

**DÖNEL YAYLAR İLE SABİTLENMİŞ BİR KARBON  
NANOTÜPÜN BOŞLUK ORANINA BAĞLI SERBEST  
TİTREŞİM ANALİZİ**

**Uğur KAFKAS**



T.C.  
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DÖNEL YAYLAR İLE SABİTLENMİŞ BİR KARBON NANOTÜPÜN BOŞLUK  
ORANINA BAĞLI SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ**

Uğur KAFKAS  
0000-0003-1730-7810

Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI  
(Danışman)

DOKTORA TEZİ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA – 2022  
**Her Hakkı Saklıdır**

## TEZ ONAYI

Uğur KAFKAS tarafından hazırlanan “DÖNEL YAYLAR İLE SABİTLENMİŞ BİR KARBON NANOTÜPÜN BOŞLUK ORANINA BAĞLI SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Bursa Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı’nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Danışman:** Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI

<b>Başkan</b>	:	Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI 0000-0003-2231-170X Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı	İmza
<b>Üye</b>	:	Prof. Dr. Babür DELİKTAŞ 0000-0002-4035-4642 Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı	İmza
<b>Üye</b>	:	Prof. Dr. Süheyla YEREL KANDEMİR 0000-0003-4056-5383 Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı	İmza
<b>Üye</b>	:	Prof. Dr. Turan ARSLAN 0000-0003-1313-3091 Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı	İmza
<b>Üye</b>	:	Dr. Öğr. Ü. Mustafa Haluk SARAÇOĞLU 0000-0003-3842-5699 Kütahya Dumlupınar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı	İmza

**Yukarıdaki sonucu onaylarım**

**Prof. Dr. Hüseyin Aksel EREN**  
**Enstitü Müdürü**

.././....

**B.U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;**

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

**beyan ederim.**

.../.../.....

**Uğur KAFKAS**

## TEZ YAYINLANMA FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezin/raporun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kâğıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma izni Bursa Uludağ Üniversitesi'ne aittir. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet hakları ile tezin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları tarafımıza ait olacaktır. Tezde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederiz.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan “**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge**” kapsamında, yönerge tarafından belirtilen kısıtlamalar olmadığı takdirde tezin YÖK Ulusal Tez Merkezi / B.U.Ü. Kütüphanesi Açık Erişim Sistemi ve üye olunan diğer veri tabanlarının (Proquest veri tabanı gibi) erişimine açılması uygundur.

Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI  
Tarih

Uğur KAFKAS  
Tarih

İmza

Bu bölüme kişinin kendi el yazısı ile okudum  
anladım yazmalı ve imzalanmalıdır.

İmza

Bu bölüme kişinin kendi el yazısı ile okudum  
anladım yazmalı ve imzalanmalıdır.

## ÖZET

Doktora Tezi

### DÖNEL YAYLAR İLE SABİTLENMİŞ BİR KARBON NANOTÜPÜN BOŞLUK ORANINA BAĞLI SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

Uğur KAFKAS

Bursa Uludağ Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

**Danışman:** Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI

Bu çalışmada karbon temelli nanotüplerin çeşitli durumlarda mekanik davranışları incelenmiştir. Öncelikle elektromanyetik alana yerleştirilmiş kısıtlanmış nanotüplerin burkulma analizi, Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi ile bağlantılı olarak Euler-Bernoulli kiriş teorisi temelinde incelenmiştir. Türetilen yönetici denklemi çözmek ve kararlılık analizi için modal yer değiştirme fonksiyonu kullanılmıştır. Hartmann parametresi, yay parametresi ve mod numarası gibi çeşitli parametrelerin elektromanyetik alana yerleştirilmiş nanotüplerin kararlılık tepkisi ve kritik burkulma yükü üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Çalışmanın bir diğer kısmında ise nanotüplerle alakalı olarak, karbon nanotüp tabanlı bir sensörün serbest titreşimini değiştirilmiş gerilme çifti ve Rayleigh kiriş teorileri ile analiz etmek için bir sonlu eleman formülasyonu sunulmuştur. Malzeme uzunluk ölçü parametresi, sonlu elemanların sayısı, nanotüpün uzunluğu ve mod sayısı gibi çeşitli parametrelerle frekansların değişimini göstermek için sayısal sonuçlar sunulmuştur. Ardından farklı sınır koşullarına sahip nanotüplerin eksenel titreşim davranışı araştırılmıştır. Eksenel sapmayı simüle etmek için Bishop çubuk teorisi uygulanmış ve küçük boyut etkisi ile ilgili de Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi kullanılmıştır. Yerel olmayan, deforme olabilen sınır koşulları ve Stokes dönüşümüne dayalı olarak, bir lineer denklem sistemi türetilmiş ve ardından bir özdeğer problemi oluşturulmuştur. Geometrik parametreler, titreşim modları, yerel olmayan parametrelerin çeşitli değerleri ve eksenel yay parametreleri gibi çeşitli parametrelerin nanotüplerin eksenel frekansları üzerindeki önemini araştırmak için çeşitli sayısal örnekler sunulmuştur. Daha sonra yine Bishop çubuk teorisi ve Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak bu sefer boşluklu malzemedan yapılmış bir nanotüpün boyuta bağlı serbest eksenel titreşimi araştırılmıştır. Boşluklu nanotüp değişken sınır şartlarında düşünülmüş ve bu amaçla her iki ucunda elastik yaylar ile modellenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Yerel olmayan elastisite teorisi, karbon nanotüp, boşluklu malzeme, serbest titreşim, değiştirilmiş gerilme çifti teorisi, eksenel titreşim  
**2022, xv + 142 sayfa.**

## ABSTRACT

PhD Thesis

### FREE VIBRATION ANALYSIS OF A ROTATIONALLY RESTRAINED CARBON NANOTUBE WITH POROZITY

**Uğur KAFKAS**

Bursa Uludağ University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Civil Engineering

**Supervisor:** Assoc. Prof. Dr. Mustafa Özgür YAYLI

This study investigated the mechanical behavior of carbon-based nanotubes in various conditions. Firstly, the buckling analysis of constrained nanotubes placed in the electromagnetic field is investigated based on the Euler-Bernoulli beam theory in conjunction with Eringen's nonlocal elasticity theory. The modal displacement function is assumed for the stability analysis to discretize the derived governing equation. A detailed study is presented to demonstrate the effects of various parameters such as Hartmann parameter, spring parameter and mode number on the stability response and critical buckling load of electromagnetic nanobeam. In another part of the study, a finite element formulation is presented to analyze the free vibration of carbon nanotube-based sensors in conjunction with modified couple stress and Rayleigh beam theories. Numerical results are presented to show the frequency variation with various parameters such as the material length scale parameter, number of the finite elements, length of the nanotube and mode number. Then, the axial vibration behavior of nanotubes with different boundary conditions was investigated. Bishop's rod theory is implemented to simulate axial deflection. Size-dependency is captured by using Eringen's nonlocal elasticity theory. Based on nonlocal deformable boundary conditions and Stokes' transformation, a system of linear equations is derived and then constructed as an eigenvalue problem. Several numerical examples are presented to investigate the significance of parameters such as geometric parameters, vibrational modes, various values of the nonlocal parameter and axial spring parameters on the axial frequencies of nanotubes. Then, again using Bishop's rod theory and Eringen's nonlocal elasticity theory, this time the size-dependent free axial vibration of a nanotube made of porous material. The porous nanotube is considered in arbitrary boundary conditions and for this purpose, it is modeled with elastic springs at both ends.

**Key words:** Nonlocal elasticity theory, carbon nanotube, porous material, free vibration, modified couple stress theory, axial vibration  
**2022, xv + 142 pages.**

## TEŐEKKÖR

Doktora eğitimim süresince beni yalnız bırakmayan, sabırla desteklerini sunan ve eşsiz katkılarıyla çalışmalarına değer katan kıymetli danışmanın ve değerli hocam Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI'ya, yine doktora eğitimim boyunca engin bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Babür DELİKTAŐ (BUÖ) ve Prof. Dr. Adem DOĐANGÖN'e (BUÖ), tezimin yazım sürecine büyük katkılarda bulunan, bu süreçte beni yalnız bırakmayan değerli arkadaşlarım Arő. Gör. Bűra UZUN (BUÖ) ve Arő. Gör. Dr. Gökhan GÜÇLÖ'ye (KDPÖ) teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca bu süreçte yanımda olan, başta eşim ve sevgili çocuklarım olmak üzere tüm dostlarıma çok teşekkür ederim.

Uğur KAFKAS  
.../.../.....



## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. KURAMSAL TEMELLER ve KAYNAK ARAŞTIRMASI.....	6
2.1. Nanoteknolojinin Kullanım Alanları.....	6
2.2. Nano Boyutlu Yapılar.....	10
2.2.1. Fulleren (Buckminster fullerene).....	15
2.2.2. Karbon nanotüpler.....	18
2.3. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi.....	24
2.3.1. Burkulma formülasyonu.....	29
2.3.1. Doğal titreşim frekansı.....	32
2.4. Yüksek Mertebe Elastisite Teorileri.....	35
2.5. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi.....	40
2.5.1 Yerel olmayan parametre.....	42
2.6. Değiştirilmiş Gerilme Çifti Teorisi.....	46
2.7. Kaynak Araştırması.....	49
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....	57
3.1. Elektromanyetik Alanda Karbon Nanotüplerin Stabilite Analizi.....	57
3.1.1. Elektromanyetik nanotüp burkulma formülasyonu.....	57
3.1.2. Çözüm yöntemi.....	61
3.1.3. Stokes dönüşümü.....	61
3.1.4. Sınır şartları.....	63
3.1.5. Özdeğer çözümleri.....	64
3.2. Nanotüp Tabanlı Sensörlerin Serbest Titreşim Analizi.....	65
3.3. Nanoçubukların Eksenel Dinamik Analizi.....	69
3.3.1. Yerel olmayan Bishop nanoçubuk modeli.....	70
3.3.2. Çözüm yöntemi.....	74
3.3.3. Stokes dönüşümü.....	75
3.4. Boşluklu Nanotüpün Boyuta Bağlı Titreşim Analizi.....	78
4. BULGULAR ve TARTIŞMA.....	82
4.1. Elektromanyetik Alanda Karbon Nanotüplerin Stabilite Analizi sayısal Sonuçlar.....	82
4.2. Nanotüp Tabanlı Sensörlerin Serbest Titreşim Analizi Sayısal Sonuçlar.....	90
4.3. Nanoçubukların Eksenel Dinamik Analizi Sayısal Sonuçlar.....	100
4.4. Boşluklu Nanotüpün Boyuta Bağlı Titreşim Analizi Sayısal Sonuçlar.....	109
5. SONUÇ.....	121
KAYNAKLAR.....	124
ÖZGEÇMİŞ.....	139

## SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

<b>Simgeler</b>	<b>Açıklama</b>
$\alpha$	Malzeme sabiti
$a$	İçsel karakteristik uzunluk
$\delta$	Kronecker delta fonksiyonu, varyasyonel operatör
$\varepsilon$	Şekil değiştirme tensörü
$e$	Levi-Civita permütasyon tensörü
$\psi$	Yatay deplasman fonksiyonu
$\sigma$	Gerilme tensörü
$\sigma_0$	Elektriksel iletkenlik
$\sigma_{(n)j}$	Sınır şartı
$A$	Kesit alanı
$A_{xy}$	Değiştirilmiş çifte gerilme teorisine bağlı rijitlik
$B$	Manyetik akım yoğunluğu
$B$	Bor
$\chi$	Simetrik rotasyon tensörü
$C$	Karbon
$c_f$	Temel modülü
$d$	Dairesel kesitin çapı
$D_{xx}$	Bükülme rijitliği
$\Delta x$	Birim parçanın uzunluğu
$e_0$	Malzeme sabiti
$e_k$	Elastisite modülüne bağlı boşluk parametresi
$e_m$	Kütle yoğunluğuna bağlı boşluk parametresi
$e_s$	Kayma modülüne bağlı boşluk parametresi
$\bar{E}$	Elektrik alan yoğunluğu
$E$	Elastisite modülü
$E_i$	İçteki malzemenin elastisite modülü
$E_o$	Dıştaki malzemenin elastisite modülü
$f$	Eksenel doğrultuda yayılı yük
$f(x, t)$	Sürekli aksenal kuvvet
$f_x - f_z$	Birim noktaya düşen yayılı kuvvetler
$f_{em}$	Ponderomotive kuvvet
$G$	Kayma modülü
$G_i$	İçteki malzemenin kayma modülü
$G_o$	Dıştaki malzemenin kayma modülü
$H$	Manyetik alan gücü
$H_a^2$	Boyutsuz Hartman parametresi
$I$	Atalet momenti

$I_p$	Polar atalet momenti
$J$	Akım yoğunluğu
$K( x-x' , \alpha)$	Yerel olmayan çekirdek fonksiyonu
$\mathbf{K}$	Rijitlik matrisi
$\mathbf{K}_T$	Toplam rijitlik matrisi
$k_f$	Elastik zemin temel modülü
$\nabla^2$	Laplasyen
$\lambda$	Lamé sabiti
$l$	Malzeme uzunluk parametresi, dışsal karakteristik uzunluk
$L$	Kiriş boyu
$L_e$	Sonlu eleman modelinde kiriş eleman uzunluğu
$\mu$	Yerel olmayan parametre
$\bar{\mu}$	Boyutsuz yerel olmayan parametre
$\tilde{\mu}$	Lamé sabiti
$\mu_0$	Serbest alanın manyetik geçirgenliği
$\mathbf{m}$	Simetrik çifte gerilme tensörü
$m_0 - m_1 - m_2$	Kütle atalet momentleri
$\mathbf{M}$	Kütle matrisi
$\mathbf{M}_T$	Toplam kütle matrisi
$M_{xx}$	Eğilme momenti
$\nu$	Poisson oranı
$N_e$	Sonlu eleman modelinde kullanılan eleman sayısı
$N_{xx}$	Eksenel kuvvet
$N_{xx}^0$	Eksenel basınç kuvveti
$\hat{N}_{xx}$	Eksenel çekme kuvveti
$N_{xz}$	Kesme kuvveti
$\omega$	Frekans
$\omega_{EBT}$	Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre hesaplanan dairesel frekans
$\omega_{RBT}$	Rayleigh kiriş teorisine göre hesaplanan dairesel frekans
$\phi$	Şekil fonksiyonu
$\Pi$	Toplam potansiyel enerji,
$P$	Boyutsuz frekans parametresi
$\rho$	Kütle yoğunluğu
$\rho_i$	İçteki malzemenin kütle yoğunluğu
$\rho_o$	Dıştaki malzemenin kütle yoğunluğu
$\rho \tilde{f}$	Kütle kuvvetleri
$q$	Düşey doğrultuda yayılı yük
$R$	Artık (residual) fonksiyonu
$R_0$	Sol mesnetteki simetrik dönele yay parametresi

$R_L$	Sağ mesnetteki simetrik dönel yay parametresi
Si	Silisyum
$\tau$	Klasik gerilme tensörü
$\theta$	Rotasyon vektörü
$t$	Klasik gerilme tensörü
$T$	Kinetik enerji
$u$	Boyuna doğrultudaki yer değiştirme bileşeni
$\mathbf{u}$	Yer değiştirme vektörü
$U$	Şekil değiştirme enerjisi
$v$	Enine doğrultudaki yer değiştirme bileşeni
$V$	Cismin hacmi
$w$	Düşey doğrultudaki yer değiştirme bileşeni
$w_0(x)$	Mod şekli
$W_e$	Dış kuvvetlerin yaptığı iş

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
AKM	Atomik Kuvvet Mikroskopyu
C–C	Her iki ucu tutulu
C–F	Bir ucu tutulu diğeri serbest
ÇDKNT	Çok duvarlı karbon nanotüp
DKY	Diferansiyel kareleme yöntemi
EBT	Euler-Bernoulli giriş teorisi
FD	Fonksiyonel derecelendirilmiş
FDM	Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme
KNT	Karbon nanotüp
MD	Moleküler dinamik
MEMS	Mikro-elektromekanik sistem
NEMS	Nano-elektromekanik sistem
RBT	Rayleigh giriş teorisi
SEY	Sonlu elemanlar yöntemi
SiKNT	Silisyum karbür nanotüp
TPM	Taramalı Prob Mikroskopyu
TDKNT	Tek duvarlı karbon nanotüp
TÜBİTAK	Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu
UNAM	Ulusal Nanoteknoloji Araştırma Merkezi
WKB	Wentzel-Kramers-Brillouin

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Şekil 2.1. Nano-Partiküllerin kullanım alanları (Güçlü, 2020).....	7
Şekil 2.2. Karbon allotroplarının kristal yapısı (Katsnelson, 2007).....	11
Şekil 2.3. AKM'nin şematik gösterimi (Torun, 2020).....	12
Şekil 2.4. AKM uygulaması (Durakcan, 2017).....	13
Şekil 2.5. NEMS kullanılarak oluşturulan diyot (Numanoğlu, 2019).....	14
Şekil 2.6. Karbon nanokoni moleküler yapısı.....	14
Şekil 2.7. Altın bir iğnenin sırasıyla karbon nanokoni ile kaplama işlemi ("Karbon nanokon", 2022).....	15
Şekil 2.8. Fulleren C60 molekül yapısı.....	16
Şekil 2.9. Çeşitli fulleren molekül yapısı ve şekilleri (Değirmenci, 2019).....	17
Şekil 2.10. Grafen yüzeyin sarılması (Muş, 2009).....	18
Şekil 2.11. Farklı türlerdeki nanotüpler (Işık, 2018).....	20
Şekil 2.12. Tek duvarlı karbon nanotüp.....	21
Şekil 2.13. Grafen örtü yol taslağı (Numanoğlu, 2019).....	22
Şekil 2.14. Üç farklı TDKNT yapısının çizimi: (a) zikzak tipi nanotüp, (b) koltuk tipi (armchair) nanotüp, (c) sarmal tipi (bükük - helezonik - kiral) nanotüp (Bhushan B, 2017).....	22
Şekil 2.15. Çok duvarlı karbon nanotüp.....	23
Şekil 2.16. EBT kirişi.....	24
Şekil 2.17. EBT kirişi şekil değiştirme kinematığı (Reddy 2022'den değiştirilerek alınmıştır).....	25
Şekil 2.18. Çeşitli mesnetlenme durumlarında burkulma modları: (a) Basit-Basit (b) Basit-Tutulu (c) Tutulu-Tutulu (d) Tutulu-Serbest (Reddy, 2022).....	29
Şekil 2.19. Deforme olmuş kiriş parçasının serbest cisim diyagramı (Reddy, 2022).....	30
Şekil 3.1. Elektromanyetik alana yerleştirilmiş nanotüpün gösterimi (Uzun vd., 2020b).....	57
Şekil 3.2. Tek duvarlı konsol karbon nanotüp çizimi (Uzun vd., 2021).....	66
Şekil 3.3. Deforme olabilen sınır koşullarına sahip bir karbon nanoçubuk (Uzun vd., 2020a).....	74
Şekil 3.4. Deforme olabilen sınır koşullarına sahip boşluklu bir nanotüp.....	78
Şekil 4.1. İlk üç mod için Hartmann parametresinin burkulma yük oranlarındaki etkisi ( $R_0 = R_L = R = 0,1$ ).....	85
Şekil 4.2. İlk üç mod için burkulma yüklerinin değişimi ( $R_0 = R_L = R = 0,1$ ).....	85
Şekil 4.3. İlk üç mod için Hartmann parametresinin burkulma yük oranlarındaki etkisi ( $R_0 = R_L = R = 0,3$ ).....	86
Şekil 4.4. İlk üç mod için burkulma yüklerinin değişimi ( $R_0 = R_L = R = 0,3$ ).....	86
Şekil 4.5. İlk üç mod için Hartmann parametresinin burkulma yük oranlarındaki etkisi ( $R_0 = R_L = R = 0,6$ ).....	87
Şekil 4.6. İlk üç mod için burkulma yüklerinin değişimi ( $R_0 = R_L = R = 0,6$ ).....	87
Şekil 4.7. İlk üç mod için Hartmann parametresinin burkulma yük oranlarındaki etkisi ( $R_0 = R_L = R = 0,9$ ).....	88
Şekil 4.8. İlk üç mod için burkulma yüklerinin değişimi ( $R_0 = R_L = R = 0,9$ )...	88
Şekil 4.9. Farklı $R$ değerleri için ilk burkulma yükü oranlarının Hartmann parametresi ile değişimi ( $H = 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ).....	89

Şekil 4.10. Simetrik dönel yay parametrelerinin ikincil kritik burkulma yükü oranları üzerine etkileri ( $H = 1, 2, 3, 4$ ).....	89
Şekil 4.11. Simetrik dönel yay parametrelerinin ikincil kritik burkulma yükü oranları üzerine etkileri ( $R = 0,1, 0,3, 0,6, 0,9, 1,2, 1,5$ ).....	90
Şekil 4.12. Mod numaraları ile frekans oranlarının değişimi.....	94
Şekil 4.13. Mod numarasının çeşitli $l/d$ oranları için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $L = 25d$ ).....	94
Şekil 4.14. Mod numarasının çeşitli $l/d$ oranları için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $L = 25d$ ).....	95
Şekil 4.15. Mod numarasının çeşitli $L$ uzunlukları için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $l = 0,40d$ ).....	96
Şekil 4.16. Malzeme uzunluk parametresinin çeşitli modlar için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $L = 25d$ ).....	96
Şekil 4.17. Uzunluğun çeşitli modlar için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi.....	97
Şekil 4.18. Uzunluğun ilk dört mod için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $l = 0,40d$ ).....	97
Şekil 4.19. Uzunluğun 5.-8. modlar için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $l = 0,40d$ ).....	98
Şekil 4.20. Çeşitli modlar için sonlu eleman sayısının TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $L = 45d$ nm, $l/d = 0,40$ ).....	99
Şekil 4.21. Çeşitli $l/d$ oranları için TDKNT frekans oranlarındaki değişim ( $L = 25d$ nm).....	99
Şekil 4.22. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların için ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = \Phi_L = 0,5$ nN/nm).....	104
Şekil 4.23. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların için ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = \Phi_L = 10$ nN/nm).....	104
Şekil 4.24. Eksenel yay parametrelerinin nanoçubukların ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\mu = 0,1, L = 15$ nm).....	105
Şekil 4.25. Eksenel yay parametresi $\Phi_L$ 'nin nanoçubukların ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\mu = 0,1, L = 15$ nm).....	105
Şekil 4.26. Eksenel yay parametresinin nanoçubukların ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\mu = 0,1, L = 15$ nm).....	106
Şekil 4.27. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = 15$ nN/nm, $\Phi_L = 5$ nN/nm, $L = 20$ nm, $r = 1$ nm).....	106
Şekil 4.28. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların ilk altı moddaki frekans oranları üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = 15$ nN/nm, $\Phi_L = 5$ nN/nm, $L = 20$ nm, $r = 1$ nm).....	107
Şekil 4.29. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların ilk yedi moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = \Phi_L = 1\ 000\ 000$ nN/nm, $L = 15$ nm, $r = 1,5$ nm).....	107
Şekil 4.30. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların ilk yedi moddaki frekans oranları üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = \Phi_L = 1\ 000\ 000$ nN/nm, $L = 15$ nm, $r = 1,5$ nm).....	108
Şekil 4.31. İlk altı mod için $e_k$ boşlukluluk parametresinin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	111

Şekil 4.32. İlk altı mod için $e_s$ boşlukluluk parametresinin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	111
Şekil 4.33. İlk altı mod için $e_m$ boşlukluluk parametresinin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	112
Şekil 4.34. Birinci mod için uzunluk ve $e_k$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	113
Şekil 4.35. İkinci mod için uzunluk ve $e_k$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	113
Şekil 4.36. Birinci mod için uzunluk ve $e_s$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	114
Şekil 4.37. Birinci mod için uzunluk ve $e_m$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	114
Şekil 4.38. Birinci mod için $\mu$ ve $e_k$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	115
Şekil 4.39. Birinci mod için $\mu$ ve $e_s$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	115
Şekil 4.40. Birinci mod için $\mu$ ve $e_m$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	116
Şekil 4.41. Birinci mod için $R$ ve $e_k$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	116
Şekil 4.42. Birinci mod için $R$ ve $e_s$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	117
Şekil 4.43. Birinci mod için $R$ ve $e_m$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	117
Şekil 4.44. Uzunluğun ( $L$ ) ilk beş mod için frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi...	118
Şekil 4.45. Yerel olmayan parametrenin ( $\mu$ ) ilk beş mod için frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi.....	119
Şekil 4.46. Yarıçapın ( $R$ ) ilk beş mod için frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi....	120

## ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 2.1. Nanoteknolojinin uygulamaları ve faydaları (Boca, 2018).....	7
Çizelge 2.1. Nanoteknolojinin uygulamaları ve faydaları (Boca, 2018) (devam).....	11
Çizelge 2.2. Tek duvarlı nanotüplerin özellikleri (Yetim, 2011).....	12
Çizelge 2.3. Çok duvarlı nanotüplerin özellikleri (Yetim, 2011).....	13
Çizelge 4.1. Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 0,1$ nN/nm, $\mu_0 = 1$ ).....	14
Çizelge 4.2. Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 0,3$ nN/nm, $\mu_0 = 1$ ).....	14
Çizelge 4.3. Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 0,6$ nN/nm, $\mu_0 = 1$ ).....	15
Çizelge 4.4. Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 0,9$ nN/nm, $\mu_0 = 1$ ).....	16
Çizelge 4.5. Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 1,2$ nN/nm, $\mu_0 = 1$ ).....	17
Çizelge 4.6. Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 1,5$ nN/nm, $\mu_0 = 1$ ).....	18
Çizelge 4.7. Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 1,8$ nN/nm, $\mu_0 = 1$ ).....	20
Çizelge 4.8. Nanotüpün birinci burkulma parametresinin farklı $R$ ve $H$ değerleriyle değişimi.....	21
Çizelge 4.9. Konsol TDKNT'ün ilk beş doğal frekansın karşılaştırılması ( $L = 45d$ nm, $l/d = 0.40$ ).....	22
Çizelge 4.10. Farklı $l/d$ oranları için TDKNT'ün ilk sekiz frekansının değerleri ( $L = 25d$ , $N_E = 100$ ).....	22
Çizelge 4.11. Farklı uzunluklar için TDKNT'ün ilk sekiz frekansının değerleri ( $l/d = 0.40$ , $N_E = 100$ ).....	23
Çizelge 4.12. Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\Phi_0 = \Phi_L = 0,5$ nN/nm).....	24
Çizelge 4.13. Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\Phi_0 = \Phi_L = 10$ nN/nm).....	25
Çizelge 4.14. Eksenel yay parametresine sahip nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\Phi_0 = \Phi_L$ ( $\mu = 0,1$ , $L = 15$ nm)).....	29
Çizelge 4.15. Eksenel yay parametresine sahip nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\mu = 0,1$ , $L = 15$ nm).....	30
Çizelge 4.16. Eksenel yay parametresine sahip nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\mu = 0,1$ , $L = 15$ nm).....	57
Çizelge 4.17. Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\Phi_0 = 15$ nN/nm, $\Phi_L = 5$ nN/nm, $L = 20$ nm, $r = 1$ nm).....	66
Çizelge 4.18. Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans oranları ( $\Phi_0 = 15$ nN/nm, $\Phi_L = 5$ nN/nm, $L = 20$ nm, $r = 1$ nm).....	74



Çizelge 4.19. Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk yedi moddaki frekans değerleri ( $\Phi_0 = \Phi_L = 1\ 000\ 000\ \text{nN/nm}$ , $L = 15\ \text{nm}$ , $r = 1,5\ \text{nm}$ ).....	78
Çizelge 4.20. Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk yedi moddaki frekans oranları ( $\Phi_0 = \Phi_L = 1\ 000\ 000\ \text{nN/nm}$ , $L = 15\ \text{nm}$ , $r = 1,5\ \text{nm}$ ).....	85
Çizelge 4.21. Boşluksuz nanoçubuk için frekansların ( $\times 10^{13}\ \text{rad/s}$ ) karşılaştırması ( $\mu = 0,0\ \text{nm}^2$ , $\mu = 0,1\ \text{nm}^2$ , $\mu = 0,2\ \text{nm}^2$ ).....	85
Çizelge 4.22. Boşluksuz nanoçubuk için frekansların ( $\times 10^{13}\ \text{rad/s}$ ) karşılaştırması ( $\mu = 0,3\ \text{nm}^2$ , $\mu = 0,4\ \text{nm}^2$ , $\mu = 0,5\ \text{nm}^2$ ).....	86

## 1. GİRİŞ

Teknolojik gelişmeler ve bilimdeki ilerleyiş hem günlük yaşantımıza hem de bilimin araştırma konuları arasına nanoteknoloji kavramını yerleştirdi. Nanoteknoloji, malzemelerin nano ölçekte manipülasyonu ile ilgilenir. Malzemelerden istisnai performans elde etmek amacıyla nano ölçekte malzemelerin iç özelliklerinin araştırılması ve kullanılması günümüzde en çekici bilimsel alanlardan biridir. Özellikle son 15 yılda bu alanda yoğun araştırmalar gerçekleştirilmektedir ve nanoteknolojinin bir sonraki sanayi devrimi olabileceği düşünülmektedir (Şahinagić-Isović vd., 2019). İlerleyen yıllarda daha çok adını duyuracak ve muhtemelen günlük hayata daha çok etki edecek olan bu kavramın temelini nanobilim oluşturmaktadır.

Nanobilimin ortaya çıkması ve hızla gelişmesi sonucu nanoteknoloji kavramı, bilimin hayata yansımaları olarak ortaya çıkmıştır. Filolojik olarak nano kelimesi Yunanca cüce kökenine sahip bir kelimedir. Teknik bir ölçü birimi olarak ise herhangi bir ölçünün milyarda biri demektir. Örneğin nanometre (nm), 1 metrenin milyarda biri ölçüsünde bir uzunluğu ifade etmektedir. Bu da yaklaşık olarak 7 atomun arka arkaya dizilmesi olarak ifade edilebilir. Nanometre boyutuyla baktığımızda bir karıncanın başının büyüklüğü bir milyon nanometre, kanda bulunan bir alyuvar yaklaşık 7.000 nanometre, bakteri 1.000 nanometre, virüsler yaklaşık 100 nanometre, DNA yaklaşık 2 nanometreyken atomların çapları nanometrenin onda biridir. (Tepe, 2007)

Nano boyutuyla ilgili bir diğer güzel örnek de, bir nanometrenin bir metreye olan oranı, bir misketin çapının, dünyanın çapına olan oranına yaklaşık olarak eşdeğer olduğudur (Kahn, 2006).

Elbette incelenecek olan malzemelerin nano ölçekte incelenmesi sonucunda bu malzemelerin mekanik, elektriksel, kimyasal, manyetik, optik ve termal özellikleri büyük ölçüde değişmektedir.

