Bunu sağlamak için ders, gerektiğinde bütünden parçaya doğru işlenir.

6.Öğretim sürecinde, öğrencilerin istekleri, ilgileri, ihtiyaçları ve çeşitli konularla ilgili soruları geniş yer tutar.

7. Öğretmenler, öğrencilerin belirli bir konu hakkındaki görüş ve fikirlerini anlamak için çaba sarf eder.

8. Öğrenci değerlendirmesinin öğretim sürecine entegrasyonu sağlanır ve değerlendirme öğretim sürecinde öğretmen gözlemleri veya öğrenci çalışmalarının toplanması ve sergilenmesi gibi çağdaş yaklaşımlarla gerçekleştirilir.

Yapılandırmacı sınıf, yoğun bir şekilde öğrencilerin ortak çalışmasına dayanır. Ortak çalışmanın öğrenmeye önemli bir katkısı vardır. Ortak çalışmaların yapılandırıcı sınıfta çok kullanılmasının temel sebebi ise şudur; öğrenciler öğrenme sürecince yalnızca kendi başarılarına değil, akranlarından da öğrenirler. Birbirlerinin metot ve yöntemlerinden yararlanabilir, onları alıp kullanabilirler (Titiz 2005: 39).

Yapılandırıcı sınıf, öğrenciye önceki bilgilerinin üzerine yenilerini inşa edebileceği ve gerçek deneyimlerinden nasıl yeni bilgiler oluşturacağını anlamasında yardımcı olacak fırsatlar sağlar. Bu duruma deneyerek öğrenme de denebilir.

• Deneyerek öğrenme:

• Kişisel katılımı(Bireyin katılımı),

• Öğrenenden başlamayı(Öğrenci- merkezli, öğrencinin ne bildiğini dikkate alan),

• Öğrenenin yaptığı değerlendirmeyi,

• Öğrenen üzerindeki yaygın etkiyi içerir (Thanasoulas 2005).

Yapılandırmacı öğrenme ortamında, işbirlikçi öğrenmeye dayalı öğretim ön plandadır. Öğrenenlerin birbirlerinden faydalanması amaçlanır. Yapılandırmacı anlayışın uygulandığı eğitim ortamları, bireylerin öğrenme sürecinde daha fazla sorumluluk almalarını ve etkin olmalarını gerektirir. Çünkü öğrenilecek öğelerle ilgili zihinsel yapılandırmalar, daha önce de belirtildiği gibi, bireyin bizzat kendisi tarafından gerçekleştirilir. Bu nedenle, yapılandırmacı eğitim ortamları, bireylerin çevreleriyle daha fazla etkileşimde bulunmalarına, dolayısıyla, zengin öğrenme yaşantıları geçirmelerine olanak sağlayacak bir biçimde düzenlenir.

Bu tür eğitsel ortamlar sayesinde bireyler, zihinlerinde daha önce yapılandırdıkları bilgilerin doğruluğunu sınama, yanlışlarını düzeltme ve hatta önceki bilgilerinden vazgeçerek yerine yenilerini koyma fırsatı elde ederler (Yaşar 1998).

1.1.5. Yapılandırmacı Öğrenmeye Uygun Tasarlanmış Uygulama Örneği

Aşağıda yapılandırmacılığın temel felsefesini anlamak ve yapılandırmacı bir öğrenme ortamında kullanılabilecek etkinliğe yer verilmiştir. Bu etkinlikte geometri öğretiminin temel kavramları olan özel şekiller; kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgenin tanıtılması amaçlanmıştır.

Etkinlik: Kare, Dikdörtgen, Paralelkenar, Eşkenar Dörtgen

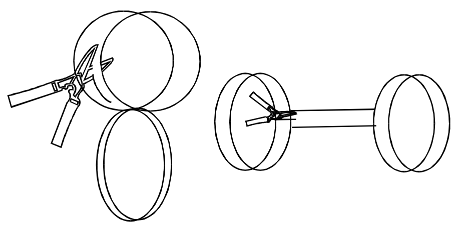
Grup: 2-3 kişi

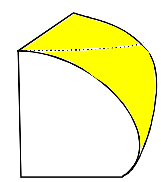
Araç-gereçler: Kağıt, makas, yapıştırıcı, çeşitli renklerde elişi kağıtları

İşlemler:

1- Kare ve dikdörtgen iki şerit (2 cm genişliğinde, aynı boy, aynı renk kestirilip sonra kıvrılarak halka yapılması.) .

2- Halkaların aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, dıştan birbirine dik olacak şekilde yapıştırılması.





3- Halkalardan birinin makasla ortasından halka boyunca kesilmesi.

4- İkinci şeridin de aynı şekilde kesilmesi. Her grubun oluşturduğu şekli sınıf tahtası üzerine yapıştırılması.

5- Meydana gelen şekil nedir? Özelliklerinin söylenmesi.

6- Şimdi farklı boylarda ve renklerde iki şerit kesilerek yukarıdaki çalışmanın yeniden yapılması. Meydana gelen şekil nedir? Özelliklerinin söylenmesi.

7- Eşkenar dörtgen ve paralelkenar elde etmek için nasıl bir çalışmanın yapılması gerektiğinin sorulması.

Bu etkinlikte kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve paralelkenarın özelliklerinin yaptıkları işlemler ve tartışmalar süreci sonunda elde etmeleri amaçlanmıştır. Etkinlik süresince öğretmen grupların çalışmalarını yönlendirerek ve sınıf tartışmaları sağlayarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerin rehberlik görevi edinmiştir. Her grup işlemler sonunda elde ettikleri şekillerin özelliklerin belirler. Gruplar farklı ebatlarda şeritler keseceğinden farklı ebatlarda kare ya da dikdörtgen elde edecekleri için sınıf tartışmasıyla farklı boyutlarda kare ve dikdörtgenleri görme ve inceleme fırsatı bulurlar. Böylelikle küçük gruplarda olan akran etkileşimi gruplar arası etkileşimle daha da pekiştirilmiş olur. bu tartışmalar sonucunda öğrenciler kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve paralelkenarı özelliklerini kendileri belirleyerek daha kalıcı bir öğrenme gerçekleştirmiş olurlar.

1.2. GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİ

Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME), matematik öğretimi ve öğreniminde ihtiyaç duyulan reformu gerçekleştirmek amacıyla, Hollandalı matematikçi ve eğitimci olan Hans Freudenthal tarafından temeli atılan bir matematik öğretimi yaklaşımı ve alana özel (*domain-specific*) bir eğitim teorisidir. Gerçekçi Matematik Eğitimi temelde yapılandırmacı öğrenme kuramına benzemekte olmakla birlikte bir öğretme kuramı olması, tek disiplin üzerinde yoğunlaşması ve bilginin yapılandırılmasında izlenen yolların farklılığı nedeniyle yapılandırmacılıktan ayrılmaktadır.

Freudenthal (1968) matematiği bir insan aktivitesi olarak ele almış ve matematiğe aktarılacak bir konu ya da yapı olarak da bakmayarak geleneksel yaklaşımın birçok düşüncesini reddetmektedir. Diğer bilgiler gibi matematik de, insan keşiflerinin ve sosyal etkinliklerin ürünüdür. Sabit, değişmeyen bir yapıya sahip değildir, gerçeklikten ortaya çıkar ve bireysel veya toplu öğrenme süreçleriyle sürekli olarak gelişir ve büyür (Van Den Heuvel-Panhuizen 2003). GME' ye göre matematik organize, tümdengelimli bir sistemdir ve matematik eğitiminde öğrenme süreci bu sistemin yapısına uygun şekilde yönlendirilmelidir. GME'de öğrenme bir problem çözme süreci olarak yorumlanabilir (Olkun ve Toluk 2003: 21) Freudenthal (1991) geleneksel yaklaşımı anti-didaktik olduğunu belirtmiştir. Geleneksel yaklaşımlarda matematikçilerin çalışmalarının son ürünleri matematik eğitiminin başlangıç noktası olarak ele alınır. Ancak, Freudenthal (1991) matematik eğitiminin başlangıç noktasında matematiğin hazır yapılmış bir sistem olarak değil, bir etkinlik olarak ele alınması gerektiğini savunur.

1.2.1 Gerçekçi Matematik Eğitiminin Tarihçe

Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME), ilk olarak Hollanda'daki Freudenthal Enstitüsü tarafından geliştirilen ve tanıtılan matematik öğretimindeki bir öğrenme ve öğretme teorisidir. Freudenthal ve Freudenthal Enstitüsü'nün en eski öncüleri meslektaşları tarafından GME' nin geliştirilmesi için vakıflar oluşturulmuştur. Reform hareketi için gerçek atılım 1968'de Wiskobas projesi için Wijdeveld ve Goffree tarafından başlatılmıştır (Van den Heuvel-Panhuizen 1998).GME' nin bugünkü ilkeleri, çoğunlukla Freudenthal' in bu proje sırasında ortaya koyduğu matematik ve matematik eğitimi ile ilgili düşünceleri belirlemiştir. Günümüzde, bu yaklaşım ile ilgili çalışmalar Freudenthal Enstitüsü tarafından yürütülmektedir (van den Heuvel-Panhuizen 1996: 1-2 ve 2000; Bakker 2004: 5-6). Bu öğretim yaklaşımı İngiltere, Almanya, Danimarka, İspanya, Portekiz, Güney Afrika, Brezilya, Amerika Birleşik Devletleri, Japonya ve Malezya gibi birçok dünya ülkesi tarafından benimsenmiştir (De Lange 1996).

Freudenthal matematik öğrenmeyi bir anlamlandırma süreci olarak ele almış ve her matematiksel kavramın öğretilmesinde anlamlandırmanın esas alınması gerektiğini belirtmiştir (Nelissen ve Tomic 1998; Akt. Altun 2008). Ona göre matematiksel yöntemler ve algortimalar keşfedilmez, icat edilir. Bu nedenle, Freudenthal matematiği aktarılacak bir konudan çok bir insan etkinliği olarak ele almıştır. Freudenthal'e göre matematik, gerçeklikle ilişkilendirilmeli, çocuklara yakın olmalı ve insani değerler bakımından topluma uygun olmalıdır (Van den Heuvel-Panhuizen 1996). Çünkü insan çevresindeki olayları kontrol altında tutmak için onları sayar, ölçer, sınıflar ve sıralar.

GME'de, uygulamada öğrenme sürecinin sonunda önemli bulunmasının yanında gerçeklik, matematik öğretiminde bir kaynak olarak görülür. Gerçeğin matematikleştirilmesinden doğan matematik bilimi gibi, matematiği öğrenme gerekliliği de gerçeğin matematikselleştirilmesiyle ortaya çıkar. Öğretime bazı tanımlar ve soyut kavramlar ile başlamaktan ziyade, öğrenci zengin içerikli matematiksel organizasyonlarla ya da diğer bir deyişle matematikselleştirilebilen içeriklerle başlamalıdır. Böylece içerik problemleri üzerinde çalışırken matematik defterini ve fikirlerini de geliştirebilsinler (Van den Heuvel-Panhuizen 2000).

1.2.2 Gerçekçi Matematik Eğitiminin Temel İlkeleri

Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramının esasını oluşturan ve matematik öğrenmenin nasıl olduğu veya nasıl olması gerektiğini belirten ilkeler şunlardır: Yönlendirilmiş yeniden keşif ve matematikleştirme, sürecin yeniden keşfi (didaktik fenomonoloji) ve kendi kendine gelişen modellere yer verme. Bu ilkeler aşağıda ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır (Gravemeijer 1994)

1.2.2.1 Yönlendirilmiş Keşif ile Matematikleştirme

Öğrenme-öğretme sürecinin temel ilkelerinden biri **yönlendirilmiş keşif ile matematikleştirme**yi gerçekleştirmedir. Yönlendirilmiş yeniden keşif prensibi, öğrencilere daha önceden keşfedilmiş olan bir matematiksel konuyu benzer bir süreç içinde denemeleri konusunda fırsatlar verilmesi düşüncesine dayanır (Freudenthal 1973).

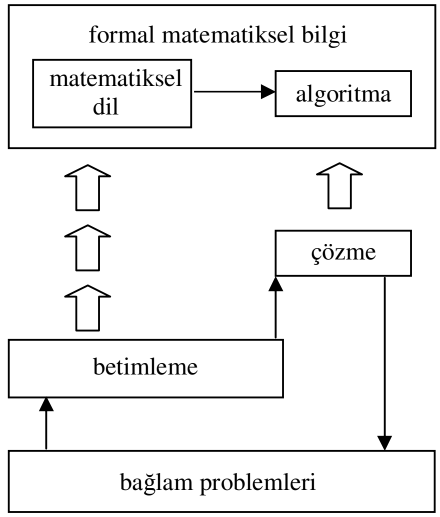
Freudenthal, gerçek modellerden hareket ederek matematiksel kavramlara ulaşma düşüncesini benimsemiş ve bu sürece matematikleştirme adını vermiştir. Matematikleştirme yatay ve dikey matematikleştirme olmak üzere iki aşamalı bir süreçtir. Yatay matematikleştirme, çevresel bir olaydan sembollere geçiş olarak ifade edilebilir. Öğrenciler gerçek yaşamda ortaya çıkan bir problemi düzenlemeye ve çözmeye yardım edebilen matematiksel araçlarla geliştirirler. Genel bir içerik içinde özgün matematiği tanıma, şematize etme, formüle etme ve bir problemi farklı yollarla gözünde canlandırma, gerçek bir dünya problemini matematiksel bir probleme dönüştürme yatay matematikleştirmenin örnekleridir. Diğer yandan dikey matematikleştirme ise sembollerle çalışma ve mevcut matematiksel kavramlara, formüllere ulaşmadır. Bir formül içindeki bir ilişkiyi tekrar gösterme, düzenleri ispat etme, modelleri sadeleştirme ve düzeltme, farklı modeller kullanma, modelleri tamamlama ve birleştirme, matematiksel bir modeli formüle etme ve genelleme dikey matematikleştirmenin örnekleridir (Zulkardi 2000).

Freudenthal'e göre yatay matematikleştirme, yaşamdan sembollere geçişi sağlamak, dikey matematikleştirme ise semboller dünyası içinde çalışmak, böylece kavramlar arasındaki ilişkileri bulmak, bunlarla uygulama yapmak ve işlem süreçleri ile ilgili kısa yollar üretmektir. Her iki matematikleştirme türü matematik öğrenmenin her seviyesinde vardır. GME'nin öğretim yöntemlerinin temel kaynağı yatay ve dikey matematikleştirmedir (Altun 2008; Heuvel-Panhuizen 1996). Öğrenilen modeller kavramsal problemlerden başlar. Örneğin, yatay matematikleştirmede kullanılan aktivitelerde öğrenciler formal veya informal bir matematiksel model kazanır. Problem çözme, karşılaştırma ve tartışma gibi aktiviteler yoluyla öğrenciler dikey matematikleştirmeye değinir ve matematiksel sonuçla sona erer. Sonra öğrenciler sonucu yorumlar ve kullanılan diğer kavramsal problemde daha iyi bir strateji geliştirir. Sonunda öğrenciler matematiksel bilgiyi kullanmış olur.

Freudenthal, matematikleştirmenin matematik öğretiminde anahtar bir süreç olmasını önermiş ve bunu iki temel nedene dayandırmıştır. Birincisi, matematikleştirme sadece matematikçilerin işi değildir, her insan matematikleştirmeyi yapabilir. Matematikleştirme bir strateji haline geldiğinde, öğrenciler günlük hayattaki durumlara matematiksel yaklaşımla bakarlar. Matematikleştirmeyi matematik eğitiminin merkezi yapmanın ikinci nedeni, keşfetme fikri ile ilgilidir. Matematikte son basamak formal bilgiye ulaşmadır. Bu son nokta, öğrettiğimiz matematiğin ilk noktası olmamalıdır. Öğrencinin çalışabileceği, denemeler yapabileceği bir ortamın hazırlanması gerekir ve öğrenme şekli sürecin matematikçi tarafından üretilme şekline benzemelidir. Matematikleştirme olarak açıklanan bu süreçte, öğrenci matematik bilgiye kendisi ulaşmaktadır (Altun 2008).

Freudenthal' a göre öğretim tasarımı öğrenciye matematiği tekrar keşfedebilmesi için yol gösterici fırsatlar vermelidir. Bu da GME' de hem öğretmenin hem de eğitim programının, öğrencinin bilgiyi nasıl alması gerektiğinde çok önemli bir rolü olduğu anlamına gelir. Öğretim programı sabit bir yolla öğrencilerin ne öğrenmek zorunda olduğunu göstermeyerek öğrenme sürecini yönlendirmelidir. Öğretim programları, öğrencilerin kavrayışlarını değiştirebilmeye bir vasıta olarak çalışabilecek potansiyele sahip senaryolar içermelidir. Bu senaryoların hedefe dayalı uzun dönemlik öğretme-öğrenme bakış açılarına sahip olması önemlidir. Bu bakış açıları olmaksızın öğrencilere kılavuzluk edebilmeleri olanaksızdır (Heuvel-Panhuizen 2000).

Yönlendirilmiş yeniden keşif ve matematikleştirme süreçleri, Gravemeijer (1994: 94) tarafından Şekil 1.1'deki gibi özetlenmiştir:



Şekil 1. Yönlendirilmiş Yeniden Keşif ve Matematikleştirme

Yönlendirilmiş yeniden keşif ve matematikleştirme ilke çerçevesinde öğrencilere matematiğin ilk keşfedildiği sürece benzer bir süreç yaşamaları için fırsat verilmelidir. Matematik derslerini bu şekilde düzenlemek için matematik tarihi bir esin kaynağı olarak kullanılabilir. Bu ilkenin bir diğer esin kaynağı ise, informal çözüm süreçleridir. Bu ilke, informal çözümlerden yola çıkılarak uygulanabilir. Öğrencilerin informal bilgi ve stratejileri, daha formal bilgi ve stratejilere (sonuçlara) giden bir yol olarak ele alınabilir. Öğrencilerin değişik çözüm süreçlerini kullanmalarına ve daha sonra benzer çözüm süreçlerini matematikleştirmelerine izin veren bağlam problemleri, yeniden keşif süreci için de bir fırsat sağlayacaktır (Gravemeijer, Hauvel ve Streefland 1990; Gravemeijer 1994). Bu ilkenin iyi kullanımı için, ileri düzeylere ulaşmaya uygun çevresel problemlerin bulunmasına ihtiyaç vardır (Altun 2008: 26).

Nelissen ve Tomic (1993) göre matematikleştirme sürecinin üç temel özelliği vardır. Bunlar oluşturma, etkileşim ve yansıtıcı düşünmedir. Oluşturma özelliğine göre çocuklar kavramlara karşılık zihinlerinde temsiller oluştururlar. Bu temsiller şemalar, yöntemler, sezgiler veya düşünme deneyimleri olabilir. Bu temsilleri oluşturma matematik öğrenme sürecinin özelliklerinden biridir. Birçok eğitimcinin vurguladığı gibi matematik öğrenme bir oluşturma etkinliğidir. Matematiği oluşturmacı bir etkinlikle öğrenmek, çocukların zihinlerindeki temsilleri kendilerinin icat ya da keşfetmelerine imkan verecektir. Böylelikle öğrenciler matematikleştirme sürecine etkin bir şekilde katılabileceklerdir. Ancak her zaman öğrencinin yaptığı icat ya da keşif daima amaca ulaşmayabilir, fakat bu durum da öğretmene hangi noktadan başlaması gerektiğini işaret edebilir. Bu nedenle, matematikleştirme sürecinde çocuğun kendi temsillerini oluşturmasını engelleyen yöntemler ve algoritmalar kullanılmamalıdır.

Matematikleştirme sürecinin bir diğer özelliği ise etkileşimdir. Gerçekçi matematik eğitimine göre matematik öğretimi sadece oluşturmacı değil aynı zaman da etkileşim içinde olması gerektiğini savunur. Bir problemi çözerken öğrencilerin birbirlerinin çözümlerini görmeleri onların düşüncelerini etkileyecektir. Öğrencilerin birbirleriyle çözümlerini paylaşmaları onların iletişim becerilerini geliştirirken aynı zamanda farklı bakış açılarını görme ve deneme fırsatı tanımaktadır. Bireysel matematik öğretiminde ise çocukları böyle deneyimlerinden mahrum bırakabilir. Gerçekçi matematik eğitimi öğrencilerin düşüncelerini paylaşmalarını temel almaktadır. Ancak klasik öğrenci öğretmen etkileşiminin yanında öğrencilerin kendi aralarında etkileşim içinde olmasını öngörmektedir. Etkileşim muhakeme yapmayı, tartışmaları kullanmayı ve analiz etmeyi, kendi çözümleri diğerlerinin çözümleri ile karşılaştırarak ilgiyi düşünmeleri teşvik ederek bu nedenle düşünme yeteneğini pekiştirir (Yazgan 2007).

Yansıtıcı düşünme kısaca birisinin kendi hareketlerini farkında olması olarak tanımlanabilir. Eğitim ve bilişsel psikologlar bu kavramı üstbiliş, öz düzenleme ve öz kontrol gibi terimleri de bu kavram için kullanılabilir. Yansıtıcı düşünme matematiksel problemlerin çözümlerinde önemli bir rol oynamaktadır. Yansıtıcı düşünme öğrencilerin kendi hareketlerini analiz etmeyi öğretir ve öğretmenlerine daha az bağımlı olmasını sağlar. Yansıtıcı düşünme problem çözme ve prosedürlerini inceleme olanağı tanır. Ayrıca yansıtıcı düşünme öğrencilerin gerçekte ne düşündüklerini ve neden düşündüklerini keşfetmelerine izin vererek kendilerine olan güvenlerinin artmasını sağlar.

1.2.2.2. Sürecin Yeniden Keşfi (Didaktik Fenomoloji)

Sürecin yeniden keşfi (didaktik fenomoloji) kavramların analizini yapmak suretiyle nasıl oluştuklarını açıklayabilmeyi konu edinir. Buna göre, çevre problemleri uyarıcı olmakta ve kavram sürecin yeniden keşfi ile kazanılmaktadır (Gravemeijer, Heuvel ve Streefland 1990). Bu yüzden didaktik fenomolojiye göre matematik gerçek hayat problemleri ile başlar. Daha sonra gerçek hayat matematikleştirilerek formal matematiksel bilgiye ulaşılır. Bu nedenle Freudenthal önce formal matematik bilgiyi verip arkasından uygulamaya geçme şeklindeki öğretimi anti didaktik olduğu belirtmiştir. Bu, matematik öğretimine öğrenciler için anlamlı olan ve öğrenme sürecini teşvik eden bağlamla başlamak anlamına gelmektedir. Yani çocukların ilgisini çeken ve pratikte tanıyabildikleri bir durumla başlanmalıdır. İyi seçilmiş bir bağlam, etkin bir düşünme sürecine zemin hazırlar (Nelissen 1999; Aktaran: Yazgan 2007: 9).

Sürecin yeniden keşfinde öğretim için tasarlanmış konuların uygulamaların matematikleştirmeye uygunluğu önemlidir. Matematiğin tarihsel süreçte pratik problemlerin çözümlerinden geliştirildiği düşünüldüğünde günümüzde uygulamalarda da aynı yolla matematiksel bilgi üretilebilir. Bu düşünceye göre matematik eğitimcisine düşen iş yatay matematikleştirmeye uygun problem durumları bulmak, sonra da dikey matematikleştirmeyi sağlayacak öğrenme ortamlarını yaratmaktır (Altun 2008).

Gravemeijer (1994, 1999)'e göre, didaktik fenomenoloji ilkesinin amacı özel yaklaşımların genellenebileceği ve dikey matematikleştirme için temel olarak alınabilecek çözüm süreçlerini teşvik edebilecek problem durumları bulmaktır. Bu amaç, tarihsel olarak bakıldığında, matematiğin uygulama ile ilgili problemleri çözmeden üretildiği gerçeğinden kaynaklanmaktadır. Matematik eğitiminde bu gelişme sürecine neden olan bağlam problemleri bularak bu amaç gerçekleştirilebilir. Bunun için, matematik öğretimine öğrenciler için anlamlı olan ve öğrenme sürecini teşvik eden bağlamlarla, yani çocukların ilgisini çeken ve pratikte tanıyabildikleri bir durumla başlanmalıdır. İyi seçilmiş bir bağlam, etkin bir düşünme sürecine zemin hazırlar (Nelissen, 1999).

GME'ye göre, matematik çocuklara yakın ve günlük hayattaki durumlarla ilişkili olmak zorundadır. Fakat "gerçekçi (realistic)" kelimesi tam olarak gerçek dünya ile bağlantıyı işaret etmez, aynı zamanda öğrencilerin zihinlerindeki gerçek problem durumlarını da işaret eder. Öğrencilere sunulan problemler için bunun anlamı içeriğinde gerçek dünyadan bir şeylerin olması olabilir, fakat bu daima geçerli değildir. Matematiğin formal dünyası öğrencilerin zihninde gerçek olduğu kadarıyla bir problem için uygun içerik sunabilir (Heuvel-Panhuizen 2000).

1.2.2.3 Kendi Kendine Gelişen Modellere Yer Verme

İnformal ve formal bilgi arasında köprü olarak kullanılan modeller: GME' de modeller soyut formal matematiği öğrenciler için daha uygun hale getirmede yani somutlaştırmada kullanılır. Özellikle öğrencilerin matematiği keşfettikleri durumlarda bir tasarımcı gibi somutlaştırır. GME de modeller formal matematiksel bilgiden üretilmez. Onun yerine öğrencilerin çözdükleri bağlamsal problemlerden üretilir. Bu modeller öğrencilerin formal bilgiye ulaşmalarına matematiği yeniden keşfetmelerine yardım eder.

GME' ye göre öğrencilere problem çözerlerken kendi modellerin kullanma ve geliştirme fırsatı verilmelidir. Öğrenciler modelleme başladıklarında kendileri için bilindik bir modelden yola çıkacaklardır. Daha sonra genelleme süreciyle birlikte formal bilgiye uygun bir model gelişecektir. Gravemeijer (1994) bu süreci "….ın modeli"nden "….için model"e dönüşüm olarak betimlemektedir (Aktaran: Yazgan 2007). İlk olarak, geliştirilen model öğrencinin informal çözümünü destekleyen bir durumdadır. Öğrenciler benzer soruları çözdükçe informal strateji artık o tür problemlerin çözümünden bağımsızlaşmaya başlayarak formal bir yapı kazanır. Aynı durum kullanılan model içinde geçerlidir. İlk başlangıçta sadece informal strateji anlatmak için kullanılan model artık daha genel bir nitelik kazanmıştır. Son olarak, model artık matematiksel muhakeme için bir temel oluşturan, bağımsız bir varlık haline gelmiştir (Gravemeijer 1994; Treffers 1991).

Streefland (1985) göre modeller matematiksel gelişim sürecini desteklemektedir. Ona göre model ve modelleme derinlemesine düşünmeyi kolaylaştırır. Kişinin oluşturduğu bir model diğer benzer durumlarda da kullanılabilir. Ayrıca bu oluşturulan model yeni gerçekliklerin matematiksel gösterimi için de kullanılabilir. Treffers (1987) dikey matematikleştirme sürecinde köprü görevi görecek araçlar şemalar, diyagramlar ve semboller olarak belirtmiştir. Bu modellerin başka önemli görevleri olmalarına rağmen en önemli görevinin gerçeklikteki matematik ile formal matematik arasındaki ilişkiye köprü görevi yapmasıdır (Gravemeijer 1999).

Gravemeijer (1994) göre iki çeşit modelden söz edebiliriz. Bunlardan birincisi somut materyal olarak kullanılan modellerdir. Bu modeller genellikle öğretim sürecinde soyut kavramları daha iyi anlaşılabilmesi için kullanılan modellerdir. Bu tarz öğretimlerde süreçten çok elde edilen ürün önemlidir. Modeller genellikle öğrencilere hazır olarak sunulmaktadır. Oysaki GME' de modeller öğrencilerin kendi etkinliklerinden ortaya çıkmalıdır. Gravemeijer (1999) göre modeller matematiği uzman bakışıyla ele almamalıdır. Modeller, öğrencilerin için informal bilgi ile formal bilgi arasında köprü rolü üstlenmelidir.

1.2.3 Gerçekçi Matematik Eğitiminin Öğrenme ve Öğretme İlkeleri

Daha önce açıklanan ilkeler Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre genel olarak matematik öğrenmenin nasıl olduğu veya nasıl olması gerektiğini belirtirken, bu bölümde bahsedilecek ilkeler ise uygulama sırasında bu tür bir öğrenmenin nasıl gerçekleşebileceğini açıklamaktadır. Treffers (1991) tarafından önerilen bu ilkeler *oluşturma ve somutlaştırma, düzeyler ve modeller, derinlemesine düşünme ve özel ödevler, sosyal bağlam ve etkileşim* ve son olarak *yapılandırma ve birlikte işleme*dir.

a. Oluşturma ve somutlaştırma: Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin ilk öğrenme ilkesi, matematik öğrenmenin yapılandırmacı bir etkinlik olduğudur ki, bu da sunulan ya da aktarılan bilginin olduğu gibi özümsenmesi şeklindeki anlayışa ters düşmektedir. Öğretim ilkesine göre, eğitim somut bir yönlendirmeyi temel alarak başlamalıdır. Başlangıç noktası olarak düzenlenen somut bir olgudan faydalanarak, öğretmenler düzenlenen bu araçları kullanmaları için öğrencileri teşvik edebilir.

b. Düzeyler ve modeller: Bu ilkeye göre, matematiksel kavram veya beceriyi öğrenme, uzun bir döneme yayılan ve değişik soyutlama düzeyleri boyunca hareket edilen bir süreç olarak görülür (informalden formale ve sezgisel düzeyden sistematik düzeye). Peki, bu geçişler nasıl gerçekleştirilebilir? Gravemeijer (1994), bu noktada modellerin önemini savunmakta ve problem çözme etkinliklerinden ortaya çıkan görsel modeller, model durumlar ve şemaların öğrencilerin değişik düzeyler arasında geçiş yapmalarına yardım edeceğini belirtmektedir.

c. Derinlemesine düşünme ve özel ödevler: Üçüncü ilke, öğrenme sürecinin seviyesini yükseltme ile ilgilidir ve bu yükseltme derinlemesine düşünme ile teşvik edilir. Bu nedenle öğrencilerin kendi yapı ve üretimlerine bu kadar önem verilmektedir. Öğretim ilkesine gelince, öğrenciler derste sürekli bir üst düzeye geçtikleri kritik anlara sahip olmalı ve bunun için teşvik edilmelidirler. Bunu gerçekleştirmek için öğrencilere özel ödevler verilmeli, çelişki yaratan problemler sağlanmalıdır.

d. Sosyal bağlam ve etkileşim: Dördüncü öğrenme ilkesi, öğrenmenin gerçekleştiği sosyal ortam ile ilişkilidir. Treffers (1991) öğrenmenin yalnız bir etkinlik olmadığını ve bir toplum içinde oluştuğunu, sosyokültürel bağlam tarafından yönetildiğini ve teşvik edildiğini belirtmektedir. Örneğin, gruplar içinde çalışarak öğrenciler fikirlerini paylaşma imkânı bulacak ve birbirlerinden öğrenebileceklerdir. Bu ise görüşmeyi, müdahaleyi, tartışmayı, iletişimi ve değerlendirmeyi içeren etkileşimi öğrenme süreci için çok önemli bir öğe haline getirmektedir.

e. Yapılandırma ve birlikte işleme: Son öğrenme ilkesi, ilk ilke ile bağlantılıdır. Treffers (1991)'a göre öğrenme ilgisiz bir bilgi ve beceri topluluğunu olduğu gibi özümseme değil, bu bilgi ve becerileri zihinde yapılandırılmış bir varlığa dönüştürmektedir. Bu ise, öğrenmeyi oluşturan halkaların ayrı ayrı değil, problem çözme içine emdirilmiş olarak beraber işlenmesi anlamına gelmektedir.

Treffers (1987) tarafından ortaya koyulmuş olan bu öğrenme ve öğretme ilkeleri van den Heuvel-Panhuizen (2000) tarafından geliştirilmiş ve van den Heuvel–Panhuizen ve Wijers (2005) tarafından yapılan araştırmada da ayrıntılı bir biçimde ortaya koyulmuştur. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin bazıları öğrenme bakış açısını temel alırken bazıları ise öğretme bakış açısını temel alan bu altı ilkesi şunlardır:

1. Aktivite İlkesi:

Matematikleştirme fikri, matematiğin en iyi yapılarak öğrenilen bir aktivite olduğunu ifade eder (Freudenthal 1973; Treffers 1987). Öğrenciler, matematiksel bilgiyi hazır almak yerine eğitim süresince aktif bir şekilde katılan ve kullanılan çeşitli matematiksel araçları ve fikirlerini geliştiren aktif bir üye olarak görülür. Freudenthal'e (1973) göre, hazır matematiksel bilginin sunulduğu öğretim programlarının kullanımını anti-didaktiktir.

Aktivite ilkesi, öğrencilerin informal çalışmaya dayalı problem durumlarıyla yüzleştirilmeleri anlamına gelir. Bu duruma örnek olarak kesir kavramının ve çarpma-bölme algoritmalarının geliştirilmesi verilebilir. Bu ilkeyle ilişkin olarak "kendi üretimleri", GME' de önemli rol oynar. Yani GME' de öğrenci aktivite sonucunda kendi ürettiği matematiksel araç ve düşüncelerle kendi matematiksel bilgisine ulaşır. Bu nedenle matematikleştirme bir insan aktivitesi olarak görülmektedir.

2. Gerçeklik İlkesi:

Matematik eğitimindeki diğer yaklaşımlar olduğu gibi, GME de öğrencilerde matematiksel yatkınlık kazandırmayı amaçlar. Matematik eğitiminin genel hedefi öğrencilerin problemleri çözebilmek için matematiksel araçları ve düşünceleri kullanabilmeleridir. Bu durum "matematiği faydalı olduğu" için öğrenmeleri gerektiğini dolaylı olarak anlatır (Freudenthal 1968).

Ancak GME' de bu gerçeklik ilkesi, uygulamada öğrenme sürecinin sonunda fark edilebileceği gibi gerçeklik, matematik öğretiminde bir kaynak olarak görülür. Matematik biliminin gerçeğin matematikleştirilmesinden ortaya çıktığı düşünüldüğünde, matematiği öğrenme gerekliliği de gerçeğin matematikselleştirilmesiyle ortaya çıkar. Bu nedenle matematik öğretimi, bazı tanımlar ve soyut kavramlar ile başlamak yerine, öğrenci zengin içerikli matematiksel durumlarla ya da diğer bir deyişle matematikselleştirilebilen içeriklerle başlamalıdır. Böylece içerik problemleri üzerinde çalışırken matematik defterini ve fikirlerini de geliştirebilsinler (Van den Heuvel-Panhuizen ve Wijer 2005).

3. Seviye İlkesi:

Matematik öğrenme esnasında öğrenciler içerikle ilgili informal çözümlerden formal çözeme ulaşma, çeşitli aşamaları modelleme veya kısaltma, daha geniş boyutlardaki ilişkileri ayırt edebilmeye kadar uzanan bir takım anlama seviyelerinden geçerler. Bu aşamalar hiyerarşik bir düzende devam etmektedir. Öğrenciler ilk önce duruma informal çözümler üretecek sonra bu çözümünü modelleyecektir. En son olarak ise yapılan diğer çözümlerle birlikte daha farklı ilişkiler kurarak formal çözüme ulaşacaktır. Öğrenen formal çözüme ulaşmak için etkileşim içinde olmalıdır.

Modeller, informal matematiksel bilgi ve formal matematiksel bilgi arasında köprü oluşturan önemli matematiksel araçlardır. Modellerin formal ve informal seviyelerin arasındaki köprülendirme fonksiyonunu yapabilmeleri için, özel durumların modelinden aynı tür diğer tüm durumlarda kullanılması gerekmektedir (Van den Heuvel-Panhuizen ve Wijer 2005). Ancak bu durumda modeller öğrencilerin formal matematiksel bilgiye ulaşmalarına yardımcı olurlar. Modeller dikey matematikleştirme sürecinde öğrencilerin güvenilir bir dayanak sağlayacaktır.

Seviye ilkesinin önemi de matematiksel anlayışı geliştirmesi ve tutarlı bir öğretim programının geliştirmesini sağlamasıdır. Bu uzun dönemlik bakış açısı GME'nin bir özelliğidir. Ne öğrenildiği ve ne öğrenileceği arasındaki ilişkiye özenle dikkat edilir.

4. Birbiriyle İlişki İlkesi:

Bir okul dersi olarak matematiğin çok farklı bölümlere ayrılamaması da GME'nin özelliklerindendir. Derin bir matematik perspektifinden bakıldığında matematik içindeki bölümler ayrılamaz. Dahası zengin içerikli problemleri çözmek, geniş bir matematik anlayışına ve çeşitli matematik aletlerine sahip olunması gerektiği anlamına gelir. Örneğin; eğer çocuklar bir bayrağın ölçüsünü tahmin etmek isterlerse bu tahmin sadece ölçmeyi değil oran ve geometriyi de içerir. Bu ilkenin etkinliği, müfredatı tutarlı hale getirmesidir. Bu ilke, matematiğin farklı bölümlerinin birbirleriyle olan karşılıklı ilişkisini içerdiği gibi bir bölümün içindeki farklı parçaların içinde de bulunabilir. Örneğin, sayılar konusunda sayı zekası, zihinden işlemler, tahmin ve algoritma birbiriyle yakından ilgilidir.

5. Etkileşim (İşbirliği) İlkesi:

GME'de matematik öğrenme bir sosyal aktivite olarak görülür. Eğitim öğrencilere, stratejilerini ve keşiflerini birbirleriyle paylaşmaları için fırsatlar sunmalıdır. Diğer öğrencilerin ne bulduğunu görerek ve bunları tartışarak öğrenciler, stratejilerini geliştirmek için fikir alırlar. Bunun yanında etkileşim (işbirliği) öğrencilerin daha üst seviyelerde anlamalarını sağlayacak düşüncelerin doğmasına sebep olur.

İşbirliği ilkesinin önemi, tüm sınıf öğretiminin matematik eğitiminde GME yaklaşımında önemli rolü olduğu anlamına gelir. Fakat bu, tüm sınıfın topluca ilerlediği, her öğrencinin aynı yolu takip ettiği ve aynı anda aynı gelişim seviyesine ulaştıkları anlamına gelmez. Tam tersine GME'de çocuklar birey olarak görülür ve her biri kendi öğrenme yolunda ilerler. Bu öğrenme görüşünden genellikle sınıfların her biri kendi öğrenme yolunu izleyen küçük gruplara bölünmesi gerektiği sonucu çıkarılır. Ancak GME'de sınıfı bir organizasyon birimi olarak beraber tutmak ve eğitimi öğrencilerin farklı yetenek seviyelerine göre uyarlamak için güçlü bir öncelik vardır. Bu, farklı anlayış seviyelerinde çözülebilen problemleri öğrencilere sunarak yapılabilir.

6. Rehberlik İlkesi:

Freudenthal'in matematik eğitimindeki anahtar ilkelerinden biri de dersin öğrenciye matematiği tekrar keşfedebilmesi için yol gösterici fırsatlar vermesidir. Bu da GME'de hem öğretmenin hem de eğitim programının, öğrencinin bilgiyi nasıl alması gerektiğinde çok önemli bir rolü olduğu anlamına gelir. Bunlar sabit bir yolla öğrencilerin ne öğrenmek zorunda olduğunu göstermeyerek öğrenme sürecini yönlendirirler. Çünkü bu aktivite ilkesiyle ters düşer ve sözde anlamalara sebep olurdu. Bunun yerine öğrencilerin kendi kendilerine matematiksel araçlarını ve düşüncelerini geliştirebilecekleri fırsatlara ihtiyaçları vardır. İstenilen düzeye ulaşmak için öğretmenler öğrencilere bu süreçlerin kendilerinden ortaya çıkacağı öğrenme ortamları sağlamak zorundadır. Bir gerekli koşulda öğretmenlerin, öğrencilerin henüz beli olan anlayış ve becerilerini nerede ve nasıl sezebileceklerini önceden görebilmelidir.

Eğitim programları, öğrencilerin kavrayışlarını değiştirebilmeye bir vasıta olarak çalışabilecek potansiyele sahip senaryolar içermelidir. Bu senaryoların hedefe dayalı uzun dönemlik öğretme-öğrenme bakış açılarına sahip olması önemlidir. Bu bakış açıları olmaksızın öğrencilere kılavuzluk edebilmeleri olanaksızdır.

1.2.4. GME' ye Uygun Tesarlanmış Uygulama Örneği

Geometrik dizinin tanıtıldığı bir derste 3-4 kişilik gruplar halinde çalışan öğrencilere aşağıdaki problem verilir ve öğrencilerden kendilerine verilen bu problemi çözmeleri istenilir.

"Bir tür yılan bir aylık olunca gövdesinde bir siyah halka beliriyor. Her ay bu siyah halkanın ortasında bir kırmızı halka beliriyor ve böylece iki siyah bir kırmızı halka oluşuyor. Takip eden aylarda bu değişim aynı şekilde sürüyor. Yani her siyah halka ortasından kırmızı bir halka ile bölünüyor. Belli bir yaşa gelmiş bulunan bir yılanın kırmızı ve siyah halka sayıları bulunabilir mi? Aşağıdaki tabloyu doldurunuz ve 12 aylık bir yılanın kaç halkası olduğunu bulunuz."

	Siyah (S)	*Kırmızı (K)*
S	1	-
SKS	2	1
SKSKSKS	4	3

Şekil 2. Halkalı Deniz Yılanı Resmi ve Problemin Çözümü ile ilgili Tablo

Oluşturulan gruplar öncelikle kendi aralarında problemi çözmeye çalışırlar ve ardından da çözümlerini sınıfça tartışırlar. Sonuçta, öğrencilerin siyah halka sayısının ikinin kuvvetleri şeklinde ilerlediği, kırmızı halka sayısının ise sarı halkaların sayısından bir eksik olduğu belli olup, 12 aylık yılanın 2048 siyah ve 2047 kırmızı halkasının oluşacağı sonucuna ulaşmaları beklenilir. Bu aşamada öğretmen öğrencilerin dikkatini siyah halkalara çeker ve siyah halkaların dizilişinde olduğu gibi belirli bir sayıdan başlayıp bir önceki terimin sabit bir sayı ile çarpılması ile yeni terimin oluşturuldu dizilere geometrik dizi denileceği sonucuna ulaşmaları konusunda öğrencilere destek sağlar.

Bu örnekte yılan fiziksel bir modeldir ve mutlaka gerçek yaşamda böyle bir yılanın olması gerekli değildir. Bu tür modellerin gerçek yaşamda olabilecek şekilde tasarlanmaları yeterlidir. Bu problemin çözümünden geometrik dizi kavramı ve dizinin özellikleri elde edilebilmektedir.

Sonuçta, geometrik dizinin doğasının fark edildiği bu süreç *yatay matematikleştirme*dir. Yatay matematikleştirme ile geometrik dizi kavramı tanınmasının ardından *"İlk terim a_0, ortak çarpan r olmak üzere herhangi bir terimi $a_n=a_{n-1}.r$ şeklinde ifade edilen dizilere Geometrik Dizi denir."* şeklinde tanımı elde ederek daha ileri düzey matematiğe geçme ise dikey matematikleştirmedir. Artık bu sonucun yılanla bir ilgisi kalmamıştır ve bağıntı fiziksel modelden soyutlanmıştır. Daha sonra dikey matematikleştirme süreci içerisinde geometrik dizi ile ilgili daha ileri uygulamalara yer verilebilir (Altun 2008: 27).

1.2.5 Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi Arasındaki Farklılıklar ve Benzerlikler

Yapılandırmacı öğrenme esas itibariyle bir bilgi kuramıdır ve bilgiyi nasıl oluşturduğu ile ilgilenen ve matematik, fen öğretimi gibi birçok alanda kullanılabilen bilişsel bir kuramdır. GME ise matematik eğitimi ile ilgili bir öğretim kuramıdır. GME de temelde yapılandırmacı karaktere sahiptir. Farklılık ise bilginin yapılandırılmasında izlenen yollarda ortaya çıkmaktadır (Altun 2008).

Gravemeijer (1994) göre yapılandırmacılığın bilginin bir bireyden diğerine doğrudan aktarılamayacağı, bireyin kendi bilgisinin kendisi oluştur fikri GME' deki matematikleştirme sürecini desteklemektedir. GME matematik yapmak için bir bağlamı temel alır ve kuramsal bilginin uygulamadan ayrı olarak kazanılmasını reddeder. Yapılandırmacılık ise uygulamalardan önce kavram ve prosedürlerin anlaşılması önemlidir (Gravemeijer 1994). Yapılandırmacılık da bağlamı önemsemesine rağmen GME' deki kadar bağlayıcı değildir. Öğretmen çalışılacak konuyu ve çalışmanın içeriğini öğrencilerin ön bilgi ve deneyimlerini etkin bir şekilde değerlendirerek planlarken, GME' de öğretmen ise öğretici konu ile ilgili bağlamsal problemler bularak ve üreterek katkı sağlamaktadır. GME de öğretmenin rolü bilgiyi dağıtmak değildir, öğrencilere öğrendiklerini sentez yapmalarına ve birleştirmelerine yardım etmektir.

GME' de öğrenme etkinliklerinin hazırlanmasında öğrencinin payı çok büyüktür ve matematik öğrenmeye matematikleştirme ihtiyacı duyuracak bir olaydan başlamak şarttır. Yapılandırmacı öğrenmede böyle bir koşul yoktur. Yapılandırmacı öğrenmede öğretmenin etki alanı daha büyük, öğrencinin payı daha küçüktür. GME' de öğrenme ortamının oluşturulmasında ne tür materyal seçileceği de öğrenciye kalmaktadır. GME' de matematik eğitiminde GME' nin ilkelerine uygun temel işlevler yerine getirilirse her öğrencinin matematiği icat edebileceği fikri hakimdir. Bu özellikleri ile GME yapılandırmacı yaklaşımlardan sosyal yapılandırmacılığa daha yakın durmaktadır. GME deki matematikleştirme sosyal yapılandırmacılık kuramındaki anlamlandırma sürecinin bir ileri seviyesi olarak nitelenebilir. Sonuç olarak GME' de temelde yapılandırmacı karaktere sahiptir. Farklılık bilginin yapılandırmasında izlenen yollarda ortaya çıkmaktadır.

Bu iki kuramın her ikisi de geleneksel öğretimden farklı olarak sonuçtan çok sürece odaklıdır. Her ikisinde de;

- Öğrenme için, informal bilgi, beceriler ve deneyimler
- Öğretimde motivasyon ve anlamlandırma,
- Çevrenin öğrenme üzerindeki rolü
- Grupta tartışma ve dil önemlidir (Nelissen ve Tomic 1998: Aktaran Altun 2008).

Temel farklılıkları ise yapılandırmacı öğrenme ortamında daha çok modeller ön planda iken GME' de modellerin yerini gerçek hayat problemleri almıştır.

Matematiğin ne olduğu ve nasıl öğretilmesi gerektiği konularında son yıllarda önemli bir düşünce değişikliği olmuştur. Bu düşüncelerin hayat bulduğu önemli iki kuram önceki bölümlerde yer verilen Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarıdır. Bu kuramlar öğrencileri matematiksel bilginin kendisinden ziyade öğrenilme şeklini, nasıl öğrendiğini, öğrenirken ne tür düşünsel girişimler ortaya koyduğunu öne çıkarmış ve asıl geliştirilmesi gereken şeyin bu süreç olduğunu ortaya koymuştur. Yani asıl önemli olan şey matematiksel bilgi değil matematiksel bilgiyi oluşturma sürecidir. Öğrencinin bilgiyi oluşturma süreci aslında bilginin soyutlanması ile doğrudan ilgilidir. Bilginin soyutlanması özellikle de matematik eğitiminde sıklıkla karşımıza çıkmaktadır. Çünkü matematik bir soyutlama bilimidir ve matematik kavramlar soyutlama sonucu elde edilmektedir (Altun 2008). Bu durum da matematik eğitiminde soyutlamayı önemli hale getirmektedir. Eğer öğrencilerin soyutlamalara ulaşmak için izledikleri yol ve bilgi oluşturma süreçleri derinlemesine incelenirse öğrencilerin hangi süreçte ya da eylemde zorlandıkları bilinerek sadece o eyleme odaklanıp sorunu çözmek kolaylaşır ve süreçte tekrar başa dönülmemiş olur. Bu sayede bilgi oluşturma süreci ve soyutlamaların oluşumu daha etkin ve çabuk olacaktır. Bu durum matematik eğitiminde soyutlamayı yani bilgi oluşturmayı ayrıca önemli hale getirmiştir.

Bu çalışmada yapılandırmacılık ve GME' ye göre hazırlanan etkinliklerin uygulamalarında bilginin oluşum sürecinin amaçlandığından çalışmanın bir diğer ayağı soyutlama haline gelmiştir. Aşağıdaki bölümde soyutlama ve soyutlama süreci üzerinde ayrıntılı bir şekilde yer verilecektir.

1.3. SOYUTLAMA ve BİLGİ OLUŞUMU

Geçmişten günümüze birçok araştırmacı soyutlamayı değişik teori temellere dayandırmıştır. Bu bölümde soyutlama kavramının teorik temelleri, felsefi, bilişsel ve sosyo- kültürel bakış açısıyla ele alınacaktır.

Soyutlamanın teorik temelleri oldukça eskiye dayanmaktadır. Soyutlama, Aristotle' dan çalışılmaya başlanmış ve çeşitli filozoflar tarafından ele alınmıştır. Ancak soyutlamanın birçok yönü olduğu için araştırmacılar soyutlamanın tek bir anlamı üzerinde fikir birliği sağlayamamaktadır (Tsamir ve Dreyfus 2002). Soyutlama en sade şekliyle somuttan soyuta geçiş süreci olarak tanımlanabilir. Davydov (1990) "soyutlamayı bir niteliği diğer niteliklerden birkaç objeye/duruma ayırma süreci" olarak tanımlarken, Sierpinska (1994, 61) ise, soyutlamayı kısaca "bir kavramdan belli özelliklerin ayrılması eylemi" olarak tanımlamaktadır.

Soyutlama önce bilgi kuramcılarının ilgilendiği bir kavram iken, öğrenme süreci üzerindeki çalışmaların yoğunlaşması üzerine, eğitim kuramcılarının da ilgisini çekmiş ve araştırılan bir kavram olmuştur (Altun ve Yılmaz 2008). Soyutlama kavramı üzerindeki tartışmalar sonucunda iki tür soyutlama düşüncesinden bahsedebiliriz. Birinci bilişsel soyutlama görüşü, ikincisi ise sosyo-kültürel soyutlama görüşüdür.

Bilişselci görüşe göre soyutlama öğrenenin konuyla ilgili örneklerdeki benzerlikleri fark etmesi olarak ifade edilebilir. Skemp soyutlama ile ilgili düşüncelerini şu şekilde açıklamıştır:

> Soyutlama, deneyimlerimizin arasındaki benzerliklerin (günlük hayat, matematiksel olmayan) farkında olma etkinliğidir. Sınıflama ise bu benzerlikleri temele alan deneyimlerimizin bir araya getirmek anlamındadır. Soyutlama bir çeşit daimi değişimdir. Bu daimi değişim bize önceden sınıflandırılan benzerliklere sahip olan yeni deneyimleri tanıma fırsatı tanır. Kısaca öğrendiğimiz bazı şeyler sınıflama yapmaya olanak sağlar ve bir sınıfın özelliklerini tanımlar. Etkinlik olarak soyutlama ve son-ürün olarak soyutlama arasındaki ayırımı yapmak için ikincisine kavram adını vereceğiz.

Mitchelmore ve White (2004), Skemp'in tanımından yola çıkarak soyutlamayı iki evrede ele almışlardır. Birinci evre, birçok farklı durumda genel özellikleri tanımadır. Günlük yaşam deneyimlerinde bu özellikler yüzeysel olabilir, fakat matematikte daima yapısaldır. İkinci evrede fark edilen ya da tanınan benzerlik soyutlanır ve bu benzerliği bir anlamda temsil eden bir kavramda şekillendirilir.

Skemp' in düşüncelerini benimseyen bir diğer bilişsel kuramcı Piaget' tir. Piaget üç yönlü soyutlama teorisi ortaya koymuştur. Bunlar deneysel soyutlama (empirical abstraction), sözde-deneysel soyutlama (pseudo-empirical abstraction) ve yansıtıcı soyutlamadır (reflective abstraction). Deneysel soyutlama öğrenen sadece nesnelerin özelliklerini kullanarak soyutlama yapar. Sözde-deneysel soyutlama ise nesnelerin oluşturdukları eylemlerin özelliklerine bakarak soyutlama yapar (Tall 2004). Yansıtıcı soyutlama ise öğrenenin herhangi bir konu üzerinde çalışırken yaptığı eylemler üzerine eğilip onlar üzerine düşünerek, çalıştığı konuya yönelik yeni çıkarımlarda bulunmasıdır (Zembat 2007). Anlamlı öğrenmenin gerçekleşebilmesi ve ileri düzeyde matematiksel düşünmenin gelişmesi için öğrenenler deneysel soyutlamadan çok yansıtıcı soyutlama yapmalıdırlar. Ancak bu sayede öğrenenler uğraştıkları problemin yüzeysel özelliklerini ezberlemeyerek problemin çözümü için gerekli temel yapıları oluşturan matematiksel ilişkileri soyutlayabilir.

Piaget'nin yansıtıcı soyutlama görüşü, zihinsel işlemlerin sınıflandırmasına ve zihinsel nesnelerin soyutlanmasında yol gösterici olmuştur. Yansıtıcı soyutlama ürünü olan, şemalar, her gelişim döneminde bilginin yapılandırılmasındaki bloklardır. Bu süreç, mantıklı ve tutarlı teorik modellerin yapılanmasını sağlar (Hershkowitz ve diğ. 2001) .

Piaget'yi izleyen birkaç matematikçi somutu soyuta dönüştürme gücüne sahip öğrencilerin yardımıyla ortam ya da süreci tanımladıklarını belirtirler (Dreyfus 1991) . Bu matematikçilerden bir tanesi de Dienes'tir. Dienes (1961) soyutlamayı bir süreç olarak ele almıştır ve soyutlamayı "farklı durumlardan ortak özellik çıkarma süreci" olarak tanımlamaktadır. Yani birey karşılaştığı durumların ortak özelliklerini belirleyerek bir sınıflamaya gider. Ayrıca sınıflamaya uymayan özellikleri belirleyerek bir sonuca gider. Bu durum soyutlamanın genellemeye varma anlamı olarak ele alınabilir.

Bilişsel yaklaşıma göre soyutlama, bir dizi matematiksel süreçten meydana gelmektedir ve zihinlerindeki kavramlarla bu süreç sonucunda oluşan kavramlar arasında ilişki kurmayı ve kurulan bu ilişkiyi anlamlandırmayı içermektedir. Bu ilişkilerde benzerlikler ve farklılıklar üzerine odaklanılarak sınıflamalara gidilir ve nihayetinde kavram zihne yerleşmiş olur. Daha sonra karşılaşılacak benzer bir durumda öğrenilen bu kavram kullanılır hale gelir ve soyutlanmış olur.

Bilişsel kuramcılar soyutlamanın bir dizi matematiksel süreç ve nesneden oluştuğunu, öğrencilerin zihinlerindeki nesnelerin ortak özelliklerine göre ilişkilendirmek suretiyle daha ileri bir matematiksel nesneye ulaştıklarını belirtmişlerdir (Herskhowitz, Schwarz ve Dreyfus 2001). Bu yaklaşımı savunanlar soyutlamanın öğretim sırasında örneklerin incelenmesi ve onlardaki ortak özelliklerin yakalanması ile gerçekleştiğini belirtmişlerdir (Özmantar 2004; Yeşildere ve Türnüklü 2008). Ayrıca bu yaklaşıma göre soyutlama süreci doğrusaldır ve sıralı eylemler sonucunda elde edilir.

Bilişsel soyutlama görüşünün üç temel özelliği vardır. i) Soyutlama belli örneklerin ortak noktalarını tanımaktır. ii) Soyutlama zaman ve yer gibi ortam koşullarından bağımsız bir süreçtir. iii) Soyutlama, somuttan soyuta yükseliştir (Özmantar ve Monaghan 2007). Bu özelliklerin dikkat çeken önemli noktası; soyutlamanın düşünme yapısı içinde üst düzeylerde gerçekleşen bir süreç olması ve soyutlamanın öğrenmenin gerçekleştiği zamandan, mekandan ve ortamdan bağımsız gerçekleşebileceğine inanılmasıdır (Yeşildere ve Türnüklü 2008).

Son zamanlarda, bilim insanlarından bazıları soyutlamanın bilişsel yaklaşımını eleştirmektedirler. Örneğin, Ohlsson ve Lehtinen (1997)'e göre; bilişsel soyutlama düzeni, daha karmaşık fikirler içinde var olan fikirlerin toplanmasından oluşmaktadır. Bu nedenle, süreç somuttan soyuta tek yönlü sonuç vermez. Somut ve soyut kavramları ayrı yapılar değillerdir; birbirleriyle bağlantılıdırlar, ancak soyutlama süreci boyunca birbirinden ayrılırlar.

Confrey ve Costa (1996) ise, bilişsel yaklaşımda öncelik verilen özel matematiksel hedefler kavramını eleştirmektedirler. Bu önceliğin, matematik topluluğunu sadece dar bir bakış açısı ile pekiştirebildiğini çünkü matematiksel düşünmeyi orijinal sosyal çevresinden ayırmaktadır ve matematiksel araç kullanımını ve gelişimini ihmal etmektedir.

Ahsbahs (2004)'e göre ise, öğrencilerin öğrenim geçmişlerinin ayrıntılarını bilmenin ne çeşit bir eyleme ihtiyaç duyulduğuna karar vermede gerekli olmadığıdır. Yani, öğrenim çevresine getireceği herhangi bir katkısı yoktur. Önemli olan, etkileşim ve matematiğe karşı duyulan yoğun ilgidir.

Soyutlamanın öğrenmenin çevreden, öğrenme ortamını çevreleyen koşullardan, kullanılan araçlardan ve sosyal etkileşimden ayrı bir şekilde gerçekleşemeyeceği düşünceleri soyutlamaya yeni bir bakış açışı getirmiştir. Bu yeni bakış açısı **sosyo-kültürel** bakış açısıdır. Sosyo-kültürel bakış açısının temelinde; çevre kavramı ve sosyal etkileşim vardır. Soyutlamanın oluşumu için temel varsayım uygun çevresel koşulların oluşmasıdır. Eğer çevre uygun şartlar da düzenlenirse öğrenci için öğrenme anlamlı hale gelecek ve edindiği yeni bilgilerin soyutlanması kolaylaşacaktır. Bu alanda Leont'ev (1981) 'aktivite teorisi' adında bir teori geliştirmiştir. Aktivite teorisine göre çevre, insan davranışlarının anlamlarını ve yapılarını düzenleyen faktörler toplamı olarak tanımlanabilir (Hershkowitz ve diğer. 2001) . Büyük ölçüde bireysel insan davranışlarından oluşan aktivite; analizin bir parçasıdır, çünkü birey davranışlarını anlamak için en anlamlı çevredir (Kuutti 1996: 28) . Bu nedenle çevre düzenlenirken aktivitelere yer verilmelidir.

Aktiviteler, genel bir içerik ile bağlantılı ve işbirliği ya da bireysel başarıyı yansıtan davranışlar zinciridir ve çeşitli becerilerini içerecek şekilde düzenlenmelidir. Çeşitli becerileri içeren bir aktivite (araç, fikirler, işaretler) aracılığıyla davranışlar dolaylı olarak elde edilirler (Hershkowitz ve diğer. 2001) . Bir aktivitenin sonucu, diğer aktivitelerde tekrar kullanılabilecek becerilerinden oluşabilir (Bodker 1997) .

Aktiviteler; verilen içeriğin anlamlandırılması, yeni bilgi edinilmesi ve öğrenilen yeni bilgilerin kalıcı olması ve soyutlanması için çevresel düzenlemenin temelini oluşturur. Ancak, aktivite sadece dış çevreyi düzenleyen fiziksel bir faktör değildir. Aynı zamanda, katılımcının duyuşsal özelliklerine de cevap verip katkıda bulunacak şekilde tasarlanmalıdır. Bu nedenle; katılımcıların kişisel geçmişleri, hazırbulunuşlukları, sosyal çevreleri, öğrenme biyografileri, iletişim becerileri, ... gibi öznel faktörlere de yer vermektedir.

Sonuç olarak, çevre aktivitenin ayrılmaz bir parçası haline gelir. Çünkü katılımcılar, onlara verilen çevreye uygun görülen davranışları sürdürmeyi seçerler. Çevre ve aktivite arasındaki bu bütünlük, zihinsel davranışlara alternatif olan ya da bu davranışları kolaylaştıran durumsal rollere karşılık bilişsel araştırmacılar tarafından çevresel faktörlere başka bir yol tayin ederler (Hershkowitz ve diğer. 2001) .

Soyutlamayı sosyokültürel bakış açısı ile ele alan araştırmacılar öğrenmenin çevreden, araç kullanımından, sosyal etkileşimden ve ortamı çevreleyen koşullardan ayrı gerçekleşemeyeceği düşüncesine sahiptirler (Yeşildere 2006: 25).Bunun yanı sıra bazı bilim adamları ise, sosyo - kültürel bakış açısında soyutlamayı değişik şekillerde tanımlamışlardır. Bu bilim adamlarından birisi de Van Oers' dir. Van Oers'e (2001) göre soyutlama belli bir bakış açısını göz önüne alarak ilişkiler oluşturma sürecidir. Bu anlamda soyutlama bir kavramın daha önceden fark edilmemiş bir özelliği değil, düşüncelerimizi geliştiren ve yeni kavramlara ulaşmamızı sağlayan bir özelliktir.

Hoyles ve Noss ise; soyutlamayı, öğrencilerin sahip oldukları kavramsal bilgileri ilişkilendirmeleri boyutunda ele almışlar ve durumsal soyutlama fikrini ortaya atmışlardır. Durumsal soyutlama; öğrencilerin kullandıkları materyaller ya da düşüncelerden sonuç çıkartarak yeni bir matematiksel anlam oluşturmalarına yardımcı olan bir araçtır (Noss 2002: 5). Öğrenciler etkinlikleri başarılı olarak gerçekleştirerek ilerlediklerinde, bir önceki etkinliklerle yenilerini birleştirmeyi öğrenirler (Aktaran: Yeşildere 2006: 26) .

Soyutlamanın, bilişsel ve sosyo - kültürel görüşleri arasındaki diğer farklılık ise soyutlamanın diyalektik doğasıdır. Bu farklılığı açıklamak için; Davydov (1972 / 1990), somut ve soyut arasındaki diyalektik bağlantıyı açığa çıkaran epistemolojik bir teori geliştirmiştir (Hershkowitz ve diğer. 2001) . Davydov' a göre, kavrama iki seviyede işlevlik kazanır: Deneysel düşünce seviyesi ve teorik düşünce seviyesi. Deneysel düşüncedeki birinin amacı gerçek özelliklerle (örneğin, maddeler arası fark ve benzerlikleri gözlem) çatışmaktadır (Hershkowitz ve diğer. 2001). Burada amaç, deneysel olarak gözlem yaparak gerçeğin nasıl olabileceği konusunda varsayımda bulunmaktır. Yani; birebir gerçek olgularla çalışılmaz, aksine teorik düşünceye sahip birinin amacı, gerçeği göstermektir.

Davydov (1972 / 1990) teorik düşünmeyi: "Nesnelerden oluşan uygulamalı etkinlik ve etkinliğin evrensel form maddelerinin, ölçümlerinin ve kurallarının zenginleştirilmesiyle oluşan bir idealizasyondur." şeklinde tanımlar. Teorik düşünce, nesnelerin oluşumuna aracılık eden sembollerin açıklamalarından, evrenselliklerinden ya da Davydov'un ifadesiyle teorik gerçeği göstermesinden meydana gelmektedir (Hershkowitz ve diğer. 2001) .

Davydov, iki düşünce seviyesinin de birbirinden üstün olmadığını ancak amacımız doğrultusunda tercih etmemiz gerektiğini söyler. Örneğin; eğer amacımız bireye günlük kavramları kazandırmak ise, deneysel düşünceyi, amacımız bilimsel kavramları kazandırmak ise teorik düşünceyi tercih etmeliyiz. Hershkowitz ve diğerleri' ne (2001) göre, bilimsel kavramlar soyutturlar ve soyut bilginin oluşması için diyalektik bir mantığa ihtiyaç vardır. Özellikle, okulda öğrenilen bilgiler genelde deneysel düşünme ile ulaşılamayan bilimsel kavramlardan oluşmaktadır. Bu nedenle, sınıflarda uygulanan yöntemler ile bu teoriyi geliştirip bilimsel kavramların kazanılması ve soyutlanması sürecinde kullanabilirler.

Davydov'un bu teorisine bağlı soyutlama tanımı şu şekildedir: 'Soyutlama, bilginin ilk ve ham haliyle başlar. Soyutlama sentez yapılarak gelişir ve incelemelerden geçen bilgiye son bir form verilir ve sonuçlandırılır. Böylelikle yeni bilgi soyutlanmış olur.'

Soyutlamayı sosyokültürel bakış açısı ile değerlendiren diğer önemli isimler ise Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus'tur. Soyutlama için diyalektik yaklaşımı benimseyen Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) RBC+C soyutlama modelini ortaya koymuştur. Hershkowitz ve diğerleri (2001) kendi deneyimlerini Davydov'un kuramı ile birleştirerek soyutlama için "önceden edinilmiş matematiksel bilgilerin yeni bir matematiksel yapı oluşturmak üzere dikey olarak yeniden düzenlenmesi etkinliği" şeklinde tanımlamışlardır. Bu tanıma göre etkinlik; matematiksel soyutlama süreci için tasarlanmış öğrenme ortamlarındaki öğrenci eylemlerini temsil etmektedir. "Yeni bir matematiksel yapı" ile soyutlama sonucunda oluşan matematiksel düşünceyi (kavram, bağıntı veya genellemeyi) ulaşma ifade edilmektedir. "Dikey organizasyon" ile sembollerle çalışma, kavramlar arasında ilişkiler kurmak suretiyle mevcut matematiksel nesnelerden daha formal bir matematiksel nesneye ulaşma (De Lange 1996; Heuvel-Panhuizen 1996) kastedilmektedir. Bu süreç Gerçekçi Matematik Eğitiminde matematikleştirme süreçlerinden dikey matematikleştirme ile benzer bir aşamadır. (Hershkowitz ve diğer. 2001). Dikey matematikleştirme yeni bir matematiksel yapının, matematiksel kavramlarla ve matematiğin kendi içinde yapılandırılması sürecidir ve yeni bir matematiksel yapıya ulaşmak amacıyla eski yapıların yeniden düzenlenmesi, bunlar arasında bağlantı ve ilişki kurulması ve bunların tek bir matematiksel düşünce süreci içinde birleştirilmesini gerektirir (Gravemeijer 1994).

Soyutlama süreci, bireyin kültürel çevresinden, önceki deneyimlerinden, öğrenme ortamından ve öğrenme konusunun sunulduğu bağlamdan etkilenmektedir (Altun ve Yılmaz 2008). Soyutlama süreci doğrudan gözlenebilir bir durum olmadığından, soyutlama süreci hakkında bilgi verebilecek gözlenebilir eylemlerin tanımlanmasına ihtiyaç duyulmuştur. Bu çalışmadaki bilgi oluşum sürecinin incelenmesinde soyutlamanın diyalektik doğası esas alınacaktır. Bu bakımdan soyutlamanın gözlenebileceği epistemik eylemler olarak bilinen RBC+C (Tanıma, Kullanma, Oluşturma, Pekiştirme) modelinin açıklanmasına ihtiyaç vardır.

1.3.1 RBC + C (Recognizing- Building With- Constructing-Consolidation) Soyutlama Modeli

Herskhowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001)'un yaptığı RBC soyutlama modeline göre soyutlama tanımının içerdiği başlıca epistemik (bilgi oluşumu ile ilgili) eylemleri *tanıma* (recognizing), *kullanma* (building with) ve *oluşturma* (reconstruction) olarak tanımlanmış ve çalışmalarına sözcüklerin ilk harflerini kullanarak RBC kuramı adını vermişlerdir. Sosyo - kültürel bakış açısından hareketle soyutlamaların kullanımını daha etkili kılabilmeyi ve soyutlamaların meydana gelme süreçlerini derinlemesine inceleyebilmek için bu model geliştirmişlerdir.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001), soyutlama sürecini daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak tanımlamaktadır.

RBC kuramı Davydov'un (1990) bilgi oluşturma felsefesini benimseyen Leont'ev (1981)'in aktivite teorisine dayanmaktadır (Özmantar ve Monaghan 2007; Dreyfus 2007). Aktivite teorisine göre aktiviteler davranışlar zincirinin oluşmasını sağlar. Bağlam, bir etkinliğin vazgeçilmez bileşenidir çünkü katılımcılar aktivitede bağlam ile ilgili davranışları gerçekleştirir. Bağlam, yapıyı ve insanoğlunun davranışlarının anlamını çerçeveleyen birbirine bağlı faktörlerin bir araya gelmesidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus 2001). Bu yazarlar, aktivite teorisinden yola çıkarak matematiksel soyutlama sürecinin gelişiminde fiziksel, sembolik ve semiyotik araçların matematiksel bilginin oluşumuna olan etkilerini özellikle vurgulamışlardır. Bunun yanı sıra soyutlama sürecinde aktiviteye katılanların kişisel geçmişlerinin, aktivitenin gerçekleşmiş olduğu sosyokültürel ve fiziksel koşulların bu gelişim sürecini etkilediğini ve çoğu zamanda belirlediğini örneklerle göstermeye çalışmışlardır (Yeşildere 2006: 29).

RBC soyutlama modeli üç epistemik eylemden **(Tanıma, Kullanma ve Oluşturma)** oluşmaktadır. Bu epistemik eylemlerin tanımlanmasının en temel amacı soyutlama süreci hakkında bilgi edinmektir. Bunların her biri gözlenebilirdir ve bunların gözlenmesi ile soyutlama sürecinin daha derin tanınması söz konusu olabilir. Kuşkusuz ki; soyutlama sürecinin tüm bileşenleri bu eylemlerle sınırlı değildir. Öğretim programı, öğretim için tasarlanmış etkinlikler, öğrencinin deneyimleri, tarihsel ve kültürel çevre, öğrenme ortamı, öğretim araçları ile ilgili bilgi ve becerileri, sosyal çevre, öğrencinin grup içindeki konumu ve bireysel çalışma alışkanlıklarının her biri soyutlama süreci üzerinde etkisi olan faktörlerdir (Dreyfus 2007). Bu tartışmalar, her matematiksel kavramın soyutlama sonunda elde edileceği anlamını taşımaz. Soyutlanmak suretiyle ulaşılan kısmının fazlalılığına ve önemine rağmen bazı matematiksel becerilerin kazanılması, işlem algoritmalarının öğrenilmesi, hatırlanmaya ve tekrara bağlı matematiksel kazanımlardır. Bu eylemler ve birbirleri olan ilişkileri aşağıda tanıtılmıştır.

Tanıma; bilinen yapıyı ifade eder (Ahsbahs 2004) . Daha önce oluşturulan bir yapının kullanılmasıdır (Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Herskhowitz 2004) . Öğrencinin bir önceki etkinliğe benzer bir matematik yapı ile karşılaştığında yeni etkinliğin matematik yapısı arasında içsel ilişki kurmasıdır. En az iki yolla gerçekleşmektedir; Benzeşim ve uzmanlaşma (Dreyfus 1991) . Bu durumlardan hangisinin gerçekleşeceği içinde bulunulan epistemik eyleme göre değişebilir. Eğer yeni bir durumla karşılaşılıp daha önceki etkinliğin sonucuna başvuruluyorsa bu yeni durumun bir öncekine benzediğine karar verilebilir ki bu duruma analoji denilir. Ya da bu yeni durumun daha önceki duruma özdeş olduğuna karar verilebilir ki, bu duruma ise özelleştirme denilir.

Hershkowitz ve diğerleri'ne göre (2001) , kişi daha öncekine benzer bir yapı ile karşılaşıldığında yeni bilgiyi yapılandırmaya ihtiyaç duymaz. Çünkü diğer benzer durumlarda önceden kullandıkları yapıları tanır ve yapısal seviyeye uyum sağlayabilir, bu yapıları yeni durumu açıklamada kullanır ve onlardan ihtiyacı olduğu kadar yararlanır. 'Tanıma'; daha önceden oluşturulmuş bir yapının, benzer bir yapı ile karşılaşıldığında işe koşulması demektir. Eski yapı ile yeni yapı arasındaki ilişkilendirme sürecidir. Tanıma süreci kişiden kişiye göre değişkenlik gösterebilir.

Kullanma, süreçte bilinen bilgi parçalarını yeni içerikle birleştirir. Tanıma sürecini de içine alır (Ahsbahs 2004) . Verilen bir hedefi gerçekleştirmek için eskiden oluşturulan matematiksel yapıların kullanılmasıdır (Schwarz ve diğer. 2004) . Bir durumda karar verme veya bir problemin çözümü gibi bir amaçla karşılaşılmasında mevcut bilgi elemanlarını birleştirmeden oluşur (Dreyfus 2001) . Bir amacı başarmaya yönelik öğrencilerin, el becerileri gibi, önceki etkinliklerden tanıdıkları yapıları sonraki etkinliklerdeki yapılar için kullanmaya başvurmalıdır (Hershkowitz ve diğer. 2001) . Bilinen yapının tanınması ve yeni problem durumun çözümü için kullanılmasını ifade eder. Örneğin benzerlik bağıntılarını bilen birinin h^2=p.k bağıntısını elde etmede bunlara başvurması bir kullanma davranışıdır.

Kullanma sürecinde öğrenci problemde uygulanabilir bir çözümü oluşturmak için mevcut yapısal bilgisini kullanır. Kullanma genellikle bir problem çözme, bir matematiksel durumu anlama ve bu durumu açıklama veya bir süreç üzerinde dikkatle düşünme gibi bir hedefi başarmaya odaklanıldığında gerçekleşir. Bu hedefi gerçekleştirmek için öğrenciler stratejilerin, kuralların veya teoremlerin yardımına başvurabilir. Öğrenciler bir hedefi başarmak için daha önceki aktiviteler aracılığıyla farkına vardıkları yapıları kullanırlar. Kullanma, öğrenciye ipucu verilmesi gibi bir kaynağın öğrenciye hatırlatılması ile de gerçekleşebilir.

Oluşturma, yeniden düzenleme ve yeniden yapılandırma süreçleri olarak tanınan, yeni bilginin yapılanması olarak bilinen süreçtir. ‘Var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilmesi ile bu bilgiler arasında yeniden bir düzenlemeye gidilmesi neticesinde yeni bir anlam oluşturulması sürecidir’ (Ahsbahs 2004) .

İnsanlar; yeni yöntemler, stratejiler ya da içerikler oluşturabilirler. Yeni bir yapı ‘akla girdiği’ zaman, bu yapı kavranmalıdır ya da daha basit yapıların bileşenleri ile birleştirilmelidir (Hershkowitz ve diğer. 2001) . Ohlsson ve Lehtinen (1997)’e göre; oluşturma süreci, soyutlamanın ana basamağı olarak dikeysel yeniden düzenlenmiş bilgiyi içerir ve teorik düşünmeyi gerektirir.

Oluşturma eylemi; bir problem durumunda kişinin tanıdığı yapıları, problem çözümünde kullanarak yeni yapılara ulaşmasıdır. Yukarıdaki örneğe dönecek olursak benzerlikten yararlanıp bir dik üçgende h^2=p.k bağıntısının olduğu sonucuna ulaşmak bir oluşturmadır.

Kullanma ile oluşturma arasındaki en önemli fark kullanmada daha önce edinilmiş varolan yapılar, oluşturmada ise çalışmanın hedeflediği yapılar söz konusudur. Oluşturmada bir problemi çözmek, bir çözümü veya hipotezi kanıtlamak gibi bir amaca ulaşmak için yeni bir matematiksel yapının ortaya çıkması gerekmektedir. Kullanmada ise hedef, daha önce kazanılan bilgilerin kullanımı ile gerçekleşir. Öğrenci söz konusu amacı gerçekleştirmek için kendisi için ulaşılabilir olan yapıları bir araya getirir. Öğrenci problemi çözmek, ispatlama yapmak suretiyle bu yeni yapıyı oluşturur. Öğrenciler sıradan problemleri çözdüklerinde tanıma ve kullanma eylemleri değişimli olarak gerçekleşebilir. Benzerlik bağıntılarının bilen birisinin bu bağıntıları kullanarak benzer oldukları bildirilen iki üçgendeki verilen elemanlardan yararlanarak, istenilen elemanları bulması yalnızca tanıma ve kullanma eylemleri ile sınırlı bir çalışmaya örnek olarak gösterilebilir. Rutin olmayan problemleri çözdüklerinde çoğunlukla bir oluşturmaya gidebilirler. Standart olmayan bir problem çözerken, öğrenciler kendileri için yeni olan bir olayı bularak, bu olayın içsel yapısı üzerinde dikkatle düşünerek ve zihinlerindeki diğer bilgilerle ilişkilendirilerek oluşturmayı gerçekleştirebilirler. Benzerlik bağıntılarını kullanarak dik üçgende yükseklik bağıntısı olarak bilinen h^2=p.k yı bulması oluşturma davranışını da gözlendiği bir örnek olarak gösterilebilir.

Oluşturma bu nedenle tanıma ve kullanmadan bağımsız değildir. Tanıma diğer iki eylemin, kullanma oluşturma eylemlerinin içinde yer alırken oluşturma eylemi bu üç epistemik eylemi de içerir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus 2001).

Soyutlamanın oluşumunda yeni bir yapıya gereksinim vardır ve yeni bir soyut varlığın oluşturulması ki bu süreçte tanıma ve kullanma eylemleri iç içe geçmiş olarak var olan yapılardır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus 2001). Dreyfus (2007) epistemik eylemlerin birbirleriyle iç içe geçmiş, birbirleri içinde yuvalanmış olan bu yapısını rapor etmiştir. Bazen sıralı eylemler halinde olabilecekleri gibi, bazen biri diğerinin tamamlayıcısı, uzanımı veya aynı anda gerçekleşen paralel eylemler olabilmektedir.

Öğrencinin ifade ettiklerinin tanıma eylemini mi, kullanma eylemini mi yoksa oluşturma eylemini mi belirttiği farklılık gösterebilir. Aynı problem bir öğrencinin tanıma eylemini gerçekleştirirken bir başka öğrencinin bilgiyi oluşturma eylemini gerçekleştirmesini sağlayabilir. Bu durum öğrencinin geçmiş öğretimsel yaşantılarına, bireysel becerilerine ve kullanılan uyarıcıların öğrencide yaptığı etkiye bağlıdır. Burada bahsedilen uyarıcılar; öğrencinin öğrenmesi ile yeni bilgi yapılarını oluşturması arasında köprü oluşturacak her türlü aktivitelerdir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001).

Dreyfus (2007) göre; matematiksel bilgilerin hiyerarşik yapısı, ilerledikçe matematiksel bilgilerin karmaşıklaşması ve çok yönlü olması matematik eğitiminde önemli bir yer tutmaktadır. Bu yüzden daha sonraki etkinliklerde önceki yapılara başvurma durumlarıyla sık sık karşılaşılmaktadır. Bu durum yeni oluşan yapıların sağlamlaştırılması ihtiyacını ön plana çıkarmıştır. Çünkü öğrencilerin yeni yapıları oluşturmaları için eski matematiksel bilgilerine ihtiyaç duyarlar. Ancak Dreyfus (2007) soyutlama sürecinde oluşturulan yeni yapıların kırılgan olduğunu belirterek, öğrencilerin soyutlamayı gerçekleştirmesinin yanı sıra oluşturdukları yeni kavramları pekiştirme ihtiyacı olduklarını belirtmiştir. Yeni kavramları pekiştirilme yollarında birinin onları yeni bir yapı oluştururken kullanma ve üzerinde derinlemesine düşünerek gerçekleşebileceğini söylemiştir. Soyutlanmış bir matematiksel nesnenin sağlaştırma halinde ancak yeni bir yapı olarak nitelenebilir. Bu durum RBC modelini ortaya atan bilim adamlarının dikkatine çekerek soyutlama sürecine pekiştirme (consolodation) evresini de ekleyerek model **RBC+C** şeklinde ifade etmişlerdir.

Pekiştirme; yeni bir etkinlik için daha önce uygulanan etkinliğin yapılarından yararlanma ve bu yapıları birleştirerek yeni bir yapı oluşturmadır. Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006) tanımlanan 3 epistemik süreçler ve pekiştirme süreçlerinin sık sık iç içe olduğunu belirtmiş ve pekiştirmenin gerçekleştirilebileceği üç mekanizma belirlemişlerdir. Bunlar i)yapıyı oluşturma esnasında pekiştirme ii) yapı üzerinde derinlemesine düşünerek pekiştirme iii) yapının yeni bir soyutlama süreci esnasında başka yapılar oluşturmakta gerekli olduğunu fark ederek pekiştirmedir. Üçüncü mekanizma, pekiştirme ve yapılandırma süreçleri arasında kurduğu güçlü bağlantı sebebiyle özellikle ilgi çekmektedir (Dreyfus ve diğer. 2006).

Bir soyutlamanın pekiştirilmesinin karakteristiklerini şu yapılar ile ifade ederler; Yakınlık, öz-güven, güvenirlik, değişkenlik ve farkındalık. Onlar, bir öğrencinin verilerini içeren ayrıntılı notları incelerler ve birleştirmeyi bir soyutlama durumunda değişik tarzdaki öğrencilerin kullanımına hazır olan uzun vadeli bir süreç olarak tanımlarlar (Monaghan ve Özmantar 2006).