Bu çerçevede nanobilim, 0,1 nanometre ile 100 nanometre ölçekleri arasında, maddenin hem moleküler hem de mikron ölçeğinde manipüle edilmesini ve karakterize edilmesini

içeren ve disiplinler arası yapılan nano ölçekte bilimsel çalışmaların bir araya gelmesiyle oluşan bilimdir. Nanobilim, temel fen bilimleri dallarıyla (fizik, kimya, biyoloji gibi), mühendislik dallarını (malzeme, elektronik, bilgisayar, endüstri, mekanik, uzay, inşaat gibi) ortak paydada bir araya getiren ve tüm bu dalları kendi alanlarında nano ölçekte düşünceler üretmeye ve bu düşünce, tasarım ve üretim prosesleri sonucunda nanoteknolojinin temellerini oluşturan ‘ürün’ haline getirmeye yönlendiren disiplinler arası bir bilim dalıdır. Nanobilimin uygulamaya yönelmesi sonucu nanoteknoloji kavramı ortaya çıkmaktadır. Türk Dil Kurumu sözlüğünde nanoteknoloji: “Maddenin atomik veya moleküler boyutta işlenerek mikroskobik boyutta ürünlerin üretilmesi yöntemi.” (<https://sozluk.gov.tr/>, n.d.) olarak tanımlanmaktadır. Nanoteknoloji, en genel tanımıyla, neredeyse atom boyutlarında yapıların ticari bir amaca hizmet edebilecek şekilde ürün haline dönüştürülmesi ve bu ölçekte yapılan araştırma ve geliştirmeleri ifade eder. Dolayısıyla ortaya konulacak ürünlerin ya da üretim proseslerinin nanoölçekteki planlama, tasarım, nitelendirme ve uygulamaları nanoteknolojinin alanının içerisinde yer almaktadır. Günümüzde nanoteknolojinin stratejik bir öneme sahip olduğu aşikardır. Bu bağlamda Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından hazırlanan Vizyon 2023 projesi ile “Nanobilim ve Nano-teknoloji Stratejileri” ile ülkemizde de bu alandaki çalışmalar artmıştır (Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu [TÜBİTAK], 2004). Türkiye Cumhuriyeti Bilim, Sanayi ve Teknoloji Bakanlığı tarafından yayınlanan “2017-2018 Türkiye Nanoteknoloji Stratejisi ve Eylem Planı”nda; nanobilimin ve nanoteknolojinin tüm dünyada giderek yaşamın bir parçası haline geldiği, ülkemizin de bu alanda geride kalmaması gerektiği vurgulanmaktadır (*Türkiye Nanoteknoloji Stratejisi 2017-2018*, 2017). Bilkent Üniversitesi bünyesinde yer alan nanobilim/nanoteknoloji, biyoteknoloji/nanobiyoteknoloji, malzeme bilimi/mühendisliği ve ilgili faaliyet alanlarında, uluslararası düzeyde rekabetçi Ar-Ge kapasitesi ve eğitim kabiliyetine sahip olan Ulusal Nanoteknoloji Araştırma Merkezi (UNAM) nanoteknoloji alanında ülkemizdeki en önemli merkezdir. Bünyesinde 53 akademik personel, 400’ün üzerinde araştırmacı ve personel, 10 464 m<sup>2</sup>’lik araştırma alanı yer almaktadır. 6550 Araştırma Altyapılarını Destekleme Kanunu ile özel büyük ölçekli programa seçilen UNAM, 100 Milyon TL üzerinde bütçeye sahiptir. 272 Ar-Ge projesi tamamlanırken, UNAM bünyesinde bulunan Bilkent Üniversitesi Malzeme Bilimi ve Nanoteknoloji Lisansüstü Programı sayesinde yüksek vasıflı araştırmacılar yetiştirmek hedefiyle 583 tez

çalışması tamamlanmış ve 264 yüksek lisans ve doktora öğrencisi mezun edilmiştir (<https://unam.bilkent.edu.tr/> , n.d.).

Dünyada da nanoteknolojinin etkisi yoğun olarak hissedilmektedir. Nanoteknolojinin 2020'lerin sonunda küresel ekonomik etkisine ilişkin tahminler 1 trilyon doları aşması yönündedir (Natelson, 2015).

Metrenin milyarda biri büyüklüğündeki boyutlara inerek maddeleri inceleyen ve yeni özellikler kazandıran nanoteknolojinin kısa zamanda tüm dünyada üretimde yeni çıkışlar açarak insan hayatına yön vermesi kaçınılmazdır.

Nanoteknolojinin verdiği imkanlar sayesinde, atomlar seviyesinde çalışılarak neredeyse tamamen yeni fiziksel, kimyasal, biyolojik özelliklere sahip yapılar elde edilebilmektedir. Doğada bütün maddeler atomlardan oluşmaktadır ve bu atomların dizilişleri bu maddelerin özelliklerinde de belirleyici bir roledir. Doğada bulunan tüm varlıkları birbirinden ayıran en önemli şey; bu varlıkları oluşturan atomların dizilişlerindeki farklılıklardır. İşte bu dizilişlere konu olan atomları hareket ettirebilmek, bu atom dizilişlerini öngörebilmek ve hatta müdahale edebilmek demek istenen her türlü ürünü atom veya molekülleri birleştirerek elde edebilmek demektir (Yaylı, 2010).

Nanoteknoloji ve nanoyapılar ile ilgili birçok çalışma yapılmaktadır. Bu çalışmada da nanoyapılardan biri olan nanotüplerin çeşitli mekanik özellikleri araştırılmıştır. Karbon nanotüplerle (KNT) alakalı çalışmada birçok farklı açıdan nanotüplere ait mekanik özellikler ele alınmıştır.

Yapılan çalışmanın bir bölümünde, elektromanyetik alana yerleştirilmiş kısıtlanmış nanotüplerin burkulma analizi, Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi ile bağlantılı olarak Euler-Bernoulli kiriş teorisi temelinde incelenmiştir. Türetilen yönetici denklemi çözmek ve kararlılık analizi için modal yer değiştirme fonksiyonu kullanılmıştır. Burkulma tepkisini araştırmak için Stoke dönüşümüne sahip bir Fourier sinüs serisi kullanılmıştır. Bu dönüşümün temel avantajı, burkulma yüklerini belirlemek için farklı sınır koşullarıyla çözüm yapılabilmesi yeteneğidir. Hartmann parametresi, yay

parametresi ve mod numarası gibi çeşitli parametrelerin elektromanyetik alana yerleştirilmiş nanotüplerin kararlılık tepkisi ve kritik burkulma yükü üzerindeki etkilerini göstermek için detaylı bir şekilde sunulmuştur. Nano kirişin burkulma yükleri, kritik burkulma yükleri ve burkulma yük oranlarının varyasyonları bir dizi tablo ve çizilen şekiller ile gösterilmiştir. Analizden elde edilen sonuçlar tablo ve şekiller üzerinde tartışılmıştır. Çalışmanın bu bölümünün yeniliği, çeşitli sınır koşulları altında (rijit veya kısıtlanmış) elektromanyetik alana yerleştirilmiş nanotüplerin stabilite analizlerinin yapılmış olmasıdır.

Yapısal elemanların modellenmesiyle ilgili çeşitli teoriler vardır. Bu teorileri birbirinden ayıran farklılıklar, formüllerinde yer verdikleri veya formüllerinde ihmal ettikleri etkilerdir. Tek boyutlu yapısal elemanlar olan kirişler için Euler-Bernoulli, Timoshenko, Rayleigh teorileri gibi çeşitli teoriler de sunulmuştur. Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri, araştırmacılar tarafından kullanılan en yaygın teorilerdir. Çalışmanın bir diğer kısmında ise nanotüplerle alakalı olarak, karbon nanotüp tabanlı bir sensörün serbest titreşimini değiştirilmiş gerilme çifti ve Rayleigh kiriş teorileri ile birlikte analiz etmek için bir sonlu eleman formülasyonu sunulmuştur. Rayleigh kiriş teorisinin özelliği, titreşim analizinde dönel atalet etkisini hesaba katmasıdır. Böylece konsol tek duvarlı karbon nanotüpün titreşim problemi için dönel atalet momenti etkisi ve küçük boyut etkisi dikkate alınmıştır. Çalışmanın bu kısmının amacı, tek duvarlı karbon nanotüpün titreşim frekanslarını belirtilen etkilerle incelemektir. Bu nedenle sonlu elemanlar çözümü için bu etkileri hesaplamalara dahil eden rijitlik ve kütle matrisleri elde edilmiştir. Malzeme uzunluk ölçü parametresi, sonlu elemanların sayısı, nanotüpün uzunluğu ve mod sayısı gibi çeşitli parametrelerle frekansların değişimini göstermek için sayısal sonuçlar sunulmuştur.

Çalışmanın bir diğer kısmında ise farklı sınır koşullarına sahip nanotüplerin eksenel titreşim davranışı araştırılmıştır. Eksenel sapmayı simüle etmek için Bishop çubuk teorisi uygulanmış ve küçük boyut etkisi ile ilgili de Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi kullanılmıştır. Yerel olmayan, deforme olabilen sınır koşulları ve Stokes dönüşümüne dayalı olarak, bir lineer denklem sistemi türetilmiş ve ardından bir özdeğer problemi oluşturulmuştur. Geometrik parametreler, titreşim modları, yerel olmayan parametrelerin

çeşitli değerleri ve aksenel yay parametreleri gibi çeşitli parametrelerin nanotüplerin aksenel frekansları üzerindeki önemini araştırmak için birkaç sayısal örnek sunulmuştur. Sayısal örnekler, deforme olabilen sınır koşullarının ve küçük ölçekli parametrenin aksenel titreşim tepkisi üzerinde önemli etkileri olduğunu göstermiştir. Ortaya konulan bu matematiksel modelin, nanotüplere daha yüksek mertebeden süreklilik yaklaşımının uygulanması için büyük önem taşıyan bir ucu tutulu diğeri serbest sınır koşullarında araştırılması alanındaki boşluğu doldurması amaçlanmıştır.

Yine Bishop çubuk teorisi ve Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak bu sefer boşluklu malzemedan yapılmış bir nanotüpün boyuta bağılı serbest aksenel titreşimi de araştırılmıştır. Boşluklu nanotüp değişken sınır şartlarında düşünülmüş ve bu amaçla her iki ucunda elastik yaylar ile modellenmiştir. Çalışmanın bu kısmının da temel amacı, yerel olmayan elastisite teorisi temelinde boşluklu bir nanotüpün aksenel titreşimi için analitik bir model geliştirmektir. Bu amaçla Stokes dönüşümlü Fourier sinüs serilerinden yararlanılmıştır. Bilindiği gibi bir çubuğun aksenel titreşim frekanslarını elde etmek için sınır şartlarına dayalı bir çözüm gerçekleştirilmelidir. Bu, her sınır koşulu için ayrı bir iş yükü oluşturmaktadır. Çalışmanın bu kısmının temel katkısı, her bir sınır koşulu için ayrı bir çözüm gerektirmeyen bir yaklaşım sunmasıdır. Bu çalışmada sunulan yaklaşım sayesinde, tek bir özdeğer problemi yardımıyla istenen sınır koşulunun frekansları elde edilebilmektedir. Boşluklu malzemedan yapılmış nanotüp, Bishop çubuğu olarak modellenmiş ve boşluklu nanotüpün aksenel titreşimi incelenmiştir. Küçük boyut etkileri, Eringen tarafından önerilen yerel olmayan elastisite teorisi ile modellenmiştir. Sayısal örneklerin sonuçlarını göstermek için çeşitli tablolar ve şekiller verilmiştir.

## **2. KURAMSAL TEMELLER ve KAYNAK ARAŞTIRMASI**

Nanoteknoloji, çağımızın en önemli bilim alanlarından biridir. Nanoteknoloji alanındaki gelişmelerle birlikte, nano boyutlardaki materyal ve sistemlerin anlaşılması, kontrol edilmesi ve atomsal düzeylerde çalışılması neticesinde ortaya çıkan farklı fiziksel, kimyasal özelliklere sahip ürün ve sistemler artık günlük hayatımızda kullanılır hale gelmiştir. Örneğin karbon nanotüpler (KNT) sahip oldukları yüksek rijitlik ve dayanım özellikleri ile kompozitlerde gelişmiş dolgu malzemesi olarak kullanılmaktadır. Ayrıca geleneksel karbon elyaflara göre çok daha yüksek yüzey alanına sahip olduklarından kompozit matrislerle teması iyileştirmektedirler (Taylor vd., 2021).

Günümüzde hızla büyüyen bu alan biyomedikal, sağlık, otomotiv, havacılık ve telekomünikasyon endüstrilerine kadar birçok alanda gelişmelere öncülük etmektedir. Nanoteknoloji ürünleri birçok nano-elektromekanik sistemde (NEMS) ve mikro-elektromekanik sistemde (MEMS) temel yapısal parçalar olarak kullanılmaktadır (Zhu, 2020).

### **2.1. Nanoteknolojinin Kullanım Alanları**

Nanoteknoloji günümüzde malzeme ve imalat, elektronik ve bilgisayar teknolojileri, tıp ve sağlık sektörü, tekstil, kozmetik gibi çok sayıda üretim alanında kullanılmaya başlanmış bir teknolojidir. İlerleyen yıllarda toplum hayatının daha da içine gireceği ve endüstri ve üretime yön vereceği söylenebilir. Örnek olması açısından nanoteknolojinin önemli ürünlerinden olan nanopartiküllerin uygulama alanları Şekil 2.1.'de gösterilmiştir.





**Çizelge 2.1.** Nanoteknolojinin uygulamaları ve faydaları (Boca, 2018)

Sektör	Uygulama ve Kullanım Alanları	Faydalar
Gelişmiş Üretim	daha hızlı elektronik ürünler, yeni malzeme geliştirme	kontrollü üretim süreçleri, düşük maliyetli ve ekonomik yüksek üretim çıkışı
Atmosfer ve Uzay	veri işleme için nanokompozitler, gelişmiş sensörler ve daha hızlı elektronik ürünler	CO <sub>2</sub> salınımının azaltılması, daha hafif malzemeler, daha düşük yakıt tüketimine geçiş, maliyet tasarrufu, malzemelerde gelişmiş işlevsellik, risklerin minimize edilmesi, esneklik ve yeni sistemler
Tarım	kontaminasyonu gidermek için nanoparçacıklar, nem sensörleri, patojenlerin saptanması	daha yüksek mahsul verimi, böcek ilacı kullanımının azaltılması ve gelişmiş su yönetimi
Otomotiv	yağlayıcı / hidrolik katkı maddeleri, katalitik konvertörlerde nanoparçacık kullanımı, yakıt hücreleri, hidrojen depolama	CO <sub>2</sub> salınımının azaltılması, hafif malzemeler, daha düşük yakıt tüketimine geçiş
Kimyasal Endüstriler	yakıt hücreleri, katalizör olarak nanoparçacıkların kullanılması	atıkların ve CO <sub>2</sub> salınımının azaltılması
İnşaat	termal yalıtım, enerji depolama cihazları	daha az enerji ihtiyacı, CO <sub>2</sub> salınımının azaltılması
Kozmetik	temiz güneş kremleri, güzellik bakım ürünleri, farmasötik kozmetik ürünleri, farmasötik besin maddeleri	UV koruması, ilaçlı cilt ürünlerinde gelişmiş ilaç salımı
Yaratıcı Endüstriler	değişim etkileri, gelişmiş ekran sistemleri	biyolojik tabanlı ürün geliştirme
Elektronik	iletken nanomalzemelerle gelişmiş ekran teknolojileri, kuantum bilgisayarlar, veri depolama, basılabilir ve esnek elektronikler, veri depolama için manyetik nanoparçacıklar	daha hızlı, daha küçük ve gelişmiş avuç içi cihazlar

**Çizelge 2.1.** Nanoteknolojinin uygulamaları ve faydaları (Boca, 2018) (devam)

Sektör	Uygulama ve Kullanım Alanları	Faydalar
Çevre	hava ve su filtrasyonu, atık ve su arıtma, tehlikeli malzemelerin bertarafı, bina içi çevresel sistemler, iyileştirme	CO <sub>2</sub> salınımının azaltılması ve temizlik
Gıda ve içecek ambalajları	gelişmiş bariyer özellikleri ve ısı dayanımı, anti-mikrobiyal ve mantar önleyici ambalajlama, akıllı algılama, biyobozunur ambalajlama	takip, kalite izleme ve taklit koruma, ürün hakkında gelişmiş bilgi ve çevreye duyarlı üretim
Sağlık hizmetleri	nanoparçacıklarla ilaç salımı, nano gümüş yara kaplamaları, floresan biyolojik etiketler	daha iyi hasta bakımı ve biyolojik süreçlerin anlaşılması
Düşük Karbon Teknolojileri	enerji depolama cihazları	CO <sub>2</sub> üretimini azaltacak çevreye duyarlı ürünler
Malzemeler	kirlilik önleyici kaplamalar, nanotüp polimerler, baskı elektronikler	daha güçlü ve hafif malzemeler, fonksiyon kazandırılmış malzemeler
Güvenlik	kişisel koruyucu ekipmanlar, daha güçlü malzemeler	çalışan izleme, gelişmiş görüntüleme, daha iyi test süreçleri, yeni karakterizasyon yöntemleri
Tekstil	kirlenmeye karşı dayanıklı kumaşlar, kendi kendini temizleyebilen ve anti-bakteriyel kaplamalar, koruma ve algılama, sağlık hizmetleri, güneş pilleri, sensörler ve kendi kendini temizleme özelliklerine sahip yeni giyilebilir tekstil ürünleri	hastane giysileri, acil durum kıyafetleri ve kişisel koruyucu ekipmanlar, isteğe bağlı moda

İnşaat mühendisliği, nanoteknolojinin uygulamada getireceği yenilikleri ilk fark eden sektörlerden bir tanesidir. Ancak son yıllarda inşaat mühendisliği, nanoteknoloji konusunda araştırma açısından diğer sektörlerle kıyasla geriye düşmüştür. Yine de geleneksel yapı malzemelerinde nanopartiküllerin kullanımı yaygınlaşmaktadır. Bu malzemeler öncelikle daha hafif yapılar, daha güçlü yapısal kompozitler, çimento esaslı

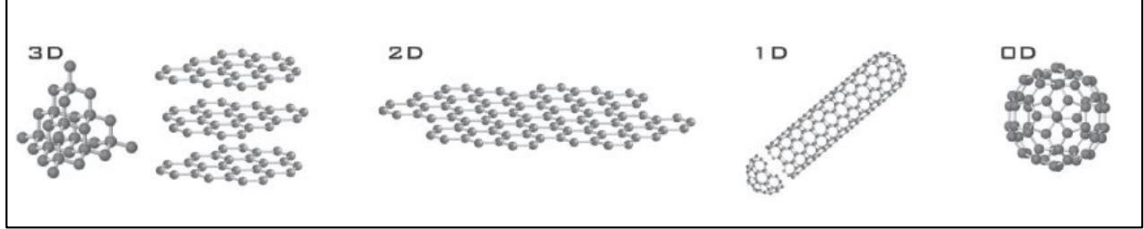
malzemelerin özelliklerinin iyileştirilmesinde, düşük bakım masrafı, iyileştirilmiş ısı ve ses yalıtımı, gelişmiş kendi kendini temizleme yeteneği, su iticilik yeteneği, cam yansıtma ve buğulanma önleyici yüzeyler, ultraviyole ışını koruması, şantiyeleri kontrol etmek için nano boyutlu sensörler oluşturmak için kullanılmaktadırlar (Hatem Nawar, 2021). KNT'ler, çeliğin ağırlığının sadece %17'sine sahip olmasına karşın çekme dayanımı çeliğin 100 katından daha fazladır (Saito vd., 1998). Bu yüzden hemen hemen her malzemeyi güçlendirmek için kullanılabilir. KNT'ler kompozit elemanlarda kullanılarak mekanik, manyetik ve elektronik özellikleri iyileştirmektedirler. Betonda kullanıldığında çekme mukavemetini arttırmakta ve çatlak ilerlemesini yavaşlatmaktadır. Çeliğin özelliklerinin yeterli olmadığı yerlerde çelik yerine kullanılabilir. Yüksek kimyasal direnci nedeniyle kimyasal ortamlara maruz kalan yapılarda kullanılabilirler. Silis dumanının parçacık boyutu 10–300 nm arasında değişmektedir ve betonda katkı maddesi olarak kullanılmaktadır. Betonun hidrasyonunu, yoğunluğunu, dayanımını, mukavemetini, su direncini, işlenebilirliğini, bağlayıcılığını arttırmaktadır (Jain ve Pawade, 2015). Çelik üretiminde bakır nanoparçacıkların kullanılması çeliğin korozyon direncini ve kaynaklanabilirlik özelliğini iyileştirmektedir (Papadaki vd., 2018). Cam kaplamalarında kullanılan titanyum dioksit (TiO<sub>2</sub>) organik kiri parçalayarak çözünmesini sağlamaktadır.

## **2.2. Nano Boyutlu Yapılar**

Nano boyutlu yapılar özelinde karbon (C) elementi çok önemli bir yer tutmaktadır. Dünyada bilinen tüm kimyasalların % 90'ından fazlasında kısmi bir bileşen olarak da olsa karbon elementinin bulunduğu ortaya konmuştur. Karbona ait elektronların üstün bağlanma özellikleri, birçok elementle kolayca bağlanıp, bilinen birçok kimsayalda bir bileşen olarak yer almasını sağlamıştır. İşte bu özelliği sayesinde karbon, yaygın olarak nano boyutlu yapıların da temelini oluşturmaktadır. Ayrıca karbon dünyadaki yaşamın kaynağıdır. Yapısında karbon içermeyen hiçbir canlı varlık yoktur. (Güçlü, 2020)

Karbon ayrıca doğada saf karbon halinde de bulunur. Grafit ve elmas karbonun iki ana allotropu iken, yakın zamanda keşfedilmiş allotropları fulleren, grafen ve nanotüplerdir. Allotrop, bir elementin atomlarının değişik şekillerde dizilmesi sonucu oluşan

maddelerdir. İşte karbonun atomlarının da değişik şekillerde dizilmesiyle oluşan bu allotroplardan, elmas ve grafit karbonun üç boyutlu, grafen iki boyutlu, nanotüp bir boyutlu ve fulleren ise sıfır boyutlu allotropudur. (Muş, 2009) Şekil 2.2’de çeşitli karbon allotroplarının kristal yapısı gösterilmektedir.



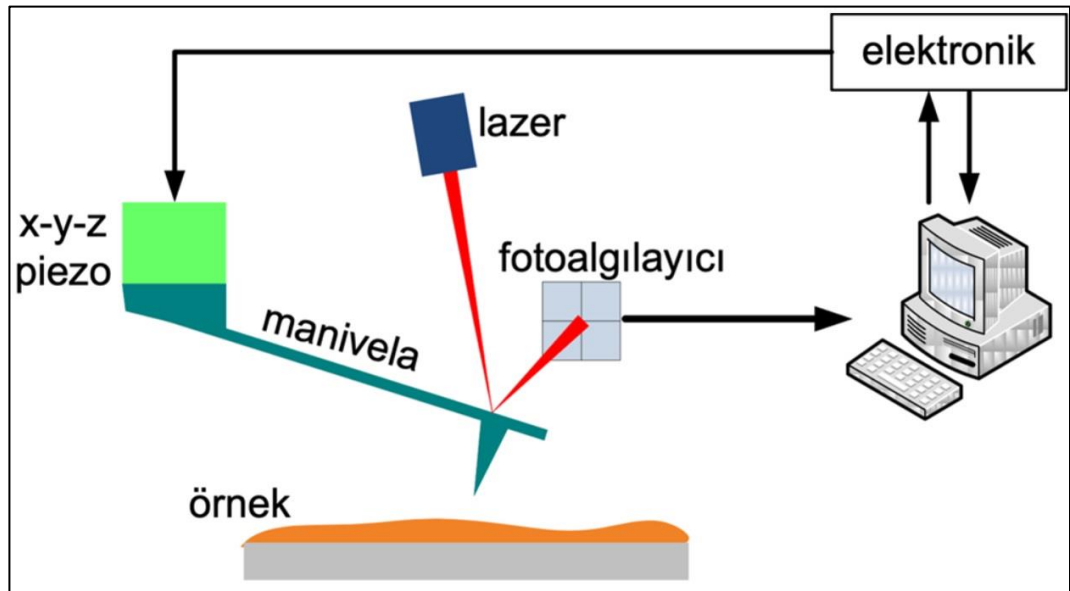
**Şekil 2.2.** Karbon allotroplarının kristal yapısı (Katsnelson, 2007).

Karbonun, bahsedilenler haricinde de çok sayıda farklı allotropu vardır. Karbonun belirtilen olağanüstü çok yönlülüğü sayesinde, karbon nanoyapılar, nanobilim ve nanoteknolojide çok önemli bir yere sahiptir (Foa Torres vd., 2014).

Nanomalzemeler, nanoteknolojinin en önemli ürünlerindedir. 1-100 nm aralığında en az bir boyutu olan bir malzeme, nanomalzeme olarak nitelendirilir. Nanomalzemelerin incelenmesi, imalat, yarı iletken, sağlık, kozmetik, spor giyim vb. sektörlerdeki geniş uygulama alanları nedeniyle büyük önem taşımaktadır. Doğada mevcut olmasının yanı sıra karbon temelli birçok nano malzeme üretilmekte ve kullanılmaktadır. Kullanılan nanomalzemeler metal, polimer, seramik veya kompozit olabilir. Nanoyapılar geometrilerine göre üç kategoriye ayrılabilir: (a) nanometre ölçeğinde olan nanopartiküller; (b) tamamı nanometre ölçeğinde olan bir boyutu diğer iki boyuttan daha büyük olan nanolifler, nanoçubuklar, nanokoniler, nanotüpler ve nanokirişler; (c) birkaç nanometre kalınlığında ve binlerce nanometre uzunluğunda olan nanokabuklar. Bunlardan en sık karşılaşılanlar arasında grafen, fulleren ve karbon nanotüplerinin (KNT) yanı sıra nanopartikül, nanofiber, nanoçubuk, nanohalka, nanokabuk, nanokiriş, nanokolon, nano-kompozit gibi malzemeler sayılabilir.

Grafen, yalnızca bir atom kalınlığında ve tekrarlayan altıgen petek kristal kafes yapısına sahip iki boyutlu  $sp^2$ -hibritleştirilmiş karbon katmanıdır. Ekstra geniş teorik spesifik

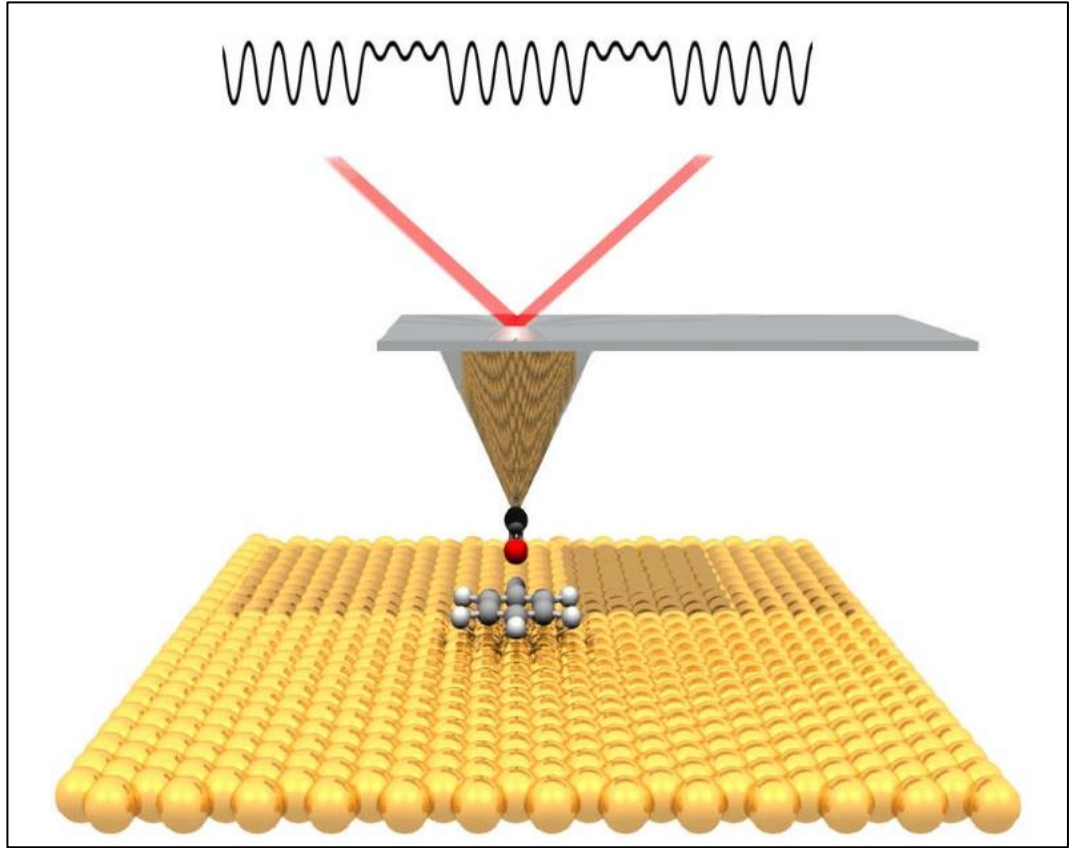
yüzey alan ( $2630 \text{ m}^2/\text{g}$ ), yüksek içsel hareketlilik ( $200 \text{ 000 cm}^2/\text{v/s}$ ), mükemmel termal iletkenlik ( $\sim 5000 \text{ W/m/K}$ ), yüksek optik geçirgenlik ( $\sim 97.7\%$ ) ve iyi elektriksel iletkenlik özellikleri ile heyecan verici bir malzemedir (Liew vd., 2017). Grafenin, moleküler dinamik (MD) simülasyonu yöntemi ile elde edilen mekanik özellikleri dikkat çekicidir. Ultra yüksek Young modülü ( $\sim 1.0 \text{ TPa}$ ) ve kopma dayanımına ( $\sim 130 \text{ GPa}$ ) sahiptir (Lee vd., 2008). Grafenin sentezlenmesi, nanomalzemeler için yeni bir çağın başlamasına sebep oldu. Grafit, KNT, fulleren, nanokoni gibi karbon allotropları grafenin geometrik olarak şekillendirilmesi ile elde edilmektedir. Grafenin çok ilginç fiziksel özellikleri vardır. Ambipolar alan etkisi, oda sıcaklığında kuantum Hall etkisi, son derece yüksek yük hareketliliği, tek molekül adsorpsiyon özellikleri bunlardan bazılarıdır. Yeni nesil yüksek hızlı ve radyo frekanslı mantık cihazları, NEMS, termal ve elektriksel olarak iletken takviyeli kompozitler, sensörler, rezonatörler, güneş pilleri ve ekranlar için şeffaf elektrotlar dahil olmak üzere pek çok cihazın bu özelliklerden tam olarak yararlanacak şekilde geliştirilmesi planlanmaktadır (Katsnelson, 2007). Günümüzde nanoteknoloji biliminin insanlığın kullanımına sunduğu önemli çıktılardan bir tanesi de NEMS'dir. NEMS'in belki de getirdiği en önemli sonuçlardan biri Atomik Kuvvet Mikroskobu (AKM)'dur.