RBC+C modeli tanımladığı epistemik eylemlerle öğrencilerin soyutlama süreçlerini tanımlamada kolaylık sağlamaktadır. Ancak bu model sadece bu epistemik eylemlerle sınırlı değildir. RBC+C modeline göre spesifik bir durumda soyutlama süreci pek çok bağlamsal faktörden etkilenir. Bu faktörler özel öğrenme amaçları için tasarlanan etkinlikleri kapsayan matematik programı, öğrenme bağlamı, bireysel çalışma ve sınıf çalışmasının içerisinde olduğu sosyal bağlamdır (Schwarz, Herskhowitz ve Dreyfus 2008). Soyutlama bu bağlamlar içerisinde gerçekleşmektedir.

Özetle, RBC+C modeli soyutlama sürecini üç aşamalı bir süreç olarak ele almaktadır. Bunlar i)yeni bir yapı için ihtiyaç ii) yapının ortaya çıkışı iii) yapının pekiştirilmesidir. Yani soyutlamanın gerçekleşebilmesi için öncelikle öğrencinin dikey matematikleştirme yoluyla elde edebileceği matematiksel yapının ortaya çıkması gerekmektedir. Sonra öğretim için tasarlanmış etkinlikler yeni yapı oluşturulup pekiştirilir. Bu oluşturma ve pekiştirme sürecinde öğretim bağlamı, öğretim için tasarlanmış etkinlikler, öğrencinin deneyimleri, tarihsel ve kültürel çevre, öğrenme ortamı, öğretim araçları ile ilgili bilgi ve becerileri, sosyal çevre, öğrencinin grup içindeki konumu ve bireysel çalışma alışkanlıklarının gibi faktörler önemlidir.

1.4. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde çalışmaya yön veren araştırmalar iki bölüm halinde sunulmuştur. Birinci bölümde olasılık ve istatistik konularını temel alan çalışmalar, ikincisi ise hem olasılık ve istatistik konularını hem de başka matematik konularının bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modeli ile ele alan çalışmalara yer verilecektir. Literatür taramasında olasılık ve istatistik kavramlarını konu edinen çalışmaların birebir GME ve yapılandırmacı öğrenme kuramını temel aldıkları söylenemez. Ancak her iki kuramı belli özelliklerini referans alarak çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalarla ilgili ayrıntılı bilgi verilmektedir.

Van Zoest ve Walker (1997) öğrencilerin olasılıkların belirlenmesi için gerekli deneyleri gerçekleştirecek durumları modelleyebilmeleri, deneysel sonuçlar ile matematiksel beklentileri karşılaştırarak olasılık modellini kullanmanın gücünü anlayabilmeleri amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmaları dört ders tasarımından oluşmuştur. Hazırladıkları bu derslerde, ders kitaplarından farklı olarak eşit olasılıkta olma, eşit olasılıkta olmama ve oyunun adil olup olamaması kavramlarının öğretimi ile ilgili etkinliklere yer verilmişlerdir. Derslerin işlenişinde her grup altı öğrenciden oluşmuştur. Dersler oyun şeklinde gerçekleşmiş ve öğrencilere iletişimli olarak grup içi çalışmalar yaptırılmıştır.

Araştırmanın sonucu olarak öğrencilerin arkadaşlarıyla işbirliği kurma, yazılı ve sözlü iletişimlerini pekiştirme fırsatı bulmanın yanı sıra cevap için farklı yollar arayarak deneysel ve kuramsal olasılıkları kullanabildikleri tespit edilmiştir. Ayrıca bu şekilde hazırlanmış olan ders tasarımlarının, öğrencilerin olasılık hakkındaki bilgilerini ilginç buldukları durumlara uyarlayabilmeyi öğrendiklerini belirtmişlerdir.

Jones, Langrall, Thornton ve Mogill (1999) olasılık konularını içeren bir öğretim programı geliştirmek ve değerlendirmek için öğrencilerin olasılık düşüncelerinin araştırma tabanlı bilgisini kullanarak sınıf öğretimine şekil veren genel bir öğretimsel model hazırlamak amacıyla bir araştırma yapmışlardır.

Araştırmada; örnek uzay, bir olayın olma olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması ve koşullu olasılık konuları üzerine odaklanılmıştı. Çalışmada öğretim programı 37 tane 3.sınıf öğrencisine her hafta kırk dakikalık ikişer ders saati olmak üzere sekiz hafta boyunca uygulanmıştır. Öğretim programını uygulamak için kullanılan yöntem, öğrencilerin olasılık düşüncelerinin araştırma tabanlı olmasına ve sosyal yapılandırmacılık ilkelerine dayandırılmıştır. Dersler araştırmacılardan biri tarafından ortaya konan bütün sınıf tartışmasıyla başlamış ve daha sonra 12 eğitim öğrencisi olasılık problemlerini çözmek için öğrenci çiftlerine rehberlik etmiştir. Araştırmanın sonucunda, yapılan analizlerin öğrencilerin olasılık düşüncelerinin olumlu yönde önemli bir gelişim olduğu belirtilmiştir.

Edwards (2000) etkinliklerle olasılık kavramlarının öğretimi üzerine bir araştırma yapmıştır. Araştırma, daha önce olasılığı hiç çalışmamış olan 24 beşinci sınıf öğrencinin katılımı ile gerçekleştirilmiştir. Her biri dörder kişiden oluşan altı öğrenci grubu ile üç farklı etkinlik çalışılmıştır. Öğrencilerin yanlış kavramlarına fırsat vermemek için seçilen üç etkinliğin de uygulanması kararlaştırılmıştır. Ayrıca; üç farklı etkinliğin de uygulanması, öğrencilerin kuramsal olasılıklarla o olaya ait gözlene bağıl sıklıkların karşılaştırılması için üç farklı fırsat yakalamaları sağlanmıştır. Eşit olasılıkların tartışılması konusunda şansın miktarla ilişkisi olduğu fikri otomatik olarak doğmuş, bu da öğrencilerin olayların olasılıklarını deneyler sayesinde kazandıkları tecrübeleriyle sayısal olarak ifade etmeye başlamalarını sağlamıştır. Bu kapsamda uygulanan etkinliklerde; eşit olasılıklı olaylara ait kavramanın yapılandırılması, olayların kuramsal olasılıklarının belirlenmesi ve olayların kuramsal olasılıklarının olaya ait etkinlik sırasında gözlenen bağıl sıklıklarla ilişkilendirilmesi amaçlanmıştır.

Etkinlikler, seçilen bir öğretmen aracılığıyla yaptırılmış ve öğrencilerin kendi aralarında tartışarak sonuca ulaşmaları teşvik edilmiştir. Üç etkinlik de eşit olasılıklı sonuçlara sahip durumları içermiştir. Etkinliklerin her biri, gerçekleşebilecek olasılık sayılarının katları kadar sayıda olacak şekilde tekrarlanarak uygulanmıştır. Dersin bitiminde, bir yazma etkinliği yapılmıştır. Bu etkinlikte öğrencilerden çalıştıkları etkinliklerle ilgili düşüncelerini ve bu etkinlikle ilgili söylenenleri yazmaları istenmiştir. Sonuçlarının sınıfta tartışılmasıyla öğrencilerin öğrenmelerinde ilerleme sağlanmıştır. Eşit olasılıklı durumların öğrenciler tarafından anlaşıldığı görülmüştür. Öğrenciler şansı sayısal olarak ifade etmede zorlanmamışlardır. Yazma etkinlikleri sonucunda da, öğrencilerin yorumları ve soruları incelenmiş ve çalışmanın amaçlarına ulaştığı görülmüştür.

Quinn (2001) olasılığın kavramsal olarak anlaşılması üzerine bir çalışma yapmıştır. Çalışmasında, ilköğretim ikinci kademe öğrenciler için hazırlanmış, bilgi yapılanması ve olasılığın kavramsal anlaşılması için düzenlenmiş bir dizi etkinliklere ve bu etkinliklerin sınıf içi uygulamalarına yer verilmiştir. Çalışmadaki etkinlikler olasılık tanımı ve olasılık kavramlarının (imkansız olay, kesin olay, bağımsız olay, iki olayın birlikte gerçekleşme olasılığı) öğretimi ile ilgilidir. Bu çalışmanın sonucunda, öğrencilerin olasılıkla ilgili güçlü bir kavramsal anlayış geliştirdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Aynı zamanda, bu öğrenmeler ile matematik bilgi yapılanmasında sayısız şanslara sahip oldukları ve matematiğin bu dalında bulunan birçok heyecanlı ve motive edici problemlerle uğraşmaya hazırlandıkları da belirtilmiştir.

Norton (2001) öğrencilerin olasılık konusuna ilgilerini çekmenin bir yolunun da şans oyunları olduğu düşüncesiyle, öğrencilerin birçok oyunun temelindeki yapıları gösteren deneyimleri kazanmaları ve onların olasılık sezgilerini güçlendirme amacıyla olasılığın şans oyunları ile öğretimi ile ilgili bir çalışma yapmıştır. Çalışmasında, zarların kullanıldığı üç oyun tanıtmış ve bu oyunların sınıf içi uygulamalarını aktarmıştır. Uygulama sırasında, öğrencilerin kazanma ihtimalleri ile ilgili tahminde bulunmaları istenmiş ve öğrencilerin ilgisini çekmek amacıyla adillik konusu ön plana çıkarılmıştır. Bunların sonucunda öğrenciler sezgilerinin doğruluğunu merak etmişler, dolayısıyla da öğrencilerin verdikleri cevaplara olan ilgileri artmıştır. Aynı zamanda; öğrenciler verdikleri cevapların iyi düşünülmemiş, sezgisel veya yanlış olmasının önemli olmadığını bilmenin rahatlığıyla, doğru cevabı bulmaya yönelik iyi bir yaklaşımla oyunun kurallarının altında yatan her uygun sonucu test etmeyi öğrenmişlerdir.

Bulut (1994), 8. sınıf öğrencilerine olasılık konusunda uyguladığı işbirlikli öğrenme yöntemin, bilgisayar destekli öğretimin ve geleneksel öğretim yöntemlerinin etkisini araştırmıştır. İşbirlikli öğrenme yönteminde, 36 kişilik öğrenci grubu dörder kişilik gruplara ayrılarak çalışma yaprakları verilmiş ve öğrencilere kavramları oluşturmaları için rehberlik yapılmıştır. Bilgisayar destekli öğretim yönteminde 31 öğrenci ikişer ve üçer kişilik gruplara ayrılarak bilgisayarlarla çalışmış ve senaryoları araştırmacı tarafından oluşturulan bilgisayar programı kullanılmıştır. Geleneksel öğretim yönteminde 36 kişilik öğrenci grubuna öğretmen merkezli öğretim uygulanmıştır. Araştırma sonucunda işbirlikli öğrenme yöntemi ile öğrenim gören grubun olasılık başarı testinden aldığı puan, hem bilgisayar destekli öğretim hem de geleneksel öğretim yöntemiyle öğrenim gören öğrenci gruplarının olasılık başarı testinden almış oldukları puanlara göre istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur.

Memnun (2003), 8.sınıfta işlenen permütasyon ve olasılık ünitesinin aktif öğrenme yöntemiyle öğretiminin öğrenci başarısına etkisini incelemiştir. Araştırmacı öğrencileri kontrol ve deney grubu olarak ikiye ayırıp, deney grubuna aktif öğrenme yaklaşımıyla, kontrol grubuna da geleneksel öğretim yöntemiyle ders işlemiştir. Deney grubuna aktif öğrenmenin gereği olarak ders planlarında etkinliklere ağırlıkla yer verilmiştir. Çalışma sırasında öğrenciler gruplar halinde çalışmışlardır. Öğretimin sonucunda öğrenci başarısını ölçmek amacıyla ünite başarı testi uygulanmıştır.

Araştırmada elde edilen bilgiler sonucunda permütasyon ve olasılık ünitesinin aktif öğrenme yöntemi ile yapılan öğretiminin öğrenci başarısını anlamlı derecede arttırdığı görülmüştür.

Çelik ve Güneş (2007) farklı seviyedeki öğrencilerin olasılıkla ilgili gerçek dünyadaki sezgi ve deneyimleri sonucu oluşan anlama ve kavram yanılgılarının değişiminin incelemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Bu amaçla 7, 8 ve 9. sınıflarda öğrenim gören toplam 218 öğrenci üzerinde boylamsal bir çalışma yürütmüşlerdir. Çalışmada veri toplamak için çoktan seçmeli bir test hazırlanmıştır. Ayrıca öğrencilerden sorulara verdikleri cevabın nedeni açıklamaları istenmiştir. Böylece hem nitel hem de nicel veriler elde edilmiştir.

Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre, “temsil etme” ve “negatif ve pozitif yeniden maydan gelme” ile ilgili yanılgıların sınıf seviyesi arttıkça azaldığı, ancak “basit ve bileşik olaylar”, “birleşme yanılgısı” ve “örnek kümenin büyüklüğü” ile ilgili yanılgıların ise her sınıf seviyesinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunda var olduğu saptanmıştır. Öğrenciler genel olarak verdikleri doğru cevapların nedenlerini açıklamada yetersiz kalmışlardır. Bu sonuçların ışığında, öğrencilerin yanılgıya düştükleri kavramların fark edebilecekleri araştırma gerektiren ve somut materyaller içeren etkinliklere derslerde yer verilmesini önermektedirler.

Beşler (2009) 8.sınıf matematik dersi “Permütasyon ve Olasılık” konusunun öğretiminde yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak hazırlanmış çalışma yapraklarını öğrenci başarısına etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır.

Çalışmaya 26 öğrenci deney grubunda, 26 öğrenci kontrol grubunda olmak üzere toplam 52 öğrenci katılmıştır. Deney grubunda dersler yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak hazırlanmış çalışma yapraklarıyla işlenirken, kontrol grubunda dersler geleneksel öğretim yöntemiyle işlenmiştir. Yapılan öğretim sonunda her iki gruba da hazırlanan başarı testi uygulanmıştır. Araştırmanın bulgularına göre yapılandırmacı yaklaşıma uygun çalışma yapraklarıyla öğrenim gören grubun akademik başarının geleneksel öğretim yollarının kullanıldığı grubun başarısından daha fazla arttı görülmüştür.

Yukarıdaki bölümde yer alan çalışmalara genel olarak bakıldığında olasılık ve istatistik konularının öğretiminde etkinlik temelli gruplarla yapılan etkinlikler ön plana çıkmaktadır. Bu anlamda araştırmada kullanılacak etkinliklerin amaca uygun olarak hazırlanmasında bu araştırmalar yol gösterici olmuştur. Diğer taraftan bu araştırmalarda değerlendirme genel olarak hazırlanan testler veya gözlemler neticesinde elde edildiği göz önüne alındığında hiç birinin epistemik eylemleri dikkate alarak bir analiz yapmadığı görülmektedir. Literatürle ilgili ikinci bölümde daha çok RBC+C modelini kullanan ve epistemik eylemleri dikkate alarak analiz yapılan araştırmalara yer verilecektir.

Hershowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) yaptıkları çalışmada bağlam içersinde oluşan teoriksel ve deneysel soyutlama sürecini tanımlamalarını amaçlamışlardır. Çalışmanın sonunda, soyutlama sürecinin analizinde kullanılabilecek epistemik eylemler tanımlayarak RBC modelini ortaya atmışlardır.

Çalışmada örnek olay yöntemi kullanılmıştır. Çalışma dokuzuncu sınıfta öğrenim gören bir öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciye değişim oranlarını temel alan dört açık uçlu soru yöneltilmiş ve öğrenci cevapları videoya kaydedilmiştir. Bu video kayıtları çözümlenerek araştırmanın verileri elde edilmiştir. Verilerin detaylı incelenmesi sonucunda bazı durumlarda öğrencinin yeni bilgiye ihtiyaç duymadan eski bilgilerini kullanıldığı tespit edilmiştir. Bu aşama tanıma eylemi olarak adlandırılmıştır. Bazı durumlardan öğrencinin eski bilgileriyle çözüme ulaşamadığını ve bir şaşkınlık yaşadığı tespit edilmiş, daha sonra uygun bir bilgi ile yeniden düzenleyerek kullanma eylemini gerçekleştirmiştir. Araştırmacılar, öğrencinin zorlandığı durumlarda basit tekrar soruları yöneltmiş ve böylece öğrenciye basit bilgi yapıları hatırlatılarak öğrencinin kendince yeni b ilgi yapılarını inşa edebilmesine olanak tanınmıştır. Öğrenci bu aşamalarının sonucunda değişim oranlarının da bir fonksiyon şeklinde ifade edilebileceği düşüncesi kısmen de olsa oluşturduğu belirtilmiştir.

Bu çalışmanın sonucunda soyutlama sürecinde üç epistemik eylem tanımlanmıştır. Bunlar tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleridir. Ayrıca bu üç eylemin birbirinden bağımsız olmadığı ve oluşturma eyleminin, tanıma ve kullanma davranışlarını içerdiği belirtilmiştir.

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) yukarıda kısaca açıklanan çalışmanın devamı olarak bir çalışma daha gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmanın diğer çalışmadan farkı akran etkileşimi ön plana çıkarmasıdır. Diğer çalışmada bir öğrenciyle yapılan görüşmeler sonucu elde edilen veriler üzerinden analiz yapılırken, bu çalışmada ikişerli iki grup öğrenciyle yapılan görüşmeler sonucu elde edilen veriler üzerinden analiz yapılmıştır.

Çalışmada cebirin bir ispat aracı olarak kullanılması düşüncesini oluşturmak amaçlanmıştır. Bunun için 7.sınıf öğrencilerine gruplar halinde çalışmaları sağlanarak, tamsayıların 2x2 sıralamalı şekilde olan farklı sayısal örnekler içeren kareler verilmiştir. Öğrencilerden örneklerin çeşitli özelliklerini listeledikten sonra öğrencilerin dikkatleri çapraz çarpım üzerine çekilmiştir. Bu aşamada, öğrencilere tüm örnekler için bu özelliğin doğru olup olmadığı konusunda ne düşündükleri sorulmuş ve ardından cebiri bir ispatlama aracı olarak kullanma şansını ve dolayısıyla da cebirin ispatlama için bir araç olduğu düşüncesini oluşturma fırsatıyla bir etkinlik sunulmuştur. Etkinlik aynı zamanda örneklerdeki çapraz çarpım özelliğinin toplamanın çarpma üzerinde dağılım kuralını gerektirmesi nedeniyle, öğrencilere bu kuralın yapılandırılması ihtiyacı ve fırsatıyla yöneltilmiştir. Etkinliğin uygulanması esnasında çapraz çarpım özelliği şaşırtıcı bir şekilde ortaya çıkmıştır ve bu durum öğrencileri cevabı ispat etmek için motive etmiştir. Öğrenciler önce bir değişkeni bir harfle nasıl ifade edebileceklerini öğrenmekle işe başlamış, çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanmış fakat toplamanın çarpma üzerine dağılma özelliğini kullanmamışlardır. Çalışmada çiftlerin soyutlama sürecini analiz etmek için görüşme verilerinin analizi iki aşamalı olarak yapılmıştır. Birinci aşamada öğrencilerin bir tanesinin bilişsel yönü incelenirken diğerinin etkileşim durumu analiz edilmiştir.

Araştırmanın sonucunda, yapılan analizlerin soyutlama süreçlerini destekleyen sosyal etkileşim türlerinin tanımlanmasını sağladığı belirtilmiştir. Öğrencilerin dağılım kanununun bir problemin ispatı için ihtiyaç duyulan matematiksel bir araç olduğunu anladıkları açıklanmıştır. Bununla birlikte, oluşturma eylemlerinin (toplamanın çarpma üzerinde dağılma özelliği) diğer üst seviyedeki oluşturma eylemlerini (ispat için bir araç olarak cebir) oluşturacak biçimde gelişebileceği anlaşılmıştır.

Bu iki araştırmadan sonra Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, Hadas, Ron gibi araştırmacılar kapsamlı bir araştırma projesi gerçekleştirmişlerdir. Bu projenin ana amacı RBC+C modelini kullanarak öğrencilerin oluşturma ve pekiştirme süreçlerini analiz etmektir. Bu amaç doğrultusunda zengin bir öğrenme ortamında gerçekleştirilen bir dizi etkinlikler geliştirilmiş, ikili gruplar ve sınıf tartışması şeklinde sınıfta uygulanmıştır. Proje kapsamında olasılığın temel kavramları üzerinde durulmuş ve iki aşamalı olarak uygulanmıştır. Birinci aşaması laboratuar ortamında gerçekleştirilmiştir. Esas çalışmaya geçilmeden önce altı çift öğrencinin katılımıyla etkinlikler uygulanmış ve videoya kaydedilmiştir. İkinci aşama sınıflarda gerçekleştirilmiştir. Dört farklı okuldaki beş sekizinci sınıfta etkinlikler sınıf öğretmenleri tarafından uygulanmıştır. Her derste bir veya iki araştırmacı hazır bulanarak iki kamerayla dersi kayıt altına almıştır. Kameralardan biri bir grup öğrenciye, ikinci kamera ise öğretmene ve tüm sınıf etkinliğine odaklanmıştır. Ayrıca yazılı testler ve uygulanan çalışma kağıtlarını bir diğer veri toplama araçlarıdır. Aşağıda yer alan araştırmalar bu araştırma projesinin kapsamında ortaya çıkarılmıştır.

Hershkowitz (2004) öğrencilerin bilgi oluşturma ve bilginin pekiştirme süreçlerinin gözlemlenmesini temele alan bir çalışma yapmıştır. Çalışmada bilgi oluşturma ve bilginin pekiştirme süreçlerin yine üç epistemik eylem üzerinden açıklanmıştır.

Çalışmada olasılık konusuyla ilgili grup tartışması ve sınıf tartışmasına imkan sağlayan beş etkinlik sekiz ders saatinde uygulanmıştır. Etkinlikler öğrencilerin bilgilerini oluşturmalarına fırsat yaratacak şekilde tasarlanmıştır. Etkinlik dört soru üzerinden yürütülmüştür. Bu sorulardan birincisi ile sınıf tartışması gerçekleştirilmiş ve bu soruya verdikleri cevaplar dikkatte alınarak iki öğrenci seçilmiştir. Bu öğrencilerle birlikte ikinci soru ele alınarak akran etkileşimle bilgi oluşumu süreci incelenmiştir. Pekiştirme çalışması olarak ise üçüncü ve dördüncü sorular ev ödevi olarak verilmiştir. Uygulamanın sonunda ise, bir sınav ve görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın verileri, üç kişilik bir grupta ortaklaşa çalışan iki kız öğrenciye ait bilgiler çalışmanın verilerini oluşturmuştur. Bu verilerin analizi sonucunda, sınıfça tartışılan birinci soruda yalnızca sınıfın ortak bilgisinin oluşturulma sürecinin yer aldığı ve bu nedenle bu soruda iki kızın hangi bilgileri oluşturup oluşturamadıklarının tahmin edildiği açıklanmıştır. Gerçekleştirilen uygulama sonucunda yapılan sınavın ve öğrencilerin her biri ile gerçekleştirilen görüşmenin bilgiyi nasıl oluşturduklarının yanında nasıl sağlamlaştırdıklarının da görülmesini sağladığı açıklanmıştır.

Çalışmanın sonucunda; olasılık ile ilgili bilgilerin yapılandırabildikleri ancak oluşan bilginin kalıcı olmadığı tespit edilmiştir. Bu yüzden öğrencilerin olasılıkla ilgili yeni yapıları oluşturamadıkları sonucunda ulaşılmıştır. Ayrıca aynı yapının yeniden oluşturulamama ihtimali olduğu ve kısa süreli bilgi oluşturmada pekiştirmenin gerçeklemediğini belirtilmiştir.

Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006) yaptıkları çalışmada oluşturma süreçleri ve pekiştirme süreçlerinin iç içe geçtiklerini ve pekiştirmenin yeni bir yapının oluşum sürecinde gerçekleştiğini iddia etmişler ve bu iddiaları ile ilgili bilgiler sunmuşlardır.

Çalışmada olasılık konusu üç bölümde ele alınmıştır. Birinci bölüm de bir boyutlu örnek uzayda olasılık hesaplama, ikinci bölümde iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesaplama ve basit olayların olma olasılığını tablo içinde düzenleme ve hesaplamadır. Üçüncü bölümde ise eşit olasılığa ihtiyaç duyulmayan basit olayların iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesaplanmasıdır. Bu çalışmadaki veriler ise üç kız öğrenciden oluşan grupla yapılan görüşmelerden elde edilmiştir.

Çalışmanın sonunda öğrencilerin eski bir yapıyı kullanarak yeni yapının oluşturulması sürecinde o yapıyı pekiştirdikleri tespit edilmiş ve üç pekiştirme mekanizması tanımlanmıştır. Bunlardan biri, daha önceden oluşturulmuş olan bir yapının yeni bir yapının oluşturulması sürecinde sağlamlaştırılmasıdır ve bu araştırmada öğrencilerin bir kuralı başka bir kuralı oluşturmaları esnasında sağlamlaştırmışlardır. Diğeri, yeni bir yapının bu yapının oluşturulması süresince sağlamlaştırılması yani yapı üzerinde düşünürken sağlamlaştırmadır ki, bu araştırma çerçevesinde öğrencilerin benzer fakat farklı bağlamlarda olan ileriki sorulara gittikçe daha hızlı, daha esnek ve daha fazla özgüvenle verdikleri cevaplar bu sağlamlaştırmanın gerçekleştiğini göstermiştir. Bunun yanında, öğrencilerin bu esnekliğinin kendini sadece öğrencilerin değişen bağlamlara uyum sağlamalarında değil, bazen de kendilerine has tablolarını oluşturmada bağımsızlaşmalarında da görülebileceği de belirtilmiştir. Bir diğeri ise, yeni bir soyutlama süreci esnasında yapının başka yapılar oluşturmakta gerekli olduğunu fark ederek sağlamlaştırmadır ki, bu durumda yeni bir yapı onu bir yansıma nesnesi olarak tanırken sağlamlaştırılır. Bunun için, öğrencilere yansıtma için fırsat sunulması gerektiği de ifade edilmiştir. Bunlar arasında üçüncü mekanizmanın sağlamlaştırma ve oluşturma süreçleri arasında kurduğu güçlü bağlantı nedeniyle özellikle ilgi çekici olduğu da belirtilmiştir. Bununla birlikte, sağlamlaştırma süreçlerinin sadece bilişsel eylemlerin tanınmasında değil, aynı zamanda benimsenmesinde ve içselleştirilmesinde de gerekli olduğu ve bunların sonraki bilişsel eylemlerindeki anlatımları aracılığıyla ortaya çıkarılabileceği de çalışmanın sonunda açıklanmıştır.

Ron, Dreyfus ve Hershkowitz (2006) eşit olasılığa ihtiyaç duyulmayan basit olayların iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesaplanması ile ilgili olan sınıf uygulamasına katılmış bir çift öğrencinin çalışmalarından elde edilmiştir. Çalışmada öncelikle iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesabı için gerekli matematiksel ilkeler belirlenmiştir. Daha sonra öğrencilere dört öğretim etkinliği uygulanmış ve gerekli görülen matematiksel ilkeleri kazanıp kazanmadıkları incelenmiştir.

Çalışmanın sonucunda öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesabı ile ilgili matematiksel ilkelerin bazılarını oluşturdukları tespit edilmiştir. Ayrıca var olan bilginin sonraki bilgi oluşumu için oldukça önemli olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin kısmi bilgileri oluşturdukları gözlemlenmiş ancak gerekli matematiksel ilkelerin tamamını oluşturamadıkları tespit edilmiştir.

Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz (2007) yaptıkları çalışmada etkileşim içinde olan üç öğrencili bir grubun bilgi yapılandırma süreçlerini ele almışlardır. Bu çalışma da proje kapsamındadır. Çalışmada bilginin temel bir temeline sahip oluncaya kadar bir öğrenciden diğerine gerçekleşen bilgi akışı vurgulanmıştır. Gruptaki öğrencilerin işbirlikli bir şekilde bilgi yapılandırmasını devam ettirmeleri ve bunu sonraki etkinliklerde bilginin oluşturulması hedeflenmektedir.

Çalışmadaki veriler, farklı okullardan iki grubun etkinliklerinden alınan üç örnek olayla sunulmaktadır. Her örnek olay birkaç bölümde incelenmiş ve tanımlanmıştır. Bu örnek olaylar paylaşılan bilginin farklı etkileşim örüntülerinde bireysel bilgiden nasıl yapılandırıldığını tanımlayan farklı akışlar örneklendirilmektedir. RBC+C modeli bu üç örnek olayda paylaşılan bilginin oluşturulması ve pekiştirilmesini incelemek ve tanımlamak için temel metodolojik araç olarak kullanılmıştır.

Çalışmanın sonucunda grubun paylaşılmış bilgisinin, grubun kendi çeşitliliği tarafından nitelendirildiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca bilgi oluşturma sürecinin gruptan gruba farklılık gösterdiği belirtilmiştir. Değişkenliğin, zaman içerisinde çeşitli noktalarda farklı ihtiyaçlar ve etkileşim örüntülerinden geliştiği vurgulanmıştır. Bir diğer sonuç olarak bir grubun paylaşılan bilgisinin etkileşim sürecinin çeşitli örüntülerle tanımlanabileceği ortaya konulmuştur. Çalışmanın bir diğer bulgusu olarak RBC + C modelinin birçok başarılı etkinliklerdeki soyutlama sürecinin analizinde kullanılabilecek bir araç olduğu tespit edilmiştir.

Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004), öğretmenlerin sınıf içinde bilginin oluşturulmasına nasıl rehberlik ettikleri üzerinde duran ve sınıf tartışmasında öğretmenin müdahalelerinin diyalog türünü ve bilginin oluşturulmasını nasıl etkilediğini analiz eden bir araştırma yapmışlardır.

Araştırmanın ilk bölümünde, diyalog dönemlerinde öğretmenin rolünün her zaman aktif olduğu düşüncesiyle öncelikle her biri farklı bir yükümlülüğe dayanan farklı türdeki ve bilginin oluşturulmasıyla alakalı olası diyalog türlerine ait teorik bilgilere yer verilmiştir. İkinci bölümünde ise, bir öğretmenin hedefleri ve uyguladığı yöntemler doğrultusunda öğrencilerin dâhil olacağı diyalog türlerini belirleyebilmek için tartışmayı nasıl yönettiğini göstermek amacıyla geniş kapsamlı proje kapsamında uygulanan bir etkinliğe ait görevlerin birine ait analizlere yer verilmiştir. Öğretmenin sınıf etkileşimine rehberlik etmek için temel oluşturma diyaloğundan, muhtemel ve eleştirel diyaloğa zamanında geçişler yaparak diyalog türlerini kullandığı, gerektiğinde tartışmalarda son ana kadar öğrenciler tarafından geliştirilen fikirlere katılmadığı belirtilmiştir. Bunun yerine, eleştirel diyalog becerileri ile düşünme sürecinin ifade edilmesini ve geliştirilmesini sağladığı açıklanmıştır. Bazı durumlarda ise, bilgi yapılandırılmasına yardımı açısından gerekli olacağı düşüncesiyle, öğretmenin öğrencilerin bilişsel eylemlerine katıldığı ve böylelikle öğrencilerin fikirlerine daha açık bir dikkat gösterildiği fakat öğrencilerin bilişsel eylemlerine katılımın bazen gerekli olmakla birlikte çoğu zaman bu sorumluluğu üstlenmenin oldukça güç olduğu belirtilmiştir.

Araştırmanın sonunda, bilginin oluşturulmasında rehberliğin öğretmenin sınıfta diyalog türlerini nasıl düzenlediğine, bu diyaloglar içinde hangi öğretme yöntemlerini uyguladığına ve öğrencilerin bilişsel eylemlerine ne ölçüde katıldığına dayandığı ifade edilmiştir.

Özmantar (2004) istenilen amaçlara odaklanılarak bir matematiksel soyutlamada dışarıdan desteğin rolünü değerlendirmek için bir çalışma yapmıştır. Ayrıca soyutlama başarısında dışarıdan desteğin katkısını belirleyerek istenilen amaçları betimlemektir.

Çalışmanın verileri 17 yaşındaki 2 öğrenci ile birlikte gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilmiştir. Çalışmada öğrencilerden y=f(x) fonksiyon grafiklerinden yararlanarak verilen farklı $y = f(|x|)$ fonksiyonlarının grafiklerini oluşturmaları istenmiştir. Bu amaçla, öğrencilere özel olarak tasarlanmış 5 soru yöneltilmiştir. Bu sorulardan bazıları verilen mutlak değer fonksiyon grafiklerinin çizimini, bazıları ise gerçekleştirilen mutlak değer fonksiyon grafik çizimlerinin y=f(x) halinde verilen fonksiyonun grafikleri ile ilişkisinin incelendiği sorulardır. Çalışmada öğrencilerin yeni hedeflerin ortaya çıkışını ve birbirlerini sürekli etkiledikleri ve bu noktada destek sağlayanın/yapılandıranın nasıl algıladığı, değerlendirdiği, nasıl yönlendirdiği, bu yönlendirmelerin/asistanlığın öğrenciler tarafından nasıl algılandığı ve değerlendirildiği, yeni durumu ve buna benzer durumları nasıl değerlendirdiği açıklanmaya çalışılmıştır. Görüşmeler esnasında destek sağlayıcının öğrencileri yönlendireceği ve önceden belirlenmiş hedeflerle yeni hedefin ortaya çıkışını etkileyeceği ve hatta bunu gerçekleştirmek için yapılandırmacı öğrencilerin eylemlerini ve etkileşimlerini temel alarak performanslarını gözlemleyeceği ve analiz edeceği açıklanmıştır.

Çalışmanın sonunda, soyutlamanın gözlenebilen dört parametresi olarak kavramsal çatı, öğrenci, işlemler ve hedefleri belirtmiş, soyutlamanın bu dört parametrenin dinamik ve diyalektik etkileşimi ile ortaya çıktığını ifade etmiştir.

Özmantar (2005) yapılan araştırmada dış destek yoluyla matematiksel bilginin yapılanması, sağlamlaştırma sürecinin doğasının ortaya koyulması ve RBC+C soyutlama modelini geçerliliğinin kanıtlanması amaçlanmıştır.

Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden çoklu örnek olay çalışması deseni kullanılmıştır. Örnek olay çalışmaları 4 farklı şekilde gerçekleştirilmiştir: Öğretici yardımı alan ve bireysel çalışan öğrenciler ile gerçekleştirilen, öğretici yardımı almayan ve bireysel çalışan öğrenciler ile gerçekleştirilen, öğretici yardımı alan ve grupla çalışılan ve son olarak öğretici yardımı olmadan grupla çalışılan örnek olay çalışmaları. Görüşmelerde öğrencilerle mutlak değer fonksiyonlarının grafikleri ile bağlantılı 4 farklı test hazırlanan ve öğrencilere verilen çalışma kâğıtları da kullanılarak çalışılmıştır. Araştırma verileri öğrencilerin kullandığı çalışma kâğıtlarından ve video kayıtlarından elde edilmiştir.

Araştırmanın sonunda; dış destek yoluyla matematiksel bilginin oluşturulması konusunda öğreticinin müdahalelerinin öğrencilerin bilgi oluşturmaları ile dolaylı olarak ilgili olduğu anlaşılmıştır. Öğretici yardımıyla gerçekleştirilen görüşmelere ait verilerin analizinin sosyal, kültürel, tarihsel ve durumsal konuların karmaşık bir şeklini içeren zor ve karmaşık olaylar olduğu açıklanmıştır. Öğreticinin konuşmalarının değerli muhakemeler, bireylerin kişisel geçmişleri, yaygın kültürel uygulamalar, bireylerin ortaya çıkan amaçları ve belirli etkileşim örüntüleri gibi birçok dinamiği içerdiği belirtilmiştir. Pekiştirme sürecinin doğasının ortaya koyulmasıyla ilgili olarak, yeni oluşturulmuş yapılanmaların kırılgan olduğu ve pekiştirmeye ihtiyaç duyulacağı ve bu yapılanmanın başka bir yapının oluşturulmasında kullanıldığı takdirde pekiştirilebileceği, bir yapının pekiştirilmiş formunun ancak matematiksel yapı olarak ele alınabileceği açıklanmıştır. Bu soyutlama modelini geçerliliğinin ortaya koyulması amacıyla ilişki olarak ise, bu araştırmada öğrencilerin sözel verilerinin üç anahtar boyuta odaklanılması sayesinde RBC+C soyutlama modelinin kritik bir değerlendirmesine izin verdiği belirtilmiş ve bu 3 anahtar boyut ise epistemolojik ve sosyokültürel prensipler, bilişsel eylemler ve bir soyutlamanın oluşumu/kökeni olarak açıklanmıştır. Araştırmada, ayrıca bu model için bazı aydınlatmalar, iyileştirmeler, düzenlemeler önerilmiştir.

Monaghan ve Özmantar (2006) yaptıkları çalışmada dışarıdan destek (Scaffolding) kavramı ve matematiksel bilgi oluşumu arasındaki ilişki tartışmışlardır. RBC modeli temel alınarak bu model farklı bir bakış açısı kazandırılarak arabuluculuk (human mediation), dışarıdan destek ve beliren hedef kavramları modele kazandırılmıştır. Çalışmanın ana amacı sosyal etkileşim ve dışarıdan destek kavramları üzerine odaklanılarak RBC modelinin geçerliliğini araştırmaktır.

Çalışmada yirmi öğrenci seçilmiş ve bunların on dördü ile ikili gruplar halinde, altısı ile bireysel olarak çalışılmıştır. Bu öğrenciler seçilmeden önce yüz otuz dört öğrenciye bir tarama testi uygulanmış ve bu testin sonuçlarına göre yirmi öğrenci belirlenmiştir. Seçilen öğrenciler zaman sınırlaması olmaksızın beş problem üzerinde çalışmışlardır. Birinci ve ikinci problemlerde öğrenciler verilen fonksiyonun grafiğini çözerlerken, üçüncü problem bir ve ikinci problemlerdeki yapılarını pekiştirme olanağı verilmiştir. Çalışmada iki öğrenci ile yapılan görüşme verilerine yer verilmiştir. Görüşmeler araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler sırasında araştırmacı öğrencilere ihtiyaç duyduklarında geri dönütler vermiş, açıklamalar ve düzeltmeler yapmıştır. Birinci problem $f(x) = \left||x| - 4\right|$ fonksiyonunun grafiğini çizmeleri istenmiştir. İkinci problemde f(x) = x-4 ile $f(x) = \left||x| - 4\right|$ grafiklerini karşılaştırmaları istenmiştir. Üçüncü soruda ise f(x)=x+3 fonksiyonunun grafiği ve $\left|f(|x|)\right|$ grafiğini f(x)=x+3 grafiğini kullanarak cevaplamaları istenmiştir. Dördüncü soruda ise denklem içermeyen lineer fonksiyonlar tanıtılmış ve lineer fonksiyonların her biri için If(IxI)I çizmeleri istenmiştir. Beşinci soru olarak ise f(x) fonksiyonlarından nasıl yararlanarak If(IxI)I fonksiyonunu çizdikleri sorulmuştur.

Çalışmanın sonucunda öğrencilerin daha önceden kullanmadıkları yeni metotlar oluşturdukları gözlenmiştir. Arabuluculuk kavramının öğrencilerin matematiksel davranışlarını müdahaleleri kolaylaştırdığı belirlenmiştir. Ayrıca soyutlanmış bir matematiksel yapının kırılgan olduğu ve bu yapının ancak başka bir yapının oluşturulmasında kullanıldığı zaman pekiştirilebileceği, bir yapının pekiştirilmesi halinde yeni bir yapı olarak ele alınabileceği açıklanmıştır.

Özmantar ve Monaghan (2007) yaptıkları çalışmada matematiksel soyutlamayı deneysel ve diyalektik yaklaşım olmak üzere iki boyutta ele almışlardır. Çalışmanın amacı akran etkileşimi, insan ve maddenin aracılığı, dışarıdan destek kavramlarının RBC modelindeki geçerliliklerini test etmektir.

Çalışmanın verileri on yedi yaşındaki iki kız öğrenciyle yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Bu öğrencilere mutlak değer fonksiyonunu $(y = |f(x)|)$ konu alan deneysel bir çalışma yürütülmüştür. Öğrenme ortamı öğrencilerin birbirleriyle iletişime geçebilecekleri ve öğretmen yardımının alınabildiği bir ortam olarak tasarlanmıştır.

Çalışmanın sonunda, soyutlama süreci ile ilgili olarak insan ve maddenin aracılığı, matematiksel yorumlama için öğretmen yardımı ve yönlendirmesi, öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun diyalektik ortam ve soyutlanacak bir şeyin varlığı olmak üzere dört önemli bileşen ortaya koymuşlardır.

Hassan ve Mitchelmore (2006), dördüncü sınıf öğrencilerinin çeşitli değişim oranları kavramlarını öğrenirken hangi soyutlama modelini kullandıklarını ve soyutlamanın ne düzeyde gerçekleştiğini araştırmak amacıyla bir çalışma yapmıştır.

Çalışmaya, sekizi erkek ve altısı kız olmak üzere toplam on dört öğrenci katılmıştır. Bu öğrencilerin tamamı çalışma öncesinde en az bir dönem cebir dersini almıştır. Çalışmada, bireysel olarak problemlerle baş başa bırakılan öğrencilere bir hafta ara ile iki görüşme yapılmıştır. İki görüşmede dört soru ortak olarak kullanılmış, sadece ikinci görüşmede bir soru ilave edilmiştir. Görüşmelerde öğrencilere yöneltilen sorulardan üçü değişen oran kavramının anlaşılması için gerekli olan üç bilgiyi değerlendirmek amacıyla tasarlanmıştır. İlk soru, hız kavramını ve onun değişim oranlarının anlaşılması için tasarlanmıştır. İkinci soru, nüfus değişimi ile ilgilidir. Üçüncü soru, sıcaklıkla ilgilidir. Dördüncü soru ise öğrencilerin ilk üç değişim oranlarıyla ilgili anladıklarını ifade etmeleri istenmiştir. İkinci görüşme ise, birinci görüşmeden bir hafta sonra gerçekleştirilmiştir ve her öğrenci ile yaklaşık yarım saat sürmüştür. Bu görüşmede öğrencilere birinci görüşmede yer alan ilk üç sorunun benzeri olan bir beşinci soru yöneltilmiştir. Çalışmaya katılan her öğrenci ile gerçekleştirilen görüşmeler kaydedilmiş ve analiz edilmiştir. Veriler, analiz edilirken ilk olarak öğrencilerin eylemlerine göre ikinci olarak da öğrencilerin bu eylemlerin araştırmacının değişen oran kavramının öğrenilmesi için gerekli olan üç bilgi hakkındaki öğretimden önceki anlamaları ve öğretimden sonraki yeterli öğrenmelerini gösterecek biçimde kategorilere ayrılmıştır. Bir öğrencinin bir kavramı öğretilmeden mi yoksa öğretilince mi başarılı bir şekilde öğrendiğine karar verme önemli bir kriter olarak belirlenmiştir.

Çalışmanın sonunda, öğrencilerin RBC modelindeki epistemik eylemleri kullanarak bilgilerini oluşturdukları gözlenmiştir. Bu nedenle, RBC modelinin anlık değişim oran ve ortalama kavramlarının öğrenilmesinde öğrenciler tarafından anlaşılması için uygun olduğu açıklanmıştır.

Yeşildere (2006), farklı matematiksel güce sahip ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini inceleyen bir çalışma yapmıştır. Araştırmada, matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Bununla birlikte öğrencileri matematiksel gücün bileşenleri neler olduğu tartışılmakta ve matematiksel güçleri farklı olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri RBC + C modeli yardımıyla incelenmektedir.

Çalışmada, nicel ve nitel araştırma yöntemlerinden oluşan karma bir yöntem kullanılmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak matematiksel güç ölçeği kullanılmıştır. Çalışmada kırk okuldan seçilen toplanan 798 öğrencinin matematiksel güçleri nicel olarak belirlenmiştir. Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreci oluşturan bileşenleri derinlemesine incelemek amacıyla örnek olay çalışması yapılmıştır. Örnek olay çalışmasında veri toplama aracı olarak da açık uçlu problemler kullanılmıştır.

Çalışmanın sonucunda, farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit edilmiştir. Örnek olay çalışmaların sonucunda düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada yavaş ve sorunlu bir süreçten geçtikleri, yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin soyutlama sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinde daha başarılı olduğu tespit edilmiştir.

Yeşildere ve Türnüklü (2008a), RBC modeli ışığında farklı matematiksel güce sahip ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerini inceledikleri araştırmalarında, matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini karşılaştırmış ve bu süreçten elde ettikleri verilerle öğrencileri matematiksel olarak güçlü yapan yönleri tartışmışlardır.

Araştırmada "örnek olay incelemesi" yöntemi kullanılmıştır. Araştırma matematiksel gücü düşük olan 2 ve matematiksel gücü yüksek olan 2 olmak üzere toplam 4 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmanın verilerinin toplanmasında, ikizkenar bir üçgende tabanda alınan bir noktadan kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları ile ikizkenarlara ait dikmenin uzunluğu arasındaki ilişki problemi kullanılmıştır.

Araştırmanın sonunda, matematiksel güç düzeyi düşük veya yüksek olan öğrenciler arasındaki temel farkın öğrencilerin daha önceden yapılandırmış oldukları bilgi yapılarının doğruluğu veya yanlışlığından kaynaklandığı belirlenmiştir. Problem çözme sürecinde verilen ipucu ile önceden oluşturulmuş yapının hatırlanmasını içeren tanıma eyleminde, farklı (düşük veya yüksek) matematiksel güce sahip öğrencilerin ipucunu değerlendirme ve çözüme ulaşmalarında farklılıklar ortaya çıkmıştır. Matematiksel gücü yüksek olan öğrenciler, ipuçları sayesinde hatalarını fark edip doğru sonuca gitmek için kullanırlarken matematiksel gücü düşük olan öğrenciler ipuçlarını fark edememiş ve kullanma eylemini gösterememişlerdir.

Yeşildere ve Türnüklü (2008b), farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin soyutlamanın içerisinde yer alan bilgi oluşturma süreçlerinin bilgi oluşturma felsefelerine uygun olarak incelemesini ve bilgi oluşturma sürecinin matematiksel güce göre nasıl farklılık gösterdiğinin araştırılmasını amaçlayan bir araştırma yapmışlardır. Bu amaçla, öğrencilerin düşünsel süreçlerine ilişkin bir genellemeye varmaktan ziyade bu süreci oluşturan bileşenleri derinlemesine incelemenin, öğrencilerin düşünsel süreçlerini etkileyen ilişkiler ağını belirli bir sistematik yaklaşımla açıklamanın ve yorumlamanın daha yararlı olacağını kararlaştırmışlardır.

Araştırmalarında, farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerini incelemiş, matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini birbirleriyle karşılaştırılmış ve öğrencileri matematiksel olarak güçlü yapan yönleri tartışmışlardır. Araştırmada, Araştırmada, toplam 282 öğrenciye matematiksel güç ölçeği uygulanmış ve içlerinden amaçlı örnekleme ile seçilen iki matematiksel gücü düşük, iki matematiksel gücü yüksek toplam 4 öğrenci ile örnek olay çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Araştırmada çoklu örnek olay çalışması yazılı raporu kullanılmıştır ve bu amaçla veriler raporlaştırılarak sunulmuştur. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri tanıma, kullanma, oluşturma başlıkları altında görüşme metinleri verilerek incelenmiştir. Örnek olay çalışmalarında fark edilen örüntüler belirlenerek yorumlanmıştır.

Araştırmanın sonunda, örnek olay çalışmalarında matematiksel gücü düşük öğrencilerin ilişkilendirmede sıkıntı çektikleri gözlemlenmiş, oluşturulan bilginin farklı bir fikri ileri götürmede kullanılabileceğinin farkına varılmasının ve gerekli olan bilgi yapısının tanınmasının önemi üzerinde durulmuştur. Matematiksel güç ölçeğindeki açık uçlu problemleri çözerken öğrencilerin büyük çoğunluğunun açıklamalarının yetersiz veya yanlış olduğu tespit edilmiştir ve bu yetersizliğin nedenlerinden birinin problemleri yanlış şekilde akıl yürüterek çözmelerinden ötürü yanlış açıklamalarından kaynaklanıyor olabileceği açıklanmıştır. Benzer duruma örnek olay çalışmalarında da rastlandığı belirtilmiştir. Araştırmada kendini ifade etmekte zorlanmayan ve kendi kendine dönütler vererek ilerleyen öğrencilerin matematiksel güçleri yüksek olan öğrenciler olduğu ve bilgi yapısını oluşturmada daha hızlı ilerledikleri tespit edilmiştir. Matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin kullanma ve oluşturma eylemlerini gerçekleştiremedikleri fakat tanıma eylemini gerçekleştirebildikleri anlaşılmıştır.

Altun ve Yılmaz (2008), lise öğrencilerinin yapılandırmacı öğrenmeye uygun tasarlanmış bir öğrenme ortamında Tamdeğer Fonksiyonu bilgisini oluşturma sürecini inceleyen bir araştırma yapmışlardır.

Araştırma, bir lisede okumakta olan birinci sınıf öğrencileri arasından araştırmaya gönüllü olarak katılmak isteyen 2 başarılı öğrenci ile grup çalışması şeklinde gerçekleştirilmiştir. Öğretim, yapılandırmacı öğrenmenin ilkelerine uygun olarak, öğrencilerin ön deneyim ve bilgileri azami ölçüde kullanabildikleri, soyutlama sürecindeki eylemlerin gözlenebilmesine uygun tasarlanmış ve ikisi parçalı fonksiyon, biri tamdeğer fonksiyonu ile ilgili olmak üzere toplam üç problem üzerinde yürütülmüştür. Tamdeğer fonksiyonunun parçalı fonksiyonların idealize edilmiş bir formu olduğu göz önüne alınarak hedef kavramın gerektirdiği ön bilgileri oluşturmak üzere önce parçalı fonksiyona uygun davranan olayları konu edinen iki problem yöneltilmiştir ve öğrencilerin bilgisi ve izni altında çalışma boyunca görüntü ve ses kaydı alınmıştır. Araştırmacılardan biri tarafından gerçekleştirilen görüşmelerin başında problemlerin içinde sunulduğu bağlamı tanıma ile ilgili soru ve açıklamalar kullanılmış, çözüm sırasında duruma göre öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmak için gerekli sorular yöneltilmiş, öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacılarla olan sözlü ve sözsüz iletişimi gözlenmiştir. Ardından, görüntü ve ses kayıtları yapılandırmacı öğrenmenin gerçekleşmesi ve bilgi oluşturma süreci bakımlarından analiz edilmiştir.

Çalışmanın sonunda, öğrencilerin ilk problemde oluşturdukları bilgiyi sonrakilerde de kullandıkları, parçalı fonksiyon ve tamdeğer fonksiyonu bilgisini belirli bir seviyede doğru olarak oluşturabildikleri açıklanmıştır. Soyutlamanın epistemik eylemleri olarak bilinen tanıma, kullanma ve oluşturmanın doğrusal olmayıp birbiri içine yuvalanmış bir yapı olduğu ifade edilmiştir. Çalışmada, ayrıca, fonksiyonların öğretiminde çevresel olay ve problemlerin kullanılmasının soyutlamaya olan güçlü katkısı ortaya koyulmuştur.

Yukarıda bahsedilen çalışmalar bu araştırmaya farklı yönlerden katkı sağlamaktadır. Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, Hadas, Ron yaptıkları çalışmalarla araştırmaya büyük ölçüde yön vermişlerdir. Çalışmada kullanılacak etkinliklerin hazırlanmasında ve araştırmacının soyutlamanın gerçekleşeceği görüşmeler esnasında öğrencilere nasıl rehberlik etmesi gerektiği konusunda Hershkowitz (2004), Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006), Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz (2007), Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004) yaptıkları araştırmalar yol gösterici olmuştur. Ayrıca Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) ve Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz (2007)' in çalışmaları grup içi etkileşimi incelerken neleri dikkate alınacağı konusunda bilgi vermesi açısından dikkate alınmıştır. Bununla birlikte, Özmantar ve Monaghan (2007)'ın araştırması hem öğrencilerin arkadaşla iletişime geçebildiği hem de öğretmen yardımı alabildiği bir ortamdaki soyutlama süreçlerini incelemesi açısından bir örnek teşkil etmektedir. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001), Özmantar (2004), Dreyfus (2007) ve Özmantar ve Monaghan (2007)'ın araştırmaları da soyutlamanın öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun bir diyalektik ortamda gerçekleşmesinin önemini vurgulamaları açısından oldukça önemlidir. Soyutlama sürecinde pekiştirilmenin önemini, nasıl olması gerektiğini ve hangi durumlarda pekiştirmenin gerçekleşeceğini ortaya koydukları için Hershkowitz (2004) ve Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006)'ın araştırması önemlidir. Ayrıca Monaghan ve Özmantar (2006)'ın araştırması ise soyutlamanın sağlamlaştırılmasını konu etmesi ve matematiksel yapılar ile soyutlamalar arasındaki ilişkilerin incelenmesi açısından bir örnek oluşturmuştur. Yeşildere (2006), Yeşildere ve Türnüklü (2008a, 2008b) ve Altun ve Yılmaz (2008) yerli literatürde RBC+C kuramının seçkin bir uygulaması olmaları açısından önemlidir.

Yukarıda bahsedilen araştırmalardan farklı olarak bu çalışmada öğrencilere anlamlı gelebileceği düşünülen ve çözmeye değer bulabilecekleri beklenen bağlamlar kullanılmıştır. Ayrıca, bu araştırma olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki bazı kavramlar için bilgi oluşturma sürecinin incelenmesine, bu kavramların yapılandırmacı yaklaşım ve Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak hazırlanmış etkinliklerin uygulamalarına yer verilen öğrenme ortamlarında soyutlama sürecinin izlenmesine fırsat vermesi açısından yapılan diğer araştırmalardan farklılık göstermektedir.

1.5. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Öğrenme kuramlarında meydana gelen ve çoğunlukla bilişsel süreçlerle ilgili gelişmeleri temel alan ciddi değişikliklerle birlikte, son yıllarda iyi öğrenmenin nasıl gerçekleştiği, bu öğrenmede nelerin etkili olduğu, ne tür koşulların öğrenmeyi arttırabileceği vb. konular öğrenme alanının önemli araştırma konuları haline gelmiştir. Yani, ne düzeyde öğrenmenin gerçekleştiğinin incelenmesinden ziyade öğrenmenin nasıl gerçekleştiğinin incelenmesi de önem kazanmıştır. Bu tür incelemelerin yapıldığı araştırmalarda kullanılan kavramlardan biri *soyutlama* kavramıdır. Bilgi oluşturma olarak da adlandırılan soyutlama, öğrenme süreci üzerindeki çalışmaların yoğunlaşması üzerine, eğitim kuramcılarının da ilgisini çekmiş ve eğitim alanında araştırılan bir kavram olmuştur. Bu araştırma da, öğrencilerin soyutlama / bilgi oluşturma süreçlerinin incelendiği bir araştırmadır ve bu yönüyle önemlidir.

Son yıllarda matematik eğitimi alanında sınıf ortamında öğrenim süreçleri inceleyen ve sınıf ortamında öğrenmeyi gözlemlemek amacıyla çeşitli araştırmalar yapılmıştır (Cobb ve Bauersfield 1995; Voight 1995; Yackel & Cobb 1996). Bu araştırmaların sonuçları öğrencilerin kendi bilgilerini oluşturmaları ve matematiksel düşünce becerilerinin gelişmesi için öğrencilerin bilgileri kendilerinin keşfedecekleri etkinliklerin düzenlenmesi gerekliliği ortaya koymuştur. Bu tarz öğrenme ortamlarında gerçekleştirilen öğretim sonucu oluşan bilginin niteliğinin incelenmesi süreç değerlendirmeyi gerektirmektedir. Bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi matematik öğrenmede sorun yaşayan bir öğrencinin hangi bilişsel adımda takıldığını anlamlandırmada yararlı olabilir. Matematik öğrenmede yaşanan sıkıntıların giderilmesinde bu sürecin belli bir öğrenme teorisi çerçevesinde derinlemesine incelenmesi, matematik eğitiminde yapılan çalışmalara katkı sağlayabilir.

Matematiksel beceriler ile yeterlilikler arasındaki dengenin kurulması ve matematiksel düşünmenin kazandırılması, matematik eğitiminin amaçlarındandır. Bu amaçları kazandırmak için yapılan araştırmaların bir kısmi belli bir süreç sonunda öğrencilerin ne kadar geliştiğini, bu değişimin ne sürede gerçekleştiğini, belli bir değişkenin etkili olup olmadığını incelemektedir. Bununla birlikte, süreçteki matematiksel bilgi oluşumunun nasıl gerçekleştiğini derinlemesine olarak inceleyen araştırma sayısının azlığı bu çalışmanın önemini ortaya koymaktadır.

Bu araştırmada, yapılan benzer araştırmalardan farklı olarak bilginin edinilme şeklinin nasıl olması gerektiği konusunda gerçekleştirilen araştırmaların sonucunda gelişen ve son yıllarda matematik eğitimini en çok etkileyen öğrenme kuramlarının uygulamalarına yer verilecektir. Bu öğrenme kuramlarından biri, özünde bilgi edinmeyle ilgili olarak geliştirilmiş olan ve öğrenme olayına olan yakın ilgisi nedeniyle zaman içinde bir öğrenme kuramı olarak da beliren Yapılandırmacı Öğrenme'dir. Diğeri ise, son kırk yıl içinde Hollanda'da geliştirilmiş ve dünyanın birçok yerinde uygulama alanı bulmuş olan Gerçekçi Matematik Eğitimi'dir. Soyutlama üzerinde gerçekleştirilen tartışmaların Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı üzerindeki tartışmalara paralel olarak gerçekleşmiş olması ve Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin matematiksel bilgiyi oluşturma için sunduğu üç temel basamağın (sürecin yeniden keşfi, yönlendirilmiş keşfetme ve kendi kendine gelişen modellere yer verme) soyutlama sürecindeki bilişsel eylemlerle ilişkili olması nedeniyle, bu iki öğrenme kuramının uygulamaları kapsamındaki bilgi oluşum (soyutlama) süreçlerinin incelenmesi kararlaştırılmıştır. Bununla birlikte, bu iki öğrenme kuramı da son yıllarda farklı ülkelerin ders programlarında yer verilen ve uygulamaları gerçekleştirilen öğrenme kuramlarıdır. Bu nedenlerle, bu araştırmadan elde edilecek sonuçlar farklı matematiksel konuların öğretimi için izlenecek yolları belirleme açısından önem arz etmektedir ve araştırma bu yönüyle de önemlidir.

Araştırma kapsamında Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak hazırlanacak öğrenme ortamlarında gerçekleştirilen öğretim durumlarının bilgi oluşumu açısından incelenmesi söz konusudur ve bu durum süreç değerlendirmeyi gerektirmektedir. Bu nedenle, araştırmada yer alacak öğretim durumlarının tüm matematik konularını kapsayacak şekilde düzenlenmesi ve bu öğretimlerin gerçekleştirilmesinin imkânsızdır ve bu aşamada araştırmanın belli bir matematik konusu ya da konuları bağlamında gerçekleştirilmesi uygun görülmüştür. Bu nedenle, bu konuda yapılan araştırmaların birçoğundan farklı olarak, araştırmanın sosyal hayatın matematikleştirilmesi ile ilgili bir konu üzerinden gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır. Bu bağlamda, sosyal değer taşıyan problemlerin belirlenmesi için oldukça elverişli ve araştırma kapsamında çalışılacak olan bu iki kuram üzerindeki uygulamalarına çokta rastlanamayan İstatistik ve Olasılık Öğrenme Alanı üzerinden yürütülmesi uygun görülmüştür.

Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin anlamlı matematik bilgi oluşturabilmeleri için matematik eğitimini etkileyen yapılandırmacılık ve GME' ye uygun öğrenme ortamlarının tasarlanması ve tasarlanan öğretimin uygulanması, ardından öğretimi rapor edip bu süreçteki bilgi oluşumunun niteliğinin incelenmektir.

1.6. Araştırma Problemi

İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin Olasılık ve İstatistik öğrenme alanındaki temel kavramların GME' ye ve Yapılandırmacı yaklaşıma göre tasarlanmış bir öğrenme ortamında bilgi oluşturma süreçleri nasıldır?

1.6.1. Araştırmanın Alt Problemleri

Araştırmanın alt problemleri aşağıda belirtilmektedir.

1- İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin Yapılandırmacı yaklaşıma göre tasarlanmış bir öğrenme ortamında bağımlı olay ve bağımsız olay kavramlarını oluşturma süreci nasıldır?

2- İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin Gerçekçi Matematik Eğitim yaklaşımına göre tasarlanmış bir öğrenme ortamında kuramsal olasılık ve deneysel olasılık kavramlarını oluşturma süreci nasıldır?

1.6.2. Sayıltılar

1- Araştırmada kullanılan etkinliklerdeki kullanılan problemlerle ilgili uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu kabul edilmektedir.

2- Araştırmada kullanılan etkinlik ve problemlerin öğrencilerin bilgi oluşturma ve soyutlama süreçlerini yansıttıkları kabul edilmektedir.

1.6.3. Sınırlılıklar

1- Bu araştırma Bursa ili Nilüfer ilçesine bağlı ilköğretim okullarından biri olan Koç İlköğretim Okulu'nun yedinci sınıfında öğrenim gören 118 öğrenci arasında seçilmiş olan 10 öğrenci ile sınırlıdır.

2- Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen görüşmelerde kullanılan 3 etkinlik ile sınırlıdır.

İKİNCİ BÖLÜM

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, araştırmanın katılımcıları, uygulama, veri toplama araçları, verilerin nasıl toplandığı ve verilerin analizinde kullanılan istatistiksel yöntem ve teknikler açıklanacaktır.

2.1. Araştırmanın Deseni

Araştırma deseni, araştırma soruların türüne, araştırmacının olaylar üzerindeki kontrolüne ve olayın odak noktasının ne olduğuna bağlı olarak farklı seçilebilmektedir (Yin 1994). Bu araştırmada, ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerine olasılık ve istatistik konularına ilişkin kavramların Yapılandırmacı ve GME yaklaşımlarına göre öğretiminde bilgi oluşturma süreçlerinin nasıl gerçekleştiği açıklanmaya çalışılmıştır. Bu nedenle araştırmanın metodu örnek olay çalışması (durum çalışması) dır. Araştırma bu durumu tanıttığı ve tasvir ettiği için nitel bir araştırmadır.

Nitel araştırma gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, algıları ve olayları doğal ortamda gerçekçi ve bütünsel biçimde ortaya koymaya yönelik bir sürecin izlendiği, sosyal çevrenin ayrıntılı bir betimlemesinin yapıldığı araştırmalar olarak tanımlanabilir (Yıldırım ve Şimşek 2005; Kuş 2003, Işıkoğlu 2005). Nitel araştırmaların belli birtakım değişkenlerin etkilerine bağlı olarak değil, probleme bütüncül bir bakış açısı ile yaklaşma özelliği sayesinde, araştırma sırasında konu edilmeyen herhangi bir değişkenin etkisinin, sonucu değiştirmesinin önüne geçilmiş olunur. Nitel araştırma yöntemleri bütüncül ve derinlemesine analiz özellikleri nedeni ile eğitim araştırmalarında tercih edilmektedir (Işıkoğlu 2005). Nitel araştırma yönteminin bir diğer önemli özelliği araştırılan konuyu, araştırmaya katılan kişilerin bakış açılarını görebilme ve bakış açılarını oluşturan sosyal yapı ve süreçlerin ortaya konmasını sağlamasıdır (Yıldırım 1999). Bu araştırmada matematik eğitimini etkileyen Yapılandırmacılık ve Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarına uygun öğrenme ortamlarının tasarlanması ve tasarlanan öğretimin uygulanması sonucunda öğrencilerin oluşturdukları matematik bilgilerin anlamlılığının incelenmesi amaçlandığı için nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay (durum) yöntemine uygundur.

Örnek olay (durum) çalışmasında temel fikir, bir olayın uygun gelebilecek herhangi bir yöntemle ayrıntılı bir biçimde derinlemesine incelenmesidir. Belirli amaçlar ve araştırma soruları olsa bile, olayı, olabildiğince tüm yönleriyle anlamak genel amaçtır. Sadece tek bir olayla ilgilenilebiliriz (Gürler 2007). Örnek olay (durum) yönteminde araştırmacının amacı, bir evrene istatistiksel genellemeler yapmak yerine "analitik genellemeler" yapmak, yani "kuram oluşturmak" veya "kuramsal önermelerde" bulunmaktır (Yıldırım ve Simsek 2005). Örnek olay çalışması; bir ya da birkaç özel durumu derinlemesine inceleyerek analiz etmek amacıyla kullanılır (Creswell 1998).Yapılan derinlemesine sorgulama ile bir kişi grup veya kurum hakkında ayrıntılı veriler elde edilir. Böylece üzerinde çalışılan örneklemin durumunu açıklayan faktörler ve bu faktörler arasındaki ilişkiler belirlemeye çalışılır. Bu şekilde "ne", "niçin" ve "nasıl" sorularına cevap alınmış olur. Böyle bir çalışmada veri toplama aracı olarak anketler, görüşme, gözlem ve doküman analizleri kullanılabilir (Altunışık ve diğ. 2002: 49). Bu örnek olay çalışmasında"durum" ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili kavramları oluşturma süreçleridir. Örnek olay çalışması; (1) güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi içinde çalışan, (2) olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarla belirgin olmadığı ve (3) birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan bir araştırma yöntemidir (Yin 1994). En belirgin niteliği ise, güncel bir olgu, olay, durum, birey ve gruplar üzerine odaklaşıp, derinlemesine incelemeye çalışmasıdır (Bassey 1999; Stake 1995; Yin 1994; Akt : Ekiz 2003: 43). Örnek olay çalışması metodolojisi, ilgilenilen araştırma konusu hakkında derinlemesine bilgi elde etmeyi ve olayı her yönüyle anlamayı amaçlayan bir araştırma dizaynıdır. Bu tür çalışmalarda; araştırmacı veri toplamada, analiz etmede ve bu verilerden sonuç çıkarmada birinci derecede kaynak teşkil etmektedir.

Bu araştırmada amaç öğrencilerin düşünsel süreçlerine ilişkin bir genellemeye varmak değil, bu süreci oluşturan bileşenleri derinlemesine incelemektir. Öğrencilerin düşünsel süreçlerini etkileyen ilişkiler ağını, belirli bir sistematik yaklaşımla açıklamak ve yorumlamak hedeflenmektedir.

Örnek olay (durum) çalışmasında içeriği itibariyle ikisi tek durum, ikisi çoklu durum olarak genel olarak dört tür desenden söz edilebilir:

1. Bütüncül tek durum deseni: Tek durum desenlerinde, tek bir analiz birimi vardır. Bütüncül tek durum i) ortada iyi formüle edilmiş bir kuram varsa, bunun teyit edilmesi veya çürütülmesi amacıyla ii) genel standartlara pek uymayan aşırı, aykırı veya kendine özgü durumların çalışılmasında iii) daha önce hiç kimsenin çalışmadığı veya ulaşamadığı durumlarda kullanılabilir.

2. İç içe geçmiş tek durum deseni: Tek bir durum içinde çoğu kez birden fazla alt tabaka veya birim olabilir. Bu durumda birden fazla analiz birimi söz konusu olur.

3. Bütüncül çoklu durum deseni: Çoklu durum desenleri bütüncül olarak da gerçekleştirilebilir. Bu desende, birden fazla kendi başına bütüncül olarak algılanabilecek durum söz konusudur. Her bir durum kendi içinde bütüncül olarak ele alınır ve daha sonra birbirleriyle karşılaştırılır.

4.İç içe geçmiş çoklu durum deseni: Bu desende de birden fazla durum söz konusudur. Ancak ele alınan veya araştırmaya dahil edilen her bir durum, kendi içinde çeşitli alt birimlere ayrılarak çalışılabilir (Yıldırım ve Simsek 2005).

Bu araştırmada Yapılandırmacı ve Gerçekçi Matematik Eğitim kuramlarına göre öğretim yapıldığı için bütüncül çoklu durum desenine uygun bir yapı vardır. Bundan ötürü uygulanan öğretimle bilgi oluşturma süreçleri ayrı ayrı analiz edilecektir. Sonra bu analizlerden elde edilen bulgulara göre iki kurama göre verilen öğretimde öğrencilerin bilgi oluşturma ve soyutlama süreçlerinin ortak ve farklı noktaları belirlenmeye çalışılmıştır.

Örnek olay çalışmasının hedefleri itibariyle de açıklayıcı, keşfetmeye yönelik ve betimsel olmak üzere üç türü vardır. Bu araştırmada, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin istatistik ve olasılık konusundaki kavramları oluştururken yapılandırmacı ve GME' ye göre yapılan öğretim sırasındaki bilgi oluşturma süreçlerinin benzerlikleri ve farklılıkları ortaya koyduğu için, araştırma açıklayıcı örnek olay çalışmasına uygundur.

Çalışmada görüşme ve gözlem veri toplama teknikleri kullanılmıştır. Görüşme, örnek olay çalışmasında veri toplama amacıyla en yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biridir. Örnek olay çalışmasının doğasında sosyal bir olguyu anlamak olduğundan, görüşme ile kaynaktan durumu anlamayı ve açıklamayı sağlayacak bilgiler alınabilir. Görüşme birkaç şekilde gerçekleşebilir. Bunlardan biri odaklanmış görüşmedir (Yeşildere 2006). Odaklanmış görüşme, görüşülen kişi ile bir saat gibi kısa sürede gerçekleşir. Görüşmede açık uçlu sorular kullanılır ve görüşme konuşma şeklinde gerçekleştirilir. Görüşme örnek olay protokolünde yer alan soru grupları çerçevesinde oluşur (Yin 1994).

Öğrencilerin istatistik ve olasılık ile ilgili kavramları nasıl oluşturduğunu anlamak amaçlandığından örnek olay çalışmasında odaklı görüşme kullanılmıştır. Örnek olay çalışmasında açık uçlu, maksimum düzeyde tartışmaya olanak sağlayacak nitelikte, hem öğrencinin hem görüşmecinin düşünme seviyelerini yansıtacak özellikteki etkinlikler kullanılmıştır. Öğrenciler bu etkinlikleri yaparlarken görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşme sırasında öğrencilerin düşünme şekillerini yansıtmalarını ve açıklamalarını sağlayıcı yönde yapılandırılmamış sorular kullanılmıştır.

Öğrencilerin etkinlikleri doğal ortam içerisinde çözmeleri sürecinde gözlemlenmesi, matematiksel düşünmelerini ve bilgi oluşturmalarını anlamlandırmada katkı sağlayabileceği düşüncesinden hareketle araştırmada katılımcı gözlem yoluyla da veri toplanmıştır. Böylelikle öğrencilerin etkinlikler sırasında ortaya koydukları kayıt edilemeyen davranışları ve birbiriyle olan etkileşimleri gözlenmiştir. Katılımcı gözlem, araştırmacının sadece pasif olarak gözlem yaptığı gözlem türü değil, örnek olay çalışması içinde çeşitli rollerin de oynandığı bir gözlem türüdür (Yin 1994).

Örnek olay çalışması verilerinin toplanmasında katılımcı gözlemin kullanımının yarattığı fırsatlar ve neden olduğu zararlardan bahsedilebilir. Yin (1994: 88) bunları söyle belirtmektedir: Bilimsel araştırma ile ulaşılamayan olaylara, katılımcı gözlemle ulaşılabilir. Ayrıca örnek olay çalışmasının içinde olan birinin bakış açısıyla gerçekliğin algılanması da yöntemin avantajlarından bir diğeridir. Bununla birlikte katılımcı gözlemcinin not alma ve farklı perspektiflerden sorular yöneltme için yeterli zamana sahip olamaması olumsuz yönlerinden biridir.

2.2. Örnek Olay Çalışmasına Katılan Öğrencilerin Belirlenmesi

Nitel araştırmaların genellemenin ötesinde amaçlarının olması, örneklem seçiminde nicel araştırmalardan ayrılmasına neden olmaktadır. Araştırmada ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik kavramlarının bilgi oluşturma süreçlerini yapılandırmacı ve GME göre hazırlanan etkinlikler çerçevesinde nasıl gerçekleştiğini anlamaya çalışmak amaçlandığı için örnek olay çalışması kullanılmıştır. Bu nedenle çalışma nitel bir çalışmadır. Örnek olay çalışmasında çoklu durum deseni kullanılmıştır. Çoklu durum deseninin kullanıldığı araştırmalarda öğrenciler belli bir örnekleme mantığıyla değil, araştırmacı tarafından dikkatle seçilmelidir (Yin 1994: 51).

Araştırmaya katılacak öğrencilerin seçileceği okulun belirlenmesinde, *amaçlı örnekleme yöntemleri*nden biri olan *tipik durum örneklemesi yöntemi* kullanılmıştır ve bu yöntem ortalama durumların çalışılmasının uygun olduğu bir yöntemdir. *Amaçlı örnekleme* zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir. Olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlıdır (Yıldırım ve Şimşek 2005: 107). *Tipik durum örneklemesi*nde amaç araştırmanın amacına uygun tipik durumları seçerek evrene genelleme yapmak değil; ortalama durumları çalışarak belirli bir alan hakkında fikir sahibi olmak ya da bu alan, konu, uygulama ya da yenilik konusunda yeterli bilgi sahibi olmayanları bilgilendirmektir (Patton 1987; Akt. Yıldırım ve Şimşek 2005: 110). Bu nedenle, bu araştırmanın Bursa ili Nilüfer ilçesinde bulunun tipik ilköğretim okullarından biri olan (sosyo-ekonomik ve sosyo-kültürel düzeyler açısından ne çok üstte ne de çok altta olan, okuldaki öğrenci başarısı açısından ilçe okulların başarı ortalamasına yakın olan) Koç İlköğretim Okulu'nda gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır.

Araştırma öncesinde gerekli yasal izinlerin (Ek 1) alınmasının ardından araştırmanın amacı ve kapsamı okul yönetimi ve matematik dersi öğretmenleri ile paylaşılmış ve bu konuda destekleri sağlanmıştır. Bunun ardından araştırmaya katılacak öğrencileri belirlemek için yine amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu örnekleme yöntemindeki temel anlayış önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır. Burada sözü edilen ölçüt veya ölçütler araştırmacı tarafından oluşturabileceği gibi önceden hazırlanmış bir ölçüt listesi kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek 2003: 73). Bu araştırmada öğrenci seçimi iki ölçütü göz önüne alarak seçilmiştir: (1) istenilen kavramları daha önceden herhangi bir şekilde oluşturulmamış olması, (2) istenen kavramları oluşturabilmek için gerekli ön bilgiye sahip olmak. Bu iki ölçüt öğrenci seçiminde şu nedenlerden dolayı önemlidir: Birinci neden, öğrenciler daha önce bu kavramları öğrenmiş ya da oluşturmuşlarsa yeniden bu kavramları oluşturma ihtiyacı hissetmeyeceklerdir. Özmantar ve Monaghan (2007) yaptıkları çalışmada soyutlama sürecinin bileşenlerinden biri "soyutlanacak bir matematiksel varlığın olması" gerekliliğini belirtmişlerdir. İkinci neden ise eğer öğrencilerin ön bilgileri yeterli değilse etkinlikleri yaparken zorlanacaklar ve yeni kavramları oluşturmada başarısız olacaklardır.

Araştırmaya katılacak öğrencilerin belirlenmesi aşamasında öncelikle İlköğretim 6-8. Sınıf Matematik Dersi Programı incelenmiş ve araştırma kapsamında incelenecek olan olasılık ve istatistik kavramlarının sekizinci sınıf matematik öğretim programında yer aldığı belirlenmiştir. Ayrıca altıncı sınıf matematik programında yer alan konuların araştırma kapsamında incelenecek olan kavramlar için yeterli ön bilgileri içerdiği tespit edilmiştir. Bu nedenlerden dolayı, araştırmaya katılacak olan öğrencilerin oluşturulmak istenen kavramları henüz öğrenmediği ve ön bilgilerinin yeterli düzeyde olduğuna inanılan yedinci sınıf öğrencilerinin arasından seçilmesine karar verilmiştir.

Yapılan araştırmalar yeni bir yapının oluşturma ve pekiştirilme sürecinde zengin sosyal içeriğe sahip ortamların önemini ortaya koymaktadır (Dreyfus ve diğer. 2001; Dreyfus ve Tsamir 2004; Özmantar 2005). Sınıflarda öğrenme-öğretme sürecinde bireysel, küçük grup veya tüm sınıfın dahil olduğu farklı sosyal ortamlar oluşmaktadır. Bu sosyal ortamlardan biri olan küçük grup tartışması gibi ortamlarda öğrenciler düşüncelerini daha kolay ve daha rahat ifade etmektedirler. Dahası böyle ortamlarda öğrencilerin kendi aralarındaki etkileşimi, çelişkileri, problem çözme gibi süreçler oluşturma ve pekiştirme bilişsel eylemlerine kılavuzluk etmektedir (Webb 1991; Schwarz, Neuman ve Biezuner 2000; Aktaran: Özmantar 2005). Bunun yanı sıra öğrenme ortamındaki etkileşimin, öğrencilerin sözel ifadelerinde epistemik eylemleri gözlenebilmesini ve fark edilmesini sağlayabilir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001). Bu durum öğrencilerin etkileşim halinde iken soyutlama sürecinin incelenmesi gerekliliğini ortaya koymuştur. Bu nedenlerden dolayı araştırmada öğrencilerin çiftler halinde çalışması uygun bulunmuştur. Ayrıca gerek yapılandırmacı yaklaşım gerekse de GME yaklaşımında bilgi oluşumu, öğrencilerin kendi düşüncelerini paylaşabildiklerinde, grup içinde gerçekleştirilen etkileşim sonunda daha kolay oluşturdukları belirtilmektedir (Santos-Trigo 1996; Verschaffel vd. 1999).

Araştırmaya katılacak yedinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma sürecinde kullanılacak etkinlikleri yapmaları için gerekli ön bilgilere sahip olup olmadıklarını belirlemek için iki test kullanılmıştır. Bu testlerden biri çoktan seçmeli sorularda oluşan "Olasılık Bilgi Testi I" diğeri ise açık uçlu sorulardan oluşan "Olasılık Bilgi Testi II" dir. Bu testler Koç İlköğretim okulundaki öğrenim gören 118 yedinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Bu testlerden alınan puanların aritmetik ortalamaları dikkate alarak 62 yedinci sınıf öğrencisinin ön bilgilerinin yeterli olduğu tespit edilmiştir.

Bu aşamadan sonra öğrencilerin altıncı sınıf matematik ders notları, altıncı sınıf SBS (Seviye Belirleme Sınavı) puanları elde edilerek öğrencilerin başarı düzeyleri tespit dilmiştir. Bu verilere göre SBS puanı 450-500 arası ve altıncı sınıf matematik dersi not ortalaması 85-100 arasında olan öğrenciler yüksek başarılı, SBS puanı 380-430 arası ve altıncı sınıf matematik dersi not ortalaması 65-80 arası olan öğrenciler orta başarılı, SBS puanı 300-400 arası ve altıncı sınıf matematik dersi not ortalaması 30-60 arası öğrenciler ise düşük başarılı olarak gruplanmıştır. Başarı düzeyleri arasında farklılık sağlanması amaçlandığı için belirlenen aralıklarda olmayan öğrenciler araştırma kapsamına alınmamıştır.

Araştırmanın ölçütlerine uyan öğrenciler arasından ikişerli öğrenci gruplarının oluşturulması aşamasında araştırmacı tarafından yapılan gözlemler, matematik öğretmenlerinin görüşleri, öğrencilerin araştırmaya katılma konusundaki istekliliği, ve başarı düzeyleri dikkate alınarak beş çift öğrenci seçilmiştir. Araştırmaya katılacak öğrencilerin belirlenmesinin ardından, okul yönetimi ile birlikte öğrencilerin velileri ile de görüşülmüş ve çocuklarının araştırmaya katılmaları konusunda sözlü izinleri alınmıştır.

Araştırmaya katılan öğrencilerin duyuşsal özelliklerini belirlemek için öğrencilere Öğrenmeye İlişkin Motivasyonel Stratejiler Ölçeği ve Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği uygulanmıştır. Bu ölçeklerden ilki Öğrenmeye İlişkin Motivasyonel Stratejiler Ölçeği' dir (Ek 2). Son yıllarda yapılan araştırmalar bireylerin öğrenme sürecini düzenlemesinde öz-düzenleme stratejileri ile bu stratejilerin kullanılmasını sağlayan motivasyonel inançların önemini vurgulamaktadır (Pintrich ve De Groot, 1990; Soung Youn, 2001; Young ve Vrongistinos, 2002). Öz-düzenleme stratejileri, öğrencilerin sınıftaki akademik bir görevi gerçekleştirebilmek için harcadığı çabayı yönetmesi ve öğrenmek, hatırlamak ve anlamak için kullandıkları tekrarlama, anlamlandırma ve örgütleme gibi bilişsel stratejilerdir. Öz düzenleme stratejilerinin kullanmada en önemli öğelerden biri motivasyonel inançlardır. Öğrencinin motivasyonel inançlarını belirleyen temel değişkenlerden biri öz yeterlik inançlarıdır. Öğrencilerin kendi denetim ve yeterlilik derecelerine dair inançları, onların gelecek uygulamalarını ve katılımlarını tahmin etme yolunda önemli bir ipucudur. Matematik dersi üzerinde yaşanılan dünyanın anlaşılmasını sağlaması, ilginç yöntem ve ilişkilere sahip olması ve bireyin zihinsel faaliyetleri ile daha sıkı bir ilişki içerisinde olması açısından ayrı bir öneme sahiptir ve bu nedenle de en çok üzerinde durulan öğrencilerin matematik dersindeki öz-düzenlemeleridir (Üredi, 2005).

Öğrencilerin matematik dersi ile ilgili öz-düzenleme stratejileri ve motivasyonel inançlarını ölçmek amacıyla uygulanan bu test 7'li likert türü bir ölçme aracıdır. Ölçek Pintrinch ve De Groot (1990) tarafından geliştirilmiş ve 2005 yılında Üredi tarafından Türkçe' ye uyarlanmıştır. Ölçek toplam 44 maddeden ve iki boyuttan (öz-düzenleme stratejileri, motivasyonel inançlar) oluşmaktadır. Öz-düzenleme stratejileri boyutu bilişsel strateji kullanımı ve öz-düzenleme olmak üzere iki alt boyuttan; motivasyonel inançlar boyutu ise özyeterlik, içsel değer ve sınav kaygısı olmak üzere üç alt boyuttan oluşmaktadır. Ölçme aracının Türkçe' ye uyarlanması çalışmasında alt ölçeklere ilişkin Cronbach alfa değerlerinin öz-düzenleme boyutu 0,84; öz-yeterlik boyutu 0,92; içsel değer boyutu 0,88 ve sınav kaygısı boyutu 0,81 olduğu tespit edilmiştir (Üredi, 2005).

Araştırmaya katılan öğrencileri tanımak amacıyla kullanılan ikinci ölçek ise Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği' dir (Ek 3). Bu ölçek 1986 yılında Aşkar tarafından geliştirilmiştir. Ölçek beşli likert tipinde hazırlanmış ve toplam yirmi maddeden oluşmaktadır. Bu ölçekten alınabilecek en büyük puan 100, en düşük puan ise 20' dır. Bu maddelerin onu olumlu, onu ise olumsuz ifadelerden oluşmaktadır.

Araştırma kapsamında, araştırmaya katılacak olan öğrencilerin gerçek isimleri yerine kendilerinin belirlediği başka isimler kullanılmıştır. Tablo 1 de araştırmaya katılması kararlaştırılan farklı başarı düzeylerindeki öğrencilere ve bu öğrencilerin oluşturdukları gruplara ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 1. Araştırmaya Katılan Öğrenci Gruplarına İlişkin Bilgiler

Başarı Düzeyi	**Adı**	**Ders Notu**	**SBS Puanı**	**Tutum Puanı Ort.**	**Mot.Str. Puanı Ort.**
Yüksek-Yüksek	Yaprak	95,67	477	4,7	5,75
	Can	92,17	471	4,6	5,15
Yüksek-Yüksek	Tugay	95,67	466	4,8	6,06
	Ece	91,83	452	3,9	5,02
Yüksek-Orta	Faruk	96,33	468	4,65	5,65
	Murat	75	411	3	4,79
Yüksek-Orta	Sedat	89,33	451	4,5	5,45
	İdil	72,16	409	3,05	4,38
Orta-Orta	Rengin	74,3	412	3,3	4,22
	Didem	71,26	403	3,1	4,11

2.3. Veri Toplama Araçları

Öğrencilerin araştırmada oluşturulmak istenen kavramlar için gerekli ön bilgilerin belirlenmesi amacıyla "Olasılık Bilgi Testi I" (Ek 4) ve "Olasılık Bilgi Testi II" (Ek 5) kullanılmıştır. Bu testlerden "Olasılık Başarı Testi I" in geliştirilmesinde aşağıdaki basamaklar izlenmiştir.

1- Test hazırlanırken öncelikle İlköğretim Matematik Dersi 6.Sınıf Programından Olasılık ve İstatistik Öğrenme alanındaki kazanımlar belirlenmiştir. Bu kazanımları karşılayacak şekilde kapsam geçerliğine sahip test maddeleri oluşturulmuştur. 6.sınıf Matematik Programında Olasılık ve İstatistik Öğrenme alanındaki alt öğrenme alanları ve kazanımlar aşağıda verilmiştir.

Alt Öğrenme Alanı: *Olası Durumları Belirleme*

1. Saymanın temel ilkelerini karşılaştırır, problemlerde kullanır.

Alt Öğrenme Alanı: *Olasılıkla İlgili Temel Kavramlar*

1. Deney, çıktı, örnek uzay, olay, rastgele seçim ve eş olasılıklı terimlerini bir durumla ilişkilendirerek açıklar.
2. Bir olayı ve bu olayın olma olasılığını açıklar.
3. Bir olayın olma olasılığı ile ilgili problemleri çözer ve kurar.

Alt Öğrenme Alanı: *Olay Çeşitleri*

1. Kesin ve imkansız olayları açıklar.
2. Tümleyen olayı açıklar.

2- Test geliştirilmeden önce ilgili literatür taraması yapılmış ve bu konuyla ilgili daha önceden yapılmış araştırmalar incelenerek, araştırmacı tarafından 60 soruluk bir soru havuzu oluşturulmuştur. Bu soru havuzunda her kazanımla ilgili 10 ar soru yer almaktadır. Bu soru havuzu içinden rasgele 30 soru seçilerek bir test taslağı geliştirilmiştir.

3- Hazırlanan testin kapsam geçerliliği uzman görüşü alınarak belirlenmiştir. Uzmanlara oluşturulan 30 soruluk test taslağı verilmiş ve uzmanların uygun/geçerli ya da uygun/geçerli değil şeklinde görüşlerini belirtmeleri istenmiştir. Bu doğrultuda 1 öğretim üyesi, 3 öğretim görevlisi ve 2 matematik öğretmeninin görüşlerine başvurulmuştur. Uzmanların görüşlerine göre düzeltmeler yapılarak test taslağı yeniden düzenlemiştir.

4- Güvenirlik analizlerine iki yöntem kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Birinci yöntem test-tekrar test güvenirliğidir. Test-tekrar test güvenirliği bir testin aynı gruba belli aralıklarla iki kez uygulanmasıyla elde edilen puanlar arasındaki korelasyon ile açıklanır (Büyüköztürk 2005). Uzmanların görüşlerine göre düzeltilen test taslağı başka bir okulda öğrenim gören 145 yedinci sınıf öğrencisi üzerinde farklı zamanlarda iki kere uygulanarak, testin güvenirlik çalışmaları yapılmıştır. Birinci uygulama, 2008-2009 eğitim-öğretim yılı ikinci döneminin nisan ayı başında, ikinci uygulama dönemin mayıs ayı başında yapılmıştır. İki uygulama puanları arasındaki ilişkinin derecesi Pearson korelasyon katsayısı kullanılarak hesaplanmıştır. Pearson korelasyon katsayısı r=0.78 olarak hesaplanmıştır. Bu katsayıya göre testin zamana bağlı olarak kararlı ölçümler verdiği söylenebilir.

Testin güvenirliği için ikinci yöntem ise test maddelerinden alınan puanlar ile testin toplam puanı arasındaki ilişkiyi açıklamada kullanılan madde analizidir. Test çoktan seçmeli olduğu için doğru cevaba “1”, yanlış cevaba ise “0” değeri verilmiştir. Yapılan madde analizine göre madde ayırıcılık indeksi hesaplanmış ve madde ayırıcılık indisi 0.30 dan düşük olan maddeler (3 madde) ölçekten çıkarılmıştır.

Araştırmada kullanılan bir diğer veri aracı ise “Olasılık Bilgi Testi II” dir. Bu test 10 tane açık uçlu problemden oluşmaktadır. Açık uçlu problemler hazırlanırken öğrencilerin olasılık ve istatistik konuları ile ilgili var olan bilgilerini ortaya çıkarmak ve bu bilgiler doğru ya da yanlış da olsa, öğrencilerin ne bildiklerini ifade etmelerine olanak sağlamak amaçlanmıştır. Bu testte daha çok öğrencilerin olasılıkla ilgili problemlerde muhakeme becerilerinin ne olduğu anlaşılmaya çalışılmıştır. İncelenmek istenen kavram ve işlemler sorularda doğrudan istenmemiştir, ancak soruları çözebilmek için öğrencilerin olasılık ile ilgili bilgilerini kullanmaları gerekmektedir.

Bu testte verilen cevaplar değerlendirilirken Yeşildere (2006) tarafından geliştirilen derecelendirilmiş puanlama anahtarı kullanılmıştır. En düşük 0 ve en yüksek 4 puan verilebilen derecelendirilmiş puanlama ölçeğinin kriterleri aşağıda verilmiştir.

- 0 puan; problemi yanlış çözen ve yanıtsız bırakılan cevaplara verilmiştir.

- 1 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması konu ile ilgili sınırlı bilgiye sahip olduğunu gösteren cevaplara verilmiştir.

- 2 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması problemin biraz anlaşıldığını gösterse de, çözüme yönelik açıklamaları bazı yönlerden yetersiz bilgiye sahip olduğuna işaret eden cevaplara verilmiştir.

- 3 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması birkaç küçük hata veya belirsizlik dışında doğru olan, düşüncelerini doğru matematiksel gösterim ve sembollerle ifade eden, akıl yürütme biçimini ifade eden ve tam bir anlama içersinde olduğunu belirten cevaplara verilmiştir.

- 4 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması doğru, düşüncelerini doğru matematiksel gösterim ve sembollerle ifade eden, akıl yürütme biçimini net olarak ifade eden ve tam bir anlama içersinde olduğunu belirten cevaplara verilmiştir.

Bu derecelendirilmiş ölçeğe göre testten alınabilecek en yüksek puan 40, en düşük puan ise 0 dır. Bu testin Cronbach alfa değeri .75 dir.

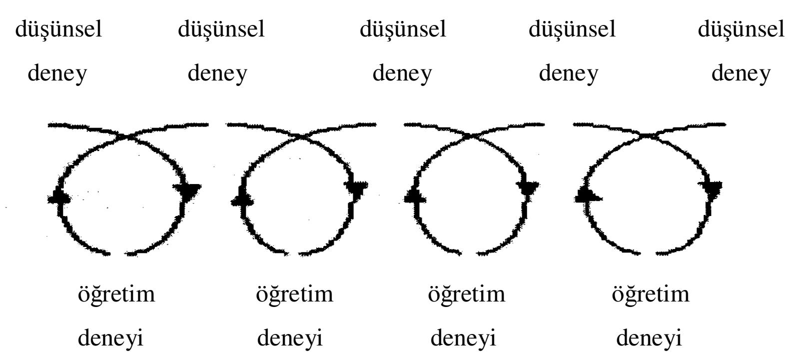
2.3.1. Örnek Olay Çalışmasında Kullanılacak Öğretim Etkinlikleri

Örnek olay çalışmasında kullanılacak etkinliklerle öğrencilerin olasılık ve istatistik öğrenme alanında yer alan kavramların oluşturulması amaçlanmıştır. Bu etkinlikler hazırlanırken ***gelişimsel araştırma*** yaklaşımı esas alınmıştır. Gelişimsel araştırma, alanla ilgili teorik bilgiye dayalı olarak hazırlanan bir öğretim tasarımının uygulama sürecindeki izlenimlere göre öğretimin yeniden düzenlenebildiği döngüsel bir süreçtir (Gravemeijer 1994).

Gelişimsel araştırmada esas amaç bilgi kazanım sürecini ortaya koyan bir teori geliştirmedir. Bu nedenle gelişimsel araştırmalar öğretim sürecinde gelişir ve düzenlenir. Gelişimsel araştırma, iyi düşünülmüş ve deneysel olarak sağlam bir temele dayalı lokal öğretim teorisi ile sonuçlanır. Bu lokal öğretim teorisi, tasarlama, derinlemesine düşünme ve yeniden tasarlamadan oluşan tekrarlayıcı ve birikimli bir süreçtir (Gravemeijer 2004).

Lokal öğretim teorisi iki süreçten oluşmaktadır. Bunlardan ilki ***düşünsel süreçtir***. Düşünsel süreçde, uygulanacak öğretim sırasında öğretme ve öğrenme sürecinin nasıl ilerleyeceği, öğrencilerin gösterebilecekleri tepkiler, muhakeme biçimleri, öğrencilerin kolay anlayacakları ya da anlamakta zorlanacakları noktalar hakkında önceden tahmin yürütür. Bu sürecin üç aşaması vardır. Bunlardan ilki öğrenciler için öğrenme amaçlarının belirlenmesidir. İkincisi, planlanmış öğretim etkinlikleri ve kullanılacak araçların belirlenmesidir. Üçüncü aşama ise öğretimsel etkinliklerin sınıfta kullanıldığı anda öğrencilerin düşünme ve anlamalarının nasıl gelişebileceğinin tahmin edildiği bir öğrenme sürecidir.

Lokal öğretim teorisindeki ikinci süreç ise ***öğretim sürecidir***. Öğretim süreci, düşünsel süreçte planlanan etkinliklerin istenilen öğrenme hedeflerinin ne kadarına ulaşıldığını belirleme olanağı tanır. Planlanan etkinlikler uygulandıktan sonra eksik noktaları tespit edilerek yeniden düzenlenir. Yeni oluşturulan etkinlikler tekrar uygulanır. Bu şekilde oluşan döngü sonucunda öğrenme-öğretme deneyimlerinin temel çatısı oluşturur. (Şekil 1).



Şekil 3. Gelişimsel Araştırma Modeli

Gelişimsel araştırmada amaca yönelik ve de süreç sırasında gelişen öğrenme teorisinin rehberlik ettiği geliştirme (-ki buna lokal öğrenme teorisi denmektedir) ve düzenleme ön plandadır. Bu araştırmanın amacı olasılık ve istatistik ilgili bazı kavramların yapılandırmacı ve GME' ye göre hazırlanmış etkinliklerle bilgi oluşturma sürecini derinlemesine incelemek olduğu için gelişimsel araştırma modeli araştırma için uygun bulunmuştur. Bu amaçla önce düşünsel süreçte istenilen amaçların gerçekleşmesi için etkinlikler taslanmış, daha sonra bu etkinliklerle pilot çalışma yapılmış (öğretim deneyi) daha sonra gerekli düzeltmeler yapılarak gerçek uygulamalara geçilmiştir. Her uygulama sonucunda öğretim süreci irdelenerek gerekli düzenlemeler yapılarak diğer uygulamaya geçilmiştir.

Etkinliklerin seçiminde ve türlerinin düzenlenmesinde, odaklı görüşmelerden beklenen sonuçları alabilmek için tartışmaya elverişli olması, açık uçlu olması ve öğrencilerin düşünme seviyelerini açıklığa kavuşturacak fırsatlar sunması gibi özellikler aranmıştır (Tanışlı 2008). Tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme gibi bilişsel eylemler ile ilgili kanıtların çoğu problem çözümünde ortaya çıkan bilişsel eylemler olduğu dikkate alınarak etkinlikler problem çözme odaklı olarak hazırlanmıştır. Bu nedenle etkinlikler hazırlanırken öğrencileri problem çözme uğraşı içinde tutması, öğrencilerin olabildiğince çok ön deneyim ve bilgilerini harekete geçirecek olması ve etkinliklerde soyutlamaya uygun bir konunun varlığı önemsenmiştir. Bunun yanı sıra etkinliklerin soyutlamanın süreç içinde gerçekleşmesine fırsat tanıyacak, yeni bir yapının oluşumunu içeren, bu yapının pekiştirilmesine fırsat sağlayacak şekilde tasarlanmasına dikkat edilmiştir. Etkinlik içinde yer alan her bir soru A4 kâğıdına basılmış olarak sırayla verilmiş ve bir sorunun tamamlanmasının ardından bir diğer soruya geçilmiştir. Aşağıda bu etkinlikler, etkinliklerin uygulanma biçimleri ve pilot çalışma hakkındaki bilgilere yer verilmektedir.

Araştırma kapsamında uygulanmak üzere 2 etkinlik tasarlanmıştır. Bu etkinliklerden ilki bağımlı ve bağımsız olay kavram bilgisinin oluşturulma süreçlerinin incelenmesi amacıyla yapılandırmacı kurama uygun olarak hazırlanmıştır. Diğer etkinlik ise, deneysel ve kuramsal olasılık kavram bilgisinin oluşturulma süreçlerinin incelenmesi amacıyla GME ye uygun olarak tasarlanmıştır.

Yapılandırmacı yaklaşıma göre tasarlanan birinci etkinlik (Ek 6), altı farklı sorudan oluşmaktadır. Bu altı sorudan birinci ve ikinci sorular bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını oluşturmaya, üçüncü soru bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılığını hesaplamaya, dördüncü, beşinci ve altıncı sorular ise bu kavramları pekiştirme amacıyla hazırlanmıştır. Bu etkinlik, öğrenciler için anlamlı olabileceği düşünülen bağlamlar içinde verilmiştir.

Bu etkinliği daha iyi analiz edebilmek ve anlayabilmek için bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının temelinde bulunan matematiksel ilkelere dayanan bir bilişsel analiz kullanılmıştır. Bu analizde öğrencilerin aşağıdaki hususları yapılandırması ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

1- İki boyutlu örnek uzayı algılayabilmesi
2- İki boyutlu örnek uzayın olası bütün çıktılarının belirlenmesi
3- İki boyutlu örnek uzayda istenilen olayın çıktılarının belirlenmesi
4- İki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığının hesaplanması
5- Gerçekleşen olayların benzerliklerinin ve farklılıklarının belirlenmesi
6- Bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının oluşturulması ve pekiştirilmesi

Etkinlikte birinci, ikinci ve üçüncü sorular, birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü ilkeyi oluşturmaya hizmet ederken; dördüncü, beşinci ve altıncı sorularla da beşinci ve altıncı ilkeleri oluşturmak amaçlanmıştır.

Uygulama boyunca öğrencilerin kendi bakış açılarını ifade etmesine ve savunmasına olanak verilmiştir. Öğrencilerin gerek birbirleriyle gerekse araştırmacı ile rahatça diyalog kurmalarına olanak sağlayan bir ortam yaratılmıştır. Bilginin yeniden üretilmesinden daha çok, bilginin oluşturulmasına özen gösterilmiştir. Etkinlik boyunca öğrencilerin deneme ve gözlem yapmaları için gerekli materyaller sunulmuştur. Etkinlikte yer alan oyunu kendi aralarında oynayarak oyunun adil olup olmadığına bu şekilde karar vermeleri istenmiştir. Bu özellikler dikkate alındığında etkinliğin yapılandırmacı bir ortamda gerçekleştirildiği söylenebilir.

Gerçekçi Matematik Eğitimine göre tasarlanan, deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarını oluşturulmasını amaçlayan ikinci etkinlikte (Ek 7), günlük hayatta var olabilecek bir durumdan yola çıkılarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Böylelikle öğrencilerin deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarını oluşturma sürecini yeniden keşfetme olanağı verilmiştir. Verilen problem durumuyla ilgili öğrencilerin düşünceleri alınarak informal çözüm süreçleri üzerinde durulmuştur. Etkinlik boyunca araştırmacı öğrencilerin informal çözüm stratejilerini dikkate alarak formal bilgiye doğru keşif sürecine rehberlik etmiştir. GME' ye göre matematik öğretimi sosyal yapılandırmacı kurama uygun olduğundan öğrencilerin bilgilerini oluştururken aynı zamanda da etkileşim içinde olması gerekmektedir. Bu nedenle öğrencilerin etkinlik boyunca çözümlerini paylaşmalarına, birbirlerine soru sormalarına olanak sağlayan bir ortam yaratılmıştır. Etkinlikteki ilk iki soru yatay matematikleştirme ile, üçüncü soru ise dikey matematikleştirme ile ilgilidir. Bu anlamda ilk iki soru çevresel bir olaydan sembollere geçiş aşamasını, üçüncü soruyla da öğrencilerin tanıdıkları ve kullandıkları yeni bilgileri ya da ilişkileri tekrar gösterme, benzerlikleri ve farklılıkları ortaya koyma, düşüncelerini formal gösterim şekilleriyle ifade etmelerine fırsat verilmiştir.

2.3.2. Pilot Uygulama

Örnek olay çalışmasında kullanılacak etkinliklerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ve bilgiyi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmada etkili olup olmadığının belirlenmesi ve araştırmanın gerektirdiği şekilde yeniden düzenlenmesi amacıyla pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma, araştırmaların amaçlarına ulaşmaları için geliştirilen araçların ve prosedürlerin kontrol etmek amacıyla sıklıkla kullandıkları bir çalışma türüdür (Özmantar, 2005). Pilot çalışma, öğrencilerin etkinlikleri amaçlandığı şekilde anlayıp anlamadığını belirlemek, anlamakta zorlandığı yerleri tespit ederek düzeltmek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu amaçlar doğrultusunda 2008–2009 eğitim öğreti yılının ikinci döneminde araştırma için gerekli ölçütleri sağlayan yedinci sınıf öğrencileri ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma Ziya Gökalp İlköğretim okulunda öğrenim gören gönüllü dört çift öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Bir çift öğrenciyle yapılandırmacı yaklaşıma göre hazırlanan ekinlik uygulanırken, diğer çift öğrencilerle de GME' ye göre hazırlanan etkinlik uygulanmıştır. Aşağıda iki çift öğrenciyle yapılan görüşmelerden elde edilen istenilen kavramları oluşturma ve pekiştirme süreçleriyle ilgili diyaloglara yer verilmiştir.

Birinci gruptaki öğrencilerin ikisi de erkektir. Her iki öğrencinin de dönem başarı notları dört olup öğretmenleri tarafından başarılı olarak bilinen öğrencilerdir. Diyaloglarda öğrencilerin isimlerinin baş harfleri kullanılmıştır (M ve E). Öğrencilerle yapılan ilk görüşme yaklaşık olarak bir saat sürmüştür.

Etkinlikteki birinci soru bağımlı olay kavramı ve bağımlı olayların olma olasılığının nasıl hesaplanacağı bilgisini oluşturmak amacıyla tasarlanmıştır. Öğrencilerin etkinlikteki bilgi oluşturma süreçlerini incelemede RBC+C modeli analitik araç olarak kullanılmıştır. Aşağıda M ve E ile gerçekleştirilen bağımlı ve bağımsız olay kavramları bilgisini oluşturma süreci, tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri dikkate alınarak sunulmuştur.

Araştırmacı etkinlikte ilk önce öğrencilerin adillik kavramını doğru anlayıp anlamadıkları sorgulamıştır.

1A. Sizce adil midir? Bir oyunun adil olması için ne olması gerekiyor sizce?
2M. Eşit şartlarda olması lazım.
3E. Evet. İkisinde eşit olması lazım.
4A. Mesela bu oyunda eşit mi? Eşit olması ne demek bir örnek verebilir misiniz?
5E. Dört tane ceviz var ikisi ona ikisi bana.
6A. Bu durumda adil olur mu? Adil olup olmadığını nasıl anlarsınız?
7M. Şartlarımız eşit ise mesela yazı-tura atmada olduğu gibi.
8A. Yazı-tura oyunu adil bir oyun mudur?
9M. Evet. Şanslarımız eşit %50-50

Yukarıdaki diyaloglardan öğrencilerin adillik kavramını doğru olarak algıladıkları görülmektedir. Böylelikle adillik kavramı ile öğrencilerin olasılık hesaplamaya ihtiyaç duymaları sağlanmıştır.

10A. Peki bu oyunun adil olup olmadığını nasıl belirlersiniz?
11E. Oğuz ve Oktay'ın kazandığı durumlar eşit ise adil olur.
12A. Hangi durumlarda Oğuz kazanıyor? Hangi durumlarda Oktay kazanıyor? Örnek uzayın eleman sayı nedir?
13M. İlkinde altı taneden biri gelecek. İkisinde 5 taneden biri gelecek. O zaman örnek uzay 30 olur.
14E. Nasıl?
15M. Çünkü ilk durumda altı sayının altısı da gelebilir. İkinci durumda gelen sayı dışında 5 tane sayı gelebilir. 6 x 5 = 30

16E. Ben anlamadım.
17A. Sence örnek uzay nedir E?
18E. (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) ….. (sırayla bütün ikilileri yazmaya başlıyor. M bu arada onu sessizce izliyor)… 5, 10, 15, 20, 25, 30 evet 30 durum çıktı.

Bu durum M ve E nin tek boyutlu örnek uzayı tanıdıkları ve bu durumu kullanarak iki boyutlu örnek uzaydaki bütün olası durumları belirlemede kullandıkları gözlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin örnek uzay kavramını tanıdıklarını ve kullandıklarını gözlenmektedir (13M, 18E). Öğrenciler, daha önce oluşturmuş oldukları tek boyutlu örnek uzayda olası durumları sınırlı bir şekilde genişleme olmuştur. Buradaki bir diğer önemli durum ise M olası bütün durumları çarpmanın temel ilkesini kullanarak bulurken (15M), E' nin olası bütün durumları yazmasıdır (18E). M olası durumları belirlerken saymanın temel ilkesi olan çarpma işlemini tanıyarak kullanmıştır.

19A. Şimdi bu otuz durum neyi ifade ediyor?
20M. Oyun adil değil?
21A. Niye adil değil?
22M. Çünkü ilki çift ikincisi tek gelmesi lazım. Şu……şuu… (yazdıkları ikilileri üzerinde uygun ikilileri işaretliyor) şuuuu ….şuuu….4, 5, 6
23E. O değil…..çift
24M. Ha… pardon 7, 8, 9
25E. 9/30
26M. Ötekinin kazanma ihtimali 21/30
27A. Yüzde olarak ne olur?
28M. 9/30 mu yüzde %30 olur.
29A. Oyunun adil olup olmadığına neye göre karar veriyoruz.
30E. Hangisi yüksekse ……eşit olması lazım.
31A. Hangisinin neyi eşit olması lazım?
32M. Hangisinin olma olasılığı yüksekse o daha şanslıdır.

Yukarıdaki diyaloglar sonucunda öğrencilerin oyunun adil olmadığına karar vermişlerdir. Bu kararlarını Oğuz ve Oktay' ın kazanma olasılıklarını belirleyerek vermişlerdir. Bu durum M ve E nin iki boyutlu örnek uzayda olası bütün çıktıları ve olayın çıktılarını belirleyebildikleri (tanıdıkları) ve bu durumları kullanarak iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını hesaplayabildiklerini göstermektedir (24M, 25E).

M ve E sorunun b şıkkını okuyarak hemen soruyu cevaplamışlardır. Bu soru yukarıda tanıyıp, kullandıkları ve oluşturdukları bilgileri pekiştirme fırsatı vermiştir.

Ayrıca bu şıkta yer alan soru ile oluşturdukları yapıların kırılgan yapısı giderilmek istenmiştir.

33E. Yine adil değildir.
34M. İkinci kartlar 3' ten küçük olacak şunlar (yazdıkları ikililer üzerinde kurala uyan ikilileri gösteriyorlar) ve şunlar….
35E. 3 dahil mi?
36A. Evet 3 dahil.
37M. O zaman 6
38E. 6/30
39M. 6/30 yani 1/5 %20. şey için Oktay için %20 Oğuz için %80 yine adil değil.

Soruya verdikleri hızlı cevaplar ve olayın olma olasılıklarını hızlı bir şekilde hesaplamaları M ve E nin oluşturdukları bilgileri pekiştirdiklerini göstermektedir (38E, 39M). Yukarıdaki diyaloglardan bu soruların istenilen amaçlar doğrultusunda hizmet ettiği söylenebilir

Birinci sorunun "c" ve "d" şıkları öğrencilerin iki boyutlu örnek uzaydaki bir olayın olasılığını hesaplarken farklı bir yöntem kullanmalarını keşfetmeleri için hazırlanmıştır. Bu soru ile ilgili diyaloglara aşağıda yer verilmiştir.

40M. İlk kartın çift sayı. İlk kartın çift sayı olması için %50 şans var.
41E. Niye?
42M. Çünkü 3 çift 3 tek var. Yani %50-%50
43E. Evet. Tamam anladım.
44M. O da …. Yüzde …..şimdi ilk gelene göre değil mi? O zaman 3/5 oldu.
45E.Nasıl 3/5 oldu?
46M. İlki çift olması lazım ya. O zaman 3 tane tek 2 tane çift kaldı.
47E. Evet ikinci kartın tek olma olasılığı 5'te 3 tür.
Birinci sorunun "d" şıkkını okuyorlar
48M. Birinin 3/5 birinin 3/6.
49E. Evet.
50A. "a" daki cevabınızla bu cevabınız arasında bir ilişki var mı? "a" ya verdiğiniz cevap neydi?
51M. Oktay %70 – Oğuz %30 yani 3/10
52E. Birincisinin çift olma olasılığı ½ di, ikincisinin tek olma olasılığı 3/5 dir.
53M. 1/2 çarpı 3/5 (1/2. 3/5) aynı çıktı.
54A. Niye çarpıyorsun?
55M. İkisinin de olasılığını……. Ortak olasılığını bulmak için. O zaman ½ x 3/5 = 3/10 çıkıyor.
56A. Peki bu şekilde olasılık hesaplarken siz hangisini tercih edersiniz?
57E. İkincisi çarpma daha kolay. Her zaman bütün durumları bulmak zor olabilir.

Öğrencilerin bu diyalogları iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını olayların olasılıklarının çarpımı şeklinde bulabilecekleri bilgisinin oluşturduklarını göstermektedir (53M, 55M, 57E). Bunun için öğrencilerin bir boyutlu örnek uzaydaki bir olayın olma olasılığını belirleyerek (tanıyarak) ve bu olasılıkları çarpıp (kullanarak) iki boyutlu örnek uzaydaki bir olayın olma olasılığı bilgisinin kendileri oluşturmuşlardır. Yukarıdaki diyaloglardan bu sorunun da amacına uygun olarak hizmet ettiği görülmüştür.

Etkinlikteki ikinci soru ise bağımsız olay kavramı ve bağımsız olay kavramlarının olma olasılığını nasıl hesaplanacağı ile ilgilidir. Bu amaçla ilk soruda gerekli düzenlemeler yapılmış ve bu şekilde uygulanmıştır.

M ve E ikinci soruyu içlerinden okuyorlar.
58A: Birinci soruyla arasındaki fark nedir?
59M. Şimdi burada ikinci durumda da eşit olacak. Çekildikten sonra tekrar atılacak.
60E. Ondan 6 /30 olacak(Kısık bir sesle)
61M. Yani …. İlki çift…. İkincisi tek olmalı e……
62A. Örnek uzay nedir şimdi?
63M. Bu sefer (1,1) de olabilir (1,2)
64E. İlk kart çift diyor ama.
65M. İlk kart çift (biraz şaşırdı) … bütün olası durumlar.
M tekrar olası durumları yazmaya başlıyor. E de M ye yardım ediyor.
66M. Bu sefer de 36 oldu.
67E. İlkinin çift ikincinin tek olma olasılığı (yazdıkları olası durumlar üzerinde işaretleme yapıyorlar) bir, iki, üç,…….dokuz… 9/36.
68A. Peki olasılıkları eşit olacak mıdır?
69M. Evet….. A…Pardon 9/36 sadeleştirirsek ¼ %25 bu sefer.
70E. İlkinde %30 du.
71M. Azaldı bu sefer.

Bu soruda öğrenciler ilk sorudaki oluşturmuş bulundukları yapıları kullanarak, sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Burada da öğrencilerin iki boyutlu örnek uzay olası bütün çıktıları ve olayın çıktılarını belirleyebildikleri (tanıdıkları) ve bu durumları kullanarak iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını hesaplayabildiklerini görülmektedir (66M ve 69M). Bu durum öğrencilerin artık iki boyutlu bir örnek uzayda bir olayın olası bütün çıktılarının, olayın çıktılarını ve iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını hesaplama bilgilerini oluşturdukları söylenebilir.

Üçüncü soru ise öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayında yaptıkları işlemlerde yer alan olayları benzerlik ve farklılıklarını göz önüne alarak gruplandırmaları ve bu gruplara isim vermeleri istenmiştir. Buradaki amaç öğrencilerin bağımlı olay ve bağımsız olay kavramları bilgisini oluşturmaktır. Öğrenciler bu soruya cevap verirken zorlandıkları görülmüş bunun üzerine araştırmacı sorularla öğrencileri yönlendirmiştir. Bunun üzerine öğrenciler olayları etkileyen ve etkilemeyen olaylar olmak üzere iki gruba ayırmışlardır.

122A. Şimdi bu olaylara (1. ve 2. sorudaki olaylara) bir isim vermeniz gerekse ne tür bir isim verirdiniz?
123E. Biri atılıyor biri atılmıyor.
124M. Fazla durum…daha fazla durum oluyor ikincisinde
125A. Birinci kartı çektiğimizde geri torbayı atmak ya da atmamak neyi değiştiriyor?
126E. İkinci olayın olma olasılığını etkiliyor.
127A. Peki şöyle bir soru sorsam elimde bir zar ve bir para var. Paranın yazı, zarın çift gelme olasılığı ne olur?
128E: ½ ikisi de
129M. Paranın yazı zarın çift ½ x ½ = ¼ olur.
130A. ½ mi ¼ mu?
131M. İkisinin de mi?
132A. İkisini de aynı anda atıyorum.
133M. ¼
134A. Burada geri atma yok. Yukarıdaki sorularla benzer mi bu soru?
135M. İkincisine benziyor.
136A. Nasıl bir benzerlik?
137M. İkisinde de olaylar ayrı birbirini etkilemiyor. Ama birincisinde etkiliyor. O zaman etkileyen etkilemeyen olay diyebiliriz.
138A. Peki etkileyip etkilemediğine neye göre karar vereceğiz?
139M. Birincinin….. yani birinci durumun ikinci durumun olma sayısını etkilemesi.

Bu diyaloglardan anlaşılacağı gibi M bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını etkileyen ve etkilemeyen olaylar olarak isimlendirmiştir. Bu şekilde isimlendirmeleri ve etkileyen olayların birinci durumun ikinci durumun olma sayısını etkilemesi olarak ifade etmeleri bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının temel özelliğinin farkında olduklarını göstermiştir (139M). Bu durum da öğrencilerin yeni bir yapı oluşturduklarını göstermektedir. Ama diyaloglardan E' nin bu kavramları oluşturup oluşturmadığı hakkında bir kanıt yoktur.

Bu görüşmeden 2 hafta sonra bağımlı-bağımsız olay kavramları ve bu olayların olma olasılığını pekiştirmek amacıyla öğrencilerle birlikte ikinci bir görüşme gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmede öğrencilere iki soru sorulmuş ve görüşme 30 dakika sürmüştür. Aşağıda bu görüşme ile ilgili diyaloglara yer verilmiştir.

1A. Nasıl bir kura düzenlemeyi düşünürsünüz?
2E. O zaman iki tane mi MP3 çalar yazacağız?
3A. Sizce nasıl olacak?
4M. Çekip tekrar mı atacağız.
5A: Kurayı siz düzenleyeceğiniz için buna siz karar vereceksiniz?
6E. Çekip tekrar atarsa evet olabilir.
7M. Çekilen kart tekrar atılırsa ikisi aynı hediyeyi kazanabilir.
8A. Peki bu durumda nasıl olay diyebiliriz?
9E. Etkileyen …….
10M. Hayır geriye attığımız için ikincisi de 4 kartın içinde çekilecek etkilemez.
11E. Evet doğru ya karıştırdım (gülüyor)
12A. Bu durumda ikisinin de MP3 kazanma olasılığı ne olacaktır?
13M. ¼ ¼ olacak. 1/16 olacak.
14A. Nasıl yaptın?
15M. Kısa yoldan yaptım. İlkinin Mp3 kazanma olasılığı dörtte birdir. İkincisinin de dörtte birdir. Bunları çarparsak on altı da bir olur.

Öğrencilerin bu diyaloglarından etkileyen ve etkilemeyen olayları farklı bir bağlamda tanıdıkları, kullandıkları göstermektedir. Ayrıca etkilemeyen olayın olasılığını bulurken olayların olma olasılıklarının çarpımı şeklinde bulmaları yeni yapının pekiştirildiğini göstermektedir (15M).

İkinci gruptaki öğrencilerin birisi kız diğeri erkektir. Her iki öğrencinin de dönem başarı notları dört olup öğretmenleri tarafından başarılı olarak bilinen öğrencilerdir. Diyaloglarda öğrencilerin isimlerinin baş harfleri kullanılmıştır (İ ve S). Bu öğrencilerle yapılan görüşme de yaklaşık olarak bir saat sürmüştür.

Etkinlikteki sorular GME' nin önemle üzerinde durduğu matematikleştirme ilkesi göz önüne alınarak tasarlanmıştır. Birinci ve ikinci soru yatay matematikleştirmeyi, üçüncü ve dördüncü sorular ise dikey matematikleştirmeyi gerçekleştirmek amacıyla hazırlanmıştır. Öğrencilerin etkinlikteki bilgi oluşturma süreçlerini incelerken ilk etkinlikte de olduğu gibi RBC+C modeli analitik araç olarak kullanılmıştır. Aşağıda İ ve S ile gerçekleştirilen deneysel ve kuramsal olasılık kavramları bilgisini oluşturma süreci, tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemler dikkate alınarak sunulmuştur.

Araştırmacı etkinlikteki ilk soruyu içeren çalışma kağıdını öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. İ ve S soruyu sessizce okumuşlar ve kısa bir süre duraklamışlardır.

1A. Böyle bir yarışmaya katıldığınızda ne yaparsınız?
2İ. Bilmem ki…. Devamlı zar atarım herhalde.
3A. S sen ne yaparsın?
4S. …….. bir fikrim yok.
5A: Kazanma şansınız nedir peki?
6İ. Zar atardım en çok hangi sayı gelirse onu söylerdim.

Bu durum üzerine araştırmacı daha önceden yanında getirdiği farklı renkteki bir çift zarı öğrencilere vermiştir. İ zarları hemen eline alıp atmaya başlamıştır. İ' nin bu durumu çalışmaya karşı istekliliğinin bir kanıtı olarak görülebilir. İ zarları 10 kez atıyor.

9İ. (Toplamlarını yazıyorlar) 6, 4, 3, 8, 4 şansa bağlı her şey. 6, 9, 10, 7. Son olarak 9.
10A. Peki, bu sonuçlara göre tahmininiz ne olabilir mi?
11İ. 6 da söylenebilir 9 da söylenebilir. İkisi de 2 defa geldi.
12S. 4 de iki kez gelmiş. Ne yapacağız şimdi? (İ dönüp soruyor)
13İ. O üç sayıdan birini söylerdim ya da birkaç kez daha atardım.
14S. Ben atıyım bu kez. 5, 9, 6, 7, 7, 10, 6, 5, 11, 4 on tane oldu.
15A. Peki, yaptığınız atışların sonuçlarına göre hangi sayıyı söylersiniz?
16İ. Şu an 6 gibi. (bir, iki, üç, dört 6 ları sayıyorlar).
17S. 3 tane 7 var.
18A. 6 gelme olasılığınız nedir peki?
19İ. Toplam kaç atışımız vardı?
20S. 20
21İ. 20 de 4 olur o zaman.
22A. Peki, bu çalışmaların sonucunda ne dersiniz? 6 mı 7 mi?
23İ. Ben biraz daha atardım.
24A. Tamam. Devam edin bakalım.
25S. (4, 6, 5, 6, 9, 9, 8, 6, 5, 6 sıra İ ye geliyor). (gülüyor)
26İ. 3, 5, 3, 2, 10, 9,10, 2, 5, 10
27A. Peki şimdi cevabınız ne olacak?
28S. 1 ve 2 yok. 3 den 3 tane gelmiş, 4 den 4 tane var, 5 den 6 tane, 6 dan 8 tane, 7 den 3 tane, 8 den 2 tane, 9 dan 5 tane, 10 dan 5 tane, 11 den 1 tane var. Galiba 6 derdim.
29A. 6 gelme şansı nedir?
30İ. Toplam 40 kere attık. 8 kere altı gelmiş. 40 da 8 olur.
31S. 1/5 yani.

Yukarıdaki diyaloglardan öğrenciler günlük hayatta karşılaşabilecekleri bir konuyu bağlam içinde ele alarak matematiksel sembollerle oluşturmaya başlamışlardır. Öğrencilerin bir olayın olma olasılığını hesaplama bilgisini doğru tanıdıkları ve kullandıkları görülmüştür (21İ ve 31İ, 32S). Öğrenciler tahmin ederken deneysel olasılık kullanmışlardır. Araştırmacı, öğrencilerin bilgilerini sorgulamak için birkaç soru yöneltmiştir.

32A. Peki, yarışmayı kazanmak için bu tür bir çalışma yeterli olur mu?
33S. Aslında bir çalışma daha yapsak
34A. Nasıl bir çalışma mesela?
35S. (Zarları hemen alıp atmaya başlıyor) (5,4) 9 geldi. Birden fazla durum gelebilir ki.
36A. Mesela hangi durumlar gelebilir?
37İ. Toplamları 6 gelebilir, 3 de gelebilir. 9 gelebilir.
38A. Peki, iki zar atıldığında kaç farklı durum oluşur?
39S. Çok tane.
40A. Mesela
41S. Yani (1,1), (1,2), (1,3) o şekilde yani
42A. Toplam kaç tane olur mesela
43İ. Onları yazarsak bulabiliriz.
S olabilecek olası durumlar yani örnek uzayı yazmaya başlıyor. Bu arada İ onu dikkatli bir şekilde takip ediyor.
44. Tamam
45A. Bu durumlar bize ne ifade ediyor? Kazanma şansımızı nasıl belirleyeceğiz?
46S. Toplamları gerekli bize toplamlarını bulmalıyız. Toplamları aynı olan sayılar var onları bulmalıyız.
47İ. Mesela şunları toplamları 3 ediyor. (1,2) ve (2,1) ikilerini gösteriyor).
48A. Peki, bu durum bir çift zar atıldığında toplamları 3 olma olasılığı sizce nedir?
49İ. İki kere gelebilir.
50S. O yüzden…. 1,2,3 ….. (yazdığı bütün olası durumları saymaya başlıyor) 2/36 dır.
51A: Tamam. Peki yarışmadaki tahmininiz 3 olur mu?
52S. Yok.
53A. Ne dersiniz peki?
54İ. 6 derdim. (1,5) (2,3)
55S. 4 de diyebiliriz. 1 ile 3 de dört eder 2 ile 2 de 4 eder.
56İ. Bence en fazla 6 dan çıkacak.
57S. (Yazdıkları ikililerin toplamlarını yazmaya başlıyor) Galiba 7 fazla gelecek. Şimdi 2 den 1 tane, 3 den 2 tane, 4 den 3 tane, 5 den 4 tane, 6 dan 5 tane, 7 den 6 tane, 8 den 5 tane
58İ. Dur. Yanlış oldu galiba 8 den 7 tane olması lazım değil mi?
59S. (yeniden sayıyor) 1(2,6), 2 (3,5), 3 (4,4), 4 (5,3), 5 (6,2) 5 tane işte
60A. Niye 7 tane olması lazım İ?
61İ. Böyle örüntü var gibi ama değilmiş.
62S. 9 dan 4 tane. Demek ki 7 olacak.
63A. Niye 7 olacak?
64S. 6 tane olduğu için en fazla 7 gelmiş. 10 dan 3, 11 den 2, 12 den de 1 tane var.
65A. Bu sonuçlara göre yarışmada ne dersiniz?
66İ. 7 tabi ki.
67A. Peki, 7 nin gelme olasılığı nedir?
68S. 6/36

Yukarıdaki diyaloglarda S nin iki boyutlu örnek uzayında olasılı bütün çıktıları ve olayın çıktılarını belirleyebildiği (tanıdıkları) ve bu durumları kullanarak iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını hesaplayabildikleri gözlemlenmiştir (50S ve 68S). Ayrıca bu diyaloglarla öğrenciler kuramsal olasılığı kullanarak istenilen olasılığı hesaplayabilmişlerdir. Bu anlamda etkinliğin ilk sorusunun istenilen amaca uygun olarak hizmet ettiği söylenebilir.

Öğrencilerin oluşturdukları yapıların kırılgan yapısını gidermek için oluşturulmuş bulunan yapıları pekiştirmek amacıyla öğrencilere, ikinci bir problem yöneltilmiştir.

75A. Ne yaparsınız böyle bir durumda?
76S. (Gülerek) Sallarız.
77İ (Gülerek) Yani. Birkaç kez deneme yapabilir miyiz? İlk önce hepsini doğru yaparız. Sonra hepsinin yanlış yapabiliriz. Doğru- yanlış-doğru- doğru – yanlış gibi.
78S. Doğru-doğru- yanlış-doğru-yanlış ben böyle bir şekilde sallardım.
79İ. Hepsine doğru diyebilirim. Olabilir.
80S. Bence öyle olmaz.
81İ. (S tekrar cevaplandırmaya başlıyor). Yanlış-yanlış-doğru- yanlış-doğru
82S. Biraz daha deneyebilir miyim? Doğru-yanlış-yanlış-yanlış-yanlış.
83A. Tabiî ki. Kaç tane oldu toplam?
84İ. Beş tane. Yanlış-yanlış-yanlış-yanlış-doğru
85S. On tane olsun. Doğru-doğru-yanlış-yanlış-yanlış
86İ. Yanlış-yanlış-doğru-doğru-doğru
87S. Doğru-yanlış- doğru-yanlış-doğru
88İ. Doğru-doğru-yanlış-doğru-doğru
89A. Şimdi birinci için 4 doğrunuz var, ikincisi 2 doğru, üçüncüsü 3 doğru, dördüncüsü 3 doğru. Beşincisinde 4 doğru, altıncısında 3 doğru, yedicisinde doğru, sekizincisinde 2 doğru, dokuzuncusunda 2 doğru ve sonuncusunda 3 doğrunuz var. Bu durumlara göre hangi durumlarda testten başarılı olduğunuz?
90İ. (Birincisi ve beşincisi göstererek) Şunda ve şunda
91A. Peki, bu testten başarılı olma şansınız nedir?
92İ. Onda iki mi?
93S: Evet onda iki.

Öğrenciler bu soruda yukarıda oluşturdukları yapıları burada pekiştirdikleri görülmüştür (92İ, 93S). Öğrencilerin hızlı bir şekilde deneme yapmalarına yönelmeleri bu sorunun da amaca uygun olarak hizmet ettiğini göstermektedir. Öğrenciler soruyu deneysel olasılıkla cevapladıktan sonra araştırmacı kuramsal olasılığı buldurmak için öğrencilere keşfettirici sorular yöneltmiştir.

94A. Peki testten başarılı olma şansımızı başka bir yoldan hesaplayabilir miyiz? (Sessizlik oluyor). Mesela testte bir soru olsaydı ve sallayarak cevabını bulmak isteseydik şansımız ne olurdu?
95 İ. Yüzde 50 olurdu.
96S. Evet. %50
97A. Peki, testte iki soru olsaydı ne olurdu kazanma şansımız?
98İ. ¼
99S. Bütün durumları buluruz.
100A. Nasıl yani?
101S. İkisine D diyebiliriz ya da Y diyebiliriz veya buna (birinci soruyu gösteriyor) D, buna (ikini soruyu gösteriyor) Y diyebiliriz bir de tam tersi olabilir.
102İ. İkisinin de yanlış, ikisinin de doğru, birinin yanlış birinin doğru olduğu durumlar vardır.
103A. Peki, bu iki sorunun ikisine de doğru cevap verme olasılığınız nedir?
104S. ¼
105İ. Evet.
106A. Soru sayımızı 3 olursa üçüne de doğru cevap verme olasılığınız ne olur?
107S. (Örnek uzay kümesini yazmaya başlıyor). D-D-D, D-D-Y, D-Y-D, Y-Y-Y, Y-Y-D, Y-D-Y, Y-D-D, D-Y-Y.
108İ: (S bitirdikten sonra yazdıklarını teker teker kontrol ediyor). Bu kadar.
109A. Peki, üçte üç yapma şansımız nedir bu duruma göre?
110I. 1/8
111A: Testte 4 soru olursa ne olur?
112S. 1/16
113A. Nasıl buldun peki?
114S. ½ ile çarptım.
115A. Neden ½?
116S. Bir sorunun doğru olma olasılığı ½ dir. Bunların olasılığını bulurken daha önce çarpmıştık. Oradan yaptım.
117A. Peki, başka ne öğrenmiştik?
118İ. Etkileyen ve etkilemeyen olaylar.
119S. İki olay vardı. Bu olayların ortak olasılıklarını bulabilmek için çarpıyorduk
120A. Peki, bu durum etkileyen olay mıdır? Etkilemeyen olay mıdır?
121S. Etkilemeyen olay.
122İ. Hepsi farklı soru olduğu için etkilemez.
123A. Peki, o zaman testimizde 4 soru olsun. Hepsini doğru cevaplayabilmek için nasıl bir yol izleyebiliriz?
124S. Bir soruyu doğru bilme olasılığımız ½ olduğunda göre 4 tane ½ yi çarpacağız. ½ x ½ x ½ x ½ = 1/16
125A. Peki, 5 te beş yapma olasılığımız nedir?
126S. O zaman yine çarparız. 1/16 ile ½ çarparız kısa yoldan 1/32.

Öğrenciler araştırmacının yönlendirdiği sorularla kuramsal olasılığı da başarılıyla hesaplanmışlardır (125S ve 127S). Ayrıca bu öğrencilerle daha önceden bağımlı- bağımsız olaylar ve bu olayların olma olasılığı ile ilgili etkinlik gerçekleştirilmiştir. Bu aşama da öğrenciler bu etkinlik sonucunda oluşturdukları bilgileri tanıyarak kullandıkları gözlemlenmiştir (117S, 119İ, 122S).

Daha sonra araştırmacı öğrencilere olasılıkları bulurken kaç farklı yöntem kullandıklarını ve bu yöntemlere bir isim verip veremeyeceklerini sorgulayarak soyutlamanın gerçekleşme düzeyine ulaşıp ulaşmadığını test etmek amaçlanmıştır. Öğrencilerin "Verilere dayanarak" ve "deneme yaparak" şeklinde cevaplar vermişlerdir. Bu cevaplar öğrencilerin aslında kuramsal ve deneysel olasılık kavramlarının farkına vardıkları ve yeni bir yapı oluşturduklarının bir göstergesi olarak ele alınabilir.

127A: Şimdiye kadar bulduğunuz olasılıkları hangi yöntemlerle buldunuz?
128İ. İki yöntem kullandık. Birincisi verilere dayanarak, ikincisi de sallayarak.
129S. Birincisi verilere dayanarak. İkincisi ……..
130İ: İkincisi şansımıza dayanarak elde ettik. Salladık (gülüyor).
131A. Bütün sorulara verdiğiniz cevaplara dikkate alın.
132S. Denemeler yaptık sonra olasılığı bulduk. Deney olasılığı desek.
133İ. Deneme yaparak bulabiliriz.
134A. Şimdi bir olayın olma olasılığı kaç farklı yöntemle bulunabilir?
135S. İki. Birincisi verilere dayanarak, ikincisi deneme yaparak.

Etkinlikteki üçüncü soru dikey matematikleştirmenin gerçekleştirilmesi ve oluşturulan yapıların pekiştirilmesi amacıyla hazırlanmıştır. Etkinliğin üçüncü sorusu bir önceki soru ile ilişkili olduğu için öğrenciler hızlı bir şekilde daha önce oluşturdukları yapıları tanıyıp kullanarak ilk önce kuramsal olasılığı hesaplamışlardır.

130A. Şimdi testimiz çoktan seçmeli bir test olmuş.
131S. O zaman ¼ ile 5 i çarparız. Ayyy. Yani 5 tane ¼ çarparız.
132İ. O zaman olma olasılığız daha da düşer.
133S. Sen yaz istersen?
134İ. ¼ şimdi bu bir tanesinin olasılığı bundan 5 tane olacak. 1/1024 oldu. Oooooo çok zor.
135S. İkinci sorudaki gibi de yapabiliriz.
136A. Nasıl?
136S. Sallardım yine.
137A. Peki, sallayın bakalım.
Öğrenciler sırayla 5 kez sorulara cevap vermeye başlıyorlar.
143S. (Soruları cevaplamaya başlıyor) 1- B, 2-D, 3- B, 4-D, 5- D
144İ (Sonra İ cevaplıyor) 1-A, 2- A, 3- A, 4- B, 5-C
145S. 1-C, 2-D, 3-A, 4- B, 5-D
146İ. 1-A, 2-D, 3-C, 4-D, 5-A
147S. 1-B, 2-C, 3-A, 4-A, 5-D
148A. Birincisi sıfır doğru, ikincisi 2 doğru, üçüncüsü 1 doğru, dördüncüsü 1 doğru, beşincisi 1 doğru. Bu duruma göre başarılı olma olasılığımız nedir?
149İ. Şuan hiç başarılı olamadık. (Gülüyor)
150S. Yüzde sıfır (gülüyor).

Öğrenciler diyaloglardan da anlaşılacağı gibi hem deneysel olasılık hem de kuramsal olasılığı hesaplayabilmektedir. Öğrencilerden S' nin "İkinci sorudaki gibi yapabiliriz (135S)" cümlesi önceki sorudaki yapıları kullanmak istediğinin açık bir ifadesidir.

Pilot çalışmanın gerçekleştirilmesinin amacı, problemlerin öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmada etkili olup olmadığını belirlemekti. Pilot çalışma doğrultusunda yeniden düzenlenen etkinliklerin son halleri verilmiştir. Bununla birlikte pilot çalışmada elde edilen bulgulardan hareketle hangi noktalar üzerinde durulması gerekliliği fark edilmiş ve sürecin analizinin RBC+C kuramıyla nasıl yapılacağı test edilmiştir. Bununla ilgili bilgilere "Verilerin Analizi" bölümünde yer verilmiştir.

2.4. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda araştırmacının rolü oldukça önemlidir. Çünkü nitel araştırmalarda araştırmacı nicel çalışmalarda olduğu gibi sadece araştırma konusunu gözleyen değil, aynı zamanda konuyu ve katılımcıları daha iyi anlayıp analiz edebilmek için çalışmaya bizzat katılan, kavramların ortaya çıkmasını uygun ortamı soruları ile yönlendiren, katılımcılarla birebir görüşen kişi konumundadır, yani sürecin bir parçasıdır. Bundan dolayı, araştırmacı çalışmaya katılımcı gözlemci konumundadır.

Örnek olay incelemesini gerçekleştirecek olan bir araştırmacının iyi soru sorabilmesi ve cevapları yorumlayabilmesi, iyi bir dinleyici olması ve önyargılarını ve ideolojisini yansıtmaması, yeni karşılaştığı durumları bir fırsat olarak görmesini sağlayacak ölçüde esnek olması, çalışılan konu hakkında sağlam bir kavrayışa sahip olması, tarafsız olması gereklidir (Yin 1994: 56). Bu nedenle, bu araştırmada araştırmacının öğrencilerin düşünme biçimlerini ortaya çıkarmaya çalışan tarafsız bir rol oynamasına özen gösterilmiştir.

İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin yapılandırmacı ve GME' ye göre hazırlanan etkinliklerle olasılıkla ilgili kavram bilgisini oluşturma süreçlerini inceleyen bu çalışmada, araştırmacı genel olarak iki tür görevi almıştır. Bu görevlerden ilki uygun etkinlikleri düzenlemek, ikincisi ise düzenledikleri bu etkinlikler hakkında diyaloglar başlatıp bunları yönetmektir. Etkinliklerin nasıl hazırlandığı yukarıdaki bölümde ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Hazırlanan bu etkinlikle hakkında diyaloglar başlatıp bunları nasıl yönettiği konusunda ise Schwarz ve arkadaşları (2004) tarafında ortaya konulan öğretmenin/öğreticinin bilgi oluşturma sürecinde öğrenciye nasıl rehberlik edebileceğine ilişkin diyalog türleri dikkate alınmıştır. Bu diyalog türleri ile ilgili bilgilere aşağıda yer verilmiştir.

1- Temel Oluşturma Diyaloğu: Bu tür diyalogda katılımcılar genel bilgileri paylaşma yükümlülüğündedirler. Öğretici bir konu sunar ve öğrencilerin işlenen konuya aşina olup olmadıkları, görevlendirilecekleri bir ödevi çözmek ya da bilgi yapılandırılmak gibi öğrenme hedeflerini başarmak için gerekli geçmiş bilgisine sahip olup olmadıklarını kontrol eder.

2- Hazırlayıcı Diyalog: Bu diyalogun amacı öğrencilerin öğrenmeye hazırlanmaktır. Öğretici, problemi ve ulaşılacak hedefleri açıklar ve öğrencileri katılım göstermeleri ve bir başlangıç bakış açısı saptamaları için cesaretlendirir. Müdahaleler planlanmamıştır.

3- Eleştirel Diyalog: Katılımcılar farklı bakış açılarını anlama ve uyum sağlama yükümlülüğündedirler. Yeni fikirler geliştirip düzenlerler, mantıklı tartışmalar meydana getirirler ve birbirlerinin düşüncelerine itiraz eder/karşı koyarlar.

4- Yansıtıcı Diyalog: Katılımcılar kabul edilen tartışmayı tanımlamak ve tamamlamakla yükümlüdürler. Eylemleri özetlerler ve tecrübelerinden ders çıkarırlar. Konuşma elde edilen sonuçlardan daha çok süreçle ilgilidir.

5- Ders Verim Diyalogu: Katılımcılar bu tür diyalog ile bilgi iletimini gerçekleştirirler. Öğretici hazırlanmış bir dersi elindeki açıklamalarla sunar. Ders verimi bir ders kitabından okuyarak gerçekleştirilen ders sunumundan öğreticinin hazırlanmış bazı soruları sorarak öğretici bir şekilde hazırlanmış bir ders sunumuna kadar çeşitlilik gösterebilir.

Etkinlikler uygulanırken araştırmacı tartışmayı tetiklemek için etkinlik ile ilgili gerekli bilgilerin anlaşılıp anlaşılmadığını tespit ederek başlamıştır. Etkinlikte tartışma durumunu sağlamak için öğrenciler, fikirlerini ifade etmeleri ve tartışmaya katılmaları için cesaretlendirilmişlerdir. Tartışmaları istenilen amaca ulaşmak için akla dayalı iddialar yakalamaya ve tartışmayı etkin kılmak için belirli iddiaları karşılaştırmaya ya da birleştirmeye çalışılmıştır. Araştırmacı öncelikle temel oluşturucu ve hazırlayıcı diyaloglarla başlamış daha sonra eleştirel bir diyalogla tartışmayı devam ettirmiştir. Ayrıca, tartışma süresince aktif olmak ve eleştirel diyalog içinde önceden oluşturulmuş bilgiyi soyutlaştırmak için yansıtıcı diyalog süresince öğrencilere hareketlerini yansıtabilmeleri için yardımcı olunmuştur.

2.5. Verilerin Toplanması

Araştırma kapsamında gerçekleştirilecek görüşmelerin öncesinde, araştırmaya katılan öğrencilere yapılacak araştırmacının amacının onların başarı ya da başarısızlığını değerlendirmek olmadığı, sadece kendilerini anlamaya yönelik olduğu açıklanmıştır. Öğrencilerden düşündükleri her şeyi ifade etmeleri ve akıllarına gelen fikirlerin yanlış olabileceğini düşünseler bile açıkça belirtmeleri istenmiştir. Bunun yanında, öğrencilere düşündüklerini anlayabilmek, söylediklerinin ve yaptıklarının daha iyi anlamak için sorular sorulacağı ve notlar alınacağı belirtilmiştir. Öğrencilere problem çözmedeki düşünme biçimleri ile ilgilenileceği için görüşmelerin kayıt altına alınacağı belirtilmiş, araştırmaya katılan öğrencilerin sözlü izinleri alınmıştır.

Yapılan görüşmeler, içinde sadece öğrenci çiftinin ve araştırmacının bulunduğu bir odada gerçekleştirilmiş ve görüşmeler öğrencilerin de görebileceği bir yere yerleştirilmiş olan bir video kamera sayesinde kayıt altına alınmıştır. Görüşmeler yaklaşık olarak bir saatlik sürelerde gerçekleştirilmiştir. Her bir görüşmede, yapılandırmacı ya da Gerçekçi Matematik Öğretimi’ne uygun olarak tasarlanmış olan bir etkinlik çalışılmıştır. Çalışma sırasında, duruma göre öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmak için gerekli sorular yöneltilmiş, öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacıyla olan sözlü ve sözsüz iletişimi gözlenmiştir.

2.6. Verilerin Analizi

Araştırmanın temel veri kaynakları öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmeler, görüşme sürecindeki araştırmacının gözlemleri ve öğrencilerin cevapları yazdıkları çalışma kâğıtlarından oluşmaktadır. Öncelikle öğrencilerle yapılan görüşmelerin video kayıtları dikkatli bir şekilde yazılı metne çevrilmiştir. Video kayıtları yazıya aktarıldıktan sonra tekrar izlenerek yazılı metinle karşılaştırılmış, video kayıtlarına göre yazılı metinde eksikler ve yanlışlar varsa düzeltilmiştir.

Bu veri kaynaklarından faydalanılarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin bilişsel analizi yapılmıştır. Bilişsel analiz sürecinde öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri incelemede RBC+C modeli analitik araç olarak kullanılmıştır. Çünkü RBC+C modeli araştırmacıya sözü edilen dört epistemik eylemi gözlemleyerek soyutlama sürecini ve bu üç eylemin birbirleriyle ne şekilde iç içe olduğunu anlama fırsatı vermektedir (Dreyfus ve Tsamir 2004). Bilişsel analiz sürecinde görüşme metinlerinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme temaları dikkate alınarak analiz edilmiştir. Bu analizler sonucunda, olasılık ile ilgili kavramların öğrenciler tarafından ne ölçüde oluşturulduğu rapor edilmiştir.

2.7. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Bu bölümde araştırma stratejisi olan örnek olay çalışmasının geçerlik ve güvenirlikleri hakkında bilgi verilmektedir.

Geçerlik ve güvenirlik kavramları araştırmaların sonuçlarının inandırıcılığını veya niteliğini gösteren en önemli unsurlar olarak ifade edilmektedir (Daymo&Holloway, 2003; Aktaran, Yıldırım 2009). Bu nedenle geçerlik ve güvenirlik kavramları araştırmalarda en yaygın olarak kullanılan iki ölçüttür. Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik konusu nicel araştırmalardan farklı bir şekilde ele alınmaktadır. Nitel araştırmada araştırılan olgu veya olay ön plana çıkarken, nicel araştırmada bu olay veya olgunun sayısal özellikleri önem kazanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek 2005). Nitel araştırmalarda araştırma sonuçlarının tekrar edilemeyeceği, edilse bile sonuçların kesinlikle aynı çıkmayacağı ifade edilmektedir (Şencan 2005). Bu durum nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik kavramlarını belirten faklı ifadeler doğmasına neden olmuştur. Lincoln ve Guba (1985) nitel araştırmaların geçerlilik ve güvenirliği için doğruluk (trustworthiness) terimini kullanmış ve doğruluğun da dört kriter çerçevesinde sağlanabileceğini söylemişlerdir. Bunlar inanırlık, aktarılabilirlik, tutarlılık ve teyit edilebilirliktir (Şencan 2005). Aşağıda bu kavramlarla ilgili açıklamalara yer verilmektedir.

İnanılırlık; araştırma sonuçlarının kendilerinden bilgi toplanan kişilerin bakış açısıyla doğru ve güvenilir olmasıdır. Guevara ve Mendias'a (2002) göre, nitel araştırmanın itibarı "meslektaş incelemesi", "sunumu" veya "savunmasıyla" gerçekleştirilebilir. Bu kişiler ya araştırmacının proje danışmanlarıdır veya projeyle ilgisi olmayan bağımsız araştırmacılardır. Meslektaşlar araştırmayı incelemeli, kullanılan malzemeyi analiz etmeli, hipotezleri test etmeli, araştırmacının düşünce ve mülahazalarını dinleyerek onun yönelim ve yöntemini haklı bulmalıdır (Akt: Şencan 2005: 502). Ayrıca araştırmanın birden çok stratejiyi kullanması, araştırmanın inanırlığını artıracaktır (Mertens 1998; Akt: Yeşildere 2006). Bu araştırmada inandırıcılığı sağlamada uzman incelemesi ve çeşitleme stratejileri kullanılmıştır. Araştırma bulguları bilgi oluşturma ve soyutlama üzerine çalışan tarafsız bir araştırmacı ve öğretmen ile tartışılmış, tartışmanın oluşturduğu perspektifle bulgular yeniden ele alınmıştır.

İnanılırlık için kullanılan bir diğer yöntem ise çeşitlemedir. Cohen, Manion ve Morrison (2002) çeşitlemenin nitel araştırmalarda geçerliliği sağlamada güçlü bir yol olduğunu belirtmişlerdir. Çeşitleme; insan davranışının bazı yönleri üzerine yapılan çalışmada iki veya daha çok veri toplama yönteminin kullanımı olarak tanımlanabilir. Örnek olay çalışmalarında katılımcı gözlem ve görüşme yöntemleri kullanarak yöntem çeşitlemesi kullanılmıştır.

Aktarılabilirlik; bulgular ve sonuçların benzer düzlemlere, durumlara, ana kütlelere veya olaylara genellenebilmesidir. Araştırmacı aktarılabilirlik koşulunu sağlamak için araştırma uygulamasını okuyucularına kapsamlı bir şekilde tanıtmalıdır (Şencan 2005: 502). Ayrıca Yin (1994) örnek olay çalışmalarında çoklu durum deseni kullanımının sonuçlarının dış geçerliğini arttırdığını belirmektedir. Araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma ve soyutlama süreçleri çoklu durum deseni kullanılarak incelenmiştir. Bu şekilde araştırmanın aktarılabilirliğinin sağlanıldığı düşünülmektedir.

Tutarlılık; sunulan bilgi ve bulguların aradan geçen zaman içinde geçerliliğini korumasıdır. Örnek olay çalışmasının tutarlılığı, araştırma sürecinin her aşamasının ayrıntılı bir şekilde açıklanılması ile sağlanabilir (Yin 1994). Verilerin ve verilerin ele alınması ile oluşturulan rapordan oluşan örnek olay çalışması veri tabanının oluşturulması tutarklılığı artırabilir (Yin 1994). Bu yüzden beş çift öğrenciyle gerçekleştirilen on örnek olay çalışmasının görüşmeleri çözümlenmiş ve her biri için rapor hazırlanmıştır. Ayrıca araştırmacının tuttuğu notlar ve öğrencilerin görüşme sırasındaki çalışma kağıtları dikkate alınmıştır. Tüm bunlar örnek olay çalışmasının veri tabanını oluşturmaktadır. Araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri görüşme metinlerinden takip edilebilmektedir.

Teyit edilebilirlik; araştırmada yapılan yorumları ve ulaşılan sonuçları "araştırmacı yanlılığı" açısından değerlendirmektir. Her bir araştırmacının kendine özgü bir yaklaşımı vardır. Aynı olgu farklı araştırmacılar tarafından okuyuculara bir ölçüde farklı bir şekilde tanıtılır. Teyit etmede; tarafsızlık, nötr olma ve objektivite araştırılır. Bunun için ham veriler bağımsız bir meslektaşa verilerek inceletilir. İnceleme sonucunda söz konusu kişilerin benzer yorumlar veya sonuçlara ulaşıp ulaşmadıklarına bakılır. Araştırmada teyit edilebilirliği sağlamak için ham veriler bir ilköğretim okulundaki matematik öğretmenine verilerek analiz etmesi istenmiştir. Her iki analiz sonucunda ortak görüş olan kısımlar ile uyuşmazlık görülen kısımlar tartışılarak teyit edilebilirlik sağlanmaya çalışılmıştır (Şencan 2005).

Örnek olay çalışmasında teyit edilebilirlik, "delil zinciri"nin oluşturulması ile de sağlanabilir (Yin 1994). Delil zinciri oluşturmada örnek olay çalışması raporunun, araştırmanın içeriği ve araştırma problemleri ile ilişkili olması önemlidir. Önemli olan bir diğer nota, raporun uygun yerlerinde yeterli sayıda belirli görüşme ve gözlemlerden alıntı yapılmasıdır. Araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri ve akran etkileşimleri incelenerek belli desenler ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu desenler oluşturulurken görüşme çözümlemeleri, araştırmacı notları ve öğrencilerin kullandığı çalışma yaprakları delil olarak kullanılmıştır. Analizler sonucunda belirlenen fikirler, görüşme metinlerine atıfta bulunarak desteklenmekte ve delil zinciri oluşturulmaktadır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR ve YORUMLAR

Bu bölümde, araştırma kapsamında ilköğretim yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarının verilerinin analizi sonucunda ortaya çıkan bulgular verilmekte ve yorumlanmaktadır.

Bu araştırma da, matematik eğitimini etkilen Yapılandırmacı Öğrenme ile Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarına uygun öğrenme ortamlarını tasarlanması, uygulanması, bu uygulamalar esnasındaki bilgi oluşumunun niteliğinin değerlendirilmesi ve süreç boyunca öğretimin niteliğini arttırmada kullanılabilecek ipuçlarının tespit edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaca uygun olarak gerçekleştirilen örnek olay çalışmaları her birinde iki tane yedinci sınıf öğrencisi olan beş farklı grupla gerçekleştirilmiştir. Her bir gruba ait örnek olay çalışmalarına ait bulgular bilişsel bakımdan analiz edilmiştir. Aşağıda bu analizlere ilişkin bulgulara ayrı ayrı yer verilmektedir.

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde RBC+C modeli analitik araç olarak kullanılmıştır. Öğrencilerin bağımlı-bağımsız olaylar ve deneysel-kuramsal olasılık kavramları oluşturma süreçleri tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemleri dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Alt bölümlerde her bir çift öğrenciyle yapılan görüşmelerin bulguları sunulmakta ve yorumlara yer verilmektedir.

3.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi "İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin Yapılandırmacı yaklaşıma göre tasarlanmış bir öğrenme ortamında bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını oluşturma süreci nasıldır?" şeklindedir. Bu soruya cevap vermek için seçilen beş farklı gruptaki ilköğretim yedinci sınıf öğrencisine yöneltilen etkinlikteki altı soru üzerinde çalışarak bağımlı ve bağımsız olay kavramını nasıl oluşturdukları ya da oluşturup oluşturamadıkları ve bu süreç esnasındaki etkileşimlerinin nasıl olduğu incelenmiştir. Aşağıda araştırmaya katılan yedinci sınıf öğrencilerinin bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını oluşturma süreci ile ilgili bulgulara ve bu konuya ilişkin yorumlara yer verilmiştir.

3.1.1 Faruk ve Murat'ın Bağımlı ve Bağımsız Olay Kavramlarını Oluşturma Süreci

Örnek olay çalışmasının gerçekleştirildiği ilk çiftimiz Faruk ve Murat'tır (öğrencilerin gerçek isimleri değildir). Faruk'un altıncı sınıf matematik dersi karne notu 5, SBS puanı ise 468 olup öğretmenleri tarafından başarılı olarak bilinen bir öğrencidir. Matematiğe karşı olumlu tutuma sahiptir. Matematik öğrenmeye karşı motivasyonu ise yüksektir. Murat ise öğretmenleri tarafından orta başarılı olarak bilinen bir öğrencidir. Karne notu 4 ve SBS puanı 411 dir. Matematiğe karşı motivasyonu yüksek ve matematiğe karşı tutumu orta düzeydedir. Bu öğrencilerle gerçekleştirilen ilk görüşme yaklaşık olarak bir saat sürmüştür. Faruk ve Murat ile birlikte yürütülen bağımlı ve bağımsız olay kavramları bilgisini oluşturma süreci tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (F: Faruk, M: Murat, A: Araştırmacı)

Araştırmacı etkinliğin ilk problemini içeren birinci kağıdı öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. Öğrencilerden gelen sorular üzerine önceden hazırladığı kartları ve torbayı öğrencilere vererek oyunu oynamalarını sağlamıştır. Bu şekilde öğrencilerin hem ilgisi çekmek hem de oyunu daha iyi anlamaları sağlamak amaçlanmıştır. Araştırmacı, öğrenciler oyunu oynamaya başladıktan ve birkaç deneme yaptıktan sonra oyunun öğrencilerin adillik kavramını doğru anlayıp anlamadıklarını sorgulamıştır.

ETKİNLİK: Hangisi daha şanslı?

1- Oğuz ile Oktay 1' den 6' ya kadar rakamları aynı büyüklükteki kağıtlara yazıp bir torbanın içine atıyor. Sonra bir oyun oynamaya karar veriyorlar. Torbadan ard arda iki kart çekiyorlar (birinci çekilen kart tekrar torbaya atılmıyor) . Eğer ilk kart çift sayı, ikinci kart tek sayı ise Oğuz; aksi durumlarda Oktay oyunu kazanıyor.

a) Sizce bu oyun adil bir oyun mudur? Cevabınızı açıklayınız.

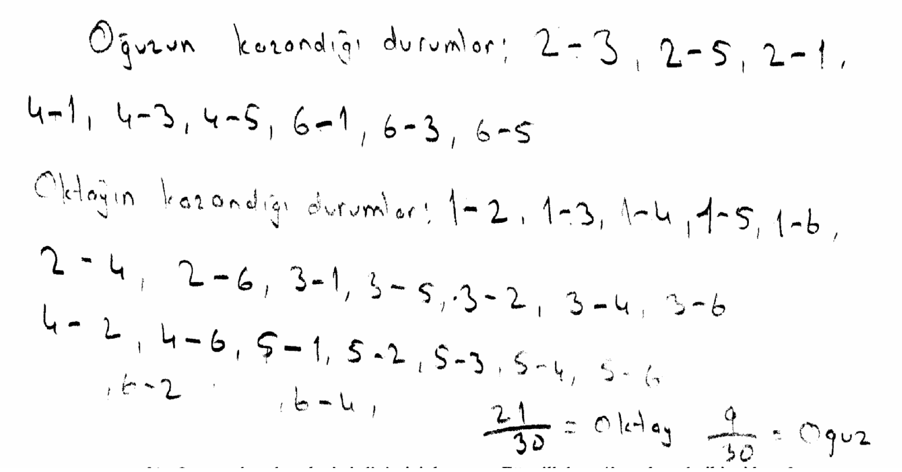
7A. Öncelikle oyun adil bir oyun mudur? Adillikten ne anlıyorsunuz?
8F. Yani… adaletli
9M. Adaletli, herkesin eşit hakka sahip olması
10A. Peki adil olup olmadığını nasıl hesaplarsınız?
11F. Bence adildir. Çünkü öncelikle Oğuz'un kazanabildiği durumları ilk başta ele alırız. Tek-çift, çift-tektir. Bir de Oktay'ın kazanabildiği durumlar var çift-çift, tek-tektir. Yani dört tane olasılık var gelmesi için ikisinde de iki durum var.
12A. Mesela Oğuz hangi durumlar da kazanıyor?
13F. Oğuz'un kazandığı durumları yazabiliriz.
14A. Mesela nedir?
15F. Haa. Ama adil olmuyor. Oğuz' un kazanabilmesi için ilk kartın çift ikinci kartın tek olması lazımmış. O zaman adil olmaz çünkü Oğuz'un kazanmak için tek bir olasılığı oluyor. İlk kart tek olduğu durumlar da ikinci kart ne gelirse gelsin kazanamayacak. Yani dört olasılık varsa sadece bir olasılıkta Oğuz kazanıyor.

Yukarıdaki diyaloglardan öğrenciler adillik kavramını doğru olarak algıladıkları görülmektedir. Oyunun adil olup olmadığını belirlenmesi için Oğuz'un kazandığı durumların bulunması ihtiyacının sezdirilmesi ile öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığının hesaplama ihtiyacı belirmiştir. Faruk'un adillik konusunda verdiği cevap iki boyutlu örnek uzay kavramını algılayabildiğini gösteren bir delil olarak düşünülebilir (11F, 15F). Ancak Murat'ın buradaki sessizliği iki boyutlu örnek uzayı algılayıp algılamadığı konusunda bir şey söyleyeme imkan vermemektedir.

17A. Peki, Oğuz'un oyunu kazanma şansı nedir? Nasıl bulursunuz?
F ikililer halinde Oğuz'un kazandığı durumları yazmaya başlıyor.
18F. İlk sayı mutlaka çift olacak 2 yi ele alalım. İkinci sayı da 3 olsun mesela (2,3) bu olabilir. (2,1) de olabilir.
19A. Başka ne olur?
20F. Sonraki sayının hep tek olması lazım ama. (4,3) de olabilir. Daha bir sürü var (4,5) da olabilir.
21A: Kaç tanedir? Hepsini bulabilir miyiz acaba?
22F. Hepsini yazayım ben o zaman. (2,3), (2,5), (2,7)
23M. 7 yok 1' den 6' ya kadar.
24F. (4,1), (4,3), (4,5) sonra (6,1), (6,3), (6,5) şimdi Oktay'ın kazandığı durumları bulalım. (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) kazanabilir. Sonra (2, ..)

Faruk'un Oğuz'un kazanma şansını bulmak için bütün ilgili çiftleri yazmaya başlaması iki boyutlu örnek uzayını doğru olarak algıladığını (tanıdığını) bir göstergesi olabilir. Ayrıca bu durumu kullanarak iki boyutlu örnek uzayında istenilen olayın çıktılarını belirlemeye çalışmaktadır. Herhangi bir müdahale olmadan Oktay'ın kazanma durumlarını belirlemeye çalışması iki boyutlu örnek uzayda olası bütün çıktıların belirlenmesi ve bir olayın olma olasılığının hesaplanması düşüncesini oluşturmaya başladığının bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Bu süreçte Murat hala sessiz kalmakta ve Faruk'un yaptıklarını takip etmektedir.

25M. Bir şey soracağım Faruk. Burada çift verdikte burada neden çift ile teki beraber kullanıyoruz.
26F. Çünkü şey. Bak ilk başta bunun ki (Oğuz'un kazanma şansını kastediyor) çift olursa kazanır ancak. İlki çift ikincisi tek olacak. Burada ilki tek zaten Oğuz hiç kazanamaz ilki tek geldiği durumda.
27M. Evet anladım şimdi.
28F. Sonra (2, 4) Çünkü tek gelirse Oğuz kazanır (2,6) geçtik. (3,1), (3,5) ayy (3,2) olur. Ama bir dakika ilk kart çift ikincisi (soruyu okuyor) ha tamam. (3,2), (3,4), (3,6). Sonra (4,2), (4,6)
29M. (4,4) gelemez mi?
30F. (4,4) gelemez.
31M. Niye gelemez?
32F. Çünkü geriye atılmıyor. (4,2) yazdık (4,6) olur. Sonra (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,6) sonra (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5) görüldüğü Oktay'ın kazanabildiği durumlar 1,2,3……21,22,23,24 (tek tek yazdıkları ikilileri sayıyor) Oğuz' un ise 1,2,3….8,9 nerede ise 3 katı kadar.
33A. Peki siz kimin yerinde olmak isterdiniz?
34F. Oktay
35A. Oktay'ın kazanma durumlarında bir yerde hata yaptınız. Onlara bir bakın bakalım hatanızı bulabilecek misiniz?
36F. 6 yanlış olmuş (6,1), (6,3) olmaz. (6,2) ve (6,4) kalacak burada.
37A. Peki, Oğuz' un kazanma şansı nedir bu durumda?
38F. Oğuz' un kazanma olasılığı? Şimdi Oktay'ın 21 tane kazandığı durum var, 9 da Oğuz'un kazandığı durum. 21 e 9 ……. 30 da 21 Oktay kazanır.
39A. Nasıl buldun?
40F. İkisinin toplam durumlarını bulup birisinin kazandığı durumları oranlıyoruz. 21/30 eşittir Oktay, 9 /30 eşittir Oğuz.


Oğuzun kazandığı durumlar; 2-3, 2-5, 2-1,
4-1, 4-3, 4-5, 6-1, 6-3, 6-5
Oktayın kazandığı durumlar: 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6,
2-4, 2-6, 3-1, 3-5, 3-2, 3-4, 3-6
4-2, 4-6, 5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-6
, 6-2 , 6-4,
$\frac{21}{30}$ = Oktay $\frac{9}{30}$ = Oguz

Şekil 4: Faruk ve Murat'ın bağımlı-bağımsız olay çalışmasına ait verileri

Yukarıdaki diyaloglardan Murat'ın iki boyutlu örnek uzayı algılayamaya çalıştığı gözlemlenmektedir. Bu anlamda hala bu düşünceyi oluşturma sürecinde olduğunu söyleyebiliriz (25M, 27M, 29M). Buna rağmen iki boyutlu örnek uzayda istenilen olayın olası durumlarını belirleme düşüncesini oluşturmaya başladığını söyleyemeyiz (29M). Ayrıca Murat'ın Faruk'a yönelttiği soru, onu açıklama yapmaya iterek oluşturduğu yapıları pekiştirme fırsatı sunmuştur. Bu durum bilgi oluşturma sürecinde etkileşimin önemli olduğunun bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Faruk ise iki boyutlu örnek uzayda istenilen olayın çıktılarını ve olasılı bütün çıktıları bularak (kullanarak) iki boyutlu örnek uzayda olasılığı doğru olarak hesaplamıştır. Bu noktada Faruk'un bir olayın olma olasılığını istenilen olayın çıktı sayısının bütün olası durumların sayısını oranlama bilgisini tanıyıp kullanarak farklı bağlama uyguladığı görülmektedir (40F). Bu durum Faruk'un daha önceki oluşturduğu iki boyutlu örnek uzayı bilgisini pekiştirdiğinin bir göstergesidir.

Öğrencilerin oluşturduğu yapıların kırılgan yapısını (Monaghan ve Özmantar, 2006) gidermek için oluşturulmuş bulunan yapıyı pekiştirmek amacıyla öğrencilere problemin b şıkkı yöneltilmiştir.

b) Oyunun kuralını değiştirdiğimizi düşünün. Eğer ilk kart 4' ten büyük, ikinci kart 3 ve 3'den küçük olursa Oğuz, aksi durumlarda Oktay kazanıyor. Sizce bu oyun adil midir? Açıklayınız.

45F. 4 den büyük tamam. (5, 3), (6,3) ayyy (5,4) olabilir. 5 leri bir yapalım önce.

46M. 3 den küçük de olabilir.
47F. (5,3), (5,2), (5,1) sonra (6,3), (6,2),(6,1) olabilir. Bunlar şimdi Oğuz'ın kazandığı durumlar.
48M. Şimdi Oktay'ın kazandığı durumlar.
49F. Oktay her türlü kazanıyor zaten. (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) sonra (2,1), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,5), (4,6) sonra (5,4), (5,6), (6,4), (6,5) bu kadar sayalım hadi.
50A. Sen anladın mı M?
51M. Şu 5 leri burada kullandıkta burada kullanmadık onları biraz anlayamadım.
52F. Bak çünkü 3 ve 3 den küçük olacak şey Oktay' ın kazanabilmesi için burada 4 var 3 den büyük o yüzden kazanamıyor.

Bu sırada her ikisi de araştırmacıya bakarak doğru olup olmadığını teyit ettirmek istiyorlar. Bunun üzerine araştırmacı kararlarını kendilerinin vermeleri gerektiğini belirtiyor.