**Şekil 2.3.** AKM'nin şematik gösterimi (Torun, 2020)

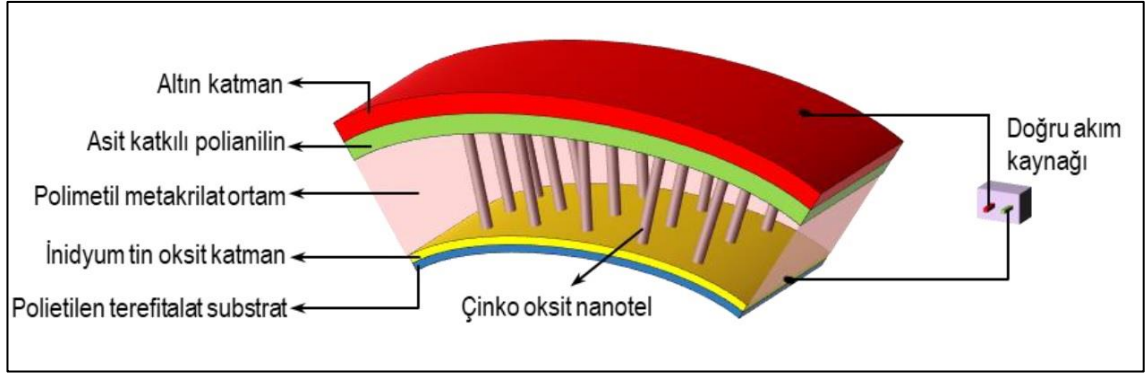
Şekil 2.3'de şematik gösterimi verilen AKM nano boyutta görüntüleme ve ölçüm yapabilmektedir. Manivelanın bağlı olduğu piezo, piezoelektrik kristallerden oluşmuş ve

üç boyutlu  $(x, y, z)$  ötelenmeye imkân veren sistem parçasıdır. (Torun, 2020) Manivelanın ucunda genellikle 0,2 nm ile 10 nm arasında kalınlığı sahip çok ince bir uç bulunur. Bu uç vasıtasıyla incelenen örnek üzerine uç örneğe yaklaştırılarak lazer ışığı verilir ve yüzey ile uç arasında çekme ve itme kuvvetleri oluşur. Oluşan bu kuvvetler vasıtasıyla topografik haritalara benzer bir harita oluşturulur. Şekil 2.4’de bu işlem görselleştirilmiştir. (Durakcan, 2017)



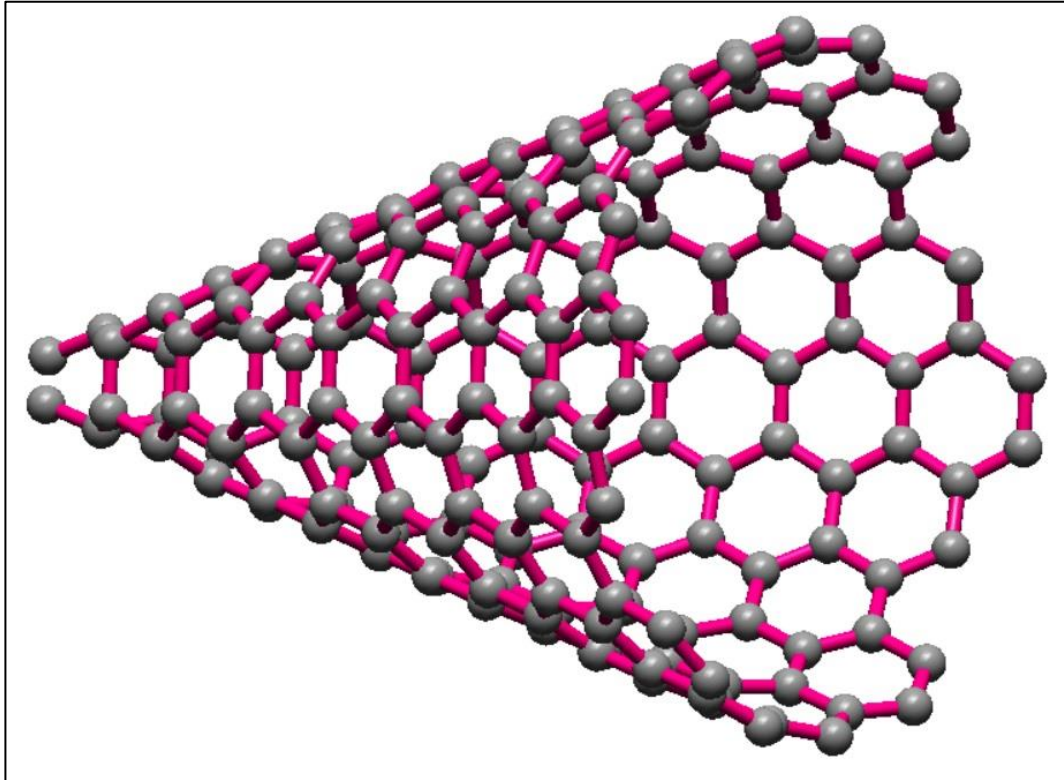
**Şekil 2.4.** AKM uygulaması (Durakcan, 2017)

Elektronik ve optik sistemlerde de NEMS'lere sıklıkla rastlanmaktadır. Örneğin Şekil (2.5)'de organik ve anorganik parçalardan oluşan ışık emmeli bir diyot gösterilmektedir. Bu diyot yapısındaki nanotel, yapının mekanik kısmını göstermektedir. (Numanoğlu, 2019)



**Şekil 2.5.** NEMS kullanılarak oluşturulan diyot (Numanoğlu, 2019)

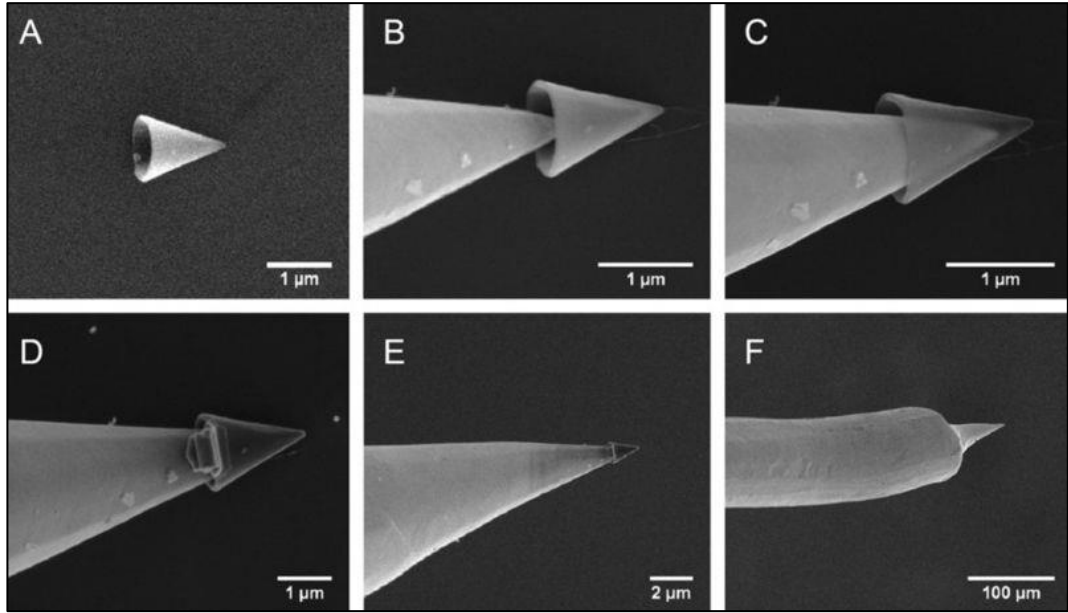
Nanoteller görüldüğü gibi bir boyutu diğer boyutlarından çok daha küçük olan nanoyapılardır. Yine grafenin bir yan ürünü olan karbon nanokoni ise nanotellere göre konik yapıları sebebiyle ayrışır. (Şekil 2.6)



**Şekil 2.6.** Karbon nanokoni moleküler yapısı

Karbon nanokoni karbon atomundan aldıkları son derece sağlam yapıları sayesinde günümüzde taramalı prob mikroskopunun (Scanning probe microscopy-TPM) altın

ucunun kaplanmasında kullanılmaktadır. Bu altın iğneler yüksek kimyasal kararlılıkları ve yüksek elektriksel iletkenlikleri sebebiyle TPM'nun önemli parçalarıdır. Fakat altının plastisitesinden dolayı uçları kolay şekilde aşınmaktadır. İşte karbon nanokoniiler hem geometrik yapıları hem de yüksek mukavemetleri sayesinde bu iğnelerin uç kaplamasında kullanılmaktadır. (Şekil 2.7) (“Karbon nanokon”, 2022)



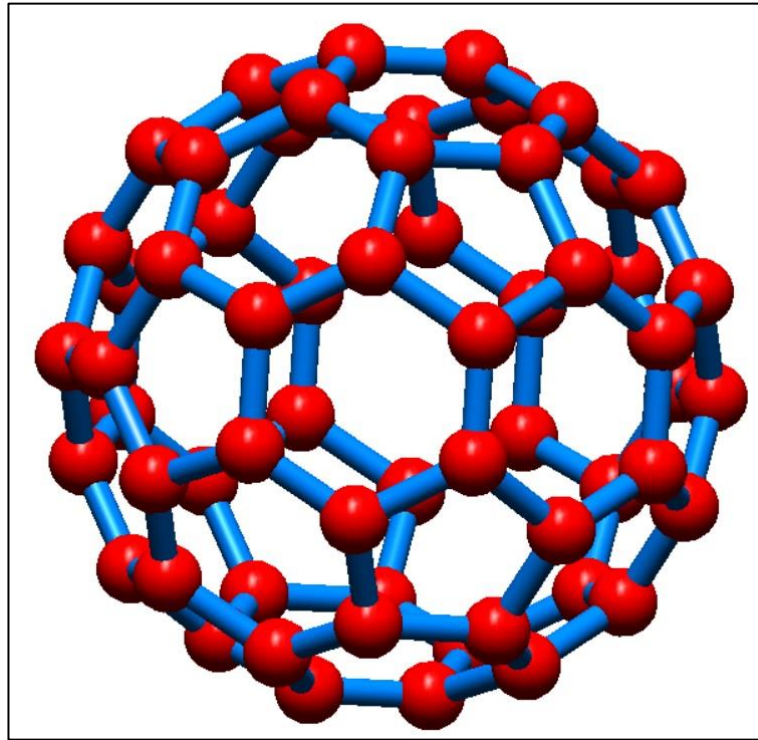
**Şekil 2.7.** Altın bir iğnenin sırasıyla karbon nanokoni ile kaplama işlemi (“Karbon nanokon”, 2022)

### 2.2.1. Fulleren (Buckminster fullerene)

Grafit ve elmastan sonra karbonun bir diğer allotropu olan fullerenin karbonun sıfır boyutlu allotropu olduğundan bahsedilmişti. İlk olarak 1985 senesinde Kroto, Smalley ve Curl tarafından karbon buharlaştırma yöntemi ile keşfedilen bu karbon allotropu ve ardından yaptıkları fullerenler üzerindeki çalışmalar 1996 Nobel Kimya Ödülü ile ödüllendirilmişlerdir (Güçlü, 2020). 2010 yılında Hubble Uzay Teleskopu Spitzer kullanılarak uzayda da gözlemlenen fullerenin, keşfinden önce karbon allotroplarından sadece ikisi olan, en yumuşak malzeme olan grafit ve en sert malzeme olan elmas bilinmekteydi (Güçlü, 2020). Fulleren üretilen ilk karbon nanoyapı olmasıyla da daha sonra arkasından gelecek karbon nanoyapılar için öncü olduğunu söylemek yanlış olmaz.

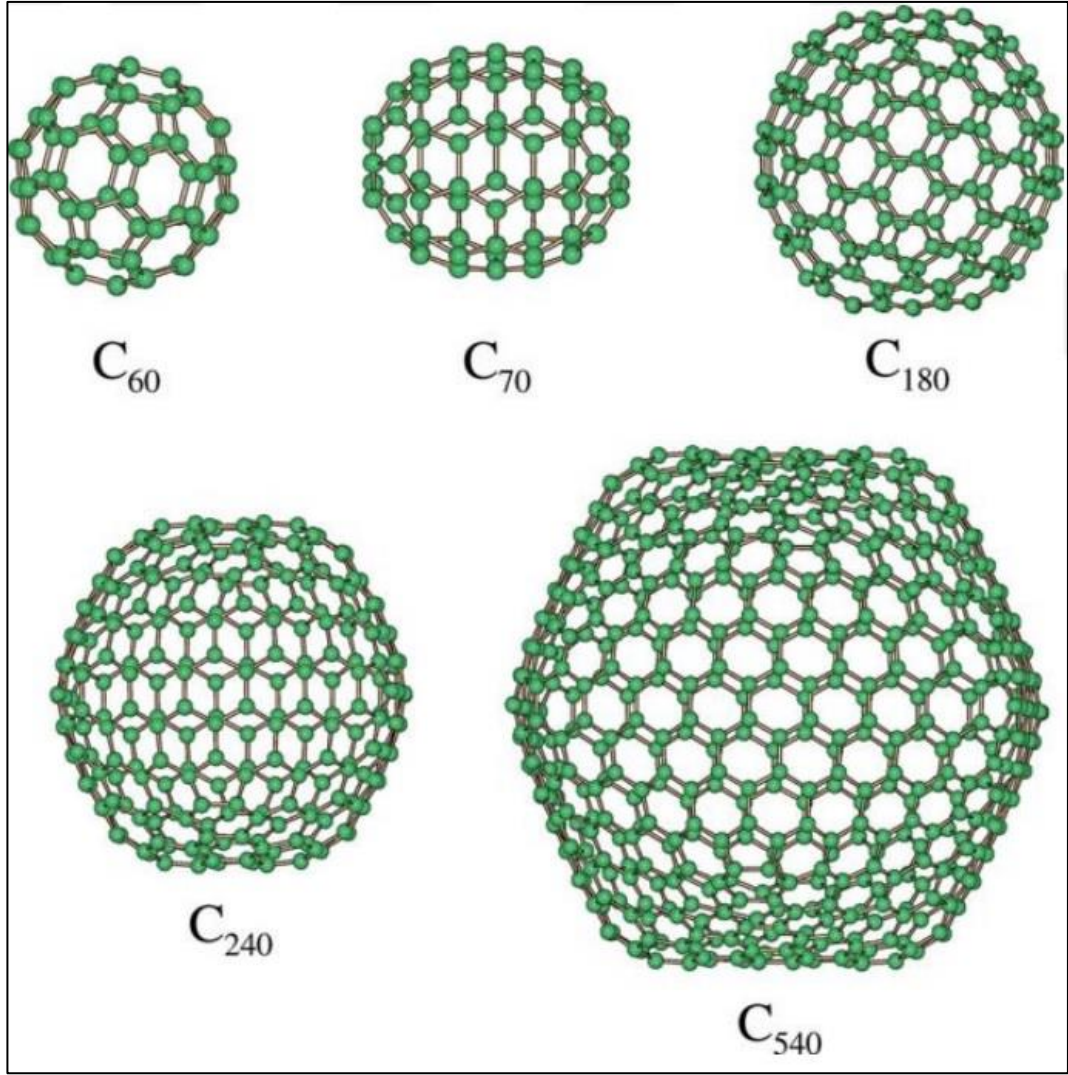


Fullerenler,  $C_{20+n}$  formülü ( $n$  bir tam sayı) ile gösterilmektedir. Örneğin 60 karbon atomundan oluşan fullerene  $C_{60}$  formülü ile gösterilmektedir (Bhushan, 2017). Fullerene  $C_{60}$ 'ın kafes şeklinde olan yapısını, on iki adet beşgen oluşturmaktadır. Bu beşgenlerin her biri beş adet altıgen ile çevrilidir. Şekil 2.8'de fullerene  $C_{60}$  molekül yapısı gösterilmiştir. Fullerene  $C_{60}$ , mimari yapılarda kubbe tasarlayan meşhur mimar Buckminster Fuller'in onuruna "Buckminster fullerene" olarak isimlendirilmiştir. Fullerene  $C_{60}$  şekli bir futbol topunu andırdığı için "Buckyball" ismi ile de anılmaktadır.



**Şekil 2.8.** Fullerene  $C_{60}$  molekül yapısı

Moleküler yapısındaki altıgenlerin adedine bağlı olarak, değişik boyutlarda fullerene elde edilebilir. Fullerene  $C_{60}$  molekülünün şekli düşünüldüğünde, fullereneğin küre şeklinde olduğu tahmin edilse de daha sonra yapılan çalışmalarda küre, koni ve silindir gibi farklı şekillerde fullereneğe de rastlanmıştır. Şekil 2.9'da çeşitli fullerene moleküllerinin şekilleri görülmektedir. (Değirmenci, 2019)

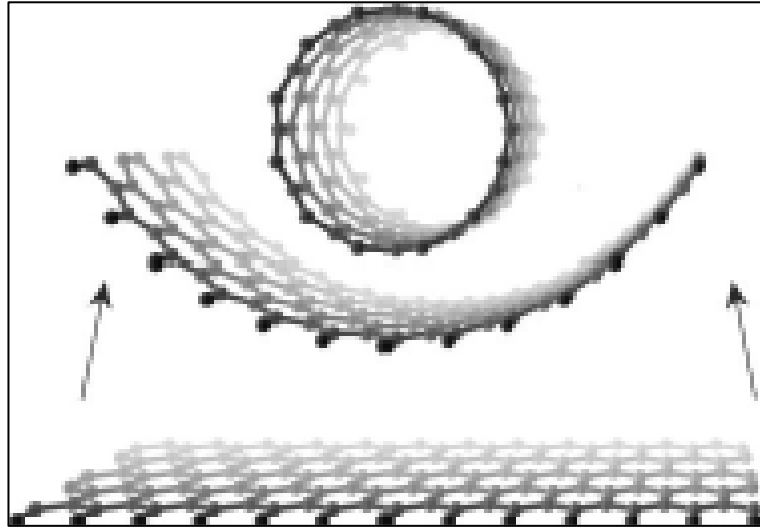


**Şekil 2.9.** Çeşitli fulleren molekül yapısı ve şekilleri (Değirmenci, 2019)

Fullerenler dikkat çekici özelliklerinden biri de çok fazla kullanım alanına sahip olmasıdır. Fullerenler, tıp alanında tanı koyulması, geliştirilmiş ilaçlar, anti-HIV ve antikanser ilaçları gibi pek çok alanda kullanılmaktadır. Aynı zamanda elektronik alanında da yakıt hücresi, güneş pili, transistör, indüktör, diyot ve dijital kamera gibi birçok kullanım imkanı mevcuttur. Ayrıca doğrusal olmayan optik malzemeler ve floresan görüntüleme tüpü gibi optik uygulama alanında da kullanılmaktadır. Endüstriyel alanda da çok fazla kullanımları söz konusu olan fulleren daha pek çok alanda kullanılmaya devam etmektedir. (Değirmenci, 2019)

### 2.2.2. Karbon nanotüpler

KNT'ler S. Iijima tarafından 1991 yılında bulunmuştur. Günümüze kadar birçok araştırmanın kaynağı olmuştur. KNT'ler grafen katmanının bir eksen etrafında kendi üzerine silindir biçiminde sarılması ile elde edilirler (Şekil 2.10) ve grafenin olağanüstü fiziksel özelliklerini paylaşırlar. KNT'ler tüm nanomalzemeler arasında grafen ile birlikte en önemlisidir. KNT'ler; nanoteknoloji, optik, nanoelektronik ve diğer bilim ve teknoloji alanları için büyük öneme sahiptir. Cihaz üretiminde yapı taşı görevi görürler ve geleneksel teknolojiler ile üretilen ürünlerin daha küçük boyutta üretilmesi için kullanılmaktadırlar. Daha az hammadde kullanımı sayesinde ekonomik ve çevre dostu üretim imkanı sunarlar (Roco vd., 2000). Malzeme bilimindeki en önemli 10 gelişmeden birisi olarak gösterilmektedir (Wood, 2008).



**Şekil 2.10.** Grafen yüzeyin sarılması (Muş, 2009).

KNT'ler, van der Waals kuvvetleri sebebiyle aralarında halat biçiminde birleşme eğilimini çok güçlü göstermeleri (Karimi vd., 2015), hafiflikleri (çok düşük yoğunluğa sahiptir), geniş yüzey alanları, yüksek mukavemetleri, yüksek elektriksel ve termal iletkenlikleri, mükemmel esneklikleri, yüksek korozyon ve oksidasyon dirençlerinin yanı sıra mikro yapılarının nispeten kolay uyarlanabilmesi gibi özellikleri nedeniyle malzeme biliminde büyük öneme sahiptir (Zhang vd., 2020). KNT'lerin yüksek rijiliği ve dayanımı; düzlemdeki karbon atomlarını birbirine bağlayan güçlü düzlem içi  $\sigma$  kovalent bağlarından

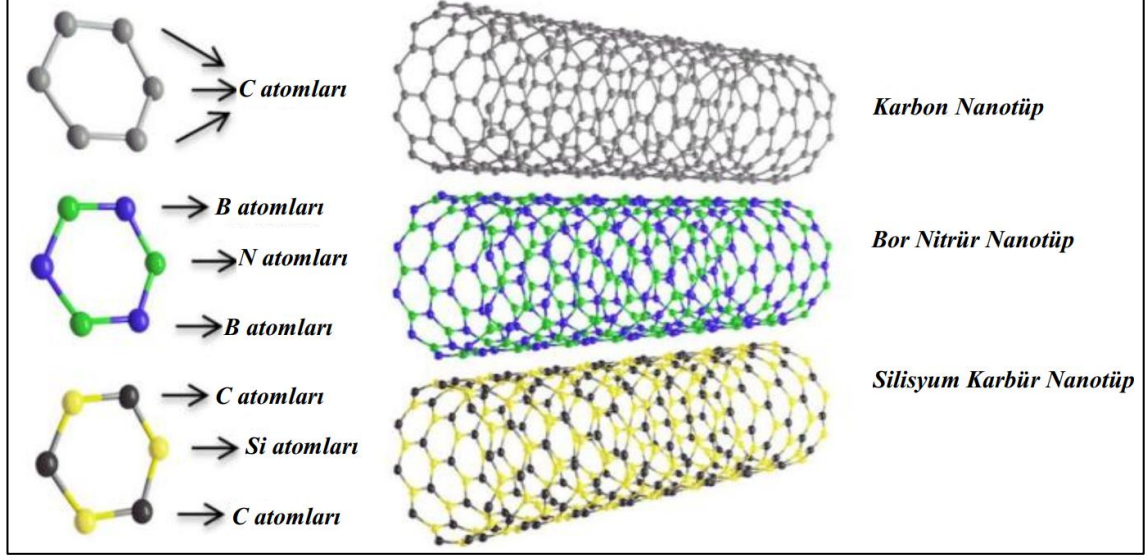
kaynaklanır (Dumitrica vd., 2006). Bu basit kovalent bağlı karbon açı, son derece benzersiz bir nanoyapıya yol ağar ve KNT'leri yapı ve yapı-özellik ilişkileri açısından nanomalzemeler içerisindeki en çeşitli ve en zengin malzeme kılar. KNT'ler yapıları bakımından, tek duvarlı (katmanlı) karbon nanotüpler (TDKNT) ve çok duvarlı (katmanlı) karbon nanotüpler (ÇDKNT) olarak ikiye ayrılırlar. ÇDKNT, eşmerkezli birden fazla nanotüpten meydana gelmektedir. TDKNT'in çapları 1 nm'den daha küçük olabilirken, ÇDKNT'in çapları 100 nm'nin üzerine çıkabilir. Bu tüplerin uzunlukları birkaç mikrometreden başlayarak, milimetre değerlerine kadar ulaşabilir (Aqel vd., 2012).

KNT'ler esnek ve sağlamdır. Mekanik çekme dayanımı çok yüksektir. Örneğın çapları yaklaşık 1-2 nm olan tüplerden bir araya getirilmiş bir demeti, koparabilmek için uygulanan çekme kuvveti, yaklaşık 36 GPa'dır. Sağlam bir karbon nanotüp, neredeyse kendi ağırlığının 300 milyon katı bir ağırlığı taşıyabilir. Herhangi bir katkı maddesi eklenmeden sadece karbon nanotüpün geometrik parametrelerinin oynanmasıyla, elektronik özelliklerinde değişikliğe gidilebilir. (M. Ö. Yaylı, 2010)

Karbon nanotüplerin yoğunlukları da oldukça düşüktür. Isı iletkenliği elmastan daha iyidir. Karbon nanotüplerin ikinci boyutları yani kalınlıkları uzunluklarına göre çok daha küçüktür yani boy-en oranı 1000 değerinin üzerine çıkmaktadır. Kimyasal olarak son derece kararlı olmalarının yanı sıra yüksek sıcaklıklar ve oksijen bir arada etki etmediği sürece hemen hemen tüm kimyasal etkilere karşı dayanıklıdırlar. (Güçlü, 2020)

Sayılan tüm bu özellikler karbon nanotüplerin, ısı iletkenliğinde, ultra yüksek mukavemetli kompozitlerde, enerji depolanmasında, yüksek frekanslı osilatörlerde, MEMS ve NEMS'de, elektronik birçok sistemde, eczacılık, tıp, ilaç sanayii gibi birçok alanda kullanılan ve kullanılmaya devam edilecek bir malzeme haline getirmiştir. Daha önce hiçbir malzeme; KNT'lerin sahip olukları olağanüstü mekanik, termal, kimyasal ve elektronik özellikleri bir arada içermemiştir. Bu nedenle bu konudaki araştırmalar yoğun olarak devam etmektedir. Ayrıca veriler, KNT'lerin dünya çapındaki yıllık üretim kapasitesinin, 2006 ile kıyaslandığında 2011'de en az 10 kat arttığını göstermektedir (de

Volder vd., 2013). Karbon haricinde nanotüplerin silisyum karbür ve bor nitrür gibi türleri de vardır. Şekil 2.11’de farklı türdeki nanotüpler yer almaktadır (Işık, 2018).

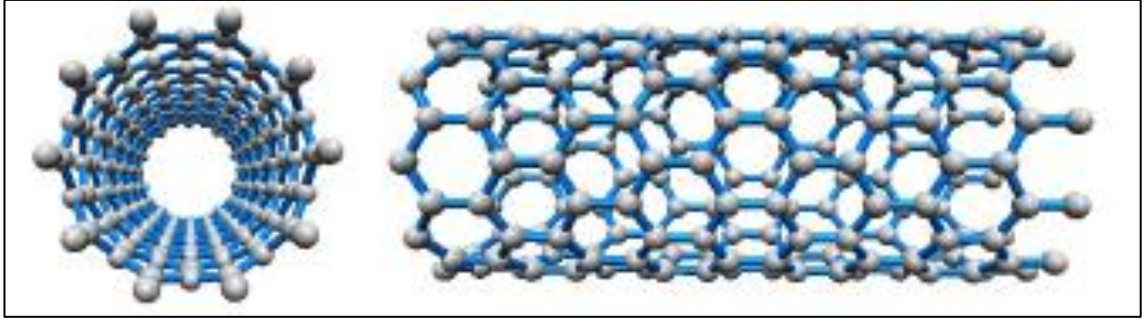


**Şekil 2.11.** Farklı türlerdeki nanotüpler (Işık, 2018).

KNT’ler üstünlükleri nedeniyle elektronik, hassas mühendislik, enerji, alan emisyonu, biyoloji, tıp ve diğer farklı alanlardaki uygulamalar için değerlendirilmektedir (Jorio vd., 2007). Yüksek en-boy oranı, yüksek yüzey-hacim oranı, nano boyutlu içi boş geometri, iletkenlik veya yarı iletkenlik gibi çok dikkat çekici termal, optik, fiziksel, elektriksel, kimyasal özelliklere sahip olmalarından dolayı kullanım alanları çok geniş yapılardır (Schrlau, 2011). Bilim dünyasında karbon nanotüplerin bu benzersiz özelliklerinin geliştirdiği alanlardan biri nanotüp tabanlı sensörlerin geliştirilmesi ve kullanılmasıdır.

KNT sentezi için farklı yöntemler mevcuttur. Genellikle, üç ana teknik kullanılır: ark boşaltma yöntemi, lazer ablasyon yöntemi ve kimyasal buhar biriktirme yöntemi. Plastik piroliz, alev sentezi ve sıvı hidrokarbon sentezi gibi başka sentezleme yöntemleri de vardır (Gupta vd., 2019).

Karbon nanotüpleri oluşumuna göre yani yapılarına göre sınıflandırdığımızda Şekil 2.12’deki gibi sadece bir grafenin bir eksenini etrafında dönmesiyle oluşan silindirik yapıları karbon nanotüplerine Tek Duvarlı Karbon Nanotüp (TDKNT) denilmektedir.



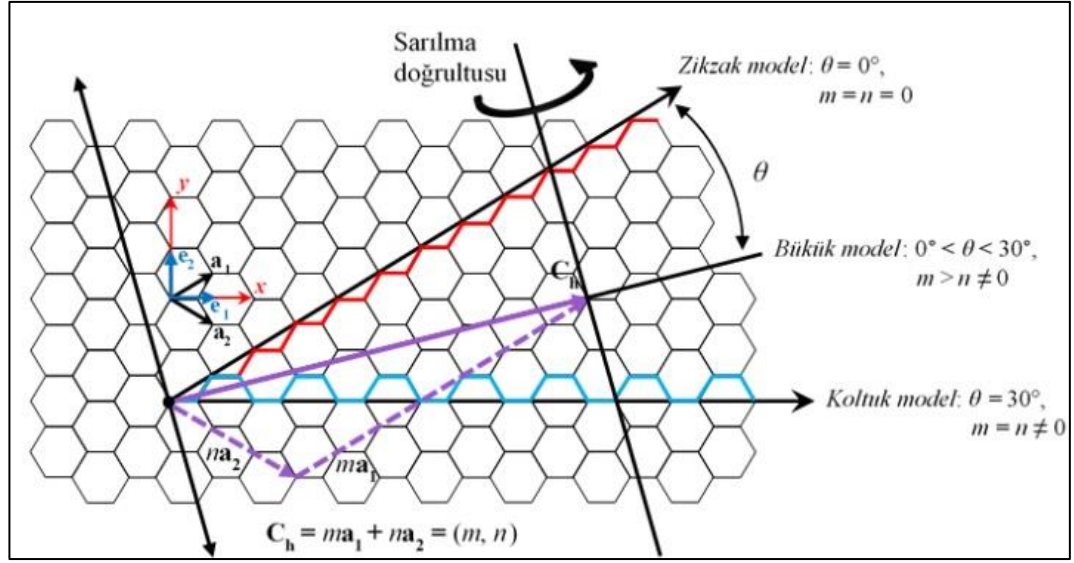
**Şekil 2.12.** Tek duvarlı karbon nanotüp

Bu nanotüplerin uçları yapısına bağlı olarak açık ya da kapalı olabirse de karbon atomunun kuvvetli bağlanma gücünden dolayı TDKNT'lerin iki ucu genellikle kapalıdır. Çizelge 2.2'de TDKNT'lerin özellikleri hakkında sayısal bilgiler verilmektedir.

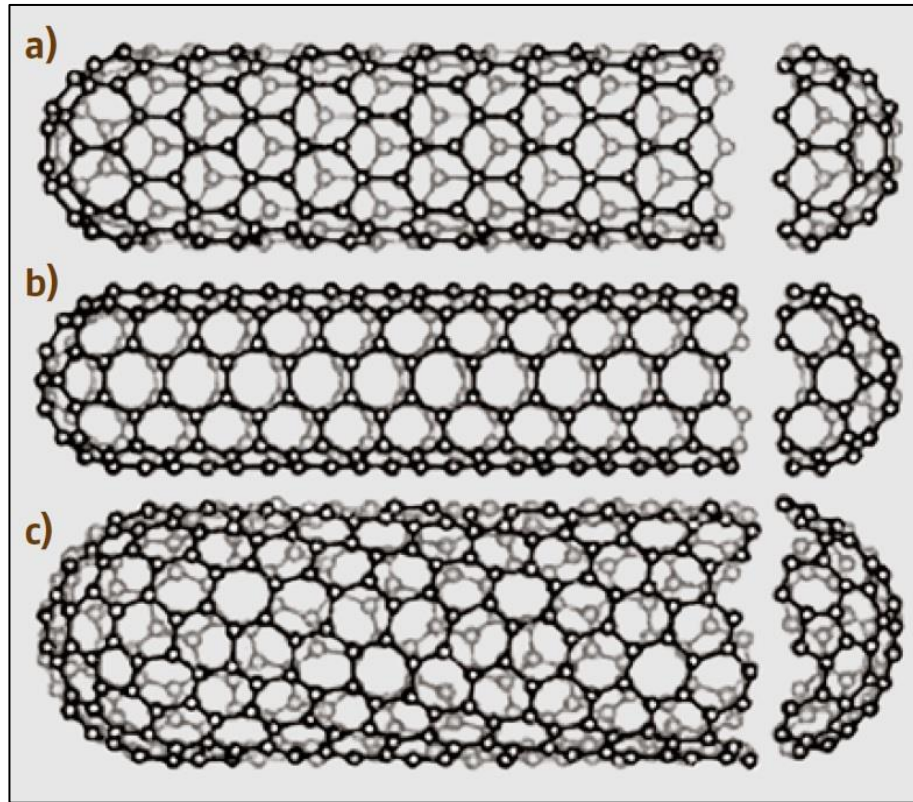
**Çizelge 2.2.** Tek duvarlı nanotüplerin özellikleri (Yetim, 2011).

TDKNT dış çapı	1-2 nm
TDKNT iç çapı	0.8-1.6 nm
TDKNT ash	< 1.5 wt %
TDKNT saflığı	> 90 wt %
Amory karbon içeriği	< 3 wt %
TDKNT uzunluğu	5-30 $\mu$ m
TDKNT spesisif yüzey alanı	407 m <sup>2</sup> /g
TDKNT elektriksel iletkenliği	> 10 <sup>-2</sup> S/cm

Teorik açıdan bakıldığında birçok çeşit TDKNT oluşumu mümkündür. Bunun sebebi grafen tabakasının birçok şekilde ve farklı açılarda sarılabilmesidir (Şekil 2.13 ve Şekil 2.14).



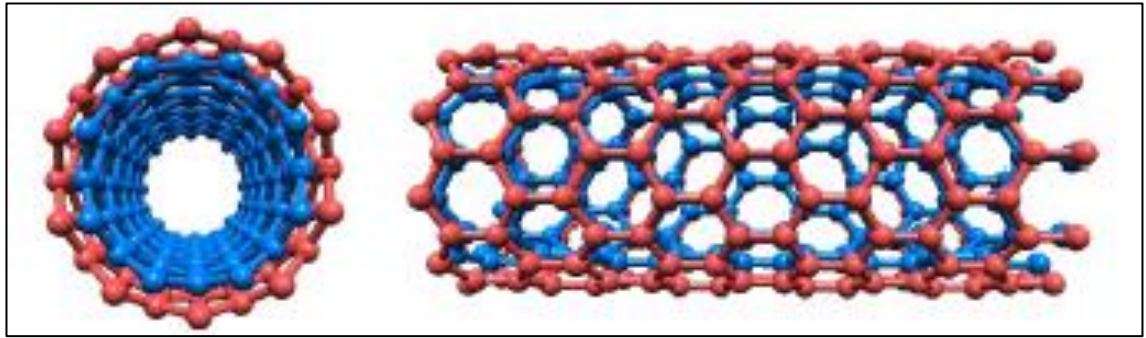
Şekil 2.13. Grafen örtü yol taslağı (Numanoğlu, 2019)



Şekil 2.14. Üç farklı TDKNT yapısının çizimi: (a) zikzak tipi nanotüp, (b) koltuk tipi (armchair) nanotüp, (c) sarmal tipi (bükük-helezonik-kiral) nanotüp (Bhushan B, 2017).