53M. İlk kart 4 den büyük olursa Oğuz kazanacak şimdi değil mi?
54F. Evet ama aynı zamanda ikinci kartta 3 den küçük olması lazım. Bak buradaki sayılar bu da 3 den büyük bu da 3 den büyük bu da 3 den büyük bu da 3 den büyük. Bu yüzden Oğuz kazanıyor.
55M. Ama Oğuz her durumda kazanmıyor mu? Yani (5,1) gelse de kazanmıyor mu?
56F. Tamam (5,1) geldiğinde kazanıyor zaten yazdık.
57M. Oktay kazanamaz mı (5,1) gelse?
58F. (5,4) ya da (5,6) gelirse Oktay kazanır.
59M. Haaa…evet evet tamam tamam aksi durumlar da hep Oktay kazanacak.
60F. Şimdi sayalım. 6, 7, 8 ………….., 20, 21.. bir daha baştan sayalım karıştırdım. Yine 30. Şimdi 6/30 eşittir Oğuz, 24/30 eşittir Oktay. Yine adaletsiz oluyor.

Yukarıdaki diyaloglarda görüldüğü gibi öğrencilerin kendi aralarındaki etkileşimleri bilgi oluşturma sürecinde birinin (Murat) yeni yapıyı oluşturmasına yardımcı olurken diğeri (Faruk) için yeni oluşturduğu yapıların pekiştirilmesini sağlamaktadır. Böylelikle iki öğrenci arasındaki etkileşim sonucunda grubun ortak yapılarının oluştuğu söylenebilir.

Öğrenciler etkinliğin ikinci sorusuna geçmiş ve hızlı bir şekilde problemi okuyarak çözmeye başlamışlardır.

2- Oğuz ile Oktay bu kez çektikleri ilk kartı tekrar torbanın içine atarak oyunu oynamaya karar veriyorlar. Bu durumda da ilk çekilen kart çift, ikinci çekilen kart tek olursa Oğuz; aksi durumlarda Oktay kazanıyor.

a) Bu durumda oyun adil bir oyun olur mu? Açıklayınız.

62F. Şimdi oyunun kuralı ilk kart çift ikincisi tek olacak
63M. Bir de atıyorlar bu sefer
64F. E… tamam birini çekince diğerini çekebiliyoruz. Oğuz' u yazalım. Oğuz nasıl kazanıyor bakalım ilk kart çift ikincisi tek olacak. (2,1), (2,3), (2,5) sonra (4,1), (4,3), (4,5) sonra (6,1), (6,3), (6,5) Oğuz bitti şimdi Oktay.

Araştırmacı Murat'ın etkinlikte pasif kaldığını düşünerek hem daha aktif olması için hem de düşüncelerin daha iyi anlayabilmek için Oktay'ın kazandığı durumları yazmasını istemiştir.

65A. Onları da sen yaz istersen M. Anladın mı sen?
66M. Anladım. Tersi durumlarda Oktay kazandığı için tersini yapacağız.
67F. Bak ilk başta şimdi tekli olanları yaz.
68M. Öyle yapacağım zaten. (1,2), (1,4) mü (1,3) mü olacak?
69F. 3 de olur 4 de olur ya başı tek olursa hepsi oluyor zaten. Öyle değil mi hocam?
70M. O zaman (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) bunlar tamam. 2 olmaz.
71F. 2 olur?
72M. Nasıl oluyor?
73F. (2,4) olur mesela sonra (2,2) olur sonuçta ilk çektiğimiz kartı geri atıyoruz.
74A. Peki yukarıda bir eksiklik var mı?
75F. Bakıyım.
76M. (1,1) de olabilir.
77F. Evet.
78M (2,3)
79F. (2,3) olmaz.
80M. Evet. Çünkü burada da var (Oğuz' un kazandığı durumları gösteriyor).
81F. (2,4)
82M. (2,5) de olmaz o zaman (2,6).
83F. Evet. (2,6).
84M.(3,1), (3,2), (3,3),
85F. 3 ile hepsi oluyor zaten.
86M. (3,4), (3,5), (3,6). Şimdi 4 lerden sadece (4,2) var o zaman.
87F. (4,2), (4,4), (4,6)
88M. Sonra 5.
89F. 5 te hepsi oluyor.
90M. 5 tek çünkü hepsi olacak. (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6). Sonra 6 var. Onda da sadece (6,2),(6,4), (6,6) olacak.
91F. Şimdi sayalım. 3-6-8-9 ama daha diğerleri var payda ay paya dokuz yaz payda belli değil daha
92M: Evet.
93F. 1-2-3-4……….10-12-14……….24-26-27 dur 9 da burada vardı 36 durum. Paydaya da 36 yaz. Yani 27/36 eşitti Oktay yaz.
94M. O zaman Oğuz eşittir 9/36 oyun yine adil değildir.

Faruk'un 67F ve 69F ifadeleri olası durumları belirlemede sistematik bir yol izlediğini göstermiştir. Ayrıca kendinden emin bir şekilde hareket ederek Murat'ın doğru bir şekilde yönlendirmiştir. Faruk'un 73F ifadesi çekilen kartın torbaya atılma durumunda nelerin değişeceğin farkında olduğunun bir göstergesi olarak ele alınabilir. Murat'ın başlangıçta iki boyutlu örnek uzayında istenilen olayın çıktılarını belirlemede zorlandığı görülmektedir (68M, 70M, 72M). Ama gerek Faruk'un kendi söylemleri gerekse Murat'ın sorularına Faruk'un verdiği cevaplar sonucunda istenilen yapıyı oluşturduğu söylenebilir (90M). Ancak istenilen yapının tam olarak oluşturulup oluşturulmadığı noktasında hala elimizde bir kanıt yoktur. Faruk'un "paya dokuz yaz payda daha belli değil” ifadesi ise iki boyutlu örnek uzayda bir olayın gerçekleşmesi bilgisinin anlamlandırıldığının bir göstergesidir (91F).

> 96F. Öncekiyle aynı soru. Ama hangi kurala göre oynuyoruz. Çektiğimiz kartı geri atıyor muyuz?
> 97A. Evet.
> 98F. AAAA… O zaman değişir.
> 99M. İlk kart 4 den büyük olacak ikincisi de 3 den küçük. O zaman (5,3), (5,2), (5,1) sonra (6,3), (6,2), (6,1)
> 100A. Bunlar kimin kazandığı durumlar?
> 101M. Oktay ın
> 102F. Oğuz (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,4), (5,5), (5,6), (6,4), (6,5), (6,6) Şimdi sayalım.
> 103M. 1-2-3-4……….30, 6 da yukarıda vardı 36. O zaman Oktay 6/36, Oğuz 30/36

Bu diyaloglardan Murat’ın iki boyutlu bir örnek uzayda istenilen olayın çıktılarının belirlenmesi bilgisini ve iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığının belirlenmesi bilgisini oluşturduğu ve pekiştirdiği söylenebilir (99M, 103M). Çalışmanın buraya kadar gerçekleştirilen bölümünde Faruk’un iki boyutlu örnek uzayda olası tüm durumları, istenilen olayın çıktılarını ve bir olayın olma olasılığını hesaplama bilgi yapılarını oluşturduğu söylenebilir (24F, 28F, 32F, 38F, 49F, 60F, 93F, 102F).

Öğrenciler şimdiye kadar iki boyutlu örnek uzay kümesinde bir olayın olasılığının, olası tüm durumların sayısını ve istenilen olayın çıktı sayısını yazarak hesaplayabilmişlerdir. Bu şekilde olasılığı hesaplamak her zaman kullanışlı bir yöntem olmayabilir. Bu nedenle etkinliğin bir diğer amacı da bileşik olayların olasılığını olayların olasılıklarını çarparak bulunabileceği kuralını oluşturmaktır. Bunu gerçekleştirmek için araştırmacı üçüncü problemin yazılı olduğu çalışma yaprağını öğrencilere vermiş ve a şıkkını yüksek sesle okumalarını istemiştir. Problemin a şıkkı farklı bir hesaplama yöntemine neden gerek duyulduğunu sezdirmek amacıyla öğrencilere yöneltilmiştir.

3-a) **Aynı kurallar olsaydı ama sayılarımız bu kez 1’ den 60’ a kadar olan sayılardan oluşsaydı 1a ve 2a daki oyunları Oğuz’ un kazanma olasılığı ne olurdu? Nasıl hesaplardınız?**

> 105F. 1a ve 2a ya bakalım. ……….30 tane ilk katın çift olma olasılığı var 1a ya göre bu. Sonra tek çekme olasılığımızda 30 dolayısıyla olasılığımızda 30 olur.
> 106A. Nasıl oldu?

107F. Şimdi bir dakika hocam şimdi nasıl açıklasam….
108M. Şimdi burada 30 tane olasılık var toplam.
109F. Şimdi burada ilk kartın çift gelme olasılığı ½ ikinci kartın da tek gelme olasılığı ½ dir.
110A. 1a şıkkındaki soru için bu şekilde olur mu?
111F. Evet. Sonuçta şimdi ….eeee…
112A. Kuralımız geriye atılmayacak ama
113F. Tamam atılmayacak. Şimdi 30 tane çift, 30 tane tek var. Zaten çekilme olasılıkları aynıdır. Ama yok öyle olmaz ½ çift gelme olasılığı var sonra geri atmıyoruz 30/59 da tek gelme olasılığı var.
114A. Peki ilk kartın çift, ikinci kartın tek olma olasılığı nedir sence?
115F. Onu…. Bir dakika hocam……
………………………………………………………….
119A. Peki diğer sorularda yaptığınız gibi hesaplayamaz mısınız?
120F. Ama o sorularda sayılar küçük olduğu için daha rahat oldu. Sonuçta bütün durumları yazdık yani küçük oldukları için aslında bunun katları olması lazım olasılığın bence.

Öğrenciler ilk olarak soruyu cevaplamaya çalışmalarına rağmen bir sonuca ulaşamamışlardır. Faruk'un 113F deki ifadelerinden önceki oluşturduğu yapıları kullanarak bir sonuca ulaşma isteğinde olduğu görülmektedir. Ama bir sonuca ulaşamamıştır. Yine Faruk'un 120F ifadesinde ise yaptıkları işlemlerin farkında olduğu söylenebilir. Bu durum üzerine araştırmacı öğrencilerden sorunun diğer şıklarını cevaplamalarını istemiştir.

b) 1a şıkkındaki soruyu düşünün. İlk kartın çift sayı gelme olasılığı kaçtır? İlk kart çekildikten sonra tekrar torbaya atılmıyor. Bu durumda ikinci kartın tek olma olasılığı nedir?

128F. Bu kolay hocam zaten çift gelme olasılığı ½, tek gelme olasılığı da 3/5
129M. Nasıl?
130F. Bak şimdi 3 tane tek 3 tane çift var toplam zaten 6 tane sayı var. İlk kartın çift gelme olasılığı ½, çift gitti ya sonra 5 tane sayı kalıyor 3 ü tek.
131M. Haaa. Tamam anladım.
………………………………………………………………………………………..
133F. Burada da ilk kartın 4 den büyük olduğu sayılar 2 tane 5 ve 6 dır. O da 1/3 yapar. Bu durumda da kartın 3 ve 3 den büyük olması bir kartımız gidiyor 5 tane kart kalıyor 3,2,1 üç tane sayımız var 3 ve 3 ten küçük olan 3/5 anladın mı?
134M. Anladım anladım. Bir kartımızı çektiğimiz için 5 kart kalıyor.
………………………………………………………………………………………..
136F. Burada eşittir ikisinin de.
137A. Niye?
138F. Çünkü tekrar geri attığımız için 6 tane oluyor ikincisinde. Çift gelme olasılığı 3/6, tek gelme olasılığı da 3/6 olacak.
…………………………………………………………………………………………
140F. Yine aynı. 2 tane var 4 den büyük 2/6.

141M. 3 ve 3 den küçük olma olasılığı da 4/6 mı olacak?
142F. Hayır 3/6.
143A. Niye?
144F. Çünkü 3 ve 3 den küçük 3 sayı var elimizde de 6 kart var 3/6 olur.
145M. 4 ü almamamızın nedeni nedir?
146F. Çünkü 3 ve 3 den küçük sayıları istiyor. Bu yüzden 4 olmaz.

Faruk'un "Bu kolay hocam zaten" ifadesi tek boyulu örnek uzayda olasılığın nasıl hesaplanacağı bilgisini tanıyıp, kullandığının bir göstergesidir (128F). Murat'ın ise bu yapıyı önce tanımadığı ama Faruk'un açıklamalarıyla birlikte bu yapıyı tanıdığı söylenebilir (131M, 134M). Ancak hala tanıdığı bu yapıyı kullanma düzeyinde sıkıntılar olduğu görülmektedir (129M, 141M ve 145M). Faruk ise tek boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığını nasıl bulunabileceği bilgisi ile ilgili yapıyı tanıyıp kullanarak soruları doğru bir şekilde cevaplamıştır. Faruk bu bilgiyi kullanarak iki boyutlu örnek uzayda da bir olayın olma olasılığını hesaplayabildiği görülmektedir (40F, 60F ve 93F).

Etkinlikte yer alan üçüncü sorunun f şıkkında öğrencilerin diğer şıklara verdikleri cevaplarla birinci ve ikinci soruda hesapladıkları olasılıkları karşılaştırarak bileşik olayların olasılıklarını bu olayların olasılık değerlerinin çarpımı şeklinde hesaplama bilgi yapısının oluşturulması amaçlanmıştır.

f) 3b ve 3c şıkkında sorulara verdiğiniz cevaplar ile Oğuz'un oyunu kazanma olasılığı arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

147A. 1a şıkkında Oğuz' un kazanma olasılığı nedir?
148F. Oğuz'un kazanması 9/30
149A. Peki, 3b sorusunda ne yaptınız?
150F. Burada önce çift gelme olasılığını bulduk sonra da tek gelme olasılığını bulduk.
151A. Peki bulduğunuz olasılığın Oğuz'un kazanma olasılığı ile bir ilişkisi var mıdır?
152F. İlk sayının çift, ikinci sayının tek olduğu durumlardır. Biz bunları çarptığımızda yanı ilk sayının çift gelme olasılığı ile ikinci sayının tek gelme olasılığını çarparsak 9/30 u buluyoruz.
153A. Peki bu söylediğin yöntem 3c şıkkındaki soru içinde geçerli midir?
154F. Şimdi burada kimin kazanma olasılığını buluyorduk biz Oğuz'un. Oğuz'un kazanma olasılığını 2/6 ile 3/5 çarparak bulabiliriz. 2 çarpı 3 altı, 6 çarpı 5 otuz, 6/30 evet doğru çıktı. Demek ki ilişki vardır.
155A. 2a için ne söyleyebilirsiniz?
156F. Yine buluruz hocam.
157M. Evet.
158F. Şurada Oğuz' u bulacağız. Yine bu iki sayıyı çarparız. 3 kere 3 dokuz, 6 kere 6 otuz altı, 9/36 çıkar. Bakalım evet burada da 9/36 bulmuşuz.
159M. İlişki vardır.

160A. Nedir bu ilişki?
161F. İlk kartın çift gelme olasılığını bulup ikinci kartın tek gelme olasılığını bulup çarparız.

Yukarıdaki diyaloglardan Faruk'un istenilen bilgiyi tek boyutlu örnek uzaydaki bir olayın olma olasılığını belirleyerek (tanıyarak) ve bu olasılıkları çarpıp (kullanarak) iki boyutlu örnek uzaydaki bir olayın olma olasılığı hesaplayabildiği görülmektedir (152F, 154F, 158F). Ayrıca bulduğu ilişkiyi sözel olarak da ifade etmesi bu bilginin oluşturulduğunun bir göstergesi olarak ele alınabilir (161F). Burada tek boyutlu uzayda bir olayın olasılığı bilgisinin iki boyutlu uzayda olasılık kavramını oluşturmada kullanıldığı görülmektedir. Araştırmacı, oluşturdukları yapının pekiştirilmesi için 3a daki soruyu yeniden cevaplamalarını istemiştir.

162A. Şimdi 3a daki soruyu cevaplayabilir miyiz?
163F. Şimdi daha da kolaylaştı işimiz. İlk kartın çift gelme olasılığı 30/60, ikinci kartın da tek gelme olasılığı e…. 30/59. 30/60 sadeleşir ½ kalır. ½ çarpı 30/59, 30/118 Oğuz' un kazanma olasılığıdır.
164A. Peki artık bu tarz olayların mesela kartlarımız 1 den 600 kadar olsaydı kazanma olasılığını hesaplayabilir miyiz?
165M. Evet hesaplarız çarparız.
166F. Evet hesaplayabiliriz artık işimiz kolaylaştı.
167A. Nasıl hesaplayacağız peki?
168F. Aynı taktik hocam.
169A. Nedir o taktik peki?
170F. Şimdi ilk önce çift gelme olasılığını buluruz. Sonra bir kartı çektiğimiz için sayılar bir tane azalır. Sonra tek gelme olasılığını da buluruz. İki sayıyı birbiriyle çarptığımızda da Oğuz' un kazanma olasılığını buluruz.
171A. Eğer çektiğimiz kartı geri atsaydık ne olurdu?
172F. Torbaya geri atmış olsaydık o zaman 30/60 çarpı 30/60 olurdu çünkü elimizde yine 60 sayı olurdu.
173M. Evet 60 sayı olacaktı.
174F. Sonra 900/ 3600 o da ¼ olacak.

Faruk'un üçüncü sorunun a şıkkını oluşturmuş bulunduğu yapıyı kullanarak geciktirmeden cevaplamaya yönelmiştir. Faruk'un "Şimdi daha da kolaylaştı işimiz" ve "aynı taktik" ifadeleri oluşturmuş olduğu yapının pekiştirildiğinin bir göstergesidir. Ama Murat'ın aynı yapıyı oluşturup oluşturmadığı konusunda herhangi bir fikir öne sürebilecek delilimiz yoktur.

Dördüncü problemde öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda yaptıkları işlemlerde yer alan benzerlik ve farklılıkları göz önüne alarak gruplandırmaları ve bu gruplara isim vermeleri istenmiştir. Ama bu noktada öğrencilerin zorlandıkları görülmektedir.

4- a) Birinci ve ikinci soruları dikkate aldığınızda bu iki sorudaki olaylar arasında ne tür bir fark vardır?

189A. Şimdi bu sorulardaki farklılık ve benzerlikler nedir sizce?
190F. Birinde çektiğimiz kartı geri atıyoruz birinde atmıyoruz.
191A. Peki, atmak ya da atmamak neyi değiştiriyor?
192F. Atmazsak tek gelme olasılığını etkiliyor. Atarsak etkilemiyor değişmez.
193A. Şimdiye kadar yaptığımız çalışmadan ne anladınız?
194F. Olasılık sorularını daha kolay daha kestirmeden bulabileceğimizi öğrendik.
195M. Yani mantık yürüterek.
196A. Peki, şimdi olaylarla önceden karşılaşmış mıydınız?
197M. Hayır.
198F. Hiç ilk defa böyle sorularla karşılaştık. Yani mesela torbadan çekme falan böyle sorularla karşılaşıyoruz ama geri atma daha önce hiç duymamıştım.

Aşağıdaki diyalog yaptıkları işlemleri göz önüne alarak olayların adlandırılması ile ilgili tartışmaları göstermektedir.

199A. Şimdi bütün soruları düşünerek bir sınıflandırma yapsak ne dersiniz?
200F. Şimdi ilk sorularda birinde geri atmıyoruz bu yüzden diğerinin seçilme olasılığı değişiyor mesela çift sayı gelme olasılığı ½ ya geri atamazsak torbaya tek sayı gelme olasılığı daha yüksek olur ikinci kartın. Ama geri atarsak eşitlenir.
201A. Peki bu söylediğin olaylara bir isim verebilir misiniz?
202F. Verebiliriz de şimdi nasıl olacak…..
203A. Mesela birincisi …… olay, ikincisi ……. olay?
204F. Olasılığın birbirini değiştirdiği olaylar, değiştirmediği olaylar
205A. Mesela hangi soru değiştirdiği olaydır?
206F. Torbaya geri atmadığımız durum değiştirdiği olaydır.

Bu diyaloglardan anlaşılacağı gibi Faruk bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını olasılığın birbirini değiştirdiği olaylar ve değiştirmediği olaylar olarak isimlendirmiştir (204F). Bu şekilde isimlendirmeleri ve olasılığın birbirini değiştirdiği olayların torbaya geri atmadığımız durum olarak ifade etmeleri bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının temel özelliğinin farkında olduklarını göstermektedir.

Pekiştirme, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilginin kırılgan yapısının giderilmesidir ve pekişmiş bir yapı öğrenciye farklı bağlamlarda tanıdık gelir. Pekiştirme ile öğrenci matematiksel yapının ihtiyaç olduğunda daha kolay farkına varır. Yeni oluşturulmuş bir yapının pekiştirilmesi öğrencinin daha sonraki bağlamlarda bu yapıyı tanıyıp kullanmasına imkan vermektedir (Monaghan ve Özmantar, 2006). Bu amaçla öğrencilerin oluşturdukları yapıları pekiştirmek adına araştırmacı beşinci ve altıncı soruları öğrencilere vererek cevaplamalarını istemiştir.

5- Ercan öğretmen yaptığı bilgi yarışmasında başarılı olan Ömer ve Dilek adlı iki öğrencisine MP3 çalar, flaş bellek, fotoğraf makinesi, bisiklet hediye etmek istiyor. Ancak hangi öğrencisine hangi hediyeyi vereceğine bir türlü karar veremiyor. Bunun için çekiliş yapmaya karar veriyor.

Çekiliş için hediyelerin adlarını eş büyüklükteki kartlara yazarak bir torbaya atıyor. Buna göre;

a) Her ikisinin de aynı hediyeyi kazanabilecekleri bir çekiliş düzenleyiniz. Bu durumda her ikisinin MP3 çalar kazanma olasılığı nedir?

227M. İki tane torba hazırlasak. Yani şansların eşitlemek amaçlı. Önce Ömer kendi torbasından çeker, sonra Dilek de kendi torbasından çeker. O zaman ikisin de şanslarını eşitlemiş oluruz.
228F. Evet doğru öyle olabilir.
229M. Böylece adil bir çekiliş olur.
230A. Peki, bu tarz bir çekilişte her ikisin de MP3 çekme olasılığı nedir?
231F. 1/16
232A. Nasıl buldun?
233F. ¼ birinin kazanması, ¼ diğerinin kazanması çarparız 1/16 olur.
234M. Evet 1/16 olur.

b) "a" şıkkındaki çekilişi düşünerek Ömer flaş bellek, Dilek' in fotoğraf makinesi kazanabilir mi? Bu durumun olma olasılığı nedir?

237F. Kazanabilir hocam yine iki farklı torba yine Ömer ¼ olasılıkla flaş bellek kazanabilir
238M. Dilek de ¼ fotoğraf makinesi kazanabilir.
239F. Çarptığımızda 1/16 olur.

d) Ercan öğretmen öğrencilerinin farklı hediyeler almasını garantilemek için nasıl bir çekiliş düzenlemelidir? Bu durumu göz önüne aldığınızda Ömer' in bisiklet, Dilek'in flaş bellek kazanma olasılığı nedir?

244F. Tek torbaya atar
245M. Tek torbaya tek hediye
246F. Biri bir şey çeker diğeri başka bir şey çeker. Ömer'in bisiklet, Dilek'in flaş bellek kazanma olasılığı. Şimdi hocam Ömer'in bisiklet çekme olasılığı ¼ dür. Bir hediye kazanıldığı için torbada 3 kart kalmıştır. Dilek in flaş bellek kazanma olasılığı 1/3 dür. ¼ çarpı 1/3 eşittir 1/12 olur.

Altıncı soru ile ilgili diyaloglar aşağıdaki gibi gerçekleşmiştir.

6- Ümit ile Meral kuzendir. Her ikisi de Bursa'da yaşamaktadır ama farklı okullara gitmektedirler. Hem Ümit hem de Meral okullarındaki gezi kulüplerine üyedir. Bursa'daki bütün okullardaki gezi kulüpleri bir araya gelip Çanakkale'ye bir gezi düzenlemek istemektedir. Bunun için her okuldaki gezi kulüplerinden bir temsilci seçilip bir organizasyon komitesi oluşturulacaktır.

Ümit ile Meral bu organizasyon komitesinde yer almak istiyorlar. Ümit'lerin gezi kulübünde beş öğrenci vardır. Meral'lerin gezi kulübünde ise üç öğrenci vardır. Her iki okuldaki kulüpler temsilciyi rastgele bir yöntemle seçmek istiyorlar.

a) Hem Ümit'in hem de Meral'in organizasyon komitesine seçilme olasılığı nedir? Nasıl bulursunuz?

250F. Ümit'in seçilme olasılığı 1/5 dir Meral' in ise 1/3 çarptığımızda 1/15 olur.
………………………………………………………………………………….
255A.Ümit'in seçilme olasılığı nedir?
256M. 1/5
257A. Meral'in seçilememe olasılığı nedir?
258M. 1/3
259F. Hayır. 2/3.
260A. Meral'in seçilememe olasılığı.
261M. Tamam 2/3 diğer ikisinin seçilme olasılığı bu.
262F: 2/3 çarpı 1/5 eşittir 2/15
………………………………………………………………………………….
264M. 4/5 Ümit'in seçilememe olasılığı
265F. 4/5 çarpı 1/3 eşittir 4/15
………………………………………………………………………………….
267F. 4/5 çarpı 2/3 eşitti 8/15 dir. Bu durumda seçilememe olasılıkları daha büyük.
268A. Peki, bu sorudaki olay, olasılığın birbirini değiştirdiği olay mıdır? Yoksa değiştirmediği olay mıdır?
269F. Şimdi burada…hımmm….bence değiştirmediği
270A. Niye?
271F. Çünkü ikisi farklı okullardadırlar. Birbirini etkilemezler.
272M. Evet. Aynı okulda olsalardı değiştiren olurdu.
273A. Peki, beşinci soruda bu olaylara örnek verebilir misiniz?
274F. İlk yaptığımız değiştiren. Tek torbaya attığımız ise değiştiren. Geri atmıyoruz çünkü.
275M. Birinci soru gibi çekilen kart geri atılmadığı için.

Beşinci ve altıncı soru ile öğrencilere etkinlik boyunca oluşturdukları yapıları farklı bağlamlarda uygulama şansı tanınmıştır. Yukarıdaki diyaloglara göre öğrencilerin bu yapıları pekiştirildiği görülmektedir (227M, 233F, 239F, 245M, 246F, 250F, 262F, 265F, 267F). Ayrıca etkinliğin esas amacı olan bağımlı olay ve bağımsız olay kavramları "Olasılığın birbirini değiştirdiği olay" ve "Olasılığın birbirinin değiştirmediği olay" olarak isimlendirdikleri yapıları pekiştirildiği görülmüştür (269F, 271F, 272M, 274F, 275M).

Faruk ve Murat ile yapılan etkinlik genel olarak özetlenecek olursa öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda olası tüm durumları belirleme, istenilen olayın olası durumlarının belirleme, olasılık hesaplama, bileşik olayların olasılığını bulurken olasılıkların çarpılabileceği bilgi yapılarını oluşturduğu söylenebilir (32F, 40F, 49F, 60F, 90M, 94M, 102F, 103M).

3.1.2 Yaprak ve Can'ın Bağımlı ve Bağımsız Olay Kavramlarını Oluşturma Süreci

Aynı etkinliğin gerçekleştirildiği ikinci çiftimiz Yaprak ve Can yer almaktadır. Yaprak ve Can öğretmenleri tarafından yüksek başarılı olarak bilinen öğrencilerdir. Her ikisinin de karne notu beştir. Yaprak'ın SBS puanı 477, Can' ın ise SBS puanı 471 dir. Yaprak ve Can matematik dersine karşı olumlu bir tutuma ve matematiğe öğrenmeye karşı yüksek motivasyona sahiptirler. Bu öğrencilerle gerçekleştirilen ilk görüşme yaklaşık olarak 50 dakika sürmüştür. Yaprak ve Can ile birlikte yürütülen bağımlı ve bağımsız olay kavramları bilgisini oluşturma süreci tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (Y: Yaprak, C: Can, A: Araştırmacı).

Araştırmacı etkinliğin ilk problemini içeren birinci kağıdı öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. Öğrencilerden gelen sorular üzerine önceden hazırladığı kartları ve torbayı öğrencilere vererek oyunu oynamalarını sağlamıştır. Bu şekilde öğrencilerin hem ilgisi çekmek hem de oyunu daha iyi anlamaları sağlamak amaçlanmıştır.

ETKİNLİK: Hangisi daha şanslı?

1- Oğuz ile Oktay 1' den 6' ya kadar rakamları aynı büyüklükteki kağıtlara yazıp bir torbanın içine atıyor. Sonra bir oyun oynamaya karar veriyorlar. Torbadan ard arda iki kart çekiyorlar (birinci çekilen kart tekrar torbaya atılmıyor) . Eğer ilk kart çift sayı, ikinci kart tek sayı ise Oğuz; aksi durumlarda Oktay oyunu kazanıyor.

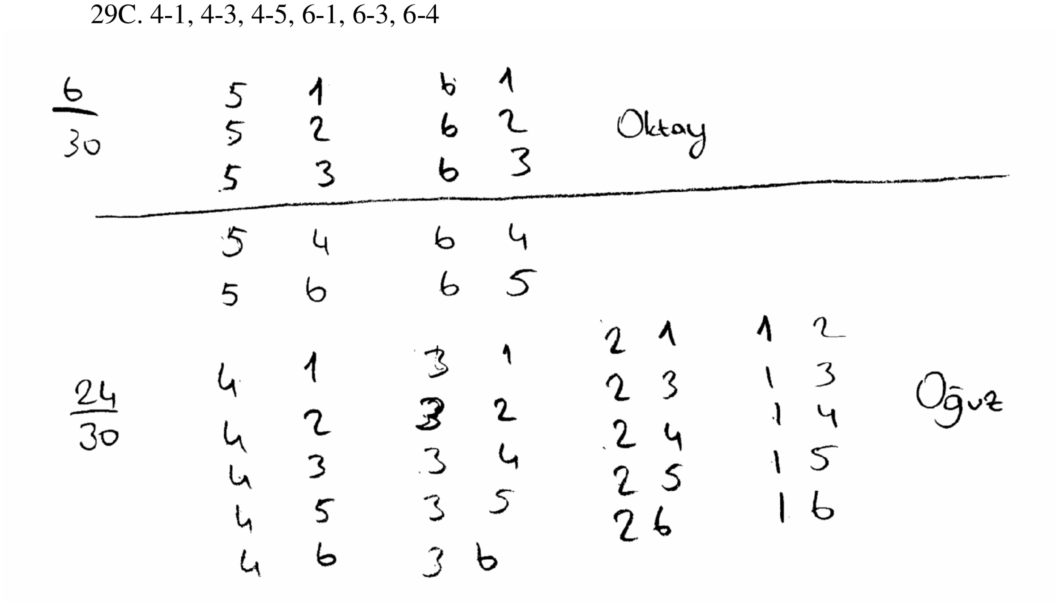
a) Sizce bu oyun adil bir oyun mudur? Cevabınızı açıklayınız.

6Y. Bence adil bir oyun değildir. Çünkü tamamen şansa dayalı bir şey bu.
7C: Bir de şey olabilir mi acaba? 1 ile 6 arasında 4 tane tek sayı 3 tane çift sayı oluyor.
8A. Peki, bu oyunun adil olup olmadığına nasıl karar verebiliriz?
9Y. Daha çok tek sayı var burada onu söyleyebiliriz.
10C. 2, 4, 6 3 tane aaa yok eşit.
11A. Peki yazı-tura atsak aramızda yazı-tura adil bir oyun mudur?
12Y. Hayır… Şans….
13A. Peki yazı gelme şansı nedir?
14C. %50
15A. Tura gelme

16C. O da %50
17A. Peki bir yazı-tura atsak ben yazı dersem daha şanslı mı olurum?
18Y. Eşittir… Adildir o zaman…
19A. Bu oyun için ne diyebiliriz peki?
……………………………………………………………. (Sessizlik oluyor)

Yukarıdaki diyalog öğrencilerin adillik kavramı ile olası durumları belirleme ya da olasılık hesaplama kavramları arasında bir ilişki kuramadıklarını göstermektedir. Bunun üzerine araştırmacı bu konuyu daha iyi anlayabilecekleri tek boyutlu örnek uzaydan bir örnekle adillik kavramını açıklamaya çalışmıştır.

20A: Bu kurallara göre Oğuz hangi durumlarda kazanır?
21Y. İlk sayıyı çift çekerse ikinci sayıyı da tek çekerse Oğuz kazanır aksi durumlarda da Oktay.
22C. Evet.
23A. Mesela örnek bir durum söyleyin bana.
24Y. Diyelim ki Oğuz ilk sayıda şey çekti ımmm… İki çekti ikincisinde de 5 çekti o zaman kazanır. Ama Oktay eğer Oğuz bunu böyle yapamazsa Oktay kazanıyor. Yani aslında Oktay'ın kazanması da biraz Oğuz'a bağlı.
25A. Peki, Oğuz'un kazandığı başka durumlar var mıdır?
26Y. Oğuz'un kazandığı bütün durumları yazabiliriz herhalde.
27C. Yazarız. Mesela 1 ile 2 çıkarsa.
28Y. İlk kart çift sayı olacak. 2 ile 1, 2 ile 3, 2 ile 5, 2 ile 6 yok.
29C. 4-1, 4-3, 4-5, 6-1, 6-3, 6-4



Şekil 5: Yaprak ve Can'ın bağımlı-bağımsız olay çalışmasına ait verileri

Burada öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayı algılayabildikleri görülmektedir. Bu öğrencilerin daha önce hiç iki boyutlu örnek uzayla ilgili bir örnekle karşılaşmadıkları dikkate alınırsa bu yapı yeni ortaya çıkmış olabilir (21Y, 24Y, 28Y, 29C). Bu yapının oluşumunda araştırmacının yönelttiği soruların da etkisi olmuştur. Yaprak ve Can problemi çözmek için gerekli yapıları (iki boyutlu örnek uzayda istenilen olayın çıktılarının belirlenmesi, iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığının hesaplanması, iki boyutlu örnek uzayda örnek uzayın belirlenmesi) bu yapıyı kullanarak oluşturmuşlardır.

33A. Şimdi aynı şekilde Oktay'ın kazandığı durumları bulabilir miyiz?
35Y. Oktay'ın kazandığı durumları mı yazalım………………………….. Ama bu çok fazla (gülüyor). 2-2, 2-4
36C. 2-2 olabilir mi?
37Y. (Araştırmacıya bakarak) Olabilir mi?
38A. Ben bilmiyorum sence?
39C. İçine tekrar atılmıyor ama 2-2 nasıl gelecek?
40Y. Evet. Aynı sayılar gelemez. O zaman 4 olabilir (2-4). 6 olabilir (2-6). Başka. 2 ile başka olmaz. 4 ile 2 olabilir, 4 ile 6 olabilir, 6 ile 2 olabilir, 6 ile 4 olabilir. İlkini tek de çekmiş olabilir.
41A. Can sen ne diyorsun?
42Y. Atılmadığı için 1-1 olmaz. 1-2 olabilir, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6.
43C. 3
44Y. 3 ile 1 olabilir, 3 ile 2 olabilir, 3 ile 4 olabilir, 3 ile 5 olabilir, 3 ile 6 olabilir.
45C. 5
46Y. 5 ile 1 olabilir, 5 ile 2 olabilir, 5 ile 3 olabilir, 5 ile 4 olabilir, 5 ile 6 olabilir. ………… Bu kadar.

Yaprak ve Can Oktay'ın kazandığı durumları yazarlarken iki boyutlu örnek uzayı doğru bir şekilde algıladıkları görülmektedir. Ayrıca ikilileri yazarken izledikleri sistematik yol sonuca doğru ve hızlı bir şekilde gitmelerine yardımcı olmuştur. Buradan hareketle öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda istenilen olayın çıktılarını doğru olarak belirleyebilmişlerdir. Bu aşamada yeni bir yapının oluştuğu söylenebilir (35Y, 40Y, 43C, 45C).

50A. Peki, bu oyunda hangisi daha şanslıdır?
51Y. Kazanma şansı….
Can bu sırada yazdıkları ikilileri saymaya başlıyor. ……………………………
52Y. Sayısal değer olarak …….. yani şey olarak Oğuz'un kazanma durumu daha düşük oluyor. Çünkü daha çok Oktay'ın durumu var.
53C. Evet.
54Y. 1,2,3,4 ………………. (Oktay'ın kazanma durumlarını sayıyor) …… 21 tane.
55C. Burada da 9 tane var.

56Y. 21 e 9.
57C. 9 a 30 değil mi? Toplam 30 durum var.
58Y. Hımmmmm. 30 da 9 Oğuz,
59A. Oktay'ın kazanma durumu nedir?
60Y. Tam tersi o da.
61C. 30 bölü 21
62Y: (Can'a dönüp bakıyor)………….
63C. 21 bölü 30 pardon.

Bu aşamada öğrenciler artık kullanma sürecine girdikleri söylenebilir. Yaprak'ın kazanma durumlarının sayılarını karşılaştırarak şanslarını belirlemesi önceki yapılarını tanıyıp kullandığının bir göstergesi olarak ele alınabilir (51Y). Öğrenciler iki boyutlu örnek uzaydaki bir olayın olma olasılığını istenilen olayın çıktılarını bütün olası çıktıları sayısına oranlayarak (60C, 61Y ve 66C) bulmuşlardır. Ayrıca öğrenciler arasındaki etkileşim sonucunda yapılan hataların hemen tespit edilmesini sağlamıştır. Öğrenciler vakit geçirmeden b şıkkındaki soruyu okumaya başlamışlardır.

b) Oyunun kuralını değiştirdiğimizi düşünün. Eğer ilk kart 4' ten büyük, ikinci kart 3 ve 3'den küçük olursa Oğuz, aksi durumlarda Oktay kazanıyor. Sizce bu oyun adil midir? Açıklayınız.

65Y. İlk kart 4 den büyük ikinci kart 3 ve 3 den küçük olursa Oğuz, aksi durumlarda Oktay kazanıyor. Sizce bu oyun adil midir? Açıklayınız. İlk kart 4 den büyük olacak. 5-6 olabiliyor. İkinci kart 3 ve 3 den küçük olacak 3-2-1 oluyor.
66C. Gene olasılıklarını bulalım.
67Y. Evet. Daha iyi olacak. Şimdi Oğuz'la başlayalım. E…..

Öğrencilerin hemen b şıkkındaki soruya geçmeleri çalışmaya duyulan ilgi ve isteğin bir göstergesidir. Can'ın "Gene olasılıklarını bulalım (66C)" cümlesi biraz önceki örnekteki yapıları kullanma istediğinin bir göstergesidir. Öğrenciler yine yukarıda kullandıkları sistematik yolla oyunun adil olup olmadığına karar veriyorlar.

68C. 5 ile 1
69Y. 5 eee…. 5 ile 1
70C. 5 ile 2
71Y. 5 ile 2
72C. 5 ile 3
73Y. 5 ile 3. Sonra 6 ile 1
74C. 6 ile 1
75Y. 6 ile 2, 6 ile 3,
76A. Bunlar kimin kazandığı durumlar?
77Y. Bunlar Oğuz'un. Şimdi bir de Oktay'ınkiler var bunların tam tersi olacak. Yani 4 den küçük olması gerekiyor. (Araştırmacıya dönerek) 4 sayılıyor mu burada?

………………………………………………………………………………….
87Y. Tamam bunları şey…yaptık. Şimdi 4 den başlayalım. 4-1, 4-2,
88C. 4-3, 4-5
89Y. 4-6 olabilir. Evet şimdi 3-1, 3-2, 3-4, 3-5,3-6. 2-1, 2-3.
90C. Hayır. Tek sayı olması gerekmiyor muydu kazanması için?
91Y. Ama o yukarıda kaldı burada değiştir o.
92C. A… doğru pardon.
93Y. 2-4, 2-5, 2-6. 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6. ……………….. Bu şekilde olabilir. Bunları (Oğuz'un kazandığı durumları göstererek) sayalım önce. 1, 2, 3, 4, 5, 6 burada altı tane var. (Oktay'ın kazandığı durumları sayıyor) Yine 30 tane varmış. 6/30 Oktay, 24/30 Oğuz.
94A. Oyun adil mi?
95Y. Oyun adil yine değil.

Bu aşamadaki diyaloglar, öğrencilerin tanıma (70C, 71Y, 72C, 89Y) ve kullanma (93Y) eylemlerini gerçekleştirdiklerini göstermiştir. Bu kısımdaki çalışmalar iki boyutlu örnek uzayında bir olayın çıktı sayısını, iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını bulma ile ilgili oluşturdukları yeni yapıların pekiştirilmesine yol açmıştır.

Daha sonra araştırmacı öğrencilere ikinci probleminin yer aldığı çalışma kağıdını vererek soruyu cevaplamalarını istemiştir.

2- Oğuz ile Oktay bu kez çektikleri ilk kartı tekrar torbanın içine atarak oyunu oynamaya karar veriyorlar. Bu durumda da ilk çekilen kart çift, ikinci çekilen kart tek olursa Oğuz; aksi durumlarda Oktay kazanıyor.

a) Bu durumda oyun adil bir oyun olur mu? Açıklayınız.

97Y. Daha fazla sayı girecek işin içine ama yine adil değil olacak. Büyük ihtimal. Yazayım mı?
98C. Yaz.
99Y. Şimdi……..
100C. İlk çekilen kart çift olmalı.
101Y. Önce Oğuz'dan başlayalım.
102C. 2
103Y. İlk çekilen kart çift. 2-1,
104C. 2-2, 2-3. Yalnız ikincisi yine tek olacak (2-2 siliyor). 2-3, 2-5. Şimdi başka ne olabilir. 4-1, 4-3, 4-5 olabilir.
105C. 6
106Y. 6-1, 6-3, 6-5 olabilir. Bunlar Oğuz'un kazandığı durumlar. Oktay'ın kazandığı durumlara bakalım. Şimdi Oktay bunun tam tersi olduğu durumlar. Yani 2-1 ama 1 olmuyor 2-2, 2-4, 2-6 olabilir. 4-2, 4-4, 4-6, 6-2, 6-4, 6-6 olabilir. ……. Sonra birincisi tek olması durumunda 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6 olabilir. Sonra 3-1, 3-2, niye burada 1 yazmadım. Şurada şunu buraya yazalım 1-1 de olabilir. 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6. Sonra ne olabilir. E….. 4 yazdık yukarıda. 5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-5, 5-6. Bu kadar.
107C. Oktay.

108Y. O zaman kazanma olasılıkları. Alttakileri sayıyorum üsttekileri sen say.
109C. 9
110Y. 27. Kaç durum olur? Ben yanlış mı saydım bir dakika. (Yeniden yazdığı Oktay'ın kazanma durumlarını sayıyor) 27 doğru saymışım. ……………….
111C. 36
112Y. 9 bölü 36 burada (Oğuz'un kazanma durumlarını göstererek)
113C. 27 bölü 36

Bu diyaloglardan Yaprak'ın bilinçli bir şekilde hareket ettiği anlaşılmaktadır. "Daha fazla sayı girecek işin içine ama yine adil değil olacak (97Y)" ifadesi kartın torbaya atılması ile örnek uzayının eleman sayısının artacağını anladığını gösteren bir ifadedir. Burada da öğrenciler önceden oluşturdukları yapıları tanıyıp (104C, 105Y, 107Y) kullanarak Oğuz ve Oktay'ın kazanma olasılıklarını doğru bir şekilde hesaplamışlardır (113Y, 114C). Bu gruptaki her iki öğrencinin de iki boyutlu örnek uzayı doğru olarak algılayabildiği, iki boyutlu örnek uzayda olası tüm durumları yazabildikleri (104C, 106Y), iki boyutlu örnek uzayda istenilen olayın tüm durumlarını yazabildikleri (104C, 106Y), iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını doğru olarak hesaplayabildiği (112Y, 113C) görülmektedir.

114Y. (Soruyu yüksek sesle okuyor) Değildir. Onu da hesaplayalım şimdi. 4 ve 4 den büyük olacak. İkinci kart 3 ve 3 den küçük. 4-1, 4-2, 4-3 ay… 4 ve 4 den büyük olacaktı. Offff…. (yazdıklarını siliyor). 5-1, 5-2, 5-3. Şimdi 6-1, 6-2, 6-3. Bu Oğuz'un yine kazandığı durumlar. Şimdi de Oktay'ın kazandığı durumları yazalım. Şimdi ilk önce bunları yazalım (5 ve 6 ile başlayan Oktay'ın kazandığı durumları yazıyorlar) 5-4, 5-5, 5-6. Yine şey değil mi sonra tekrar atabiliyorlar?
115A. Evet.
116Y. Tamam o zaman 6-1, 6-2, ayyy.. 6-4, 6-5, 6-6 olabilir. Sonra……..
117C. 4
118Y. 4 den küçük olacak. 4-1, 4-2, 4-3, 4-4, 4-5, 4-6. ……. (derin bir nefes alıyor). 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6 olabilir. 2-1, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6 olabilir. 1 leri de yapalım. 1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 1-7 offf… 7 yok (1-7 ikilisini siliyor). Evet bunlar da Oğuz'un kazandığı durumlar. Şimdi yine olasılığını hesaplayalım.
119Y. (Can Oğuz'un kazandığı durumları sayıyor) Kaç tane?
120C. 30 saydım ama. Yanlış saydım herhalde.
Yaprak Oğuz'un kazandığı durumları tekrar sayıyor.
121Y. Doğru. O zaman Oktay 36 da 6 olur. Oğuz da 30 bölü 36. Yine adil değil. Bir sonrakine geçelim mi?

Bu diyaloglardan öğrencilerin zorlanmadan Oğuz ve Oktay'ın kazanma olasılıklarını hesaplayabildikleri görülmektedir. Bu durumda Yaprak ve Can'ın oluşturdukları yapıları pekiştirdikleri söylenebilir (114Y, 118Y).

Üçüncü problemin yazılı olduğu problemi öğrencilere verilmiş ve a şıkkını yüksek sesle okumaları istenmiştir. Bu problem iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığını hesaplarken farklı bir hesaplama yöntemi kullanmalarını keşfetmeleri için hazırlanmıştır. Problemin a şıkkı bu tarz bir hesaplama yöntemine neden gerek duyulduğunu sezdirmek amacıyla öğrencilere yöneltilmiştir. Öğrenciler bu problemi çözmeye başladıklarında Faruk ve Murat gibi zorlandıkları gözlenmiştir. Bu durum soyutlanacak bir şeyin olması bakımından değerlidir. Çünkü buradaki amaç öğrencilerin belirsiz bir durumu ortadan kaldırmak için yeni bir yapıya ihtiyaç duymaları ve böylece yeni bir soyutlama sürecinin başlamasına uygundur.

3-a) Aynı kurallar olsaydı ama sayılarımız bu kez 1' den 60' a kadar olan sayılardan oluşsaydı 1a ve 2a daki oyunları Oğuz' un kazanma olasılığı ne olurdu? Nasıl hesaplardınız?

122Y. Şimdi 1 den 6 ya kadardı 1 den 60 kadar oldu. (Derin bir nefes çekiyor).
123A. Ne diyorsunuz bu soruya?
124C. 10 ile çarpsak?
125A. Ben bilmiyorum kendi aranızda konuşun karar verin.
126Y. Şimdi 10 ile çarpsak hepsinden farklı olmaz mı? 4 den büyük deyince hepsi 10 ile mı çarpılacak. Sence?
127C. Bilmiyorum ki.
128Y. Şimdi 1 den 60 a kadar ne oldu baya bir fark oldu. ………… Hani 6 60 onun için mi 10 la çarpmayı düşündün?
129C: Evet.
130Y. Ben pek anlamadım?
131A. 1 den 40 a kadar olsaydı sayılarımız peki o zaman nasıl hesaplardınız?
132Y. 1 den 40 a kadar olsaydı nasıl olacaktı?
…………………………………………………….
136Y. İlk kart çift. …..
137A. Mesela önceki sorularda nasıl hesapladınız?
138C. Yazdık teker teker.
139A: Burada yazamaz mıyız?
140C. Yazamayız.
141Y. Yazamayız. Çok uzun sürer. Şimdi acaba kaç tane çift sayı olduğunu bulup, kaç tane tek sayı olduğunu bulup ona göre mi anlamamız gerekiyor? ……………………
142C. Evet.
143A. Ona siz karar vereceksiniz?
144Y. Öyle mi olacak. Off…off…..
……………………………………………………………
155Y. (derin bir nefes alarak) offf….. Ben hala hiçbir şey bulamadım. Ama bir kısa yolu olmalı.
156A. Can sen ne diyorsun.
157C. (Ellerini iki yana açarak kafa sallıyor).

Bu diyaloglardan da anlaşıldığı gibi öğrenciler bu problemi çözümünü gerçekleştirememiştir. Ancak Yaprak'ın "Ama kısa bir yolu olmalı (155Y)" ifadesi öğrencileri farklı bir yöntem kullanmaya ihtiyaç olduğunu sezdiğini göstermektedir. Bu durum üzerine araştırmacı öğrencileri üçüncü problemin diğer şıklarını çözmeye yönlendirmiştir. Öğrenciler buradaki problemleri hızlı ve doğru bir şekilde cevaplayabilmişlerdir.

b) 1a şıkkındaki soruyu düşünün. İlk kartın çift sayı gelme olasılığı kaçtır? İlk kart çekildikten sonra tekrar torbaya atılmıyor. Bu durumda ikinci kartın tek olma olasılığı nedir?

159Y. ½ dir.
160C. Evet. Sonra torbaya atılmıyor.
161Y. Şimdi bir tanesi çıktı 5 kaldı. O zaman ne oluyor 3 bölü 6 değil 3 bölü 5 oluyor.
…………………………………………………………………………………………….
163Y. İlk kartın 4 den büyük oma olasılığı 6 sayı var 2 si var. 2 bölü 6. İlk kart çekildikten sonra torbaya atılmıyor. Bu durumda ikinci kartın 3 ve 3 den küçük olma olasılığı 3 sayı var bir tanesi gitti 3/5.

165C. İlk kartın çift sayı olma olasılığı tekrar atıyorlar değil mi ama ilk kartın diyor. 3 bölü 6. Evet 3 bölü 6 olacak.
166Y. İkinci kartın tek olma olasılığı diyor.
167C. İlk kart torbaya atıyor ikinci kartın tek sayı olma olasılığı yine 3 bölü 6 olacak.
……………………………………………………………………………………..
169Y. İlk kartın 4 den büyük olma olasılığı …… 4 den büyük olma 2 tane var buna göre 2 bölü 6 … İlk kart torbaya atılıyor. Bu durumda ikinci kartın 3 ve 3 den küçük olma olasılığı 2 bölü 6 bir tane çekmiştik ama geri attık yine 6 tane kaldı o zaman yine 3 bölü 6 olacak.

Bu diyaloglardan öğrencilerin tek boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığının hesaplama bilgisini tanıyıp kullanarak buradaki olayların olasılıklarını hesapladıkları görülmüştür (161Y, 163Y, 165C, 167C, 169Y). Ayrıca önceden oluşturdukları bu yapı yeni bir yapının oluşumunda kullanıldığı için pekiştirilmiş oldu. Bu aşamadan sonra öğrenciler üçüncü problemin f şıkkını cevaplamaya geçmişlerdir.

f) 3b ve 3c şıkkında sorulara verdiğiniz cevaplar ile Oğuz'un oyunu kazanma olasılığı arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

173Y. 3b ve 3c …… verdiğimiz cevap…..
174C. Oğuz'un kazanma olasılığı.
175Y. Oğuz'un kazanma olasılığı 9/30 du. ………. Nasıl bir ilişki var?...... ……evet var sanki bir oran var. Yani burada bulduğumuz oranla ½ ile 3/5 çarparsak 9/30 a geliyor. 6/30 burada da 6/30 evet öyle oluyor.
176A. Peki, nasıl bir ilişki var diyebiliriz?
177Y. Bulduğumuz oranları birbiriyle çarptığımız zaman aynı sonucu veriyor.
178A. Peki, bulduğumuz bu oranlar ne aslında?

179Y. Aslında…. İşte….ilkinin çift gelme ile ikincisinin tek gelme olasılığının çarpımı Oğuz'un oyunu kazanma olasılığı oluyor.
180A. Sen ne diyorsun Can?
181C. Ben pek anlayamadım.
182A. Peki, sen ne düşünüyorsun bu soru hakkında?
183C. (soruyu tekrar okuyor)…….
184Y. Şimdi burada 1 ile 3 çarptım, 2 ile 5 çaptım 3/10 buldum. 3/10, 9/30 a eşit. Tamam. Eeee sonra eeeeee 2/6 ile 3/5 çarptım 6/30 a eşit zaten. İşte zaten ikisi birlikte burada Oğuz'un kazanma olasılığına geliyor. Anladın mı?
185C. Evet.
186A. Şimdi oraya yazar mısın söylediğini?
187Y. Bulduğumuz sonuçları birbirleri ile çarptığımızda daha önce bulduğumuz sonuca eşit oluyor. Demek ki bulduklarımız Oğuz'un oyunu kazanma olasılığıdır.

Yaprak buldukları olasılıklar arasındaki ilişkiyi doğru olarak ifade etmektedir. Bu da Yaprak'ın iki boyutlu örnek uzaydaki bir olayın olma olasılığının birinci olayın olma olasılığı ile ikinci olayın olma olasılığının çarpımı şeklinde bulunabileceği şeklindeki bilgi yapısını oluşturduğunu göstermektedir (175Y, 184Y, 187Y). Ancak Can'ın bu yapıyı oluşturup oluşturamadığı hakkında bir şey söylenememektedir. Araştırmacı bu yapının pekiştirilmesi için öğrencilerden üçüncü sorunun a şıkkını yeniden çözmelerini istemiştir.

214Y. Peki burada geri atılıyor mu atılmıyor mu?
215A. Atmadan
216Y. Tamam o zaman hesaplayalım. Ne bulmuştuk 30/60 yani 1/2. Sonra bir de atmıyorduk 59 tane kalıyor. 30/59 da bu. İkisini çarpmamız gerekiyor bir de. ½ çarpı 30/59 eşittir 30/118.
217A. Şimdi nasıl bir sonuca vardınız?
218Y. Yani kısa yoldan bulabiliyoruz.
219A. Ne tür olayların olasılıklarını kısa yoldan bulabiliriz?
220Y. E…. Yani 2 ard arda peş peşe olanların …e…şeylerini…. Olasılıklarını bulabiliriz. Kısaca bulabiliriz. Yani tek tek yazmadan sayılar çoğaldıkça tek tek yazmak zorlaştığı için bu şekilde yapıyoruz.

Yaprak'ın yaptığı hesaplamalar ve genellemeler istenilen yapının oluşturulduğunu göstermektedir. Yaprak'ın soruyu çözerken yazdıkları, yeni oluşturduğu bilgiyi doğrudan ve açıkça kullandığını göstermektedir (216Y). Can ise burada yine sessiz kalmıştır.

Araştırmacı dördüncü problemin yer aldığı çalışma kağıdını öğrencilere vererek cevaplamalarını istemiştir. Bu soru öğrencilerin cevapladığı üç sorunun ardından bu olayların benzerlik ve farklılıklarını dikkate alarak bir isim vermelerini içermektedir. Buradaki amaç öğrencilerin soyutlamanın bir sınıf adı koyma düzeyine ulaşıp ulaşmadıklarını belirlemektir.

4- a) Birinci ve ikinci soruları dikkate aldığınızda bu iki sorudaki olaylar arasında ne tür bir fark vardır?

223Y. Birincisinde kart atılmıyordu geriye onun için ee… onun için…eeee daha az bir şey oluyordu ikincisinde daha az yani şans artıyordu. Öbüründe tekrar atıldığı için şanslar eşitleniyordu. Daha doğrusu adil olmuyor yine ama ee….. yani birincisinde ½ olurken ikincisinde 3/5 oluyordu mesela. Ama bunda ikisi de ½ olabiliyor.
224A. Sen ne diyorsun Can?
225C. Biri atıyor, biri atılmıyor. Atıldığı zaman yani içeri atıldığı zaman tekrar tek gelme şansı daha artıyor.
226A. Peki başka ne diyebiliriz? Mesela bu iki olaya bir isim vermenizi istesem ne dersiniz?
227Y. E….. şöyle mi oluyor? İkinci şey de kazanma şansı daha mı yüksek? …………………Yani tamamen hayal gücü ile. (Can'a dönerek) Ne olabilir?
228C. Bilmem.
229Y. Yani şöyle oluyor. Torbaya geri atmazsak tek gelme şansı artıyor. Atarsak da tek gelme şansı değişmiyordu. Yani attığımızda ilk olay ile ikinci olay olması adil. Eğer atmazsak tek gelme olasılığı etkileniyor.
230A. Peki bu iki olay nasıl bir isim verebiliriz?
231Y. İkinci olayı etkileyen diğeri de ikinci olayı etkilemeyen diyebilir miyiz?
232C. Diyebiliriz tabi ki. Daha çok etkilenmeyen ile etkileyen de düşünmüştüm.

Yaprak ve Can ilk üç problem sonucunda bir sınıflamaya giderek iki çeşit olay tanımlamışlardır (231Y, 232C). Bunlar ikinci olayı etkileyen olay ve ikinci olayı etkilemeyen olaydır. Öğrencilerin genel olarak olayların birbirini etkileyip etkilememe durumlarına göre bu isimleri verdiklerini belirtmesi bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının temel özelliğinin farkında olduklarını, yeni bir yapı oluşturduklarının göstermektedir (223Y, 225C, 229Y, 231Y, 232C). Bu şekilde oluşan yapıların kırılgan yapısını (Monaghan ve Özmantar, 2006) gidermek için oluşturulmuş bulunan yapıyı pekiştirmek amacıyla öğrencilere beşinci ve altıncı problemler yöneltilmiştir.

5- Ercan öğretmen yaptığı bilgi yarışmasında başarılı olan Ömer ve Dilek adlı iki öğrencisine MP3 çalar, flaş bellek, fotoğraf makinesi, bisiklet hediye etmek istiyor. Ancak hangi öğrencisine hangi hediyeyi vereceğine bir türlü karar veremiyor. Bunun için çekiliş yapmaya karar veriyor.

Çekiliş için hediyelerin adlarını eş büyüklükteki kartlara yazarak bir torbaya atıyor. Buna göre;

a) Her ikisinin de aynı hediyeyi kazanabilecekleri bir çekiliş düzenleyiniz. Bu durumda her ikisinin MP3 çalar kazanma olasılığı nedir?

262Y. Birer karta mı yazıyor yoksa ikişer karta da yazabiliyor mu?
263A. İşte siz nasıl karar verirseniz ona göre hareket edecek öğretmen. Çekilişi düzenleyen siz olun.

264C. Birden fazla yazması gerekir ya da
265A. Nasıl olacak peki?
266C. Ya da içine atılması gerekir çekilen kart. Yani çektikten sonra.
267A. Ben bilmiyorum karar sizin.
268Y. E….. Tamam dediği gibi olsun yine e… şimdi birer tane yazalım hepsinden sonra çeksin ee…. Çektikten sonra geri atsın onunda şey yapma olasılığı olur o zaman.
269A. O zaman çekiliş şu şekilde düzenleyecektir diye bir şey yazın.
270Y. (Kartlara birer adet yazılacaktır ancak çekilen kart geri atılacaktır.) Bu durumda her ikisinin de MP3 çalar kazanma olasılığı nedir? Bu durumda her ikisinin de 3 tane var 1/3, 1/3 dür. E…. Bu durumda her ikisinin de MP3 çalar kazanma olasılığı 1/9 tür.
…………………………………………………………
279Y. Aaaa… çok güzel bisikleti görmeden yapmışız. 4 tane hediye var. ¼ çarpı ¼ eşittir 1/16 olacak.
……………………………………………………….
282Y. Şimdi geri atacaklar. İkisi de kazanabilir bu durumda. İkisinin de yine alma olasılıkları ¼ dür. Ama peş peşe düşünürsek 1/16 dır.
…………………………………………………………
284Y. Yine …eeeee…
285C. 1/16

d) **Ercan öğretmen öğrencilerinin farklı hediyeler almasını garantilemek için nasıl bir çekiliş düzenlemelidir? Bu durumu göz önüne aldığınızda Ömer' in bisiklet, Dilek'in flaş bellek kazanma olasılığı nedir?**

288Y. E…..
289C. Geri atmayacak.
290Y: Geri atmamaları gerekir. Ömer'in bisiklet, Dilek'in flaş bellek önce Ömer çekse Ömer'in ¼, eee…. Sonra geriye 3 tane kalıyor. Onun 1/3 tür. ¼ çarpı 1/3 eşittir 1/12 dir.

6- Ümit ile Meral kuzendir. Her ikisi de Bursa'da yaşamaktadır ama farklı okullara gitmektedirler. Hem Ümit hem de Meral okullarındaki gezi kulüplerine üyedir. Bursa'daki bütün okullardaki gezi kulüpleri bir araya gelip Çanakkale'ye bir gezi düzenlemek istemektedir. Bunun için her okuldaki gezi kulüplerinden bir temsilci seçilip bir organizasyon komitesi oluşturulacaktır.

Ümit ile Meral bu organizasyon komitesinde yer almak istiyorlar. Ümit'lerin gezi kulübünde beş öğrenci vardır. Meral'lerin gezi kulübünde ise üç öğrenci vardır. Her iki okuldaki kulüpler temsilciyi rastgele bir yöntemle seçmek istiyorlar.

a) Hem Ümit'in hem de Meral'in organizasyon komitesine seçilme olasılığı nedir? Nasıl bulursunuz?

292Y. Yine burada yaptığımız gibi buluruz. E…. Şimdi onu… kaç kişi varmış 5 öğrenci 1/5,
293C. Çarpı
294Y. Merallerin 3 öğrenci varmış (1/3 yazıp 1/ 5 ile çarpıyor) 1/15…… olur.
…………………………………………………………..
295Y. Ümit'in seçilme olasılığı 1/5 dir. Ayrıca Meral'in seçilememe olasılığı ise 2/3 tür. Değil mi? (C ye dönerek). O zaman 2/15 olur.
296C. Evet. Doğru. Hı hı.
……………………………………………………………
297Y. Organizasyon komitesine Ümit'in seçilememe, Meral'in seçilme olasılığı ise 4/5 çarpı 1/3 eşittir 4/15 tir.
……………………………………………………………

298Y. Her ikisinin de organizasyon komitesine seçilememe olasılığı 4/5 ile 2/3
299C. Çarpı 8/ 15
300Y. 8/15 tir.

Bu diyaloglardan öğrencilerin önceki problemlerde oluşturdukları yapıları pekiştirdikleri söylenebilir (268Y, 270Y, 279Y, 282Y, 285C, 290Y, 294Y, 295Y, 297Y, 299C).

301A. Peki, bana bu problemlerde olasılığı etkileyen ve etkilemeyen olaylara örnek verebilir misiniz?
302Y. Verebiliriz. Şimdi……eee….. Ümit ile Meral'ın durumu şu soruda olasılığı etkilemeyendir. Sonuçta ayrı okullardalar. Seçilmeleri birbirini etkilemez.
303C. Evet.
304A. Peki, şu problemde (beşinci problemi göstererek)?
305C. Orada torbaya geri attığımız durum etkilemeyen, geri atmadığımız durum olasılığı etkileyendir.

Bu diyaloglardan öğrencilerin bağımlı ve bağımsız olayların temel özelliklerinin farkında olduğu ve kendi isimlendirdikleri "olasılığı etkileyen" ve "olasılığı etkilemeyen" olayları doğru bir şekilde tanımış ve kullanabilmişlerdir (302Y, 305C).

3.1.3 Tugay ve Ece'nin Bağımlı ve Bağımsız Olay Kavramlarını Oluşturma Süreci

Aynı etkinliğin gerçekleştirildiği üçüncü grupta Tugay ve Ece yer almaktadır. Tugay ve Ece öğretmenleri tarafından yüksek başarılı olarak bilinen öğrencilerdir. Her ikisinin de karne notu beştir. Tugay'ın SBS puanı 466, Ece' nin ise SBS puanı 452 dir. Tugay ve Ece matematik dersine karşı olumlu bir tutuma ve matematiğe öğrenmeye karşı yüksek motivasyona sahiptirler. Bu öğrencilerle gerçekleştirilen ilk görüşme yaklaşık olarak 55 dakika sürmüştür. Tugay ve Ece ile birlikte yürütülen bağımlı ve bağımsız olay kavramları bilgisini oluşturma süreci tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (T: Tugay, E: Ece, A: Araştırmacı).

Araştırmacı etkinliğin ilk problemini içeren birinci kağıdı öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir.

ETKİNLİK: Hangisi daha şanslı?

1- Oğuz ile Oktay 1' den 6' ya kadar rakamları aynı büyüklükteki kağıtlara yazıp bir torbanın içine atıyor. Sonra bir oyun oynamaya karar veriyorlar. Torbadan ard arda iki kart çekiyorlar (birinci çekilen kart tekrar torbaya atılmıyor) . Eğer ilk kart çift sayı, ikinci kart tek sayı ise Oğuz; aksi durumlarda Oktay oyunu kazanıyor.

a) Sizce bu oyun adil bir oyun mudur? Cevabınızı açıklayınız.

1A. Anladınız mı bu oyunu?
2E. Hı hı.
3A. Sizce bu oyun adil bir oyun mudur? Adil olup olmadığına nasıl karar verirsiniz?
Sessizlik oluyor.
4T. Adildir bence. Çünkü üç tane çift sayı üç tane tek sayı oluyor. İşte Oğuz ilk kartı çift sayı çekerse şey bir de ikinci kartı tek sayı çekerse oyunu kazanıyor. Eğer ilk kart tek olursa da Oktay kazanıyor. Tek ya da çift çıkma olasılığı eşit olduğundan bence adil.

Öğrencilerin bu cevaplarından oyunu tam olarak anlayamadıkları sonucuna varılmıştır. Bunun üzerine araştırmacı öğrencilerden gelen cevaplar üzerine önceden hazırladığı kartları ve torbayı öğrencilere vererek oyunu oynamalarını sağlamıştır. Bu şekilde öğrencilerin hem ilgisi çekmek hem de oyunu daha iyi anlamaları sağlamak amaçlanmıştır. Öğrenciler oyunu oynamaya başlıyor. Araştırmacı birkaç denemeden sonra oyunun öğrencilerle tekrar diyaloga geçmiştir.

5T. (İlk kartı çekiyor) 6 çıktı, bu durumda Oğuz'un oyunu kazanması daha yüksek çünkü ilk kart çift geldi. (İkinci kartı çekiyor) 3 çıktı.
6A. Bu durumda kim kazanır?
7E. Oğuz kazanır.
8A. Peki, Oğuz başka hangi durumlarda oyunu kazanabilir?
9T. 2-1 de Oğuz kazanır, 4-1 de kazanır, 6-1 de de, sonra 2- eeee, 2-3 de kazanır, …..2-5 de kazanır, daha sonra 4-3 de kazanır, 4-5 de kazanır, 6-3 kazanır, 6-5 de kazanır.
10A. Oktay'ın kazandığı durumlar nelerdir peki?
11T. Oktay 1-2 kazanır, 1-3 de kazanır, 1-1 de de kazanır…aaa…yok yok pardon geri atılmıyor. 1-1 olmaz. 1-4 de kazanır, 1-5 de kazanır, 1-6 da kazanır, 2-1 de kazanır, 2-3 kazanır, 2-4 de kazanır, aaaaa 2-1 de kazanmaz 2-3 de olmaz. 2-4 de kazanır, 2-5 olmaz, 2-6 da kazanır. Sonra 3-1 de kazanır, …………….3-…..2 de kazanır,
12E. 2-2 de kazanmaz mı?
13T. 2-2 de kazanmaz çünkü çektiğimiz kartı geri atmıyoruz ikinci kart 2 çıkamaz. (İkilileri yazamaya devam ediyor) 3-4, 3-5, 3-6, 4-2, 4-6, 5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-6, 6-2,6-4. Bu kadar.
14E. Niye bunları yazdığımızı anlayamadım?
15T. Adil olup olmadığına karar verebilmek için.
16A. Bu sonuçlara göre adil bir oyun mudur?
17T. Değildir.
18A. Niye değildir?

19T. Burada (Oktay'ın kazanma durumlarını göstererek) daha fazla kazanma şansı var. Burada (Oğuz'un kazanma durumlarını göstererek) daha az.
20A. Peki, biz Oğuz ve Oktay'ın kazanma şanslarını bulabilir miyiz?
21E: Toplam (içinden saymaya başlıyor) Oğuz 9 durumda kazanıyor. Oktay ise 21 durumda kazanıyor.
22A. Bu durumda kazanma olasılıklarını ya da kazanma şanslarını bulabilir miyiz?
23T. Kesir olarak yazsak…. Oğuz'un kazandığı durum 9/30, Oktay'ın ki 21/30 dur.
24A. Peki bu durumda adil bir oyun mudur?
25T. Bence adil değil. Şansları eşit değil.

Epistemik eylemler birbirlerinin içinde yer alabilmektedir. Öğrenci önceden tanıdığı yapıları kullanmak suretiyle başka bir konuyla ilgili yeni bir yapı tanımakta ve kullanabilmektedir (Yeşildere, 2006: 169). Bu bilgiyi dikkate aldığımızda Tugay'ın iki boyutlu örnek uzayını bir boyutlu uzayla ilgili yapıları kullanmak suretiyle doğru bir şekilde algıladığı söylenebilir. Daha ileri giderek iki boyutlu örnek uzayla ilk defa karşılaşmasına karşın yeni yapının doğru bir şekilde oluşturulduğu görülmektedir (9T, 11T, 13T). Oluşturduğu bu yapıyı iki boyutlu örnek uzaydaki bir olayın olası çıktılarını belirlerken ve iki boyutlu örnek uzayında bir olayın olma olasılığını hesaplarken tanıyıp kullanmıştır (11T, 13T, 21T). Ece çalışmanın başından itibaren biraz çekingen bir şekilde etkinliğe yaklaşmış ve Tugay'ın yaptıklarını anlamaya çalışmıştır. Bu nedenle Ece'nin henüz iki boyutlu örnek uzayı doğru bir şekilde oluşturmaya başladığının bir göstergesi yoktur. Ece, Tugay'ın yaptıklarını dikkatli bir şekilde izleyerek iki boyutlu örnek uzayı anlamaya çalışmıştır (14E). Öğrencilerin oluşturduğu yapıların kırılgan yapısını (Monaghan ve Özmantar, 2006) gidermek için oluşturulmuş bulunan yapıyı pekiştirmek amacıyla öğrencilere problemin b şıkkı yöneltilmiştir.

b) Oyunun kuralını değiştirdiğimizi düşünün. Eğer ilk kart 4' ten büyük, ikinci kart 3 ve 3'den küçük olursa Oğuz, aksi durumlarda Oktay kazanıyor. Sizce bu oyun adil midir? Açıklayınız.

27T. 4-1, 4-2, 4-3, 4-5,
28E. 4 den büyük ama 4 dahil olur mu?
29T. Doğru ya 5 ile 6 olacak.
30E. 5-1, 5-2, 5-3, 5-4..
31T. 5-4 olmaz.
32E. Ama niye?
33T. İkinci kart 3 den küçük olacak.
34E. Hımmm tamam.
35T. Ondan sonra 6-1, 6-2, 6-3

36A. Bu durumda kim kazanıyor?
37T. Oğuz. Aksi durumlar 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 2-1, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6
38E. 3-1, 3-2, 3-4, 3-5, 3-6, 4-1, 4-2, 4-3, 4-5, 4-6
39T. 5-4, 5-6, 6-4, 6-5.
40A: Kaç tane oldu?
41T. Onlarda Oktay kazanıyor. 1,2,3,4,5,6 6 durumda Oğuz kazanıyor. 1, 2 ,3 … … … . . 21, 22, 23, 24. O zaman Oğuz'un kazanma şansı 6/30, Oktay'ınki 24/30
42A. Adil midir?
43T. Değildir.

Bu diyaloglardan Ece'nin iki boyutlu örnek uzayı doğru şekilde algıladığını ve oluşturduğu yapıyı istenilen olayın olası çıktılarını bulurken kullandığı görülmektedir (30E, 38E). Tugay' ın ise oluşturduğu yapıları pekiştirdiği görülmektedir (31T, 35T, 37T, 41T).

Daha sonra araştırmacı öğrencilere ikinci problemin yer aldığı çalışma kağıdını vererek soruyu cevaplamalarını istemiştir.

2- Oğuz ile Oktay bu kez çektikleri ilk kartı tekrar torbanın içine atarak oyunu oynamaya karar veriyorlar. Bu durumda da ilk çekilen kart çift, ikinci çekilen kart tek olursa Oğuz; aksi durumlarda Oktay kazanıyor.

a) Bu durumda oyun adil bir oyun olur mu? Açıklayınız.

45T. İlk kart çift ikinci tek olursa…….
46A. Şimdi birinci soru ile bunun arasında ne fark var?
47T. Bunda çektikleri şeyi tekrar torbaya atıyorlar.
48A. Peki, atılınca ne olur ne değişir?
49E. 2-2 gelebilir bu kez.
50T. İki sayı da gelebilir. 2-1 olur, 2-3 olur, 2-5 olur, 3-1 olur, 3-3 olur, 3-5 olur, aaaa ilk kart 3 olamaz. 4-1 olur, 4-3 olur, 4-5, ………………6-1, 6-3, 6-5 bu durumlarda Oğuz kazanır. Hımmm …
51E. Oktay 1-1, 1-2, 1-3,1-4, 1-5, 1-6, 2-2, 2-4, 2-6 da kazanır, 3-1 de kazanır, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6, 4-2, 4-4, 4-6, 5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-5, 5-6, 6-2, 6-4, 6-6 da kazanır. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 Oğuz kazanır.
52T. Kaç tane oldu. (Sayıyor) 27. 9/36, 27/36.
53A. Adil oldu mu?
54E. Hayır.
55T. Bunda da yine çekilen kart tekrar torbaya atılıyor mu?
56A. Evet. Yukarıdaki gibi kuralımız.
57T. O zaman 5-1, 5-2, 5-3, 6-1, 6-2, 6-3 bunlar Oğuz………………………….. 1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 2-1, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6, 4-1, 4-2, 4-3, 4-4, 4-5, 4-6, 5-………….4, 5-5, 5-6, 6-4, 6-5, 6-6 bunlar da Oktay'ın. Yazdıkları durumları saymaya başlıyor. 36 da 6, 36 da 30
58A. Adil oldu mu?
59T. Hayır.

Bu aşamadaki diyaloglardan Tugay ve Ece'nin çekilen kartın tekrar torbaya atıldığında örnek uzayda oluşan artışın farkında oldukları görülmektedir (49E, 50T). Öğrenciler önceki soruda oluşturdukları yapıları kullanarak, geciktirmeden soruyu cevaplamışlardır. Öğrencilerin hemen Oğuz ve Oktay'ın kazanma durumlarını ikililer şeklinde yazarak kazanma olasılıklarını hesaplamaları onların tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirdiğinin birer kanıtıdır (50T, 51E, 52T). Öğrencilerin hızlı ve doğru bir şekilde bu işlemleri gerçekleştirmeleri onların önceki yapıyı pekiştirdiklerinin bir göstergesidir. Öğrenciler b şıkkındaki problemi dikkatli bir şekilde okumadan ikilileri yazmaya yönelmişlerdir. Bu davranış öğrencilerin örnek uzay ile ilgili yapıları pekiştirdiğini işaret etmiştir.

Araştırmacı üçüncü problemin yazılı olduğu çalışma yaprağını öğrencilere vermiş ve a şıkkını yüksek sesle okumalarını istemiştir. Bu problemdeki amaç öğrencilerin belirsiz bir durumu ortadan kaldırmak için yeni bir yapıya ihtiyaç olduğunu hissettirmek ve böylece yeni bir soyutlama süreci başlatmaktır.

3-a) **Aynı kurallar olsaydı ama sayılarımız bu kez 1' den 60' a kadar olan sayılardan oluşsaydı 1a ve 2a daki oyunları Oğuz' un kazanma olasılığı ne olurdu? Nasıl hesaplardınız?**

Sessizlik oluyor.
63A. Bir fikriniz var mı? Mesela önceki sorular gibi yapsak olmaz mı?
64T. Çok uzun sürer.
65A. Çok uzun mu sürer? Ne yapacağız peki böyle olursa?
66T. İçindeki çift sayıları buluruz. 30 tane çift vardır. 30 tane de tek vardır. 30 tane çift 30 tane tek
67A. Peki bunların arasında ilk kartın çift, ikinci kartın tek olduğu durum kaç tane?
68T. İlk kart çift olduğu……Nasıl yapacağız ki?
69A. Sen ne dersin Ece?
70E. Bilmem. Bir şey gelmiyor aklıma.

Yukarıdaki diyaloglardan anlaşılacağı gibi Tugay ve Ece bu problemin çözümüne ulaşamamışlardır. Bu durum üzerine araştırmacı öğrencileri diğer şıklardaki soruları çözmeye yönlendirmiştir. Öğrenciler buradaki soruları hızlı ve doğru bir şekilde cevaplayabilmişlerdir.

b) **1a şıkkındaki soruyu düşünün. İlk kartın çift sayı gelme olasılığı kaçtır? İlk kart çekildikten sonra tekrar torbaya atılmıyor. Bu durumda ikinci kartın tek olma olasılığı nedir?**

72T. İlk kartın çift sayı gelme olasılığı 6 da 3 dür.
73E. O zaman ikinci kartın tek olması bir gitti 5 tane var. 5 de 3 olur o zaman.
…………………………………………………………………………………………

75T. İlk kartın 4 den büyük olması gerek 6 tane kart var 6 dan 4 ü çıkardığımızda 2 kart kalır. 5 ile 6 o zaman 6 da 2 dır işte. İkinci kartın 3 ve 3 den küçük olma olasılığı 5 de 3 olur yine.

……………………………………………………………………………………………….

79T. İlk kartın çift gelme olasılığı 6 da 3 dür. İkinci kartın tek olma olasılığı bu sefer tekrar atıldığı için 6 da 3 olur.

………………………………………………………………………………………………

81E. İlk kartın 4 den büyük olma olasılığı kaçtır 6 da 2 dir. İlk kart çekildikten sonra torbaya atılıyor. 3 ve 3 den küçük olma olasılığı tekrar atıldığı için 3 ve 3 de 6 da 3 olur.

Tugay ve Ece daha önceden oluşturdukları tek boyutlu örnek uzayında bir olayın olasılığı hesaplama bilgisini burada tanıyıp doğru bir şekilde kullanmışlardır (72T, 73E, 75T, 79T, 81E). Bu hareketleriyle aynı zamanda bu yapının pekiştirilmesi sağlanmıştır.

Etkinlikte yer alan üçüncü sorunun f şıkkında iki boyutlu örnek uzayında bir olayın olma olasılığını olayların olasılıklarının çarpımı şeklinde bulabilecekleri bilgisini oluşturmak üzere hazırlanmıştır. Birinci ve ikinci sorulara verdikleri cevaplarla üçüncü soruya verdikleri cevapları karşılaştırarak arasındaki ilişki keşfettirilmeye çalışılmıştır.

f) 3b ve 3c şıkkında sorulara verdiğiniz cevaplar ile Oğuz'un oyunu kazanma olasılığı arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

83T. 3b ve 3c şıkkındaki
84A. Şu soru yani şuraya verdiğiniz cevapları düşünün. Şimdi 1a da Oğuz'un oyunu kazanma olasılığını ne bulmuştunuz?
85T. 9/30
86A. Tamam. Şimdi 3b verdiniz cevaplar ile 9/30 arasında bir ilişki var mı?
87T. Evet.
88A. Nasıl bir ilişki var?
89T. 3/6 ile 3/5 ile Oğuz'u kazanma olasılığı bunları çarparsak 5 ile 6 30, 3 kere 3 de 9 yapar. 9/30 yapar.
90A. Peki, c şıkkı için ne düşünürsünüz?
91T: 6/30 du Oğuz'un kazanma olasılığı. Burada da yukarıdaki gibi 2/6 ile 3/5 çarparsak Oğuz'un kazanma olasılığını buluruz.
92A. Tamam. Ece sen ne dersin d şıkkı için?
93E. Yine aynı şey ilk kartın çift gelme olasılığı 3/6, ikinci kartın da tek gelme olasılığı 3/6 bunları çarptığımızda 9/36 yapar.
94A: Tamam. Son olarak e şıkkına bakın.
95T. 2b daki Oğuz'un kazanma olasılığı 6/36 ydı. 2/6 çarpı 3/6 eşitti 6/36 dır.
96A. Tamam bulduğunuz ilişkiyi yazar mısın buraya?
97T. Bir dakika şimdi (nasıl ifade edeceğini düşünüyor). İlk kartın çift gelme olasılığı ile ikinci kartın tek gelme olasılığını çarparsak Oğuz'un oyunu kazanma şansını buluruz.

Yukarıdaki diyaloglardan Tugay'ın istenilen bilgiyi tek boyutlu örnek uzayındaki bir olayın olma olasılığını belirleyerek (tanıyarak) ve bu olasılıkları çarpıp (kullanarak) iki boyutlu örnek uzayındaki bir olayın olma olasılığını hesaplayabildiği görülmektedir (89T, 91T, 95T). Ayrıca bulduğu ilişkiyi sözel olarak da ifade etmesi bu bilginin oluşturulduğunun bir göstergesi olarak ele alınabilir (97T). Ece ise bu işlemler sırasında genel olarak sessiz kalmıştır. Ama araştırmacının sorduğu soru üzerine Tugay'ın ortaya koyduğu ilişkiyi anladığını belirtmiştir (93E). Ancak yeni yapının oluşup oluşmadığı noktası hala net değildir. Araştırmacı, oluşturdukları yapının pekiştirilmesi için 3a daki problemi yeniden cevaplamalarını istemiştir.

99T: Gene sayılar içine atılıyor mu?
100A. Atılmasın
101T. Tamam. 60 da 30 dur çift gelme olasılığı. Tek gelme olasılığıııııı… bir tane kart gitti 59 da 30 olur o zaman. Bunları çarparsak 30/60 çarpı 30/59 sadeleştirdiğimizde 30/118 olacaktır.