Şekil 2.13'de gösterilen grafen tabakasında  $C_h$  kiral vektörünü,  $\theta$  kiral açısını göstermektedir. Tek duvarlı karbon nanotüplerin elektriksel açıdan farklılık

göstermelerinde de bu açı ve vektörün önemi büyüktür. Aynı atomlara sahip olmalarına rağmen grafen tabakasında bulunan kiral vektörünün yönü TDKNT'lerin elektriksel özelliklerini değiştirmektedir. Örneğin koltuk tipi nanotüpler (Şekil 2.14.b), olabilecek en yüksek düzeyde iletkenlik gösterirken, zikzak tipi nanotüpler (Şekil 2.14.a) yarıiletken formdadırlar. Bu özelliklerine bağlı olarak bakıldığında ÇDKNT'ler yapısı gereği sürekli iletkenken, TDKNT'ler ise kiral vektörünün doğrultusuna bağlı olarak iletken, yarıiletken ve hatta yalıtkan olabilmektedirler. (Güçlü, 2020) TDKNT'lerin aksine ÇDKNT'ler yapı olarak Şekil 2.15'deki gibi birden fazla grafenin üst üste gelerek oluşturduğu, iç içe geçmiş karbon tüpleridir. Duvarların sayısı (veya iç içe geçmiş nanotüplerin sayısı), ikiden başlarken üst limiti bulunmamaktadır. Tüpler arası mesafe, yani iki duvar arası mesafe 0,34 nm'dir. (Bhushan, 2017) Çizelge 2.3'de ÇDKNT'lerin özellikleri hakkında sayısal bilgiler verilmektedir.



**Şekil 2.15.** Çok duvarlı karbon nanotüp

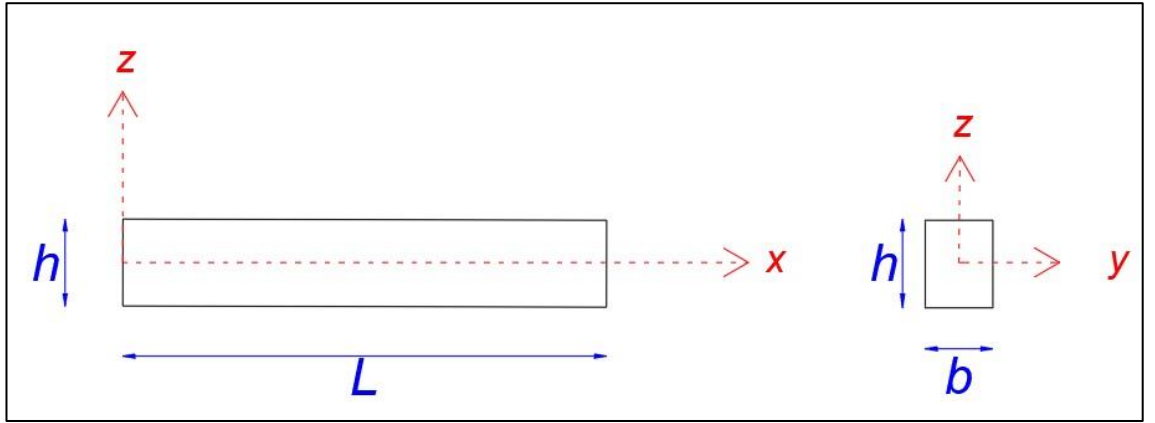
**Çizelge 2.3.** Çok duvarlı nanotüplerin özellikleri (Yetim, 2011).

ÇDKNT dış çapı	< 8 nm
ÇDKNT iç çapı	2-5 nm
ÇDKNT ash	< 1.5 wt %
ÇDKNT saflığı	> 95 wt %
ÇDKNT uzunluğu	10-30 µm
ÇDKNT spesifik yüzey alanı	500 m <sup>2</sup> /g
ÇDKNT elektriksel iletkenliği	> 10 <sup>-2</sup> S/cm



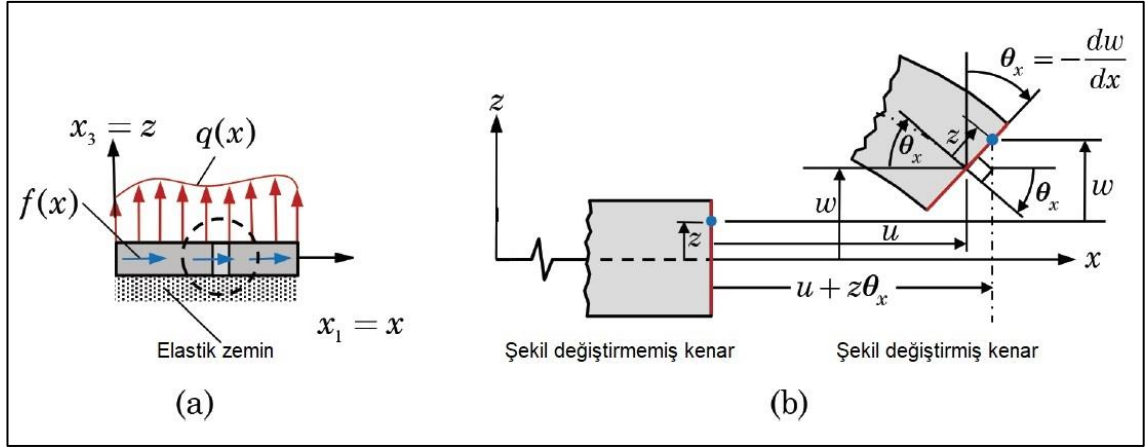
### 2.3. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi

Günümüzde bir boyutu diğer iki boyutuna göre çok daha uzun olan yapıların mekaniğinin anlaşılmasında yardımcı olan kiriş teorileri sıkça kullanılmaktadır. Bu teoriler tek boyutlu modellerdir. Euler-Bernoulli, Timoshenko, Rayleigh ve Kayma(Shear) kiriş teorileri çokça kullanılan ve kabul görmüş teorilerdir. Bu çalışma kapsamında kullanılan kiriş teorilerinden bir tanesi Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi (EBT)'dir.



Şekil 2.16. EBT kirişi

Koordinat eksenleri ve boyutları Şekil 2.16'da verilen Euler-Bernoulli kirişi için EBT'nin belirli kabulleri vardır. Kiriş sürekli ve homojendir, dolayısıyla her noktasında aynı elastisite modülüne sahiptir. Hooke Kanunu geçerlidir, yani gelirme-şekil değiştirme arasında orantılı bir bağlantı vardır. Kirişte bulunan düzlem kesitleri şekil değiştirmenin öncesinde ve sonrasında değişmez ve kirişin uzunluğunda bir değişiklik olmaz. (Şekil 2.17) (Sunguroğlu, 2015)



**Şekil 2.17.** EBT kirişi şekil değiştirme kinematığı (Reddy 2022'den değiştirilerek alınmıştır)

Euler-Bernoulli kirişin yer değiştirmeleri şöyle tarif edilebilir (Zakaria ve Harthy, 2017):

$$u_x(x, z, t) = -z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (2.1a)$$

$$u_y(x, z, t) = 0 \quad (2.1b)$$

$$u_z(x, z, t) = w(x, t) \quad (2.1c)$$

Burada,  $u_x$ ,  $u_y$  ve  $u_z$ , sırasıyla  $x$ ,  $y$  ve  $z$  yönlerinde yer değiştirmeleri temsil ederken,  $t$  zamanı,  $u$  ve  $w$  tarafsız eksen üstündeki herhangi bir noktanın sırasıyla boyuna ve enine yer değiştirmelerini temsil etmektedir. (Uzun, 2019)

$\epsilon$  şekil değiştirme tensörü aşağıdaki gibi tarif edilebilir:

$$\epsilon = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.2)$$

Denklem (2.2)'de  $u_{i,j}$  ve  $u_{j,i}$  olarak belirtilen ifadelerde alt indislerdeki virgülden önceki indise sahip fonksiyonun, sonraki alt indis olarak verilen parametreye göre bir kez türevinin alınması demektir (Uzun, 2019):

$$u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial j} \quad (2.3)$$

$$u_{j,i} = \frac{\partial u_j}{\partial i} \quad (2.4)$$

Denklem (2.2)'den EBT'nin şekil değiştirmeleri şöyle elde edilebilir (Uzun, 2019):

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x(x, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial u_x(x, z, t)}{\partial x} \right) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x(x, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial u_y(x, z, t)}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x(x, z, t)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(x, z, t)}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \left( -\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y(x, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial u_y(x, z, t)}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y(x, z, t)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(x, z, t)}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z(x, z, t)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(x, z, t)}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.10)$$

EBT'ye göre kartezyen koordinat sisteminde gerilme ve deplasmanları veren yönetici denklemler vektörel formda şu şekilde yazılabilir (Reddy, 2022):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma_{xx} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \sigma_{xx} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \sigma_{xz} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma_{xz} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \sigma_{xz} \right) + f_x(x) = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma_{xz} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \sigma_{xz} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} \sigma_{xz} \right) + f_z(x) = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad (2.12)$$

Burada  $\rho$  yoğunluęu,  $\sigma_{xx}$  ve  $\sigma_{xz}$  kesitteki gerilme bileřenlerini,  $f_x$  ve  $f_z$  ise her bir birim noktaya dűřen kuvvetleri ifade etmektedir.

Denklem (2.11) ve Denklem (2.12) kirişin kesit alanı  $A$  boyunca integrali alınırsa ( $u$  ve  $w$ 'nin sadece  $x$ 'in fonksiyonu olduğu unutulmamalıdır) (Reddy, 2022):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( N_{xx} + \frac{\partial u}{\partial x} N_{xx} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} M_{xx} - \frac{\partial w}{\partial x} N_{xz} \right) - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} N_{xz} + f = m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - m_1 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( N_{xz} + \frac{\partial w}{\partial x} N_{xx} \right) - c_f w + q = m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

Denklem (2.13) ve Denklem (2.14)'te  $N_{xx}$  aksel kuvvet,  $N_{xz}$  kesme kuvveti ve  $M_{xx}$  de z eksenini yukarı yönlü pozitif durumdayken, saat yönünde y eksenini etrafındaki eğilme momentidir ve şu şekilde tarif edilir:

$$N_{xx} = \int_A \sigma_{xx} dA, \quad N_{xz} = \int_A \sigma_{xz} dA, \quad M_{xx} = \int_A z \sigma_{xx} dA \quad (2.15)$$

$m_0, m_1$  ve  $m_2$  ise kütle atalet momentleridir ve şu şekilde gösterilir:

$$m_0 = \int_A \rho dA, \quad m_1 = \int_A z \rho dA, \quad m_2 = \int_A z^2 \rho dA \quad (2.16)$$

Ayrıca  $f = Af_x$  ve  $q = Af_z$  sırasıyla aksel doğrultudaki yayılı yük ve düşey doğrultudaki yayılı yükü göstermektedir. Kirişin, temel modülü  $k_f$  olmak üzere lineer elastik bir temele oturduğu kabul edilirse,  $c_f = Ak_f$  temel modülü ise her bir noktadaki birim deplasman başına düşen kuvvet olarak ölçülür. Denklem (2.7)'den görüldüğü gibi EBT'ye göre  $\varepsilon_{xz} = 0$  olduğu ve  $G$  kayma modülü olmak üzere  $\sigma_{xz} = 2G\varepsilon_{xz}$  olduğu için  $\sigma_{xz} = 0$  olur. (Reddy, 2022)

Denklem (2.11)'i  $z$  ile çarpıp,  $\sigma_{xz} = 0$  olduğunu da dikkate alarak kirişin kesit alanı  $A$  boyunca integrali alınarak çeşitli cebirsel manipülasyonların ardından aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( M_{xx} + \frac{\partial u}{\partial x} M_{xx} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} P_{xx} - \frac{\partial w}{\partial x} R_{xz} \right) - N_{xz} + \frac{\partial u}{\partial x} N_{xz} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} R_{xz} \\ = m_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - m_2 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Burada  $P_{xx}$  ve  $R_{xz}$  yüksek mertebeden gerilmelerdir ve şu şekilde tanımlanır (Reddy, 2022):

$$P_{xx} = \int_A \sigma_{xx} z^2 dA, \quad R_{xz} = \int_A \sigma_{xz} z dA \quad (2.18)$$

İhmal edilebilir derecede küçük büyüklükleri ihmal ederek, Denklem (2.13), Denklem (2.14) ve Denklem (2.17) basitleştirirsek EBT'nin yönetici denklemlerine ulaşabiliriz:

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + f = m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - m_1 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial N_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial x} N_{xx} \right) - c_f w + q = m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - N_{xz} = m_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - m_2 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \quad (2.21)$$

Bu üç denklem EBT'nin yönetici denklemleridir.  $\sigma_{xz} = 0$  olmasından dolayı Denklem (2.15)'e göre  $N_{xz}$ 'nin de sıfır olması beklenebilir fakat buradaki önemli nokta Şekil 2.12'deki gibi bir  $q$  yükü altında kirişte iç kuvvetlerin oluşması kaçınılmaz olduğudur. Dolayısıyla Denklem (2.21)'de  $N_{xz}$ 'yi yalnız bırakarak Denklem (2.20)'de yerine yazılırsa yönetici denklemlerinin en basit haline ulaşılmış olur (Reddy, 2022):

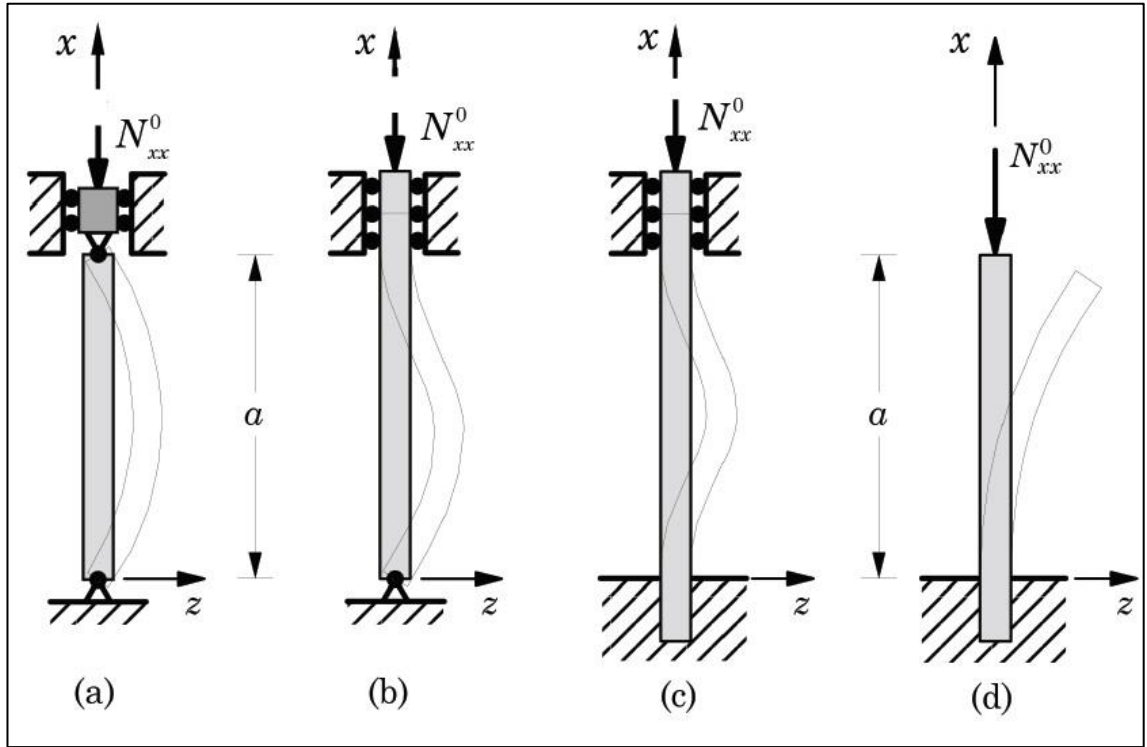
$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + f = m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - m_1 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial x} N_{xx} \right) - c_f w + q = m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_1 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} - m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (2.23)$$

Denklem (2.22) ve Denklem (2.23) EBT'nin Newton yasalarına dayalı olan vektör yöntemine göre türetilmiş yönetici denklemlerdir. Bu yönetici denklemler varyasyonel prensiplere dayanan enerji yöntemi ile de türetilir. (Reddy, 2022)

### 2.3.1. Burkulma formülasyonu

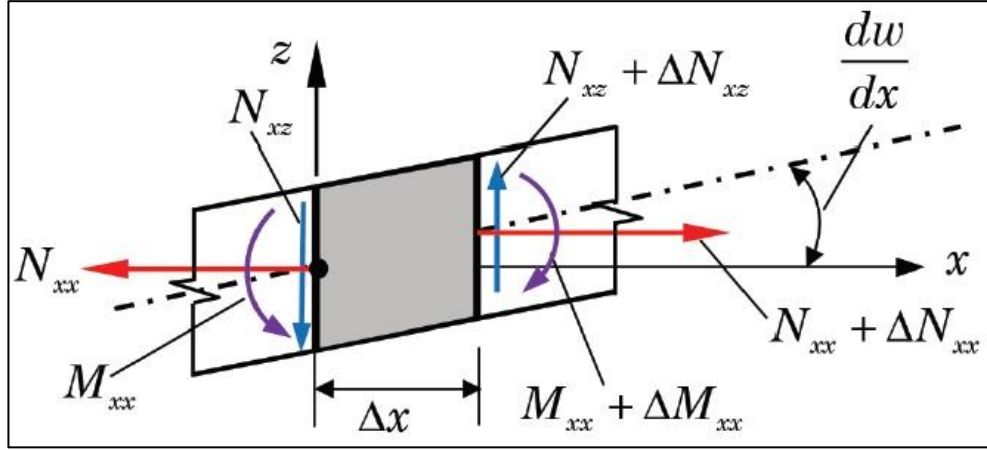
Çubuk eksenini ( $x$ ) doğrultusunda  $N_{xx} = -N_{xx}^0$  basınç yüklemesine maruz kalan bir kiriş elemanı, yüklenen yük arttıkça kısalır. Bununla birlikte, aksel basınç yükünün çubuk ekseninden küçük bir eksantrikliği nedeniyle, büyük bir yanal (kirişin eksenine dik) hareketi meydana gelebilir ve kiriş stabilitesini yitirebilir. İşte bu stabilite yitirilmesine burkulma adı verilir. Şekil (2.18)'de çeşitli mesnetlenme durumları için tipik burkulma modları verilmektedir. (Reddy, 2022)



**Şekil 2.18.** Çeşitli mesnetlenme durumlarında burkulma modları: (a) Basit-Basit (b) Basit-Tutulu (c) Tutulu-Tutulu (d) Tutulu-Serbest (Reddy, 2022)

Kirişin stabilitesini yitirdiği en düşük aksel yüklemeye kritik burkulma yükü adı verilir. Aksel yük kritik burkulma yükünü aşarsa kiriş büyük şekil değiştirmeler meydana gelir. Dolayısıyla kritik burkulma yükü çubuk elemanların tasarımında son derece önemlidir.

Homojen izotrop bir kiriş için burkulma başlangıcından sonra olmak üzere ölçülen  $N_{xx}^0$  basınç yükü altında alınan birim parçanın serbest cisim diyagramı Şekil (2.19)'da verilmektedir.



Şekil 2.19. Deforme olmuş kiriş parçasının serbest cisim diyagramı (Reddy, 2022)

Şekil (2.19)'da görülen deforme olmuş kiriş parçasının denge denklemleri yazılırsa:

$$-N_{xx} + (N_{xx} + \Delta N_{xx}) = 0 \quad (2.24)$$

$$-N_{xz} + (N_{xz} + \Delta N_{xz}) = 0 \quad (2.25)$$

$$-M_{xx} + (M_{xx} + \Delta M_{xx}) - N_{xz} \Delta x + N_{xx} \Delta x \frac{dw}{dx} = 0 \quad (2.26)$$

$\Delta x$  sıfıra giderken ( $\Delta x \rightarrow 0$ ) aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\frac{dN_{xx}}{dx} = 0 \quad \frac{dN_{xz}}{dx} = 0 \quad \frac{dM_{xx}}{dx} - N_{xz} + N_{xx} \frac{dw}{dx} = 0 \quad (2.27)$$

Denklem (2.27)'deki moment ifadesinin bir kere daha türevi alınırsa (Denklem (2.27)'de

$\frac{dN_{xz}}{dx} = 0$  olduğu da dikkate alınarak):

$$\frac{d^2 M_{xx}}{dx^2} + \frac{d}{dx} \left( N_{xx} \frac{dw}{dx} \right) = 0 \rightarrow \frac{d^2 M_{xx}}{dx^2} + N_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (2.28)$$

elde edilir.  $w$  burkulma öncesi denge durumunda ölçülen enine sapma,  $D_{xx}$  bükülme rijitliği ve  $A_{xy}$  değiştirilmiş çifte gerilme teorisine bağlı rijitlik olmak üzere Denklem (2.28) Reddy (2022)'ye göre şu şekilde yazılır:

$$(D_{xx} + A_{xy}) \frac{d^4 w}{dx^4} + N_{xx}^0 \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (2.29)$$

Denklem (2.29)'un  $x$ 'e göre iki kere integrali alınır:

$$D_{xx}^e \frac{d^2 w}{dx^2} + N_{xx}^0 w = K_1 x + K_2 \quad D_{xx}^e = D_{xx} + A_{xy} \quad (2.30)$$

veya

$$\frac{d^2 w}{dx^2} + \lambda^2 w = \frac{1}{D_{xx}^e} (K_1 x + K_2) \quad (2.31)$$

burada  $K_1$  ve  $K_2$  integrasyon sabitleri ve  $\lambda$  ise Lamé sabitidir:

$$\lambda^2 = \frac{N_{xx}^0}{D_{xx}^e} \quad (2.32)$$

olur.

Denklem (2.30) ikinci derece bir diferansiyel denklemdir ve çözümünü iki parçalıdır, homojen çözüm ve özel çözüm. Bu denklemin homojen ve özel çözümleri sırasıyla Reddy (2022) tarafından şu şekilde verilmiştir:

$$w_h(x) = c_1 \sin \lambda x + c_2 \cos \lambda x \quad w_p(x) = \frac{1}{D_{xx}^e \lambda^2} (K_1 x + K_2) \quad (2.33)$$



Denklem (2.34)'de verilen tam çözüm ise EBT'nin burkulma formülasyonunu vermektedir:

$$w(x) = c_1 \sin \lambda x + c_2 \cos \lambda x + c_3 x + c_4 \quad (2.34)$$

Burada  $c_3 = K_1 / D_{xx}^e \lambda^2$  ve  $c_4 = K_2 / D_{xx}^e \lambda^2$  şeklinde tanımlanır.  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  ve  $c_4$  olmak üzere dört integrasyon sabiti de burada tanımlanmıştır. Bu katsayıların tamamının sıfır olmaması gerektiği unutulmamalıdır. Mesnetlenme koşullarına göre bu katsayılar değişecek ve burkulma fonksiyonu belirlenecektir. (Reddy, 2022)

### 2.3.1. Doğal titreşim frekansı

Mekanik veya termal herhangi bir yük altında olmayan kirişlerin doğal titreşimin fonksiyonları için Denklem (2.29)'a atalet momentleri etkilerinin de dahil edilmesi gerekir. Bu etkilerin dahil edildiği denklem dönüşümü Reddy (2022) tarafından şu şekilde gösterilmiştir:

$$D_{xx}^e \frac{d^4 w}{dx^4} - \hat{N}_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} = m_2 \frac{d^4 w}{dx^2 dt^2} - m_0 \frac{d^2 w}{dt^2} \quad (2.35)$$

Burada  $\hat{N}_{xx}$  uygulanan aksenal çekme kuvvetidir. Doğal titreşimin formülasyonunun ortaya çıkabilmesi için Denklem (2.29)'un çözümü içinde doğal titreşim periyodunun bulunması gerekir:

$$w(x, t) = w_0(x) \cos \omega t \quad (2.36)$$

Burada  $\omega$  doğal titreşim frekansı ve  $w_0(x)$  ise mod şeklindedir. Denklem (2.35)'de  $w$  yerine Denklem (2.36)'yı yazarsak ve  $\cos \omega t$  ifadesini iptal edersek (çünkü sonuç her hangi bir  $t$  süresi için hesaplanacak) (Reddy, 2022):

$$D_{xx}^e \frac{d^4 w_0}{dx^4} - \hat{N}_{xx} \frac{d^2 w_0}{dx^2} = m_0 \omega^2 w_0 - m_2 \omega^2 \frac{d^2 w_0}{dx^2} \quad (2.37)$$

Denklem (2.37) aşağıdaki gibi genel formda yazılabilir:

$$a \frac{d^4 w_0}{dx^4} + b \frac{d^2 w_0}{dx^2} - c w_0 = 0 \quad (2.38)$$

burada:

$$a = D_{xx}^e \quad b = \omega^2 m_2 - \hat{N}_{xx} \quad c = \omega^2 m_0 \quad (2.39)$$

Reddy (2022)'ye göre Denklem (2.38)'deki diferansiyel eşitliğin homojen kısmının çözümü aşağıdaki gibi varsayılır:

$$w_0(x) = A e^{rx} \quad (2.40)$$

ve Denklem (2.38)'e uygulanırsa:

$$ar^4 + br^2 - c = 0 \quad \text{veya} \quad as^2 + bs - c = 0 \quad (s = r^2) \quad (2.41)$$

Denklem (2.41)'in kökleri aşağıdaki gibidir:

$$s_1 = \frac{1}{2a} \left( -b - \sqrt{b^2 + 4ac} \right) \equiv -\lambda^2 \quad s_2 = \frac{1}{2a} \left( -b + \sqrt{b^2 + 4ac} \right) \equiv \tilde{\mu}^2 \quad (2.42)$$

Böylece çözüm şu şekilde gösterilebilir (Reddy, 2022):

$$w_0(x) = c_1 \sin \lambda x + c_2 \cos \lambda x + c_3 \sinh \tilde{\mu} x + c_4 \cosh \tilde{\mu} x \quad (2.43)$$

burada Lamé sabitleri şu şekilde tanımlanır:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{2a}(b + \sqrt{b^2 + 4ac})} \quad \tilde{\mu} = \sqrt{\frac{1}{2a}(-b + \sqrt{b^2 + 4ac})} \quad (2.44)$$

ve  $c_1, c_2, c_3$  ve  $c_4$  sınır şartlarına göre hesaplanan integrasyon sabitleridir.

Titreşimin frekansı  $\lambda$  veya  $\tilde{\mu}$  Lamé sabitlerinden biriyle hesaplanabilir.  $\lambda$  sabitiyle yapılan titreşim frekans hesabı aşağıda verilmiştir:

$$(2a\lambda^2 - b)^2 = b^2 + 4ac \quad \text{veya} \quad a\lambda^4 - b\lambda^2 - c = 0 \quad (2.45)$$

Denklem (2.39)'dan  $a, b$  ve  $c$  tanımlarını Denklem (2.45)'deki titreşim frekansı formülasyonlarından birinde yerlerine yerleştirilirse:

$$D_{xx}^e \lambda^4 - (\omega^2 m_2 - \hat{N}_{xx}) \lambda^2 - \omega^2 m_0 = 0 \quad (2.46)$$

buradan

$$\omega^2 = \frac{D_{xx}^e \lambda^4 + \hat{N}_{xx} \lambda^2}{m_0 + \lambda^2 m_2} \quad (2.47)$$

Eğer  $\hat{N}_{xx}$  aksenal çekme kuvveti sıfıra eşitse, dönel atalet momenti dahil edilmiş doğal titreşim frekansı formülasyonu şu şekildedir (Reddy, 2022):

$$\omega^2 = \frac{D_{xx}^e \lambda^4}{m_0 + \lambda^2 m_2} = \frac{D_{xx}^e}{m_0} \left( 1 - \frac{\lambda^2 m_2}{m_0 + \lambda^2 m_2} \right) \lambda^4 \quad (2.48)$$

Buna ek olarak Reddy (2022)'ye göre eğer  $m_2$  dönel atalet momenti dahil edilmezse formülasyon şu hale dönüşür:

$$\omega = \lambda^2 \sqrt{\frac{D^e}{m_0}} \quad (2.49)$$

#### 2.4. Yüksek Mertebe Elastisite Teorileri

Nano yapıların birçok farklı alana uygulanmasındaki hızlı artışla birlikte, nanoyapıları sağlam, güvenli ve optimize edilmiş yollarla tasarlamak için matematiksel modeller oluşturmak ve oluşturulan modelleri kullanarak statik ve dinamik tepkileri hesaplamak çok önemli hale gelmiştir.

Son yıllarda, katıların mikromekanik modellenmesi konusuna, araştırmacılar yoğun ilgi göstermektedir. Bu ilginin temel sebebi, birçok malzemenin makro deformasyon davranışını belirlemede baskın bir rol oynayan heterojen mikro yapılara sahip olduğunun farkına varılmasıdır. Bu olgu; çok fazlı fiber ve parçacıklı kompozitler, toprak, kaya, beton ve çeşitli granüllü malzemelerde gözlemlenmektedir. Bu malzemeler, metreden nanometreye kadar çeşitli uzunluk ölçeklerinde mikro yapılara sahiptir ve genel ilgi, uzunluk ölçeğinin problemdeki diğer karakteristik uzunluklardan daha küçük olduğu durumlara yoğunlaşmaktadır. Bu tür heterojen katıların mekanik tepkisi, farklı malzeme fazları arasındaki mikromekanik davranışlara güçlü bir bağlılık gösterir. Klasik sürekli ortam mekaniği teorileri, bu tür davranışları modellemede yetersiz kalmaktadır. Bu durum çok sayıda yeni, katıların mikromekaniği ile ilgili teorilerin geliştirilmesine yol açmıştır (Sadd, 2009).

Makro boyuttaki malzemelerin modellenmesinde klasik elastisite teorisi (Cauchy–Navier sürekli ortamlar mekaniği) yıllardır başarı ile kullanılmaktadır. Küçük uzunluk ölçeklerine kadar teori, deneysel verilere çok yakın sonuçlar vermektedir (Maranganti ve Sharma, 2007). Klasik elastisite teorisinde maddesel bir noktanın yalnızca yakın komşularıyla etkileşime girdiği varsayılır. Bu nedenle yerel bir teoridir. Klasik elastisite teorisi aynı zamanda yerel elastisite teorisi olarak da isimlendirilmektedir. Yerel bir modelde bir maddesel nokta yalnızca en yakın komşularıyla yalnızca kütle, momentum ve enerji alışverişinde bulunur. Sonuç olarak bir noktadaki gerilme durumu sadece o noktadaki şekil değiştirme durumuna bağlıdır.

Uzun menzilli etkileşimlerin önemli rol oynadığı fiziksel olayları tanımlamada klasik teori başarısız olmaktadır. Ayrıca, klasik sürekli ortam mekaniği yoluyla maddenin matematiksel modellenmesi, malzemenin atomlardan oluştuğu gerçeğini göz ardı eder ve bu nedenle maddenin ayrık doğasını incelemek için doğrudan uygulanamaz. Klasik sürekli ortam mekaniği, uzunluk ölçeğine göre değişmezdir (invariant) ve mikro yapıların ve nano yapıların mekanik özelliklerinin boyut bağımlılığını modelleyemez (Hütter, 2017).

Nanoyapılar ve makro yapılar arasında temel farklılıklar vardır. Boyut küçüldükçe, malzemenin iç yapısı atomların birlikte olduğu sürekli bir görünümünden atomlar arasındaki mesafelerin ayrık olduğu bir görünüme dönüşür. Ayrıca, nanoyapılardaki yüzey-hacim oranı, makro yapılardakinden birçok kat daha fazladır. Yüzeydeki atomların enerjisi, yığın halindeki atomlarınkinden farklıdır (Altenbach ve Öchsner, 2020). Yüzeydeki atomların, yığın halindeki atomlara kıyasla barındırdıkları ekstra enerjiye yüzey serbest enerjisi denir. Klasik elastisite teorisi ile incelenen cisimlerde yüzey-hacim oranı çok küçük olduğu için yüzey serbest enerjisi ihmal edilir. Bununla birlikte, mikro ve nano boyutlu nesnelere, yüzey serbest enerjisinin etkisi önemli hale gelir ve ihmal edilemez. Mikro ve nano yapıların bu fazla enerjisi, malzemenin mekanik özelliklerinin boyutla birlikte değişmesine neden olur (Wang vd., 2006). Sistemi oluşturan elemanların boyutları küçüldükçe klasik elastisite teorisinden elde edilen sonuçların doğruluğu giderek azalmaktadır. Nano ölçekler söz konusu olduğunda, deneylerden elde edilen sonuçlar ile klasik elastisite teorisinden elde edilen sonuçlar arasında temel farklılıklar bulunmaktadır. Bu olgunun ana nedeni, mikro ve nano ölçekte yapısal elemanların malzeme özelliklerinin boyuta bağlı hale gelmesidir (Fleck vd., 1994; Wong vd., 1997; Wu vd., 2005).

Nano ve mikro boyutlara geçildiğinde deneylerden ve moleküler dinamik simülasyonlarından elde edilen veriler ile klasik elastisite teorisinin sonuçları arasındaki uyum kaybolmaktadır. Mikro rotasyon, mikro deformasyon, mikro dislokasyon ve mikro ikizlenme (micro-twinning) gibi mikroskobik olayları modellemede açık bir başarısızlık göstermiştir. Makro ölçekte bile yerelliğin geçerliliğinin sorgulanabilir olduğu durumlar

vardır, örneğin kırılma mekaniğindeki gibi mikro yapıların tüm makro yapıyı etkilediği durumlarda.

Nano ve mikro boyuttaki sistemlerin mekanik davranışlarının belirlenmesinde üç genel yaklaşım kullanılmaktadır. Bunlar; deneysel yöntemler, simülasyon yöntemleri ve analitik yöntemlerdir.

Deneysel yöntemler yalnızca rafine olmayan sonuçlar verebilmekte ve belirli mekanizmaların incelenmesiyle sınırlıdır, evrensellikten yoksundurlar (deney sonuçları birbirine göre oldukça farklı çıkabilmektedir). İnceleyebildikleri parametre sayısı çok azdır. Simülasyon ve analitik yöntemler, sınır koşullarını modellemede kolaylık sağladıkları için deneysel yöntemlere nazaran özellikle malzeme özelliklerinin araştırılmasında daha yaygın kullanılmaktadırlar.

Atomik simülasyonlar, nanomekanik alanında yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biridir. Nanoyapıların manyetik, elektronik, kimyasal ve mekanik özelliklerinin araştırılmasında kullanılan önemli sayısal yöntemlerdir. Bu yöntemler ile atomların konumları doğru bir şekilde belirlenebilmekte ve burkulma gibi mikro ölçekli fiziksel mekanizmalar hassas bir şekilde modellenenmektedir. Bu yöntemler içerisinde moleküler dinamik, Monte Carlo simülasyonu, yoğunluk fonksiyonu, sıkı bağ moleküler dinamiği gibi yöntemler yer almaktadır (Chakraverty ve Behera, 2016).

Atomik simülasyonlar ile atomların yer değişimleri kesin olarak belirlenebilmesine karşın, çok yüksek işlem hacmi gerektirmektedir. Bu nedenle, uygulamaları az sayıda atom içeren basit sistemleri içermektedir ve mühendislik uygulamalarının talebini karşılayamamaktadırlar. Mesela, (Liew vd., 2004a; Liew vd., 2004b) tek bir SGI Origin 2000 işlemciye sahip bir bilgisayarda MD simülasyonu ile 2000 atom içeren bir TDKNT'nin burkulma davranışını incelemek için 36 saat, 15 097 atom içeren dört duvarlı bir KNT'yi incelemek için ise 4 ay harcamışlardır. Entegre devrelere yerleştirilebilecek transistör sayısı ile ilgili olan Moore yasasının 2010'lu yıllardan itibaren çeşitli sebeplerden geçerliliğini yitirmeye başlamasıyla, yakın zamanda simülasyon

yöntemlerinin inceleyebileceği sistemlerin hacimlerinde büyük bir artış olması beklenmemektedir.

Deneysel ve simülasyon yöntemlerindeki kısıtlamalar, araştırmacıları alternatif yaklaşımlara yöneltmiştir. Çeşitli sürekli ortam formülasyonlarını içeren analitik yöntemler; serbestlik derecelerini büyük ölçüde azaltabildiklerinden, nanoyapıların analizinde simülasyon yöntemlerine kıyasla çok daha hızlı çözüm teknikleridir. Bu nedenle pratik uygulamalarda yaygın olarak kullanılmaktadırlar. Bu yöntemlere yüksek mertebe sürekli ortam teorileri denilmektedir. Genel olarak, bu teoriler üç farklı kategoriye ayrılabilir: şekil değiştirme gradyanı (strain gradient) kategorisi -içerisinde gerilme çifti teorisi, değiştirilmiş gerilme çifti teorisi, şekil değiştirme gradyanı teorisi, değiştirilmiş şekil değiştirme gradyanı teorisi yer almaktadır-; mikro süreklilik (microcontinuum) kategorisi -içerisinde mikropolar teorisi, mikromorfik teorisi ve mikrogenleşme teorisi yer almaktadır-; yerel olmayan elastisite (nonlocal elasticity) kategorisi - içerisinde peridinamik mekanik teorisi ve yerel olmayan elastisite teorisi yer almaktadır - (H.-T. Thai vd., 2017).

Şekil değiştirme gradyanı kategorisinde, şekil değiştirme enerjisinde hem şekil değiştirmeler hem de şekil değiştirmelerin gradyanı dikkate alınır ve bu nedenle malzeme uzunluk ölçü parametreleri kullanılarak boyut etkisi hesaba katılır. Gerilme çifti teorisinde, şekil değiştirme enerjisinde sadece dönme vektörünün gradyanı dikkate alınır ve bu nedenle sadece iki malzeme uzunluk ölçü parametresi gereklidir. Değiştirilmiş gerilme çifti teorisi (Yang vd., 2002) tarafından önerilmiştir. Kuple gerilme tensörünün simetrik olmasını sağlamak için kuplelerin momentlerine bir denge koşulu getirilerek, değiştirilmiş gerilme çifti teorisinin malzeme uzunluk ölçü parametrelerinin sayısı ikiden bire düşürülmektedir. Malzeme parametrelerinin belirlenmesi zorlu bir süreç olduğundan, parametre sayısının bir olması değiştirilmiş gerilme çifti teorisini daha kullanışlı bir teori yapmaktadır. Mindlin (1964) tarafından önerilen ilk şekil değiştirme gradyanı teorisi, şekil değişimlerinin sadece birinci gradyanını dikkate alır. Bir yıl sonra Mindlin (1965) şekil değiştirmelerin hem birinci hem de ikinci gradyanlarını hesaba katan en genel şekil değiştirme gradyanı teorisi olarak kabul edilen ikinci şekil değiştirme gradyanı teorisini türetmiştir. Lam vd. (2003), Mindlin'in teorisini değiştirerek üç malzeme uzunluk ölçü

parametresi içeren değiştirilmiş şekil değiştirme gradyanı teorisini önerdi. Bu teoride şekil değiştirme enerjisi; simetrik eğriliğe ek olarak dilatasyon gradyanı ve deviatorik uzama gradyanı olmak üzere iki tane ilave gradyan içermektedir.

Mikro süreklilik teorisi Eringen (1964, 1966a, 1969) tarafından geliştirilmiştir. Aslında Cosserat kardeşler tarafından başlatılan mikropolar teori, mikro süreklilik teorileri arasında en basit olanı iken, mikromorfik teori mikro süreklilik teorileri arasında en genel olanıdır. Mikro süreklilik teorilerinde, her parçacık, parçacığın ağırlık merkezinin hareketinden bağımsız olarak dönebilir ve deforme olabilir (Ansari vd., 2017). Başka bir deyişle, sürekli ortamdaki kuvvet ve moment etkileri, katı cisim dinamiği ya da yapısal mekanikte olduğu gibi bağımsız olarak tanımlanabilir. Mikropolar bir ortamda, her bir maddesel parçacık altı serbestlik derecesine sahiptir; bunlardan üçü öteleme, diğer üçü ise dönme serbestlik dereceleridir. Bu teoride normal gerilmelerin yanı sıra kütle gerilmeleri de tanımlanmıştır. Cosserat sürekli ortam modelinin bu karakteristik özellikleri, örneğin mikro heterojen malzemeler, köpükler, hücreli katılar, kafesler, duvarlar, parçacık düzenekleri, manyetik reolojik sıvılar, sıvı kristaller vb. gibi daha karmaşık ortamları tanımlama olanağı verir. 1964 yılında Eringen (1964) mikromorfik teoriyi geliştirmiştir. Mikromorfik teori bağlamında malzeme, çok sayıda malzeme parçacığının bir bileşimidir ve bu parçacıkların her biri hareket edebilir, deforme olabilir ve dönebilir. Mikromorfik teori, mikropolar/Cosserat teorisi ve mikrogenleşme teorisine basitleştirilebilen genelleştirilmiş bir sürekli ortam modelidir (Eringen, 1966b).

Peridinamik mekanik teorisi, sürekli ortamların, çatlakların ve parçacıkların matematiksel modellemesini tek bir çerçevede birleştirmeye çalışır. Bunu, klasik katı mekaniği teorisinin kısmi diferansiyel denklemlerini integral veya integro-diferansiyel denklemlerle değiştirerek yapar. Bu denklemler, cisim içerisindeki malzeme noktalarının sonlu mesafeler boyunca birbirleriyle doğrudan etkileşime girdiği iç kuvvet modeline dayanmaktadır (Silling ve Lehoucq, 2010). Silling (2000) peridinamik teoriyi ilk defa önermiştir. Süreksizliklerin zamana bağlı değişimini sürekli deformasyonla aynı alan denklemlerine göre ele almaktadır. Ayrı parçacıkları, sürekli ortam alan denklemlerini kullanarak incelemektedir. Hem nanoölçeği hem de makroölçeği aynı matematiksel sistem içerisinde inceleyebilmesi, yöntemi çekici kılmaktadır.



Yerel olmayan elastisite teorisi ilk olarak Kröner (1967) tarafından önerilmiş ve Eringen (1972a, 1972b) ve Eringen ve Edelen (1972) tarafından geliştirilmiştir. Klasik elastisite teorisinde kullanılan yönetici denklemlerde, bir noktadaki gerilme aynı noktadaki şekil değiştirmenin bir fonksiyonudur. Bu teoride ise, sürekli ortamda yer alan bir referans noktasındaki gerilme, cismin tüm noktalarındaki şekil değiştirmelere bağlıdır ve bu nedenle boyut etkisi, yerel olmayan bir parametre kullanılarak bünye denklemleri aracılığıyla modele dahil edilmektedir. Bünye denklemleri, şekil değiştirme tansörüne bağlı olarak integral denklemleri olarak elde edilmektedir. Yerel olmayan elastisite teorisi, başlangıçta integral formda formüle edilmiştir. İntegral formdaki kurucu denklem iki fazlı formda da yazılabilir (gerilme ifadesi yerel ve yerel olmayan şekil değiştirme bileşenlerini ayırarak ifade edilir) (Tuna vd., 2019).

Daha sonra Eringen (1983) tarafından belirli bir çekirdek fonksiyonu dikkate alınarak diferansiyel bir formda yeniden formüle edildi. İntegral form ile karşılaştırıldığında, diferansiyel form, basitliği nedeniyle nanoyapılarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Yerel olmayan diferansiyel model ve yerel olmayan integral model tutarlıdır ve sınırsız sürekli alanlar üzerinde eşdeğer sonuçlar vermektedir. Bununla birlikte, sınırlı sürekli alanlar için uygulandığında bu iki yerel olmayan modelin sonuçları arasında bazı paradokslar ve tutarsızlıklar gözlenmektedir. Yerel olmayan teorisinin avantajlarından biri, klasik (yerel) sürekli ortam teorisinin öngördüğü tekillikleri ortadan kaldırmasıdır. Teori; dalga dispersiyonu, dislokasyonlar, kırılma mekaniği vb. problemlerde başarıyla kullanılmaktadır. Matematiksel açıdansa, çekirdek fonksiyonu olarak Dirac delta fonksiyonu seçildiğinde klasik sürekli ortamlar teorisi elde edilmektedir (Karlicic vd., 2015a).

## 2.5. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi

Yerel olmayan elastisite teorisinde homojen ve izotropik bir elastik malzeme için doğrusal yapısal ilişkinin integral şeklinde gösterimi aşağıdaki gibidir (Eringen, 1983):

$$\sigma_{ij,i} + \rho(f_j - \ddot{u}_j) = 0 \quad (2.50)$$

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = \int_V K(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|, \alpha) \tau_{ij}(\mathbf{x}') dv(\mathbf{x}') \quad (2.51)$$

$$\tau_{ij}(\mathbf{x}') = \lambda \varepsilon_{rr}(\mathbf{x}') \delta_{ij} + 2\tilde{\mu} \varepsilon_{ij}(\mathbf{x}') \quad (2.52)$$

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}') = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i(\mathbf{x}')}{\partial x'_j} + \frac{\partial u_j(\mathbf{x}')}{\partial x'_i} \right) \quad (2.53)$$

Yukarıdaki eşitliklerde,  $\sigma_{ij}$  gerilme tensörü ve  $K(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|, \alpha)$  yerel olmayan çekirdek fonksiyonu,  $\tau_{ij}(\mathbf{x}')$  ise  $x'$  noktasındaki klasik (yerel) gerilme tensörüdür.  $\rho$  kütleli yoğunluk,  $\mathbf{u}_j$  bir  $x$  referans noktasında ve  $t$  zamanda deplasman vektörü,  $f_j$  ise kütle kuvveti yoğunluğudur.  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}')$  ise her hangi bir  $x'$  noktasındaki lineer şekil değiştirme tensörü,  $\lambda$  ve  $\tilde{\mu}$  ise Lamé sabitleri,  $\delta_{ij}$  Kronecker delta fonksiyonudur. Denklem (2.50)-(2.53) dikkat edildiğinde yerel (klasik) elastisite teorisi ile yerel olmayan elastisite arasındaki tek fark, Denklem (2.52)'daki kural yerine Denklem (2.51)'in kullanılmasıdır. Denklem (2.51)'de hacim integrali cismin kapladığı  $V$  bölgesinin üzerindedir.

Yerel olmayan elastisitenin alan denklemleri, Denklem (2.50)-(2.53) birleştirilerek elde edilir. Denklem (2.51)'in Denklem (2.50)'de yerine yazılmasıyla (Eringen, 1983):

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial x'_i} \tau_{ij}(\mathbf{x}') &= -\frac{\partial K}{\partial x'_i} \tau_{ij}(\mathbf{x}') \\ &= -\frac{\partial K}{\partial x'_i} [K \tau_{ij}(\mathbf{x}')] + K \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x'_i} - \int_V K(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|) \tau_{ij}(\mathbf{x}') n'_i da(\mathbf{x}') \\ &\quad + \int_V K(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|) \times \tau_{ij,i} dv(\mathbf{x}') + \rho(f_j - \ddot{\mathbf{u}}_j) = 0 \end{aligned} \quad (2.54)$$

Burada alan üzerinden birinci integral, yüzey gerilmelerini gösterir, dolayısıyla yerel olmayan elastisite teorisi, yerel teoride bulunmayan ve önemli bir bileşen olan yüzey fiziğini de hesaba dahil etmiş olur.

Denklem (2.52) ve (2.53) Denklem (2.54)'de yerlerine yazılırsa

$$\begin{aligned}
& - \int_{\partial V} K(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|) \left[ \lambda u'_{r,r} \delta_{ij} + \tilde{\mu} (u'_{i,j} + u'_{j,i}) \right] n'_i da' \\
& + \int_V K(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|) \left[ (\lambda + \tilde{\mu}) u'_{i,ji} + \tilde{\mu} u'_{j,ii} \right] dv' + \rho (f_j - \ddot{\mathbf{u}}_j) = 0
\end{aligned} \tag{2.55}$$

elde edilir. Burada ( ' ) simgesiyle anlatılmak istenen  $\mathbf{x}'$  için bağılıktır, mesela  $u' = u(x')$  gibi.

Denklem (2.55)'un gerekli integralleri uygun başlangıç ve sınır şartlarında çözümlenirse  $u(x, t)$  deplasman vektörü elde edilir. Başlangıç ve sınır şartları yerel teoriyle aynıdır. Başlangıç şartları  $\sigma_{ij}$  gerilme tensörüne bağlı ve  $\sigma_{(n)j}$  sınır şartı olmak üzere aşağıdaki şekilde yazılır (Eringen, 1983):

$$\sigma_{ij} n_i = \sigma_{(n)j} \tag{2.56}$$

### 2.5.1 Yerel olmayan parametre

Denklem (2.51)'de yerel olmayan çekirdek fonksiyon olarak tanımlanan  $K(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|, \bar{\mu})$  ifadesinde  $K(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|)$  yerel olmayan parametredir ve birimi uzunluk<sup>-3</sup> değerine sahiptir. Böylece yerel olmayan parametrenin,  $a$  ve  $l$  sırasıyla içsel ve dışsal karakteristik uzunluklar olmak üzere,  $(a/l)$  uzunluk oranına bağlı olacağı görülebilir. Bu durumda  $K$  daha uygun bir biçimde şu şekilde ifade edilebilir (Eringen, 1983):

$$K = K(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|, \bar{\mu}) \tag{2.57}$$

$$\bar{\mu} = (e_0 a) / l \tag{2.58}$$

Burada  $e_0$  kullanılan malzemeye bağlı malzeme sabitidir.

Yerel olmayan parametre için Eringen (1983) aşağıdaki özellikleri sıralamıştır:

- i) Yerel olmayan parametre en yüksek değerine  $x'$  ile  $x$  eşit olduğu durumda ulaşır.  $|x' - x|$ 'e bağlı olarak da değeri azalır.
- ii) Yerel olmayan parametrede  $\bar{\mu}$  sifıra giderken ( $\bar{\mu} \rightarrow 0$ ),  $K$  Dirac delta fonksiyonuna dönüşmek zorundadır ki böylelikle yerel elastisite limiti, içsel karakteristik uzunluğunun kaybolma limitine dahil edilir.

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} K(|x' - x|, \bar{\mu}) = \delta(|x' - x|) \quad (2.59)$$

Buradan  $K$ 'nın bir delta dizisi olduğu görülebilir.

- iii) Yerel olmayan elastisite teorisi  $\bar{\mu} \rightarrow 1$  gibi küçük içsel karakteristik uzunluklarda atomik kafes dinamiğine yaklaşmalıdır.
- iv) Kullanılan her türlü malzemenin  $K$  değerlerini belirlemek için atom kafes dinamiği (veya deneylerden elde edilen) yayılım eğrilerini dalga yayılım eğrileri ile eşleştirebiliriz. Bununla ilgili birçok değişik form literatürde bulunmaktadır (Eringen, 1972b; Ari ve Eringen, 1983). Bu formlardan bazıları şu şekilde gösterilebilir:

a) Bir-boyutlu parametre:

$$K(|x|, \bar{\mu}) = \frac{1}{l\bar{\mu}} \left( 1 - \frac{|x|}{l\bar{\mu}} \right) \quad |x| \leq l\bar{\mu} \quad (2.60)$$

$$K(|x|, \bar{\mu}) = 0 \quad |x| \geq l\bar{\mu}$$

$$K(|x|, \bar{\mu}) = \frac{1}{2l\bar{\mu}} e^{-|x|/l\bar{\mu}} \quad (2.61)$$

$$K(|x|, \bar{\mu}) = \frac{1}{l\sqrt{\pi\bar{\mu}}} \exp(-x^2 / l^2 \bar{\mu}) \quad (2.62)$$

b) İki-boyutlu parametre

$K_0$  değiştirilmiş Bessel fonksiyonu olmak üzere:

$$K(|\mathbf{x}|, \bar{\mu}) = (2\pi l^2 \bar{\mu}^2)^{-1} K_0(\sqrt{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}} / l \bar{\mu}) \quad (2.63)$$

$$K(|\mathbf{x}|, \bar{\mu}) = (\pi \bar{\mu} l^2)^{-1} \exp(-\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} / l^2 \bar{\mu}) \quad (2.64)$$

c) Üç-boyutlu parametre

$$K(|\mathbf{x}|, \bar{\mu}) = \frac{1}{8(\pi \bar{\mu})^{3/2}} \exp\left(\frac{-\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}}{l^2 \bar{\mu}}\right) \quad (2.65)$$

$$K(|\mathbf{x}|, \bar{\mu}) = (4\pi l^2 \bar{\mu}^2)^{-1} (\mathbf{x} \cdot \mathbf{x})^{-1/2} \exp(-\sqrt{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}} / \bar{\mu} l) \quad (2.66)$$

v) Burada verilen yerel olmayan tüm parametrelerin uzunluk, alan veya hacim üzerinden alınan bütün integrallerin normalize edildiği görülmektedir. Dahası  $\bar{\mu} \rightarrow 0$  olduğunda tamamında Dirac delta fonksiyonuna ulaşılmakta ve bu özellik sayesinde yerel olmayan elastisite limit  $\bar{\mu} \rightarrow 0$  gittiğinde yerel elastisite teorisine dönüşmektedir. Ve Hooke kanunun geçerli olduğu anlaşılmaktadır. Bu durum Eringen (1983)'de şu şekilde gösterilmiştir:

vi)  $K$ , Green fonksiyonunun lineer differansiyel operatörüyken:

$$LK(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|, \bar{\mu}) = \delta(|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|) \quad (2.67)$$

Bulunan bu operatör  $L$ 'yi Denklem (2.51)'e uygularsak:

$$L\sigma_{ij} = \tau_{ij} \quad (2.68)$$

Özellikle, eğer  $L$  sabit katsayılarla sahip bir operatörse o zaman:

$$(L\sigma_{ij})_{,i} = L\sigma_{ij,i} \quad (2.69)$$

olur. Denklem (2.68) ve Denklem (2.69)'dan elde edilen sonuçlarla Denklem (2.50) tekrar düzenlenirse:

$$\tau_{ij,i} + L(\rho f_j - \rho \ddot{u}_j) = 0 \quad (2.70)$$

olur. Bu noktadan sonra daha önce kısmi integral halinde olan eşitlik yerini kısmi diferansiyel ifadeleri bulunan bir eşitliğe bırakmıştır. Bu elbette Denklem (2.55) orijinal denkleme göre çözümü daha basit hale getirmektedir (Eringen, 1983). Aynı zamanda bu denklem statik problemlere uygulandığında  $L(\rho f_j - \rho \ddot{u}_j) = 0$  olacağından:

$$\tau_{ij,i} = 0 \quad (2.71)$$

şeklinde ortaya çıkar ve Denklem (2.52)'ye uygulandığında da Navier eşitlikleri elde edilir.

Denklem (2.65)'deki Green fonksiyon olan yerel olmayan parametrenin diferansiyel denklemi aşağıdaki gibi elde edilir (Eringen, 1983):

$$\nabla^2 K - \frac{\partial K}{\partial t} = 0 \quad K(x, 0) = \delta(x) \quad (2.72)$$

Denklem (2.63) için differansiyel operatör  $L$  şu şekilde tanımlanabilir:

$$L = 1 - \bar{\mu}^2 l^2 \nabla^2 \quad (2.73)$$

Bulunan operatör tanımı Denklem (2.68)'de yerine yerleştirildiğinde

$$(1 - \bar{\mu}^2 l^2 \nabla^2) \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{K} \quad (2.74)$$

olur. Denklem (2.74)'ü Denklem (2.52)'ye uygularsak

$$(1 - \mu \nabla^2) \sigma_{ij} = \tau_{ij} = \lambda \varepsilon_{rr} \delta_{ij} + 2\tilde{\mu} \varepsilon_{ij} \quad (2.75)$$

elde edilir. Burada  $\mu = (e_0 a)^2$  olarak tanımlanan yerel olmayan parametredir (küçük boyut parametresi).  $\nabla^2$  laplasyeni temsil etmektedir.

## 2.6. Değiştirilmiş Gerilme Çifti Teorisi

Değiştirilmiş gerilme çifti teorisi Yang vd. (2002) tarafından önerilen ve çok küçük malzeme ve yapılarda görülen boyut etkisini hesaba katan yüksek dereceli klasik olmayan bir elastisite teorisidir. Bu teori, boyut etkisini formüllerinde içerdiği malzeme uzunluk ölçek parametresi ile göz önünde bulundurmaktadır.

Bu teoriye göre, şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu hem şekil değiştirme hem de eğrilik tensörlerinin bir fonksiyonudur. Değiştirilmiş gerilme çifti teorisine dayanarak,  $V$  bölgesini işgal eden bir doğrusal elastik izotropik malzeme için şekil değiştirme enerjisi  $U$  şu şekilde yazılabilir (Yang vd. 2002):

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) dV \quad (2.76)$$

Burada  $\sigma_{ij}$  klasik gerilme tensörü,  $\varepsilon_{ij}$  ise önceden bahsedildiği gibi şekil değiştirme tensörü,  $m_{ij}$  simetrik çifte gerilme tensörü ve  $\chi_{ij}$  simetrik rotasyon tensörüdür. Klasik gerilme tensörü  $\sigma_{ij}$ , simetrik çifte gerilme tensörü  $m_{ij}$  ve simetrik rotasyon tensörü  $\chi_{ij}$  aşağıdaki gibi tanımlanır (Yang vd. 2002):

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{mm} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij} \quad (2.77)$$

$$m_{ij} = 2Gl^2 \chi_{ij} \quad (2.78)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} (\theta_{i,j} + \theta_{j,i}) \quad (2.79)$$

Burada  $\lambda$  ve  $G$  (kayma modülü) Lamé sabitleri,  $\delta_{ij}$  Kronecker deltası,  $l$  malzeme uzunluk parametresi ve  $\theta$  rotasyon vektörüdür. Lamé sabitleri ve rotasyon vektörü şu şekilde tanımlanır:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.80)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.81)$$

$$\theta_i = \frac{1}{2} e_{ijk} u_{k,j} \quad (2.82)$$

Yukarıdaki denklemde  $E$ ,  $\nu$  ve  $e$  elastisite modülü, poisson oranı ve Levi-Civita permütasyon tensörü sembolüdür. Permütasyon sembolü şu şekilde tanımlanır:

$$e_{ijk} = \begin{cases} +1 & (ijk) = (123), (231), (312) \\ -1 & (ijk) = (132), (213), (321) \end{cases} \quad (2.83)$$

Burada Euler-Bernoulli kirişin yer değiştirmeleri Denklem (2.1a-c) ve Denklem (2.83), Denklem (2.82)'de yerlerine konulursa, rotasyon vektörünün elemanları aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$\theta_1 = \theta_3 = 0 \quad (2.84)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{2} \left( e_{231} \frac{\partial u_1}{\partial z} + e_{213} \frac{\partial u_3}{\partial x} \right) = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.85)$$

Denklem (2.84) ve Denklem (2.85), Denklem (2.79)'da yerine yerleştirilirse, simetrik rotasyon gradyan tensörü elemanları aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$\chi_{11} = \chi_{13} = \chi_{31} = \chi_{22} = \chi_{23} = \chi_{32} = \chi_{33} = 0 \quad (2.86)$$

$$\chi_{12} = \chi_{21} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \theta_1}{\partial y} + \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \right) = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.87)$$

Yukarıda belirtilen elemanlar Denklem (2.77), Denklem (2.78) ve Poisson etkisi  $\nu$  ihmal edilerek, klasik gerilme ve simetrik çift gerilme tensörleri şu şekilde elde edilir:



$$\sigma_{11} = -Ez \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.88)$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma_{22} = \sigma_{23} = \sigma_{32} = \sigma_{13} = \sigma_{31} = \sigma_{33} = 0 \quad (2.89)$$

$$m_{12} = m_{21} = -Gl^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.90)$$

$$m_{11} = m_{22} = m_{23} = m_{32} = m_{13} = m_{31} = m_{33} = 0 \quad (2.91)$$

Denklem (2.2), (2.87), (2.88) ve (2.90) Denklem (2.76)'da yerlerine konulursa, şekil değiştirme enerjisi aşağıdaki gibi elde edilir (Kong vd., 2008):

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L (EI + GA l^2) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.92)$$

Karbon nanotüpün kinetik enerjisi şu şekilde tanımlanır:

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho \left( \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_2}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_3}{\partial t} \right)^2 \right) dV = \frac{1}{2} \int_0^L \left( \rho A \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \rho I \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right)^2 \right) dx \quad (2.93)$$

Burada  $\rho$ ,  $A$  ve  $I$  kütle yoğunluğu, kirişin kesit alanı ve atalet momentidir. Kirişin hareket denklemini elde etmek için Hamilton prensibi kullanılabilir ve Hamilton prensibi aşağıdaki gibi ifade edilir (Reddy, 2002):

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U) dt = 0 \quad (2.94)$$

Denklem (2.94)'de,  $T$  ve  $U$  kinetik enerji ve şekil değiştirme enerjisidir. Hamilton prensibine göre bazı matematiksel işlemlerin yardımıyla, değiştirilmiş gerilme çifti teorisine dayanan serbest titreşim problemi için kirişin yönetici denklemini aşağıdaki gibi elde edilir (Civalek vd., 2018):

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + GAl^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho I \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad (2.95)$$

Burada önemli bir diğer noktada Denklem (2.95)'de,  $\rho I$ 'li son kısım, dönel atalet etkisini temsil eder. EBT dönel atalet momenti etkisini dahil etmeyen bir kiriş teorisidir. Dönel atalet etkisinin hesaplara dahil edildiği durum ise Rayleigh kiriş teorisini (RBT) ifade etmektedir. Ek olarak Denklem (2.95)'de,  $GAl^2$  değiştirilmiş gerilme çifti teorisinden gelen bir ifadedir.  $GAl^2$  ihmal edildiğinde, Denklem (2.95), herhangi bir küçük boyut parametresi içermeyen klasik (yerel) teoriye dayalı Rayleigh kiriş teorisinin denklemine dönüşür.

## 2.7. Kaynak Araştırması

Nanoyapılar (karbon nanotüpler, nanoçubuklar gibi) teknolojik gelişmelerle birlikte son yıllarda yapılan araştırmaların odak noktası haline geldiği bilinmektedir. Elektronik, mühendislik ve tıp başta olmak üzere birçok alanda nanoyapıların çeşitli uygulamaları görülmektedir. Elektronik, optik ve diğer nanoteknoloji alanlarında potansiyel uygulamalarla üstün mekanik ve elektriksel özelliklere sahip nanoyapılar ortaya çıkmaktadır.

Sinha vd. (2006)' ye göre karbon nanotüplerin kullanımı sensörlerin hassasiyetini ve dinamik aralığını artıracaktır. Karbon nanotüp tabanlı elektro kimyasal sensörler (Schrlau, 2011; Y. Zhang vd., 2010), gaz sensörleri (T. Zhang vd., 2006), kimyasal sensörler (Padigi vd., 2007), iyonik sensörler (Dobrokhotov ve Berven, 2007) üretilen bu sensörlerden bazılarıdır.

Amonyak ( $\text{NH}_3$ ) molekülleri sinyalini, oda sıcaklığında ve  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  veya üzeri gibi daha yüksek sıcaklıklarda algılayan karbon nanotüp tabanlı gaz sensörleri kullanılmaktadır (Peng vd., 2009). Karbondioksit ( $\text{CO}_2$ )'e son derece yüksek ve anında sensör tepkisine sahip karbon nanotüp tabanlı gaz sensörleri de geliştirilmektedir (Abdellah vd., 2013).

Proteinleri, nörotransmitterleri, glikoz ve DNA gibi küçük molekülleri tespit etmek için de karbon nanotüp bazlı elektrokimyasal sensörler geliştirilmektedir (Jacobs vd., 2010).

Obitayo ve Liu (2012)'ye göre karbon nanotüplerin ince film yapısının elektriksel direnci deformasyonla doğrusal olarak artar, bu özellik onu bir piezoresistif şekil değiştirme sensörü için ideal bir malzeme yapar.