Tugay'ın "Gene sayılar içine atılıyor mu? (99T)" ifadesi çekilen kartın torbaya atılıp atılmamasının istenilen olasılığı değiştireceği düşüncesinin oluştuğunun bir işareti olarak kabul edilebilir. Tugay'ın yaptığı işlemler iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını olayların olasılıklarının çarpımı şeklinde bulabilecekleri bilgisini oluşturduğunu göstermektedir. Bu aşamadaki Ece'nin sessizliği istenilen yapının oluşup oluşmadığı hakkında bir fikir sahibi olmamız için yeterli olmamıştır.

Dördüncü problemde öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda yaptıkları işlemlerde yer alan benzerlik ve farklılıkları göz önüne alarak gruplandırmaları ve bu gruplara isim vermeleri istenmiştir.

4- a) Birinci ve ikinci soruları dikkate aldığınızda bu iki sorudaki olaylar arasında ne tür bir fark vardır?

102A. Şimdi gelelim dördüncü soruya. Şimdi birinci ikinci soruyu da göz önüne alın. Birinci ve ikinci soruyu ele alırsak ne tür bir benzerlik ve farklılık var?
103T. Birinci ikinci soru arasındaki farklılık…..Birinde çektiği kartı torbaya atmıyor. Birinde çektiği kartı torbaya atıyor.
104A. Peki, atıp atmaması neyi değiştirir?
105T. Kazanma olasılığını.
106A. Nasıl değiştiriyor?

107T. E…bunda attığımız zaman 9/36 Oğuz'un kazanma olasılığı, Oktay'ın kazanma olasılığı 27/36 olur. Bu torbaya attıklarında. Torbaya atmadıklarında Oğuz'un 9/30, Oktay'ın 21/30 olur.
108A. Şunu düşünün bir de? (3. soruyu göstererek) İlk kartın çift sayı olma olasılığı kaçtı?
109T. 3/6.
110A. Atıldığı zaman ikinci kartın tek gelme olasılığı kaçtır?
111T. 3/6.
112A. Peki, şurada atılmadığı zaman nedir?
113T. 3 bölü 5.
114A. Peki ne değişmiş oldu?
115T. Kazanma şansı burada (kartın torbaya atıldığı durumu gösteriyor) daha az.
116A. Yani biz ilk kartı torbaya atmazsak neyi değiştirmiş oluyoruz?
117T. İkinci kartın tek olma olasılığını değiştiriyoruz.

Aşağıdaki diyalog yaptıkları işlemleri göz önüne alarak olayların adlandırılması ile ilgili tartışmaları göstermektedir.

118A. Peki şimdi şu ana kadar yaptığınız soruları düşünerek bu olaylara bir isim vermenizi istesem ne dersiniz?
119T. Birisinde seçilmeler birbirine bağlı iken, birinde bağlı değil.
120A. Yani genel olarak ne diyebilirsin? Nasıl olaylar dersin?
121T. Birbirine bağlı ve birbirine bağlı değil.
122A . Tamam oraya yazar mısın?
123T. Birbirine bağlı veya birbirine bağlı değil.
124A. Bu olaylarda hangisi birbirine bağlıdır?
125T. E….Birbirine bağlı olanlar torbaya atmadıklarımız. …. Birbirine bağlı olmayanlar seçip tekrar torbaya atmasıdır.

Bu diyaloglardan anlaşılacağı gibi Tugay'ın bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını olasılığın birbirine bağlı olaylar ve birbirine bağlı olmayan olaylar olarak isimlendirmiştir (121T). Bu şekilde isimlendirmesi ve "Birbirine bağlı olanlar torbaya atmadıklarımız…. Birbirine bağlı olmayanlar seçip tekrar torbaya atmasıdır (123T)" ifadesi bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının temel özelliğinin farkında olduğunun, yeni bir yapı oluşturduğunu göstermektedir. Bu şekilde oluşan yapıların kırılgan yapısını (Monaghan ve Özmantar, 2006) gidermek için oluşturulmuş bulunan yapıyı pekiştirmek amacıyla öğrencilere yapının kullanımını gerektiren beşinci ve altıncı problemler yöneltilmiştir.

5- Ercan öğretmen yaptığı bilgi yarışmasında başarılı olan Ömer ve Dilek adlı iki öğrencisine MP3 çalar, flaş bellek, fotoğraf makinesi, bisiklet hediye etmek istiyor. Ancak hangi öğrencisine hangi hediyeyi vereceğine bir türlü karar veremiyor. Bunun için çekiliş yapmaya karar veriyor.

Çekiliş için hediyelerin adlarını eş büyüklükteki kartlara yazarak bir torbaya atıyor. Buna göre;

a) Her ikisinin de aynı hediyeyi kazanabilecekleri bir çekiliş düzenleyiniz. Bu durumda her ikisinin MP3 çalar kazanma olasılığı nedir?

127T. Çektikleri kartı bir daha atmaları lazım.
128A. O durumda tekrardan aynı hediyeyi kazanabilir mi?
129T. Atarlarsa kazanabilirler. Yani çektikleri kartı tekrar torbaya atmaları gerekir.
130A. Bu durumda ikisinin de MP3 kazanma olasılığını nasıl hesaplayacağız peki?
131T. Bir, iki, üç, dört. Dört tane hediye var. Birincisinin MP3 kazanma şansı 4 de 1. Öbürü tekrar torbaya attığı için yine 4 de 1 olur. ¼ ie ¼ çarptığımızda 16 da 1 olur.
132A: b şıkkına geçelim. Ece Ömer'in flaş bellek kazanma olasılığı nedir?
133E. 4 de birdir.
134A. Peki, torbanın içine tekrar atıyoruz Dilek'in fotoğraf makinesi kazanma olasılığı nedir?
135E. 4 de bir.
136A. Peki, Ömer'in flaş bellek, Dilek'in fotoğraf makinesi kazanma olasılığı nedir?
137T. ¼ ile ¼ çarparız 1/16 olur.
……………………………………………………………………………….
139T. Ömer yine 4 de 1 olacak. Tekrar torbaya atılıyor ¼ Dilek'in kazanma olasılığıdır. İkisinin de kazanma olasılığı yine 1/16 olur.

d) Ercan öğretmen öğrencilerinin farklı hediyeler almasını garantilemek için nasıl bir çekiliş düzenlemelidir? Bu durumu göz önüne aldığınızda Ömer' in bisiklet, Dilek'in flaş bellek kazanma olasılığı nedir?

141T. Aldığı kartı torbaya atmaması gerekir. Bu durumda Ömer'in bisiklet kazanma şansı ¼. Dilek'in flaş bellek kazanma şansı 3 tane var 1/3 olur. Birinin bisiklet diğerinin flaş bellek kazanma şansı 1/12 olur.

6- Ümit ile Meral kuzendir. Her ikisi de Bursa'da yaşamaktadır ama farklı okullara gitmektedirler. Hem Ümit hem de Meral okullarındaki gezi kulüplerine üyedir. Bursa'daki bütün okullardaki gezi kulüpleri bir araya gelip Çanakkale'ye bir gezi düzenlemek istemektedir. Bunun için her okuldaki gezi kulüplerinden bir temsilci seçilip bir organizasyon komitesi oluşturulacaktır.

Ümit ile Meral bu organizasyon komitesinde yer almak istiyorlar. Ümit'lerin gezi kulübünde beş öğrenci vardır. Meral'lerin gezi kulübünde ise üç öğrenci vardır. Her iki okuldaki kulüpler temsilciyi rastgele bir yöntemle seçmek istiyorlar.

a) Hem Ümit'in hem de Meral'in organizasyon komitesine seçilme olasılığı nedir? Nasıl bulursunuz?

143T. Hımmm. Şimdi şu sorularda yaptığımız gibi Ümit'in ve Meral'in seçilme olasılığını buluruz. Sonra da birbiriyle çarparız.
144A. Peki, Ümit'in seçilme olasılığı kaçtır?
145T. Ümit'in 1/5, Meral'ın de 1/3 olur. Her ikisinin seçilmesi 1/5 çarpı 1/3 eşittir 1/15 olur.
…………………………………………………………………………………………

147T. Seçilmeme olasılığı nedir? Hımmmm…1/5 Ümit'in seçilme olasılığı, Meral'ın seçilmeme olasılığı 2/3 dür. Çarparız 1/3 çarpı 1/5 Ümit'in seçilip Meral'in seçilmeme olasılığı 2/15 olur o zaman.
……………………………………………………………………………………………
149T. Ümit'in seçilmeme olasılığı 4/5 olur. Meral'in seçilme olasılığı 3 de 1. Bunları çarparsak 4/15 olur. Her ikisinin organizasyon komitesine seçilememe olasılığı. Ümit'in 4/5 dir. 2/3 de Meral'in seçilememe olasılığı. Bunları çarparsak 4/5 çarpı 2/3 eşittir 8/15 dir.
…………………………………………………

Bu diyaloglardan Tugay'ın oluşturduğu yeni yapıları pekiştirdiği söylenebilir (141T, 145T, 147T, 149T). Ancak Ece'nin sessiz ve çekingen olması hangi yapıların oluştuğunu ve pekiştirildiğinin belirlenememesine yol açmıştır. Bu öğrenciler çalışmayı diğer çiftlere göre daha kısa sürede tamamlamışlardır. Bunun nedeni Ece'nin çekingen kalarak Tugay ile bir etkileşime girmemesi olabilir. Bunun üzerine araştırmacı öğrencilerin bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının oluşturup oluşturmadıklarını anlamak için yeni sorular yöneltmiştir.

150A. Peki, bir elimde zar bir elimde de para var. Aynı anda zarı ve parayı atıyorum. Paranın tura gelmesi, zarında 3 gelmesi birbirine bağlı olaylar mıdır?
151T. Değildir.
152A. Niye?
153T. Birbirini etkilemiyor. Ümit ile Meral de olduğu gibi.
……………………………………………………………………………………
160A. Peki, birbirine bağlı olaylar ile bağlı olmayan olayları öğrendiniz. Bu konuyu bilmeyen bir arkadaşınıza nasıl anlatırsınız?
161T. Birbirine bağlı olaylarda diyelim ki işte bir torba var. İçinde 10 den 20 ye kadar sayılar olsun. Bundan birini çektin diyelim ki 15 geldi. Bunu tekrar torbaya atmadığın zaman birbirine bağlı olur. Çünkü diğeri için 9 sayı kalır geri. Birbirine bağlı olmayanlarda işte zar ile para veya iki okuldaki öğrenciler.
162A. Peki, bu olayların olasılığını nasıl hesaplarız diye sorarlarsa ne cevap verirsin?
163T. İşte ne istiyorsak onun olasılığı ile öbürünün ne istiyorsak gelme olasılığını çarparak bunların olasılığını buluruz.
164A. Şimdi mesela Ümit ile Meral komiteye seçilme olayı hakkında ne söylersiniz?
165T. Bunlar da ikinci olay ilk olay farklı okullar olduğu için birbirini etkilemez.
166A. Peki, Ercan öğretmen sorusunda a şıkkını düşünün.
167T. Burada da birbirini etkilemiyor. Geri attığımız için şanslar eşit. İkisini de 4 kart içinden seçecek.
168A. Peki, aynı sorunun d şıkkını düşünün.
169T. Bunda etkiler. Çünkü bir kart gidiyor. Üç kart kalıyor. Bunlardan birini seçecek. Ama birincisinde 4 kart vardı. Eğer almasaydı ¼ olurdu.
…………………………………………………………………………………………

Bu diyaloglardan Tugay'ın bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının ve bu olayların olasılıklarını hesaplama ile ilgili bilgi yapısını oluşturduğu söylenebilir (161T, 163T, 167T, 169T). Tugay'ın sorulara verdiği açık ve net cevaplar, farklı bağlamlarda yeni oluşturduğu yapıları tanıyıp kullanması bu yapıların pekiştirildiğinin bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

3.1.4 Rengin ve Didem'in Bağımlı ve Bağımsız Olay Kavramlarını Oluşturma Süreci

Aynı etkinliğin gerçekleştirildiği dördüncü grupta Rengin ve Didem yer almaktadır. Rengin ve Didem sıra arkadaşlarıdır ve her ikisi de orta düzeyde başarılıdır. Her ikisinin de altıncı sınıf matematik dersi karne notu dörttür. Rengin' in SBS puanı 412, Didem' in ise 403 dür. Her ikisinin de matematik öğrenmeye karşı motivasyonu ve matematiğe karşı tutumları orta düzeydedir. Bu öğrencilerle gerçekleştirilen ilk görüşme yaklaşık olarak 75 dakika sürmüştür. Rengin ve Didem ile birlikte yürütülen bağımlı ve bağımsız olay kavramları bilgisini oluşturma süreci tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (R: Rengin, D: Didem, A: Araştırmacı).

Araştırmacı etkinliğin ilk problemi içeren birinci kağıdı öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. Rengin problemi sesli okumuş ve Didem dikkatle dinlemiştir. Problemin anlaşılmadığını anlayan araştırmacı önceden hazırladığı kartları ve torbayı öğrencilere vererek oyunu oynamalarını sağlamıştır. Araştırmacı birkaç denemeden sonra oyunun adil olup olmadığını soruyor.

ETKİNLİK: Hangisi daha şanslı?

1- Oğuz ile Oktay 1' den 6' ya kadar rakamları aynı büyüklükteki kağıtlara yazıp bir torbanın içine atıyor. Sonra bir oyun oynamaya karar veriyorlar. Torbadan ard arda iki kart çekiyorlar (birinci çekilen kart tekrar torbaya atılmıyor) . Eğer ilk kart çift sayı, ikinci kart tek sayı ise Oğuz; aksi durumlarda Oktay oyunu kazanıyor.

a) Sizce bu oyun adil bir oyun mudur? Cevabınızı açıklayınız.

9A. Peki, bu oyun adil bir oyun mudur?
10R. Hayır.
11D. Hayır. Bence de değil.
12A. Niye adil değil?
13D. Çünkü Oğuz'un kazanma olasılığı daha düşük.
14R. Evet bence de daha düşük.

Bu diyaloglardan Didem'in adillik kavramını doğru bir şekilde olasılık kavramıyla ilişkilendiği görülmektedir (13D). Bu durum ise Didem'in olasılıkla ilgili önceki yapılarını tanıdığını göstermektedir. Oyunun adil olup olmadığının belirlenmesi için öğrenciler Oğuz'un oyunu kazanma olasılığını bulma ihtiyacı hissetmişlerdir.

15A. Peki, Oğuz'un kazanma olasılığı nedir? Nasıl hesaplarsınız? Düşük dediniz mesela kaç?
16D. İlk kart çift ikincisi tek….ama…..
17R. Yanı üç çift üç tek var aslında.
18A: Oğuz'un kazanabileceği durumlar nelerdir mesela?
19R. Mesela ilki 2 olursa ikincisi 1 olabilir.
20A. Başka ne olabilir?
21R. 4 ile 3 olabilir. 6 ile 5 olabilir.
22D. Başka da olmaz. (sessizlik oluyor)
23A. Mesela ilk kart 2 olduğunda ikinci kart sadece 1 mi olur?
24D: 2 ile 3 olabilir.
25R. 2 ile 3, 2 ile 5 olur.
26D. Ama o zamanda Oktay'ın kazanma olasılığı biraz güç oluyor.
27R. 4 ile 5 yapabilirsin.
28D. 4 ile 5
29R. 6 ile 3 olur.
30D. 4 ile 1 de yapabiliriz.
31R. 6 ile 1 olabilir.
32D. 5 ile 1 olabilir mi?
33R. Ama hayır ilk kart çift olacak.
34D. Başka kalmadı galiba.
35R. Evet bu durumlarda Oğuz kazanıyor.

Araştırmacının sorusundan sonra Didem ve Rengin Oğuz'un kazandığı durumları bulmaya başlamışlardır. Doğru bir şekilde yazdıkları ikililerden öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayını doğru bir şekilde algıladıkları söylenebilir (19R, 21R). Ancak sadece 3 tane olası durum yazdıktan sonra duraksamaları iki boyutlu örnek uzayda istenilen olası çıktıları belirleme bilgisinin daha oluşmadığının bir göstergesi olabilir (22D). Araştırmacının yönlendirmesi ile istenilen olası durumların hepsini yazabilmişlerdir.

36A Peki, bu durumda oyunumuz adil midir? Karar verebilir miyiz şimdi?
37R. Oktay'ın kazandığı durumları belirlemeliyiz bence. Oktay'ın kazandığı mesela 1 ile 3 olabilir.
38D. Nasıl yani?
39R. Yani ya tek-tek ya da çift-çift çıkacak.
40D. Hımmm. O zaman 2 ile 4 olabilir.
41R. 6 ile 4 başka

42D. 1 ile 5
43R. 5 ile 4
44D. 5 ile 4 olur mu? Yukarıda 5 ile 4 yazdık (4,5 ikilisini gösteriyor). 5 ile 3 olur.
45R. 6 ile 2
46D. 2 ile 6
47R. Onu yazdım.
48D. Bu kadar herhalde
49R. Yok daha vardır da (Gülüyorlar sessizlik oluyor birbirine bakıyorlar)

Öğrenciler oyunun adilliği konusunda karar vermek için Oktay'ın kazandığı durumların da belirlenmesi gerektiğini düşünmeleri adillik kavramının doğru olarak algılandığını göstermektedir (37R). Ancak yine istenilen ikilileri eksik yazmışlardır. Öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayındaki tüm olası durumları doğru olarak algılamadıkları ve istenilen olayın çıktılarını bulmada zorlandıkları görülmektedir. Bunun üzerine araştırmacı yönlendirici sorular yöneltmiştir.

50A. Şimdi biraz karışık gittiniz. Bence daha sistematik gitmelisiniz. Bunun için nasıl bir yol izlemeniz gerekiyor? Mesela ilk kartın 1 olduğu hangi durumlarda Oktay kazanır? 1 ile 2 de Oktay kazanır mı?
51R. Hayır.
52A. Niye peki?
53R. Çünkü Oktay'ın kazanabilmesi için ya tek tek olacak ya da çift çift olması gerekiyor.
54A. Peki kuralımızı yeniden okuyun.
55D: Hımmm. İlki tek ikincisi çift olduğu zaman da olur yani 1 ile 2 geldiğinde Oktay kazanır.
56R. Tamam tamam 1-6 da olur. 2-6 da olur şimdi 3-1 de olur.
57D. 4-6 da olur.
58R. 5 ile 1, 3 ile 5.
59D. Başka yok herhalde.
60R. 3 ile 2, 3 ile 3 olmaz.
61A. Niye?
62R. Çünkü çektiğimiz kart geri koymuyoruz.
63D. 3 ile 6, 3 ile 4 olur. Şimdi 4 ler geldik. Ama 4 olursa Oğuz kazanmaz mı?
64R. Yanına tek koyamayız. Çift koyabiliriz. 4-2 olur mesela.
65D. 4 ile 6 yaptık, 4 ile 2 yaptık. Dörtler bu kadar. 6 ile 4 yaptık, 6 ile 2 yaptık.
66R. 5 ile 3 olabilir yazmışız onu.
67D. 5 ile tek de yapabiliriz çiftte yapabiliriz. 5-3 yaptık, 5 ile 1 yaptık
68R. 5 ile 2 yapabiliriz.
69D. Tamam.
70R. 5 ile 6 olur.
71D. 5 ile 6, 5 ile 4 de olur.
72R. Tamam.
73D. 6 ile sadece çift yapmalıyız. Tek yaparsak Oğuz kazanır.
74R. 6 ile 1 yapamaz mıyız?

75D. Yapamayız. Çünkü Oğuz kazanır.
76R. Evet yapmamalıyız. Tamam, bu kadar herhalde.
77D. 1 ile 6 yaptık mı?
78R. Aaaa evet 1 ile 6 yok.

Öğrencilerin sistematik bir yol izlememeleri istenilen ikilileri bulmada zorlanmalarına neden olmuştur. Ama öğrenciler birbirlerini yönlendirerek zorda olsa bütün ikilileri yazmışlardır. Didem ve Rengin istenilen olası durumları belirlerken iki boyutlu örnek uzayı doğru olarak algıladıkları söylenebilir (55D, 56R, 60R, 71D). Ancak ikisinin de iki boyuttu örnek uzayda istenilen olayın olası durumları belirleme bilgisini henüz oluşturamadıkları görülmektedir.

79A. Peki, bu durumda oyunu Oğuz'un kazanma şansı nedir? Ya da Oktay'ın kazanma şansı nedir?
80R. Şimdi 21 tane Oktay'ın kazandığı durum var. 9 tane de Oğuz' un kazanma durumu var. O zaman 9/21 olacak.
81D. O zaman Oktay'ın kazanma olasılığı da 21/21 mı olacak?
82R. Dur bir dakika….. Toplamamız lazım 21/21 kesin olay oldu. 21/30 olacak. Öbürü de 9/30 olur o zaman.
83A: Peki, bu duruma göre bizim oyunumuz adil midir?
84R. Hayır.
85D. Hayır.

Yukarıdaki diyaloglardan Rengin ve Didem'in önceden oluşturdukları yapıyı yanlış olarak kullandıkları görülmektedir (80R, 81D). Ancak Rengin' in kesin olay ile ilgili var olan yapısı ile yaptıkları işlemlerin çelişmesi sonucunda olasılığı doğru olarak hesaplayabilmişlerdir (82R). Burada Rengin' in kesin olay ile bilgisinin pekiştiğini ve bu bilgi sayesinde iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığı hesaplanırken olayın çıktı sayısının bütün olası durumların sayısına oranlayarak bulunacağı düşüncesine ulaştıkları söylenebilir.

Araştırmacı öğrencilere birinci problemin b şıkkını yöneltmiştir.

b) Oyunun kuralını değiştirdiğimizi düşünün. Eğer ilk kart 4' ten büyük, ikinci kart 3 ve 3'den küçük olursa Oğuz, aksi durumlarda Oktay kazanıyor. Sizce bu oyun adil midir? Açıklayınız.

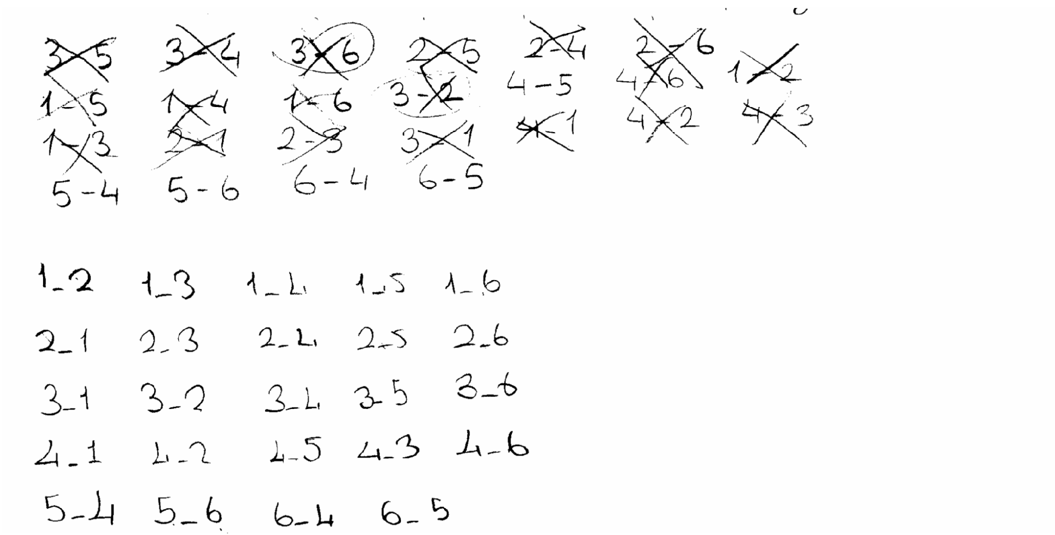
87D. İlk kart 4 den büyük…bu sefer de …
88R. Onları da yazalım o zaman
89D. Tamam.
90R. İlk kart dörtten büyük 5 ile başlayalım o zaman 5 ile 3 olur.

91D. 6 ile 2 olabilir.
92R. Yok yok 5 ile devam edelim sonra karışıyor. 5 ile 2 yazalım. 5 ile 1 tamam. 6 lara geldi sıra 6 ile 3, aslında hepsi aynı gidiyor 6 ile 2, 6 ile 1 tamam.
93A. Bunlar kimin kazandığı durumlar?
94D. Oğuz'un.

Didem ve Rengin Oğuz'un kazandığı durumları hızlı ve doğru bir şekilde yazabilmişlerdir. Buradan öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayında istenilen olayın çıktılarını bulma bilgisini oluşturduğu söylenebilir. Ancak bu diyalogların devamında Oktay'ın kazandığı durumları belirlerken oldukça zorlanmaları bu yapının kırılgan olduğunu göstermiştir.

95R. Tamam. Aksi durumlarda Oktay kazanıyor. 4 den küçük 3 den büyük olursa.
96D. Tam tersi mi olacak?
97R. Hı hı… Tamam işte yani mesela 3 ile 5 gibi. 3 ile 4 olabilir.
98D. 3 ile 4 olabilir mi?
99R. 3 ve 3 den büyük olacak.
100D. 3 ile 5 olur
101R. Onu yazdık 3 ile 6 olacak tamam. Şimdi 2 ye geçelim.
102D. Bir dakika tam tersi mi olacaktı?
103R. Hı hı. 4 den büyük yerine 4 den küçük yapıyorum.
104D. 4 ve 4 den küçük olması lazım 4 ü yaptık mı?
105R. 4 değil sadece 4 den olacak.
106D. HI tamam.
107R. Tamam 2 ile 5, 2 ile 4, 2 ile 6. 1 kaldı. Bu da aynı şekilde olmuyor mu?
108D. 3 dahil mi burada?
109R: 3 ve 3' den küçük olacak bu Oğuz için. Biz şimdi Oktay için yaptığımızdan 3 ve 3'den büyük olması gerekiyor.
…………………………………………………………….
152A. Peki, bütün durumları yazdığınıza nasıl emin oldunuz?
153D. Keşke karışık yazmasaydık çok karışık yazmışız.
154R. Şimdi bence baştan birlerden başlayalım. 1 ile 2 yazmışız. 1 ile 4, 1 ile 5.
155D. 1 ile 6 da var.
156R. 1 ile 3 yazdık mı?
157D. O da var. Bir işaret koysak karışacak tekrardan.
158A. İsterseniz aşağıya yazın.
159D: 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6 tamam ikiler; 2 ile 1, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6
160R. Üçlere geçtik.
161D. Bir dakika. 3-1, 3-2 de olur.
162R. 3-2 var mı? Yazmadık mı? Tamam var.
163D. 3-2, 3-3 olamaz zaten, 3-4, 3-5, 3-6 olmaz mı?
164R. 3-6 yazdık mı?
165D. 3 ile 6 var burada.
166R. Dörtlere geçeceğiz.
…………………………………………………………..
188A. Peki şimdi bu durumda kim daha şanslı?
189D: Toplam 30 tane durum var yine.

190R. Oktay'ın 30 da 6, Oğuz'un 24/30 oluyor.
191A. Adil bir oyun mudur?
192D. Hayır.



Şekil 6: Rengin ve Didem'in bağımlı-bağımsız olay çalışmasına ait verileri

Öğrenciler güçlükle de olsa Oktay'ın kazandığı durumları doğru bir şekilde yazarak Oktay ve Oğuz'un oyunu kazanma olasılıklarını belirleyebilmişlerdir. Bu aşamada öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını hesaplama bilgisini oluşturdukları söylenebilir (190R). Ancak hala iki boyutlu örnek uzayında istenilen olayın çıktılarını belirleme ve iki boyutlu örnek uzaydaki bütün olası durumları belirleme bilgisinin oluşturulmadığı görülmektedir.

Öğrenciler etkinliğin ikinci problemine geçmiş ve hızlı bir şekilde bu problemi okuyarak çözmeye başlamışlardır.

2- Oğuz ile Oktay bu kez çektikleri ilk kartı tekrar torbanın içine atarak oyunu oynamaya karar veriyorlar. Bu durumda da ilk çekilen kart çift, ikinci çekilen kart tek olursa Oğuz; aksi durumlarda Oktay kazanıyor.

a) Bu durumda oyun adil bir oyun olur mu? Açıklayınız.

194A. Ne değişti bu sefer?
195R. Çekilen kart tekrar içeriye atılabiliyor.
196A. Peki, içeri atılması neyi değiştiriyor?
197R. Aynı sayı çıkabilir iki kere.
198D. Nasıl yani?

199R. 1 ile 1 olabilir, 2 ile 2 olabilir yani şimdi 1 çektin ya tekrar içine attın 1 çekebilirsin.
200D. Şimdi ilk kart çift ikinci kart tek olursa Oğuz bu öncekiyle aynı.
201R. Evet kural değişmemiş.
202A. Peki, ne farklılığı var birinci sorudan?
203D. Çekilen tekrar torbaya atılacak.
204A. Peki, bu neyi değiştirir sizce?
205D. Ya aslında şuradakilere (ilk sorudaki yazdığı ikilileri gösteriyor) aynısı ama aynı olanları da yazmalıyız.
206R. Tek ve tek, çift ve çift olacak.
207D. Yani bunları yazacağız birde ikilide yazabiliriz.
208A. Tamam yazın bakalım.
209R. Yani aynı aynı olursa Oktay kazanıyor. Mesela 1 ile 1 olursa. Çünkü birinci kart çift ikinci kart tek.
210D. Evet Oğuz'un kazandığı durumlarda iki tane aynı kartı yan yana koyamıyoruz.

Bu diyaloglardan öğrencilerin önceki problemde oluşturdukları yapıları kullanarak geciktirmeden problemi çözmeye yönelmişlerdir. Rengin' in "Aynı sayı çıkabilir iki kere (197R" ve "1 ile 1 olabilir, 2 ile 2 olabilir yani şimdi 1 çektin ya tekrar içine attın 1 çekebilirsin (199R)" ifadeleri çekilen kartın geri atıldığında nasıl bir sonuç ortaya çıkartacağını doğru olarak anladığının bir göstergesidir. Öğrencilerin her ikisi de çekilen kartın torbaya atılması ile oluşabilecek ikililerin Oktay'ın kazanma durumlarını artıracağının farkındadırlar (209R, 210D). Rengin ve Didem bu oyunun adil olup olmadığını bulmak için Oğuz ve Oktay'ın kazanma durumlarını belirliyorlar.

211R. Tamam o zaman Oğuz da 2 den başlayacağız.
212D. 2 ile 1
213R. Evet. 2-3, 2-5
214D. 2-6 olmaz. 2 ler bu kadar. 3 e geçtik. Yok 3 de olmaz. Çift olması lazım.
215R. Evet 4 olması lazım. 4 ile 1, 4 ile 3, 4 ile 5.
216D. Şimdi 6 ile başlayacağız. 6 ile 1, 6 ile 3, 6 ile 5.
217R. Tamam.
218D. Bu kadar mı?
219R. Ama yok tamam tamam onu yaptık.
220D. Oktay'ınkilere geçelim. Yanlış mı yaptık?
221R. Hayır. Hayır. Doğru.
222D. İlk çekilen çift tamam ikinciler de tek tamam şimdi Oktay'a mı geçiyoruz?
223R. Şimdi bence tek-tek, çift-çift, tek-çift diye gidelim.
224D. Önce bence aynılarını yazalım ya da sırayla önce birleri, sonra ikileri şeklinde gidelim.
225R. O zaman 1 ile 1 den başlayalım. 1-2, 1-3 olur, 1-4, 1-5 de olur.
226D. 1-6 da olur.
227R. Evet tek-çift oluyor.
228D. Şimdi ikilere geçebiliriz. Ama 2 olmaz. 3 lere geçmemiz lazım.
229R. Ama hayır 2 olur. 2 ile 2 olur.

230D. Aaaaa.Evet.
231R. Oktay'ın ki ya çift-çift, tek-tek ya da tek-çift olacak.
232D. Evet ya çift-çift olacak ya tek-tek olacak ya da biri tek biri çift olacak.
233R. 2-2 olur, 2 ile 4 de olur, 2 ile 6 da olur.
234D. Tamam. 3 için şimdi. 3 ile 1 olmaz, 3 ile 2
235R. 3 ile 1 oluyor. İlk sayımız çift olmuyor 3 ile 1 olur
236D. Aaa. Evet 3 ile 1 olur. 3 ile 2 olur, 3 ile 3 olur, 3 ile 4 olur, 3 ile 5 olur, 3 ile 6 olur.
237R. Ya sadece çift ile başladığımızda az oluyor.
238D. Şimdi 4 ile 4 olur.
239R. 4 ile 2 de olabilir. Çift-çift
240D. Evet. 4 ile 3 olmaz 4 ile 4 olur. Bir de 4 ile 6 olur. Yani çift sayılarda yanlarına çift sayı koyacağız.
241R. Evet. Tamam. Şimdi de 5 liler için yazalım.
242D. 5 ile 1 olur, 5 ile 2 olur, 5 ile 3 olur, 5 ile 4 olur, 5 ile 5 olur, 5 ile 6 olur.
243R. Şimdi 6 ile 2 ile başlayacağız. 6 ile 4 olur, 6 ile 6 olur. Tamam.
244D. Bunlarda Oktay'ın. Şimdi bunların olasılıkları da toplam 36 tane yazmışız. O zaman Oktay 27/30, Oğuz 9/36.

Didem ve Rengin bu problemde olası ikilileri yazarken daha sistematik bir yol izlemişlerdir (224D, 232D). Burada öğrenciler önceki problemde oluşturdukları yapıları tanıyıp kullanarak Oğuz ve Oktay'ın kazanma olasılıklarını doğru bir şekilde hesaplamışlardır. Didem ve Rengin iki boyutlu örnek uzayı doğru olarak algılayabildiği, iki boyutlu örnek uzayda istenilen olayın bütün durumlarını yazabildikleri (213R, 216D, 233R, 236D, 242R), iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını doğru olarak hesaplayabildikleri (244D) görülmektedir. Öğrencilerin yapıları tanıyıp kullanmalarına rağmen tereddüt içinde olmaları bu yapıların kırılganlıklarının bir göstergesi olabilir. Öğrenciler aynı problemin b şıkkında da tereddüt yaşamışlar ve kendi aralarında uzun bir diyaloga girmişlerdir. Bu diyaloglar sonucunda doğru sonuca ulaşmalarına rağmen olası ikilileri bulurken zorlandıkları göze çarpmıştır.

b) Bu durumda eğer ilk kart 4' ten büyük, ikinci kart 3 ve 3'den küçük olursa Oktay, aksi durumlarda Oğuz kazanıyor. Sizce bu oyun adil midir? Açıklayınız.

254R. Şimdi biz 5 den başlayalım. 5 ile ne olabilir?
255D. 5 ile 3 olur.
256R: 5 ile 1 olur bence küçükten başlayalım.
257D. Tamam.
258R. 5 ile 1, 5 ile 2, 5 ile 3.
259D. 6 ile 1, 6 ile 2, 6 ile 3.
260R Tamam. Bu Oğuz'un kazandığı durumlar. Şimdi Oktay'ında 4 ü de sayabiliriz. İkinci sayıyı da 3 ve 3 den büyük yapacağız.
……………………………………………………

273D. 1 ile 1 olur, 1 ile 2, 1 ile 3, 1 ile 4, 1 ile 5, 1 ile 6.
274R. 2 de 4 den küçük. 2 ile 1, 2 ile 2, 2 ile 3, 2 ile 4, 2 ile 5 ve 2 ile 6.
275D. Şimdi sıra geldi 3 lere. 3 ile 1, 3 ile 2, 3 ile 3, 3 ile 4, 3 ile 5, 3 ile 6.
276R. Şimdi 4. 4 ü sayarsak ikinci sayıyı 3 den büyük yapmamız gerekiyor.
277D. O zaman 4 ile 4 yaparız, 4 ile 5 olur, 4 ile 6 olur.
278R. Başka bir şey olamaz.
279D. 5 ile 4 yaparız. Bak şimdi bu uyuyor (5 gösteriyor) ama bu uymuyor (4 gösteriyor)
280R. Evet. Anladım.
281D. 5 ile 5, 5 ile 6. Evet şimdi 6. 6 ile 4, 6 ile 5, 6 ile 6. Bitti mi?
282R. Başka yok herhalde var mı?
283D. Bilmiyorum. Yok galiba.
284R. Zaten 1 den 3 e kadar hepsi olabilir.
285D. Şey yapabiliriz. Hımmmm….Bitti galiba.
286R. Başka. ………………………(sessizlik oluyor)……………Aynılarını da yazdık.
…………………………………………………………………….
292D. Bak 4 ile 4 den başladık biz.
293R. Mesela 4 ile 2 olabilir mi? 4 den büyük değil olmaz mı? Ya da 4 ile 1?
294D. Olmuyor. Bu kadar galiba.
295A. 4 ile 1 neden olmuyor?
296R. Yani 4, 4 den büyük mü?
297D. Ayyyy. Kafam karıştı (gülüyor)
298A. Mesela Oğuz'un kazanma durumları içinde 4 ile başlayan var mı?
299D. Yok.
300R. Oğuz'un yok işte.
301D. Hımmm tamam o zaman olur.
302R. Tabi ya 4 – 1 de olur. 4 ile 2, 4 ile 3 ama 3 ve 3 den küçük
303D. 4 ile 3 olur mu?
304R. Ya tamam ilk kart zaten 4 olduğu için ikinci kart hepsi olabiliyor. O zaman 1 den 6 ya kadar hepsi olabilir.
305D. O zaman 5 leri de bu şekilde yapamaz mıyız?
306R: Olur mu 5?
307D. Hayır. Olmaz. 5 ile 1 eklersek Oğuz'un durumu oluyor. 6 da olmuyor bu kadar.
308R. Kaç tane toplayalım bir. 1,2,3,4…….30 burada da 6, 6/36 Oğuz'un, 24/36 Oktay'ın.

Bu diyaloglardan öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığını hesaplama bilgisinin oluşturulduğu söylenebilir (308R). Ama hala iki boyutlu örnek uzayda olası durumlarının belirlenmesi ve istenilen olayın çıktılarının belirlenmesi bilgisinin oluşmadığı gözlemlenmektedir.

Araştırmacı üçüncü problemin yazılı olduğu çalışma yaprağını öğrencilere vermiş ve a şıkkını yüksek sesle okumalarını istemiştir. Bu problemdeki amaç öğrencilerin belirsiz bir durumu ortadan kaldırmak için bir genellemeye ihtiyaç olduğunu hissettirmek ve böylece yeni bir soyutlama süreci başlatmaktır.

3-a) Aynı kurallar olsaydı ama sayılarımız bu kez 1' den 60' a kadar olan sayılardan oluşsaydı 1a ve 2a daki oyunları Oğuz' un kazanma olasılığı ne olurdu? Nasıl hesaplardınız?

312A: Şimdi soruda diyor ki kurallarımız aynı ama kartlarımız bu sefer 1 den 60 a kadar olsaydı o zaman nasıl hesaplardınız?
313D. Offff…..Gülüyor.
314R. Şu yaptığımız sorular gibi mi?
315A. Evet.
316R. Yani ilk kart 4 den büyük olacak ikincisi üç ve üçten küçük olacak ve sayılarımız 1 den 60 a kadar olacak.
317A. Bu durumda nasıl hesaplayabilirsiniz?
318R. Ooooooo……
319D. Bunlarda….
320R. 4 den büyük 3 ve 3 den küçük.
321A. a şıkkındaki sorular için de aynı şey geçerli. Yani ilk kart çift, ikinci kart tek olduğu durumlar.
322D. Ama çok uzun sürer. Başka bir yöntemi vardır mutlaka.
323R. Şimdi oradaki kurala bakarsak iki tane kart çekiyor. İlk çift ikinci kart tek olacak.
324D. Ben hala bunun bu kadar uzun yoldan yapılacağını düşünmüyorum. Başka bir yöntemi vardır diye düşünüyorum.

Yukarıdaki diyaloglardan öğrencilerin problemin çözümü hakkında net bir şey söyleyememişlerdir. Ancak Didem'in "Ama çok uzun sürer. Başka bir yöntemi vardır mutlaka (322D)" ve "Ben hala bunun bu kadar uzun yoldan yapılacağını düşünmüyorum. Başka bir yöntemi vardır diye düşünüyorum (324D)" ifadeleri farklı bir yöntem kullanmaya ihtiyaç olduğunu sezdiğini göstermektedir. Bu durum üzerine araştırmacı öğrencileri diğer şıklardaki soruları çözmeye yönlendirmiştir. Öğrenciler buradaki soruları doğru bir şekilde cevaplayabilmişlerdir.

b) 1a şıkkındaki soruyu düşünün. İlk kartın çift sayı gelme olasılığı kaçtır? İlk kart çekildikten sonra tekrar torbaya atılmıyor. Bu durumda ikinci kartın tek olma olasılığı nedir?

326D. Soruyu okuyor. 3/6 olmuyor mu? Yani ilk kartın çift sayı gelmesi.
327R. Kaç tane şimdi 6 da 2 var, 4 var, 6 var evet 6 da 3 olur evet.
328D. İlk kart çekildikten sonra torbaya atılmıyor.
329R. O zaman 2, 4, 6 gitti.
330A. Ama bir kart çekiyorsun.
331R. Aaaa evet doğru.
332D. Bu durumda ikinci kartın tek olma olasılığı.
333R. O zaman 5 e göre mı yapacağız. Çünkü bir tane kart aldık.
334D. Ya şimdi bir tane çektik diyelim ki 2 çektik.
335R. Tamam. Evet.
336D. Torbaya atamıyoruz. O zaman torbada 5 kart kalıyor. O zaman 5 ile yapacağız evet. 3/5 olur o zaman.
……………………………………………………………………………………….

341D. İlk kartın 4 den büyük olma olasılığı 6 da 3 olur o zaman değil mi?
342R. Evet. Ama bir dakika 4 dahil değil o zaman 2 tane 5 ve 6 olur. 2/6 olur.
343D. Evet 2/6 oluyor. İlk kart çekildikten sonra tekrar torbaya atılmıyor.
344R. Yine 5 tane kart olacak o zaman.
345D. İkinci kartın 3 ve 3 den küçük olma olasılığı 3/5 oluyor o zaman bu da.
346R: Şimdi ya ….tamam…
347D. Bak. 3 den küçük 2 sayı var 3 de dahil 3 tane sayı oluyor.
348R. 3/5. Bir tanesini aldık.
…………………………………………………………………………………..
351D. İlk kartın çift sayı gelme olasılığı yine 3/6 olmuyor mu?
352R. Evet. Yine 3/6 olacak.
353D. İlk kart çekildikten sonra torbaya atılıyor bu sefer… Hadi bakalım.
354R. O zaman 6 üzerinden yapacağız. Yani pek bir şey değişmiyor.
355D. 6 üzerinden mi yapıyoruz?
356R. Evet. Aldık sonra tekrar geri verdik.
357D: Hımmm. Tamam. 6 üzerinden. Çekilen kart torbaya atılıyor bu durumda tek olma olasılığı nedir diyor. O zaman 6 da 3/6 olmuyor mu yine.
…………………………………………………………………………………
360R. İlk kartın 4 den büyük olması …
361D. 4 dahil değil o zaman 2 tane
362R. Evet. 2 tane 2/6 oluyor.
363D. Evet. İlk kart çekildikten sonra torbaya atılıyor.
364R. Tamam 6 üzeriden.
365D. Bu durumda ikinci kartın 3 ve 3 den küçük olma olasılığı kaçtır?
366R. 3/6
367D. Yine aynı olmuyor mu?
368R. 3/6 olmuyor mu?
369D. Bana da öyle geliyor.
370R. 3 ve 3 diyor çünkü.
371D. Evet.
372R: Tamam 3/6 yazalım.
………………………………………………………………………………..

Bu diyaloglardan öğrencilerin tek boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığının hesaplama bilgisini tanıyıp kullanarak buradaki olayların olasılıklarını hesapladıkları görülmüştür (326D, 336D, 342R, 352R, 357D, 358R, 362R, 366R, 372R). Ayrıca önceden oluşturdukları bu yapı yeni bir yapının oluşumunda kullanıldığı için pekiştirilmeye vesile olmuştur.

f) 3b ve 3c şıkkında sorulara verdiğiniz cevaplar ile Oğuz'un oyunu kazanma olasılığı arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

375A. Şimdi siz 1a ve 1b şıkkında Oğuz'un kazanma şansını bulduğunuz sonuç ile 3a ve 3b de bulduğunuz sonuçları bir inceleyin bakalım. Arasında bir ilişki var mı?
376R. Çarparım. 3/5 ile 3/6 çarptığımızda 9/30 olur.
377D. Aaaa. Tamam işte kısa yoldan bulabiliyoruz.
378A. Nedir o kısa yol?

379D. Bulduğumuz şu iki sonucu çarptığımızda uzun yoldan yapmamıza gerek kalmaz.
380A. Peki, bulduğunuz sonuçlar nedir?
381R. Biri ilk sayının çift gelme olasılığı ile ikinci kartın tek sayı gelme olasılığıdır.
382A. Peki, bu kural diğer şıklar içinde geçerli olur mu?
383D: Bence olur.
384A. Bakın bakalım.
385R. Birinci kartın çekilme olasılığı ile ikinci kartı çekilme olasılığı çarpıldığında Oğuz'un kazanma olasılığını bulabiliyoruz.

Bu diyaloglardan öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını birinci olayın olma olasılığı ile ikinci olayın olma olasılığının çarpımı şeklinde bulunabileceği bilgisini oluşturduğunu göstermektedir (376R, 379D, 381R). Ayrıca Didem'in bulduğu ilişkiyi sözel olarak da ifade etmesi bu bilginin oluşturulduğunun bir göstergesi olarak ele alınabilir (385R). Araştırmacı, oluşturdukları yapının pekiştirilmesi için 3a daki soruyu yeniden cevaplamalarını istemiştir.

387D. İlk kartın çift sayı olma olasılığı…ooooo…kaç tane olacaktır. 30 tane galiba çift vardır.
388R. Evet 6 da 3 tane çift varsa 60 da 30 tane çift olacak.
389D. O zaman 30/60 oluyor.
390A. Çektiğimiz ilk kartı torbaya atmıyoruz. O zaman çektiğimiz ikinci kartın tek olma olasılığı nedir?
391R. 59 tane kart kaldı.
392D. Hayır. Ama haaa torbaya atmıyoruz evet pardon 59 kart kaldı.
393A. Peki 59 kartın içinden tek sayı çekme olasılığınız nedir?
394R: Yine 30/59 olacaktır.
395D. Evet.
396A. Peki, ilk kartın çift ikinci kartın tek olma olasılığımız ne olacaktır?
397R. Çarparız. Anladın mı sen?
398D. Hayır. Kafam çok karıştı.
399R: 30/60 çarpı 30/59 o da 30/118 olur.
400D. Ama ben tam olarak anlamış değilim.

Rengin yeni oluşturduğu yapıyı kullanarak geciktirmeden cevaplamaya yönelmiş ve problemi doğru olarak cevaplamıştır (288R, 394R, 399R). Ancak Didem'in ifadelerinden bu yapıyı oluşturamadığı gözlemlenmektedir (392D, 400D).

Dördüncü problemde öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda yaptıkları işlemlerde yer alan benzerlik ve farklılıkları göz önüne alarak gruplandırmaları ve bu gruplara isim vermeleri istenmiştir. Ama bu noktada öğrencilerin zorlandıkları görülmektedir.

4- a) Birinci ve ikinci soruları dikkate aldığınızda bu iki sorudaki olaylar arasında ne tür bir fark vardır?

401A. Şimdi birinci ve ikinci sorularda ne tür bir benzerlik ya da farklılık var?
402D. Birinde çektiğimiz kartı içinde tekrar atılıyordu birinde atılmıyordu.
403R. Evet.
404A. Peki atılıp atılamaması neyi değiştiriyor?
405R. Olasılığın daha fazla olmasını sağlıyor.
406A. Peki, bunları birbirinden ayırmak için bir isim versek nasıl bir isim verebiliriz?
407D. Nasıl yani?
408R. Bilmem ki.
410D. Nasıl isimlendirebiliriz ki?
411R. Eğer kartı geri vermezsek ikincisinin olasılığı değiştirmiş arttırmış oluruz.
412D. İlk kartı vermezsek….kural o……
413R. Aklıma bir şey gelmiyor.

Bu diyaloglardan öğrencilerin yaptıkları işlemleri anlamlandıramadıkları görülmüştür (407D, 408R). Kullandıkları bilgi yapıları arasında doğru ilişkilendirmeleri kuramamaları sonucunda yeni bilgi (bağımlı ve bağımsız olay) yapıları oluşmamıştır. Diğer öğrenci çiftleri bu bilgiyi benzer yollarla oluşturabilmişken bu öğrencilerin oluşturamamasının nedeni olarak öğrencilerin geçmiş deneyimlerinin kaynaklandığı söylenebilir.

Yeni bir yapının oluşması için önceden oluşturulan bir matematiksel bilginin başka bir yapının içerisinde kullanılabilecek şekilde var olması gerekmektedir. Eğer bu gerçekleşmemişse herhangi bir ilişkilendirme kurulamamaktadır (Yeşildere, 2006). Konuyu bu açıdan ele aldığımızda öğrencilerin yeni yapıyı oluşturamama nedeni olarak ilk üç problem boyunca oluşturduğu yapıları başka bir yapının içerisinde kullanılabilmesi için henüz hazır olmaması gösterilebilir.

Araştırmacı öğrencilerin bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını oluşturamamalarına rağmen etkinlik boyunca oluşturulan diğer yapıları pekiştirmek amacıyla beşinci ve altıncı problemleri yöneltmiştir.

5- Ercan öğretmen yaptığı bilgi yarışmasında başarılı olan Ömer ve Dilek adlı iki öğrencisine MP3 çalar, flaş bellek, fotoğraf makinesi, bisiklet hediye etmek istiyor. Ancak hangi öğrencisine hangi hediyeyi vereceğine bir türlü karar veremiyor. Bunun için çekiliş yapmaya karar veriyor.

Çekiliş için hediyelerin adlarını eş büyüklükteki kartlara yazarak bir torbaya atıyor. Buna göre;

a) Her ikisinin de aynı hediyeyi kazanabilecekleri bir çekiliş düzenleyiniz. Bu durumda her ikisinin MP3 çalar kazanma olasılığı nedir?

421D. Şey yapabilir. İlk kartı çeken çektiği kartı tekrar torbaya atabilir.
422R. Evet. Doğru. Aynı sayılar gelmesi için 1-1, 2-2 geri attığımızda geriyordu. Burada da mesele bisiklet çekti sonra tekrar torbaya atar ikinci de bisiklet çekebilir.
423A: Peki, bu durumda çekiliş nasıl düzenleyecek şimdi Ercan öğretmen?
424D. Çekilen kart tekrar torbaya atılacak.
425A. Peki, bu durumda her ikisin de MP3 çalar kazanma olasılığı nedir?
426R: Şimdi kaç tane hediye vardı.
427D: 4 tane.
428R. Tamam. Ömer'in MP3 çalar kazanma olasılığı ¼ olur. tekrar torbaya atacağı için Dilek'in da MP3 çalar kazanma olasılığı ¼ olacak bunları çarptığımızda 1/16 olur.
……………………………………………………………………………………
430R. (soruyu okuyor) Kazanabilir. Geri attığımız için yine ¼ ile ¼ çarparız 1/16 olur.

d) **Ercan öğretmen öğrencilerinin farklı hediyeler almasını garantilemek için nasıl bir çekiliş düzenlemelidir? Bu durumu göz önüne aldığınızda Ömer' in bisiklet, Dilek'in flaş bellek kazanma olasılığı nedir?**

432R. O zaman aldığını içeriye koymamalıdır.
433D. Evet bana da öyle geliyor. Başka türlü olmaz.
434R. Eğer içine atarsa ikisinin de aynı hediyeyi kazanabilme olasılığı var.
435A. Bu durumda Ömer'in bisiklet, Dilek'in flaş bellek kazanma olasılığı nedir?
436R. Ömer'in bisiklet kazanma olasılığı ¼, ama Dilek'in 1/3 olur. sonra bunları çarptığımızda 1/12 olur.

6- Ümit ile Meral kuzendir. Her ikisi de Bursa'da yaşamaktadır ama farklı okullara gitmektedirler. Hem Ümit hem de Meral okullarındaki gezi kulüplerine üyedir. Bursa'daki bütün okullardaki gezi kulüpleri bir araya gelip Çanakkale'ye bir gezi düzenlemek istemektedir. Bunun için her okuldaki gezi kulüplerinden bir temsilci seçilip bir organizasyon komitesi oluşturulacaktır.

Ümit ile Meral bu organizasyon komitesinde yer almak istiyorlar. Ümit'lerin gezi kulübünde beş öğrenci vardır. Meral'lerin gezi kulübünde ise üç öğrenci vardır. Her iki okuldaki kulüpler temsilciyi rastgele bir yöntemle seçmek istiyorlar.

a) Hem Ümit'in hem de Meral'in organizasyon komitesine seçilme olasılığı nedir? Nasıl bulursunuz?

440R. Meral'in seçilme olasılığı daha yüksek 1/3, Ümit'in seçilme olasılığı 1/5 çarptığımızda 1/15 olur.
441D. Ümit'in seçilmesi 1/5 oluyor ama Meral'in seçilememesi 2/3 mü olur?
442R. Aslında evet. 3 kişiden bir kişi seçilecek. Evet 2/3 olur.
443D. O zaman 1/5 çarpı 2/3 eşittir 2/15 olur.
444R: c şıkkında 4/5 ile 1/3 çarpacağız. 4/15 olur. Her ikisinin da seçilememe 4/5 ile 2/3 eşittir 8/15.

Bu diyaloglardan öğrencilerin bileşik olayların olasılıklarını, olayların olasılıklarını çarparak bulunabileceği bilgi yapısını oluşturduğu görülmektedir (428R, 430R, 436R, 443D, 444R). Ayrıca öğrencilerin tek boyutlu örnek uzayda tümleyen olayın olasılığını (441D, 444R) ve olasılık hesaplama bilgisini pekiştirmişlerdir (428R, 436R, 440R).

3.1.5 İdil ile Sedat'ın Bağımlı ve Bağımsız Olay Kavramlarını Oluşturma Süreci

Aynı etkinliğin gerçekleştirildiği beşinci grupta İdil ve Sedat yer almaktadır. Sedat' ın altıncı sınıf matematik karne notu 5 ve SBS puanı 451 dir. Sedat' ın matematiğe karşı tutumu ve matematik öğrenme motivasyonu yüksek düzeydedir. İdil' in ise altıncı sınıf matematik karne notu 4 ve SBS puanı 409 dur. Öğretmenleri tarafından orta düzeyde bir öğrenci olarak tanınmaktadır. Matematiğe karşı tutumu ve matematik öğrenmeye karşı motivasyonu orta düzeydedir. Bu öğrencilerle gerçekleştirilen ilk görüşme yaklaşık olarak 70 dakika sürmüştür. İdil ve Sedat ile birlikte yürütülen bağımlı ve bağımsız olay kavramları bilgisini oluşturma süreci tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (İ: İdil, S: Sedat, A: Araştırmacı).

Araştırmacı etkinliğin ilk problemini içeren çalışma kağıdını öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. Öğrencilerden gelen sorular üzerine önceden hazırladığı kartları ve torbayı öğrencilere vererek oyunu oynamalarını sağlamıştır. Bu şekilde öğrencilerin hem ilgisi çekmek hem de oyunu daha iyi anlamaları sağlamak amaçlanmıştır. Öğrenciler oyunu oynamaya başlıyor. Araştırmacı birkaç denemeden sonra oyunun öğrencilerin adillik kavramını olasılık kavramı ile doğru ilişkilendirmelerini sağlamaya çalışmıştır.

ETKİNLİK: Hangisi daha şanslı?

1- Oğuz ile Oktay 1' den 6' ya kadar rakamları aynı büyüklükteki kağıtlara yazıp bir torbanın içine atıyor. Sonra bir oyun oynamaya karar veriyorlar. Torbadan ard arda iki kart çekiyorlar (birinci çekilen kart tekrar torbaya atılmıyor) . Eğer ilk kart çift sayı, ikinci kart tek sayı ise Oğuz; aksi durumlarda Oktay oyunu kazanıyor.

a) Sizce bu oyun adil bir oyun mudur? Cevabınızı açıklayınız.

11A. Peki bu durumda oyunumuz adil midir? Ne söylersiniz?
12S. Oyunun kazanılması için ilk kartın çift ikinci kartın tek olması gerek….. nasıl olacak…
13İ. 2 ile 3 olabilir mi?
14S. Evet olabilir.
15A. Peki sadece bu kadar mı? Oğuz' un kazandığı başka durum var mı?
16İ. 4 ile 5, 4 ile 3 olabilir.
17S. 5 ile 6 olabilir.
18İ. Hayır tam tersi olacak.
19S. 6 ile 5 olur o zaman. 2 ile 1 olabilir.

20İ. 4 ile 1 olabilir.
21S. Evet. 6 ile 1 de olur. Ondan sonra başka..hımmm…o zaman 6 ile 3,
22İ. 6 ile 5 aa… onu yazdık.
23S.2 ile 5 hımmm…. 4 …. Bu kadar herhalde.
24İ. 4 ile 1 aa… onu da yazmışız.
25S. Bu kadar herhalde.

Yukarıdaki diyaloglardan öğrencilerin adillik kavramı ile olası durumları belirleme veya olasılık hesaplama kavramları ile ilişkilendirmeyi doğru bir şekilde yaptıkları görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda olası durumları belirleme ile ilgili daha önceden oluşturdukları yapıları tanıdıkları görülmüştür (13İ, 16İ, 17S, 19S, 22İ, 23S). Öğrencilerin tanıdığı bu yapıları kullanmalarından yola çıkarak Oğuz'un kazanma durumlarını belirleyebilmişledir. Öğrenciler daha sonra Oktay'ın kazanma durumlarını belirlemeye başlıyorlar.

28İ. Şimdi tam tersi durumları yazacağız.
29A. Örnek verebilir misin?
30İ. 3 ile 2.
31S. Oktay' ın kazandığı durumlarda… hımmmm…..1-2, 1-4, 1-6, 3-2, 3-4, 3-6, 5-2, 5-4, 5-6 bu kadar.
32A. Peki 1-3 olsa kim kazanır?
33S. Bence Oktay kazanmaz.
34İ. Eeee. O zaman kim kazanacak?
35A. Niye? Kuralımızı tekrar bir okuyun bakalım.
36İ. O zaman tek ile tek ve çift ile çiftte de Oktay kazanmış olacak.
37S. Tamam anladım. Yani 1-3, 1-5,
38İ. 2-4, 4-6, 6-2, 4-2
39S. Diğer teklerde olabilir o zaman 3-1 mesela 3 ile 5 olur
40İ. Tam terside olabilir 6-2, 2-4
41S. 2-4 yukarıda var.
42İ. Aaaaa…. Evet 2 ile 6 olur mu?
43S. Evet.
44İ. Başka.
45S. 3 ile 5 yazdık 5 ile 1 olur onu yazmamışız. 5 ile 3 bu kadardır herhalde.
46A. Kaç tane oldu?
47S. 20 tane oldu Oktay'ın kazandığı durum var 9 tane Oğuz'un
48İ. O zaman adil değil.
49S. Evet.
50A. Nasıl anladınız oyunun adil olup olmadığını?
51İ. 6 ile 4 yok burada.
52S. Aaaa. Evet onu atlamışız. 21 oldu.

Bu diyaloglardan öğrencilerin olası durumları belirleme ile ilgili yapıları tanıyıp kullanamaya devam ettikleri görülmektedir. Öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda istenilen olayın olası durumlarını belirlenmesi düşüncesini oluşturmaya başladığı söylenebilir (31S, 37S, 38İ, 40İ, 51İ). Ancak öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayında olası tüm durumlarının sayısını belirleyebildikleri görülmektedir. Örnek uzay yapısının kısmi bir şekilde oluştuğu söylenebilir.

53A. Peki bu oyunda hangisi daha şanslıdır sizce?
54S. Burada 9 var (Oğuz'un kazandığı durumları göstererek) burada 21 toplam 30 durum var bunların 9'unda Oğuz kazanıyor 30 da 9 olur.
55İ. Nasıl oldu anlamadım? Niye topladın ki sen onları?
56S. Toplam sayıyı bulmak için. Oyunda olabilecek durumların toplamı bu. Bunların 9 tanesinde Oğuz kazanıyor o zaman kazanma şansı da 9/30 olacaktır.
57İ. Tamam.
58A. Peki Oktay'ın kazanma şansı ne olacaktır peki?
59S. 21/30.

Bu aşamada Sedat'ın artık kullanma sürecine girdiği söylenebilir. Sedat bir olayın olma olasılığını istenilen olayın durumlarının sayısının tüm olası durumların sayısına oranlanması gerektiği bilgisini tanıdığı görülmektedir. Sedat bu bilgiyi iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığını hesaplama ile doğru bir şekilde ilişkilendirdiği görülmektedir. Bu durumda Sedat'ın istenilen olayın çıktılarını bütün olası çıktıları sayısına oranlayarak (54S, 56S, 59S) iki boyutlu örnek uzaydaki bir olayın olma olasılığını hesaplayabilmesine neden olmuştur. Ancak İdil, Sedat'ın yaptığı toplama işlemini anlamadığını belirterek olasılık hesaplama ile ilgili var olan yapı ile yeni durumu ilişkilendiremediği görülmektedir (55İ). Öğrenciler vakit geçirmeden b şıkkındaki problemi cevaplamaya geçmişlerdir.

b) Oyunun kuralını değiştirdiğimizi düşünün. Eğer ilk kart 4' ten büyük, ikinci kart 3 ve 3'den küçük olursa Oğuz, aksi durumlarda Oktay kazanıyor. Sizce bu oyun adil midir? Açıklayınız.

60A. Bu durumda oyun adil midir? Nasıl karar verirsiniz?
61S. Yukarıdaki gibi yapıp olasılıklarını buluruz.
62A. Bulun bakalım.
63İ. 4-3 te kazanır. Ama 4 ten büyük olacak 5-3, 6-3 olabilir hımmmm
64S. 5-2, 6-2, 5-1, 6-1 olabilir. Şimdi Oktay'ınkiler 4 ten büyük olacak 3 ten küçük olacak.
65İ. Aaa.. çok olacak gene adil olmayacak.
66S. 3 ile 4, 3 ile 1, 3 ile 2, 3-5, 3-6, 1-2 olur, 1-3, 1-4, 1-5,1-6, 2-1 olur, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6 bu kadar sanırım.

67İ. 4 leri unuttuk. 4-1, 4-2, 4-3, 4-5, 4-6
68A. Oktay'ın kazandığı durumlar başka var mıdır?
69İ. Başka kalmadı bence. Sence?
70S. 5-1, 5-2, 5-3 de Oğuz kazanıyor. 5-4, 5-6, kaldı sonra 6-4, 6-5 de Oktay kazanır. Çünkü ikinci kartlar bozuyor.
71A. Peki Oktay'ın kazandığı kaç durum oldu?
72İ. 24 oldu sanırım.
73A. Oğuz'un?
74S. 6 tane
75A. Peki kazanma şanslarını bulabilir misiniz?
76S: Oğuz'un kazanma şansı 1/5 dir. Diğerinin 24/30 dur o da 4/5 olur.

Sedat'ın "Yukarıda gibi yapıp olasılıklarını buluruz (61S)" ifadesi önceki problemde oluşturduğu yapıları kullanma istediğini göstermektedir. Sedat önceki yapıları tanıyıp kullanarak Oğuz ve Oktay'ın kazanma şanslarını belirlemiştir (76S). Sedat'ın bu ifadeleri iki boyutlu örnek uzayda bir olayın çıktı sayısını, iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını bulma ile ilgili yeni yapılar oluşturduğu söylenebilir. İdil'in ise iki boyutlu örnek uzayda istenilen olasılıkları doğru bir şekilde yazabildiği görülmektedir. Ancak bir olayın olma olasılığını bulurken sesiz kalması bu yapının oluşup oluşmadığı konusunda bir şey söylenememesine neden olmaktadır.

Daha sonra araştırmacı öğrencilere ikinci problemin yer aldığı çalışma kağıdını vererek soruyu cevaplamalarını istemiştir.

2- Oğuz ile Oktay bu kez çektikleri ilk kartı tekrar torbanın içine atarak oyunu oynamaya karar veriyorlar. Bu durumda da ilk çekilen kart çift, ikinci çekilen kart tek olursa Oğuz; aksi durumlarda Oktay kazanıyor.

a) Bu durumda oyun adil bir oyun olur mu? Açıklayınız.

77A. Bu soruda nasıl bir değişiklik olmuş?
78İ. Çekilen kart tekrar torbaya atılmış.
79A. Peki bu durumda oyun adil olur mu?
80S. Gene deneyerek bulabiliriz.
81İ. Hımmm…. Bu durumda 2 ile 3 olur yine. 2 ile 5, 2 ile 1 olur.
82S. 4 ile 1, 4-3, 4-5 olabilir… Başka
83İ. 6 lar olabilir.
84S. hıııııı evet 6-1, 6-3, 6-5. Şimdi bunlar Oğuz' un kazandığı durum toplam 9 tane oldu.
85İ. Şimdi aksi durumlar 4-4 olabilir, 2-2 olabilir, 1-1, 2-2, 3-3, 4-4 onların olabilir hepsi. 5-5, 6-6.
86S. 1-2, 1-4, 1-3, 1-5, 1-6 yine adil olmayacak. 2-1 olmaz, 2-2 yazdık, 2-3 olmaz, 2-4 olur.
88İ. 2-4 olmaz gibi geliyor bana ama

89S. Bana da olur gibi geliyor.
90A. Ne yapacağız o zaman?
91S. (Oğuz' un kazanma durumlarını göstererek) Buraya yazmadığımıza göre olur.
92İ. Evet doğru.
93S. 2-4, 2-6 da olur o zaman. 3 de de 1, 2 sırayla hepsi olur 3-1, 3-2, 3-4, 3-5, 3-6
94İ. 4-2, 4-6, 5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-6, 6-2, 6-4 (sonra yazdıkları ikileri saymaya başlıyor) 27 burada var (Oktay'ın kazanma durumlarını göstererek) 9 da burada var toplam 36 tane.
95S. O zaman 9/36 diğeri de 27/36.

Sedat'ın "Gene deneyerek bulabiliriz (80S)" ifadesi önceki oluşturduğu yapıyı tanıdığını ve bu yapı kullanmak istediğini göstermektedir. Bu anlamda bu yapının Sedat tarafından oluşturulduğu söylenebilir. Yukarıdaki diyaloglar İdil ve Sedat iki boyutlu örnek uzayda olası durumları oluşturma bilgisi ile ilgili yapıyı oluşturdukları gözlemlenmektedir (81İ, 82S, 84S, 85İ, 86S, 93S, 94İ). Ayrıca Sedat iki boyutlu örnek uzay kümesinde bir olayın olma olasılığını hesaplama bilgisini pekiştirildiği görülmektedir. Ama hala İdil'in bu yapıyı oluşturup oluşturmadığı hakkında bir şey söylenememektedir. Bu aşamada İdil hep sessiz kalarak yapı hakkında herhangi bir görüş belirtmemiştir.

103İ. Önceki sorudakilere bakıp kopya çekebiliriz.
104S. İlk kart 4 ten büyük 5,6 olacak, ikincide 3 ten küçük 1,2,3 olacak o zaman 5-3, 5-2, 5-1, 6-3, 6-2, 6-1 olur. Bunlar Oktay' ın kazanma durumları.
105İ. 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 2-1, 2-3, 2-5, 2-6, 3-1, 3-2, 3-4, 3-5, 3-6, 4-1, 4-2, 4-3, 4-5, 4-6 tamam herhalde.
106S. 5-4, 5-6, 6-4, 6-5
107İ. Burada 6 var burada da 30 toplam 36 oldur. Buranın olasılığı 6/36, burasınınki de 30/36.

Öğrenciler problemin b şıkkını da başarılı bir şekilde çözmüşlerdir. Burada Oğuz'un ve Oktay'ın kazanma olasılıklarının İdil tarafından hesaplanması, İdil'in iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığını hesaplama bilgisini oluşturduğunu göstermektedir (107İ).

Araştırmacı üçüncü problemin yazılı olduğu çalışma yaprağını öğrencilere vermiş ve a şıkkını yüksek sesle okumalarını istemiştir. Bu problemdeki amaç öğrencilerin belirsiz bir durumu ortadan kaldırmak için yeni bir yapıya ihtiyaç olduğunu hissettirmek ve böylece yeni bir soyutlama süreci başlatmaktır. Öğrenciler soruyu okuduktan sonra bir süre sessizlik olmuştur.

3-a) Aynı kurallar olsaydı ama sayılarımız bu kez 1' den 60' a kadar olan sayılardan oluşsaydı 1a ve 2a daki oyunları Oğuz' un kazanma olasılığı ne olurdu? Nasıl hesaplardınız?

108A.Kartlarımız 6' ya kadar değil de 60 kadar olmuş olsaydı o zaman nasıl bulurdunuz?
109S. Bunları hepsini önceki sorulardaki gibi yazamayacağımıza göre bunun bir kısa yolu vardır.
110İ. Hiç bir şey gelmiyor aklıma.
111A. Mesela nasıl bir kısa yolu olabilir sizce?
Sessizlik oluyor.

Öğrenciler bu problemin a şıkkı ile ilgili herhangi bir şey söyleyememişlerdir. Sessizce herhangi bir yorum yapmadan beklemişlerdir. Ancak Sedat'ın "Bunların hepsini önceki sorulardaki gibi yazamayacağımıza göre bunun bir kısa yolu vardır (109S)" ifadesi yeni yapıya ihtiyaç olduğunun sezdiğini göstermektedir. Bu durum üzerine araştırmacı öğrencileri diğer şıklardaki soruları çözmeye yönlendirmiştir.

b) 1a şıkkındaki soruyu düşünün. İlk kartın çift sayı gelme olasılığı kaçtır? İlk kart çekildikten sonra tekrar torbaya atılmıyor. Bu durumda ikinci kartın tek olma olasılığı nedir?

112A. Birinci soruda ilk kartın çift gelme olasılığı nedir?
113İ. 3/6 dır.
114S. O zaman 5 tane kart kaldı 3/5 olur.
115A. İlk soruda Oğuz' un kazanma olasılığı neydi?
116İ. 9/30
117A. Şimdi 3/6, 3/5 ve 9/30 düşünün aralarında bir ilişki var mı?
118İ. Nasıl bir ilişki var ki? (Gülüyor)
119S: Bu ikisini çarparsak 9/30 eder.
120A. Tamam şimdi c şıkkını da bir yapın bakalım. Acaba S nin söylediği orada da geçerli mi?
121S. İlk kartın 4'ten büyük olması 2/6 dır. Atmadığımız için 5 kart kaldı bu kartların 3 ve 3'ten küçük olması 3/5 dir. 6/30 çıkacak.
122İ. Evet ilk soruda 6/30 dur.
123A. Sen 6/30 nasıl buldu S?
124S. Çarptım.
125A.Nasıl bir ilişki var?
126İ. Olasılıkların çarpımı
127S. Evet olasılıkların çarpımı bize olayın olasılığını veriyor.
128A. Kısa bir yöntem olarak ne diyebiliriz?
129S. Kartlardan çıkabilecek sayıların olasılıklarını çarparak bulabiliriz.

Bu diyaloglarda görüldüğü gibi Sedat ve İdil tek boyutlu örnek uzayında bir olayın olma olasılığını hesaplayabilmişlerdir. Bu durum da öğrencilerin bir olayın olma olasılığı ile ilgili bilgilerini tanıyıp kullandıklarını göstermektedir(113İ, 114S,121S). Ayrıca Sedat ve İdil problemlerin sonucunda iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını birinci olayın olasılığı ile ikinci olayın olasılığını çarparak bulabileceği bilgisini oluşturduğu söylenebilir (119S, 124S, 126İ, 127S, 129S).

Araştırmacı dördüncü problemin yer aldığı çalışma kağıdını öğrencilere vererek cevaplamalarını istemiştir. Bu problem öğrencilerin cevapladığı üç problemin ardından bu olayların benzerlik ve farklılıklarının dikkate alarak bir isim vermelerini içermektedir. Buradaki amaç öğrencilerin soyutlamanın bir sınıf adı koyma düzeyine ulaşıp ulaşmadıklarını belirlemektir.

4- a) Birinci ve ikinci soruları dikkate aldığınızda bu iki sorudaki olaylar arasında ne tür bir fark vardır?

130A. Birinci soru ile ikinci soru arasında ne tür bir fark vardır?
131İ. Birincisinde çekilen kart torbaya atılmıyor ikincisinde atılıyor.
132A. Peki çekilen kartın torbaya atılıp atılmaması neyi değiştiriyor?
133S. Aynı sayılar gelebiliyor atıldığında atılmazsa….
135İ. Toplam sayı farkını
136S. Evet o da değişiyor.
137A. Toplam sayı farkı nedir?
138İ. Tüm durumlar.
139A. Peki tüm durumların değişmesi neyi etkiler?
140S. Gelme olasılığını etkiler.
141İ. Kazanma olasılığını
142A. Gelme olasılığın değişmesi neyi etkiler?
143S. Adilliği yani adil olmaz

Öğrencilerin birinci ve ikinci problemlerde farklılık olarak çekilen kartın torbaya atılıp atılmaması olduğunu belirtmişlerdir. Ancak bunun neyi değiştirdiği konusunda anlamlı bir fikre sahip olmadıkları görülmüştür. Bu nedenle bağımlı olay ve bağımsız olay kavramları için gerekli ön deneyimlere sahip olmalarına rağmen doğru ilişkilendiremedikleri görülmektedir.

144A. Peki bunlara bir isim verseniz ne dersiniz?
Sessizlik…..
145S. Ne gibi bir isim?
146A. Torbaya atılıp atılmaması neyi değiştiriyor? Yani birinci kartı çektim ve torbaya atmadım ikinci kartı çekerken ne değişiyor?
147İ. Yapamama olasılığı değişiyor.
148A. İlk kartı çekerken torbada kaç tane kart var?

149S: 6
150A. Çektiğim kartı torbaya atmıyorum. İkinci kartı kaç tane kart içinde çekiyorum?
151S. 5
152A. Bu durum neyi değiştiriyor?
153S. Eeeee…Aslında bir şey değişmiyor. Gene torbadan kartları çekmeye devam ediyoruz.
154A. Sen ne diyorsun İdil?
155İ. Aklıma bir şey gelmiyor.

Öğrenciler çözdükleri üç problem sonucunda istenilen yapıları oluşturamamıştır. Kullanılan bilgi yapıları arasında doğru ilişkilendirmelerin yapılmaması durumunda yeni bir bilgi yapısının oluşması söz konusu olmayacaktır (Yeşildere, 2006). Burada öğrenciler üç problem boyunca kullandıkları bilgileri doğru olarak ilişkilendiremedikleri için yeni bilgi yapılarını (bağımlı ve bağımsız olay) oluşturamamıştır.

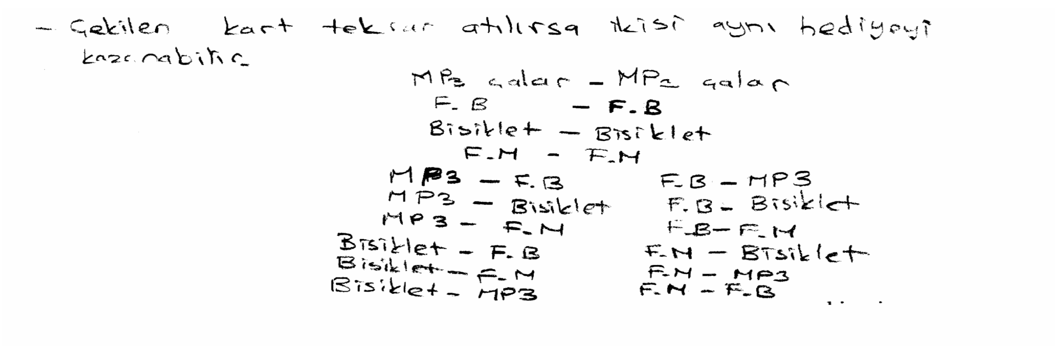
Araştırmacı öğrencilere beşinci ve altıncı problemlerin yer aldığı çalışma kağıtlarını vererek cevaplamalarını istemiştir.

5- Ercan öğretmen yaptığı bilgi yarışmasında başarılı olan Ömer ve Dilek adlı iki öğrencisine MP3 çalar, flaş bellek, fotoğraf makinesi, bisiklet hediye etmek istiyor. Ancak hangi öğrencisine hangi hediyeyi vereceğine bir türlü karar veremiyor. Bunun için çekiliş yapmaya karar veriyor.

Çekiliş için hediyelerin adlarını eş büyüklükteki kartlara yazarak bir torbaya atıyor. Buna göre;

a) Her ikisinin de aynı hediyeyi kazanabilecekleri bir çekiliş düzenleyiniz. Bu durumda her ikisinin MP3 çalar kazanma olasılığı nedir?

156A. Nasıl bir kura düzenlemeyi düşünürsünüz?
157İ. O zaman iki tane mi MP3 çalar yazacağız?
158A. Sizce nasıl olacak?
159S. Çekip tekrar mı atacağız.
160A: Kurayı siz düzenleyeceğiniz için buna siz karar vereceksiniz?
161İ. Çekip tekrar atarsa evet olabilir.
162S. Çekilen kart tekrar atılırsa ikisi aynı hediyeyi kazanabilir.
162A. Bu durumda ikisinin de MP3 kazanma olasılığı ne olacaktır?
Sedat ikililer haline hediyeleri yazmaya başlıyor.
163S. İlki mp3 çalar kazanır ikincisi flaş bellek, ilki mp3-flaş bellek, mp3 ile fotoğraf makinesi, bisiklet ile flaş bellek, bisiklet ile fotoğraf makinesi, bisiklet ile mp3, flaş bellek ile mp3, flaş bellek ile bisiklet, flaş bellek ile fotoğraf makinesi, fotoğraf makinesi ile bisiklet, fotoğraf makinesi ile mp3, fotoğraf makinesi ile flaş bellek bu kadar herhalde.
164İ. Geriye atıldığı için aynı hediyeleri kazanırlar.
165A. Onlar nelerdir?
166İ. Mp3 ile mp3, flaş bellek ile flaş bellek, bisiklet ile bisiklet, fotoğraf makinesi ile fotoğraf makinesi.
167A. Toplam kaç tane oldu?
168S. 16 oldu o zaman mp3 ile mp3 1/16 olur.



Şekil 7: İdil ve Sedat'ın bağımlı-bağımsız olay çalışmasına ait verileri

Bu diyaloglardan öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda tüm olası durumları yazma bilgi yapısını, iki boyutlu örnek uzayda istenilen olayın olası durumları yazma yapısını iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığın hesaplama bilgi yapısını oluşturduğu ve pekiştirdiği görülmektedir (163S, 168S). Ancak olasılığı hesaplarken öğrenciler olası bütün durumları yazarak hesaplamışlardır. Ama aynı öğrenciler altıncı problemdeki olasılığı hesaplarken olasılıkları çarparak hesapladıkları görülmüştür.

181İ. Ümitle birlikte 6 kişi mi oluyorlar yoksa?
182A. Ümit le beraber 5 kişi.

6- Ümit ile Meral kuzendir. Her ikisi de Bursa'da yaşamaktadır ama farklı okullara gitmektedirler. Hem Ümit hem de Meral okullarındaki gezi kulüplerine üyedir. Bursa'daki bütün okullardaki gezi kulüpleri bir araya gelip Çanakkale'ye bir gezi düzenlemek istemektedir. Bunun için her okuldaki gezi kulüplerinden bir temsilci seçilip bir organizasyon komitesi oluşturulacaktır.

Ümit ile Meral bu organizasyon komitesinde yer almak istiyorlar. Ümit'lerin gezi kulübünde beş öğrenci vardır. Meral'lerin gezi kulübünde ise üç öğrenci vardır. Her iki okuldaki kulüpler temsilciyi rastgele bir yöntemle seçmek istiyorlar.

a) Hem Ümit'in hem de Meral'in organizasyon komitesine seçilme olasılığı nedir? Nasıl bulursunuz?

183İ. O zaman Ümit' in seçilme olasılığı beşte birdir.
184S. İkisinin de seçilme olasılığı uzun uzun yapmayalım. 1/5 ile 1/3 çarpacağız 1/15 olur.
185A. b şıkkına bakın.
186S. Bu sefer 1/5 ile 2/3 mu çarpacağız.
187A. Niye 2/3 oldu.
188S. Çünkü Meral'in seçilme olasılığı 1/3 tür. Seçilememe olasılığı ise 2/3 tür. Tümleyen olaylardır.

189İ. Yani 2/15 olur.
190A. c şıkkına bakın.
191S. Ümit'in seçilememe olasılığı 4/5, Meral'in seçilme olasılığı 1/3 çarparsak 4/15 olur.
192A. d şıkkına bakın.
193İ. Burada da 4/5 ile 2/3 çarparız 8/15 olur.

Sedat'ın "İkisinin de seçilme olasılığı uzun uzun yapmayalım (184S)" ifadesi iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesaplarken birinci olayın olasılığı ile ikinci olayın olasılığını çarparak bulabileceğimizi bilgi yapısının oluşturulduğunun bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Bu diyaloglardan da görüldüğü gibi Sedat ve İdil önceki problemlerde oluşturduğu yapıyı burada kullanarak pekiştirmektedirler. Araştırmacı öğrencilere önceki problemde niye bu yapıyı kullanmadıklarını sorarak bu yapının oluşumu hakkında fikir sahibi olmak istemiştir.

194A. Peki, bir önceki soruda niye uzun yoldan yaptınız? Kısa yolu kullanamaz mıydık?
195S. Kullanabilirdik aslında ama niye uzun yaptık ki?
196İ. (Gülüyor)…
197A. Peki, kısa yoldan nasıl cevaplarsınız o problemi?
198İ. ¼ ¼ olacak. 1/16 olacak.
199A. Nasıl yaptın? Açıklayabilir misin?
200İ. Kısa yoldan yaptım. İlkinin Mp3 kazanma olasılığı dörtte birdir. İkincisinin de dörtte birdir. Bunları çarparsak on altı da bir olur.
201A. b şıkkına bakın.
201İ. Gene on altıda bir olacaktır. Ömer'in flaş bellek kazanma olasılığı dörtte birdir onu bir yazalım önce. Dilek'in fotoğraf makinesi kazanma olasılığı da dörtte birdir. Çarparsak on altı da bir olur.
203A. c şıkkına bakın.
204S. Gene mp3 gibi düşüneceğiz. Gene on altı da birdir.
205A. d şıkkına bakın.
206İ. İkisinin farklı hediyeler kazanması için çekilen kart geri atılmaz bir kere.
207A. Bu durumda ne olacak peki?
208İ. Ömer'in dörtte bir olurda Dilek' in üçte bir olacak.
209S. Evet.
210A. Bu durumda Ömer'in bisiklet, Dilek'in flaş bellek kazanma olasılığı ne olur?
211S. ¼ çarpı 1/3 eşittir 1/12 dir.

Bu diyaloglardan öğrencilerin istenilen yapıyı kısmen oluşturdukları söylenebilir (198İ, 201İ, 204S, 208İ, 211S). İdil ve Sedat ile yapılan görüşmeyi özetleyecek olursa öğrencileri iki boyutlu örnek uzayda olası tüm durumları belirleme, istenilen olayın olası tüm durumlarını belirleme, iki boyutlu örnek uzayda olasılığı hesaplama, bileşik olayların olasılığını bulurken olasılıkların çarpılacağı bilgi yapısını oluşturduğu görülmüştür. Ancak etkinlikteki asıl kazanılması istenilen bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının oluşturulamadığı tespit edilmiştir.

3.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi "İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımına göre tasarlanmış bir öğrenme ortamında deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarını oluşturma süreci nasıldır?" şeklindedir. Bu soruya cevap vermek için birinci bölümde görüşme yapılan öğrencilerle ikinci bir görüşme yapılmıştır. Aynı öğrencilerin seçilmesinin nedeni olarak ilk etkinlikteki oluşturulduğu görülen yapıların bu etkinlikte (farklı bir bağlamda) pekiştirilmek istenmesidir. Bu görüşmelerde ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarını nasıl oluşturdukları ya da oluşturup oluşturamadıkları ve bu süreç esnasındaki etkileşimlerinin nasıl olduğu incelenmiştir. Aşağıda araştırmaya katılan yedinci sınıf öğrencilerini deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarını oluşturma süreci hakkındaki bulgulara ve bu konuya ilişkin yapılan yorumlara yer verilmiştir.

3.2.1. Yaprak ve Can'ın Deneysel ve Kuramsal Olasılık Kavramlarını Oluşturma Süreci

Yaprak ve Can ile yapılan ikinci görüşme yaklaşık olarak bir saat sürmüştür. Araştırmacı etkinliğin ilk problemini içeren çalışma kâğıdını öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. Yaprak sesli okumuş ve Can dikkatlice dinlemiştir. Kısa süre duraklama olmuştur. Bu duraklamayı ortadan kaldırmak için araştırmacı öğrencilere sorular yönelterek problemi anlamalarını sağlamıştır.

ETKİNLİK: Kader Anı

1- Ailenizle birlikte bir yarışmaya katılıyorsunuz. Yarışmada farklı renkteki iki zar aynı anda atılıyor. Zarların üst yüzündeki rakamların toplamının ne olduğunu doğru olarak tahmin etmeniz durumunda bir araba kazanacaksınız. Bunun için bir hafta süreniz var.

a) Sizce yarışmayı kazanma şansınız nedir? Nasıl hesaplarsınız?

1A. Böyle bir yarışmada arabayı kazanma şansınız nedir?
2Y. Ya çok düşük ihtimal.
3A: Bu yarışmaya nasıl hazırlanırsınız?

4Y. Aslında pek çok kez deneterek acaba gelme şanslarını mı bulacağız? (Can'a dönüyor)
5C. Şimdi tek bir kez atma şansları mı var yoksa daha var mı?
6A. Yarışmada bir kere zar atıp sonucu tahmin edeceksiniz. Ama bir hafta da süreniz var. Bu yarışmaya katıldığınızı düşünün. Nasıl bir çalışma yaparsınız?
7C. Ne yapabiliriz ki.
8Y. Pek çok kez deneyerek de bulamaz mıyız? Böylece şansımızı hesaplarız.

Araştırmacı Yaprak'ın informal düşüncesini dikkate alarak ona uygulama fırsatı vermek için yanında getirdiği zarları Yaprak'a veriyor. Yaprak zarları atıp denemeye hemen başlıyor. On kez atmaya karar veriyor ve toplamlarını bir kenara not ediyor.

10Y. 4-2 geldi toplamları 6 yani.
11Y. 6-9-3-5-11-9-5-2-8-6
12C. 2 tane 6, 2 tane 9, 2 tane 5 var.
13A. Bu sonuçlara göre ne dersiniz?
14Y. Ya 6, Ya 9, Ya 5 eğer böyle olsaydı.
15A. Peki, bu durumda ne yaparsınız?
16Y: Devam ederiz çünkü hepsinin şansı eşit şuan.

On atış sonucunda gelme sonuçlarında eşitlik olduğu için Yaprak denemelere devam etmek istemiştir. Yaprak'ın " Devam ederiz çünkü hepsinin şansı eşit şuan (16Y)" ifadesi bir olayın olası durum sayısı ile olayın olasılığı arasındaki ilişkinin farkında olduğunu göstermektedir. Yani Yaprak olasılık bilgisi ile ilgili önceki yapılarını kullanarak akıl yürütmektedir. Öğrenciler zarları atmaya devam ediyorlar.

17C. 7-7-3-7-2-10-2-9-7-10
18A. Bu sonuçlara göre ne dersiniz?
19Y. Çok fazla 7 geldi ama.
20A. Peki, 7 gelme olasılığı kaçtır burada?
21C. 20 de 4.
22A. Peki, bu sonuçlara göre siz ne dersiniz?
23Y. Yani 7 daha fazla olduğu için 7 derim.
24C. Ama biraz daha atarsak bu sonuçlar değişir. Devam edelim bence.
25A. Tamam devam edin.

Can denemeler sonucunda 7 gelme olasılığını doğru bir şekilde hesaplamıştır (21C). Yaprak'ın da "Yani 7 daha fazla olduğu için 7 derim" ifadesi önceki yapılarını tanıyarak kullandıklarının bir göstergesi olabilir (23Y). Ancak Can'ın deneme sayısı artıkça bu sonuçların değişebileceği düşüncesiyle zarları atmaya devam ediyorlar (24C). Sonra gözlenen ikililerin toplamlarının frekanslarını buluyorlar.

27C. 3 tane 9, 6 tane 7, 5 tane 6, 4 tane 3, 3 tane 5, 3 tane 2, 1 tane 11, 2 tane 8, 1 tane 10, 1 tane 12.
28A.Şimdi bu sonuçlara göre hangi sayıyı söylersiniz?
29Y. 7
30C. 7
31Y. 7 lerden daha fazla çıktı. 30 da 6.

Öğrenciler otuz atış sonucunda kararları veriyorlar. Karar verirken olasılık kullanmaları ve olasılık değerini doğru bir şekilde hesaplamaları bu yapıların oluşturulduğunun bir göstergesi olabilir (31Y). Bu diyalogların sonucunda öğrenciler deneysel yöntemle olasılığı hesaplayabilmişlerdir. Ancak bu aşamada öğrenciler bunun deneysel olasılık olduğunun farkında değillerdir. Bu aşamadan sonra araştırmacı öğrencilerin kuramsal olasılık kavramını keşfetmeleri için yönlendirici sorular yöneltmiştir.

32A. Peki, bir hafta hiç çalışma imkanınız olmadı bu tarz bir hazırlık yapamadınız. O zaman kazanma şansınızı bulabilir miydiniz?
33Y. Bulabiliriz.
34C. Bulabiliriz ama çok düşük bir ihtimal.
…………………………………………..
Sessizlik oldu. Düşünüyorlar.
39A. Mesela iki zarı attığımızda kaç tane durum çıkar?
40C: 36.
41A: Hangi sayılar gelebilir?
42C. İkisi de 1 gelebilir, ikisi de 2 gelebilir, ikisi de 3 gelebilir, ikisi de 4 gelebilir, ikisi de 5 gelebilir.
43Y. 1 ile 6 arasında sayılar gelebilir.
44A. Peki, biz gelen sayıların toplamlarını istiyoruz. Toplamları ne olabilir?

Bu soru üzerine Yaprak sırayla ikilileri yazıp toplamlarını bulmaya başlıyor. Bu arada Can onu izliyor.

45Y: 1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, toplamları 2, 3, 4, 5, 6, 7 sonra 2-1, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6 bunların toplamları 3, 4, 5, 6, 7, 8; üçler için 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6, toplamlarını yazalım; 4, 5, 6, 7, 8, 9 olur. Sonra 4-1, 4-2, 4-3, 4-4, 4-5, 4-6 toplamları 5, 6, 7, 8, 9, 10, 5-1,5-2, 5-3, 5-4, 5-5, 5-6 toplamları 6, 7, 8, 9, 10, 11, 6-1, 6-2, 6-3, 6-4, 6-5, 6-6 toplamları 7, 8, 9, 10, 11, 12 olur.
46C. Toplamları 2 ile 12 arasında değişiyor. Yani 11 farklı sayı var.

Bu diyaloglardan Yaprak'ın iki boyutlu örnek uzayda olası bütün durumları yazabildiği görülmektedir. Bu durum önceden oluşturduğu yapıların burada pekiştirildiğini gösteren bir delil olarak kabul edilebilir. Yaprak istenilen olasılığı ulaşmak için önceki yapılarını tanıyıp kullanarak istenilen hedefe doğru ilerlemektedir (45Y). Bütün ikililerin toplamlarını bularak frekanslarını buluyorlar. Yaprak frekanslarını bulurken saymak yerine örüntü kullanarak yanlış hesaplamıştır. Ancak Can bu hatayı fark ederek frekansları doğru bir şekilde yazabilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin işbirliği içinde hatalarını daha kolay olarak gördüklerinin bir kanıtı olarak düşünülebilir.

47Y: 2 den 1 adet, 3 den 2 adet, 4 den 3 adet, işte böyle gidecek 5 den 4 adet, 6 dan 5 adet, 7 den 6 adet, 8 den 7 adet, 9 dan 8 adet, 10 dan 9 adet.
48C. Yalnız 10 dan 9 adet olmuyor 3 adet oluyor?
49Y. Niye sırayla gitmesi gerekmiyor mu?
50C: Ama yukarıda o kadar toplam yok ki. Bunlar çok oldu bence.
51Y. Gittikçe çoğalıyorlar. Bir dakika tekrar sayalım. Şimdi 6 dan 5 adet var mı? (Sayıyor) 1, 2, 3, 4, 5 tamam o doğru. Şimdi 7 den o kadar var mı? 1, 2, 3, …
52C. En baştan yaptıklarında bir sorun yok ama 8 den daha az oluyor. Çünkü oradan sonra azalmaya başlıyor.
53Y. 8 leri sayalım. 1, 2, 3, 4, 5 tane var. Neden böyle oldu?
54A. Sence?
55C. Çünkü sayılar gittikçe şey oluyor. En başta oluşmayan sayılar sonradan oluşmaya başlıyor.
56Y. Tamam anladım. Şimdi 9 dan kaçta var ona bakalım. 1, 2, 3, 4 tane var. 10 dan
57C. 3 tane.
58Y. 11 den 2 adet, 12 den 1 adet.
59C. Yani gelme ihtimali en fazla 7 dir.
60Y. Evet 7.
61A. Peki, 7 gelme olasılığı nedir?
Yağmur ve Canberk yazdıkları ikilileri sayıyorlar.
62Y. 36 da 6 dır. Ama yukarıda 30 da 6 bulmuştuk. Niye orada farklı oldu?
63A. Sizce niye farklı oldu?
Sessizlik oldu.

Bu diyaloglarda öğrencilerin olasılığı hesaplamadan yazdıkları ikililerin sayısını bulmaya çalışması ve doğru bir şekilde olasılığı hesaplamaları iki boyutlu örnek uzayında bir olayın olasılığını hesaplama ile ilgili yapıların oluştuğunu göstermektedir (62Y). Can'ın "Yani gelme ihtimali en fazla 7 (59C)" ifadesi de istenilen olayın çıktı sayısı ile olasılığı arasındaki ilişkiyi doğru olarak kullandığı görülmektedir. Ayrıca Yaprak buldukları olasılıkların neden farklı olduklarını sorgulamış ama bir sonuca ulaşamamıştır (62Y). Bunun üzerine araştırmacı hesapladıkları olasılıkların yöntemleri üzerine dikkatlerini çekerek yöntemler arasındaki farkı sezdirmeye çalışmıştır.

> 64A. İki farklı olasılığı nasıl buldunuz aynı yöntemlerle mi?
> 65Y. Aslında hayır değil. Orada şans. Orada zarı attık şansa göre değişti ama burada beklediğimiz şeye göre yazdık gelme olasılıklarına da bakınca aslında daha düşükmüş gelme olasılığı.

Yaprak'ın açıklamalarından kullandıkları yöntemlerin farkını doğru bir biçimde algıladığını göstermektedir (65Y).

Araştırmacı ikinci problemin yer aldığı çalışma kağıdını öğrenciye vererek okumalarını istemiştir. Bu problem karşısında Yaprak'ın "Yine olasılıklarını bulmalıyız (71Y)" ifadesi soruyu olasılıkla doğru bir şekilde ilişkilendirdiğini göstermektedir. GME' nin temel ilkelerinden matematikleştirme süreçlerinde öğrencilerin informal stratejileri temel alınmaktadır. Bu anlamda araştırmacı öncelikle öğrencilerin informal stratejilerini ortaya koymaları istemiş ve onları bu stratejilerini uygulama fırsatı vermiştir. Öğrencilerin tıkandıkları noktalarda öğrencileri yönlendirerek etkinliğin amacına ulaşmasını sağlamıştır. Yaprak önceki problemde oluşturduğu yapıyı kullanarak sistematik bir yolla olası cevapları (örnek uzayı) yazmaya başlıyor. Ancak çok fazla olduğunu söyleyerek yazmaktan vazgeçiyor. Bunun üzerine Can önceki görüşmedeki (bağımlı-bağımsız olay kavramlarının oluşturulduğu görüşme) kastederek "Şimdi geçen yaptığımız gibi yapsak (76C)" doğru bir ilişkilendirme yapmıştır.

2- Ingilizce öğretmeniniz bir hata sonucu size lise öğrencilerinin sorularının yer aldığı aşağıdaki gibi beş tane doğru ve yanlış sorusundan oluşan bir test uygulamıştır. İngilizce öğretmeniniz sınav esnasında başınızda olamadığı için itiraz edemiyorsunuz. Bu nedenle soruları cevaplamak zorundasınız. Testteki soruların hepsini cevaplamanız gerekmektedir (Hiç birini boş bırakmayınız). Testten başarılı sayılmak için en az dört tane doğru cevap vermeniz gerekmektedir.

(.......) 1- For any triangle, the sum of the lenghts of any two sides is greater than the length of the remaining side.

(.......) 2- An equilateral triangle has at least two sides of equal length.

(.......) 3- When you slide a figure so each point moves the same distance in the same direction, it is called a rotation. .

(.......) 4- If a figure is translated, rotated or reflected, the resulting figure is congruent to the original figure.

(.......) 5- An isosceles triangle has three sides of different lengths.

a) Bu soruları nasıl cevaplandırırsınız? Soruları cevaplarken nasıl bir yol izlersiniz?

71Y. Yine olasılıklarını bulmalıyız
72A. Nasıl yazacaksınız?
73Y. Doğru-doğru-doğru-doğru-doğru, Doğru-yanlış-doğru-doğru-doğru o şekilde olabilir mesela. (Olası durumları yazmaya devam ediyor.)
74A. Peki bu şekilde kaç durum vardır?
75Y. Ufffff. Yani çok fazla ama. Yani yine yazmak mı lazım acaba tek tek bir yolu vardır ama bunu nasıl bulabiliriz?
76C. Şimdi geçen yaptığımız gibi yapsak?
77A. Nasıl olacak?
78C. Olasılıkları çarpacağız.
79A. Hangi olasılıkları çarpacaksınız?
80Y. Kaç tane doğru olduğunu ve kaç tane yanlış olduğunu bulmamız gerekmez mi?
Birbirine bakıyorlar.

Bu diyaloglardan öğrencilerin önceki oluşturdukları yapıları burada tanıyarak kullanma istedikleri söylenebilir. Ancak öğrencilerin önceki oluşturduğu yapıyla doğru bir ilişkilendirme yapmasına rağmen yapıyı nasıl kullanacaklarına karar verememişlerdir. Bu aşamada yapının pekiştirildiği söylenemez. Çünkü yapının pekiştirilmesi sürecinde öğrencileri dolaysızlık, açıklık, güven, esneklik ve farkındalık bilişsel yapılarının gözlemlenmesi gerekmektedir (Dreyfus ve Tsamir 2004). Öğrencilerin duraklamaları üzerine araştırmacı öğrencilere sorular sorarak onları yönlendirmeye çalışıyor.

81A. Eğer testte bir tane soru olsaydı doğru cevaplama olasılığım ne olurdu?
82C. Yüzde 50.
83A. İki soru olsaydı ikisini de doğru cevaplama olasılığınız ne olurdu?

84C. İkisini de doğru yapma olasılığımız yüzde 25 değil mi?
85A. Nasıl hesapladın?
86C. Eeeee….şeyyy dört tane cevap verme şansımız var.
87A. Nedir onlar?
88C. Doğru-Doğru, Doğru-Yanlış, Yanlış-yanlış
89Y. Sonra birincisi yanlış ikincisi doğru. Tamam işte ikisinin de doğru olması dörtte birdir.
90A. Peki üç soru olmuş olsaydı?
92C. O zaman ekleyelim. (Önceki ikilileri üzerine eklemeler yapıyorlar)
93Y. Doğru-doğru-doğru
94C. Doğru-yanlış- doğru, yanlış-yanlı-yanlış, yanlış-doğru-doğru, yanlış-yanlış-doğru,
95Y. 9 tane falan mı olacak.
96C. Bir dakika doğru-doğru-doğru, doğru-yanlış-doğru (kontrol ediyor)
97Y. Önce bence hepsinin altına doğru koysaydın. Sonra hepsine yanlış koysaydın.
98C. Evet. Daha iyi olacaktı.
99Y. Neyse şunun altına yanlış-doğruya çevir. (Bu sırada Canberk yazdıklarını siliyor) Ya hepsini silme (gülüyor). Bırak ben yapıyım.
100C. Evet. Al sen yap.
Yağmur yazdıkları ikililerin altına önce doğru sonra yanlış yazıyor.
101A. Toplam kaç durum oldu?
102Y. 8 tane
103A. Peki üç soruyu da doğru yapma olasılığınız nedir?
104Y. 8 tane oldu. Üçünün de doğru olduğu şimdi kaç tane var? Bir dakika kafam karıştı benim ya. Şimdi orada yüzde 25 di. Ne yapmıştık orada? Ya niye yüzde 25 yapmıştın onu?
105C. Ya şimdi burada dörtte biriydi çıkma şansı o zaman burada da sekiz de bir olacak.
106Y. Evet. Tamam yazdık zaten sekiz de bir.

Öğrenciler öncelikle sistematik bir yol izleyerek olası bütün durumları yazmaya başlıyorlar. Öğrencilerin olası bütün durumları yazarak istenilen olasılığı doğru bir şekilde hesaplayabilmişlerdir (89Y, 105C, 106Y). Bu durum öğrencilerin bir olayın olma olasılığını hesaplama bilgi yapısını pekiştirdiği söylenebilir. Ancak hala önceki etkinlikteki oluşturulan bilgi yapısı ile ilişkilendirmeyi kuramadıkları görülmektedir. Araştırmacı öğrencileri yönlendirmeye devam ediyor.

115A. Peki kısa bir yöntemi yok mudur? Mesela 10 tane soru olsaydı o zamanda bu şekilde yazacak mıydınız?
116Y: Ya aslında geçen hafta olasılıkları birbirleriyle çarpmıştık. Burada yine olasılıkları çarpmamız lazım ama burada bir tane olasılık buluyoruz hep.

Yaprak'ın ifadelerinden önceki yapıyı tanıdığını ancak nasıl kullanacağını bilemediğini göstermektedir (116Y). Araştırmacının birkaç sorusundan sonra öğrencilerin doğru bir şekilde ilişkilendirmesi ile önceden oluşturdukları yapıyı tanıyıp kullanabilmişlerdir.

117A. Birini soruya doğru cevap verme olasılığınız kaçtır?
118C. ½
119A. Peki, ikinci soruya doğru cevap verme olasılığınız kaçtır?
120C. ½
121A. Peki, şimdi iki soruya da doğru cevap verme olasılığınız kaçtır?
122Y. 4 de 1 ikisiniz çarparız.
123A. Üç tane olursa?
124Y. Yine ½ ile çarparız.
125A. Dört tane olursa?
126Y. Yine çarparız. 5 tane olursa da 5 tane ½ yi çarparız.

Sonuç olarak öğrenciler önceki oluşturdukları yapıları kullanarak kuramsal olasılığı hesaplayabilmişlerdir (126Y). Bu etkinlikteki amaç öğrencilerin iki farklı yoldan olasılık hesaplayabileceklerini sezdirmek olduğu için araştırmacı öğrencileri deneysel olasılığı kullanmaları için onları yönlendiriyor.

133A. Peki, bu testten başarılı olma olasılığınızı başka türlü bulabilir misiniz?
Sessizlik oluyor.
134Y. Nasıl olabilir ki acaba o? Ben anlamadım.
135A. Öğretmeniniz bu soruları size sordu. Boş bırakma şansınız yok nasıl cevaplardınız?
136Y. Ben herhalde tahmin yürütürdüm.
137A. Nasıl tahmin yürüteceksin?
138Y. Yani anladığım kelimelere falan bakardım ama. Hiçbir şey mi anlamıyoruz yani.

Kısa bir sessizlikten sonra öğrenciler tahmin yürüterek soruları cevaplamaya başlıyorlar.

142C. Ya bilmiyorum ama içimden birinci soruya doğru demek geliyor.
143A. Tamam de bakalım.
144C: İkincisi de doğru olsun, Sonra Yanlış-doğru-doğru olsun.
145Y: Ben de yanlış-doğru-doğru-yanlış-doğru derdim herhalde.
146A. Can senin 3 doğru-2 yanlış, Yaprak senin 5 yanlış
147C. Bir kere daha yapabilir miyim? Bu sefer 5 de 5 yapacağım.
148A. Tabi istediğiniz kadar yapabilirsiniz.
149C. Tamam, o zaman sen beş tane yap ben de beş tane yapıyım.
150A. Peki, bu soruları nasıl cevaplandırmayı düşünüyorsunuz? Kullanacağınız bir yöntem var mıdır?
151Y. Mutlaka bir yöntemi vardır yani sonuçta.
152A: Ne olabilir sizce?
153C. Aklıma ilk geleni söylerdim herhalde.

154Y. Ama hep doğru ya da hep yanlış olursa bir tuhaf oluyor. O zaman sanki yanlışmış gibi geliyor.
155A. Duygularınıza göre karar veriyorsunuz yani?
156C. Tabiî ki
157A. Duyguları için işinden çıkarsak nasıl olur? Çünkü duygularımız bizi yanıltabilir bazen.
158C. Bir zar alırım elime atarım 3 ve 3 den küçükse doğru derim, 3 den büyükse de yanlış derim.

Öğrenciler testteki sorulara toplam on kez cevaplamaya karar vermişlerdir(149C). Bu durum öğrencilerin deneysel olasılığı hesaplamaya yöneldiklerinin bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Bu bölümde göze çarpan bir diğer durum ise etkinlik boyunca pasif kalan Can'ın etkinliği sahiplendiği ve çalışmayı yönlendiği gözlemlenmektedir. Öğrencilerin soruları cevaplarken kullandıkları yöntem eş olasılık kavramının farkında olduklarını göstermektedir. Öğrenciler bu yöntemi kullanarak soruları on kez cevaplamışlardır. Cevaplamaların sonucunda ancak 1 kere 4 doğru cevap verebilmişleridir.

172A. Peki, bu sonuçlara göre sizin testten başarılı olma şansınız nedir?
173C. Onda birdir.
174Y. Evet.
175A: Peki, bu olasılığı nasıl buldunuz?
176Y. On denemeden sadece bir tanesinde başarılı olduk.

Bu diyaloglardan öğrencilerin deneysel olasılığı doğru bir şekilde hesaplayabildikleri görülmektedir(176Y). Öğrencilerin iki soruya verdikleri cevaplardan sonra araştırmacı bir olayın olma olasılığını kaç farklı şekilde bulabilecekleri sorusunu yönelterek istenilen yapıların oluşup oluşmadığını kontrol etmek istemiştir.

177A: Şimdi bu sorularda yaptıklarınızı dikkate alarak bir olayın olma olasılığını kaç farklı yöntemle bulabilirsiniz?
178C. Yazma.
179A. Yazma. Nasıl yani?
180Y. Yani bu şekilde yazarak bulabiliriz ama çoğaldıkça bu zorlaşıyor. Sonra bu şekilde çarparak bulabiliriz.
181A. Şimdi siz bu etkinlikte 2 tane soru cevapladınız. Bu sorularda kullandığınız yöntemler nedir?
182Y. Sonuçlara göre bir şey yaptık.
183A. O sonuçları nasıl elde ettiniz?
184Y. Deneyerek. Deneme- eleme yaparak yaptık.

185A: Evet.
186Y. Sonra gelme olasılıklarını çarparak yaptık.
187A. Peki her soru için benzer yöntemler kullandınız mı?
188Y. Şunla (1.soruyu) şu (2.soruyu gösteriyor) benzer hani
189A: Peki bunların ortak yönü nedir?
189C. Sayıları yani olasılığını yazarak
190A. Olasılıkları nasıl yazdınız peki?
191Y. Şöyle yazdık mesela işte eeee…. Öncelikle zar attık mesela sonuçları yazdık sonra doğru cevapları ile kontrol ettik başarılı ya da başarısız olma olasılığımızı yazdık.
192A. Peki başka bir yöntem kullandınız mı?
193Y. Onda ise çıkabilecek sonuçları mesela doğru cevaplama olasılığız burada ½ di 5 soru olduğu için çarptık ve sonucu bulduk.
194A. Peki, bir olayın olma olasılığını kaç farklı yöntemle bulabiliriz?
195Y. Burada…. İki.

Öğrenciler bir olayın olma olasılığını iki faklı yöntemle hesaplayabileceklerini söylemişlerdir (195Y). Burada öğrencilerin yaptıkları işlemleri doğru olarak sınıflayabildikleri görülmektedir. Ancak öğrenciler bu yöntemlere bir isim verilmesi istendiğinde zorlanmışlardır. Sonuç olarak kullandıklara yöntemleri deneme-yanılma ve sonuçlara dayalı olarak isimlendirmişlerdir(197Y, 218Y,219C).

196A. Nedir onlar?
Sessizlik oluyor.
197Y. Bence bunlar deneme-eleme ile olabilir.
198A. Diğeri için ne dersiniz?
199Y. Olasılıkları çarparak olabilir aklıma geliyor başka bir şey aklıma gelmiyor. C sen ne dersin?
200C. Bilmem.
…………………………………………………………………….
218Y. Çıkabilecek sonuçlara göre yazdık. Sonuçlara dayalı olanlar mı acaba? Sonuçta buradaki ½ onun sonuç olasılığı orada da bütün sonuçları yazdık. Sonuçlara dayalı olur mu sen ne diyorsun?
219C. Sonuçlara dayalı olur bence de.

Bu aşamada öğrencilerin deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarını oluşturduğu söylenebilir. Öğrenciler oluşturulması istenilen kavramların isimlerini doğru olarak oluşturamamalarına rağmen bu kavramların temel özelliklerini doğru olarak algılayabildikleri görülmektedir (191Y, 193Y).

Gerek bu oluşturulan yapıların kırılgan yapısını gidermek gerekse GME' nin temel süreçlerinden biri olan dikey matematikleştirme sürecini başlatmak amacıyla araştırmacı öğrencilere üçüncü problemi yöneltmiştir.

3- Yukarıda testteki sorular doğru-yanlış testti değil de çoktan seçmeli bir test olsaydı ve yine testten başarılı olmak için en az dört doğru cevaba ihtiyacınız olsaydı;

a) Başarılı olma şansınızı bulabilmek için nasıl bir yol izlediniz?

222A. Şimdi testimiz çoktan seçmeli oldu. Bu durumda oyunu kazanma olasılığınız ne olacaktır?
223Y. Bunu sonuçlara dayalı olarak yapabiliriz. Kaç tane şık var?
224A. 4 tane.
225Y. Dört tane şık var bu sefer hepsinde ¼ olmaz mı?
226C. ¼ olur.
227Y: 4 tane ¼ çarparız. 1/256
228A. Peki, hepsine doğru cevap verme olasılığınız nedir?
229Y. Bir tane daha ¼ ile çarpmam gerekirdi. Offfffff. 1/256 çarpı ¼ ne yapıyor. 1024. yani 1/1024 olur.

Öğrenciler vakit geçirmeden kuramsal olasılığı, olasılıkların çarpımı kuralından faydalanarak hesaplayabilmişlerdir. Bu da kuramsal olasılık yapısının oluşturulduğunun bir göstergesi olabilir (226C, 227Y, 229Y). Diğer taraftan hem dikey matematikleştirme süreci başlamış hem de pekiştirme gerçekleşmiştir.

230A. Peki, deneme-eleme yöntemiyle nasıl bulacaksınız?
231Y. Yine zarı kullansak olmaz mı?
232A. Nasıl kullanacaksın peki?
233C. Yine aynı kuralı kullanalım.
234Y. Ama iki tane şık yok ki bu sefer.
235C. Doğru ya.
236A: İlla zar atmak zorunda mısınız?
237Y. Değiliz. Ama şimdi nasıl yapacağız ki?
238C. Direk söylesek. Mesala 1-D, 2-A, 3-A, 4-C, 5-C olsun.
…………………………………………………………………
244C. Bu kadar yeter. Kaç doğrumuz var?
245Y. Şansımız ok çok düşük.
246A. Maalesef 4 tane doğrunuz hiç yok. Bu sonuçlara göre testten başarılı olma şansınız nedir?
247C. Sıfır
248Y. Hep başarısız olduk. Altıda sıfır.

Bu diyaloglardan öğrencilerin deneysel olasılığı hesaplama bilgi yapısını oluşturduğu söylenebilir (247C, 248Y).Bu süreç devam ederken Can burada yaptıkları işlemleri bir yarışma programındaki olaylara ilişkilendirmesi pekiştirme sürecini kuvvetlendirmiştir (247C).

251C. Var mısın yok musun da kutular var ya birinden atıyorum 9 dan kırmızı çıktı onun yanınkinde de kesin kırmızı vardır diyorlar.
252A. Mesela o program yaklaşık olarak 300 kez yayınlandığını düşünün ve 9 numaralı kutudan 20 kez 500 000 çıktığını düşünün.
253Y. O zaman onu açmaya korkarlar.
254A: Peki programın 301. bölümünde 9 numaralı kutudan 500 000 çıkma olasılığı nedir?
255Y. Daha fazladır. 300 de 20 olur.
256A. Peki, aynı yarışmada 12 numaralı kutudan da 1 tane 500 000 çıktığını düşünün.
257C. O zaman ben 12 derim.
258A. Niye?
259C. 300 de 1 olasılığı.
260A. Bu olasılığı hangi yöntemle hesapladınız?
261Y. Çıkıp çıkmama durumuna göre
262A. Peki, sizin bulduğunuz yöntemlerden hangisi bu?
263C. Deneme-yanılma
264A. Niye? Ne deniyorsunuz?
265Y. Tüm yarışmadaki sonuçlara göre söylüyoruz.
266A. Peki siz bu yarışmaya katıldığınızı düşünün bu yarışmayla ilgili ne tür bilgileri bilmek istersiniz?
267Y. Hangisinde ne çıktığını bilmek isterdim herhalde. Kırmızı çok çıkan kutuları en sona bırakırdım.
268C: Evet. Ben ya hiç kırmızı çıkmamışları ya da en az çıkanları açtırırdım.
269A. Niye?
270C. Şansımı artırmak için.

Bu diyaloglardan öğrencilerin deneysel ve kuramsal olasılık bilgi yapılarını oluşturdukları görülmektedir (255Y, 257C, 259C, 263C, 267Y). Ayrıca etkinlik boyunca öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda bir olayın tüm olası durumlarını belirleyebildikleri (45Y, 73Y, 93Y, 94C, 102Y), iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığını hesaplayabildikleri (59C, 62Y), bileşik olayların olasılığını olayların olasılıklarının çarpımı şeklinde hesaplayabildikleri (78C, 122Y, 126Y, 229Y) görülmüştür. Bu bilgi yapılarını farklı bağlamlar içerisinde tanıyıp kullandıkları için öğrencilerin bu yapıları pekiştirdiği söylenebilir.

3.2.2 Faruk ve Murat'ın Deneysel ve Kuramsal Olasılık Kavramlarını Oluşturma Süreci

Faruk ve Murat ile yapılan ikinci görüşme yaklaşık olarak 65 dakika sürmüştür. Araştırmacı etkinliğin ilk problemini içeren çalışma kâğıdını öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. Öğrenciler kısa bir süre duraklamışlar ve araştırmacıya sorular yöneltmişlerdir.

ETKİNLİK: Kader Anı

1- Ailenizle birlikte bir yarışmaya katılıyorsunuz. Yarışmada farklı renkteki iki zar aynı anda atılıyor. Zarların üst yüzündeki rakamların toplamının ne olduğunu doğru olarak tahmin etmeniz durumunda bir araba kazanacaksınız. Bunun için bir hafta süreniz var.

a) Sizce yarışmayı kazanma şansınız nedir? Nasıl hesaplarsınız?

1A. Yarışmayı kazanma şansınız nedir? Nasıl bulursunuz?
2M. Olasılıklarını düşünürüm.
3A. Nasıl?
4M. Mesela ……… Kaç gelebilir 1-6, 1-5. Ama hocam bir hafta süre ne alaka.
5A. Yarışmaya hazırlanma için bir hafta süreniz var. Bu yarışmaya nasıl hazırlanırsınız?
6M. Zarları atarım. Denerim. En fazla kaç gelirse. Onu söyler onu tahmin ederim.
7F. 11 tane şey var. Toplamın sonucu var. 1 ile 1 gelir 2, 1, 1 ile 2 gelir 3…… ama bir dakika
8M. Daha fazla sonuç var.
9F. Toplamları en fazla 12 dir, en az ise 2 dir. Buna göre 11 tane sayı vardır. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 buna bağlı olarak 1/11 yarışmayı kazanma şansı.

Murat'ın "Zarları atarım. Denerim. En fazla kaç gelirse. Onu söyler onu tahmin ederim (6M)" ifadesi deneysel olasılık kavramının oluşumunu başlatılması için uygun olmasına rağmen Faruk daha baskın çıkarak kendi fikrini anlatmaya başlıyor. Murat'ın bu duruma karşın sessizliği ise matematikteki kendisine duyduğu güven duygusunun azlığı ile ilişkilendirilebilir. Bu diyaloglardan Faruk'un iki boyutlu örnek uzayda olası durumları doğru bir şekilde belirleyip kullandığı görülmektedir (9F). Ancak Faruk toplamları 11 sayı olacağı için her bir toplamın gelme olasılığını 1/11 olarak ifade etmiştir. Faruk'un bu ifadesinden "eş olasılık yanlılığı" (Lecoutre, 1992: Aktaran Kazak, 2008) kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Burada Faruk bir çift zar atıldığında kaç farklı durumun gelebileceğini düşünmeden olasılıkları karşılaştırmış olabilir. Bunun üzerine araştırmacı keşfettirici sorularla öğrencileri yönlendirme ihtiyacı hissetmiştir.

10A. Peki, bir çift zarı attığımız zaman toplamları 3 olan kaç tane ikili vardır?
11F. Toplamları 3, yine 1/12 ay 1/ 11 olasılık. Bir zar 1 gelebilir bir zar da 2.
12M. 2-1 de olabilir.
13F. Evet. Başka türlü hiç olmaz.
14A. Peki, bir çift zar atıldığında kaç tane farklı durum gelebilir?
15M. 1-1, 2-2, 3-3, 4-4,
16A: İşte böyle toplam kaç tane durum gelir?
17F. Çok fazla hocam. 1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6 6 böyle. 2-1, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6 12 bir dakika 36.
18M. Hocam geçende yaptığımızın aynısı.
19A: O zaman kaç tane vardır?
20F: 36
21M. Kart sisteminin aynısı.

Bu diyaloglardan her iki öğrencinin de iki boyutlu örnek uzayı doğru olarak algılayabildikleri ve olası ikileri doğru olarak yazabildikleri görülmüştür (15M, 17F). Ayrıca Faruk'un tüm ikilileri yazmadan örnek uzayı kavramını doğru olarak hesaplayabildiği görülmektedir. Bu da Faruk'un önceki yapıları tanıyıp kullandığının bir göstergesi olarak değerlendirilebilir (17F). Ayrıca Murat'ın ifadeleri önceki etkinlikte (bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının oluşturulduğu etkinlik) yaptıkları çalışma ile doğru olarak ilişkilendirdiği görülmüştür (18M, 21M).

23A. Peki, şimdi bu yarışmada kazanma şansımızı nasıl hesaplayacağız?
24F. Dediğim gibi hocam 1/11 yani en yüksek gelen toplam 12 dir. En düşüğü ise 2. 2 den 12 ye kadar 11 tane sayı var.
25A. Hangi iki sayının toplamı 12 eder?
26F, M. (Aynı anda) 6-6
27A. Peki bir çift zarı attığımda toplamı 12 olma mı daha yüksektir yoksa toplamı 5 olma daha yüksektir?
28M. Bence toplamları 5 olacak sayıların.
29A. Niye?
30M. Çünkü 6 ile 6 gelmesi yani daha zordur. Çünkü ikisinin de düşeş gelmesi daha zordur yani ikisine düşeş derler mahalle ağzında. Onu getirmek daha zordur.
31F. Aslında aynı hocam biz büyütüyoruz ki. Sonuçta her zarın 6 tane yüzeyi var.
32M. 12 ile 5 ama şöyle düşün Faruk 1 ile 4 ü toplarsan 5, 2 ile 3 toplarsan 5.
33F. Tamam burada öyle yani 6 yi o kadar büyütmemize gerek yok. Sonuçta hepsinin 6 tane yüzeyi var.

Murat'ın ifadelerinden bir olayın olma sayısı ile o olayın olasılığı arasındaki ilişkiyi doğru kurduğu söylenebilir (28M, 32M). Faruk'un ifadelerinden tüm ikilileri düşünmediği sadece toplamları göze aldığı görülmektedir (24F, 33F). Belli bir süre kendi aralarında konuştuktan sonra Faruk olası ikilileri yazarak toplamalarını yazmaya başlamıştır.

53F. Bence 6 ve 7.
54M. Ama evet 7 daha fazla olur. Çünkü 7 de 1 ile 6 da var.
55F. Şimdi hocam 1-3 ya 3-1 de değişik olarak yazabilir miyiz?
56A. Ona siz karar verin.
57M. Toplamları istediğine göre bizden
58F. Şöyle bir şey oluyor. Sen ne diyorsun? 1-5, 5 ile 1 olarak da yazabilir miyiz?
59M. Bence olmaz hocam. Çünkü toplamları diyorsa çıkan sayıların toplamlarını almalıyız.

Faruk olası ikilileri yazarken (1, 3) ile (3,1) ikililerinin aynı olup olmadığına karar verememiştir. Bunun üzerine araştırmacı etkinliğin hedeflerinden birinin bu düşüncenin oluşturulması olmadığı için öğrencilere farklı renkte iki zar vererek açıklama yapma ihtiyacı hissetmiştir.

60M. Bir tane ben atayım 6-5
61F. Bir tane de ben atacağım 2-2.
62A. Şimdi M 6-5 attı. Ya da tekrar atalım. Mavi 4 geldi beyaz 6 geldi. Peki şu olabilir mi? Beyaz 4 mavi 6 gelebilir mi?
63F. Olabilir.
64A. Peki, bu ikisi aynı durumlar mıdır?
65M. Evet. Sadece renk farkı vardır. Ama bizden üstündeki sayıların toplamlarını istiyor.
66F. Evet. Doğru.
67M. Üstündeki çıkan sayıların mesela mavi 6, beyaz 4 istemiyor değil mi? İkisinin mavi ve beyazın ortak rakamları yani toplamları.
68A. Şöyle yapamaz mıyız şuraya mavi zar buraya beyaz zar diyelim. Mavinin 1 geldiği, beyazın 6 geldiği durumla; beyazın 1 geldiği, mavinin 6 geldiği durum aynı durum mudur?
69M. Ama duruma göredir.
70F. Aynı durum olmaması lazım.
…………………………………………………………………….
83F. O zaman 2-4 yazdıktan sonra 4-2 de yazabiliriz. Çünkü ikisi değişik zardır. Değişik zarların ifade ettiği şeyde değişiktir.

Bu diyaloglardan öğrencilerin olası ikilileri yazarken (a,b) ile (b,a) farklı iki durum olduğunun farkına varmışladır. Bu süreç boyunca öğrenciler iki boyutlu örnek uzayda olası ikilileri düşünerek bu bilgi yapısını tanıyıp kullanmışlardır (67M, 83F). Bu yapının oluşumundan sonra öğrenciler eksik yazdıkları ikilileri tamamlamıştır.

88A. Bu sonuçlara göre yarışmadaki tahmininiz ne olur?
89F. 7 gelme olasılığı en yüksek.
90A. Kaçtır?
91F. 7 gelme olasılığı 6/36 dır.
92M. Ben zaten 7 diyorum baştan beri ama.
93A. Yani yarışmada 7 diyeceksiniz.
94M. Evet en mantıklısı o.
95F. Evet.
96A: Şimdi bunu nasıl hesapladınız siz?
97F. Bir sayı vermemiz lazım ama kazanma şansımızı bulmamız için. Mesela 2 dersek 1/36 dır kazanma şansımız. Eee.. 3 dersek 1/18, sonra 4 dersek 1/12.

Öğrenciler toplamları oluşturan ikililerin hepsini yazarak olasılığı hesaplayabilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayında bir olayın olasılığını hesaplayabilme bilgi yapısının oluşturulduğunun bir kanıtı olarak ele alınabilir (97F). Bu aşamada öğrencilerin kuramsal olasılığı doğru bir şekilde hesaplayabilmişlerdir.

GME de öğrencilerin informal düşünceleri önemli olduğu için araştırmacı öğrencilere yönelttiği sorularla deneysel olasılık kavramını oluşturmanı sağlamak için onları yönlendiriyor.

118A. Şimdi bir hafta boyuca elinizde iki tane zar var ne yaparsınız?
119F. Yapacak bir şey yok
120M. Taktik geliştiririm.
121A: Nasıl geliştireceksin taktik?
122M. Sürekli atarım. En fazla hangi sayı gelirse onu söylerim.

Bunun üzerine öğrenciler zarları sırayla on kez atmaya karar veriyorlar. Gelen sonuçları kaydediyorlar. Sonra tahmin edecekleri sayıların olasılıklarını hesaplıyorlar. Burada öğrenciler hangi yöntemi kullanacaklarına kendileri karar veriyorlar. Araştırmacı sadece sorduğu sorularla öğrencilerin bilgilerini daha iyi anlamaları için rehberlik ediyor. GME bu nokta ile yapılandırmacılıktan ayrıldığı söylenebilir.

129M. (5-1) 6, (5-6) 11, (2-3) 5, (5,1) 6, yine (5-1) 6, (5-4) 9, (1-1) 2, (2-4) 6, (3-2) 5, (5-1) 6
130F. 5 tane 5,1 var.
131A. Bu sonuçlara göre M ne dersin?
132F. 5 tane 6 var, 2 tane 5 var hocam. 1 tane 9, 1 tane 2 ve 1 tane de 11 var.
133A. Hangi sayıyı tahmin edersin?
134F. Ben yine 7 derim.

135M. Ben 6 derim.
136A: Sen niye 7 diyorsun?(F dönerek) Sen niye 6 diyorsun? (M ye dönerek)
137F. Sonuçta bu şans işi. Biz burada olasılığa göre yaptık.
138M. Mantıken öyle ama…. 1-5 bu şekilde 6, 4-2 bu şekilde de 6 olur.
139F. (2-1) 3, (5-2) 7, (6-1) 7, yedileri buluyorum (gülüyor), (1-3) 4, (6-3) 9, (5-3) 8, (6-6) 12, (1-2) 3, (3-4) 7, (6-3) 9
140M. 1,2, 3 tane 7,
141F. 2 tane 3
142M. 4 var bir tane, 2 tane 9 var,
143A: Şimdi bu sonuçları hepsine dikkate alarak hangi sayıyı söylediğinizde kazanma şansınız en yüksek olur?
144F: Benim attıklarımda 7 oluyor.
145A. Hepsini dikkate aldığımızda.
146F. O zaman aynı 6 gelme olasılığı da 7 gelme olasılığı da
147A. Hangi sayıyı söylersiniz peki? 6 gelme olasılığı nedir?
148M. 5 tane var bende
149F. Sende kaç tane var ay pardon 6 gelme olasılığı daha yüksek.
150A: Kaçtır peki?
151F. 6 gelme 1/4 hocam.
152M. Hocam şöyle bir şey olacak. Arkadaş 7 attı ben hiç 7 atmadım. Ben 6 çok attım o hiç atmadı.
153F. Evet. Ben hiç 6 atmadım.
154A. Peki bu durumda ne yapacağız?
155F. Bende 7 gelme 3/10, onda ise 6 gelme olasılığı 5/10. Genel olarak bakarsak onda 5/20 6 gelme olasılığı var bende 3/20.

Yukarıdaki diyaloglardan Murat v Faruk kendi yaptığı atışları dikkate alarak en fazla gelen sayıyı söylemeleri öğrencilerin önceki yapılarını kullandığını göstermiştir (135M, 144F). Sonuç olarak öğrenciler denemeler sonucu elde ettikleri verilerden yararlanarak deneysel olasılığı hesaplayabilmişlerdir (151F). Faruk'un ekstra açıklamaları bu yapının oluşturma sürecinin başladığının bir göstergesidir (155F). Araştırmacı öğrencilerin kullandıkları yöntemlerin farkında olup olmadıkların kontrol etmek için aşağıdaki soruyu yöneltmiştir.

157A. Bu olasılıkları hesaplama yönteminizde bir farklılık var mı?
158F: Var tabi.
159M. Biri matematiksel birinde de atış yaparak bulduk.
160A. Son olarak hangi sayıları söyleyeceksiniz?
161F. Ben 7 derdim.
162M. Ben 6 derim.
163A. Gerekçeniz nedir?
164M. Attık en fazla 6 geldi. Daha devam edersek bence 6 daha fazla gelir.

Buradan Murat'ın yaptıkları işlemlerde kullandıkları yöntemlerin farkını doğru bir şekilde açıkladığı söylenebilir (159M). Kullanma süreci, öğrencinin bir durumu açıklama veya bir süreç üzerine düşüncelerini ifade etmesi esnasında gözlemlenebilir. Murat'ın kendi düşüncesini açıkladığı süreçte kullanma eylemi gerçekleşmektedir (164M).

Araştırmacı ikinci problemin yer aldığı çalışma kağıdını öğrencilere vererek okumalarını istemiştir. Öğrenciler bu problemleri anlayamadıkları için sallayacaklarını (tahminle yapacakları) belirterek denemeye başlıyorlar. İlk problemden farklı olarak öğrenciler öncelikle deneysel olasılığı hesaplamaya karar veriyorlar. Öğrenciler soruları cevaplandırırken matematiksel model olarak zar kullanmışlardır. Soruların cevaplarını tek sayılar geldiğinde doğru, çift sayılar geldiğinde ise yanlış olarak belirlemişlerdir.

2- Ingilizce öğretmeniniz bir hata sonucu size lise öğrencilerinin sorularının yer aldığı aşağıdaki gibi beş tane doğru ve yanlış sorusundan oluşan bir test uygulamıştır. İngilizce öğretmeniniz sınav esnasında başınızda olamadığı için itiraz edemiyorsunuz. Bu nedenle soruları cevaplamak zorundasınız. Testteki soruların hepsini cevaplamanız gerekmektedir (Hiç birini boş bırakmayınız). Testten başarılı sayılmak için en az dört tane doğru cevap vermeniz gerekmektedir.

(.......) 1- For any triangle, the sum of the lenghts of any two sides is greater than the length of the remaining side.

(.......) 2- An equilateral triangle has at least two sides of equal length.

(.......) 3- When you slide a figure so each point moves the same distance in the same direction, it is called a rotation. .

(.......) 4- If a figure is translated, rotated or reflected, the resulting figure is congruent to the original figure.

(.......) 5- An isosceles triangle has three sides of different lengths.

a) Bu soruları nasıl cevaplandırırsınız? Soruları cevaplarken nasıl bir yol izlersiniz?

179F: Sallamaktan başka şansımız kalmadı.
180A: Sallayarak sınavdan başarılı olma olasılığınız nedir peki?
181F. Bir doğru bir yanlış şeklinde yapacağız.
182M. Ben şöyle yapardım herhalde doğru-yanlış-doğru-yanlış-doğru.
183A: Peki bir yöntem izliyor musunuz doğru yanlış derken?
184M. İçime ne doğarsa onu söylüyorum.
185A: Peki sallarken de bir yöntem kullanabilir miyiz?
186F. Hocam şıklı olsa C derdim.
187A. O da var devamında.
188F. Ne yapabiliriz ki hocam. Bire doğru derdim ama nedeni yok yani. Hocam doğru desem de %50 kazanma şansım var yanlış desem de.
189M. Şöyle yapsak. Mesela tek sayılar doğru, çift sayılar yanlış.

Öğrenciler kullanacakları yönteme kendileri karar vermişlerdir. Bu aşamada öğrencilerin informal stratejileri göz önüne alınmıştır. Araştırmacı öğrencilere rehberlik etmektedir. Öğrencilerin soruları cevaplarken kullandıkları yöntem ile daha önceden olasılık konusu ile ilgili yapıları kullandıkları söylenebilir (189M). Öğrenciler zarı atarak soruları cevaplandırmaya başlıyorlar.

M zarları atıyor.
193F. Hop 3 geldi 1-Doğru, 2-Yanlış, 3- Doğru, 4- Yanlış, 5- Yanlış.
194M. Önce ben atıyım sonra o atsın sonra da ortak bir karar verelim.
F zar atmaya başlıyor.
195M. 1- Yanlış, 2- Doğru, 3-Yanlış, 4-Yanlış, 5- Yanlış
Araştırmacı deneme sonuçları ile doğru cevapları karşılaştırıyor.
196A. M senin 3 Doğru-2 Yanlışın var. F senin 2Doğru-3Yanlışın var.
197F: Onun %60 benim %40 başarım var.
198A. Testten başarılı olabilmek için en az 4 doğruya ihtiyacınız var. Şu an durumunuz nedir?
199M. İkimizde kaldık.
200F: Evet. Çaktık.
201M. Tekrar denesek mi? Bu kez geçeriz belki.
F zarları tekrar atmaya başlıyor.
202F. 1- Yanlış, 2- Doğru, 3- Doğru, 4-Yanlış, 5- Yanlış
203M. Ver ben de atıyım.
204F. Ben de yazıyım.
205M. 1- Doğru, 2- Doğru, 3- Yanlış, 4-Yanlış, 5- Yanlış
206A. Bakayım. F, 1 Doğrun var bu kez. M, yine 3 Doğru-2 Yanlış yapmış. Şimdi 4 kez denediniz testten başarılı olma olasılığınız nedir?
207F. 0 sıfırdır. Çünkü hiç dört doğru yapamadık.

Öğrenciler deneme sonuçlarına göre testten başarılı olma olasılıklarını doğru olarak hesaplayabilmişlerdir. Bu aşamada öğrencilerin birinci problemde oluşturdukları kavramları burada doğru olarak kullanabildikleri görülmüştür (207F). Öğrenciler testten başarısız oldukları için denemeler yapmaya devam etmişlerdir. Bu denemeler sonucunda da başarısız olmuşlardır. Bunun üzerine araştırmacı öğrencileri düşündürmek adına sorular yöneltmiştir.

216A Peki kuralı en az 3 doğru olarak değiştirseydik ne olurdu?
217F: 3 doğru olmuş olsaydı ben hiç kazanamıyordum yine.
218A. Şimdi bu soruya göre sallayarak bu testten geçme şansınız ne olacak? En aza 4 doğru için düşünün.
219M. Testten başarılı olma şansımız sıfır.
220F. Evet. Sıfır. Ama üç doğru olsaydı 3/6 olacaktı.

Öğrenciler yaptıkları denemeler sonucunda dört doğru tutturamadıkları için testten başarılı olma şanslarının sıfır olduğunu söylemişlerdir. Bu ifadelerden öğrencilerin deneysel olasılığı hesaplama bilgisinin oluştuğu söylenebilir (219M, 220F).

Araştırmacı öğrencilerin kuramsal olasılık kavramlarını oluşturabilmeleri için sorular yöneltmiştir. Ancak bu aşamada öğrencilerin zorlandıkları görülmüştür.

223A. Peki başka türlü hesaplayabilir miyiz?
224F. Bir de kafamıza göre sallasak?
225A. Kafanıza göre nasıl sallayacaksınız?
226M. İsteğimize göre.
227A. Tamam o şekilde de sallayın bakalım.
228F. M salla bakalım.
229M. Doğru-doğru-yanlış-doğru-yanlış
230F. Yanlış-yanlış-doğru-yanlış-doğru
231A. M 4 doğrun var testten geçtin.
232F. M baya bir tutturdu. Benim 2 falan.
233A. Peki, deneme yapmadan başka bir yolla testten başarılı olma olasılığımızı bulabilir miyiz?
234M. Nasıl yapacağız ki.
235F. Başka bir şey aklıma gelmiyor.

Bu durumda araştırmacı müdahale etmek zorunda kalıyor ve öğrencileri yönlendirmeye çalışıyor.

237A. Peki, burada tek soru olmuş olsaydı doğru olarak cevaplama olasılığımız nedir?
238F: %50
239A. Peki, iki soru olsaydı iki de iki doğru yapma olasılığımız ne olurdu?
240M. % 25
241A. Üç soru olsaydı?
242M. Yüzde ……. Uğraşmamız lazım.
243A: Nasıl hesaplayacaksınız? Hesaplayabilir miyiz? Mesela %25 i nasıl buldun?
244F. 100/6 olması lazım ama bölünmüyor.
245M. Hocam biraz işlem gerektiriyor.
246A. Nasıl bulabiliriz?
247F. %16 falan hocam.
248A: Nasıl hesapladın?
249F. 6 ya böldüm.
250A. Niye 6 ya böldün?
251F. Şey hani üç tane doğru gelme üç tane yanlış gelme olasılığı var. 6 tane oluyor.
252M. O zaman 2 de %25 olamaz.
253A. O ikiyi yani %25 i nasıl buldunuz?
254F: Yanlış-yanlış, Doğru-doğru 4 olasılık. Sonra 4 e böldük 25. 3 de %16
255A. Kaç tane durum vardır 3 de?
256F. 6 tane var.
257A. Nedir onlar?

258M. 3 tane yanlış var 3 tane doğru var.
259F. Evet. Tamam işte.
260A. Yani üçünün de yanlış, üçünün de doğru olduğu durumlar var. Başka?
261F. Ama bir dakika. Şöyle bir şey de olabilir. Yanlış-doğru-yanlış, doğru-doğru-yanlış bir sürü oluyor öyle.
262A. Peki, bunları hesaplayamayacak mıyız?
263F. Ayyyyyy…. Geçen yaptığımız gibi yapamaz mıyız?

Bu diyaloglardan öğrencilerin olasılıkları yazarken bütün durumları düşünmedikleri ortaya çıkmıştır. Olası tüm durumları belirlerken yanlış düşündükleri görülmektedir. Ancak sonradan yaptıkları hatanın farkına varmış ve geçen yaptıkları çalışmayla ilişkilendirmişlerdir (263F). Yani önceden oluşturdukları yapıları farklı bir bağlamda tanımışlardır. Bunun üzerine araştırmacı öğrencilerin önceki etkinlikte oluşturdukları yapıları pekiştirmek amacıyla sorular yöneltmiştir.

265F. Birinin olasılığını buluyorduk diğerinin olasılığını bulup çarpıyorduk.
266A. Peki, ne hatırlıyorsunuz?
267M. Etkileyen ve etkilemeyen olay vardı.
268F. İki farklı Ümit'in seçilme, Meral'in seçilememe gibi olaylar yapmıştık. Bunlar etkilemeyen olaylardı. İki farklı okulda oldukları için. Bir de olasılıklarını çarparak kısa yoldan hesaplamayı bulmuştuk.
269A. Peki, buradaki olay etkileyen midir etkilemeyen midir?
270M. Etkileyen diyebilir miyiz?
271F: Ama ayrı sorular var burada. Bence etkilemeyen olur.
272A: Niye?
273F. Mesela hocam ilk soru yanlış olabilir. İkinci soru ilk soru yanlış olduğu için yanlış ya da doğru diyemeyiz bilmiyoruz çünkü.
274M. Ama genelde yanlış-doğru- yanlış diye gidiyor.
275F. Ama her zaman böyle olmayabilir. Bence etkilemez.

Burada öğrencilerin bağımlı ve bağımsız olay kavramları kendi adlandırdıkları şekilde etkileyen ve etkilemeyen olaylar olarak belirtmeleri ve buradaki olayla doğru bir şekilde ilişkilendirmeleri (267M, 271F, 273F), bu kavramların olasılıklarını hesaplarken kullanılan olasılıkları çarpma kuralı bilgi yapısını doğru bir şekilde iade etmeleri (265F, 268F) bu yapıların oluşturulduğunun bir göstergesi olabilir.

276A. Tamam. burada bu kuralı nasıl kullanacağız?
277F. Birincisini doğru yapma olasılığımız ½, ikincisini de doğru yapma olasılığımız ½, çarparız ¼ yani %25 oluyor.
278A. Peki soru sayımız 3 olursa?
279F. O zaman da ½ çarpı ½ çarpı ½ oluyor yani 1/8 olur.
280A: 4 tane olursa?

281F. 1/16 olur. 5 tane için de 1/32.
282A. Yani bu sınavda bütün soruları doğru yapabilme olasılığınız kaçtır?
283F. 1/32.
284A. Nasıl hesapladınız peki?
285F. Çarptık hocam.
286M. Çarptık.
287A. O çarptığınız ne? Neyi çarpıyorsunuz?
288M. Olasılıkları
289F. Gelme olasılıklarını.

Öğrenciler önceden oluşturduğu yapıları kullanarak kuramsal olasılığı doğru bir şekilde hesaplayabilmişlerdir (281F). Burada öğrenciler önceden oluşturdukları yapıyı bir başka yapın oluşturma sürecinde kullandıkları için önceki yapıların pekiştirildiği söylenebilir (277F, 286M, 288M, 289F). Öğrencilerin iki soruya verdikleri cevaplardan sonra araştırmacı bir olayın olma olasılığını kaç farklı şekilde bulabilecekleri sorusunu yönelterek istenilen yapıların oluşup oluşmadığını kontrol etmek istemiştir. Öğrenciler iki soruya verdikleri cevapları tekrar gözden geçirerek kullandıkları yöntemlerin benzer ve farklı taraflarını belirlemeye çalışıyorlar.

301A. Peki, birinci soru için olasılığı bulurken neler yaptınız?
302F. Önce gelebilecek sayıları bulduk öbür tarafta deneme yanılma yaptık.
303A. Peki o zaman kullandığınız kaç tane yöntem var?
304F. Bu (deneysel olasılığı göstererek) bir o zaman. Bu bir yöntem sayılmaz ki.
305A. Niye?
306F. Gelebileceği sayıları bulduk sadece.
307A. Peki, ikinci soruda ne yaptınız?
308F. Burada çarptık.
309A. Neyi çarptınız?
310F. Gelme olasılıklarını çarptık.
311A. Burada deneme-yanılma yaptınız mı?
312M. Evet. Yaptık yukarıda.
313F. Ama bu ikisinin aynı şey olmaması lazım.
314A. Niye?
315F. Çünkü burada gelme olasılığını buluyoruz. Burada ise bu sayıları oluşturabilecek sayıları ama burada da olasılık tamam doğru bu da. 2 yöntem oldu.

Öğrenciler bir olayın olma olasılığını iki farklı yöntemle hesaplayabileceklerini söylemişlerdir (315F). Ancak bu yöntemlere bir isim verilmesi istendiğinde zorlanmışlardır.

316A. Peki, ne isim vereceğiz onlara?
317M. Deneme-yanıma.
318A. Hangisine deneme-yanılma diyeceğiz?
319F. Şunlar (gösteriyor)
320A. 2 yöntem var dediniz. 1- deneme-yanılma. 2.sine ne diyeceğiz?
321F. Olasılığı bulma mı ne diyeceğiz?
322A. Ama diğerinde de olasılığı bulmuyor musunuz?
323M. Mantıksal oluyor.
324A. Mantıksal diyebilir miyiz?
325F. Olabilir. Ama o zaman bu da mantıksız gibi oluyor.
326M. Ya da matematiksel.
327A: Tamam siz ne diyorsanız onu kabul edeceğim.
328F. Ya da matematiksel verilerden yararlanılarak
329M. Matematiksel verilerden olabilir aslında

Öğrenciler kullandıkları yöntemleri isimlendirirken "deneme-yanılma" ve "matematiksel verilerden yararlanma" adlarını önermişleridir. Bu isimlerden öğrencilerin deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarının temel özelliklerinin farkında olduklarını, yeni bir yapı oluşturduklarını göstermektedir. Araştırmacı öğrencilere sorular yönelterek öğrencilerin oluşturdukları bu yapıları sözel olarak ifade etmelerini istemiştir.

332A. Şimdi bir size gelse sorsa bir olayın olasılığını kaç farklı yolla hesaplayabiliriz derse siz ne cevap verirsiniz?
333F. Şu anda 2 derim ama.
334A. Nedir onlar?
335F. Deneme-yanılma ile matematiksel verilerden yararlanma
336A. Matematiksel verilerden nasıl yararlanıyorsunuz?
337F. Soruda verilen değerlere göre teker teker yazıp olasılığını buluyoruz.
338A. Peki, burada nasıl yararlandınız?
339F. Burada doğru gelme olasılığını bulduk.

Faruk'un "Soruda verilen değerlere göre teker teker yazıp olasılığını buluyoruz (337F)" ifadesi genel olarak kuramsal olasılık bilgisinin temel özelliğini oluşturduğunu gösteren bir delil olarak kabul edilebilir. Bu anlamda kavramların gerçek adlarından çok onların temel özelliklerinin yapılandırılıp yapılandırılmadığı göz önüne alınmıştır. Bu diyaloglardan öğrencilerin hem deneysel olasılık hem de kuramsal olasılık kavramlarının temel özelliklerinin farkında oldukları söylenebilir.

Araştırmacı hem dikey matematikleştirme hem de pekiştirme süreçlerini başlatabilmek amacıyla öğrencilere üçüncü sorunun yer aldığı çalışma yaprağını vererek okumalarını istemiştir. Soruyu okuduktan sonra öğrenciler vakit geçirmeden yukarıda oluşturdukları yapıları kullanmaya başlamışlardır.

3- Yukarıda testteki sorular doğru-yanlış testti değil de çoktan seçmeli bir test olsaydı ve yine testten başarılı olmak için en az dört doğru cevaba ihtiyacınız olsaydı;

a) Başarılı olma şansınızı bulabilmek için nasıl bir yol izlediniz?

344F. Ya bu sefer ¼, ¼, ¼, ¼, ¼ olurdu.
345M. Ya da zarı yine atarız.
346F. At. Ama bu sefer daha düşüyor.
347A. Niye?
348F: ¼ çarpı ¼ çarpı ¼ çarpı ¼ çarpı ¼ 16, 64, 256 bir dakika 800 ama 1016 1020 gibi bir şey 1024.
349A. Bu bulduğunuz nedir?
350F. Hepsini doğru yapma olasılığımız.
351A. Peki bu olasılığı hangi yöntemle hesapladınız?
352F. Matematiksel verileri kullandık.

Faruk ve Murat'ın yukarıdaki ifadeleri hem deneysel hem de kuramsal olasılığı hesaplama ihtiyacı hissettiklerini göstermektedir (344F, 345M). Öğrenciler öncelikle kuramsal olasılığı çarpma kuralını kullanarak hesaplamışladır (348F). Bu sayede öğrenciler oluşturdukları yeni yapıları pekiştirmişlerdir (352F). Öğrencilerin önceki soruda olduğu gibi deneysel olasılığı zar yardımıyla bulabilecekleri düşüncesi onları zora sokmuştur. Kullanabilecekleri yöntemi bulmaları biraz zaman almıştır. Bu esnada araştırmacı onlara sadece rehberlik etmiştir.

354F. Yine zar atarız.
355A. Zar ile nasıl hesaplayacaksınız?
356F. Gülüyor. Bu sefer zar olmaz. Bu sefer direk sallasak.
357M. Ben şöyle yaparım. 1 den 4 e kadar şansım var.
358A. Peki, zar 5 ya da 6 gelirse ne olacak?
359M. 6 gelirse tekrar atarım.
360F. Zaman kaybı olur.
………………………………………………………………..
373F. Şunu yapabilir miyiz? Torbanın içine a,b,c,d şıklarını atarız. Sonra çekeriz. Sonra diğer soru için çekeriz.
Araştırmacı önceden hazırladığı kartları öğrencilere vererek soruları cevaplamalarını istiyor.
374M. 1-A, 2-D, 3-C, 4-B, 5-A
375F. 1-D, 2-B, 3-A, 4-B, 5-C.
376A. F senin 1 tane, M senin 2 tane doğrun var.
377M. Bir kere daha yapalım. 1-B, 2-A, 3-D, 4-C, 5-B

378F. 1-D, 2-D, 3-A, 4-B, 5-C
379A. M senin 2 doğrun var.
380M. İstikrarlıyım hocam.
381A. Sen de istikrarlısın senin de 1 tane doğrun var. Şimdi bu sonuçlara göre başarılı olma şansın nedir? Toplam kaç kez cevaplandırdınız?
382F. 4
383A. Kaçında başarılı oldunuz?
384F. Hiçbirinde
385A. Peki, başarılı olma olasılığınız nedir?
386F. İmkansızdır.
387A. Niye imkansızdır?
388F: Olasılığımız 0 olduğu için. Böyle olaylara imkansız olaylar denir.

Faruk yaptıkları denemelerin hiçbirinde başarılı olamadıklarını belirterek başarılı olma olasılığını sıfır olarak belirtmiştir. Bu ifadeler deneysel olasılık kavramını oluştuğunu gösteren delil olarak kabul edilebilir. Ayrıca Faruk imkansız olay kavramını farklı bir bağlam içinde doğru bir şekilde kullanarak oluşturduğu bu yapıyı pekiştirildiği gözlemlenmiştir.

GME ye göre tasarlanan ve deneysel olasılık ile kuramsal olasılık kavramlarının oluşturulması amaçlanan bu görüşmede öğrencilerin bu yapıları "deneme-yanılma" ve "matematiksel verilerden yararlanma" olarak oluşturulduğu gözlemlenmiştir. Öğrencilerin bu süreç esnasında nasıl bir yol izleyeceklerine kendileri karar vermişlerdir. Bu durum da öğrencilerin daha çok etkileşime girmelerine ve daha çok fikir üretmelerine neden olduğu söylenebilir. Ancak bazı durumlarda yanlış ilişkilendirmeler yaparak zaman kaybettikleri görülmüştür.

Bu etkinliğin sonucunda her iki öğrencinin deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarını oluşturdukları söylenebilir. Bunun yanı sıra iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesaplama, olası tüm durumları yazma, imkansız olay, etkileyen ve etkilemeyen olay kavramlarının deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarını oluşturma sürecinde pekiştirildiği görülmüştür. Öğrencilerin birbirleri arasında etkileşimin GME ye göre hazırlanan etkinlikte daha fazla gerçekleştiği gözlemlenmiştir. Ancak öğrencilerin bazı durumlarda zorlandıkları ve farklı amaçlara yöneldikleri tespit edilmiştir. Bu bölümlerde araştırmacı yönlendirici bir rol üstlenerek istenilen amaçların gerçekleşmesini sağlamıştır.

3.2.3 Tugay ve Ece'nin Deneysel ve Kuramsal Olasılık Kavramlarını Oluşturma Süreci

Tugay ve Ece ile gerçekleştirilen ikinci görüşme yaklaşık olarak 70 dakika sürmüştür. Aynı etkinliğin gerçekleştirildiği üçüncü grupta Tugay ve Ece yer almaktadır. Tugay ve Ece ile birlikte yürütülen deneysel ve kuramsal olasılık kavramları bilgisini oluşturma süreci tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (T: Tugay, E: Ece, A: Araştırmacı).

Araştırmacı etkinliğin ilk sorusunu içeren birinci kağıdı öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. Öğrenciler soruyu okuduktan sonra nasıl bir yol izleyeceklerine karar vermeye çalışmışlardır. Bunun üzerine araştırmacı matematikleştirme sürecini başlatmak için öğrencilere sorular yöneltmiştir.

ETKİNLİK: Kader Anı

1- Ailenizle birlikte bir yarışmaya katılıyorsunuz. Yarışmada farklı renkteki iki zar aynı anda atılıyor. Zarların üst yüzündeki rakamların toplamının ne olduğunu doğru olarak tahmin etmeniz durumunda bir araba kazanacaksınız. Bunun için bir hafta süreniz var.

a) Sizce yarışmayı kazanma şansınız nedir? Nasıl hesaplarsınız?

10A. Peki, bir çift zar atıldığında gelebilecek sayı toplamları nelerdir?
11T. En az 1 gelir, en fazla 6 gelir.
12E. En az 2 en fazla 12 gelir.
13T. Hıı toplamı en az 2 gelir en fazla 12 gelir.
14A. Peki, hangi durumlarda 2 gelir, hangi durumlarda 12 gelir?
15T. 1 ile 1 geldiğinde
16E. Başka da yok zaten.
17A. Peki, bir çift zarı attığımda kaç tane durum gelir?
18T. 6 tıı …e….. 36 tane. 1-2, 1-3, 1-1, 1-4, 1-5, 1-6, 1-7 ay uçtuk 7 olur mu. (siliyor). 2-1
19E. Olmaz.
20T. Olur iki tane zar var. Olmaz mı?(Araştırmacıya dönerek)
21A. Ben bilmem siz karar verin?
22T. Bak iki tane zar var.
23E: Zaten ama aynı hesap olmuyor mu? 1-2 öbüründe de 2-1 olacak fark etmez.
24T. Hayır bak……..
25E. Bir tanesi olur onlardan bir tane olacak.
26T: 1-2 geldi …….. toplamı değişmiyor ama. Hıııı çıktım davayı.

Bu diyaloglardan Tugay'ın iki boyutlu örnek uzayda olası tüm ikilileri sayısını çarpmanın temel prensibini kullanarak bulmuştur. Ancak bu düşüncesini yazarak da gösterme gerekliliği hissetmiştir. Bu da Tugay' ın oluşturmuş olduğu önceki yapılarını tanıdığı ve kullandığı söylenebilir. Ayrıca ikiboyutlu örnek uzayı doğru olarak algıladığı da söylenebilir (18T). Tugay bu süreçte sırayla ikilileri yazarken (2,1) geçince Ece burada (1,2) ile (2,1) aynı şey olduğunu belirterek karşı çıkmıştır. Bunun üzerine Tugay'da Ece gibi düşünerek karar değiştirip (1,2) ile (2,1) aynı olduğuna kara verip ikilileri bu düşünceye göre yazmaya karar vermişlerdir.

İkilileri yazmaya devam ediyorlar.
27T. 2-3, 2-4, 2-5
28E: 2-2 de olur.
29T. 2-6
30E. 3 eee 1 olmaz 3 e 2
31T. 3-2 olmaz (2-3 gösteriyor)
32E. Hııı. 3-3
33T. 3-3, 3-4,3-5, 3-6. Şimdi 4-1 olmaz, 4-2 olmaz, 4-3 olmaz, 4-4, 4-5, 4-6. Sonra 5-1, olmaz 5-5, 5-6, 6-6 (E, T'nin yazdıkları ikilileri onunla beraber aynı anda tekrarlıyor ve onaylıyor)

Öğrenciler düzen yapısını göze alarak olası durumları doğru bir şekilde yazmışlardır. Bu durum öğrencilerin iki boyutlu örnek uzay kavramını, iki boyutlu örnek uzayda olası tüm durumları yazabildikleri (tanıyıp kullanabildikleri) gözlemlenmiştir (27T, 28E, 31T, 32E, 33T). Araştırmacı öğrencilerin düzen ilkesi ile ilgili yapılarını daha iyi anlamak için sorular yöneltmiş ve onlara iki zar vermiştir.

34A. Şimdi ilk önce şuna bir karar verelim 2- 1 ve 1- 2 ya da 3-1, 1-3 aynı şeyler mi farklı şeyler mi?
Bu sırada F zarları alıp atmaya başlıyor.
35T. 2 ile 5 geldi. Şimdi (2 gelen zarı göstererek) bu 5 gelse bu (5 gelen zarı göstererek) da 2 gelse toplamını soruyor değil mi?
36A. Evet toplamlarını soruyor. Ama siz şuna karar verin bunlar aynı durum mudur? Farklı durum mudur?
37E. Aynı durumdur.
38A. Nasıl açıklarsınız bunu?
39E. Elimizde iki zar var. Mesela mavi zar 6 gelsin beyaz da 5 gelsin.
40A. Tamam. Peki, şöyle olamaz mı? Beyaz 5, mavi 6 gelse aynı durum mudur?
41E. Bir şey fark etmez. Toplamları gene 11 olur.
42T. (Soruyu tekrar okuyor) Normal şartlarda toplamları demese olur. Ama rakamları toplamı dediği için yine ikisi 11 sonucunu verir.
43A. Tamam toplamları değişmiyor ama 2 farklı durum olmaz mı bu sefer?
44E. Neden olsun ki. Toplamları aynı.
45T. Ama dur bir dakika iki tane farklı durum oluyor.
46A. Siz kaç farklı durum yazdınız?
47T. 3,6,…..21
48A. Peki, bir çift zar atıldığında kaç durum ortaya çıkar?
49T. 36. Hıııı o zaman tekrarları da olacak.

Tugay'ın 42T ve 45T ifadeleri, Ece'nin 37E ve 41E ifadeleri düzen ilkesinin yanlış ilişkilendirdiklerini göstermektedir. Diyalogların sonucunda Tugay bu iki durumun farklı olduğunun farkına varabilmiştir. Bu açıdan Tugay'ın bu yapıyı kısmen de olsa oluşturduğu söylenebilir. Ancak Ece'nin bu yapı oluşturup oluşturamadığı hakkında herhangi bir şey söylenememektedir. Bu etkinlik hazırlanırken bu yapının oluşturulması amaçlanmadığı için araştırmacı kısaca açıklama yapma gereksinimi duymuştur. Bu durum Özmantar'ın (2006) ortaya koyduğu gibi soyutlama sürecinde istenilen hedeflerden farklı olarak beliren başka hedeflerin olabileceği durumuna bir örnek olabilir. Bu hedefler bazen asıl hedefin önüne geçerek istenilen yapının oluşumuna engel olabilmektedir. Burada da aynı durum söz konusudur. Öğrenciler eksik olan ikilileri tamamlayarak toplamlarını bulmaya başlıyorlar.

50A. Bu sonuçlara göre hangi sonuçları söylersiniz?
51E. Hangi sonuç en fazlaysa onu söylerim.
52A. Hangisi en fazla peki?
53T. Şimdi 2 den kaç tane var?
54E. 2 den 1 tane
55T. 3 den 2 tane, 4 den 3 tane, 5 den 4 tane
56E. 6 dan 5 tane, 7 den 6 tane, 8 den 5 tane, 9 dan 4 tane, 10 dan 3 tane, 11 den 2 tane, 12 den 1 tane var.
57A. Bu sonuçlara göre
58E. O zaman toplamları şey 7 derim.
59T. 7 ile 6 toplamı
60E. O zaman 36 da 6 tane
61A. Peki tahmininiz ne olur?
62E. 6/36
63T: 36 da 6.

Ece'nin "Hangi sonuç en fazlaysa onu söylerim (51E)" ifadesi olası durumların sayısı ile olasılık arasındaki ilişkinin farkında olduğunu göstermektedir. Ece ve Tugay buldukları ikilerin toplamlarının frekans dağılımını yaptıktan sonra istenilen olayın olasılığını hesaplayabilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olasılığını hesaplama bilgisinin oluşturduğunu gösteren bir delil olarak kabul edilebilir. Bu diyaloglardan öğrencilerin kuramsal yöntemle olasılığı hesaplayabildikleri anlaşılmıştır. Ancak bu aşamada öğrenciler bunun farkında değildir. Araştırmacı öğrencilerin deneysel olasılık kavramını oluşturmaları için onlara sorular yöneltmiştir.

64A. Peki bir hafta süreniz var bu çalışmayı yapıp bırakır mısınız?
65T. Hayır.
66A. Ne yaparsınız?
67E. Zar atarım.
68A. At bakalım.
69E. Tutmayı falan denerim.
70A. Yarışmada hile yok. Hileli durumlar düşünmeyin.
E zarı atıyor 6-3 toplamları 9 geliyor.
71T. Zarı devamlı atar alıştırma yaparım.
72A: Yapın bakalım alıştırma.
T zarları atmaya başlıyor. (Zarların toplamlarını not ediyorlar)
73T. 11, 11, 4, 7, 7, 6, 10, 7, 5, 7
74A. Mesela bu sonuçlara göre hangi sayıyı tahmin edersiniz?
75T. Şimdi ooooo 4 tane 7 attım.
76A. Eğer yarışmada 7 dersen kazanma olasılığınız kaç olur?
77T. 10 da 4. Bir de E atsın bakalım ona ne gelecek.

Ece ve Tugay bir hafta boyunca zar ile denemeler yapabileceklerini söyleyerek zarları atmaya başlıyorlar (67E, 72A). On deneme sonucunda olasılığı 4/10 olarak hesaplaması deneysel olasılık bilgisini oluşturma sürecinin başladığını göstermektedir. Ayrıca Tugay'ın "Bir de Ece atsın bakalım ona ne gelecek (77T)" ifadesi yeni yapının oluşum sürecinin kendiliğinden devam etmesini sağlamıştır. Bu durum öğrencilerin birbirleri arasındaki etkileşimi sürdürdüklerini ortaya koymaktadır. Ece zarları atıp toplamları kaydetmişlerdir.

78E. 6, 8, 6, 7, 4, 3, 6, 8, 10, 6
79T. Ohhhh. Ne yaptın sen böyle? Şimdi 7 lere mi bakacağız?
80E. 6 lar daha fazla.
81A. Şimdi bu sonuçlara göre hangi sayıyı söylersiniz?
82E. Ne deriz?
83T. Ne diyebiliriz ki?
84A. Hangi sayıyı söylersiniz?
85T. (E ye dönerek) 6 mi 7 mi?
86E. (Ellerini iki yana açıyor) Bilmem.
87A. Sadece E nin yaptığı atışları düşünerek hangi sayıyı söylersiniz?
88E. 6 derdim herhalde.
89A. Niye?
90E. Ama
91T. Ama 10 atışta 4 tane 6 var. En fazla o çıktığı için 6 diyebiliriz. Yani 4/10 dur.

Öğrencilerin kuramsal olasılığı hesapladıklarında en fazla 7 toplamının gelmesi, onları denemeler yaparken de en fazla 7 geleceği düşüncesinin oluşumuna neden olmuştur. İlk on atışta da en fazla 7 gelmesi bu düşüncelerinin kuvvetlenmesini sağlamıştır. Ancak ikinci denemelerinde bunun aksi bir durumla karşılaştıkları için şaşırmışlardır (79T). Öğrenciler ikinci atışların sonucunda en fazla altı geldiği için tahminlerinin altı olabileceğini söylemişlerdir (88E, 91T).

96A. Peki ikinizin atışlarını dikkate aldığımızda yani 20 atış sonucunda hangi sayıyı söylersiniz?
97T. Şimdi….(çıkan sayıların frekanslarını sayıyor. 7 ve 6 5 tane çıkınca)
98E. 6 dan da 5 tane çıktı.
99T. Şansa bak eşit çıktı.
100E: Hadi ya (gülüyorlar)
101A. Ne yaparsınız bu durumda?
102T. Tekrar atarız.
103A. Devam edin bakalım.
104T. Bir 5 tane daha atalım.
Önce E 5 kez sonra da F 5 kez atıyor.
105E. 7, 9, 4, 10, 9
106T. 7, 4, 5, 7, 7.
107A. Bu sonuçlara göre ne dersiniz?
108T. (Hemen cevap veriyor) AAAAA 7 deriz.
109A. Niye?
110T. Şimdi 30 da 9 dur 7 nin gelme olasılığı.
111E. 30 oldu mu?
112T. 15 sen attın 15 ben attım.
113E. Aaaa doğru.
114T. Şimdi 30 atışta 9 tane 7 geldi. 6 çok az.
115A. Bu sonuçlara göre ne dersiniz?
116T. 7 deriz.
117A. Peki, yöntem bakımında soruyorum. Sonuçları karşılaştırmanıza gerek yok. Burada (olası çiftleri yazıp bulma) burada (zarı atıp çıkan toplamları bularak) yaptığınızın arasında ne fark var?
118E. Burada kağıt üzerinde buluyoruz burada denedik.
119T. Deneme yanılma bu.