Roy vd. (2017)'ne göre KNT tabanlı cihazlar, birçok özelliği açısından gelecekteki giyilebilir teknoloji cihazları için çok çekici bir platformdur. Bu nedenle KNT ve diğer son derece küçük boyutlu yapıların burkulma, bükülme, titreşim gibi çeşitli tepkilerinin bilinmesi, tasarım aşamasında hassasiyet açısından önemlidir.

Klasik olmayan süreklilik teorilerini kullanan birçok araştırma nanoyapılar üzerindeki küçük ölçekli etkilere değinmiş ve bu teorileri nano yapıların mekanik davranışını anlamak için uygulamıştır. Nanotüpler gibi nano/mikro boyutlu yapısal elemanların boyuta bağlı klasik olmayan analizleri hakkında çalışmalar (Civalek vd., 2020; Mercan ve Civalek, 2017; Uzun vd., 2018; Uzun vd., 2020b; Yaylı, 2019), fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) nanotüpler (Ebrahimi vd., 2020; Uzun vd., 2020c; Uzun ve Yaylı, 2020a), nanoteller (Uzun ve Civalek, 2019a, 2019b), nanoçubuklar (Yaylı, 2018a, 2019), mikro-borular (Hosseini ve Bahaadini, 2016), FG mikroplaklar (Farzam ve Hassani, 2019; S. Thai vd., 2017) anılan literatürde bulunmaktadır.

Reddy ve Pang (2008), Eringen'in yerel olmayan diferansiyel bünye denklemleri ilişkilerini kullanarak nanotüplerin statik eğilme, titreşim ve burkulma tepkilerini araştırmıştır.

Murmu ve Pradhan (2009), Euler-Bernoulli kiriş teorisi ile bağlantılı olarak, yerel olmayan elastisite teorisine dayanan nano konsol kirişin homojen olmayan kesitli titreşim tepkisini incelemiştir.

Aydoğdu (2009) tarafından sunulan çalışması nanoçubukların aksenal yerel olmayan titreşimi üzerinedir. Aydoğdu (2012), bir başka çalışmasında ise elastik şekilde

sabitlenmiş nanoçubuğun aksenal titreşimini yerel olmayan elastisite teorisi kullanarak araştırmıştır.

Setoodeh vd. (2011), Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi ve Euler-Bernoulli kiriş teorisi temelinde TDKNT'lerin burkulma sonrası konfigürasyonu için kesin analitik bir çözüm önermiştir.

Chang (2012), Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi ile birlikte şekli düzgün olmayan ve homojen olmayan nanoçubukların aksenal titreşimi üzerindeki boyut etkisi parametresini araştırmak için elastik bir çubuk model geliştirmiştir. Sayısal sonuçların elde edilmesi için diferansiyel kareleme yöntemi kullanılmıştır.

Karličić vd. (2015b), yerel olmayan bir visko-elastik çift nanoçubuk sisteminin serbest boyuna titreşimini incelemiştir. Mercan ve Civalek (2016), silisyum karbür nanotüplerin (SiKNT) yüzey elastisite teorisi ve yerel olmayan elastisite teorisini bir araya getirerek burkulma analizini gerçekleştirmişlerdir.

Yaylı (2016), elastik bir ortama gömülü rotasyonel olarak sınırlanmış tek cidarlı bir karbon nanotüpün (TDKNT) burkulmasını araştırmak için yerel olmayan elastisite teorisini kullanmıştır.

Ecsedi ve Baksa (2017) Rayleigh modelini benimseyerek elastik şekilde sabitlenmiş tek duvarlı karbon nano-çubuğun serbest aksenal titreşimini incelemiştir.

Numanoğlu vd. (2018) nanotüpün kelepçeli, serbest, ekli kütle ve/veya yay gibi çeşitli sınır koşullarında boyuna serbest titreşim analizini incelerken, Numanoğlu ve Civalek (2019), elastik ortama gömülü nanoçubukların yerel olmayan dinamik burkulma tepkisini araştırmışlar, Bao vd. (2019) elastik sınır koşulları altında tutulu bir kütle nesnesine sahip nanoçubukların serbest boyuna titreşim analizini yapmışlardır.

Manolis vd. (2021)'e göre nano temelli oluşturulan teorik modeller üç grupta sınıflandırılabilir: (a) ayrık modeller (ab initio (Sánchez-Portal vd., 1999), atomistik

(Prathab vd., 2007), mezoskopik (Panin vd., 2018) modeller); (b) çok ölçekli modeller (yarı süreklilik (Xia vd., 2021), eşzamanlı (Budrapu vd., 2019), hiyerarşik (Tadmor ve Miller, 2011), nesne yönelimli, çok ölçekli temsili hacim ögesi, birim hücre modelleri); (c) sürekli modeller.

Yüksek dereceli klasik olmayan elastisite teorilerinden biri olan ve bu çalışmanın da bir kısmında kullanılmış olan değiştirilmiş gerilme çifti teorisi, çeşitli nano ve mikro yapıları analiz etmek için birçok araştırmacı tarafından kullanılmış teorilerden biridir.

Kong vd. (2008), değiştirilmiş gerilme çifti ve Euler-Bernoulli kiriş teorilerine dayanarak kirişlerin analitik olarak serbest titreşim problemi üzerine çalışmışlardır.

Ma vd. (2008; 2011), değiştirilmiş gerilme çifti analizini kullanarak mikroyapıya bağlı Timoshenko kirişini ve klasik olmayan Mindlin plak modellerini incelemişler, Akgöz ve Civalek (2011), eksenel olarak yüklenmiş mikro boyutlu kiriş kararlılık problemini şekil değiştirme gradyan elastikliği ve değiştirilmiş gerilme çifti teorileri temelinde araştırmıştır.

Ciekot (2012), nanoçubukların serbest eksenel titreşim problemini çözmek için kullanılan Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) yöntemini araştırırken, Danesh vd. (2012), her iki ucu tutulu (C–C), bir ucu tutulu diğeri serbest (C–F) ve sabit gibi farklı sınır koşullarında konik nanoçubukların eksenel titreşimi üzerindeki küçük boyut etkisini araştırmak için diferansiyel kareleme yöntemini (DKY) önermişlerdir.

Li ve Pan (2015) değiştirilmiş gerilme çifti ve sinüzoidal plak teorilerine dayanan, boyuta bağlı fonksiyonel derecelendirilmiş bir piezoelektrik mikroplak modeli geliştirmişlerdir.

Rahaeifard vd. (2015) değiştirilmiş gerilme çifti teorisine dayanarak elektrostatik olarak çalıştırılan mikro-köprülerin doğal frekansını araştırırken, Zeighampour ve Beni (2015) ince silindirik kabuğun formülasyonunu, kayma deformasyonu ve atalet momentlerini hesaba katarak değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ile elde etmişlerdir. Örnek olarak da, tek duvarlı karbon nanotüpün serbest titreşimlerini araştırmışlardır.

Togun ve Bağdatlı (2016), Euler-Bernoulli kiriş modeli ve değiştirilmiş gerilme çifti teorisini kullanarak basit-basit ve kenetlenmiş-kenetlenmiş sınır koşulları ile gerilmiş nanokirişlerin doğrusal olmayan bir titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir.

Ghadiri ve Shafiei (2016), termal ortamda dört tip sıcaklık dağılımındaki sıcaklık değişimini göz önünde bulundurarak değiştirilmiş gerilme çifti teorisine dayanarak döner FD Timoshenko mikrokirişin termal titreşimini analiz etmişlerdir.

Tadi Beni vd. (2016), değiştirilmiş gerilme çifti teorisini kullanarak FD silindirik ince kabuk formülasyonunu geliştirirken, Shafiei vd. (2017a), değiştirilmiş gerilme çifti teorisine ve Euler-Bernoulli kiriş modeline dayanarak döner konik mikrokirişin düşey titreşimini incelemiştir. Küçük boyut parametresinin, kiriş uzunluğunun, düşey kesit değişim oranının, göbek yarıçapının ve boyutsuz açısal hızın mikrokiriş titreşim davranışı üzerindeki etkisini sunmuşlardır.

Li vd. (2017), radyal deformasyon ve ataleti dikkate alarak, dairesel nano-çubuğun boylamsal dinamik problemini Bishop teorisine ve yerel olmayan elastisite teorisine dayanarak incelemişlerdir.

Zandekarimi vd. (2018) tek biçimli sıcaklık artış alanı ve sıkıştırılmış sınır koşulları altında bir FD dairesel mikropakanın boyuta bağlı termal burkulma ve burkulma sonrası davranışlarını araştırmıştır. Denge denklemlerini ve sınır koşullarını varyasyonel yöntemi kullanarak ve değiştirilmiş gerilme çifti teorisine dayanarak türetmişlerdir.

Jia vd. (2018), sıcaklığa bağlı termo-elastik özelliklere sahip fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerden (FDM'ler) yapılan mikrokirişlerin termal-mekanik-elektriksel burkulma analizini gerçekleştirmişlerdir.

Genel elastik sınır koşullarına sahip karbon nano tüplerin değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ile burkulma titreşim analizi Yaylı (2018b) tarafından incelenmiştir.

Jouneghani vd. (2020), Euler-Bernoulli kiriş ve değiştirilmiş gerilme çifti teorileri ile birlikte lamine kompozit tek tip olmayan nanokirişlerin boyuta bağlı titreşim davranışlarını incelemiştir.

NEMS ve MEMS genellikle boşluklu malzemelerden yapılır. Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş boşluklu malzemeler, araştırmacıların ilgisini çeken yüksek mukavemet-ağırlık oranına sahiptir. Ayrıca biyolojik malzemeler her zaman boşluklu malzemelerdir. Son zamanlarda, Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak, nanoçubukların ve boşluklu malzemelerden yapılmış nanokirişlerin dinamik tepkisini inceleyen makaleler yayınlanmıştır.

Ehyaei vd. (2017) dönen bir moleküler merkeze bağlı bir nano-kiriş kabulü ile, dönen fonksiyonel dereceli nano kirişin titreşim tepkisini, Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayalı olarak araştırmıştır. Ayrıca boşluk etkisi, aksel ön yük konfigürasyonlarını da çözmüşlerdir. Güç yasası modeline göre, boşlukların kalınlık yönünde sürekli olarak dağıldığını varsayımını geliştirmişlerdir.

Berghouti vd. (2019), n. dereceden kesme deformasyon teorisi kullanarak fonksiyonel olarak derecelendirilmiş boşluklu nanokirişlerin dinamik davranışını araştırmıştır. n. dereceden kesme deformasyon teorisi, düzeltme faktörleri kullanmadan kesme deformasyonunun etkisini dikkate alır.

Al-Maliki vd. (2019) elastik bir ortam üzerinde boşluklu metal temelli nanokirişlerin titreşim tepkisini incelemiştir. 10 serbestlik derecesine sahip rafine kalın kiriş elemanı oluşturulmuş ve seçilen parametrelerin metal nano boyutlu kirişlerin titreşim frekansları üzerindeki etkisini de araştırmışlardır.

Alasadi vd. (2019), çeşitli boşluk dağılımlarına sahip ince, boşluklu nanokirişlerin geometrik olarak doğrusal olmayan titreşim davranışını inceledi. Problemin kapalı form çözümünü kullandılar. Boşluğun ve seçilen diğer bazı parametrelerin doğrusal olmayan titreşim özellikleri üzerindeki etkisini incelediler.

Jalaei ve Civalek (2019) eksenel salınımlı bir yüklemeye maruz kalan visko-Pasternak ortamına gömülü viskoelastik boşluklu fonksiyonel dereceli (FD) nanokirişin dinamik denge durumunu incelemişlerdir.

Uzun ve Yaylı (2020b) fonksiyonel olarak derecelendirilmiş nano-boyutlu çubuklar için türetilen serbest boyuna titreşimin yerel olmayan bir sonlu eleman formülasyonunu çalışmışlardır ve ayrıca fonksiyonel olarak derecelendirilmiş (FD) nanokirişlerin serbest titreşimini araştırmak için iki parametreye dayanan (Winkler-Pasternak elastik temel) yerel olmayan bir sonlu elemanlar yöntemi (SEY) üzerinde çalışmışlardır.

Nejafzadeh vd. (2020) çift stres teorisi ile boşluklu nanotüpün burulma titreşimi için bir analitik model geliştirmiştir. Shafiei vd. (2017b) Timoshenko kiriş teorisini kullanarak iki farklı boşluklu malzemedeki yapılmış iki boyutlu fonksiyonel derecelendirilmiş nano kirişlerin titreşim tepkisini incelemişlerdir. Tutulu-tutulu, tutulu-basit mesnetli, basit mesnetli ve konsol sınır koşulları dikkate alınarak çözümler yapılmıştır.

Ghandourah ve Abdraboh (2020), fonksiyonel olarak derecelendirilmiş boşluklu nanokirişin serbest titreşimini incelemek için sonlu elemanlar yöntemini kullanmıştır. Dört farklı boşlukluluk modelinin nanokirişin titreşim davranışı üzerindeki etkilerini araştırmışlardır.

Boşluklu çift yönlü fonksiyonel dereceli dönen nanokirişlerin titreşim analizi Rahmani vd. (2020) tarafından incelenmiştir. Reddy kiriş teorisi, yüksek dereceli düşey kayma şekil değiştirmelerinin nanokirişin titreşimi üzerindeki etkilerini açıklamak için kullanılmıştır.

Rastehkenari ve Ghadiri (2021), boşluklu, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş bir nanokirişin doğrusal olmayan rastgele titreşimini belirlemek için istatistiksel bir doğrusallaştırma yöntemi kullanmıştır. Viskoelastik bir temel kirişi desteklemektedir. Ana denklemi elde etmek için Von Kármán doğrusal olmayan elastisite modelini kullanmışlardır.



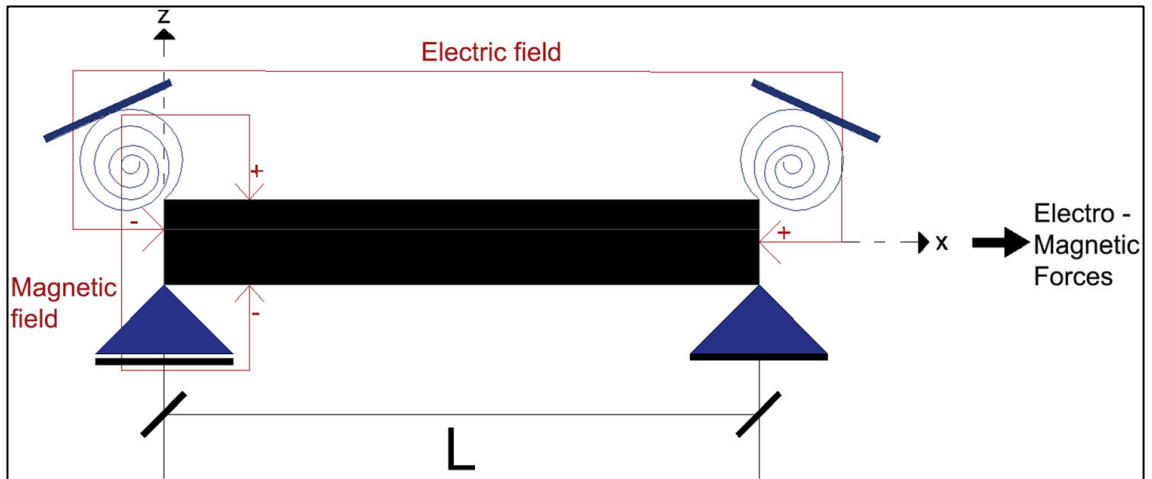
Hadji ve Avcar (2021) boşluklu, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş nanokirişler için yeni bir yerel olmayan hiperbolik kesme-deformasyon kiriş teorisi geliştirerek serbest titreşim analizleri yapmıştır. Dört farklı boşlukluluk hali ele alınmıştır. Malzeme özelliklerinin kalınlık doğrultusunda sürekli değişmesini ve yerel olmayan parametre, en-boy oranı, boşluk türlerinin nanokirişin dinamik tepkileri üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

### 3. MATERYAL ve YÖNTEM

#### 3.1. Elektromanyetik Alanda Karbon Nanotüplerin Stabilite Analizi

Çalışmanın bu bölümünde elektromanyetik alana yerleştirilmiş kısıtlanmış nanotüplerin stabilite analizi, Eringen tarafından önerilen yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak incelenmiş, nanotüplerin burkulma yükleri; Stokes dönüşümü ve Fourier sinüs serisi kullanılarak elde edilmiştir. Ayrıca dönel yay parametresi, mod sayısı, Hartmann parametresi gibi çeşitli parametrelerin elektromanyetik alana yerleştirilen nanotüplerin burkulma yükleri üzerindeki etkilerini araştırılmıştır.

##### 3.1.1. Elektromanyetik nanotüp burkulma formülasyonu



Şekil 3.1. Elektromanyetik alana yerleştirilmiş nanotüpün gösterimi (Uzun vd., 2020b)

Şekil 3.1.'de, elektromanyetik bir alana yerleştirilmiş  $L$  uzunluğu ve çapı  $d$  olan bir nanotüp gösterilmektedir. Ohm yasasına göre, sistemin indüksiyon akımından dolayı (Lorentz kuvveti nedeniyle) akım yoğunluğu ( $J$ ) (Jena vd., 2019; Zakaria ve Harthy, 2017):

$$J = \sigma_0(\bar{E} + w \times B) = \sigma_0(\bar{E} + w \times \mu_0 H) \quad (3.1)$$

Burada  $w(x,t)$  nanotüpün orta düzlemindeki düşey yer değiştirmesi,  $\sigma_0$  elektriksel

iletkenlik,  $\bar{E}$  elektrik alan yoğunluğu,  $B$  manyetik akım yoğunluğu,  $\mu_0$  serbest alanın manyetik geçirgenliği ve  $H$  manyetik alan gücüdür.

Elektrik alan yoğunluğu ihmal edildiğinde nanotüp,  $f_{em}$  ile gösterilen manyetik bir kuvvet veya Ponderomotive kuvvetine maruz kalır ve  $f_{em}$  şu şekilde ifade edilebilir (Jena vd., 2019; Zakaria ve Harthy, 2017):

$$f_{em} = J \times B = \sigma_0 (\bar{E} + w \times \mu_0 H) \times \mu_0 H = \sigma_0 \mu_0^2 H^2 w \quad (3.2)$$

Euler-Bernoulli kirişin yer değiştirmeleri şöyle tarif edilebilir (Zakaria ve Harthy, 2017):

$$u_x(x, z, t) = -z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (3.3a)$$

$$u_y(x, z, t) = 0 \quad (3.3b)$$

$$u_z(x, z, t) = w(x, t) \quad (3.3c)$$

Burada,  $u_x$ ,  $u_y$  ve  $u_z$ , sırasıyla  $x$ ,  $y$  ve  $z$  yönlerinde yer değiştirmeleri temsil eder. Yukarıdaki denklemlerde, noktanın kirişin orta düzlemi üzerinde çapraz yer değiştirmesini belirtir. Şekil değiştirme ( $\varepsilon$ ), yer değiştirme ilişkisinin sıfır olmayan tek bileşeni olan  $\varepsilon_{xx}$ , aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w(x, z, t)}{\partial x^2} \quad (3.4)$$

Euler-Bernoulli nanotüp için gerilme enerjisinin değişimi  $\delta U$  ve dış kuvvet tarafından yapılan işlerin değişimi  $\delta W_e$  aşağıdaki gibidir.

$$\delta U = \int_0^L \int_A \sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} dA dx = \int_0^L \left[ -M_{xx} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} \right] dx, \quad (3.5)$$

$$\delta W_e = \int_0^L \left[ P \left( \frac{dw}{dx} \right) \left( \frac{d\delta w}{dx} \right) + \sigma_0 \mu_0^2 H^2 w \delta w \right] dx, \quad (3.6)$$

Konservatif sistem için Hamilton'ın prensibi şöyledir:

$$\delta \Pi = \int_0^t \delta (W_e + U) dt, \quad (3.7)$$

Denklem (3.5)–(3.6)'yı denklem (3.7)'de yerine koyarsak ve  $\delta \Pi = 0$  dersek:

$$\begin{aligned} \delta \Pi = \int_0^t \int_0^L \left[ P \left( \frac{dw}{dx} \right) \left( \frac{d\delta w}{dx} \right) + \sigma_0 \mu_0^2 H^2 w \delta w - M_{xx} \frac{d^2 \delta w}{dx^2} \right] dx dt = \\ \int_0^t \int_0^L \left[ -P \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \delta w + \sigma_0 \mu_0^2 H^2 w \delta w + \frac{d^2 M_{xx}}{dx^2} \delta w \right] dx dt \end{aligned} \quad (3.8)$$

Burkulma davranışı için hareket denklemi şu şekilde elde edilebilir (Jena vd., 2019):

$$\frac{d^2 M_{xx}}{dx^2} + \sigma_0 \mu_0^2 H^2 w = P \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.9)$$

Yerel olmayan izotropik bir nanotüp için, Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi şöyle ifade edilebilir (Zakaria ve Al Harthy, 2017):

$$\left( 1 - \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx} \quad (3.10)$$

burada  $\mu = (e_0 a)^2$  yerel olmayan parametre,  $e_0$  ve  $a$  sırasıyla malzeme sabiti ve iç karakteristik uzunluktur.  $E$  ise elastisite modülüdür.

Denklem (3.10)'u  $z$  ile çarparak kesit alanı boyunca integralini alırsak,  $I$  atalet momenti olmak üzere, Euler–Bernoulli nanotüp için yerel olmayan bünye denklemi şu şekilde gösterilebilir

$$M_{xx} - \mu \frac{d^2 M_{xx}}{dx^2} = -EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.11)$$

Denklem (3.9) ile denklem (3.11) birleştirip düzenlersek, yerel olmayan eğilme momenti şu şekilde tarif edilebilir:

$$M_{xx} = -EI \frac{d^2 w}{dx^2} + \mu P \frac{d^2 w}{dx^2} - \mu \sigma_0 \mu_0^2 H^2 w \quad (3.12)$$

Yerel olmayan gerilme enerjisini dış kuvvet tarafından yapılan işle eşitleyerek şu şekilde gösterebiliriz:

$$\begin{aligned} & -\int_0^L \left( -EI \frac{d^2 w}{dx^2} + \mu P \frac{d^2 w}{dx^2} - \mu \sigma_0 \mu_0^2 H^2 w \right) \frac{d^2 w}{dx^2} dx = \\ & \int_0^L \left[ P \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 + \sigma_0 \mu_0^2 H^2 w^2 \right] dx \end{aligned} \quad (3.13)$$

Denklem (3.12) ile denklem (3.9)'u birleştirirsek, temel hareket denklemini şu şekilde elde ederiz (Zakaria ve Al Harthy, 2017):

$$-EI \frac{d^4 w}{dx^4} + \mu P \frac{d^4 w}{dx^4} - \mu \sigma_0 \mu_0^2 H^2 \frac{d^2 w}{dx^2} + \sigma_0 \mu_0^2 H^2 w = P \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.14)$$

Aşağıda boyutsuz parametreler tanımlanmıştır;

$\hat{P} = PL^2/EI$ : boyutsuz frekans parametresi

$H_a^2 = \sigma_0 \mu_0^2 H^2 L^4/EI$ : boyutsuz Hartmann parametresi

$\bar{\mu} = e_0 a / l$ : boyutsuz yerel olmayan parametre

Yukarıdaki boyutsuz parametreleri denklem (3.13) ve (3.14)'e dahil ettiğimizde:

$$\int_0^1 \left\{ \left( \frac{d^2W}{dX^2} \right)^2 + \mu^{-2} H_a^2 \left( W \frac{d^2W}{dX^2} \right) - H_a^2 W^2 \right\} dX = \hat{P} \int_0^1 \left\{ \left( \frac{dW}{dX} \right)^2 + \mu^{-2} \left( \frac{d^2W}{dX^2} \right)^2 \right\} dX \quad (3.15)$$

$$\frac{d^4W}{dX^4} + \mu^{-2} H_a^2 \frac{d^2W}{dX^2} - H_a^2 W = \hat{P} \left( \mu^{-2} \frac{d^4W}{dX^4} - \frac{d^2W}{dX^2} \right) \quad (3.16)$$

### 3.1.2. Çözüm yöntemi

Yatay deplasman fonksiyonu  $\Psi(x)$  ikisi ayrı sınır noktaları için, diğeri bu noktalar arasındaki ara yerler için olmak üzere üç ayrı bölgede tanımlanmıştır (Yaylı, 2015a; Yaylı, 2015b):

$$\Psi(x) = \Psi_0 \quad x = 0, \quad (3.17)$$

$$\Psi(x) = \Psi_L \quad x = L, \quad (3.18)$$

$$\Psi(x) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad 0 < x < L, \quad (3.19)$$

Burada:

$$A_j = \frac{2}{L} \int_0^L \Psi(x) \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) dx. \quad (3.20)$$

### 3.1.3. Stokes dönüşümü

Denklem (3.19)'ün ilk türevi

$$\Psi'(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{j\pi}{L} A_j \cos\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad (3.21)$$

$\Psi'(x)$  bir Fourier kosinüs serisiyle yazılabilir:

$$\Psi'(x) = \frac{b_0}{L} + \sum_{j=1}^{\infty} b_j \cos\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad (3.22)$$

Denklem (3.22)'deki  $(b_0, b_j)$  katsayıları şöyle tanımlanır

$$b_0 = \frac{2}{L} \int_0^L \psi'(x) dx = \frac{2}{L} [\psi(L) - \psi(0)] \quad (3.23)$$

$$b_j = \frac{2}{L} \int_0^L \psi'(x) \cos\left(\frac{j\pi x}{L}\right) dx \quad j=1,2,\dots, \quad (3.24)$$

parçalara integrasyon uygulayarak;

$$b_j = \frac{2}{L} \left[ \psi(x) \cos\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \right]_0^L + \frac{2}{L} \left[ \frac{j\pi}{L} \int_0^L \psi(x) \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) dx \right] \quad (3.25)$$

$$b_j = \frac{2}{L} \left[ (-1)^j \psi(L) - \psi(0) \right] + \frac{j\pi}{L} A_j \quad (3.26)$$

Bu algoritmik matematiksel prosedür Stokes dönüşümü olarak bilinir. Yatay deplasman fonksiyonunun  $(\Psi(x))$  dördüncü mertebeye kadarki türevleri aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$\frac{d\Psi(x)}{dx} = \frac{\Psi_L - \Psi_0}{L} + \sum_{j=1}^{\infty} \cos(\alpha_j x) \left( \frac{2((-1)^j \Psi_L - \Psi_0)}{L} + \alpha_j A_j \right), \quad (3.27)$$

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} = -\sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \sin(\alpha_j x) \left( \frac{2((-1)^j \Psi_L - \Psi_0)}{L} + \alpha_j A_j \right), \quad (3.28)$$

$$\frac{d^3\Psi(x)}{dx^3} = \frac{\Psi_L'' - \Psi_0''}{L} + \sum_{j=1}^{\infty} \cos(\alpha_j x) \left( \frac{2((-1)^j \Psi_L'' - \Psi_0'')}{L} - \alpha_j^2 \left( \frac{2((-1)^j \Psi_L - \Psi_0)}{L} + \alpha_j A_j \right) \right), \quad (3.29)$$

$$\frac{d^4\Psi(x)}{dx^4} = -\sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \sin(\alpha_j x) \left( \frac{2((-1)^j \Psi_L'' - \Psi_0'')}{L} - \alpha_j^2 \left( \frac{2((-1)^j \Psi_L - \Psi_0)}{L} + \alpha_j A_j \right) \right) \quad (3.30)$$

Denklem (3.19), (3.28), (3.29) ve (3.30) kullanılarak Fourier katsayısı  $A_j$  aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$A_j = \frac{\begin{pmatrix} 2\alpha_j((P + (-EI + P\mu)\alpha_j^2 + H^2\mu\mu_0^2\sigma_0)\Psi_0 - \\ (-1)^j(P + (-EI + P\mu)\alpha_j^2 + H^2\mu\mu_0^2\sigma_0)\Psi_L + \\ (EI - P\mu)(\Psi_0'' - (-1)^j\Psi_L'')) \end{pmatrix}}{(L\alpha_j^2(P + (-EI + P\mu)\alpha_j^2) + H^2L(1 + \mu\alpha_j^2)\mu_0^2\sigma_0)} \quad (3.31)$$

Daha genel bir formda bir nanotüpün yatay deplasman fonksiyonu şu şekilde yazılabilir:

$$\Psi(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\begin{pmatrix} 2\alpha_j((P + (-EI + P\mu)\alpha_j^2 + H^2\mu\mu_0^2\sigma_0)\Psi_0 - \\ (-1)^j(P + (-EI + P\mu)\alpha_j^2 + H^2\mu\mu_0^2\sigma_0)\Psi_L + \\ (EI - P\mu)(\Psi_0'' - (-1)^j\Psi_L'')) \end{pmatrix}}{(L\alpha_j^2(P + (-EI + P\mu)\alpha_j^2) + H^2L(1 + \mu\alpha_j^2)\mu_0^2\sigma_0)} \sin(\alpha_j x) \quad (3.32)$$

### 3.1.4. Sınır şartları

$R$  simetrik dönele yay parametresi,  $R_0 = R(x=0)$ ,  $R_L = R(x=L)$  olmak üzere, aşağıdaki sınır şartları yazılabilir:

$$R_0 \frac{d\Psi(x)}{dx} = -EI\Psi_0'' + \mu P\Psi_0'' - \mu\sigma_0\mu_0^2 H^2\Psi_0 \quad (3.33)$$

$$-R_L \frac{d\Psi(x)}{dx} = -EI\Psi_L'' + \mu P\Psi_L'' - \mu\sigma_0\mu_0^2 H^2\Psi_L \quad (3.34)$$

Bazı matematiksel işlemlerden sonra,



$$\left( \begin{array}{c} -EI + P\mu - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2Lj^2\pi^2 R_0(EI - P\mu)}{\left( \begin{array}{c} -L^2 j^2 P\pi^2 + j^4 \pi^4 (EI - P\mu) \\ -H^2 L^2 (L^2 + j^2 \pi^2 \mu) \mu_0^2 \sigma_0 \end{array} \right)} \end{array} \right) \Psi_0 + \quad (3.35)$$

$$\left( \begin{array}{c} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j Lj^2\pi^2 R_0(EI - P\mu)}{\left( \begin{array}{c} -L^2 j^2 P\pi^2 + j^4 \pi^4 (EI - P\mu) \\ -H^2 L^2 (L^2 + j^2 \pi^2 \mu) \mu_0^2 \sigma_0 \end{array} \right)} \end{array} \right) \Psi_L = 0,$$

$$\left( \begin{array}{c} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j Lj^2\pi^2 R_L(EI - P\mu)}{\left( \begin{array}{c} -L^2 j^2 P\pi^2 + j^4 \pi^4 (EI - P\mu) \\ -H^2 L^2 (L^2 + j^2 \pi^2 \mu) \mu_0^2 \sigma_0 \end{array} \right)} \end{array} \right) \Psi_0 + \quad (3.36)$$

$$\left( \begin{array}{c} -EI + P\mu - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2Lj^2\pi^2 R_L(EI - P\mu)}{\left( \begin{array}{c} -L^2 j^2 P\pi^2 \\ + j^4 \pi^4 (EI - P\mu) \\ -H^2 L^2 (L^2 + j^2 \pi^2 \mu) \mu_0^2 \sigma_0 \end{array} \right)} \end{array} \right) \Psi_L = 0.$$

### 3.1.5. Özdeğer çözümleri

Denklem (3.35) ve (3.36)'da sabitlerin  $(\Psi_0, \Psi_L)$  çözülebilmesi için matris formunda yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_0 \\ \Psi_L \end{bmatrix} = 0, \quad (3.37)$$

burada

$$\Gamma_{11} = \left( -EI + P\mu - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2Lj^2\pi^2 R_0(EI - P\mu)}{\left( \begin{array}{c} -L^2 j^2 P\pi^2 + j^4 \pi^4 (EI - P\mu) - H^2 L^2 (L^2 + j^2 \pi^2 \mu) \mu_0^2 \sigma_0 \end{array} \right)} \right) \quad (3.38)$$

$$\Gamma_{12} = \left( \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j L j^2 \pi^2 R_0 (EI - P\mu)}{(-L^2 j^2 P \pi^2 + j^4 \pi^4 (EI - P\mu) - H^2 L^2 (L^2 + j^2 \pi^2 \mu) \mu_0^2 \sigma_0)} \right) \quad (3.39)$$

$$\Gamma_{21} = \left( \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j L j^2 \pi^2 R_L (EI - P\mu)}{(-L^2 j^2 P \pi^2 + j^4 \pi^4 (EI - P\mu) - H^2 L^2 (L^2 + j^2 \pi^2 \mu) \mu_0^2 \sigma_0)} \right) \quad (3.40)$$

$$\Gamma_{22} = \left( -EI + P\mu - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2L j^2 \pi^2 R_L (EI - P\mu)}{(-L^2 j^2 P \pi^2 + j^4 \pi^4 (EI - P\mu) - H^2 L^2 (L^2 + j^2 \pi^2 \mu) \mu_0^2 \sigma_0)} \right) \quad (3.41)$$

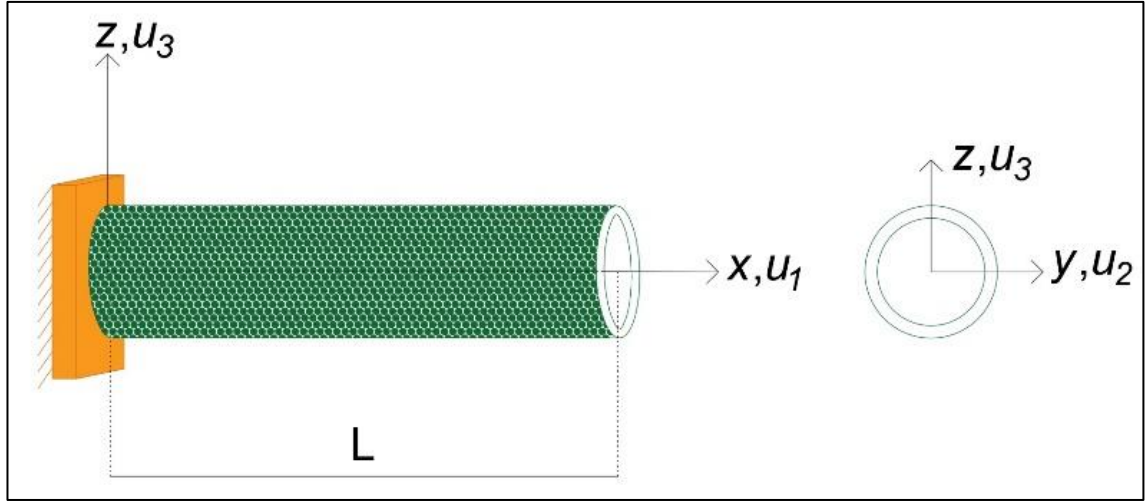
Boyutsuz parametreleri kullanarak Denklem şu hale getirilebilir:

$$\left( 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2j^2 \pi^2 R_0}{\begin{pmatrix} -j^2 P \pi^2 + j^4 \pi^4 (1 - P \bar{\mu}^2) \\ -H^2 (1 + j^2 \pi^2 \bar{\mu}^2) \end{pmatrix}} \right) \Psi_0 - \left( \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j j^2 \pi^2 R_0}{\begin{pmatrix} -j^2 P \pi^2 + j^4 \pi^4 (1 - P \bar{\mu}^2) \\ -H^2 (1 + j^2 \pi^2 \bar{\mu}^2) \end{pmatrix}} \right) \Psi_L = 0 \quad (3.42)$$

$$\left( - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j j^2 \pi^2 R_L}{\begin{pmatrix} -j^2 P \pi^2 + j^4 \pi^4 (1 - P \bar{\mu}^2) \\ -H^2 (1 + j^2 \pi^2 \bar{\mu}^2) \end{pmatrix}} \right) \Psi_0 + \left( 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2j^2 \pi^2 R_L}{\begin{pmatrix} -j^2 P \pi^2 + j^4 \pi^4 (1 - P \bar{\mu}^2) \\ -H^2 (1 + j^2 \pi^2 \bar{\mu}^2) \end{pmatrix}} \right) \Psi_L = 0 \quad (3.43)$$

### 3.2. Nanotüp Tabanlı Sensörlerin Serbest Titreşim Analizi

Çalışmanın bu bölümünde, nanotüp tabanlı sensörlerin serbest titreşim analizi için Rayleigh kirişi ve değiştirilmiş gerilme çifti teorilerine dayalı bir sonlu elemanlar modeli geliştirilmiştir. Konsol tek duvarlı karbon nanotüpün titreşim analizinde dönel ataletin etkisi ve boyut etkisi dikkate alınmıştır. Çalışmanın bu kısmının amacı konsol tek duvarlı karbon nanotüpün (Şekil 3.2.) titreşim frekanslarını bu etkilerle birlikte hesaplayabilmektir. Bu çerçevede geliştirilen sonlu elemanlar modelinin hesaplanmasında rijitlik ve kütle matrislerinin de hesaba dahil edilmesi gerekmektedir.



**Şekil 3.2.** Tek duvarlı konsol karbon nanotüp çizimi (Uzun vd., 2021)

Değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ile ilgili teorik bilgiler ve yönetici denklemin çıkarılması ile ilgili matematiksel işlemler 2. Bölüm’de detaylı olarak anlatılmıştır. Bu bölümde Şekil (3.2)’deki gibi bir tek duvarlı karbon nanotüp için rijitlik ve kütle matrislerinin nasıl çıkarılacağı tartışılacak ve konsol TKDNT için sınır şartları belirlenecektir.

Konsol TDKNT’ün titreşim problemini çözmek için sonlu elemanlar yöntemi kullanılabilir. Kiriş elemanı, iki düğüm ve düğüm başına iki serbestlik derecesi (düşey yer değiştirme ve dönme) kullanılarak modellenmiştir. İlk olarak, kiriş elemanlarının fiziksel davranışını yansıtan uygun şekil fonksiyonlarını belirlemek gerekir. Kirişin şekil fonksiyonu  $\phi$  şu şekilde tanımlanabilir:

$$\phi = \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

Burada  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  ve  $\phi_4$  aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\phi_1 = 1 - \frac{3x^2}{L_e^2} + \frac{2x^3}{L_e^3} \quad (3.45a)$$

$$\phi_2 = x - \frac{2x^2}{L_e} + \frac{x^3}{L_e^2} \quad (3.45b)$$

$$\phi_3 = \frac{3x^2}{L_e^2} - \frac{2x^3}{L_e^3} \quad (3.45c)$$

$$\phi_4 = -\frac{x^2}{L_e} + \frac{x^3}{L_e^2} \quad (3.45d)$$

Şekil fonksiyonlarında  $L_e$ , bir kiriş elemanın uzunluğunu temsil eder. Bir kiriş elemanın uzunluğu, toplam kiriş uzunluğunun  $L$  elemanların sayısına  $N_E$  bölünmesiyle bulunur. Rayleigh kirişi için değiştirilmiş gerilme çifti teorisinin yönetici denkleminin zayıf şeklini elde etmek için, artık  $R$  şu şekilde ifade edilebilir:

$$R = EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + GA I^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho I \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (3.46)$$

$R$  artığı, ağırlıklı artığı belirtmek için bir ağırlık fonksiyonu ( $\phi$ ) ile çarpılır. Ağırlıklı artık tüm uzunluk boyunca entegre edildiğinde:

$$\int_0^L \phi R dx = 0 \quad (3.47)$$

Denklem (3.46), Denklem (3.47)'de yerine yazılırsa:

$$\int_0^L \left[ \phi EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \phi GA I^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \phi \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \phi \rho I \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \right] dx = 0 \quad (3.48)$$

Denklem (3.48) parçalara ayrılarak entegre edilebilir. Zincir kuralına göre en genel formda şu şekilde yazılabilir:

$$\int_0^L \left[ EI \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi^T}{\partial x^2} + GA I^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi^T}{\partial x^2} + \rho A \phi \phi^T - \rho I \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \phi^T}{\partial x} \right] dx = 0 \quad (3.49)$$

Denklem (3.45)'deki şekil fonksiyonlarını Denklem (3.49)'da yerlerine yazılırsa, tek duvarlı karbon nanotüplerin rijitlik ve kütle matrisleri elde edilir. Tek duvarlı karbon nanotüplerin rijitlik ve kütle matrisleri aşağıda verilmiştir:

$$\mathbf{K}_1 = EI \int_0^{L_e} \begin{Bmatrix} \phi_1'' \\ \phi_2'' \\ \phi_3'' \\ \phi_4'' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1'' & \phi_2'' & \phi_3'' & \phi_4'' \end{Bmatrix} dx = \frac{EI}{L_e^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L_e & -12 & 6L_e \\ 6L_e & 4L_e^2 & -6L_e & 2L_e^2 \\ -12 & -6L_e & 12 & -6L_e \\ 6L_e & 2L_e^2 & -6L_e & 4L_e^2 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$\mathbf{K}_2 = GA I^2 \int_0^{L_e} \begin{Bmatrix} \phi_1'' \\ \phi_2'' \\ \phi_3'' \\ \phi_4'' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1'' & \phi_2'' & \phi_3'' & \phi_4'' \end{Bmatrix} dx = \frac{GA I^2}{L_e^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L_e & -12 & 6L_e \\ 6L_e & 4L_e^2 & -6L_e & 2L_e^2 \\ -12 & -6L_e & 12 & -6L_e \\ 6L_e & 2L_e^2 & -6L_e & 4L_e^2 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$\mathbf{M}_1 = \rho A \int_0^{L_e} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 \end{Bmatrix} dx = \frac{\rho A}{420} \begin{bmatrix} 156L_e & 22L_e & 54L_e & -13L_e^2 \\ 22L_e & 4L_e^3 & 13L_e^2 & -3L_e^3 \\ 54L_e & 13L_e^2 & 156L_e & -22L_e^2 \\ -13L_e^2 & -3L_e^3 & -22L_e^2 & 4L_e^3 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$\mathbf{M}_2 = \rho I \int_0^{L_e} \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \\ \phi_3' \\ \phi_4' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1' & \phi_2' & \phi_3' & \phi_4' \end{Bmatrix} dx = \frac{\rho I}{30L_e} \begin{bmatrix} 36 & 3L_e & -36 & 3L_e \\ 3L_e & 4L_e^2 & -3L_e & -L_e^2 \\ -36 & -3L_e & 36 & -3L_e \\ 3L_e & -L_e^2 & -3L_e & 4L_e^2 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Denklem (3.49) - (3.53)'den TDKNT'ün iki rijitlik matrisine ve iki kütle matrisine sahip olduğu görülmektedir. TDKNT'nin titreşim analizi ve matrisleri ile ilgili bir dizi önemli konuya vurgu yapılmalıdır. Burada,  $\mathbf{K}_1$  ve  $\mathbf{M}_1$  klasik (yerel) elastisite teorisinden gelmekte ve titreşim problemleri için tüm sonlu eleman çözümlerinde bulunmaktadır.  $\mathbf{K}_2$ , malzeme uzunluğu için küçük boyut parametresi içeren, değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ile ilgili olan matristir. Boyut etkisi, bu matris ile çözüme dahil edilir.  $\mathbf{K}_2$ 'yi ihmal edersek, sonlu elemanlar çözümü, herhangi bir küçük boyut parametresi içermeyen klasik teoriye dayalı Rayleigh kiriş teorisine indirgenir. Son olarak,  $\mathbf{M}_2$  ise dönel atalet etkisinden gelen matristir. TDKNT'nin frekanslarını bulmak için aşağıdaki özdeğer problemi çözülmesi gerekmektedir:

$$|\mathbf{K}_T - \omega^2 \mathbf{M}_T| = 0 \quad (3.54)$$

$\omega$ ,  $\mathbf{K}_T$  ve  $\mathbf{M}_T$  sırasıyla dairesel frekans, toplam rijitlik ve kütle matrislerini temsil eder. Toplam rijitlik ve kütle matrisleri aşağıdaki denklemlerde verilmiştir:

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} \frac{12(EI + GA l^2)}{L_e^3} & \frac{6(EI + GA l^2)}{L_e^2} & -\frac{12(EI + GA l^2)}{L_e^3} & \frac{6(EI + GA l^2)}{L_e^2} \\ \frac{6(EI + GA l^2)}{L_e^2} & \frac{4(EI + GA l^2)}{L_e} & -\frac{6(EI + GA l^2)}{L_e^2} & \frac{2(EI + GA l^2)}{L_e} \\ -\frac{12(EI + GA l^2)}{L_e^3} & -\frac{6(EI + GA l^2)}{L_e^2} & \frac{12(EI + GA l^2)}{L_e^3} & -\frac{6(EI + GA l^2)}{L_e^2} \\ \frac{6(EI + GA l^2)}{L_e^2} & \frac{2(EI + GA l^2)}{L_e} & -\frac{6(EI + GA l^2)}{L_e^2} & \frac{4(EI + GA l^2)}{L_e} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$\mathbf{M}_T = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = \rho \begin{bmatrix} \frac{13AL_e}{35} + \frac{6I}{5L_e} & \frac{11AL_e}{210} + \frac{I}{10} & \frac{9AL_e}{70} - \frac{6I}{5L_e} & -\frac{13AL_e^2}{420} + \frac{I}{10} \\ \frac{11AL_e^2}{210} + \frac{I}{10} & \frac{AL_e^3}{105} + \frac{2IL_e}{15} & \frac{13AL_e^2}{420} - \frac{I}{10} & -\frac{AL_e^3}{140} - \frac{IL_e}{30} \\ \frac{9AL_e}{70} - \frac{6I}{5L_e} & \frac{13AL_e^2}{420} - \frac{I}{10} & \frac{13AL_e}{35} + \frac{6I}{5L_e} & -\frac{11AL_e^2}{210} - \frac{I}{10} \\ -\frac{13AL_e^2}{420} + \frac{I}{10} & -\frac{AL_e^3}{140} - \frac{IL_e}{30} & -\frac{11AL_e^2}{210} - \frac{I}{10} & \frac{AL_e^3}{105} + \frac{2IL_e}{15} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Konsol TDKNT için sınır koşulları ( $x = 0$  ve  $x = L$ ) aşağıda verilmiştir:

Ankastre uç için:  $w(0) = 0$  ve  $w'(0) = 0$

Serbest uç için:  $w''(L) = 0$  ve  $w'''(L) = 0$

### 3.3. Nanoçubukların Eksenel Dinamik Analizi

Çalışmanın bu bölümünde ise farklı sınır koşullarına sahip boşluksuz nanoçubukların (nanorod) eksenel titreşim davranışı Bishop çubuk teorisi temelinde araştırılmıştır. Bu amaçla kullanılan Bishop çubuk teorisi eksenel sapmayı simüle etmek için uygulanan bir teoridir. Genellikle kalın çubukların ve kirişlerin modellenmesinde kullanılan bu teori kalın çubukların gerçekçi bir biçimde modellenebilmesi için yanal deformasyonların ve

kayma rijitliğinin formülasyona dahil etmektedir. Bu bölümde küçük boyut etkisi, Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak aşılmıştır. Yerel olmayan deforme olabilen sınır koşullarına ve Stokes dönüşümüne dayanan, doğrusal denklemler sistemi oluşturularak, ardından bir özdeğer problemi oluşturulmuştur. Nano parametrelerin aksel frekansları üzerindeki geometrik parametreler, titreşim modları, yerel olmayan parametrenin çeşitli değerleri ve aksel yay parametreleri gibi çeşitli parametrelerin etkilerini araştırmak amaçlanmıştır. (Uzun vd., 2020a)

### 3.3.1. Yerel olmayan Bishop nanoçubuk modeli

Klasik elastisite teorisinin aksine, Eringen'in varsayımına göre, bir referans noktasındaki gerilmeler sadece o noktadaki gerilmenin değil, aynı zamanda kesitteki her noktadaki gerilmelerin bir fonksiyonudur.

Bishop çubuk teorisine göre, bir nanoçubuğun herhangi bir noktasındaki deplasman şu şekilde hesaplanabilir (Karličić vd., 2019):

$$u = u(x, t), \quad v = -vy \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}, \quad w = -vz \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \quad (3.57)$$

burada  $u(x, t)$  aksel deplasman,  $v(x, y, t)$  ve  $w(x, z, t)$  ise düşey deplasmanlar,  $v$  ise Poisson oranıdır. Çubuğun sıfırdan farklı olan şekil değiştirmeleri şöyle gösterilebilir ( $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij} = 2\varepsilon_{ji}$ ,  $i \neq j$ ):

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = -v \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}, \quad (3.58)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = -v \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -vy \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad (3.59)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -vz \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad \gamma_{zy} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (3.60)$$

buradan verilenlerdeki kurucu ilişkiden, bir boyuttaki Bishop çubuk teorisi için temel ilişkiler sistemi aşağıdaki gibi verilebilir (Karličić vd. 2019):

$$\sigma_{xx} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.61a)$$

$$\sigma_{xy} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xy}}{\partial x^2} = G\gamma_{xy} = -G\nu y \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (3.61b)$$

$$\sigma_{xz} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xz}}{\partial x^2} = G\gamma_{xz} = -G\nu z \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (3.61c)$$

Burada  $E$  ve  $G$  elastisite modülü ve kayma modülüdür. Denklem (2.50) ve (3.61) denklemlerinden, Denklem (3.62a)-(3.62c) ilişkileri çıkarılabilir:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = \rho \tilde{f}_x - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.62a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} = \rho \tilde{f}_y - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.62b)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} = \rho \tilde{f}_z - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.62c)$$

burada  $\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ ,  $\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$ ,  $\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$  atalet kuvvetleri,  $\rho \tilde{f}_x$ ,  $\rho \tilde{f}_y$ ,  $\rho \tilde{f}_z$  ise  $x$ ,  $y$  ve  $z$  yönlerindeki kütle kuvvetleridir.

Yukarıda elde edilen sonuçlardan Denklem (3.59)'u Denklem (3.62)'ye ve ihmal edilen kütle kuvvetleri  $\tilde{f}_y$  ve  $\tilde{f}_z$  Denklem (3.61)'de eşitlenebilir. Sonra, gerilme bileşenleri  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xy}$  ve  $\sigma_{xz}$  deplasman olarak ifade edilen  $u$ 'nun fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma_{xx} = \mu \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho \tilde{f}_x - (1 + 2\nu) \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right] + E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.63a)$$

$$\sigma_{xy} = -\mu \rho \nu y \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^2 \partial t^2} - G \nu y \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (3.63b)$$

$$\sigma_{xz} = -\mu \rho \nu z \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^2 \partial t^2} - G \nu z \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (3.63c)$$



Elastik bir yapının hareket denklemleri Hamilton'un prensibi ile elde edilebilir (Rao, 2007; Reddy, 2002):

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_e) dt = 0 \quad (3.64)$$

Burada  $U$ ,  $W_e$  ve  $T$  sırasıyla nanoçubuğun şekil değiştirme enerjisi, dış kuvvetlerin yaptığı iş ve kinetik enerjidir. Bir nanoçubuğun gerilme enerjisi şu şekilde elde edilebilir:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^A \int_0^L (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{xy} \gamma_{xy} + \sigma_{xz} \gamma_{xz}) dx dA = \frac{1}{2} \int_0^L \left( N_x \frac{\partial u}{\partial x} - v P_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) dx \quad (3.65)$$

burada  $N_x$  ve  $P_x$  aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$N_x = \int_A \sigma_{xx} dA \quad (3.66a)$$

$$P_x = \int_A (\sigma_{xy} y + \sigma_{xz} z) dA \quad (3.66b)$$

Benzer şekilde dış kuvvetlerin yaptığı iş ise şu şekilde tanımlanabilir:

$$W_e = \int_0^L f(x, t) u dx \quad (3.67)$$

burada  $f(x, t)$  sürekli aksenal kuvvettir. Temel mekanik prensiplerine dayanarak kinetik enerji de şu şekilde tanımlanabilir:

$$T = \frac{1}{2} \int_A \int_0^L \rho \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx dA \quad (3.68)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^L \left[ \rho A \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \rho I_p v^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \right)^2 \right] dx$$

burada,  $A$  kesit alanı ve  $I_p$  polar atalet momentidir ve şu şekilde tanımlanır:

$$(A, I_p) = \int_A [1, (y^2 + z^2)] dA \quad (3.69)$$

Denklem (3.65), (3.67) ve (3.68)'i Denklem (3.64)'un içine yazarsak,  $\delta u$  şöyle gösterilebilir:

$$\delta u: \frac{\partial N_x}{\partial x} + v \frac{\partial^2 P_x}{\partial x^2} + f(x, t) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho I_p v^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad (3.70)$$

Dolayısıyla yerel olmayan Bishop çubuk modelinde sınır şartları şu şekilde tanımlanabilir:

$$\left\{ N_x + v \frac{\partial P_x}{\partial x} + \rho I_p v^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} \right\} \delta u \Big|_0^l = 0 \quad (3.71a)$$

$$\{v P_x\} \delta \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_0^l = 0 \quad (3.71b)$$

Denklem (3.64)'ü Denklem (3.66)'da yerine yazarsak, yerel olmayan elastisite teorisine göre ortaya çıkan gerilme faktörleri şu şekilde yazılabilir:

$$N_x = \mu \rho A (1 + 2v) \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} + EA \frac{\partial u}{\partial x} - \mu \frac{\partial f(x, t)}{\partial x} \quad (3.72a)$$

$$P_x = -Gv I_p \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu I_p \rho v \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (3.72b)$$

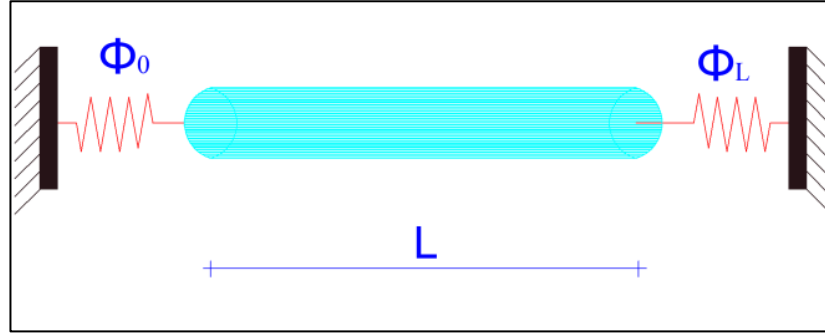
burada, kuvvet terimi  $\tilde{f}_x = \frac{f(x, t)}{\rho A}$  şeklinde değiştirilir. Daha sonra hareket denklemleri aksenal deplasman cinsinden  $u(x, t)$ , Denklem (3.72)'yi Denklem (3.70)'deki yerlerine yazılarak elde edilir:

$$\begin{aligned} \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \rho I_p v^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} - f(x, t) - EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + Gv^2 I_p \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \\ = \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \rho A (1 + 2v) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \rho I_p v^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} - f(x, t) \right] \end{aligned} \quad (3.73)$$

Bishop çubuk teorisine göre, yukarıdaki denklem yerel olmayan elastisite teorisinin en genel formudur. Çalışmanın ilerleyen kısımlarında, literatürde kullanılacak genel bir özdeğer problemi, genel elastik sınır durumu analiz edilerek elde edilecektir.

### 3.3.2. Çözüm yöntemi

Şekil 3.3.'de deforme olabilen sınır koşullarına sahip bir karbon nanoçubuk görülmektedir.



**Şekil 3.3.** Deforme olabilen sınır koşullarına sahip bir karbon nanoçubuk (Uzun vd., 2020a)

Bu karbon nanoçubuk için aksenal deplasman fonksiyonu ikisi sınır noktaları için, diğeri bu noktalar arasındaki ara yerler için üç ayrı bölgede tanımlanmıştır:

$$\varphi(x) = \varphi_0 \quad x = 0, \quad (3.74)$$

$$\varphi(x) = \varphi_L \quad x = L, \quad (3.75)$$

$$\varphi(x) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad 0 < x < L, \quad (3.76)$$

bunlarla birlikte:

$$A_j = \frac{2}{L} \int_0^L \varphi(x) \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) dx \quad (3.77)$$

### 3.3.3. Stokes dönüşümü

Denklem (3.76)'nın birinci türevi aşağıdaki gibidir:

$$\varphi'(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{j\pi}{L} A_j \cos\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad (3.78)$$

$\varphi'(x)$  Fourier kosinüs dönüşümüyle şu şekilde yazılabilir:

$$\varphi'(x) = \frac{b_0}{L} + \sum_{j=1}^{\infty} b_j \cos\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad (3.79)$$

Denklem (3.79)'un katsayıları şu şekilde yazılır:

$$b_0 = \frac{2}{L} \int_0^L \psi'(x) dx = \frac{2}{L} [\psi(L) - \psi(0)] \quad (3.80)$$

$$b_j = \frac{2}{L} \int_0^L \psi'(x) \cos\left(\frac{j\pi x}{L}\right) dx \quad j=1,2,\dots, \quad (3.81)$$

parçalara integraller uygularsak;

$$b_0 = \frac{2}{L} \left[ \psi(x) \cos\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \right]_0^L + \frac{2}{L} \left[ \frac{j\pi}{L} \int_0^L \psi(x) \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) dx \right] \quad (3.82)$$

$$b_j = \frac{2}{L} [(-1)^j \psi(L) - \psi(0)] + \frac{j\pi}{L} A_j \quad (3.83)$$

Bu algoritmik matematiksel prosedür Stokes dönüşümü olarak bilinir. Yanal eğilme

fonksiyonunun dördüncü mertebeye kadarki türevleri aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = \frac{\varphi_L - \varphi_0}{L} + \sum_{j=1}^{\infty} \left( \frac{2}{L} (\varphi_L (-1)^j - \varphi_0) + \alpha_j A_j \right) \cos[\alpha_j x], \quad (3.84)$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = - \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \sin(\alpha_j x) \left( \frac{2}{L} ((-1)^j \varphi_L - \varphi_0) + \alpha_j A_j \right), \quad (3.85)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3\varphi(x)}{dx^3} = & \frac{\varphi_L'' - \varphi_0''}{L} \\ & + \sum_{j=1}^{\infty} \cos(\alpha_j x) \left( \frac{2}{L} ((-1)^j \varphi_L'' - \varphi_0'') \right. \\ & \left. - \alpha_j^2 \left( \frac{2}{L} ((-1)^j \varphi_L - \varphi_0) + \alpha_j A_j \right) \right) \end{aligned} \quad (3.86)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4\varphi(x)}{dx^4} = & - \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \sin(\alpha_j x) \left( \frac{2}{L} ((-1)^j \varphi_L'' - \varphi_0'') \right. \\ & \left. - \alpha_j^2 \left( \frac{2}{L} ((-1)^j \varphi_L - \varphi_0) + \alpha_j A_j \right) \right) \end{aligned} \quad (3.87)$$

burada

$$\alpha_j = \frac{j\pi}{L} \quad (3.88)$$

Yukarıdaki prosedürü ve Denklem (3.76), (3.85), (3.86) ve (3.87)'yi kullanarak, Fourier katsayısı  $A_j$  aşağıdaki gibi bulunur:

$$A_j = \frac{(2\alpha_j((-P + S\alpha_j^2)\varphi_0 - S\varphi_0'' + (-1)^j((P - S\alpha_j^2)\varphi_L + S\varphi_L'')))}{L(R - P\alpha_j^2 + S\alpha_j^4)} \quad (3.89)$$

burada

$$S = Gv^2l - \rho\mu l v^2 \omega^2 \quad (3.90)$$

$$P = \rho I v^2 \omega^2 - EA + \rho \mu A (1 + 2\nu) \omega^2 \quad (3.91)$$

$$R = -\omega^2 \rho A \quad (3.92)$$

Bazı matematiksel işlemlerden sonra:

$$\begin{aligned} & \left( -\frac{2T}{L} - \phi_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2LR(j^2\pi^2 - 2L^2T)}{-L^2j^2P\pi^2 + L^4R + j^4\pi^4S} \right) \varphi_0 \\ & + \left( \frac{2T}{L} - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j LR(j^2\pi^2 - 2L^2T)}{-L^2j^2P\pi^2 + L^4R + j^4\pi^4S} \right) \varphi_L = 0 \end{aligned} \quad (3.93)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{2T}{L} - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j LR(j^2\pi^2 - 2L^2T)}{-L^2j^2P\pi^2 + L^4R + j^4\pi^4S} \right) \varphi_0 \\ & + \left( -\frac{2T}{L} - \phi_2 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2LR(j^2\pi^2 - 2L^2T)}{-L^2j^2P\pi^2 + L^4R + j^4\pi^4S} \right) \varphi_L = 0 \end{aligned} \quad (3.94)$$

burada da:

$$T = \frac{P}{2S} \quad (3.95)$$

Denklem (93) ve (94) matris formunda aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\det \begin{bmatrix} ST_{11} & ST_{12} \\ ST_{21} & ST_{22} \end{bmatrix} = 0, \quad (3.96)$$

burada;

$$ST_{11} = \left( -\frac{2T}{L} - \phi_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2LR(j^2\pi^2 - 2L^2T)}{-L^2j^2P\pi^2 + L^4R + j^4\pi^4S} \right) \quad (3.97)$$

$$ST_{12} = \left( \frac{2T}{L} - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j LR(j^2\pi^2 - 2L^2T)}{-L^2j^2P\pi^2 + L^4R + j^4\pi^4S} \right) \quad (3.98)$$

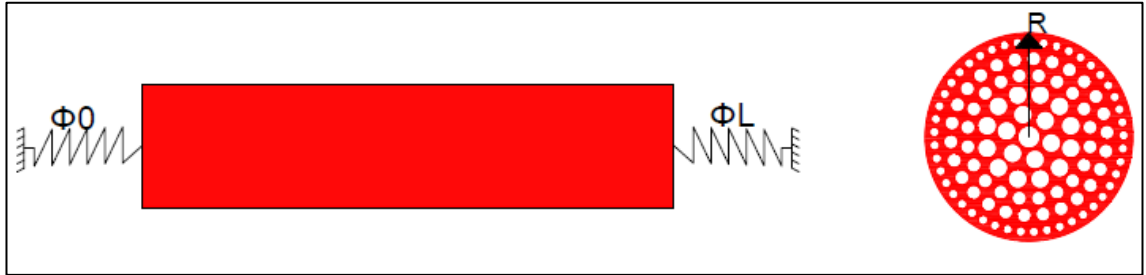
$$ST_{21} = \left( \frac{2T}{L} - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j LR(j^2\pi^2 - 2L^2T)}{-L^2j^2P\pi^2 + L^4R + j^4\pi^4S} \right) \quad (3.99)$$

$$ST_{22} = \left( -\frac{2T}{L} - \phi_2 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2LR(j^2\pi^2 - 2L^2T)}{-L^2j^2P\pi^2 + L^4R + j^4\pi^4S} \right) \quad (3.100)$$

Yukarıdaki gösterim, deforme olabilen sınır koşullarına sahip bir karbon nanoçubuk için bir özdeğer yaklaşımının daha genel şeklini vermektedir.

### 3.4. Boşluklu Nanotüpün Boyuta Bağlı Titreşim Analizi

Denklem (3.99) boşluksuz bir Bishop yerel olmayan çubuğun hareket denklemini ifade etmekte olduğu bir önceki bölümde gösterilmiştir. Daha önce bahsedildiği gibi, çalışmanın bu bölümünde de, deforme olabilen sınır koşulları altında boşluklu malzemeden yapılmış bir nanotüpün aksenal titreşimi (Şekil 3.4.) incelenecektir.