Öğrenciler yaptıkları denemeler yarışmadaki kazanma şanslarını doğru olarak hesaplayabilmişlerdir (110T). Öğrencilerin ilk 20 atış sonucunda eşit durumun olduklarını görerek zar atmaya devam etmeleri öğrencilerin doğru bir şekilde akıl yürüttüklerini göstermektedir. Ayrıca Ece'nin "Burada kağıt üzerinde buluyoruz burada denedik (118E)" ifadesi yaptıkları işlemlerin farkında olduklarının bir göstergesidir. Sonuç olarak öğrenciler birinci problemi çözerlerken hem kuramsal olasılığı hem de deneysel olasılığı doğru bir şekilde hesaplayabilmişlerdir. Bu aşama henüz bunları sınıflandırma ya da isimlendirme seviyesine gelememişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı öğrencilere ikinci problemin yer aldığı çalışma kağıdını vermiş ve okumalarını istemiştir.

Öğrenciler problemde yer alan soruları anlayamadıkları için önce şaşırmış ve nasıl cevaplayabileceklerini bilememişlerdir. Buradaki amaç öğrencilerin şanslarını kullanarak bu soruyu cevaplamalarını sağlamaktır. Bu şekilde soruları cevaplarken olasılık bilgisine başvurmalarıyla matematikleştirme sürecinin başlatılması hedeflenmiştir.

2- Ingilizce öğretmeniniz bir hata sonucu size lise öğrencilerinin sorularının yer aldığı aşağıdaki gibi beş tane doğru ve yanlış sorusundan oluşan bir test uygulamıştır. İngilizce öğretmeniniz sınav esnasında başınızda olamadığı için itiraz edemiyorsunuz. Bu nedenle soruları cevaplamak zorundasınız. Testteki soruların hepsini cevaplamanız gerekmektedir (Hiç birini boş bırakmayınız). Testten başarılı sayılmak için en az dört tane doğru cevap vermeniz gerekmektedir.

(......) 1- For any triangle, the sum of the lenghts of any two sides is greater than the length of the remaining side.

(......) 2- An equilateral triangle has at least two sides of equal length.

(......) 3- When you slide a figure so each point moves the same distance in the same direction, it is called a rotation. .

(......) 4- If a figure is translated, rotated or reflected, the resulting figure is congruent to the original figure.

(......) 5- An isosceles triangle has three sides of different lengths.

a) Bu soruları nasıl cevaplandırırsınız? Soruları cevaplarken nasıl bir yol izlersiniz?

124E. Sallayacağız mı burada?
125A. Ne yaparsınız nasıl cevaplarsınız?
126E: Sözlüğe falan bakarız.
127T. Şimdi İngilizce uzmanıysak.
128A. Sınavdasınız sözlük, defter, kitap gibi herhangi bir şey yok.
129T. O zaman tek bir olanağımız var sallayacağız.
130A. Öncelikle şuna karar verin bu soruları nasıl cevaplandırırsınız?
131E. Sallayacağız.
132T. Valla %50-%50 şansımız var.

Tugay'ın 132T ifadesinden daha önceden oluşturmuş olduğu bilgi yapılarını tanıdığı görülmektedir. Bunun yanı sıra Tugay, problemin çözümüne götürecek olan denemeleri, tanıdığı bu matematiksel yapıdan hareketle gerçekleştirmektedir. Bu aşamadan sonra öğrenciler soruları şansa bağlı olarak cevaplandırmaya başladıkları gözlemlenmiştir.

146T. Şimdi öncelikle birincisine doğru derim ikincisine de doğru derim sonra üçüncüsüne yanlış, dördüncüsü doğru, beşincisi doğru. Sonra birkaç kez deneme hakkım var mı?
147A. Var. Dene bakalım.
148T. 1- Doğru, 2- Doğru, 3- Yanlış, 4- Doğru, 5- Yanlış. Bir başkasını 1-Doğru, 2- Yanlış, 3- Doğru, 4- Doğru, 5- Yanlış.
149E. Bir zaten doğru oluyor hep. 1-Doğru, 2- Doğru, 3- Yanlış 4- Yanlış, 5- Doğru, öbürü 1- Doğru, 2- Doğru, 3- Yanlış, 4- Doğru, 5- Yanlış
150T. Doğru cevaplar neler?
151A. F senin ilk yaptığında 4 tane doğrun var
152T. AAAAAA: İşte.
153A. İkincisinde de 4 doğrun var
154T. OOOOOOOOOHHHH
155A: E nin yaptıklarına bakalım.
156E. Benim iki falan çıkacak şimdi.
157A. İlkinde 2 tane doğru var, ikincisinde 4 tane.
158E. Zaten genelde ilkler doğru oluyor.
159A. Başarılı olma olasılığınız nedir bu durumlara göre?
160T. Başarılı olma ¾ başarısızlık ¼.
161A. Bu sonuçlara nasıl ulaştınız? Kullandığınız yöntem nedir?
162T. 4 tane denememiz vardı üçünde de başarılı olduk birinde başarısız olduk.

Öğrenciler belli bir matematiksel yöntem kullanmadan (yazı-tura atma, zar atma vb) sadece içlerinden geldiği gibi soruları cevaplamışlardır. Daha sonra yaptıkları dört denemeden üçünde başarılı olduklarını belirterek testten başarılı olma şanslarının ¾ olduğunu, başarısız olma şanslarının ise ¼ olduğunu söylemişlerdir (160T). Tugay'ın "4 tane denememiz vardı üçünde başarılı olduk birinde başarısız olduk (162T)" ifadesi deneysel olasılığı bilinçli bir şekilde hesapladığını gösteren bir delil olarak kabul edilebilir. Araştırmacı öğrencilerin kuramsal olasılık kavramlarını oluşturabilmeleri için sorular yöneltmiştir.

163A. Peki, deneme yapamadan testten başarılı olma olasılığımızı bulabilir miyiz?
164T. Buluruz. Ondaki gibi (Önceki soruyu gösteriyor)
165A. Mesela nasıl yapacağız?
166T. Mesela bir ilk doğru deriz ikiye doğru deriz üçe yanlış deriz ama bir sürü durum oluyor ki.

Tugay'ın "Buluruz. Ondaki gibi (Önceki soruyu gösteriyor) (164T)" ifadesi bir önceki problemde oluşturduğu yapıyı burada kullanma isteğinin açık bir ifadesidir. Bu açıdan kuramsal olasılık kavramının oluşturulduğu söylenebilir. Ancak olası durumların çokluğu nedeniyle öğrenciler olasılığı hesaplamada zorlanmışlardır (166T). Bunun üzerine araştırmacı öğrencilere sorular yönelterek kuramsal olasılığı hesaplamalarına yardımcı olmuştur.

> 167A: Şimdi şöyle düşünün. Testte 2 tane soru olsaydı siz ne cevapları verebilirsiniz?
> 168T. Doğru-Doğru, Doğru-Yanlış, Yanlış-Doğru, Yanlış- Yanlış işte ben az önce bunları yazacaktım.
> 169A. Bu durumlara göre 2 de 2 yapma olasılığınız nedir?
> 170T. Burada 4 de 1 dir.
> 171A. Peki, 3 tane soru olsaydı 3 de 3 yapma olasılığınız neydi?
> 172T. Tekrar onu da yazardım
> 173A. Nasıl yazacaksın?
> 174T. İşte bunu gibi. Ooooohoooo bu sefer uzar. Şimdi ben bunları nasıl yazacağım.
> 175E. Üçü de doğru olur.
> 176T. Üç üç yazacağım değil mi? Doğru-Doğru-Doğru
> 177E. Neden üçüncü yanlış da olabilir.
> 178T. O da olur Doğru-Doğru-Yanlış, Doğru-Yanlış Doğru, Doğru-Yanlış-Yanlış Duraksadılar
> 179A. Bu kadar mıdır?
> 180T. Hayır daha var.
> 181E. İlki yanlış olabilir. Yanlış-Doğru-Doğru, Yanlış-Doğru-Yanlış, Yanlış-Yanlış-Yanlış, Yanlış-Yanlış-Doğru. Bu kadar herhalde.
> 182T. Evet başka da yok.
> 183A. Peki, burada üçünü de doğru yapma şansınız nedir?
> 184T. Sekiz de 1

Bu diyaloglardan öğrencilerin olası bütün durumları yazabildikleri, istenilen olayın çıktılarını belirleyebildikleri ve olasılığı hesaplayabildikleri görülmektedir (168T, 170T, 178T, 181E, 184T). Öğrenciler daha önceden oluşturdukları bu yapıları farklı bir yapının oluşumunda kullandıkları için bu yapıların pekiştirildiği söylenebilir. Ancak araştırmacının soru sayısını yükseltmesi ile duraksamışlardır. Bu süreç esansında Ece'nin daha önceden oluşturduğu yapıyı tanıyarak olasılıkları bu yolla hesapladığı görülmüştür.

> 188E: 1 soru için ½, 2 soru için ¼, 3 soru için 1/8 ayyyy şeyyy 16 da bir mi?
> 189A. Niye?
> 190E. Geçen hafta olasılıkları çarpıyorduk.
> 191A. Nasıl çarpıyorduk?
> 192E. Her birinin olasılıklarını bulup çarpıyorduk işte.
> 193T. ½ birinin doğru olma olasılığı. 4 tane olursa ½ çarpı ½ çarpı ½ çarpı ½ ne olacak 1/16 olur.
> 194A. Peki, geçen hafta ne yapmıştık?
> 195E. Birbirine bağlı birbirine bağlı olmayan olaylar vardı.
> 196A. Başka ne vardı?
> 197T. Kısa yoldan çarpıyorduk burada yaptığımız gibi.

198A. Peki, 5 de 5 yapma şansınız nedir?
199E. 5 de 5 yapma şimdi e…. 32 de 1 olacak.
200A. Nasıl yaptın?
201E. Şimdi 4 doğru yapma 16 da 1 di. 5 doğru yapma 1/16 ile ½ nin çarpımı yani 32 de 1.

Ece daha önceden oluşturduğu yapıyı burada tanıyıp kullanarak doğru bir şekilde kuramsal olasılığı hesaplayabilmişlerdir. Bu süreçte öğrencilerin var olan yapılarını pekiştirdikleri görülmektedir (190E, 193T). Ayrıca öğrencilerin daha önce gerçekleştirilen etkinlikteki birbirine bağlı-birbirine bağlı olmayan olaylar olarak adlandırdıkları olayları tanıdıkları görülmektedir (195E, 197T). Bu anlamda bu yapıların oluşturulduğu söylenebilir.

Öğrencilerin iki soruya verdikleri cevaplardan sonra araştırmacı bir olayın olma olasılığını kaç farklı şekilde bulabilecekleri sorusunu yönelterek istenilen yapıların oluşup oluşmadığını kontrol etmek istemiştir. Öğrenciler iki soruya verdikleri cevapları tekrar gözden geçirerek kullandıkları yöntemlerin benzer ve farklı taraflarını belirlemeye çalışıyorlar.

236T. Ben 2 diyorum.
237A. Nedir onlar?
238T. Birincisi hesaplama, İkincisi deneme-yanlıma
239A. Hesaplama dediğin hangi yöntem nerede kullandın onu?
240T. Şurada var, burada var.
241A. Deneme yanılma hangileri olur?
242T. Bu, bu, bu (Doğru olarak gösteriyor)

Tugay bir olayın olma olasılığını bulurken iki yöntem kullandıklarını ve bu yöntemleri “deneme-yanılma” ile “hesaplama” olarak isimlendirmiştir. Bu isimlendirmeden Tugay’ın deneysel ve kuramsal olasılığın temel özelliğinin farkında olduğu söylenebilir. Ece ise bu süreçte sessiz kalmıştır. Bu sessizliği bu yapıları oluşturamadığı anlamını taşıyabilir. Bunun üzerine araştırmacı öğrencilerin birbirleriyle etkileşime girmeleri sağlamak için müdahale etmiştir.

243A. Sen ne diyorsun E? Mantıklı geldi mi F nin söyledikleri?
244E: Yani….
245A. Bence ikna etmelisin E’yi.
246T. Bak şimdi. Zekanı kullan biraz.
247A. Kafanı takılan nedir?

248E. Ya şimdi iki tane geliyor ama ya işte
249T. Buraya bak burada işlem yapmadık mı? Bunu yazdık saydık eee burada da işlem. Burada denemedik mi? Zar atmadık mı?
250E. Evet.
251T. (İkinci soruya geçiyor) Burada yine işlem yapmadık mı? Doğru doğru dedik işlem. Burada da salladık yani deneme yanılma.
252E. Tamam tamam.
253A. İkna oldun mu?
254E. Oldum.

Tugay'ın açıklamalarından sonra Ece ikna olmuş gibi görülse de hala bu yapıların oluşturup oluşturamadığı anlaşılamamıştır. Ancak bu süreçte Tugay'ın Ece'ye yaptıkları açıklamalar kendisine oluşturduğu yapıları pekiştirme fırsatı vermiştir. Bu anlamda öğrenciler arasındaki etkileşim bir öğrencinin yapıları oluşturmasına hizmet ederken diğer öğrencinin bu yapıları pekiştirmesine hizmet etmiştir.

Araştırmacı hem dikey matematikleştirme hem de pekiştirme süreçlerini başlatabilmek amacıyla öğrencilere üçüncü sorunun yer aldığı çalışma yaprağını vererek okumalarını istemiştir. Soruyu okuduktan sonra öğrenciler vakit geçirmeden yukarıda oluşturdukları yapıları kullanmaya başlamışlardır.

3- Yukarıda testteki sorular doğru-yanlış testti değil de çoktan seçmeli bir test olsaydı ve yine testten başarılı olmak için en az dört doğru cevaba ihtiyacınız olsaydı;

a) Başarılı olma şansınızı bulabilmek için nasıl bir yol izlediniz?

256E. Bir soruda 4 de bir şansımız vardır.
257T. Şimdi bir soruda ¼ ise …… çarpı ¼
258E. 2
259T. 4 (İkisi de araştırmacıya dönüyor) 4 şansımız var sonuçta.
260E: Ayyy evet 4.
261T. Yine ¼ ile çarpıcağız. 1/16.
262A. Bu nedir? 1/16 neyi ifade ediyor?
263T. ¼ bir sorudaki şansımız, 2 sorudaki şansımız 1/16,
264E. Şuradaki şansımız ¼, ikinci sorudaki şansımız ¼
265T. Tamam. Bak bir soruda bu kadar (1/4 ü gösteriyor)
266E. Tamam.
267T. İki soruda bu kadar.
268A. Üçte üç yapma?
269E: 32 yoooo
270T: O çok çıkar o oooooo. (1/16 ile ¼ ü çarpıyor) 64 değil mi? 1/64.
271E. Evet 1/64 olur.
4 4 yapma şanslarını hesaplıyorlar.
272T. Oooooo hesap makinesi yok mu? 1/256. 5-5 yapma da 1/1024. doğru mu?

Etkinlikte yer alan üçüncü problem dikey matematikleştirme sürecini gerçekleştirmek amacıyla tasarlanmıştır. Bu süreçte öğrencilere önceki problemlerde oluşturdukları yapıları kullanma fırsatı verilmiştir. Bu bakımdan pekiştirme sürecide gerçekleştirilmiş olmaktadır. Öğrenciler kuramsal olasılığı çarpma kuralını kullanarak hesaplamışlardır (257T, 264E, 270T, 272T). Ayrıca öğrenciler bir olayın olma olasılığını çarpma kuralını kullanarak bulabilecekleri bilgisini pekiştirdiği söylenebilir. Ancak Tugay bir sonraki aşamada bütün olası durumları yazmaya başlıyor.

276A. Peki, başka türlü nasıl hesaplarsınız bunu?
277T. Şimdi birinci soruya D derim önce
278E. İkinci soru da A olsun.
279T. Sonra A derim, C Derim, B derim. Sonra D, A, A, C, A sonra D, A, A, C, C. Böyle hepsini nasıl yazacağız ki.
280E: Bunu zaten hesapladık ki.
281T. Nasıl hesapladık?
282E. 1/16 iki de iki yapma olasılığımız, 1/64 üçte üç yapma, beşte beş yapma da 1/1024.
283T. Benim kafam karıştı şimdi.
284A: Bu şekilde kaç tane durum yazmanız gerekiyor?
285T. Çok tane.
286E. 1024 değil mi? Eğer üç tane soru olsaydı 64 tane olacaktı.
287A. Peki, burada kullandığınız yöntem hangisidir?
288E. Hesaplama
289T. Evet. Hesaplama yapıyoruz.

Tugay ikinci problemde yazdıkları gibi örnek uzay kümesini sistematik bir şekilde yazmaya çalışıyor. Ama yazmada başarısız oluyor. Bu aşamada Tugay'ın bu yapıyı kısmen oluşturduğu söylenebilir (279T). Ece'nin 280E ve 282E ifadeleri olası bütün durumları yazma ile olasılıkları çarparak bulma arasındaki ilişkiyi doğru olarak algıladığını göstermektedir. Araştırmacının sorduğu soru üzerine olasılık hesaplarken kullandıkları yöntemin "hesaplama" olarak belirtmeleri kuramsal olasılık kavramının oluştuğunun bir göstergesi olarak ele alınabilir (288E, 289T). Bu aşamadan sonra araştırmacı diğer kavramında pekiştirilmesi amacıyla öğrencilere sorular yöneltmiştir.

290A. Peki, deneme-yanılmayla da bulabilir miyiz başarılı olma olasılığımızı?
291E. Sallarız o zaman.
292A: Peki, sallarken kullanacağınız bir yöntem var mı?
293E: Yani eeee….
294T. Var.
295A. Nedir?
296E. O piti piti..

297A. Nasıl kullanacaksın?
298T. Zar atarız.
299E. İyi de 6 tane var.
300T. O zaman 1 ve 2 A şıkkı olsun, 3-4 B şıkkı olsun. 5-6 C şıkkı
301E. Oooo olmadı işte D ye kalmadı.
302T. Ya D şıkkı olsa olmaz mı?
303A. Olmaz.
304T. 4 köşeli bir şey atmamız lazım. Kare atarız.
305E. Kareyi nasıl atacaksın?
306T. Al o zaman silgi atarız bizde?
307E. Aynı hesap zardaki ile.

Öğrenciler deneme-yanılma yöntemini kullanırken bir matematiksel bir yöntem bulmada zorlanmışlardır. Öğrenciler olasılık belirlerken hep zar ya da silgi gibi bir nesnenin atılması gerektiğini düşünerek 4 yüzlü bir nesne aramışlar ama bir sonuca ulaşamamışlardır. Tugay'ın "4 köşeli bir şey atmamız lazım. Kare atarız (304T)" ifadesi kavramsal olarak doğru bir şekilde ilişkilendirdiğini göstermektedir. Bu aşamada araştırmacı öğrencilere yönlendirici sorular soruyor.

310A. Bence daha basit düşünün.
311T. Neyi atabiliriz ki?
312A: İlla bir şey atmanıza gerek var mı?
313E. Şey yapabiliriz geçen sefer yaptığımız gibi. 4 tane kağıdı bir torbaya atarız A, B, C, D yazarız. Karıştırırız sonra da çekeriz.
Bunun üzerine araştırmacı önceden hazırladığı boş kartları öğrencilere veriyor.
314T. Şimdi ben buradaki olayı anlayamadım ya?
315A. E sen anladın mı?
316E. Bak. Şimdi 2 tane seçenek olduğunda yazı-tura atıyoruz ya. Dört tane seçeneğimiz var ya A, B, C, D yazıyoruz karıştırıyoruz. Hangisi gelirse.
317T. Hııı. Tamam tamam anladım.
Boş verilen kartlara şıkları yazıp katlayıp torbaya atıyorlar.

Bu diyaloglar sonucunda öğrenciler soruları cevaplarken kullanabilecekleri uygun yöntemi bulabilmişlerdir. Burada Ece'nin önceden oluşturduğu bilgi yapısını doğru olarak kullanıldığı görülmektedir (313E). Ayrıca Ece'nin Tugay'a yaptığı açıklamalar onun bu bilgi yapısını pekiştirmesine yol açmıştır (316E). Tugay ise bu aşamada eş olasılık kavramı ile ilgili bilgi yapısını bu aşamada tanıyamadığı görülmüştür (314T). Ece'nin açıklamalarından sonra bu yapıyı tanıdığı söylenebilir. Öğrenciler belirledikleri bu yöntemle soruları cevaplamaya başlıyorlar.

319T. Birincisi C geldi. 2-A, 3-B, 4- B, 5-D
320A. Burada 1 doğrunuz var.

321T. Hadi ya ben çekiyim hepsini şanslıyımdır. 1-A, 2-B, 3-C, 4-A, 5-D.
322E. Şimdi ben d 5 tane çekiyim o zaman. 1- B, 2-C, 3-D, 4- C, 5- B.
323A. Bu seçimlerinizde F senin 1 doğrun var, E senin 3 doğrun var. Devam edin bakalım. Şimdiye kadar testi kaç kez cevaplamış olduğunuz?
324T. 3 oldu. Bir kez daha cevaplayalım 4 olsun.
E tekrar çekmeye başlıyor
325E. 1-C, 2-A, 3-D, 4- B, 5-C
326A. Burada da 2 doğrunuz var. Peki, hangisinde başarılı oldunuz?
327E. Hangisinden…. Hiçbirinden.
328A. Başarı şansınız nedir o zaman?
329E: Sıfır.
330A. Başarı yüzdeniz F?
331T. Sıfır. Bir dakika ben bir şey hesaplıyorum.
332E. Hangilerin doğru olduğuna bakıyor.

Ece ve Tugay yaptıkları denemeler sonucunda hiç başarılı olamadıklarını belirterek başarılı olma olasılığının sıfır olduğunu ifade etmişlerdir. Bu ifadeler deneysel olasılık kavramının oluştuğunu gösteren bir delil olarak kabul edilebilir. Deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarının oluşturulması amaçlanan bu görüşmede öğrencilerin bu yapıları "deneme-yanılma" ve "hesaplama" olarak oluşturulduğu gözlemlenmiştir. Öğrencilerin bu süreç esnasında iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesaplama, olası durumları yazma, birbirine bağlı olaylar ve birbirine bağlı olmayan olaylar kavramlarını pekiştirildiği görülmüştür.

3.2.4 İdil ile Sedat'ın Deneysel ve Kuramsal Olasılık Kavramlarını Oluşturma Süreci

İdil ve Sedat ile yapılan ikinci görüşme yaklaşık olarak 75 dakika sürmüştür. Araştırmacı etkinliğin ilk problemini içeren çalışma kâğıdını öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. Öğrenciler kısa bir süre duraklamışlar ve biraz düşündükten sonra düşünceleri açıklamaya başlamışlardır.

ETKİNLİK: Kader Anı

1- Ailenizle birlikte bir yarışmaya katılıyorsunuz. Yarışmada farklı renkteki iki zar aynı anda atılıyor. Zarların üst yüzündeki rakamların toplamının ne olduğunu doğru olarak tahmin etmeniz durumunda bir araba kazanacaksınız. Bunun için bir hafta süreniz var.

a) Sizce yarışmayı kazanma şansınız nedir? Nasıl hesaplarsınız?

1A: Sorudan ne anladınız?
2İ. Şimdi iki tane zar atılacakmış.
3S. Sonra toplamlarını tahmin edip doğru bulursak araba kazanacağız.
4A. Peki, kazanma şansınız nedir? Nasıl bulursunuz?
5İ.Şimdi ilk önce hallerini bulmamız gerekiyor. Kaç şekilde olduğunu.
6A. Kaç şekilde oluyor?
İ İkililer halinde yazmaya başlıyor
7A. İdil'in yaptığınız anladın mı Sedat?
8S: Zarlar 6 rakamlı olduğu için 1 den 6 ya kadar olduğu için hepsini yazmamız gerekiyor.
9İ. Toplam 36 kere gelebilir. O zaman 1/36 dır.

İdil'in "Şimdi ilk önce hallerini bulmamız gerekiyor. Kaç değişik şekilde olduğunu (5İ)" ifadesi iki boyutlu örnek uzayını tanıdığını göstermektedir. daha sonra ikilileri doğru olarak yazması ve olasılığı belirlemesi iki boyutlu örnek uzayda olası durumları belirleme bilgi yapısı ile olasılık hesaplama bilgi yapısını tanıyarak kullandığı gözlemlenmiştir. Bu aşamada "Zarlar 6 rakamlı olduğu için 1 den 6ya kadar olduğu için hepsini yazmamız gerekiyor (8S)" ifadesi önceden var olan yapılarını tanıdığını göstermektedir. Bu aşamada öğrenciler soruyu dikkatli okumadıkları için yanlış bir cevap bulmuşlardır. Araştırmacı soruyu anlamaları için sorular yöneltiyor.

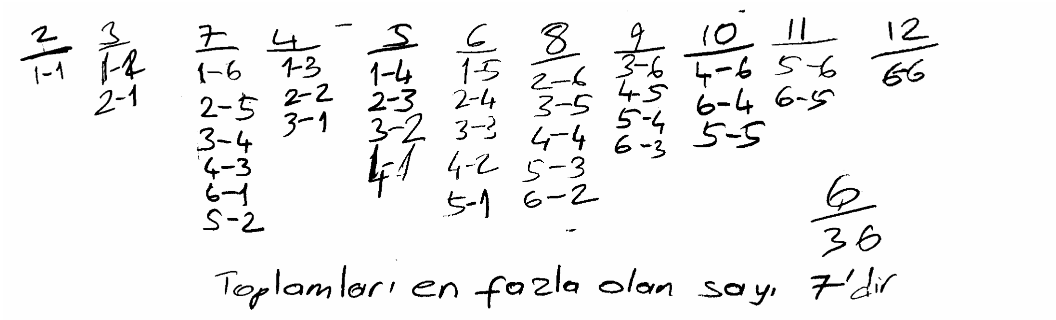
10A. Peki, siz neyi tahmin ediyorsunuz?
11S. Toplamını
12İ. Toplamını
13A. O zaman ne yapacağız?
14İ. O zaman
Düşünüyor ve yazdıkları ikilileri silmeye başlıyor. Yazdığı bütün ikilileri siliyor.
15A.Niye siliyorsun?
16İ. Bunlara gerek yok toplamlarını bulacağım. (Hepsini sildikten sonra) Şimdi sonuçları 2 olabilir bunların, sonra 3 olabilir, sonra 4 olabilir, 5 olabilir, 6 olabilir, 7 olabilir, 8 olabilir, 9, 10, 11, 12. Toplamları bunlar olabilir bir, iki, üç…… on bir 1/11 dir.
17A. 1/11 olan nedir?
18İ. Arabayı kazanmak için tahmin etme olasılığımız.

İdil'in doğrudan bir çift atılınca toplamlarının 2 ile 12 arasında olacağını düşünmesi iki boyutlu örnek uzayı doğru bir şekilde algıladığı ve bu bilgi yapısını doğru bir şekilde kullandığı görülmektedir. Ancak öğrencilerin İdil'inde tıpkı Faruk gibi "eş olasılık yanlılığı" kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Yani İdil de bir çift zar atınca gelebilecek olası durumları hepsini düşünmeden sadece bu olası durumların toplamlarını ele alarak olasılıkları karşılaştırmıştır. Sedat ise bu süreçte sessiz kaldığı için onun bilgi oluşturma süreci hakkında herhangi bir yorum yapılamamıştır.

19A. Peki, bir çift zar attığımızda hangi sayı gelir sizce?
20İ. Bir olabilir, iki olabilir, üç olabilir, dört de olabilir, 1 ile 1 gelir 2 olur, 2 ile 2 gelir 4 olabilir. 4-4 gelirse 8 olur.
21S. 3 ile 5 gelirse de 8 olur.
22İ. Evet.
23A: Peki toplamları 8 yapan başka sayı ikilileri var mıdır?
24İ. O fark etmez ki 8 dersen 3 ile 5 geldiğinde de kazanırsın 4-4 geldiğinde de kazanırsan
25S. 6 ile 2 de var.
26A: Mesela toplamları 2 olma durumu kaç tanedir?
27S. Bir 1 ile 1 başka yok.
28İ.Hıııı…. Şimdi anladım… 8 de 4-4 olabilir, 3 ile 5 olabilir, 6 ile 2 olabilir, 2 ile 6 olabilir. Burada 4 tane oluyor ama 2 de bir tane var.
29S. O zaman en çok olanı bulmamız gerekmiyor mu?
30A: İşte siz bulacaksınız onu?
31İ. En çok olanı bulmalıyız.
32S. 6 mı?

Bu diyaloglardan öğrencilerin problemi doğru olarak anladıkları görülmektedir. İdil'in 28İ ifadesi ve Sedat'ın 29S ifadesi çözüm için doğru bir ilişkilendirme yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin bu ifadeleri olası durumların sayısı ile olasılık arasında ilişkinin farkında olduklarını göstermektedir. Sedat'ın ikilileri yazmadan 6 tahmininde bulunması oluşturma sürecinin başladığının bir göstergesi olarak kabul edilebilir. İdil her bir toplam için oluşabilecek ikilileri yazmaya başlıyor. Sırayla önce 2 toplamını oluşturan ikilileri sonra 3 toplamını oluşturan ikilileri yazdıktan sonra 7 toplamını oluşturan ikililere geçmiştir. Daha sonra bütün ikilileri doğru bir şekilde yazmıştır.

33A. Niye 3 den sonra 7 ye geçtin?
34İ. Bence en fazla 7 olacak.
35S. 6 da olabilir.
İ ikilileri yazmaya devam ediyor.
36İ. 7 olur.
37A. Niye 7 olacak?
38İ. Toplamları en çok 7 olabiliyor.
39A: Peki, toplamları 7 gelme olasılığı nedir?
40İ. Toplam bir, iki, …… otuz altı tane durumlar 6/36 olur.



Şekil 8: İdi ve Sedat'ın deneysel-kuramsal olasılık çalışmasına ait veriler

İdil olası bütün ikilileri düşünerek toplamlarını doğru bir şekilde yazmış ve olasılığını hesaplayabilmiştir. Bu aşamada İdil önceden oluşturduğu yapıları tanıyıp kullanarak olasılığı bulabilmiştir (40İ). Bu anlamda İdil'in önceden oluşturduğu yapıları pekiştirdiğini söyleyebiliriz. Etkinliğin buraya kadar olan bölümünde öğrenciler problem için kuramsal olasılığını hesaplayabilmişlerdir. Öğrencilerin deneysel olasılığı hesaplayabilmeleri için araştırmacı öğrencilere yönlendirici sorular yöneltmiştir.

44A: Peki bir hafta süreniz var nasıl bir hazırlık yaparsınız yarışmaya?
45İ. Zarlar bizim mi?
46A. Ne yapacaksınız zarlarla?
47İ. Sürekli atarım. Elimi alıştırırım.
İ'nin bu ifadesinden sonra araştırmacı öğrencilere bir çift zar veriyor. İ zarları atmaya başlıyor.
48İ. Bakalım tahminimiz doğru mu? (Zarları atıyor) Atıyorum 10 geldi olmayacak, bir daha atarız gene olmayacak. Sonra bir tane daha atacağız olacak 5 ile 2 geldi.
49S. Bir daha at.
50A. Peki nasıl hazırlanacaksınız yarışmaya?
51S. Bence zar atarak hazırlanabiliriz.
52A: Haftaya böyle bir yarışmaya katılacağınızı düşünün ne yaparsınız? Bu yukarıda yaptığınız çalışma yeterli olur mu?
53İ. Kesinlikle kazanmak istiyorsak yeterli olmaz.
54A. Peki nasıl hazırlanacağız böyle bir yarışmaya? Elinizde sadece bir çift zar var?
55İ. (Zarları atıyor) Böyle atarız kazanma şansımız belirlemeye çalışırız.
56S. Evet.
57A. Peki bu şekilde atarak nasıl bulacaksınız şansınızı?
58İ. Hangisi daha çok gelirse onu söyleriz.
59S. Evet.

Bu diyaloglardan öğrencilerin deneme yaparak da şanslarını belirleyebilecekleri düşüncesini oluşturmaya başladıkları söylenebilir (55İ, 56S). Ayrıca öğrencilerin yukarıda yaptıkları tahmini deneme yaparak doğrulama istekleri onların deneme yapmaya yönelmelerini sağlamıştır. İdil'in "Hangisi daha çok gelirse onu söyleriz (58İ)" ifadesi deneysel olasılık kavramının temel özelliğinin oluşmaya başladığının bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Öğrenciler sırayla zarları atmaya başlamışlar ve gelen ikilileri not ederek toplamlarını belirlemişlerdir.

60İ. Genellikle 8 geldi. 5 ile 4 geldi.
Bu arada S zarları alıp o da atmaya başlıyor.
61S: 2-5 geldi, yine 5-4 geldi, 6-1 geldi, gene 6-1 geldi, 6-3 geldi, 4-6 geldi, 2-2 geldi, 2-2 geldi, 1-1 geldi, 1-1 geldi, 5-2 geldi, 1-5, 2-3, 2-1, 4-5, 6-6,
62A. Toplam kaç tane oldu?
63İ. 17 olmuş. 20 tane olsun. 1-4, 4-5, 1-6.
64A. Peki, 20 kez zarı attınız. Hangi sayıyı söylersiniz?
İ sayıların toplamlarını buluyor.
65İ. 9, 7, 9, 7, 7, 9, 10, 4, 4, 2, 2, 7, 6, 5, 3, 9, 12, 5, 9, 7
66S. 7 mi 9 mu?
67İ. Toplam 5 tane 9, 5 tane de 7 var, 1 tane 10, 2 tane 4, 2 tane 2, 1 tane 6, 2 tane 5, 1 tane 3, 1 tane 12.
68A: Bu sonuçlara göre ne dersiniz peki?
69İ. 9 derim ya da 7 derim.
70S. Evet.
71A. 9 un gelme şansı nedir bu sonuçlara göre?
72İ. ¼ dur.

Öğrenciler denemeler sonucunda oluşan ikililerin toplamların frekans dağılımını yaptıktan sonra gelme olasılıklarını doğru bir şekilde hesaplayabilmişlerdir. 9 ve 7 toplamlarının frekanslarındaki eşitlik denemelere devam etmelerini sağlamıştır. Bu aşamada öğrencilerin deneysel olasılık kavramını gözlenen değerlerin sayısının deneme sayısına oranı olarak hesaplanabileceği bilgisinin oluşturma sürecinin başladığı gözlemlenmiştir (69İ, 72İ).

73A. Peki bu sonuçlara göre 7 mi diyeceksiniz 9 mu?
74S. Atmaya devam edelim. 20 tane daha atalım.
75İ. 6-5, 1-6, 1-4, 6-5, 6-5, 1-3, 6-4, 1-2, 1-2, 1-5, 4-4, 3-5, 2-5, 1-5, 2-1, 1-1, 4-2, 4-6, 2-2, 4-1
Toplamlarını bulup, gelen toplamların frekans dağılımlarını yapıyorlar.
76S. 1 tane 2, 3 tane 3, 2 tane 4, 2 tane 5, 3 tane 6, 1 tane 7, 2 tane 8, 1 tane 9, 2 tane 10, 3 tane 11.
77İ. Toplam 3 tane 2, 4 tane 3, 4 tane 4, 4 tane 5, 4 tane 6, 7 tane 7, 2 tane 8, 5 tane 9, 3 tane 10, 3 tane 11, 1 tane 12 oldu.
78A. Bu sonuçlara göre hangi sayıyı söylersiniz?
79S. 9
80İ. Ben 7 söylerdim.

81A. Niye 7 söylerdin?
82İ. Çünkü 7 nin oranı daha çok. 7/40
83A: Şimdi burada iki farklı yöntemle kazanma şansınız hesapladınız? Bunların arasındaki fark nedir?
84İ: Bunların arasındaki fark çıkma oranlı farklı burada 40 tane attık sonra payı da farklıdır.
85A. Peki izlediğiniz yol bakımından nasıl bir fark vardır?
86İ. Burada çıkma oranlarını yazdık, burada ise zar kullanarak çıkma oranlarını bulduk. Mesela zar atarak bulduğumuzda 7 nin çıkma oranı 7/40.

Öğrenciler zarları yirmi kez daha atarak toplamları kaydetmişlerdir. İlk yirmi atıştaki toplamları da dikkate alarak toplamların frekans dağılımını tekrar yapmışlar ve deneysel olasılığı doğru bir şekilde hesaplayabilmişlerdir (82İ). Ayrıca İdil kullandıkları yöntemleri doğru bir şekilde ifade etmesi yeni oluşturduğu yapıların temel özelliklerinin farkında olduğunu gösteren bir kanıtı olarak kabul edilebilir (86İ).

Araştırmacı ikinci problemin yer aldığı çalışma kağıdını öğrencilere vererek okumalarını istemiştir. Öğrenciler soruları anlayamadıkları için sallayacaklarını ifade ederek testten başarılı olmalarının şansa bağlı olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerin bu ifadelerinde sonra İdil önce zar atabileceklerini sonra da silgisinin üzerine “D” ve “Y” yazıp silgiyi havaya atmaya başlamıştır.

2- Ingilizce öğretmeniniz bir hata sonucu size lise öğrencilerinin sorularının yer aldığı aşağıdaki gibi beş tane doğru ve yanlış sorusundan oluşan bir test uygulamıştır. İngilizce öğretmeniniz sınav esnasında başınızda olamadığı için itiraz edemiyorsunuz. Bu nedenle soruları cevaplamak zorundasınız. Testteki soruların hepsini cevaplamanız gerekmektedir (Hiç birini boş bırakmayınız). Testten başarılı sayılmak için en az dört tane doğru cevap vermeniz gerekmektedir.

(.......) 1- For any triangle, the sum of the lenghts of any two sides is greater than the length of the remaining side.

(.......) 2- An equilateral triangle has at least two sides of equal length.

(.......) 3- When you slide a figure so each point moves the same distance in the same direction, it is called a rotation. .

(.......) 4- If a figure is translated, rotated or reflected, the resulting figure is congruent to the original figure.

(.......) 5- An isosceles triangle has three sides of different lengths.

a) Bu soruları nasıl cevaplandırırsınız? Soruları cevaplarken nasıl bir yol izlersiniz?

98İ. Şimdi böyle atacağız.
99A. Peki daha basit bir yolu yok mu?
100S: Yazı-tura atabiliriz.
101A. Tamam alın size bozuk para. Niye yazı-tura atıyorsunuz?

102S. Şans olduğu için. Bir şey anlamıyoruz. Sallayacağız.
103İ. Tamam. Yazı mı doğru tura mı?
104S. Yazı Doğru, Tura Yanlış.

İdil'in soruları cevaplarken kullandığı informal düşüncesi onu doğru yöntemi kullanmasına aracılık etmiştir. Bu durumla da öğrencilerin informal düşüncelerinin önemi bir kez daha ortaya çıktığı söylenebilir. Öğrencilerin bu şekilde soruları cevaplama isteği onların önceki yapılarını tanıyarak kullandığının bir göstergesi olabilir (110S, 103İ, 104S). Öğrenciler parayı havaya atarak soruları cevaplamaya başlıyorlar.

107İ. Yazı geldi 1-Doğru, 2- Doğru, 3- Yanlış, 4- Doğru, 5- Yanlış
108A. İ senin 3 doğru, 2 yanlışın var.
109S. Sıra bende ben 4 tane yapacağım.
S Bozuk parayı atmaya başlıyor.
110S. 1- Doğru, 2- Yanlış, 3- Doğru, 4-Yanlış, 5- Doğru.
111A. S senin 2 doğru, 3 yanlışın var. İkiniz de başarısız oldunuz. Şimdi ne olacak?
112S. Bir daha atarız.
113A. Atın bakalım.
114İ. 1- Doğru, 2- Doğru, 3-Yanlış, 4- Yanlış, 5- Yanlış
115S. 1- Yanlış, 2- Doğru, 3- Yanlış, 4- Doğru, 5- Yanlış
116A. İ senin yine 4 doğru, S senin de 3 doğrun var bu kez. Şimdi bu durumlara göre sizin bu testten başarılı olma şansınız nedir?
117İ. Başarılı olmamız için en az dört tane soruya doğru cevap vermemiz lazım…… Biz bir kere dört doğru yapabildik. Yani 1/6 olur 6 denemde bir kez başarılı olduk.

Öğrenciler denemelerinin sonucunda testten başarılı olma şanlarını hesaplayabilmişlerdir. Bu diyaloglardan öğrencilerin önceki problemdeki oluşturduğu yapıları kullandıkları söylenebilir (117İ). Öğrencilerin aynı problemi kuramsal yolla hesaplayabilmeleri için araştırmacı sorular yöneltmiştir.

124A. Peki, testte bir tane soru olsaydı doğru cevaplama olasılığınız kaçtır?
125İ. %50 dir.
126A. Peki, iki soru olsaydı iki de iki yapma olasılığınız kaçtır?
127İ. %25.
128A. Nasıl hesapladın?
129İ. Şimdi bir tanesinin doğru bir tanesinin yanlış, birinin yanlış ikincisinin doğru, sonra iki tane soruyu da doğru, iki tane soruyu da yanlış yapabiliriz.
130A. Peki, üç olsaydı? 3 de 3 doğru yapma olasılığınız ne olurdu?
131İ. 3 de 3 yapma olasılığımız …………. Şimdi burada bir sürü durum var. Doğru-doğru-doğru, yanlış-doğru-doğru, doğru-yanlış-doğru, doğru-doğru-yanlış, yanlış-yanlış-doğru olabilir, doğru-yanlış-doğru, yanlış-doğru-yanlış, yanlış-yanlış-yanlış olabilir. 8 de birdir.
132A. Peki, 4 tane olursa?
133İ. Çok uzun olur ama.

134A. Peki kısa bir yolu yok mu? 4 sorudan oluşan bir testte hepsinin doğru olma olasılığını nasıl bulacağız?
İ olası durumları yazmaya başlıyor.
135İ. Şimdi aslında bunların (üç soru için yazdığı ikilileri gösteriyor) sonuna hepsine D deriz. D-D-D-D, Y-D-D-D, D-Y-D-D, D-D-Y-D, Y-Y-D-D, D-Y-Y-D, Y-D-Y-D, Y-Y-Y-D, bir de aynılarının sonuna Y yazarız. D-D-D-Y, Y-D-D-Y, D-Y-D-Y, D-D-Y-Y, Y-Y-D-Y, D-Y-Y-Y, Y-D-Y-Y, Y-Y-Y-Y. Toplam 16 tane durum oldu. O zaman 4 de 4 yapma olasılığımız 1/16 olacak.
136A. Peki, soru sayısı 10 tane olsaydı bu şekilde nasıl bulacaktınız kazanma şansınızı?
137İ. 10 tane biraz zor olurdu. Ama vardır bir kısa yöntemi.
138A. Nasıl olacağını konusunda bir fikriniz var mı?
139I. Bilmem ki.
140S. Yok.

İdil sistematik bir yol kullanarak bütün olası durumları yazarak hesaplamıştır. Bu durumda öğrencilerin olasılık hesaplama ile ilgili önceden oluşturduğu yapıları kullandığını göstermektedir (129İ, 135İ). Ayrıca izlediği sistematik yol onun doğru akıl yürüttüğünün bir göstergesidir. Ancak burada öğrencilerden bileşik olayların olasılıklarını bulurken olasılıkların çarpımı kuralını kullanmaları beklenmekteydi. Çünkü öğrencilerle yapılan bir önceki etkinlikte bu kuralla ilgili yapının oluştuğu görülmüştü (Bkz İdil ve Sedat'ın bağımlı ve bağımsız olay kavramı bilgi oluşturma süreci). Ancak öğrenciler bu yapı ile ilişki kuramayarak tanımayarak çözümü farklı yolla gerçekleştirmişlerdir. Bu açıdan oluşturulan yapının yeterli düzeyde pekiştirilmediği söylenebilir.

Öğrencilerin iki soruya verdikleri cevaplardan sonra araştırmacı bir olayın olma olasılığını kaç farklı şekilde bulabilecekleri sorusunu yönelterek istenilen yapıların oluşup oluşmadığını kontrol etmek istemiştir. Öğrenciler iki soruya verdikleri cevapları tekrar gözden geçirerek kullandıkları yöntemlerin benzer ve farklı taraflarını belirlemeye çalışmışlardır.

141A. Bu yaptığınız iki problemi göz önüne alarak bir olayın olma olasılığını kaç farklı şekilde bulabilirsiniz?
142İ. Hepsini yazarak bulabiliriz.
143S. Zar atarak.
144A. Hepsi ile ne kastediyorsun?
145İ. Olması gereken bütün durumları yazarız.
146A. Mesela birinci soruda bu söylediğini nerede yaptın?
147İ. Burada işte. Toplamları 3 olan 4 olan hepsi 36 tane.
148A. İkinci soruda?
149İ. Orada da (yaptıklarına bakıyor) D-D-D, D-D-Y işte hepsini bu şekilde yazdık.

150A. Peki, başka bir yöntem kullandınız mı?
151S. Zar atarak yaptık. Denemeler yaptık.
152A. İkinci soruda?
153S. Burada da denedik ama bu sefer yazı-tura attık.
154A. Şimdi bu yöntemlere bir isim vermenizi istesem ne dersiniz?
155İ. Yazarak bulunanlar sonra da deneme yaparak bulunanlar.
156A.Sen ne diyorsun S?
157S. Olur böyle.

Öğrenciler kullandıkları yöntemleri isimlendirirken “yazarak bulunanlar” ve “deneme yaparak bulunanlar” adlarını önermişlerdir (155İ). Bu ifadelerin içerdikleri anlam düşünüldüğünde öğrencilerin oluşturulması istenilen kavramların genel olarak farkında oldukları görülmüştür. Bu aşamada öğrencilerin kavramların gerçek adlarından çok onların temel özelliklerinin yapılandırılıp yapılandırılmadığı göz önüne alınmıştır.

Araştırmacı hem dikey matematikleştirme sürecini pekiştirme eylemini gerçekleştirmek amacıyla öğrencilere üçüncü sorunun yer aldığı çalışma yaprağını vererek okumalarını istemiştir. Ancak öğrenciler bileşik olayların olasılıklarını hesaplarken çarpma kuralını burada da tanıyamadıkları için olası durumları yazarak bulmaya çalışmışlar ancak durum sayısının fazla olması edeniyle bunda başarılı olamamışlardır.

3- Yukarıda testteki sorular doğru-yanlış testti değil de çoktan seçmeli bir test olsaydı ve yine testten başarılı olmak için en az dört doğru cevaba ihtiyacınız olsaydı;

a) Başarılı olma şansınızı bulabilmek için nasıl bir yol izlediniz?

159A. Evet şimdi nasıl yapacaksınız?
160İ. Kaç tane şık var?
161A. A, B, C, D 4 tane.
162İ. Ama çok uzun olacak. Bir soru olsaydı %25 di şansımız 4 şık olduğu için. Ama 2 şık olursa İkisi de A-A olabilir, A-B, A-C, A-D, böyle bir sürü olur…………………….

Bunun üzerine deneme yaparak bulabileceklerini söyleyerek deneysel olasılığı hesaplamaya çalışmışlardır. Ama deneme yaparken kullanılacakları yöntemi bulmada zorlandıkları görülmüştür. Bunun üzerine araştırmacı öğrencilere kullanılabilecekleri bir yöntem söylemiştir.

163A. Peki, başarılı olma şansınızı nasıl bulabileceksiniz?

164İ. Yine yazı-tura atsak olmaz mı?
165A. Nasıl atacaksın yazı-turayı?
166İ. Yazıya A deriz, turaya da B.
167S. C ve D kaldı.
168İ. Zar atalım o zaman. 1 ile 2 A, 3-4 B, ama olmadı gene. O zaman bende iki tane zar atarım.
169A. O zaman nasıl olacak?
170İ. Toplam 12 tane olur. ilk üçü 1-2-3 birisi ya da ikisi gelirse A, 4,5,6 gelirse B, 7,8,9 gelirse C
171A. 7, 8, 9 nasıl gelecek ben orasını anlamadım?
172İ. 7, 8, 9 dan birisi ya da toplamının birisi. Ama yine olmadı.

…………………………………………………………………………………

185A. İlla bir şeyler atmak zorunda mıyız? Geçen ki etkinlikte yaptığımız yapsak olmaz mı?
186İ.Evet öyle yapabiliriz. Kartlara A, B, C, D yazarız. Sonra torbanın içine atıp çekeriz.
187A. Yazın çekin bakalım.
Araştırmacı yanında getirdiği torba ve boş kartları öğrencilere veriyor. Öğrenciler şıkları yazıp çekmeye başlıyorlar.
188S: 1-C, 2-A, 3-D, 4-B, 5-A
189İ. 1-C, 2-D, 3-D, 4-B, 5-D
190A: İ senin iki tane, S senin 1 tane doğrun var.
191İ. Bir daha deneyebilir miyiz?
192A. Tamam.
193İ. 1-C, 2-A, 3-D, 4-D, 5-C
194S. 1-A, 2-B, 3-C, 4- A, 5-C
195A. İ senin bir tane doğrun var, S senin hiç doğrun yok. Bu sonuçlara göre testten başarılı oma olasılığınız nedir?
196S. Sıfır. Hiç başarılı olamadık ki.
197İ. Evet. Kaldık.
198A. Bu olasılığı hangi olasılık yöntemine göre hesapladınız?
199İ. Deneme yaparak bulanan olasılık.
200S. Evet.
201A. Peki, böyle bir sınava girmiş olsaydınız doğru-yanlış testi mi yoksa çoktan seçmeli soruların mı olmasını isterdiniz?
202İ. Şimdi bir kere doğru-yanlış isterdim.
203A. Niye?
204İ. Bunda 2 şık ama ötekisinde 4 tane şık var. Başarılı olma yüzdemiz daha çok.

İdil ve Sedat yaptıkları denemelerin hiçbirinde başarılı olamadıklarını belirterek başarılı olma olasılığını sıfır olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler deneysel olasılık kavramını oluştuğunu gösteren bir delil olarak kabul edilebilir. Deneysel olasılık ve kuramsal olasılık kavramlarının oluşturulması amaçlanan bu görüşmede öğrencilerin bu yapıları "deneme yapılarak bulunanlar" ve "yazarak bulunanlar" olarak isimlendirdiği gözlemlenmiştir.

3.2.5 Rengin ile Didem Deneysel ve Kuramsal Olasılık Kavramlarını Oluşturma Süreci

Rengin ve Didem ile gerçekleştirilen ikinci görüşme yaklaşık olarak yetmiş dakika sürmüştür. Araştırmacı etkinliğin ilk problemini içeren çalışma kağıdını öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. Öğrenciler soruyu okuduktan sonra nasıl bir yol izleyeceklerine karar verememiştir. Bunu üzerine araştırmacı sorular sorarak onları yönlendirmeye çalışıyor.

ETKİNLİK: Kader Anı

1- Ailenizle birlikte bir yarışmaya katılıyorsunuz. Yarışmada farklı renkteki iki zar aynı anda atılıyor. Zarların üst yüzündeki rakamların toplamının ne olduğunu doğru olarak tahmin etmeniz durumunda bir araba kazanacaksınız. Bunun için bir hafta süreniz var.

a) Sizce yarışmayı kazanma şansınız nedir? Nasıl hesaplarsınız?

10A. Peki yarışma için bir hafta süreniz var. Nasıl bir çalışma yaparsınız?
11R. Elim alışsın diye zar atarım.
12D. Evet. (Bunun üzerine araştırmacı yanında getirdiği bir çift zarı öğrencilere veriyor)
13A. Alın bakalım size bir çift zar
14D. (Zarı hemen eline alıp atmaya başlıyor) 6,1 geldi
15R. Bir dakika şimdi altı çıktı
16D. Hımmmm…Ben anladım galiba
17R. Anladım da yani …..
18D. Önemli olan bir üstleri bir altları belirlemek değil mi yani. Şu ikisinin (zarların üst yüzlerini gösteriyor) üstlerine gelen olasılığı belirlemeyecek miyiz?
19R. Tamam ama işte toplamını….Ama mesela 6 ile 1 geldi burası var burası var burası (zarın diğer yüzlerini çevirerek gösteriyor)
20D. Oooo. Kaç tane var? 5, 4, 1
21R. Altıdan geriye kadar olanlar
22D. Eeeee…Bunların hepsini tek tek yazacak mıyız? (Araştırmacıya soruyor)

Öğrenciler başlangıçta bir çift zar atıldığında oluşabilecek ikilileri sayısının çok olacağını ve bunları yazamayacakları düşüncesiyle duraksamış ve problemin çözümü için herhangi bir fikir üretmemişledir. Bunun üzerine araştırmacı Rengin'in 11R deki ifadesinden sonra öğrencilere bir çift zar vermiştir. Öğrencilerin zar ile yaptıkları bir atış sonrasında iki boyutlu örnek uzaydaki ikilileri anlamlandırabildikleri (tanıyabildikleri) görülmüştür (18D, 19R, 20D). Ancak öğrencilerin hala bir çift zar atılınca gelebilecek ikilileri tam olarak algılayamadıkları söylenebilir.

28A. İki zar atılırsa hangi durumlar gelebilir sizce?
29D. Nasıl yani?
30R. Zarı atsak!
Yeniden zarı atmaya başlıyorlar.
31D. 6, 2 geldi
32R. Toplamları 8 ediyor.
33D. (Zarı tekrar atıyorlar) 4,4 geldi. Toplamı 8 aaaaaaa… hep sekiz mi gelecek (gülüyorlar).
34A. Tekrar at bakalım acaba toplamları sekiz olacak mı?
35R. 6,6 toplamları 12 oldu, olmadı.
36D. Ne olacak şimdi?
37R. 5,5 de gelebilir.
38A. Peki toplam kaç durum gelebilir?
Sessizlik oluyor birbirlerine bakıp gülüyorlar.
39R. 36 falan mı çünkü birincisi 1 olursa 6 durum var 6 tane var
40D.Evet öyle galiba
41R. Şimdi 36 oldu ama şimdi ikisinin toplamı diyor.
42D. Ben bizim ne yapmamız gerektiğini çözemedim.
43R. Bu durumların toplamlarını bilirsen
44D. Şimdi biz bu durumları mı yazacağız yoksa toplamlarını mı yazacağız.
45R. İlk önce bütün durumları bulalım sonra toplamlarını bulabiliriz.

Araştırmacının "İki zar atılırsa hangi durumlar gelebilir sizce? (28A)" sorusuna öğrencilerin zar kullanarak cevap vermesi hala olası durumları düşünemediklerinin bir göstergesi olarak kabul edilebilir (30R, 33D, 35R). Birkaç denemeden sonra Rengin bir çift zar atılınca oluşabilecek ikililerin sayısını doğru olarak belirleyebilmiştir (39R). Ancak Didem'in hala problemi tam olarak anlamadığı görülmektedir (44D). Rengin' in açıklamalarından sonra olası tüm ikilileri yazmaya başlıyorlar (41R).

46D. Şimdi birinin 1 geldiğini düşünelim.
47R. 1 ile 1, 1 ile 2, 1 ile 3, 1 ile 4, 1 ile 5, 1 ile 6
48D. Evet yaz.
49R. (örnek uzayı yazmaya başlıyorlar) (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6); (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6).
50D. Hep böyle gider bu.
51R. (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6); (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6); (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6); (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6).
52D. Tamam. Bunlar gelme durumları
53R. Şimdi altı tane var toplam otuz altı.

Öğrenciler olası tüm durumları zorlanmadan yazabilmişlerdir. Bu durum daha önceden oluşturdukları yapıları tanıyıp kullandıklarını göstermektedir (49R, 51R).

Problemde gelebilecek ikilileri toplamlarını ne olabileceğini sorduğu için yazdıkları ikililerin toplamlarını bularak frekans dağılımını yapıyorlar.

62R. 3 ten 1,2 iki tane var.
63D. Toplamları 4 olan 3 tane, 5 olan 4 tane böyle gidecek o zaman
64R. 6 dan 5, 7 den 6,
65D. 8 den 7 tane olması lazım.
66R. 1, 2, 3, 4, 5 (toplamları 8 olan çiftleri sayıyor) 5 tane başka var mı yanlış mı yaptık.
67D. 2 ile 6, 5 ile 3, 4 ile 4, 5 ile 3, 6 ile 2 5 tane doğru yaptın.
68R. Tamam o zaman 5 tanedir.
69D. Şimdi 9 lar 3 ile 6 bir, 4 ile 5 iki, 5 ile 4 üç, 6 ile 3 4 tane.
70R. 9 dan 4 tane. Şimdi 10 dan 3 tane olacak.
71D. Aynen 1, 2, 3 tamam işte 3
72R. 11 den bir iki
73D. 12 den de bir.
74A. Peki bu sonuçlara göre yarışmada hangi sayıyı söylersiniz? Neden?
75R. En çok olanı 7 yi söylerdim. Çünkü onun gelme olasılığı daha yüksek.
76D. Bence de 7.
77A. 7 gelme olasılığı kaçtır?
78R. 7 gelme olasılığı 6 kere 7 gelebilir.
79D. 36 da 6 olmuyor mu?
80R. Evet. Diğerleri daha düşük.
81D. Tamam işte 36 da 6 diğerlerinin olma olasılığından daha büyüktür.
82R. O zaman yarışmada 7 derdim.
83D. Evet olasılığı daha fazla.

Bu diyaloglardan öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda bir olayın olma olasılığını hesaplama ile ilgili yapıların oluşturduğu söylenebilir (79D, 80R). Ancak öğrencilerin düşüncelerini açıklamada çekingen davrandıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin söylediklerinden tam emin olamadıkları anlamına gelebilir. Rengin' in "En çok olanı, 7 yi söylerdim. Çünkü onun gelme olasılığı daha yüksek (75R)" ifadesi istenilen olayın çıktı sayısı ile olasılığı arasındaki ilişkiyi doğru olarak kullandığı görülmektedir. Öğrenciler bu aşamada kuramsal olasılığı doğru bir şekilde hesaplayabilmişlerdir. Araştırmacı öğrencilerin deneysel olasılık kavramını oluşturmaları için onlara sorular yöneltmiştir.

85R. Şimdi en çok 7 toplamı var. Zarları attığımda 7 gelmesine çalışırdım. (Zarları atıyor.) Aaaaa… yedi geldi (6,1). Ama her zaman gelmeyecek ki.
86A. Bir daha at.
87R. 5-6 geldi 11. Ama bir tane mi atmamız gerekiyor?

88D. Bence aynı.
89R. Şimdi sen at bir ben tahmin ediyorum. Ben 7 diyorum.
90D. (Zarları atıyor) 5-2 yedi çıktı.
91R. Kazandım. Ama her zaman 7 çıkmayabilir.
92D. Ama daha yüksek işte.
93R. Biz yaptık.
94D. Mesela 10 defa atsak 7 kaç defa gelir?

Öğrenciler kuramsal olasılığı hesaplarken oluşturdukları yapıları doğru olup olmadığını kontrol etmek amacıyla denemelere yönelmişlerdir (85R). Rengin' in 89R ifadesi yukarıda oluşturduğunun yapıyı kullandığının bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Ama Rengin' in "Kazandım. Ama her zaman 7 çıkmayabilir (91R)" ifadesi bir olayın olasılığı ile ilgili bilgiyi nasıl yorumlayacağı hakkında yanlış bir düşünceye sahip olduğunu göstermektedir. Buna karşın Didem' in 92D ifadesi bir olayın olasılığını ile ilgili bilgiyi doğru olarak yorumlayabilmiştir. Bu aşamadan sonra öğrenciler denemelere başlamışlardır.

95R. 5, 8, 9, 3, ya offf çok kötü atıyorum. 8, 6, 4, 10, 5 hiç 7 çıkmadı yok böyle bir şey. 3 ya hep aynı sayıları attım. (Şaşırdılar birbirine bakıp gülüyorlar).
96D. Tamam şimdi kaçar tane var. 2 tane 5, 2 tane 3,
97R. Her şeyi attım bir 7 atamadım. Olsun ama 6 tutturdum. Ben hep 7 ye odaklandığım için. 7 nin çıkma olasılığı o kadar fazla ben çıkmama olasılığı olanları attım. ……………………………… Ama şöyle bir şey daha var. Yani sonuçta eğer 7 yi seçersek. Bunların (diğer sayıları gösteriyor) çıkma olasılıkları toplamı 7 den daha yüksek olur. …..
98D. Ama yine de en yüksek 7.
99R. Ama bak şimdi biz 7 yi seçtik tamam mı ee. Bunların şunların çıkmama olasılıklarının toplamı 7 den fazla olmuyor mu?
100D. Çıkma olasılıkları mı çıkmama olasılıkları mı?
101R. Ayyy. Çıkma olasılıkları.
102D. Yani evet de ………………………………………….. aralarında en çok çıkma olasılığı olan 7.
103R. Ya ama bak.
104D. Ama diğerleri daha yüksek toplam olarak.
105R. Ama diğerlerinin sonuçta 7 ile 6 yı seçersek diğerleri kalıyor. Onların ki yüksek oluyor. Bir on tane sen at.

İlk on atış sonucunda 7 toplamının hiç gelmemesi onları şaşırtmıştır. Sonra bu durumu anlamak için ortaya attıkları düşünceleri doğru olarak ifade etmişlerdir. Bu aşamada öğrencilerin önceki bilgilerini kullandıkları gözlemlenmiştir (97R, 99R, 102D, 104D). Öğrencilerin bu durum karşısında denemelere devam ediyorlar. Araştırmacı bu aşamada öğrencileri izlemeye devam etmiştir.

106D. 5, 5, 6, oh 7, 4, 7, 7, 3, 8, 5, 3 bak ikisi de 3 ile 5 ile bitti. Demek ki kişiden kişiye değişiyormuş.
107Y. 3 tane 7 oldu.
108A. Şimdi bu duruma göre 20 tane atış yaptınız. 20 atışı dikkate alarak hangi sayıyı söylersiniz?
109D. Bence 5. (5 leri saymaya başlıyor) 1,2, 3,4,5
110R. 5 tane 5 var.
111A. Peki, 5'in gelme olasılığı kaçtır?
112R. 20 de 5.
113D. 20 de 5 yani ¼ .
114R. Tamam. Diğerleri de şey değil mi. 3 bulalım.
115D. 1,2,3,4 4 tane mi?
116R. Evet 4 tane 4/20. 7 yi yapalım şimdi.
117D. Dur 7 den önce 8 kaç tane var ona bakalım. 6 iki tane 2/20 olur, 7 1,2,3 3 tane 3/20 olur.
118A. Peki bu sonuçlara göre hangi sayıyı tahmin edersiniz?
119R. 5 olur herhalde.

Bu diyaloglardan öğrencilerin deneysel olasılığı doğru bir şekilde hesapladıkları görülmektedir (112R, 113D, 116R, 117D). Öğrenciler deneysel olasılığı hesaplarken önceki yapıları tanıyıp kullandıkları söylenebilir. Öğrenciler bu olasılıkları dikkate alarak kuramsal olasılıktan farklı olarak tahminlerini 5 olarak ifade etmişlerdir. Ancak öğrenciler her zaman 5 in çok çıkmayacağını belirtmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı denemelere devam etmelerini istemiştir.

120D. Ama her zaman 5 çıkmayabilir. Biz sadece çok olasılığı olduğu için onu söylüyoruz. Yani olabilir.
121A. Tamam. İsterseniz bir on tane daha artın.
122D. 4, 6, 10, 7, 10, 4, 7, 8, 8, 10 kaç tane var?
123R. On oldu bitti.
124D. Şimdi sen at.
125R. 3, 11, 8, 3, 11, 9, 8, 9, 4
126D. Bir on tane daha atalım da 50 tane olsun.
127R. 3, 6 5, 4, 4, 2, 7, 3, 7, 2 kaç tane var. 10 olmuş tamam.
128A. 50 atış yaptınız. Bu sonuçlara göre tahmininiz ne olur?
129D. Hımmm. Hangisi en çok gelmişse onu söylerim. Yukarıda (ilk 20 atış için) en fazla 5 gelmişti. Kaç tane 5 var şurada? Sadece bir tane mi var.
130R. 1 tane var. Ama 50 oldu zaten.
131A. O zaman 5 gelme olasılığı nedir bu durumda?
132D. Ama 50 tane var.

133R. Tamam işte 6/50 oldu. En çok 4 var galiba. (sayıyorlar) 5 tane burada çıktı şurada kaç tane vardı 2. toplam 7 oldu. 7/50.
134D. 3 e bakalım (sayıyorlar) 4 tane burada 4 de burada var 8. 8/50. 6 yok 8 e bakalım. 7 tane de 8 var. 7/50.

Öğrenciler toplam elli kez zar atarak gelen ikilileri toplamlarını not etmişlerdir. Bu sonuçlara göre deneysel olasılıkları doğru bir şekilde hesaplayabilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin deneysel olasılık bilgi yapısını oluşturduğunu gösteren bir kanıt olarak ele alınabilir (133R, 134D). Ayrıca Rengin' in "Hangisi en çok gelmişse onu söylerim" ifadesi öğrencilerin yaptıkları işlemlerin farkında olduğunu göstermektedir. Araştırmacı öğrencilerin problemde iki farklı yöntemle olasılığını arasındaki farkı sezdirmek için sorular yöneltmiştir.

135A. Peki, şimdi buradaki (teoriksel kısmı göstererek) olasılık hesaplaması ile buradaki (deneysel kısmı göstererek) olasılık hesaplaması arasında fark var mı?
136R. Vardır.
137A. Ne fark var?
138D. Bir dakika
139R. Biz orada sadece yani
140D. Ama biz bunu nasıl hesaplamıştık?
141R. Biz orada toplamlarını yaptık.
142D. Eeee burada ne yaptık?
143R. Burada kaç tane çıkma olasılığını yaptık. Yani attık attıktan sonra hesapladık.
144A. İkinci bulduğunuz yolda nasıl bir yöntem izliyorsunuz?
145R. İşte attıktan sonra olasılıklarını hesapladık kaç tane varsa. Burada atmadan önce yapmıştık.
146D. Ama burada tahmindi.
147A. Burada
148R. Atıldıktan sonra.
149D. Attık yaptık ondan sonra.
150R. Her seferinde değişecek.
151A. Birincisinde nasıl hesaplıyorsunuz?
152D. Kafamıza göre. Ama bu gerçek hiçbir zaman değişmiyor. Ama bu (deneysel olasılığı göstererek) değişebilir. Yani bu değişkenlik göstermez bu gösterebilir.

Öğrencilerin ifadelerinden kullandıkları yöntemleri arasındaki farkı tam olarak açıklayamamışlardır. Öğrenciler daha çok yöntemlerin işlemsel olarak farklılıkları üzerinde durmuşlar, kavramsal olarak tam bir açıklama yapamamışlardır. Didem' in "Kafamıza göre. Ama bu gerçek hiçbir zaman değişmiyor. Ama bu (deneyerek buldukları olasılığı göstererek) değişebilir. Yani bu değişkenlik göstermez bu gösterebilir (152D)" ifadesi kullandıkları yöntemleri doğru olarak algılayabildiğini ancak istenilen şekilde anlamlandıramadıklarını göstermektedir. Deneysel olasılığı sanki önceden hesapladıkları kuramsal olasılığın kontrol edildiği bir yöntem olarak algıladıkları söylenebilir.

Araştırmacı ikinci problemin yer aldığı çalışma kağıdını öğrenciye vererek okumalarını istemiştir. Öğrenciler bu problemleri anlayamadıkları için sallayarak (tahminle) cevaplandırabileceklerini söylemişlerdir. Sallayarak cevaplandırabileceklerini söylemelerine karşın bu yöntemi nasıl kullanacaklarına karar veremiyorlar.

2- Ingilizce öğretmeniniz bir hata sonucu size lise öğrencilerinin sorularının yer aldığı aşağıdaki gibi beş tane doğru ve yanlış sorusundan oluşan bir test uygulamıştır. İngilizce öğretmeniniz sınav esnasında başınızda olamadığı için itiraz edemiyorsunuz. Bu nedenle soruları cevaplamak zorundasınız. Testteki soruların hepsini cevaplamanız gerekmektedir (Hiç birini boş bırakmayınız). Testten başarılı sayılmak için en az dört tane doğru cevap vermeniz gerekmektedir.

(.......) 1- For any triangle, the sum of the lenghts of any two sides is greater than the length of the remaining side.

(.......) 2- An equilateral triangle has at least two sides of equal length.

(.......) 3- When you slide a figure so each point moves the same distance in the same direction, it is called a rotation. .

(.......) 4- If a figure is translated, rotated or reflected, the resulting figure is congruent to the original figure.

(.......) 5- An isosceles triangle has three sides of different lengths.

a) Bu soruları nasıl cevaplandırırsınız? Soruları cevaplarken nasıl bir yol izlersiniz?

188A. Nasıl cevaplayacaksınız peki?
189D, R. (ikisi de aynı anda) sallayacağız.
190A. Peki sallarken nasıl bir yöntem kullanacaksınız?
191D. Gelişigüzel mesela 1-D, 2- Y, 3-D, 4- Y, 5-D öyle yani
192A. Tamam bir kez cevaplayın bakalım.
193D. Cevaplıyorum. Doğru-doğru-yanlış-doğru-yanlış
194R. Tamam sen öyle yap. Aaaa bende öyle yapacaktım.
195A. Başka olabilir mi peki?
196D. Olur. Bir sürü olabilir mesela yanlış- yanlış-doğru ooooo bir sürü olur.
197A. Peki atarak kazanma şansınız nasıl olacaktır?
198D. Tutarsa.
199A. Tutturma şansınız nedir? Nasıl bulursunuz?
200D. Ama aklının alamayacağı kadar çok var. Baksana şimdi buraya doğru getirirsin buraya yanlış getirirsin (elini sallayarak) o hoooooooooo buraya doğru getirirsin buraya yanlış getirirsin bir sürü durum var.
201R. Çok durum var. Nasıl yapacağız?
202A. Nasıl yapacağız?

203D. Neredeyse 25 tane şık var daha da fazla hatta. Ya şunları anlamamız lazım.

Öğrenciler problemlere sallayarak cevaplayacaklarına söylemelerine karşın bu testten başarılı olma şanslarını nasıl hesaplayabileceklerini söylememişlerdir. Öğrencilerin olası durumlarının sayısının çok olduğunu söylemesi önceden oluşturdukları yapılarının tanıdıklarının bir göstergesidir (196D, 200D, 201R).

213A. 3 Doğru, 2 Yanlışınız var.
214R. Bir kere de ben deneyebilir miyim?
215A. Evet. Tabi ki.
216R. Doğru-doğru-yanlış-doğru- yanlış. Bir tane daha yazıyım. Hepsi doğru ile başlar. Doğru-yanlış-doğru-yanlış-yanlış.
217D. Doğru-yanlış-yanlış-doğru-yanlış, yanlış-doğru-doğru-yanlış-doğru. Baya bir salladık.
218R. Bence şu da doğru olabilir şu da öbürlerini bilmiyorum.
219D. Nasıl yapacağız?
220R. Hepsi yanlış olabilir. Hepsi doğru olabilir.
221A. Şimdi birinci yaptığınızda 2 Doğru-3Yanlış var, ikincisinde 4Doğru-1Yanlış, üçüncüsünde 1Doğru-4Yanlış, dördüncüsünde ise 2Doğru-1Yanlış var. Bu sonuçlara göre kaç tane deneme sonucunda başarılı oldunuz.
222R. 4 tane doğru yaptığımız sadece bir denememiz var.
223A. Peki, bu sonuçlara göre testten başarılı olma olasılığımız nedir?
224D. Kaç tane yaptık ki burada?
225R. Sadece bir denemede başarılı olduk.
226D. Eeeee…. Başarılı olma olasılığını nasıl bulacağız ki?
227R. Bilmem.

Öğrenciler testten başarılı olma durumlarını testteki toplam doğru sayısı ile ilişkilendirerek yaptıkları denemeleri göz ardı ederek toplam doğru sayısına odaklanmışlardır. Bu şekilde başarılarını hesaplarken doğru sayıları üzerinden hesaplamaya çalışmışlardır. Öğrenciler bu problem için deneysel olasılığı hesaplayamamışlardır. Bunun üzerine araştırmacı öğrencileri kuramsal olasılığı buldurmak için yönlendirici sorular yöneltmiştir.

228A. Peki şu şekilde hesaplamanızı istesem. Mesela birinci soruya cevap verme olasılığınız kaçtır?
229D. ½.
230A. İlk iki soruya doğru cevap verme olasılığınız kaçtır?
231D. O da …..
232R. ½ olmuyor mu? Olmayabilir de olabilir de.
……………………
233A. Nasıl hesaplayabiliriz?

234D. İkisi de doğru olur, ikisi de yanlış olur, biri doğru biri yanlış olabilir.
235R. Evet.
236D. ¼ mü olur.
237A. Peki, ilk üç soruya doğru cevaplama olasılığı nedir?
238D. Onu nasıl bulacağız ki?
239R. Çok fazla durum var. Üçü de doğru olabilir. Üçü de yanlış olabilir. Böyle bir sürü durum olur.
240A. Kaç tane olur bu şekilde?
241D. Bilmem ki. Çok var.
242A. Bu durumları yazabilir misiniz?
243R. Nasıl yazacağız ki?
244D. Ayyy…. Benim kafam karıştı.
245R. Benim de.

Bu diyaloglardan öğrencilerin kuramsal olasılığı da hesaplamada başarısız oldukları görülmektedir. Öğrencilerin bir takım ön bilgilerini doğru olarak tanımalarına rağmen bunları doğru bir şekilde kullanamadıkları görülmüştür. Ayrıca bileşik olayların olasılığını çarparak hesaplama bilgi yapısını daha önce oluşturmalarına rağmen burada kullanamamışlardır. Bu durum bu yapının kısmen oluşturulduğunun bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Çalışmanın bu aşamasından sonra araştırmacı öğrencilerin tıkandıklarını görerek görüşmeyi sonlandırmıştır. Sonuç olarak öğrenciler deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarını oluşturamamıştır. Ancak bu süreçte bazı yapıları tanıdıkları ve kullandıkları görülmüştür.

IV. BÖLÜM

SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu tez kapsamında ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerine bağımlı-bağımsız olay ve deneysel –kuramsal olasılık kavramlarının öğretiminde işe yarayacak bir öğretim modeli önermek amaçlanmıştır. Bu amaçla, bu kavramları henüz tanımamış beş çift öğrenci grubuna, Yapılandırmacı Yaklaşıma ve Gerçekçi Matematik Eğitiminde göre öğretim etkinlikleri hazırlanmış ve öğretim yapılmıştır. Daha sonra bu öğretim içinde öğrencilerin bu kavramları ne ölçüde öğrendiği epistemik eylemler dikkate alınarak incelenmiştir. Uygulamadaki bazı sınırlılıklarla birlikte öğretim için uygun bir model oluşturulmuş ve uygulanmıştır.

Bu bölümde, elde edilen bulguların eğitimsel çıkarımları tartışılmaktadır. Bu tartışmalar iki bölümde ele alınacaktır. Bunlardan ilki ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin *bağımlı-bağımsız olay* ve *deneysel-kuramsal olasılık* kavramlarını oluşturma süreçleri, ikincisi de bu kavramların oluşturma sürecinden elde edilen öğretimsel sonuçlardır.

4.1. Bilgi Oluşturma Süreci ile İlgili Sonuçlar

Bu çalışmada, öğrencilerin Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramına uygun olarak gerçekleştirilen bağımlı-bağımsız olay ve deneysel-kuramsal olasılık kavramları ile ilgili bir kısım yapıları oluşturdukları anlaşılmaktadır. Bu kavramları oluşturma sürecinde tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerinin gerçekleştiği her iki etkinlik boyunca gözlemlenmiştir. Aşağıda bu eylemlerin gerçekleşme şekilleri ortaya konularak bilgi oluşturma süreçleri ayrıntılı bir şekilde değerlendirilmektedir.

Birinci etkinlikte (bağımlı-bağımsız olay) yer alan ilk problemde bileşik olay kavramını doğru bir şekilde sadece bir grubun (Faruk-Murat) anlayabildiği görülmüştür. Bu durum iki veya daha çok basit olayın ardı ardına veya birlikte meydana geldiği bileşik olaylarda öğrencilerin bileşik olayı meydana getiren basit olayın olası sonuçlarını birlikte düşünmediklerini ya da bileşik olayın tüm olası sonuçlarını tam olarak oluşturamamalarına bağlanabilir. Bu güçlüğü ortadan kaldırmak için öğrencilere sayı kartları verilerek kendi aralarında oyunu oynamaları sağlanmıştır. Oyun oynandıktan sonra öğrencilerin bileşik olay kavramını ve bileşik olayın olası durumlarını doğru bir şekilde yazmaları, yeni bir yapının (iki boyutlu örnek uzay kavramı) oluştuğunu göstermiştir. Öğrencilerin oyunu oynadıktan sonra istenilen yapıları oluşturmaya başlaması, olasılık kavramlarının öğretiminde somut materyaller (sayı çarkları, zarlar, oyun kartları) kullanılmasının önemini ortaya koymuştur. Bu sonuç yapılan (Çelik ve Güneş, 2007; Quinn, 2001) diğer araştırmaların sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Daha sonra bu oluşturulan yeni yapıyı kullanarak bileşik olayın olasılığının hesaplanması önceki bilgilerin kullanılarak iki boyutlu örnek uzayında bir olayın olasılığını hesaplama bilgisi oluşturulmuştur.

Etkinliğin ikinci probleminde hem birinci problemde oluşturulan yapıların kullanılması ve kırılganlıklarının giderilmesi hem de bağımlı-bağımsız olay kavramlarının arasındaki fark sezdirilmeye çalışılmıştır. İkinci problemde öğrenci gruplarının hemen olası durumları yazmaya başlamaları ve olasılıkları hesaplamaları iki boyutlu örnek uzayında olası durumları yazma ve olasılığı hesaplama şeklindeki bilgi yapılarını kullandıklarını göstermiştir. Ayrıca bu aşamada öğrencilerin "Daha fazla sayı girecek işin içine ama yine adil değil olacak (97Y)", "Aynı sayı çıkabilir iki kere (197R)" şeklindeki ifadeleri bağımlı-bağımsız olay kavramları arasındaki farkı sezmeye başladıklarını göstermiştir.

Etkinliğin üçüncü probleminde bileşik olayların olasılığını olayların olasılıklarının çarparak bulunabileceği kuralını oluşturmak amaçlanmıştır. Bu problemle öğrencilerin belirsiz bir durumu ortadan kaldırmak için yeni bir yapıya ihtiyaç hissettirilmiş ve böylece yeni bir soyutlama süreci başlatılmıştır. Bu problemin çözümünde öğrencilerin daha önceden oluşturdukları yapıları kullanarak ve doğru bir akıl yürütmeyle amaçlanan yapıyı oluşturabildikleri gözlemlenmiştir.

Etkinliğin dördüncü probleminde öğrencilerden ilk üç problem sonunda bileşik olayları bir sınıflamaya gitmeleri ve bu sınıflamaları isimlendirmeleri istenmiştir. Bu süreçte öğrenci gruplarının tamamı oyunun kuralı üzerine yoğunlaşarak kavramsal boyuttan uzaklaştıkları gözlemlenmiştir. Bu aşamada araştırmacı yansıtıcı diyalog türünü kullanarak öğrencilerin istenilen kavramları oluşturma sürecine yardımcı olmaya çalışmıştır. Yansıtıcı diyaloglar soncunda beş gruptan üçünün doğru bir şekilde ilişkilendirerek bağımlı-bağımsız olay kavramlarının "Olasılığın birbirini değiştirdiği durum- olasılığın birbirini değiştirmediği durum (204F)", " İkinci olayı etkileyen-ikinci olayı etkilemeyen (231Y)", "Birbirine bağlı veya birbirine bağlı olmayan (123T)" olarak isimlendirdikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin bu şekilde bağımlı-bağımsız olay kavramları isimlendirmeleri bu kavramların temel özelliğinin farkında olduklarının bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Öğrencilerin bu kavramları farklı isimlendirmeleri veya isimlendirememeleri, etkinlik boyunca grup içi farklı etkileşim örüntülerinin ve farklı bilgi oluşturma süreçlerin gözlemlenmesi soyutlamanın zaman ve yer gibi ortam koşullarından bağımsız bir süreç olduğuna, öğrencilerin kişisel geçmişlerine, etkinliği gerçekleştirildiği sosyokültürel koşullara bağlı bir süreç olduğunu göstermiştir.

Etkinliğin beşinci ve altıncı problemleri ilk dört problem sonucunda oluşturulan yapıların pekiştirilmesini sağlamak amacıyla tasarlanmıştır. Dreyfus (2007) oluşturulan bir matematiksel nesnenin pekiştirilmesi halinde ancak yeni bir yapı olarak nitelenebileceğini ifade etmiş ve soyutlama sürecinde yeni yapılar oluşturulurken öncekilerin tanınmasının ve kullanılmasının onların daha rahatlıkla kullanılabilmesine ve pekiştirilmesine yol açtığını belirtmiştir. Bu çalışmada yapıyı oluşturma esnasında pekiştirme mekanizması kullanılmıştır. Pekiştirme amacıyla yöneltilen beşinci ve altıncı problemleri çözme sürecinde öğrencilerin tanıma (227M, 267F, 167T, 428R) ve kullanma (233F, 302Y, 305C, 443D, 208İ, 211S) eylemlerini gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir. Yani çalışmaya katılan öğrenci gruplarının istenilen kavramları pekiştirerek soyutladığı söylenebilir.

Çalışmada kullanılan ikinci etkinlikle deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarının oluşturulması amaçlanmıştır. Bu etkinlik *Gerçekçi Matematik Eğitimi* öğretim kuramı dikkate alınarak hazırlanmıştır. Burada yer alan problemlerle gerçek ya da gerçeğe uygun bir durumdan hareketle matematikleştirme süreci sonunda formal bilgiye ulaşmak hedeflenmiştir. Etkinlikte kullanılan problemlerin yatay matematikleştirmeye uygun problem durumları olduğu ve öğrencilere matematik yapma (olasılık hesaplama) ihtiyacı hissettirdikleri gözlemlenmiştir.

Etkinlikteki birinci problemde öğrencilerin olasılıkla ilgili önceki yapılarını hatalı kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin problemi anlamalarına rağmen bir çift zar atıldığında kaç farklı durumun gelebileceğini düşünmeden olasılıkları karşılaştırdıkları görülmüştür (9F, 16İ). Bu durum öğrencilerin "eş olasılık yanlılığı" (Lecoutre 1992: Akt: Kazak 2008) kavram yanılgısına sahip olduğunun bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Öğrencilerin bu kavram yanılgısı, bilgi oluşturma sürecinde onları yavaşlattığı ve sınırladığı görülmüştür. Bu problemde bazı grupların ilk olarak denemelere yöneldikleri bazı grupların ise olası tüm durumları yazmaya başladıkları görülmüştür. Bu açıdan öğrencilerin kendilerinin geliştirecekleri bir yöntem kullanarak süreci yeniden keşfettikleri söylenebilir. Araştırmacı teorik yapının sınırları içerisinde öğrencileri yönlendirerek keşfetme sürecine katkıda bulunmuştur. Bu problemin çözümünde öğrencilerin olası tüm durumları yazarak iki boyutlu örnek uzayda olasılığı hesaplayabildikleri görülmüştür. Yani öğrenciler önceki oluşturdukları yapıları tanıyıp kullanmışladır. Ayrıca öğrencilerin denemeler yaparak gelme sayılarının yapılan tüm denemelerin toplam sayısına oranlayarak deneysel olasılığı hesaplayabildikleri gözlemlenmiştir.

Etkinlikteki ikinci problemle öğrencilerin farklı bir bağlamda deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarını hesaplayarak birinci problemde oluşturulan yapıların kullanılması ve kırılganlıklarının giderilmesi amaçlanmıştır. Bu problemde de öğrencilerin denemeler yaparak deneysel olasılığı, önceden oluşturdukları bileşik olayların olasılığını çarparak hesaplama bilgi yapısını kullanarak kuramsal olasılığı hesaplayabildikleri görülmüştür. Ayrıca bazı grupların kuramsal olasılığı olası tüm durumları yazarak belirlemeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Burada kullanılan daha önceden oluşturulmuş bilgilerin pekiştirildiği söylenebilir. Buna karşın bazı öğrencilerin önceden oluşturulduğu zannedilen yapıları bu bağlamda tanımayarak istenilen yapıyı oluşturamadıkları görülmüştür. Bu açıdan öğrencilerin bu yapıları kısmen oluşturduğu söylenebilir.

Etkinlikteki ilk iki problem sonunda araştırmacı öğrencilerden kullandıkları yöntemleri sınıflandırarak isimlendirmelerini istemiştir. Öğrenciler kullandıkları yöntemleri "Deneme-eleme ile ve sonuçlara dayalı olan (184Y, 218Y)", "Deneme-yanılma ve matematiksel verilerden yararlanma (317M, 328F)", " Deneme-yanılma ve hesaplama (238T)", "Yazarak bulunanlar ve deneme yaparak bulunanlar (155İ)" olarak isimlendirmişlerdir. Öğrencilerin kullandıkları yöntemleri bu şekilde isimlendirmeleri deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarının temel özelliklerinin farkında olduklarının bir göstergesidir. Bu durumda öğrencilerin bu kavramları oluşturduğu söylenebilir.

Etkinlikte yer alan üçüncü problem ile öğrencilerin tanıdıkları ve kullandıkları yeni bilgiyi ya da ilişkileri tekrar gösterme, benzerlik ve farklılıkları ortaya koyarak düşüncelerini ifade etmeleri amaçlanmıştır. Bu problemde yeni yapıyı oluşturan dört grubun da bu yapıları pekiştirdiği başka söyleyişle bu yapıyı soyutladığı gözlemlenmiştir.

Her iki etkinlikteki bilgi oluşturma süreçleri epistemik eylemlerin gerçekleşme şekilleri ortaya konularak ayrıntılı bir şekilde analiz edilmiştir. Bu analizler sonucunda yeni yapıları oluşturma sürecinde *bazı noktalar ön plana* çıkmıştır. Bunlardan ilki öğrenciler için *istenilen kavramları oluşturma sürecinin çok yönlü ve çeşitli olduğudur*. Yani bilgi oluşturma süreçleri bir gruptan diğerine değişkenlik göstermektedir. Bu değişkenlik, uygulamalar boyunca farklı etkileşim örüntüleri şeklinde gelişmiş ve her gruptaki öğrenciler için bilgi oluşturma süreci farklı bir biçimde ilerlemiştir. Örneğin; Murat ve Faruk'un bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını oluşturma sürecinde Faruk, istenilen kavramları Murat' dan daha önce oluşturmuştur. Bu ikilinin girdiği etkileşim sonucunda Murat yeni yapıyı oluştururken Faruk' un oluşturduğu yeni yapıları pekiştirdiği görülmüştür. Oysaki Yaprak ve Can'ın aynı kavramları oluşturma sürecinde her ikisi de kavramları eş zamanlı olarak oluşturabilmişlerdir. Didem ile Rengin ise birbirleriyle etkileşime fazlaca girmelerine rağmen istenilen kavramları oluşturamamışlardır. Bu veriler daha önce yapılan araştırmaların verileri (Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz 2006; Voight 1995; Cobb ve diğer. 2001) ile paralellik göstermektedir.

Araştırmanın sonucunda ön plana çıkan bir diğer bulgu ise etkinlikler uygulanırken gruptaki bir öğrencinin daha aktif durumda olduğu gözlemlenmiştir. Etkileşimde aktif ya da pasif olmanın, öğrencilerin psikolojik özellikleriyle, o anki başarı veya başarısızlıkla, öğrencinin matematiksel geçmişi gibi birçok etkene bağlı olduğu söylenebilir. Bu duruma örnek olarak Tugay ve Ece'nin bağımlı-bağımsız olay kavramlarını oluşturma süreci ile Faruk ve Murat'ın deneysel-kuramsal olasılık kavramlarını oluşturma süreci gösterilebilir. Murat'ın düşüncesinin doğru olmasına karşı kendi düşüncesini savunmayışı ve Faruk'un düşüncesini kabul edişi kendisinin matematikteki özgüveni ile alakalı bir durum olarak ele alınabilir. Yine Ece'nin bağımlı-bağımsız olay kavramını oluşturma sürecinde Tugay'ın söylediklerini düşünmeden kabul etmesi bu duruma örnek olarak verilebilir. Araştırmanın bu bulgusu da Herskowitz ve diğer. (2006) yaptığı çalışmanın bulguları ile tutarlıdır.

Öğrencilerin bilgi oluşturma sürecinde gözlemlenen bir diğer durum kısmi bilgi yapılarının oluşumudur. Bilgi oluşturma sürecinin analizi sırasında değerlendirilen öğrencilerin cevapları bazen oluşturmuş oldukları yapıların anlamını gölgeleyebilirken bazen de doğru cevaplarda bilgi boşlukları yer alabilmektedir. Bu açıdan bakıldığında yeni oluşturulan yapı ile eski yapılar arasındaki uyum kısmidir. Bu yüzden öğrencilerin bu tarz matematiksel yapıları kısmi bilgi yapıları olarak adlandırılmıştır (Ron, Dreyfus ve Hershkowitz 2006). Kısmi bilgi yapıları, önceden oluşturulmuş bir yapının farklı bağlamlarda öğrencinin yapıyı tanıyıp tanımamadaki veya kullanıp kullanamamadaki başarısızlığı sonucu belirlenebilir. Yani kısmi bilgi yapılarında CRB (Oluşturma-Tanıma-Kullanma) döngüsü vardır. Bu araştırmada da İdil ve Sinan'ın kuramsal olasılığı hesaplarken çarpma kuralını önceki etkinlikte oluşturmasına rağmen bu etkinlikte tanımayıp kullanamaması bu yapının kısmi bir bilgi yapısı olduğunun bir göstergesidir. Ayrıca deneysel-kuramsal olasılık kavramlarının oluşturma sürecinde Ece ve Tugay ile yapılan görüşmede Tugay'ın kuramsal olasılığı hesapladıktan sonra olası tüm durumları yazmaya başlaması bileşik olayların olasılığının olayların olasılıklarının çarpılarak bulunabileceği bilgi yapısını kısmen oluşturduğunu göstermektedir. Araştırmanın bu bulgusu yapılan çalışmalara paralellik göstermektedir (Ron, Dreyfus ve Hershkowitz 2006; 2007).

RBC+C modelinde ortaya konulan epistemik eylemler birbirleri içine yuvalanmış bir yapıya sahiptirler. Yani bu eylemler bazen sıralı eylemler halinde olabilecekleri gibi bazen biri diğerinin tamamlayıcısı, uzanımı veya aynı anda gerçekleşen paralel eylemler olabilmektedir (Dreyfus 2007). Epistemik eylemlerin bu yapısı bu araştırmada da gözlemlenmiştir. Örneğin bağımlı-bağımsız olay kavramlarının oluşum sürecinde öğrenciler iki boyutlu örnek uzay kavramını doğru olarak algıladıktan sonra diğer yapılar içinde bu yapıyı tanıyıp kullanarak başka (iki boyutlu örnek uzayda olası tüm durumları yazma ve olasılığı hesaplama) yapıları oluşturabilmişlerdir. Bu noktada tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin birlikte ilerledikleri söylenebilir. Bu durum birçok araştırmacı (Dreyfus 2007; Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz 2006; Özmantar 2004; Altun ve Yılmaz 2008; Yeşildere ve Türnüklü 2008) tarafından da rapor edilmiştir.

Oluşturma sürecinde önemli olan noktalardan bir diğeri de beklenen dışında bir yapının bağlam içinde oluşabilmesidir. Başka bir deyişle, araştırmada oluşturulması amaçlanmayan bir yapının süreç içerisinde oluşabileceği gözlemlenmiştir. Bu duruma örnek olarak deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarının oluşturma sürecinde Faruk - Murat ve Tugay - Ece ile yapılan görüşmelerde (a,b) ile (b,a) ikililerinin aynı şeyleri ifade ettiğini düşünerek önceden oluşturdukları yapıları hatalı kullanımları gösterilebilir. Bu durum Özmantar' ın (2006) ortaya koyduğu gibi soyutlama sürecinde istenilen hedeflerden farklı olarak beliren başka hedeflerin olabileceği bulgusuyla tutarlıdır.

Bilgi oluşturma sürecinde pekiştirmenin işaretçisi, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilginin öğrenciye daha tanıdık gelmesidir. Pekiştirme ile öğrenci matematiksel yapının daha kolay farkına varır. Yeni oluşturulmuş bir yapının pekiştirilmesi öğrencinin daha sonraki aktivitelerde bu yapıyı tanınmasına ve kolaylıkla kullanmasına imkan verir (Monaghan ve Özmantar 2006). Yapılan çalışmalarda üç pekiştirme mekanizmasında söz edilmektedir. Bunlar i) yapıyı oluşturma esnasında pekiştirme ii) yapı üzerinde derinlemesine düşünerek pekiştirme iii) yeni bir soyutlama süreci esnasında yapının kullanılması suretiyle gerçekleşen pekiştirmedir (Dreyfus ve diğer. 2006). Bu çalışmada bağımlı-bağımsız olay kavramlarının oluştururken öğrencilerin yeni oluşturdukları yapıları benzer problemler üzerinde tekrar tekrar kullanarak yapıyı oluşturma esnasında kullandıkları gözlemlenmiştir. Deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarının oluşturma sürecinde ise bazı öğrenciler kuramsal olasılığı hesaplayabilmek için bileşik olayların olasılıklarını çarparak bulabilecekleri bilgi yapısını tanıyıp kullandıkları görülmüştür.

4.2. Öğretimsel Sonuçlar

Bu bölümde çalışmanın bulguları Yapılandırmacı Öğretim ve Gerçekçi Matematik Eğitimi açısından ayrı ayrı ele alınacaktır. Çalışmanın bulgularına göre Yapılandırmacı Öğretimi temel alan etkinliğin bağımlı-bağımsız olay kavramlarını oluşturmada etkili olduğu söylenebilir. Çalışmaya katılan öğrencilerin iki boyutlu örnek uzay, iki boyutlu örnek uzayında olası tüm durumları belirleme, iki boyutlu örnek uzayında olayın çıktılarını belirleme, iki boyutlu örnek uzayında olasılık hesaplama ve bileşik olayların olasılığını, olayların olasılıklarını çarparak bulma bilgi yapılarını oluşturdukları görülmüştür. Ancak iki grupta yer alan öğrencilerin bağımlı-bağımsız olay kavramlarını oluşturamadıkları tespit edilmiştir. Bunun nedeni olarak öğrencilerin etkinlik boyunca yaptıkları eylemlerin benzerlik ve farklılıkları belirleyemeyerek yeni çıkarımlarda bulunamamaları gösterilebilir. Yani var olan bilgileri yeni bir yapı için yeniden düzenleyememişlerdir. Bu aşama üst düzey matematiksel beceriler gerektirmektedir. Bu anlamda öğrencilerin bu tarz becerilere sahip olmadıkları söylenebilir. Diğer taraftan istenilen kavramları oluşturan gruptaki öğrenciler için bilgi oluşturma sürecinde bir takım farklılıklar gözlemlenmiştir. Örneğin her grup bağımlı-bağımsız olaylar için "Birbirine bağlı olaylar ve birbirine bağlı olmayan olaylar", "Olasılığın birbirini değiştirdiği olay ve Olasılığın birbirini değiştirmediği olay" gibi farklı isimler önermişlerdir. Bunun nedeni olarak öğrencilerin üst bilişsel becerilerinin, hazırbulunuşluk düzeylerinin ve iletişim becerilerinin farklılığından kaynaklandığı söylenebilir. Bu durumu yapılandırmacı yaklaşım açısından ele aldığımızda farklılıkların olması doğaldır. Çünkü yapılandırmacı öğrenmede her öğrenci aynı konuya ilişkin kendi özel anlamını oluşturabileceğini vurgulanmaktadır.

Yapılandırmacı yaklaşım, bilgi edinme sürecinde bağlamın önemini vurgulamaktadır. Yapılandırdığımız bilgi ve beceriler, yaşantıların gerçekleştiği bağlamla ilgili bilgiyi içerir. Herhangi bir bağlamla ilişkisi olmayan kural ve prosedürler öğrenci için çok az anlam taşımaktadır (Koç 2002). Ayrıca yapılandırmacı öğrenmenin temelinde öğrencilerin ön bilgilerinin yeni bilginin yorumlanmasını etkilediği ve bilginin *özgün problemleri çözme sonucunda* oluştuğu gerçeği vardır. Bu açıdan çalışmanın bulguları değerlendirildiğinde etkinlikte kullanılan bağlamların gruplardaki tüm öğrencilere anlamlı geldiği ve öğrencinin eski bilgilerini harekete geçilerek motivasyonlarını artırdığı söylenebilir.

Yapılandırmacı yaklaşımı temel alan etkinliğin sonucunda öğrenciler arasındaki etkileşiminin öğrenme sürecinde önemli bir faktör olduğu tespit edilmiştir. Yapılandırmacı yaklaşıma göre öğrenme diğer bireylerle etkileşime girildiği zaman daha etkili olmaktadır. Düşüncelerini açıklamak düşünceler arasında yeni ilişkilerin kurulmasına yol açmaktadır. Çalışmanın yürütüldüğü bütün gruplarda öğrencilerin üst düzeyde etkileşim halinde oldukları görülmüştür. Gruplarda etkileşim, daha çok problemi anlayan öğrenci anlamayan öğrenciye açıklama yapma şeklinde gerçekleşmiştir. Böylelikle anlayan öğrenci oluşturduğu yeni yapıyı pekiştirirken anlamayan öğrenci ise yeni bilgiyi henüz oluşturabilmişlerdir.

Çalışmanın bulgularına göre Gerçekçi Matematik Eğitimini temele alan etkinliğin deneysel-kuramsal olasılık kavramlarını oluşturmada etkili olduğu söylenebilir. Çalışmaya katılan gruplardan dördü istenilen kavramları oluşturabilirken bir grup (Rengin ve Didem) istenilen kavramları oluşturamamıştır. Öğretim sürecinde her grup farklı yöntemler kullanarak istenilen kavramları oluşturmuşlardır. Bu durum grupların öğretim sürecindeki farklılıklar oluşmasına neden olmuştur. Grupların öğretim sürecindeki farklılıkları genel olarak öğrencilerin özelliklerinden kaynaklandığı söylenebilir. Yani öğrencilerin başarı düzeyleri, matematiksel güçleri ve matematiksel geçmişleri öğretim sürecini etkilemektedir.

GME yaklaşımı temel alan etkinlikte öğrenciler kendi yöntemlerini kendileri belirleyerek istenilen kavramları oluşturmuşlardır. Öğrencilerin kendi yöntemleri belirleyerek kullanmaları etkinlik boyunca motivasyonlarının artmasını sağlamıştır. Ayrıca bu durum bilgi oluşturma sürecinde gruplar arasında bir takım farklılıkların da oluşmasına neden olmuştur. Örneğin etkinlikteki ikinci soruda bir grup yazı-tura atarak, bir grup zar atarak, bir grup ise silginin ön yüzüne "D" (doğru), arka yüzüne "Y" (yanlış) yazıp atarak soruyu cevaplamaya çalışmıştır. Böylelikle öğrenciler informal düşüncelerinden hareketle matematikleştirme sürecini başlatmışlardır. Ayrıca öğrencilerin deneysel-kuramsal olasılık kavramlarına "Deneme-yanılma ve sonuçlara dayalı", "deneme-yanılma ve matematiksel verilerden yararlanma", Deneme-yanılma ve hesaplama", "Deneme yaparak bulunanlar ve yazarak bulunanlar" gibi farklı isimler önermişlerdir.

GME yaklaşımını temel alan etkinlikte de öğrencilerin kendi aralarındaki etkileşimin arttığı gözlemlenmiştir. Burada GME' nin temel ilkelerinden yönlendirilmiş keşif ile matematikleştirme ilkesinin etkili olduğu düşünülmektedir. Bu durum Freudenthal' in (1973) "öğrenciler daha önceden keşfedilmiş olan bir matematiksel konuyu benzer bir süreç içinde denemeleri konusunda fırsatlar verilmesi gerekir" düşüncesi ile açıklanabilir. Gruptaki her öğrenci kendi fikrini açıklayarak kullanacakları yönteme beraber karar vermişlerdir. Bu durum da öğrenciler arasındaki etkileşimi artırmıştır.

Çalışmanın sonuçları dikkate alındığında Yapılandırmacı yaklaşıma ve Gerçekçi Matematik Eğitimine göre tasarlanan bir öğrenme ortamında olasılık kavramlarını oluşturma süreçlerinde bir takım benzerlik ve farklılıklar tespit edilmiştir. Bu süreçlerdeki benzerliklerin *ilki*; ciddi bir öğretici (öğretmen, araştırmacı) müdahalesine gerek kalmadan öğrencilerin olasılık ile ilgili kavramları oluşturabilmeleridir. Bu açıdan bakıldığında, öğretimde öğrencilere matematik yapma ihtiyacı hissettirecek ve kendi bilgilerini oluşturmalarına imkan veren ortamların oluşturulmasının nitelikli öğrenmeye yol açacağı söylenebilir.

Bir diğer benzerlik ise her iki yaklaşımın öğrencilerin keşifleri üzerine odaklanarak kendi bilgilerini kendilerinin oluşturmasına imkan vermesidir. Çalışmanın bulguları olasılık ve istatistik öğrenme alanında gerçekleştirecek öğretimde öğrenci keşiflerinin temele alınmasının öğretimin niteliğini artırabileceğine işaret etmiştir. Son yıllardaki değişimle beraber artık öğretmen geleneksel yöntemleri kullanmak yerine öğretimde öğrencilere matematik yapma ihtiyacı hissettirecek kendi bilgilerini oluşturmalarını sağlayacak yöntemleri tercih etmesi gerekliliği bu çalışma sonucunda da ortaya çıkmıştır.

Bu iki kuramı temele alan etkinliklerin öğretim sürecindeki diğer bir benzerlikleri ise gerçek problemlerin ya da oyun tarzındaki etkinliklerin öğretimde kullanılmasının, matematiksel bilginin nitelikli olarak oluşturulabilmesine olan katkısıdır. Öğretimsel etkinlikleri düzenlemede uygun problem seçimi Altun ve Yılmaz' ın (2008) bulgularında olduğu gibi sonuç üzerinde etkili bir faktör olarak görünmektedir. Geleneksel sistemde "tanım-örnek-alıştırma" şeklinde yürütülen öğretim yerine, gerçek olaylar ve problemler üzerinde çalışmak ve onların matematikleştirilmesini sağlamak, yeni bilgileri oluşturmayı kolaylaştırabilir. Bu tarz bir öğretim öğrencilerin ön bilgilerini kullanmalarına yol açtığı için daha önce edinilmiş yapıların pekiştirilmesine de yol açabilir.

Bu iki kuramı temele alan etkinliklerin öğretim sürecindeki farklılık ise Yapılandırmacı kurama göre hazırlanan etkinlikte öğrenciler istenilen kavramları oluşturmada öğreticinin tasarımına daha çok bağlı kalmaktadır. Yani etkinliğin temelinde öğreticinin fikirleri ön plandadır. Öğrenciler öğreticinin tasarladığı biçimde hareket ederek istenilen kavramları oluşturmuşlardır. GME' de ise öğrenciler kendi yöntemlerini kendileri belirleyerek istenilen kavramları oluşturmuşlardır. Öğrencilerin kendi yöntemlerini belirleyerek kullanmaları etkinlik boyunca motivasyonlarını güçlü tutmuştur.

Bir diğer farklılık ise öğrencilerin *etkileşim biçimlerinde görülmüştür.* Yapılandırmacı yaklaşımı temel alan etkinlikte etkileşim genellikle problemi çözen öğrencinin çözemeyen ya da anlayamayan öğrenciye kendi çözüm yolunu açıklaması şeklinde gerçekleşmiştir. GME' de ise öğrenciler etkinlik boyunca kullanacakları yöntemleri kendileri belirledikleri için her öğrenci kendi düşüncesini açıklayarak doğru yöntemi bulmaya çalışmıştır. Bu durum da öğrencilerin arasındaki etkileşimin yapılandırmacı etkinliklerdekinden daha fazla olmasına neden olmuştur.

Sonuç olarak, gerçekleştirilen öğretimler sonucunda olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların oluşturulmasında tek bir kuramın kullanılmasını önermek mümkün değildir. Bununla birlikte öğretimi yapılacak kavram veya genellemelere uygun olarak her iki kuramdan da faydalanmak öğretimin niteliğini artırabilir.

4.3. Öneriler

Öğrencilerin matematikteki kişisel geçmişleri, bilgi oluşturma sürecinde ve bu sürecin yorumlanmasında önemli rol oynamaktadır. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi öncesinde, öğrencinin istenilen yapılar için gerekli ön bilgilere sahip olup olmadığını belirlemek daha derinlemesine yorumlanmasına katkı sağlayabilir. Ayrıca öğretmenler öğrencilerin deneyimlerinden kaynaklanan kavram yanılgılarının farkında olarak öğrencilerin olasılık kavramının geliştirmelerini sağlamalıdır. Öğrencilere hem bireysel hem de grup halinde çalışma imkanı verilerek, zorlanılan problemleri birlikte tartışma ve çözme fırsatları tanınmalıdır.

Bu çalışmada Yapılandırmacı yaklaşım ve GME' ye göre öğretim başarılı olmuş ve hedeflenen kavramlar (bağımlı-bağımsız olay ve deneysel-kuramsal olasılık) oluşmuştur. Bu noktadan hareketle bu çalışmada olduğu gibi yeni bir yapının oluşumunda öncelikle öğrencilere bu yapıya olan ihtiyaç sezdirilmeli ve bu yapının oluşumunda öğrencilerin keşifleri üzerine odaklanılmalıdır. Bu sayede öğrencilerin kendi bilgilerini kendilerinin oluşturması sağlanabilir. Bu anlamda öğretmenlerin hazırlayacakları etkinliklerde Yapılandırmacı veya Gerçekçi Matematik Eğitimi Yaklaşımlarını temel alması gerekmektedir.

Öğrencilerin yeni bilgiyi oluşturma sürecinde bazılarının tanıma eylemlerinde, bazılarının kullanma eyleminde, bazılarının ise oluşturma eyleminde zorlandıkları görülmüş ve o yöndeki müdahalelerle yeni bilgiyi oluşturmaları sağlanmıştır. Bu anlamda RBC+C modelinin hazırlanan etkinliklerde öğrencilerin zorlandıkları noktaların tespitinde yararlı olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin gerek etkinlikleri hazırlarken gerekse de uygulama esnasında RBC+C modelini dikkate alarak süreci analiz etmeleri önerilir.

Yapılan araştırmalar yeni bir yapının oluşturulması sürecinde zengin sosyal içeriğe sahip ortamların önemini ortaya koymaktadır. Öğrenme-öğretme sürecinde bireysel, küçük gruplar veya tüm sınıfın dahil olduğu farklı sosyal ortamlar oluşmaktadır. Bu çalışma da belirtilen sosyal ortamlardan biri olan küçük gruplarla bilgi oluşturma süreçleri incelendi. Benzer şekilde bu etkinliklerin daha büyük gruplarla veya sınıf ortamında uygulanması ve bu esnadaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi yeni bir araştırma konusu olarak önerilebilir.

Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin daha önceden öğrenmedikleri olasılık kavramlarını oluşturma süreçleri incelendi ve bazı öğretimsel sonuçlara varıldı.. Çalışmanın devamı niteliğinde yine yedinci sınıf öğrencilerinin başka bir öğrenme alanı ile ilgili daha önceden öğrenmedikleri kavramlarının öğretimi gerçekleştirilerek bu kavramların oluşturma süreçleri incelenmesi öğretim için yararlı ipuçları verebilir.

Bu çalışmada yüksek-yüksek, yüksek-orta ve orta-orta başarı düzeylerine sahip olan öğrenciler yer almıştır. Araştırmanın farklı başarı gruplarını (yüksek-düşük, orta-düşük, düşük-düşük) da içine alacak şekilde gerçekleştirilmesi diğer bir araştırma konusu olarak düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

Açıkgöz, Kamile

2004 *Aktif Öğrenme*, Eğitim Dünyası Yayınları, İzmir.

Akar, Hanife ve Yıldırım, Ali

2004 Yapılandırmcaı Öğretim Etkinliklerinin Sınıf Yönetimi Dersinde Kullanılması: Bir Eylem Araştırması. Sabancı Üniversitesi, İyi Örnekler Konferansı. Orta Doğu Teknik Üniversitesi. Ankara.

Altun, Murat

2005 *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri için Matematik Öğretimi*, Aktüel Yayınları, Bursa.

2008 *İlköğretim İkinci Kademe (6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*, Aktüel Yayınları, Bursa.

Altunışık, Remzi; Yıldırım, Recai ve Bayraktaroğlu, Serkan

2002 *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri,* Sakarya Kitabevi, Sakarya.

Aydın, Hasan

2007 *Felsefi Temelleri Işığında Yapılandırmacılık*, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

Bacanlı, Hasan

2002 *Gelişim ve Öğrenme*, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

Baker, D.R. ve Piburn, M.D.

1997 What is Constructivism. Constructing Science in Middle and Secondary Classrooms, Allyn and Bacon.

Beşler, Berrin

2009 8.sınıf Matematik Dersi "Permütasyon ve Olasılık" Konusunun Öğretiminde Yapılandırmacı Yaklaşıma Uygun Olarak Hazırlanmış Çalışma Yapraklarının Öğrenci Başarısına Etkisi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Ankara.

Bikner-Ahsbahs, Angelika

2004 "Towards The Emergence Of Constructing Mathematical Meanings", *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Pychology of Mathematics Education*, 2, ss. 119-126.

Bodker, S.
1997 “Computers in Mediated Human Activity”. *Mind, Culture and Activity*, 4, ss. 119-126.

Bulut, Safure
1994 The Effecet of Different Teaching Methods and Gender on Probability Achievement and Attitudes Toward Probability. Thesis in Science Education, Middle East Techical Universtiy. (Unpublished Doctoral Thesisis) Ankara.

Bulut, Safure
2001 “Investigation of Performances of Prospective Mathematics Teacher on Probability” *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi,* 11, ss. 384-394

Can, Tuncer
2004 Yabancı Dil Olarak İngilizce Öğretmenlerinin Yetiştirilmesinde Kuram ve Uygulama Boyutuyla Yapılandırmacı Yaklaşım. İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). İstanbul.

Cobb, Paul
1994 “Where Is The Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development”, *Educational Researcher,* 23(7), pp. 13-20.
2007 “Zihin Nerededir? Sosyokültürel ve Bilişsel Oluşturmacı perspekiflerin Bir Buluşma Noktası”, *Constructivism Oluşturmacılık & Teori, Perspektifler ve Uygulama* kitabı içinde, çev. Soner Durmuş, 2.bs., ed. Catherine T. Fosnot, pp. 43-66, Nobel Yayın Dağıtım, İstanbul.

Cobb, Paul – Yackel, Erna
1996 “Constructivist, Emergent, and Sociocultural Perspectives in the Context of Developmental Research”, *Educational Psychologist*, 31(3/4), pp. 175-190.

Confrey, Jere
1995 “How Compatible are Radical Constructivism, Sociocultural Approaches, and Social Constructivism”, *Constructivism in Education*, eds. L. P. Steffe and J. E. Gale, pp. 185-225, Lawrence Erlbaum Associates.

Confrey, Jere ve Costa, S

1996 “A Critique of the Selection of Mathematical Objects as a Central Metaphor for Advanced Mathemtical Thinking.” International Journal of Computers for Mathematical Learning, 1, ss. 139-168.

Cummings, Richard – Harlow, Seth

2000 “The Constructivist Roots of Moral Education”, *The Educational Forum*, 64, pp. 300-307.

Çelik, Derya ve Güneş, Gönül

2007 “7, 8 ve 9. Sınıf Öğrencilerinin Olasılık ile İlgili Anlama ve Kavram Yanılgılarının İncelenmesi”, *Milli Eğitim*, 173, ss. 361-375.

De Lange, Jan

1996 “Using and Applying Mathematics in Education”, *International Handbook of Mathematics Education: Part One*, eds. Alan J. Bishop, Ken Clements, Christine Keitel, Jeremy Kilpatrick and Colette Laborde, pp. 49-97, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.

Demirel, Özcan

2006 *Kuramdan Uygulamaya Eğitimde Program Geliştirme*, Yedinci Baskı, PegemA Yayıncılık, Ankara.

Deryakulu, Deniz

2001 *Yapıcı Öğrenme,* A. Şimşek (Ed.), Sınıfta Demokrasi, Eğitim-Sen Yayıncılık, Ankara.

Doolittle, Peter E.

1999 “Constructivism and Online Education”, Virginia Tech, Virginia Polytechnic Institute & State University,

http://edpsychserver.ed.vt.edu/tohe/text/doo2.pdf, 12 Ekim 2008.

Dienes, Z.P.

1961 “On abstraction and genelization”, Harward Educational Review, 31 (3), ss. 281-301.

Dreyfus, Tommy

1991 Advanced Mathematical Thinkin Processess. In D. Tall (Eds.) Advanced Mathematical Thinking (ss. 25-41). Kluwer. Dordrecht.

Dreyfus, Tommy - Hershkowitz, Rina - Schwarz, Baruch

2001 "Abstraction in Context: The Case of Peer Interaction", *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), ss. 307-368.

Dreyfus, Tommy – Hadas, Nurit – Hershkowitz, Rina – Schwarz, Baruch

2006 "Mechanisms for Consolidating Knowledge Constructs", in the *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, eds. J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková, Vol. 2, pp. 465-472, Clarles University Faculty of Education, Prague, Czech Republic

Dreyfus, Tommy - Tsamir, P

2004 "Ben's Consolidation of Knowledge Structures about Infinite Sets", *Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), ss. 271-300.

Dreyfus, Tommy

2007 "Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model", 22.09.2008 tarihinde http://cresmet.asu.edu/news/i2/dreyfus.pdf internet adresinden elde edilmiştir

Driscoll, M.P.

2000 Psychology of Learning for Instruction. Boston: Allyn & Bacon.

Duffy, T. M. – Jonassen, D. H.

1992 "Constructivism: New Implications for Instructional Technology", eds. T. M. Duffy D. H. Jonassesn, *Constractivism and the Technology of Instruction,* Lawrence Erlbaum Associates, pp. 1-16.

Durmuş, Soner

2001 "Matematik Eğitimine Oluşturmacı Yaklaşımlar", *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), ss. 91-107.

Edwarda, Thomas G.

2000 "Using Probability Experiments to Foster Discourse" *Teaching Children Mathematics,* 6 (8), ss.324-335.

Ekiz, Durmuş

2003 *Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metodlarına Giriş: Nitel, Nicel ve Eleştirel Kuram Metodolojileri*, Anı Yayıncılık, Ankara.

Erdem, Eda ve Demirel, Özcan

2002 “Program Geliştrimede Yapılandırmacılık Yaklaşımı” *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 23, ss. 81-87.

Ergöz, Nilüfer

2000 Aritmetikten Cebire Kademeli Geçişi Vurgulayan Eğitimin Etkileri. Bogaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Ankara.

Ersoy, Yaşar

1997 “Okullardaki Matematik Eğitimi: Matematikte Okur-Yazarlık”, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, ss. 107-112.

Fosnot, Catherina T. - Perry, R.

2007 “Oluşturmacılık: Psikolojik Bir Öğrenme Teorisi”, *Constructivism Oluşturmacılık & Teori, Perspektifler ve Uygulama* kitabı içinde, çev. Soner Durmuş, pp. 9-42, 2.bs., ed. Catherine T. Fosnot, Nobel Yayın Dağıtım, İstanbul.

Freudenthal, Hans

1973 *Mathematics as an Educational Task*, Dordrecht: Reidel, Netherlands.

1991 *Revisiting Mathematics Education*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishing, Netherlands.

Gredler, Margaret E.

1997 *Learning and Instruction: Theory into Practice,* 5. ed., Upper Saddle River Prentice-Hall, New Jersey, the United States of America.

Gravemeijer, Koeno

1994 *Developing Realistic Mathematics Education*. Freudenthal Instute, Utrecht, Netherlands.

1999 “Developmental Research: Fostering A Dialegtic Relation Between Theory and Practice”, *Principles and Practice in Arithmetic Teaching*, ed. J. Anghileri, Open University Pres, London.

Gürbüz, Ramazan

2006 “Olasılık Kavramlarının Öğretimi İçin Örnek Çalışma Yapraklarının Geliştirilmesi”, *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültsi Dergisi*, 31 (1), ss. 111-123.

Hassan, Ibrahim – Mitchelmore, Michael
2006 “The Role of Abstraction in Learning About Rates of Change”,

Hershkowitz, Rina
2004 “From Diversity to Inclusion and Back: Lenses on Learning (Plenary Lecture)”, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, eds. M. J. Hoines and A.B. Fuglesad, 1, pp. 55-68, Bergen University College, Norway.

Hershkowitz, Rina - Schwarz, Baruch - Dreyfus, Tommy
2001 “Abstraction in Contexts: Epistemic Actions”, *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), ss. 195-222.

Hershkowitz, Rina – Hadas, Nurit – Dreyfus, Tommy – Schwarz, Baruch
2007 “Abstracting Processes, from Individuals’ Constructing of Knowledge to a Group’s “Shared Knowledge””, Mathematics Education Research Journal, 19(2), pp. 41-68.

Hirtle, Jeannine St. Pierre
1996 “Social Constructivism (Coming to Terms)”, *English Journal*, 85(1), pp. 91-92.

Işıkoğlu, Nesrin
2005 “Eğitimde Nitel Araştırma”, *Eğitim Araştırmaları,* 20, ss. 158-165.

Irzık, Gürol
2000 “Back to Basics: A Philosophical Critique of Constructivism”, *Science & Education*, 9, pp. 621-639.

Jramillo, J.A.
1996 “Vygotsky’s Sociocultural Theory and Contributions to The Development of Constructivist Curricula”, *Education*, 117, ss. 133-140

Jones, G.A; Langrall, C.W; Thorton, C.A ve Mogill, A.T
1999 “Students’ Probabilistic Thinking in Instruction” *Journal for Research in Mathematics Education”* 30 (5), ss. 487-519.

Kazak, Sibel
2009 “Olasılık Konusu Öğrencilerer Neden Zor Gelmektedir?” *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri,* Edt. E. Bingölbali & M.F. Özmantar, ss.217-238, PegemA, Ankara.

Kılıç-Bağcı, Gülşen

2001 “Oluşturmacı Fen Öğretimi”, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi,* 1, ss. 7-22.

Kuş, Elif

2003 Nicel-Nitel Araştırma Teknikleri, Anı Yayıncılık, Ankara.

Kuutti, K.

1996 Activity Theory as Potential framework for Human-computer Interaction Research. In B.A. Nardi (Eds.), Context and Consciousness; Activity Theory and Human Computer Interaction, 17-44, MIT Pres, Cambridge.

Leont’ev, A.N

1981 The Problem of activity in psychology in J.Vç Wertch (Eds. And Trans), The Concept of Activity in Soviet PSychology, M.E. Sharpe, Armonk, Ny. Ss. 37-71.

Memnun-Sezgin, Dilek

2003 Sekizinci Sınıf Olasılık Konularında Aktif Öğrenme Yöntemi ile Öğretimin Öğrenci Başarısı Açıdından İncelenmesi. Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Bursa.

Mitchelmore, Michael – White, Paul

2004 “Teaching Mathematical Concepts: Instruction for Abstraction”, *Invited Regular Lecture Presented at the 10th International Congress on Mathematical Education*, Copenhagen, Denmark.

Monaghan, John – Özmantar, Mehmet Fatih

2006 “Abstraction and Consolidation”, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, eds. M. J. Hoines and A.B. Fuglesad, 3, ss. 55-68, Bergen University College, Norway.

Morrison, George S.

1998 “Jean Piaget: A New of Thinking About Thinking”, *Early Childhood Education Today*, 7th edition, Prentice Hall, New Jersey.

Nelissen, Jo M. C. – Tomic, Welko

1993 “Representations in Mathematics Education”, ERIC Document Reproduction Service No. ED428950.

Noddings, Nel.

1990 Constructivism in Mathematics Education. R.B. Davis, C.A. Maker ve N. Noddings (Eds.), Journal of Research Mathematics Education: Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics, NCTM, ss. 1-18.

Norton, M.

2001 “Detemining Probabilities by Examining Underlying Structure”, *Mathematics Teaching in the Middle School,* 7 (2), ss. 78-82

Noss, R

2002 Mathematical Epistemologies at Work, In Proceedings of the Annual Meeting of the International Group fort he Psychology of Mathematics Education, UK.

Ohlsson, S ve Lehtinen, E

1997 “Abstraction and the Acquisition of Complex Ideas”, International Journal of Educational Resecrch, 27, ss. 37-48.

Oklun, Sinan ve Toluk, Zülbiye

2003 İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi, Anı Yayıncılık, Ankara.

Oğuz, Aytunga

2005 “Yükseköğretimde Yapılandırmacı Öğrenme Ortamları”, *Eğitim Araştırmaları Dergisi,* 17, ss. 162-174.

Özden, Yüksel

2003 Öğrenme ve Öğretme, PegemA Yayıncılık (6.Baskı), Ankara.

Özkan, Betül

2001 Yapılandırmacı Öğrenme Ortamlarında Özgün Etkinlik ve Materyal Kullanımının Etkililiği, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, (Yayınlanmamış Doktora Tezi), Ankara.

Özmantar, Mehmet F.

2004 "Scaffolding, Abstraction, and Emergent Goals", *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, ed. O. McNamara, 24(2), 08.11.2008 tarihinde http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip24-2/BSRLM-IP-24-2-14.pdf internet adresinden alınmıştır.

2005 An Investigation of the Formation of Mathematical Abstractions Through Scaffolding, The University of Leeds, School of Education (Unpublished Doctoral Thesis), Leeds, United Kingdom.

Özmantar, Mehmet F. - Monaghan, J.

2006 "Abstraction, Scaffolding and Emergent Goals", *Procedings 30th Conference of the International Group forthe Psychology of Mathematics Education,* ed. Novotna, J., Moraova, H., Kratha, M., Stehlikova, N., 4, ss 305-312.

2007 "A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions", *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), pp. 89–112.

Perkins, David N.

1999 "The Many Faces of Constructivism", Educational Leadership, 12, pp. 6-11

Philips, D. C.

2000 "An opinionated account of tha constructivist lanscape. In D. C. Philips (Ed.), *Constructivism in Education: Opinions and Second Opinions on Controversial Issues,* Chicago, Illinois, The University of Chicago Press.

Pope, M. ve Gilbert, J

1993 "Personel Experience and the Construction of Knowledge in Science", *Science Education*, 67 (2), ss.: 193-203.

Ron, Gila, Dreyfus, Tommy ve Hershkowitz, Rina

2006 "Partial Knowledge Constructs For The Probability Area Model" *Procedings 30th Conference of the International Group forthe Psychology of Mathematics Education,* ed. Novotna, J., Moraova, H., Kratha, M., Stehlikova, N., 4, ss 449-456

Quinn, Robert J.,

2001 “Using Attribute Blokcs to Develop a Conceptual Understanding of Probability”, *Mathematics Teaching in the Middle School,* 6 (5), ss. 290-294.

Saban, Ahmet

2000 *Öğrenme Öğretme Süreci*. Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

Savaş, Behsat

2006 İlköğretim 4. Sınıfra Bütünleştirilmiş Ünite ve Yapılandırmacı Yaklaşımın Öğrencilerin Öğrenme Düzeylerine Öğrenmeye Karşı Tutumlarına Akademik Özgüvenlerine Etkisi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü (Yayınlanmamış Doktora Tezi), İzmir.

Schoenfeld, Alan H.

1988 “When Good Teaching Leads to Bad Results: The Disasters of “Well Taught” Mathematics Courses”, *Educational Psychologist*, 23(2), p. 145-166.

Schwarz, Baruch - Dreyfus, Tommy - Hadas, Nurid - Hershkowitz, Rina

2004 “Teacher Guidance of Knowledge Construction”, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, eds. M. J. Hoines - A.B. Fuglesad, 4, pp. 169-176, Bergen University College, Norway.

Senemoğlu, Nuray

2004 Gelişim Öğrenme Öğretim: Kuramdan Uygulamaya, Gazi Kitapevi. Ankara.

Skemp, Richard

1986 The Psychology of Learning Mathematics (2.Baskı), Penguin Books, USA.

Smith, Erick

1997 “Review: Constructing the Individual Knower”, *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), pp. 106-111.

Şaşan, Hasan

2002 “Yapılandırmacı Öğrenme”, *Yaşadıkça Eğitim,* 74-75, ss. 49-52.

Şencan, Hüner
2005 *Sosyal ve Davranışsal Ölçümlerde Güvenilirlik ve Geçerlilik*, Seçkin Yayıncılık, Ankara.

Şengül, Nuray
2006 Yapılandırmacılık Kuramına Dayalı Olarak Hazırlanan Aktif Öğretim Yöntemlerinin Akan Elektrik Konusunda Öğrencilerin Fen Başarı ve Tutumlarına Etkisi, Celal Bayar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Manisa.

Şişman, Mustafa
2007 İlköğretim 8.Sınıf Matematik dersi Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler Konusunun Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Uygun Olarak Öğretiminin Öğrenci Başarısına Etkisi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Ankara.

Tall, David
1991 *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer Academic Publishing, The Netherlands.

Tanışlı, Dilek
2008 İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülere İlişkin Anlama ve Kavrama Biçimlerinin Belirlenmesi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Eskişehir.

Taşkın, Salih Zeki ve Özer, M.Bekir
2006 İlköğretim Matematik Dersi 6. sınıf Öğretmen Kılavuzu. Taşkın Yayıncılık. Ankara.

Thanasoulas, Dimitrios
2005 "Constructivist Learning" 12.11.2008 tarihinde http://www3.telus.net/linguisticsissues/constructivist.html internet adresinden alınmıştır.

Titiz, Osman
2005 *Yeni Öğretim Sistemi*. Zambak Yayınları. Ankara.

Treffers, Adri

1991 “Didactical Backround of a Mathematics Program for Primary Education”, *Realistic Mathematics Education in Primary School*, eds. Leen Steefland, Freudenthal Institute, Utrecht.

Tsamir, Pessia – Dreyfus, Tommy

2002 “Comparing infinite sets – A Process of Abstraction: The case of Ben”, *Journal of Mathematical Behaviour*, 21, pp. 1-23.

Van den Heuvel-Panhuizen, Marja

1996 Assessment and Realistic Mathematics Education. Utrecht: CD-B Pres/Freudenthal Institute. Utrecht University.

2000 Mathemeatics Education in the Netherlands: A Guided Tour. Freudenthal Institute. Utrecht University.

Van den Heuve-Panhuizen, Marja ve Wijer, Monica

2005 “Mathematics Standards and Curricula in the Netherlands”, *ZDM*, 37 (4), ss. 287-307

von Glasersfeld, Ernst

1991 “Radical Constructivism in Mathematics Education”, *Mathematics Education Library*, ed. A. J. Bishop, 7, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston and London.

1995 “A Constructivist Approach to Teaching”, *Constructivism in* Education, ed. Leslie P. Steffe - Jerry Gale, Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey, America.

2008 **“**Giriş: Oluşturmacılığın Yansımaları”, *Constructivism Oluşturmacılık & Teori, Perspektifler ve Uygulama* kitabı içinde, çev. Soner Durmuş, 2.bs., ed. Catherine T. Fosnot, Nobel Yayın Dağıtım, İstanbul.

Van Oers, B.

2001 “Contextualisation for Abstraction”, *Cognitive Science Quartely,* 1 (3), ss. 279-305.

Van Zoest, Laura R. Ve Walker, Rebecce K.

1997 “Racing to Understand Probability” *Mathematics Teaching in the Middle School,* 2 (3), ss. 112-123.

Vygotsky, Lev Semenovich

1960 *Razvitie Vysshiks Psikhicheskikh Funktsii (The Deveopmental of the Higher Mental Functions)*, Moscow, Akad. Ped. Nauk, RSFSR.

1962 *Düşünce ve Dil*. Çev. Semih Koray, Kaynak Yayınları, 1985.

1978 *Mind and Society.* Ed. And Trs.: M. Cole, Cambridge: Harvard Univrsity Press.

Wheatley, G.H.

1991 "Constructivist perspective on science and mathematics learning", *Science Education,* 75 (1), ss. 9-21.

Wilson, G.

1997 Reflections on Constructivisim and Instructional Design. In C.R. Dills & A.A. Romiszowski (Eds.), Educational Psychology (ss.: 211-217). Dushkin: McGraw Hill.

Windschilt, M.

2000 The Challenges of Sustaining a Constructivist Classroom Culture. In K.M. Cauley, F. Linder, J. H. McMillan (Eds.), Educational Psychology (ss.:121-126). Dushkin: McGraw Hill.

Woolfolk, A.

2004 Educational Psychology. Pearson Pres. USA.

Yaşar, Şefik

1998 "Yapılandırmacı Kuram ve Öğrenme-Öğretme Süreci", *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8 (1-2), ss. 68-75

Yazgan, Yeliz

2007 10-11 Yaş Grubundaki Öğrencilerin Kesirleri Kavramaları Üzerine Deneysel Bir Çalışma, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü (Yayınlanmamış Doktora Tezi), Bursa.

Yeşildere, Sibel ve Türnüklü, Elif

2004 "Matematik Öğretiminde Oluşturmacı Değerlendirme" *Eğitim Araştırmaları Dergisi,* 4 (16), ss. 39-49.

Yeşildere, Sibel

2006 Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, (Yayımlanmamış Doktora tezi), İzmir.

Yeşildere, Sibel - Türnüklü, Elif B.

2008a "İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi", *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(1), ss.

2008b "An Investigation of the Components Affecting Knowledge Construction Processes of Students with Differing Mathematical Power", *Eurasian of Educational Research (Eğitim Araştırmaları)*, 31, pp. 151-169.

Yıldırım, Ali – Şimşek, Hasan

2005 *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, 5. bs., Seçkin Yayıncılık, Ankara.

Yıldırım, Cemal

2000 *Matematiksel Düşünme*. bs. 3, Remzi Kitabevi, İstanbul.

Yin, Robert K.

1994 *Case Study Research*, Applied Social Research Methods Series, Vol. 5, SAGE Publications, California, the United States of America.

Yurdakul, Bünyamin

2004 Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Öğrenenlerin Problem Çözme Becerilerine, Bilişötesi Farkındalık ve Derse Yönelik Tutum Düzeylerine Etkisi ile Öğrenme Sürecine Katkıları, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara. (Yayımlanmamış Doktora Tezi).

Zembat, İsmail Özgür

2007 "Yansıma Dönüşümü, Doğrudan Öğretim ve Yapılandırmacılığın Temel Bileşenleri", *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 27 (1), ss. 195-213.

EKLER

EK 1 ARAŞTIRMA İZNİ

T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.16.00.07-050 / 40444
Konu : Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA
BURSA

15 Eylül 2009

İlgi : M.E.B.na Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi.

Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı doktora öğrencilerinden Recai AKKAYA' nın "Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi" konulu tez çalışmasını İlimiz Nilüfer ilçesi Koç İlköğretim Okulu ve Osmangazi İlçesi Ziya Gökalp İlköğretim Okulu II. Kademe öğrencilerine uygulamak istediği, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü'nün 01/09/2009 tarih ve 350/2681 sayılı yazısı ile bildirilmektedir.

Milli Eğitim Bakanlığına bağlı her tür ve her derecedeki okul ve kurumlarda yapılacak lisans, yüksek lisans, doktora veya doktora üstü araştırma-geliştirme çalışmaları ile Bakanlığın destek verdiği araştırmalar kapsamındaki anket, uygulama, gözlem gibi faaliyetler; bir ili kapsıyorsa izin başvurularının İl Milli Eğitim Müdürlüğüne yapılacağı ilgi yönergede belirtildiğinden Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı doktora öğrencilerinden Recai AKKAYA' nın "Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi" konulu tez çalışması ile ilgili öneri ve veri toplama araçlarının, ilgi Yönerge gereği ilimizde oluşturulan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" tarafından incelenerek değerlendirilmesi sonucunda, araştırma ile ilgili anketlerin okullardaki eğitim öğretim faaliyetleri aksatılmadan, mühürlü ve imzalı anketlerin aslı okul müdürlüklerince görülerek, gönüllülük esası ve veli izni ile okul müdürlüklerinin gözetim ve sorumluluğunda İlimiz Nilüfer ilçesi Koç İlköğretim Okulu ve Osmangazi İlçesi Ziya Gökalp İlköğretim Okulu II. Kademe öğrencilerine ilgi Yönerge çerçevesinde uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde gereğini olurlarınıza arz ederim.

Atilla GÜLŞAR
Milli Eğitim Müdürü

OLUR.
14./.9../ 2009
Selman YENİGÜN
Vali a.
Vali Yardımcısı

Yeni Hükümet Konağı A Blok Osmangazi16050 BURSA
Tel: (0 224)256 70 00/ 148-137 Faks : (0 224) 256 66 80
Ayrıntılı bilgi için irtibat: Kültür Bölümü 137
web:bursameb.gov.tr e-mail:kultur16@meb.gov.tr

EĞİTİME %100 DESTEK

EĞİTİMDE REFORM Daha aydınlık gelecek!

EK 2 ÖĞRENMEYE İLİŞKİN MOTİVASYONEL STRATEJİLER ÖLÇEĞİ

Adı Soyadı:

Sınıfı:

Aşağıda matematik dersi içerisindeki davranışlarınızı tanımlayan 44 madde bulunmaktadır. Lütfen aşağıdaki ifadelerin size ne derece uyduğunu daire içine alarak belirtiniz. Eğer ifade, size *tamamen uyuyorsa "7"****yi,*** *hiç uymuyorsa "1"****i daire içine alınız. Eğer ifade size daha az ya da daha fazla uyuyorsa, 1 ile 7 arasında sizi en iyi tanımlayan dereceyi daire içine alınız.***

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
bana hiç uymuyor						*bana tamamen uyuyor*

1.	Yeni şeyler öğrenebilmek için zorlayıcı sınıf çalışmalarını tercih ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2.	Sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında bu derste başarılı olacağımı umuyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
3.	Sınav esnasında o kadar gergin olurum ki öğrendiğim bilgileri hatırlayamam.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
4.	Bu derste öğretilenleri öğrenebilmek benim için önemlidir.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
5.	Bu derste öğrendiklerimi seviyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
6.	Bu derste öğretilenleri anlayabileceğimden eminim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
7.	Bu derste öğrendiğim bilgileri diğer derslerde de kullanabileceğimi düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
8.	Bu derste çok başarılı olmayı umuyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
9.	Bu sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında, iyi bir öğrenci olduğumu düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
10.	Daha fazla çalışmayı gerektirse bile genellikle bir şeyler öğrenebileceğim ödev konularını seçerim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
11.	Bu derste verilen ödevleri ve problemleri çok iyi yapacağımdan eminim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
12.	Sınava girdiğim zaman gergin ve tedirgin hissederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
13.	Bu derste iyi bir not alacağımı düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
14.	Sınavda başarısız olduğum zaman bile hatalarımdan bir şeyler öğrenmeye çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
15.	Bu derste öğrendiklerimin benim için faydalı olduğunu düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

16. Çalışma becerilerim bu sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında mükemmeldir.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
17. Bu derste öğrendiklerimin ilginç olduğunu düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
18. Bu sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında, çalıştığım konular hakkında daha fazla bilgi sahibi olduğumu düşünüyorum.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
19. Bu dersle ilgili konuları öğrenebileceğimden eminim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
20. Sınavlar beni çok endişelendirir.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
21. Bu dersin konularını anlamak benim için önemlidir.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
22. Sınava girdiğim zaman, soruları cevaplandırmada ne kadar başarısız olduğumu düşünürüm.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
23. Sınava çalışırken derste öğrendiğim bilgilerle, kitaptaki bilgileri bir araya getirmeye çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
24. Ödevimi yaparken, soruları doğru bir şekilde cevaplandırabilmek için öğretmenin derste anlattığı şeyleri hatırlamaya çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
25. Çalışmakta olduğum konuyu öğrendiğimden emin olmak için kendi kendime sorular sorarım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
26. Çalıştığım konularda ana fikirlerin neler olduğuna karar vermek benim için zordur.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
27. Çalıştığım konu zor olduğunda ya çalışmayı bırakırım ya da sadece kolay bölümleri çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
28. Ders çalışırken önemli bilgileri kendi sözcüklerimle ifade ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
29. Bir anlam ifade etmese bile daima öğretmenin söylediğini anlamaya çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
30. Sınava çalışırken olabildiğince fazla bilgi hatırlamaya çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
31. Çalışırken konuları hatırlamama yardımcı olması için notlarımı yeniden yazarım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
32. Yapmak zorunda olmadığımda bile bölüm sonu sorularını ve alıştırmaları yaparım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
33. Çalışma konuları sıkıcı olduğunda bile bitirene kadar çalışmaya devam ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
34. Sınava çalışırken önemli bilgileri kendi kendime defalarca tekrar ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
35. Çalışmaya başlamadan önce konuyu öğrenmek için yapmam gerekenleri düşünürüm.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
36. Yeni ödevleri yapmak için eski ödevlerden ve ders kitaplarından öğrendiklerimden faydalanırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

37. Genellikle çalıştığım şeylerin ne hakkında olduğunu anlamadığımı fark ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
38. Öğretmen ders anlatırken başka şeyler düşündüğümün ve söyleneni dinlemediğimin farkına varırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
39. Bir konuya çalışırken, tüm bildiklerimi birbirine uygun şekle getirmeye çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
40. Çalışırken arada bir durup, okuduklarımı gözden geçiririm.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
41. Bu ders için bir konuya çalışırken hatırlamama yardımcı olması için bilgileri kendi kendime tekrar ederim.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
42. Çalışmama yardımcı olması için kitabımdaki ünitelerin ana hatlarını çıkarırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
43. Dersi sevmediğimde bile iyi bir not almak için çok çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
44. Çalışırken, okuduklarımla bildiklerim arasında bağlantı kurmaya çalışırım.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

EK 3 MATEMATİK DERSİNE YÖNELİK TUTUM ÖLÇEĞİ

Adı Soyadı:
Sınıfı:

Aşağıdaki maddeleri dikkatlice okuyunuz. Her madde sizin matematikle ilgili görüşünüzü almaya yöneliktir. Lütfen bu maddelerdeki durumların sizin için ne kadar geçerli olduğunu belirtiniz.

		Asla	Nadiren	Bazen	Sık Sık	Her Zaman
1.	Matematik sevdiğim derslerden biridir.					
2.	Matematik dersine girerken büyük bir sıkıntı duyarım.					
3.	Matematik olmasa öğrencilik hayatı daha zevkli olur.					
4.	Arkadaşlarımla matematik konusunda tartışmaktan zevk alırım.					
5.	Matematiğe ayrılan ders saatlerinin fazla olmasını dilerim.					
6.	Matematik dersi çalışırken canım sıkılır.					
7.	Matematik dersi benim için bir angaryadır.					
8.	Matematikten hoşlanırım.					
9.	Matematik dersinde zaman geçmek bilmez.					
10.	Matematik dersi sınavından çekinirim.					
11.	Matematik benim için ilgi çekicidir.					
12.	Matematik bütün dersler içinde en korktuğum derstir.					
13.	Yıllarca matematik okusam bıkmam.					
14.	Diğer derslere göre matematiği daha çok severek çalışırım.					
15.	Matematik dersi beni huzursuz eder.					
16.	Matematik dersi beni ürkütür.					
17.	Matematik dersi eğlenceli bir derstir.					
18.	Matematik dersinde neşe duyarım.					
19.	Derslerin içinde en sevimsizi matematiktir.					
20.	Çalışma zamanımın çoğunu matematiğe ayırmak isterim.					

EK 4 OLASILIK BİLGİ TESTİ I

AÇIKLAMA : Sevgili arkadaşlar aşağıda soruları dikkatlice okuyup cevaplayınız. Soruları boş bırakmayınız. Süreniz **40 dakika**dır. Katılımınızdan dolayı teşekkür ederim.

Adı-Soyadı:
Okulunuzun Adı:

Cinsiyetiniz: K E
Sınıf:

1- Bir aile hafta sonu gezisi için bir tarihi yer ve bir alışveriş merkezine gitmek istiyor. Bunun için iki tarihi yer "Ulu Cami, Bursa Kalesi" ve üç alışveriş merkezi "Real, Kent Merkezi ve Plaza" belirliyorlar. Ailenin istediği planı göz önüne aldığımızda aşağıdaki seçimlerden hangisi yanlıştır?

A) Ulu Cami – Kent Meydanı
B) Bursa Kalesi – Plaza
C) Ulu cami – Real
D) Plaza – Real

2- "İki çift sayının toplamının tek sayı olması olayının" türü ve olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) İmkansız olay = 0 B) Kesin olay = 3/6
C) Kesin olay= 1 D) İmkansız olay= 1/6

3- Aşağıdaki olaylardan hangisinin olasılığı ½ dir?

A) Hilesiz iki madeni parayı düz zemine attığımızda ikisinin de yazı gelmesi olasılığı
B) Bir tavuğun dört bacaklı olma olasılığı
C) Hilesiz bir madeni para düz zemine attığımızda yazı gelmesi olasılığı
D) Hilesiz bir zar attığımızda 3 gelme olasılığı

4- Ahmet' in 2 kırmızı, 3 mavi, 4 kahverengi kravatı vardır. Bu kravatlardan bir tanesini takmak istediğinde kaç alternatifi olur?

A) 5 B) 7 D) 9 D) 24

5) Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Kesin bir olayın olma olasılığı 1 dir.
B) İmkansız bir olayın olma olasılığı 0 dır.
C) Bir A olayı için $0 < O(A) < 1$
D) Bir zarın atılması deneyinde zarın üst yüzüne gelen sayının 1 olma olasılığı 1/6 dır.

Bir madeni para ile hilesiz bir zarın birlikte atılması olayında tüm çıktılar için aşağıdaki tablo oluşturulmuştur.
(6, 7, 8 soruları tabloya göre cevaplandırınız.)

		PARA	
		YAZI	TURA
ZAR	1		
	2	I	
	3		II
	4		
	5	III	
	6		

6- Tablodaki I, II ve III olarak numaralandırılmış yerlere yazılabilecek olay çiftlerini belirleyiniz.

A) I (1, Y) II(2,T) III(4, Y)
B) I (2,Y) II(3,T) III(5,Y)
C) I (2, T) II(T,3) III(Y,4)
D) I (4,Y) II(T,2) III(Y,5)

7- Örnek uzayın eleman sayısı kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 12

8- Paranın tura ve zarın 6 gelme olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?
A) 1/24 B) 2/6 C) 1/12 D) 1/15

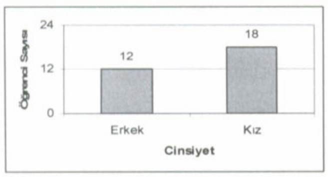
9- Nuri, hafta sonu sinemaya gitmek istedi. Sinemaya gittiğinde 5 farklı filmin gösterimde olduğunu gördü. Her bir film için 3 seans olduğuna göre Nuri 1 bileti kaç farklı şekilde alabilir?

A) 5 B) 10 C) 15 D)20

10- 3 bayan ve 3 erkek öğretmen ile 1 bayan ve 2 erkek doktordan oluşan 9 kişilik bir ekip kurulmuştur. Bunların arasından seçilen bir kişinin erkek olma olasılığı kaçtır?

A) 2/9 B) 3/9 C) 4/9 D) 5/9

11- Aşağıdaki sütun grafiğinde bir sınıftaki öğrencilerin cinsiyetlerinin dağılımı gösterilmiştir. Buna göre, bu sınıfta seçilen bir öğrencinin kız olma olasılığı kaçtır?

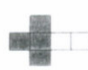


A) 1/5 B) 2/7 C) 2/5 D) 3/5

12- Bir olayın olmama olasılığı 1/3 ise bu olayın olma olasılığı hangi bilgiden yararlanarak bulunabilir?

A) Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılıkları çarpımı 1 dir.
B) Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılıkları toplamı 1 dir.
C) Bir olayın olma olasılığı, olmama olasılığına eşittir.
D) Bir olayın olasılığı daima 1 dir.

13- Bir paraşütçü yandaki şekilde görülen parka iniyor. Paraşütçünün boyalı alana inme olasılığı kaçtır?



A) 1/6 B) 3/2 C) 2/3 D) 5/6

14- Gamze karnını doyurmak için kantine gitti. Tost çeşitlerine baktı, 4 alternatifi vardı. İçecek olarak ise 5 farklı alternatifi olan Gamze' nin bir içecek ve tost için kaç farklı alternatifi vardır?

A) 1 B) 9 C) 20 D) 32

15- 14) Ferda' nın kalem kutusunda, aynı özellikte mavi ve kırmızı tükenmez kalemler vardır. Kalem kutusundan rastegele çekilen bir tükenmez kalemin mavi olmama olasılığı 0,4 tür. Buna göre kırmızı kalemlerin mavi kalemlere oranı kaçtır?

A) 6/4 B) 0,6 C) 2/3 D) 2/5

16- "Engin, eş boyutlardaki kartonlara $\{1,2,3......,9,10\}$ sayılarını yazıp bir torbaya atıyor. Torbadan çekilen kartonda bir asal sayı yazma olasılığı kaçtır?" sorusuyla ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A)Örnek Uzay; U= {2,3,5,7,9}
B)Olasılık= $\frac{1}{2}$
C) Olay; O={Asal sayı çıkması}
D) Bu olayın gerçekleşmesi imkansızdır.

17- Bir sınıfta öğrencilerin %30' u matematikten, %51' i Türkçeden, %5'i ise hem matematikten hem de Türkçeden kalmıştır. Rasgele seçilen bir öğrencinin bu iki dersin ikisinden de kalan öğrencilerden olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{9}{200}$ C) $\frac{1}{20}$ D) $\frac{5}{50}$

18- Bir torbada eşit boyutlarda turuncu ve yeşil renkte bilyeler vardır. Torbadan rasgele çekilen bir bilyenin yeşil **olmama** olasılığı $\frac{3}{5}$ tir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi veya hangileri bulunabilir?

I. Rasgele çekilen bilyenin turuncu veya yeşil olma olasılığı
II. Yeşil bilyelerin turuncu bilyelere oranı
III. Torbadaki toplam bilye sayısı

A)Yalnız I B) I ve II
C) Yalnız III D) I, II ve III

19- Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Kesin bir olayın olma olasılığı 1 dir.
B) İmkansız bir olayın olma olasılığı 0 dır.
C) Bir A olayı için 0 < O(A)<1
D) Bir zarın atılması deneyinde zarın üst yüzüne gelen sayının 1 olma olasılığı 1/6 dır.

20- "İZMİR" kelimesinin her bir harfi aynı özelliklere sahip kağıt parçalarına yazılarak torbaya atılmıştır. "Torbadan rasgele bir kağıt çekildiğinde çıkan harfin "i" olma olasılığı nedir?" sorusuyla ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Olay; O ={İ harfinin çıkması}
B) Örnek uzay; U= {İ,Z,M,R}
C) Olayın çıktı sayısı; s(Ç)= 2
D) Olasılık = $\frac{2}{5}$

21- Bir sınıftaki öğrencilerin %60'ı erkektir. Erkeklerin %20' si kızların %25' i gözlüklüdür. Sınıfta seçilen bir sınıf temsilcisinin hem gözlüklü hem de kız olma olasılığı nedir?

A) $\frac{5}{100}$ B) $\frac{10}{100}$ C) $\frac{20}{100}$ D) $\frac{25}{100}$

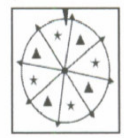
22- Aşağıdaki olaylardan hangisinin olması imkansızdır?

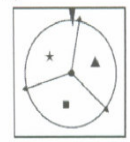
A) Kış aylarında kar yağması
B) Geceleri gökyüzünde Ay' ın görünmesi
C) Şelalenin ters yönde akması
D) Kedilerin dört ayak üstüne düşmesi

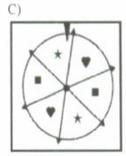
23- Batuhan ve Gökhan, arkadaşları Aydan' a sürpriz yapmak için hediye alamaya karar veriyorlar. Gittikleri kitapevinde iki eğitim CD' si üç de kitap beğeniyorlar. Batuhan ve Gökhan, Aydan' a beğendikleri hediyelerden birini almak isterlerse kaç farklı şekilde alabilirler?

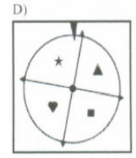
A) 2 B) 3 C) 5 D) 10

24- Her biri eş dilimlere ayrılmış aşağıdaki çarklar döndürülüyor. Bu çarklar durduğunda ibrenin ▲olan dilimi gösterme olasılığı <u>en fazladır</u>?

A)


B)


C)


D)


25- Bir kutuda 5 siyah, 10 beyaz, 15 kırmızı bilye vardır. Kutudan rasgele bir bilye çekiliyor. Çekilen bilyenin siyah olmama olasılığı kaçtır?

A) 5/30 B) 10/30 C) 15/30 D) 25/30

26- Olasılıkla ilgili olarak aşağıda verilenlerden hangisi yanlıştır?

A) Bir paranın havaya atılması işine deney denir.
B) Bir deneyin tüm farklı sonuçlarının oluşturduğu kümeye, o deneyin örnek uzayı denir.
C) Örnek uzayın alt kümelerinin her birine olay denir.
D) Bir A olayın olma olasılığı, A olayının eleman sayısının örnek uzayın eleman sayısıyla çarpımıdır.

27- Bir torbada kırmızı, yeşil ve mavi renklerde toplam 64 tane bilye vardır. Rastgele çekilen bir bilyenin kırmızı olma olasılığı 5/16 tir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi bulunamaz?

A) Çekilen bilyenin mavi olma olasılığı
B) Mavi ve yeşil bilyelerin toplam sayısı
C) Kırmızı bilyelerin sayısı
D) Çekilen bilyenin mavi veya yeşil olma olasılığı

EK 5 OLASILIK BİLGİ TESTİ II

AÇIKLAMA : Sevgili arkadaşlar aşağıda soruları dikkatlice okuyup cevaplayınız. Soruları boş bırakmayınız. Süreniz 40dakikadır. Katılımınızdan dolayı teşekkür ederim.

Adı Soyadı:	**Cinsiyetiniz: K E**
Okulunuzun Adı:	**Sınıfınız**:

1) Bir şans oyununda 46 sayı arasından 6 sayı seçilmektedir. Aşağıdaki seçimlerden hangisinin kazanma olasılığı en fazladır? Cevabınızı nedeniyle birlikte açıklayınız.

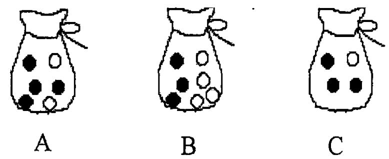
a) 1, 2, 3, 4, 5, 6

b) 39, 1, 17, 43, 8, 27

2) Bir madeni para 4 kez atılıyor. Her seferinde TTTT (T:tura) geliyor. Beşinci atışta yazı mı yoksa tura mı gelir? Neden?

3) Bir ailenin 4 erkek çocuğu olmuştur; EEEE (E:Erkek). Ailenin beşinci çocuğu erkek mi yoksa kız mı olur? Neden?

4)



a) Bu torbalardan herhangi birinden bir top çekileceğini ve siyah çıkarsa bir ödül alacağını düşünün. Şansınızı hangi torba ile denemek istersiniz? Nedenini açıklayınız.

b) Seçiminizin en iyi seçim olduğunu nasıl kanıtlarsınız? Gösteriniz.

5) Bir torbada farklı sayıda mavi ve kırmızı renkte bilye bulunmaktadır. Fakat siz hangilerinin fazla olduğunu bilmiyorsunuz.

a) Bu durumda, mavi bilyelerin mi, kırmızı bilyelerin mi fazla olduğunu nasıl anlarsınız?

b) Yaklaşık olarak % kaç mavi, % kaç kırmızı olduğunu nasıl tespit edersiniz?

6) Ceren, pideci dükkanını arayarak yumurtalı ve kaşarlı pide sipariş veriyor. Ceren telefon ettiği sırada çok meşgul olan garson, iki adet pide siparişini not eder. Ancak, çeşidini yazmayı unutur. Pidecide mantarlı, kıymalı, kaşarlı, yumurtalı, patatesli, ıspanaklı pide yapılmaktadır. Bu duruma göre,

a) Pideci iki çeşit pidenin kaç farklı şekilde bir araya getirileceğini nasıl belirlersiniz?

b) Pidecinin Ceren'in verdiği siparişi doğru olarak götürme olasılığı nedir? Nasıl bulursunuz?

7) Akıncı ailesi, bir ay sonra doğacak bebeklerine battaniye almak için mağazaya girdi. Battaniye türlerine baktıklarında yünlü, pamuklu ve polar battaniye olduğunu gördüler. 7 pamuklu, 5 polar, 3 yünlü battaniye arasından rastgele birini seçtiklerinde battaniyenin yünlü olma olasılığı inceleyerek aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

Deney:

Örnek Uzay:

Rastgele Seçim:

Olay:

Olayın Çıktıları:

8) Hilesiz iki zar aynı anda atılsın. Aşağıdaki ikililerde hangisinin meydana gelme olasılığı daha büyüktür?

a) Zarlardan birinin 5, diğerinin 6 gelmesi

b) Zarlardan ikisinin de 6 gelmesi

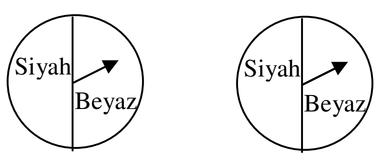
9) Ahmet bir isim listesinde rastgele seçilmiştir. Bu liste 30 mühendisin ve 70 avukatın adı yer almaktadır. Aşağıda Ahmet'in bazı özellikleri verilmiştir.

"35 yaşındadır. Yenilikleri takip eder. Sayılarla arası iyidir. Politik konularla ilgilenmez."

Ahmet için aşağıdakilerden hangisinin olma olasılığı daha fazladır? Nedeninizi açıklayınız.

a) Avukattır b) Mühendistir c) Avukat veya mühendis olma olasılığı eşittir.

10)



Yukarıdaki her iki çark iki kere çevrildikten sonra her iki ok siyahta durduğunda oyuncu bir hediye kazanmaktadır.

Hakan bu oyunda %50 kazanma şansı olduğunu düşünmektedir. Buna katılıyor musunuz?

A. Evet B. Hayır

Yanıtınızı açıklayınız.

EK 6

ETKİNLİK: Hangisi daha şanslı?

1- Oğuz ile Oktay 1' den 6' ya kadar rakamları aynı büyüklükteki kağıtlara yazıp bir torbanın içine atıyor. Sonra bir oyun oynamaya karar veriyorlar. Sonra torbadan ard arda iki kart çekiyorlar (birinci çekilen kart tekrar torbaya atılmıyor). Eğer ilk kart çift sayı, ikinci kart tek sayı ise Oğuz; aksi durumlarda Oktay oyunu kazanıyor.

a) Sizce bu oyun adil bir oyun mudur? Cevabınızı açıklayınız.

b) Oyunun kuralını değiştirdiğimizi düşünün. Eğer ilk kart 4' ten büyük, ikinci kart 3 ve 3'den küçük olursa Oğuz, aksi durumlarda Oktay kazanıyor. Sizce bu oyun adil midir? Açıklayınız.

2- Oğuz ile Oktay bu kez çektikleri ilk kartı tekrar torbanın içine atarak oyunu oynamaya karar veriyorlar. Bu durumda da ilk çekilen kart çift, ikinci çekilen kart tek olursa Oğuz; aksi durumlarda Oktay kazanıyor.

a) Bu durumda oyun adil bir oyun olur mu? Açıklayınız.

b) Bu durumda eğer ilk kart 4' ten büyük, ikinci kart 3 ve 3'den küçük olursa Oğuz, aksi durumlarda Oktay kazanıyor. Sizce bu oyun adil midir? Açıklayınız.

3-a) Aynı kurallar olsaydı ama sayılarımız bu kez 1’ den 60’ a kadar olan sayılardan oluşsaydı 1a ve 2a daki oyunları Oğuz’ un kazanma olasılığı ne olurdu? Nasıl hesaplardınız?

b) 1a şıkkındaki soruyu düşünün. İlk kartın çift sayı gelme olasılığı kaçtır? İlk kart çekildikten sonra tekrar torbaya atılmıyor. Bu durumda ikinci kartın tek olma olasılığı nedir?

c) 1b şıkkındaki soruyu düşünün. İlk kartın 4’ten büyük olma olasılığı kaçtır? İlk kart çekildikten sonra tekrar torbaya atılmıyor. Bu durumda ikinci kartın 3 ve 3’den küçük olma olasılığı kaçtır?

d) 2a şıkkındaki soruyu düşünün. İlk kartın çift sayı gelme olasılığı kaçtır? İlk kart çekildikten sonra tekrar torbaya atılıyor. Bu durumda ikinci kartın tek olma olasılığı nedir?

e) 2b şıkkındaki soruyu düşünün. İlk kartın 4’ ten büyük olma olasılığı kaçtır? İlk kart çekildikten sonra tekrar torbaya atılıyor. Bu durumda ikinci kartın 3 ve 3’den küçük olma olasılığı kaçtır?

f) 3b ve 3c şıkkında sorulara verdiğiniz cevaplar ile Oğuz’un oyunu kazanma olasılığı arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

g) Birinci ve ikinci sorudaki olayların olasılıklarını bulurken kısa bir yöntem var mıdır? Bulduğunuz yöntemleri açıklayınız.

4- a) Yukarıda cevapladığınız soruları dikkate aldığınızda bu sorulardaki olaylar arasında ne tür bir farklılıklar veya benzerlikler vardır?

b) Sizde sorulardakine benzer olay örnekleri verebilir misiniz?

5- Ercan öğretmen yaptığı bilgi yarışmasında başarılı olan Ömer ve Dilek adlı iki öğrencisine MP3 çalar, flaş bellek, fotoğraf makinesi, bisiklet hediye etmek istiyor. Ancak hangi öğrencisine hangi hediyeyi vereceğine bir türlü karar veremiyor. Bunun için çekiliş yapmaya karar veriyor.

Çekiliş için hediyelerin adlarını eş büyüklükteki kartlara yazarak bir torbaya atıyor. Buna göre;

a) Her ikisinin de aynı hediyeyi kazanabilecekleri bir çekiliş düzenleyiniz. Bu durumda her ikisinin MP3 çalar kazanma olasılığı nedir?

b) "a" şıkkındaki çekilişi düşünerek Ömer flaş bellek, Dilek' in fotoğraf makinesi kazanabilir mi? Bu durumun olma olasılığı nedir?

c) “a” şıkkındaki çekilişi düşünerek her ikisinin de fotoğraf makinesi kazanma olasılığı nedir?

d) Ercan öğretmen öğrencilerinin farklı hediyeler almasını garantilemek için nasıl bir çekiliş düzenlemelidir? Bu durumu göz önüne aldığınızda Ömer’ in bisiklet, Dilek’in flaş bellek kazanma olasılığı nedir?

6- Ümit ile Meral kuzendir. Her ikisi de Bursa'da yaşamaktadır ama farklı okullara gitmektedirler. Hem Ümit hem de Meral okullarındaki gezi kulüplerine üyedir. Bursa'daki bütün okullardaki gezi kulüpleri bir araya gelip Çanakkale'ye bir gezi düzenlemek istemektedir. Bunun için her okuldaki gezi kulüplerinden bir temsilci seçilip bir organizasyon komitesi oluşturulacaktır.

Ümit ile Meral bu organizasyon komitesinde yer almak istiyorlar. Ümit'lerin gezi kulübünde beş öğrenci vardır. Meral'lerin gezi kulübünde ise üç öğrenci vardır. Her iki okuldaki kulüpler temsilciyi rastgele bir yöntemle seçmek istiyorlar.

a) Hem Ümit'in hem de Meral'in organizasyon komitesine seçilme olasılığı nedir? Nasıl bulursunuz?

b) Organizasyon komitesine Ümit'in seçilip, Meral'in seçilememe olasılığı nedir? Nasıl bulursunuz?

c) Organizasyon komitesine Ümit'in seçilememe, Meral'in seçilme olasılığı nedir? Nasıl bulursunuz?

d) Her ikisinin de organizasyon komitesine seçilememe olasılığı nedir?

EK 7

ETKİNLİK: Kader Anı

1- Ailenizle birlikte bir yarışmaya katılıyorsunuz. Yarışmada farklı renkteki iki zar aynı anda atılıyor. Zarların üst yüzündeki rakamların toplamının ne olduğunu doğru olarak tahmin etmeniz durumunda bir araba kazanacaksınız. Bunun için bir hafta süreniz var.

Sizce yarışmayı kazanma şansınız nedir? Nasıl hesaplarsınız?

2- İngilizce öğretmeniniz bir hata sonucu size lise öğrencilerinin sorularının yer aldığı aşağıdaki gibi beş tane doğru ve yanlış sorusundan oluşan bir test uygulamıştır. İngilizce öğretmeniniz sınav esnasında başınızda olamadığı için itiraz edemiyorsunuz. Bu nedenle soruları cevaplamak zorundasınız. Testteki soruların hepsini cevaplamanız gerekmektedir (Hiç birini boş bırakmayınız). Testten başarılı sayılmak için en az dört tane doğru cevap vermeniz gerekmektedir.

(…….) 1- For any triangle, the sum of the lenghts of any two sides is greater than the length of the remaining side.

(…….) 2- An equilateral triangle has at least two sides of equal length.

(……) 3- When you slide a figure so each point moves the same distance in the same direction, it is called a rotation. .

(……) 4- If a figure is translated, rotated or reflected, the resulting figure is congruent to the original figure.

(……) 5- An isosceles triangle has three sides of different lengths.

a) Bu soruları nasıl cevaplandırırsınız? Soruları cevaplarken nasıl bir yol izlersiniz?

b) Sizce bu testten başarılı olma şansınız nedir? Bunu nasıl hesaplarsınız?

3- Yukarıda testteki sorular doğru-yanlış testti değil de çoktan seçmeli bir test olsaydı ve yine testten başarılı olmak için en az dört doğru cevaba ihtiyacınız olsaydı;

a) Sizce bu testten başarılı olma şansınız nedir? Bunu nasıl hesaplarsınız?

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Recai AKKAYA
Doğum Yeri ve Yılı: Bolu / 18.06.1981
Öğrenim Gördüğü Kurumlar: Başlama-Bitirme Yılı Kurum Adı

Lise:	1994-1999	Bolu Atatürk Lisesi
Lisans:	1999-2003	A.İ.B.Ü Eğitim Fakültesi İlköğretim Mat. Öğrt. Bölümü
Yüksek Lisans:	2003-2006	A.İ.B.Ü Sosyal Bilimler Enstitüsü
Doktora:	2006-2010	U.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü

Medeni Durum: Evli
Bildiği Yabancı Diller ve Düzeyi: İngilizce / Orta düzeyde
Çalıştığı Kurumlar: Başlama ve Ayrılma Yılı Çalışılan Kurumun Adı

1. 2003-2004 Ali Ericek İlköğretim Okulu / Bolu
2. 2004-2007 Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi
3. 2007-2010 Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi

Yurt İçi ve Yurt Dışı Bilimsel Toplantılar:

1. ***İlköğretim 6.Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Karşılaşailecekleri Olası Güçlükler ve Kavram yanılgılarının Tespiti ve Çözüm Önerileri,*** VII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eylül 2006, Ankara (Soner DURMUŞ ile).
2. ***Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Yatkınlık Düzeylerinin Belirlenmesi***, VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, 27-29 Ağustos 2008, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Bolu (Dilek SEZGİN MEMNUN ve Yeliz YAZGAN ile).
3. ***İlköğretim 6. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Biçim ve İçerik Açısından İncelenmesi***, VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, 27-29 Ağustos 2008, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Bolu (Poster sunu) (Dilek SEZGİN MEMNUN ile).
4. ***The Levels of Metacognitive Awareness of Preservice Elementary Teachers,*** World Conference of Educational Sciences-2009, 4-8 February 2009, Near East University, Nicosia, Cyprus (Dilek SEZGİN MEMNUN ile).

Yayımlanan Çalışmalar:

1. ***A Computer Assessment Tool for Concept Mapping,*** *TOJET, 4*(3), 2005, (Erol KARAKIRIK ve Soner DURMUŞ ile).
2. ***İlköğretim 6-8.Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgıları,*** *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi, 31, 1-12, 2006 (Soner Durmuş* ile).
3. ***Van Hiele Dayalı Öğretim Sürecinin İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Yaratıcı Düşünme Düzeylerine Etkisi,*** *Educational Sciences: Theory&Practice* (Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi), 9(1), 161-194, 2009 (Tolga ERDOĞAN ve Sibel ÇELEBİ AKKAYA ile).

Recai
AKKAYA