**Şekil 3.4.** Deforme olabilen sınır koşullarına sahip boşluklu bir nanotüp

Burada boşluklu bir yapıya sahip olan bir nanotüp söz konusu olduğu için formülasyonlarda bazı değişiklikler yapılmalıdır. Bu değişikliklerden sonra, boşluklu malzemeden yapılmış ve Bishop yerel olmayan çubuk ile modellenen nanotüp için hareket denklemini aşağıdaki gibi yazılabilir (Uzun vd., 2022):

$$\begin{aligned} \rho_{AA} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \rho_{II} v^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} - f(x, t) - E_{AA} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + G_{II} v^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \\ = \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \rho_{AA} (1 + v) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \rho_{II} v^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} - f(x, t) \right) \end{aligned} \quad (3.101)$$

Denklem (101)'de,  $\rho_{AA}$ ,  $\rho_{II}$ ,  $E_{AA}$  ve  $G_{II}$  şu şekilde tanımlanabilir:

$$\rho_{AA} = 2\pi \int_0^R \rho(r) r dr \quad (3.102)$$

$$\rho_{II} = 2\pi \int_0^R \rho(r) r^3 dr \quad (3.103)$$

$$G_{II} = 2\pi \int_0^R G(r) r^3 dr \quad (3.104)$$

$$E_{AA} = 2\pi \int_0^R E(r) r dr \quad (3.105)$$

Boşluklu malzemeden yapılan nanotüplerin malzeme özellikleri, boşluksuz olanlardan farklıdır. Bu çalışmada, boşluklu nanotüpün malzeme özelliklerinin yarıçap ( $r$ ) yönüne bağlı olarak değiştiği varsayılmaktadır. Bu nedenle, Boşluklu nanotüp için dikkate alınması gereken malzeme özellikleri  $r$ 'ye bağlı olarak yazılır ve boşluk dağılımına göre aşağıdaki gibi ifade edilir (Najafzadeh vd., 2020).

$$G(r) = G_o \left( 1 - e_s \cos \left( \frac{\pi r}{2R} \right) \right) \quad (3.106)$$

$$\rho(r) = \rho_o \left( 1 - e_m \cos \left( \frac{\pi r}{2R} \right) \right) \quad (3.107)$$

$$E(r) = E_o \left( 1 - e_k \cos \left( \frac{\pi r}{2R} \right) \right) \quad (3.108)$$

Yukarıdaki denklemde,  $G(r)$ ,  $\rho(r)$  ve  $E(r)$  sırasıyla boşluklu nanotüp için kayma modülü, yoğunluğu ve Elastisite modülünün değişimini temsil eder.  $G_o$ ,  $\rho_o$  ve  $E_o$  sırasıyla dıştaki



malzemenin kayma modülünü, yoğunluğunu ve Elastisite modülünü göstermektedir. Ayrıca,  $e_s$ ,  $e_m$  ve  $e_k$  sırasıyla kayma modülüne, kütle yoğunluğuna ve Elastisite modülüne dayalı olarak boşluk parametrelerini belirtmektedir. Bu boşluk parametreleri 0 ile 1 arasında değişkenlik gösterir ve aşağıdaki gibi tanımlanırlar:

$$e_s = 1 - \frac{G_i}{G_o} \quad (3.109)$$

$$e_m = 1 - \frac{\rho_i}{\rho_o} \quad (3.110)$$

$$e_k = 1 - \frac{E_i}{E_o} \quad (3.111)$$

Denklem (3.109) - (3.111)'de,  $G_i$ ,  $\rho_i$  ve  $E_i$  sırasıyla içteki malzemenin kayma modülünü, kütle yoğunluğunu ve Elastisite modülünü temsil etmektedir.

Bu aşamadan sonra boşluklu nanotüplerin titreşim analizinde, bir önceki bölümde anlatılan Fourier serisi ve Stokes dönüşümünden faydalanılarak ortaya konulan özdeğer problemi çözüme kavuşturulur.

Ortaya konulan çözüm değişken sınır koşullarına sahip boşluklu bir nanotüp için bir özdeğer probleminin çözümünün genel biçimini vermektedir. Bu özdeğer probleminin çözümü sayesinde, değişken sınır koşullarına sahip bir boşluklu nanotüpün frekans değerleri bulunabilir. Verilen denklemler incelendiğinde, frekanslara etkisi incelenecek tüm parametrelerin bu özdeğer problemi çözümüne dahil olduğu rahatlıkla görülmektedir.

Literatürde Bishop nanoçubukların aksenal titreşimlerine dayalı bilimsel yayınlar incelendiğinde en çok rijit sınır koşullarının tartışıldığı görülmektedir. Bu katı sınır koşulları, ankastre-ankastre ve ankastre-konsol haldedir. Ancak, ankastre ve serbest uç arasında çok sayıda sınır koşulu tanımlanabilir.

Nano ölçekli malzemelere yapılan çok küçük müdahalelerin onların davranışlarında önemli değişikliklere neden olduğu bilinmektedir. Bu nedenle, incelenen mesnet koşullarının ankastre-ankastre ve ankastre-konsol olarak sınırlı olmaması önemlidir.

Uygulamada tam olarak rijit destek koşullarının sağlanamaması bunu daha da önemli kılmaktadır.

Çalışmanın bu kısmında her iki ucunda yaylar olacak şekilde yapılan modelleme, Bishop nanotüplerinin hem deforme olabilen hem de rijit sınır koşulları altında incelenmesine olanak tanımaktadır. Bu, nanotüp uygulamalarında karşılaşılan rijit olmayan sınır koşullarının etkilerinin araştırılması açısından önemlidir.

## 4. BULGULAR ve TARTIŞMA

### 4.1. Elektromanyetik Alanda Karbon Nanotüplerin Stabilité Analizi sayısal Sonuçlar

Elektromanyetik alana yerleştirilen bir nanotüp modeli (bkz. Şekil 3.1) için seçilen malzemenin mekanik ve geometrik özellikleri;  $\mu = 0.1$ ,  $E = 1$  TPa, nanotüpün çapı  $d = 1$  nm, nanotüpün boyu  $L = 10$  nm ve simetrik dönel yay parametreleri de  $R_0 = R_L = R = 0,1, 0,3, 0,6, 0,9, 1,2, 1,5, 1,8$  nN/nm. olarak alınmıştır. (Uzun vd., 2020b)

Çizelge 4.1 – 4.7'de, 0 ila 7 arasında değişen çeşitli  $H$  (Hartmann parametresi) ve 0,1 ila 1,8 arasında değişen çeşitli  $R$  (simetrik dönel yay parametresi) değerleri ile elde edilen ilk üç burkulma yükü sunulmaktadır. Bu çizelgelere göre, nanotüpün birinci ve ikinci burkulma yükleri,  $H$  artışı ile sürekli olarak azalırken, üçüncü burkulma yükünde sürekli bir artış veya azalma yoktur. Üçüncü burkulma yükleri bazı  $H$  değerleri arasında artarken, diğerlerinde azalmaktadır.

**Çizelge 4.1.** Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 0,1$  nN/nm,  $\mu_0 = 1$ )

$H$	0	1	2	3	4	5	6	7
$P_1$	9,34	9,24	8,94	8,43	7,72	6,81	5,70	4,38
$P_2$	28,59	28,56	28,49	28,36	28,18	27,96	27,68	27,35
$P_3$	47,68	47,59	47,70	47,71	47,03	47,51	49,15	49,21

**Çizelge 4.2.** Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 0,3$  nN/nm,  $\mu_0 = 1$ )

$H$	0	1	2	3	4	5	6	7
$P_1$	10,04	9,94	9,63	9,13	8,42	7,51	6,40	5,08
$P_2$	29,14	29,11	29,04	28,91	28,73	28,51	28,23	27,90
$P_3$	48,11	47,63	48,08	47,65	47,58	48,02	47,44	49,08

**Çizelge 4.3.** Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 0,6$  nN/nm,  $\mu_0 = 1$ )

<b><i>H</i></b>	<b><i>0</i></b>	<b><i>1</i></b>	<b><i>2</i></b>	<b><i>3</i></b>	<b><i>4</i></b>	<b><i>5</i></b>	<b><i>6</i></b>	<b><i>7</i></b>
<b><i>P<sub>1</sub></i></b>	11,03	10,93	10,63	10,12	9,41	8,51	7,39	6,08
<b><i>P<sub>2</sub></i></b>	29,93	29,90	29,83	29,70	29,52	29,29	29,02	28,69
<b><i>P<sub>3</sub></i></b>	48,58	47,93	48,59	48,77	48,01	47,97	48,26	49,21

**Çizelge 4.4.** Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 0,9$  nN/nm,  $\mu_0 = 1$ )

<b><i>H</i></b>	<b><i>0</i></b>	<b><i>1</i></b>	<b><i>2</i></b>	<b><i>3</i></b>	<b><i>4</i></b>	<b><i>5</i></b>	<b><i>6</i></b>	<b><i>7</i></b>
<b><i>P<sub>1</sub></i></b>	11,96	11,86	11,55	11,06	10,35	9,44	8,33	7,02
<b><i>P<sub>2</sub></i></b>	30,67	30,64	30,57	30,44	30,26	30,04	29,76	29,43
<b><i>P<sub>3</sub></i></b>	47,71	48,08	47,63	47,66	47,87	48,39	48,40	47,72

**Çizelge 4.5.** Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 1,2$  nN/nm,  $\mu_0 = 1$ )

<b><i>H</i></b>	<b><i>0</i></b>	<b><i>1</i></b>	<b><i>2</i></b>	<b><i>3</i></b>	<b><i>4</i></b>	<b><i>5</i></b>	<b><i>6</i></b>	<b><i>7</i></b>
<b><i>P<sub>1</sub></i></b>	12,83	12,73	12,43	1,93	11,22	10,32	9,21	7,91
<b><i>P<sub>2</sub></i></b>	31,36	31,34	31,26	31,14	30,96	30,73	30,46	30,13
<b><i>P<sub>3</sub></i></b>	47,78	48,27	48,21	48,39	48,44	47,92	48,36	48,47

**Çizelge 4.6.** Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 1,5$  nN/nm,  $\mu_0 = 1$ )

<b><i>H</i></b>	<b><i>0</i></b>	<b><i>1</i></b>	<b><i>2</i></b>	<b><i>3</i></b>	<b><i>4</i></b>	<b><i>5</i></b>	<b><i>6</i></b>	<b><i>7</i></b>
<b><i>P<sub>1</sub></i></b>	13,64	13,54	13,24	12,74	12,04	11,14	10,04	8,74
<b><i>P<sub>2</sub></i></b>	32,01	31,99	31,91	31,79	31,61	31,39	31,11	30,79
<b><i>P<sub>3</sub></i></b>	48,54	48,64	47,68	48,69	47,86	47,93	48,52	47,98

**Çizelge 4.7.** Nanotüp için ilk üç burkulma yükü ( $R_0 = R_L = R = 1,8$  nN/nm,  $\mu_0 = 1$ )

<b><i>H</i></b>	<b><i>0</i></b>	<b><i>1</i></b>	<b><i>2</i></b>	<b><i>3</i></b>	<b><i>4</i></b>	<b><i>5</i></b>	<b><i>6</i></b>	<b><i>7</i></b>
<b><i>P<sub>1</sub></i></b>	14,40	14,29	14,00	13,50	12,81	11,91	10,82	9,52
<b><i>P<sub>2</sub></i></b>	32,63	32,60	32,53	32,40	32,23	32,00	31,73	31,40
<b><i>P<sub>3</sub></i></b>	48,48	48,21	48,20	48,20	48,20	48,12	48,11	48,20

Çizelge 4.8'de, birinci burkulma parametresinin ( $\hat{P}$ ) değişimi  $R$  ve  $H$ 'ın farklı değerleri ile sunulmaktadır. Çizelgeden (Çizelge 4.1 – 4.7'deki gibi) ilk burkulma yükü değerlerinin  $R$  değerleri arttıkça arttığını, ancak ilk burkulma değerinin  $H$  değerleri yükseldikçe azaldığı gözükmektedir. Bunun nedeni, elektromanyetik alanın nanotüpün rijitliğini azaltacağı ve dolayısıyla elastik burkulma yükünü azaltacağı gerçeğidir.

**Çizelge 4.8.** Nanotüpün birinci burkulma parametresinin farklı  $R$  ve  $H$  değerleriyle değişimi

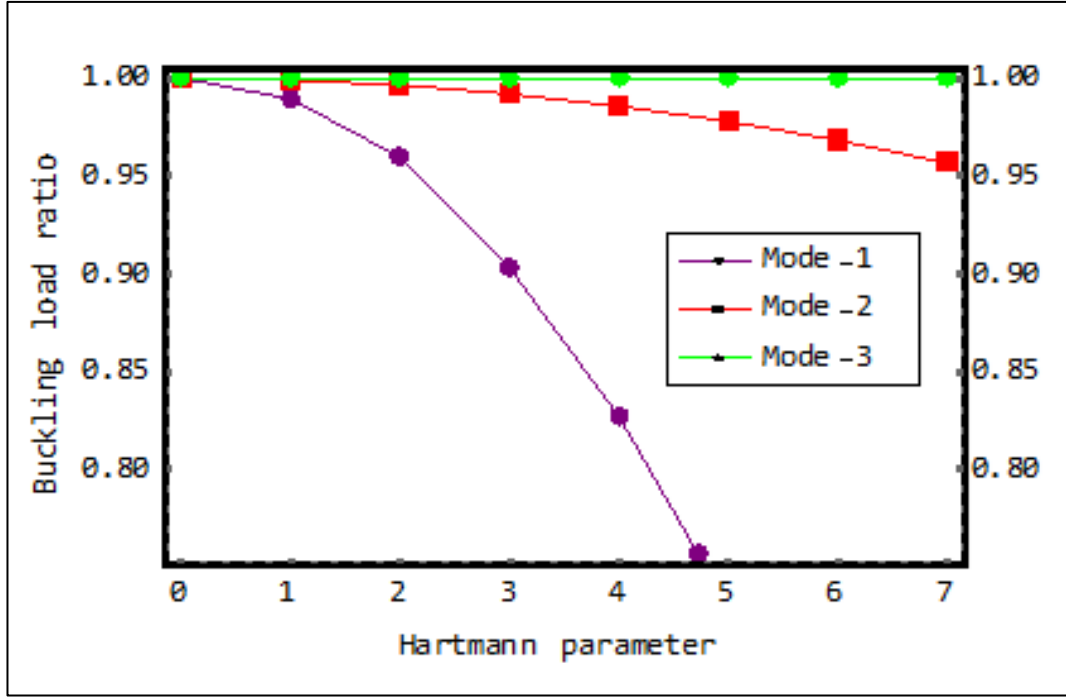
$H$	$R$ (nN/nm)						
	$0,1$	$0,3$	$0,6$	$0,9$	$1,2$	$1,5$	$1,8$
$0$	9,34	10,04	11,03	11,96	12,83	13,64	14,40
$1$	9,24	9,94	10,93	11,86	12,73	13,54	14,29
$2$	8,94	9,63	10,63	11,55	12,43	13,24	14,00
$3$	8,43	9,13	10,12	11,06	1,93	12,74	13,50
$4$	7,72	8,42	9,41	10,35	11,22	12,04	12,81
$5$	6,81	7,51	8,51	9,44	10,32	11,14	11,91
$6$	5,70	6,40	7,39	8,33	9,21	10,04	10,82
$7$	4,38	5,08	6,08	7,02	7,91	8,74	9,52

Burkulma yükü oranı ve kritik burkulma yükü oranı şu şekilde gösterilebilir:

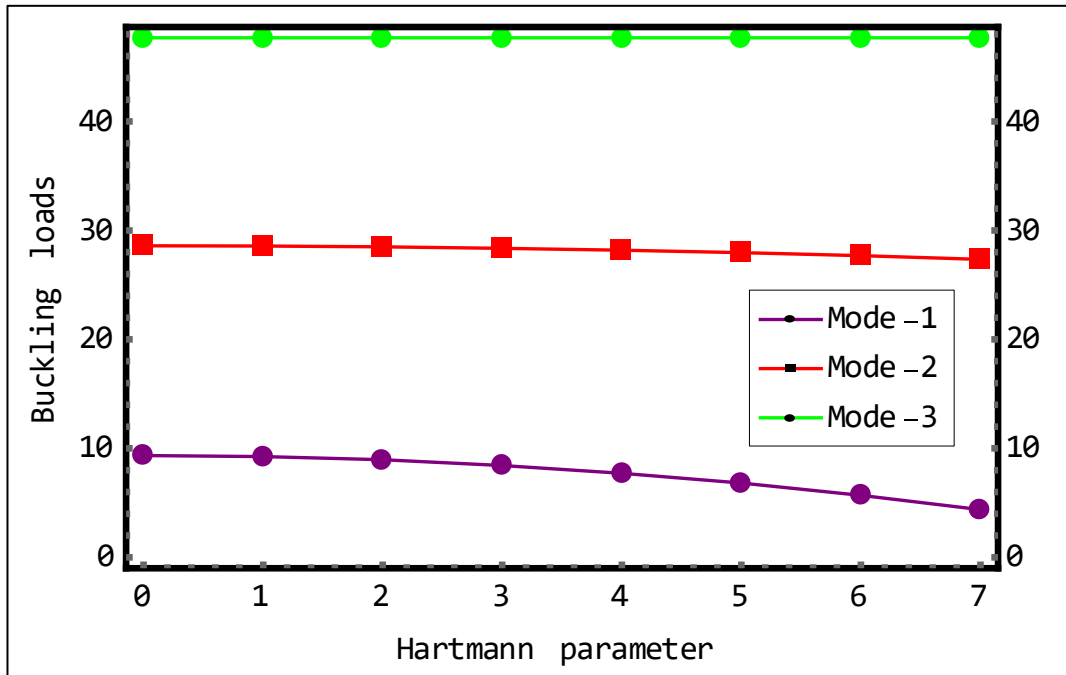
$$\text{Burkulma yükü oranı} = \frac{\text{Yerel olmayan burkulma yükü}}{\text{Yerel burkulma yükü}} \quad (4.1)$$

$$\text{Kritik burkulma yükü oranı} = \frac{\text{Yerel olmayan ilk burkulma yükü}}{\text{Yerel ilk burkulma yükü}} \quad (4.2)$$

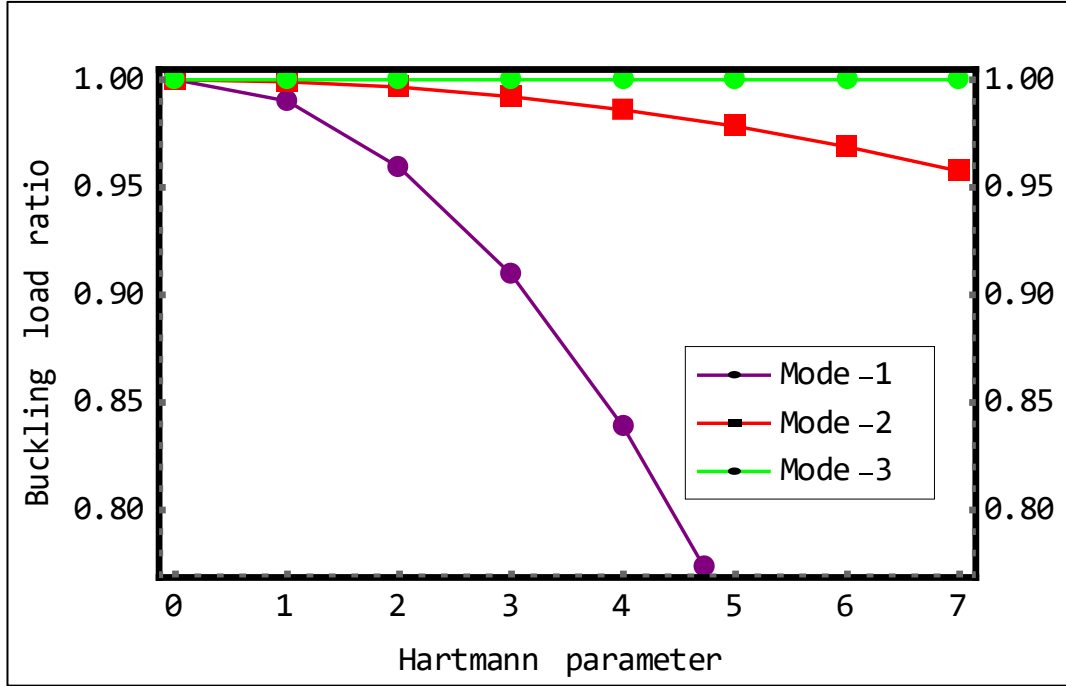
Şekil 4.1 – 4.12, Hartmann parametresi, mod numarası, dönele yay parametresi gibi çeşitli parametrelerin burkulma yükü ve burkulma yükü oranının nanotüp üzerindeki etkisini göstermek için çizilmiştir.



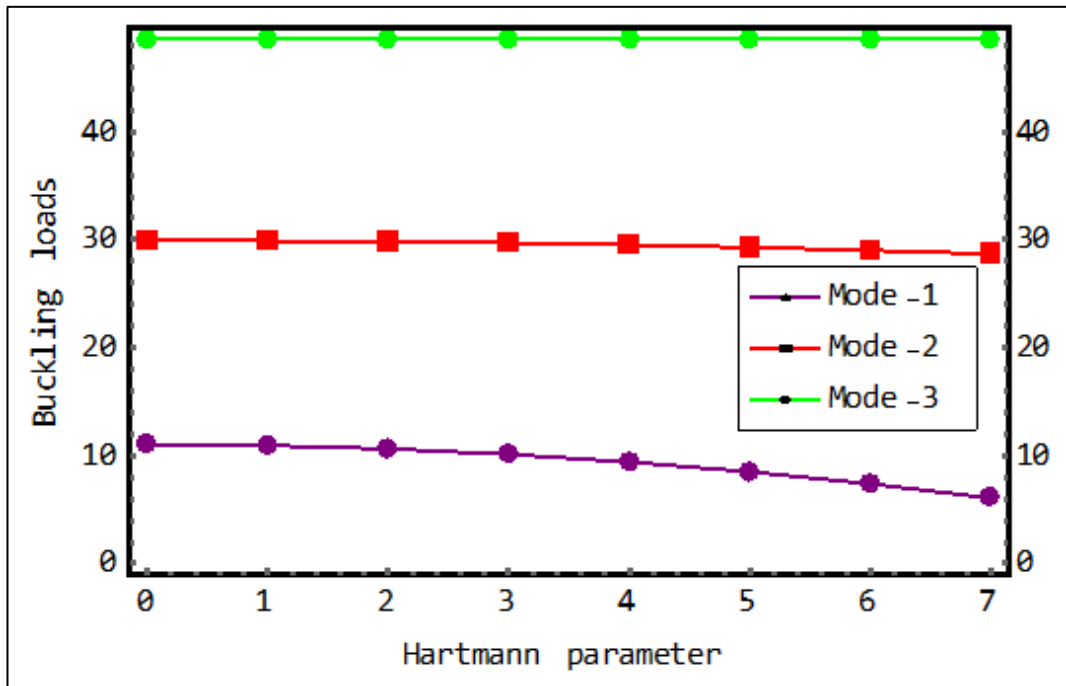
Şekil 4.1. İlk üç mod için Hartmann parametresinin burkulma yük oranlarındaki etkisi ( $R_0 = R_L = R = 0,1$ )



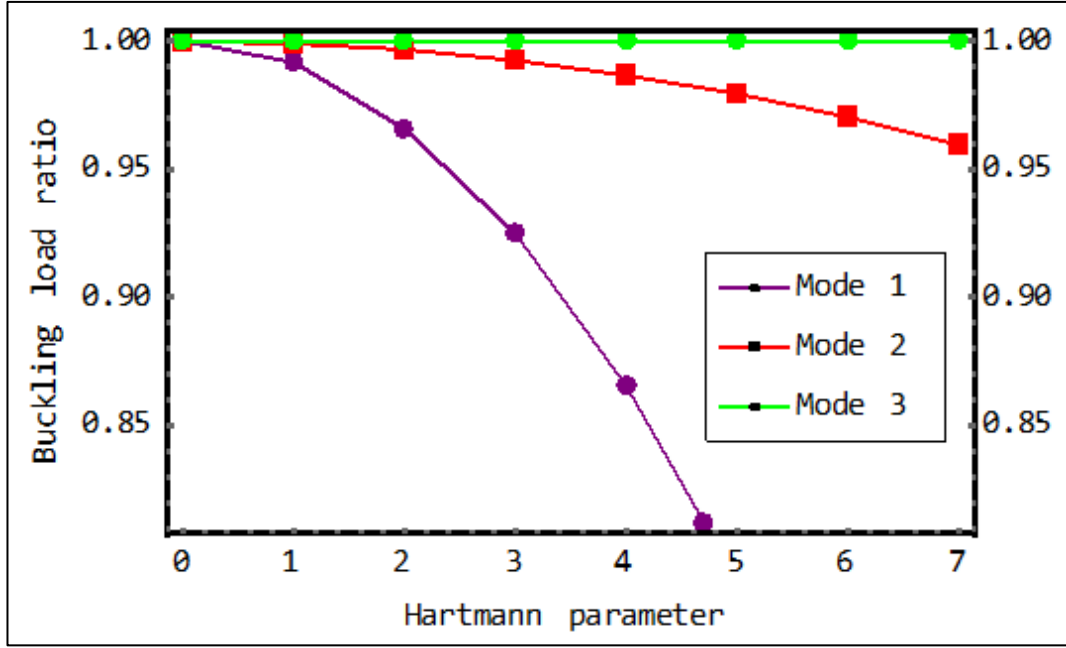
Şekil 4.2. İlk üç mod için burkulma yüklerinin değişimi ( $R_0 = R_L = R = 0,1$ )



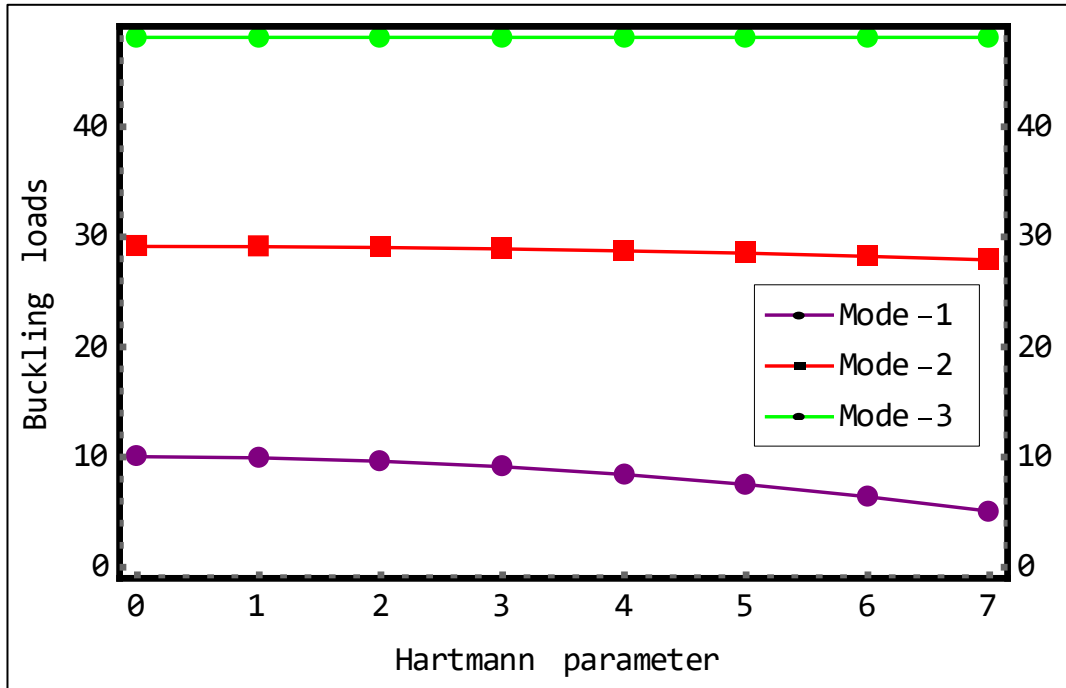
Şekil 4.3. İlk üç mod için Hartmann parametresinin burkulma yük oranlarındaki etkisi ( $R_0 = R_L = R = 0,3$ )



Şekil 4.4. İlk üç mod için burkulma yüklerinin değişimi ( $R_0 = R_L = R = 0,3$ )

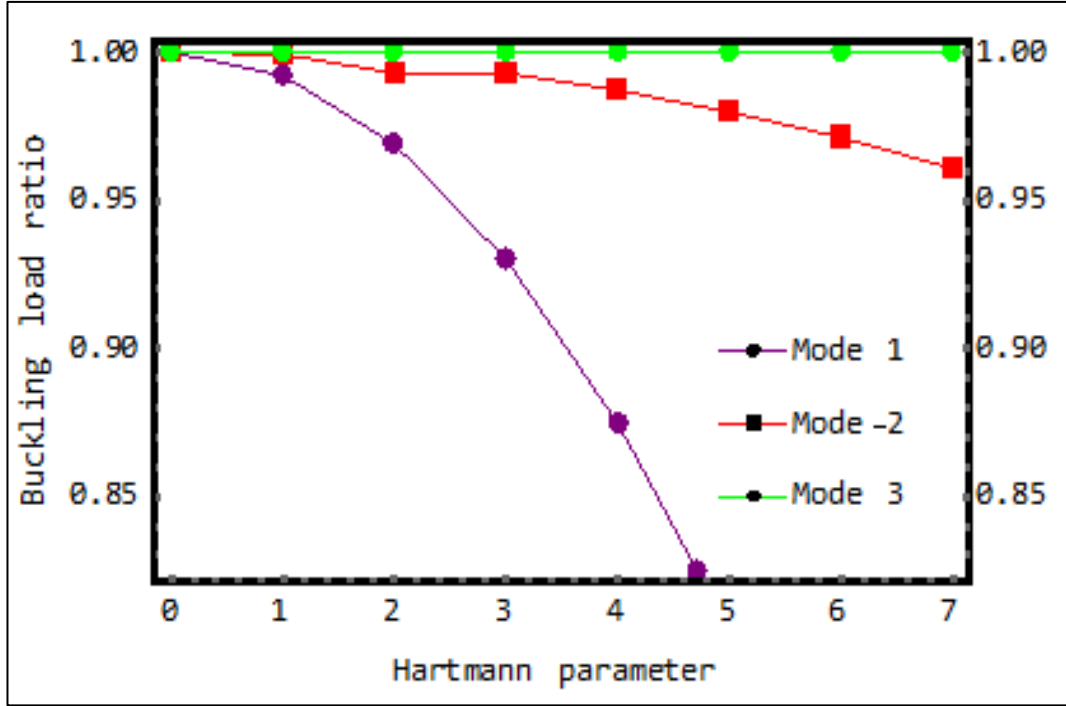


Şekil 4.5. İlk üç mod için Hartmann parametresinin burkulma yük oranlarındaki etkisi ( $R_0 = R_L = R = 0,6$ )

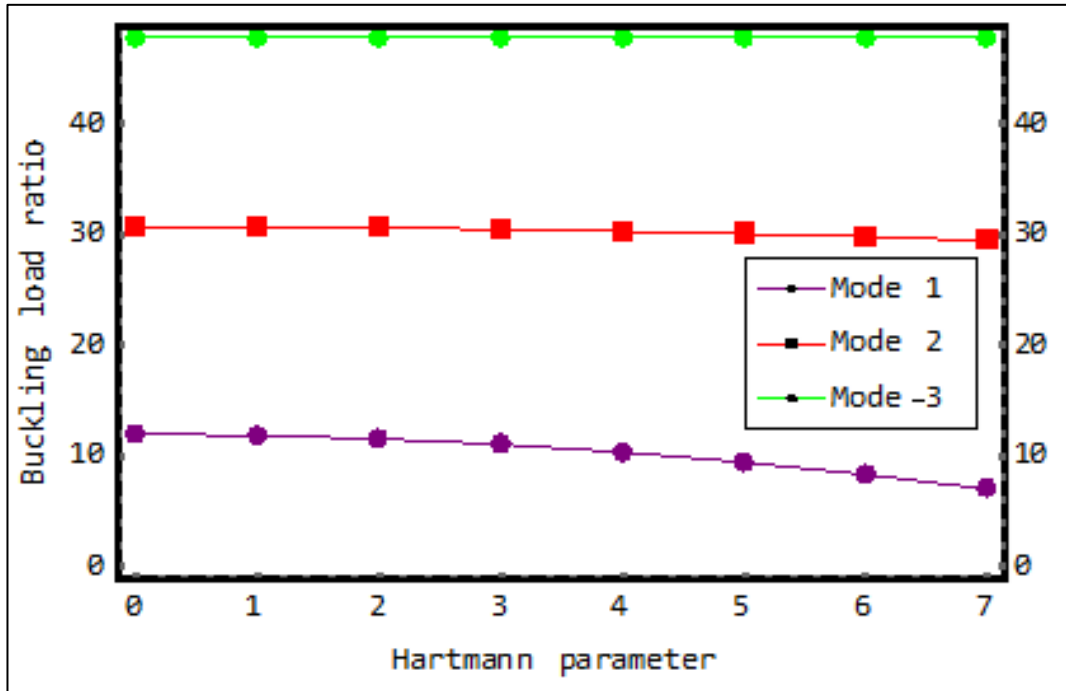


Şekil 4.6. İlk üç mod için burkulma yüklerinin değişimi ( $R_0 = R_L = R = 0,6$ )

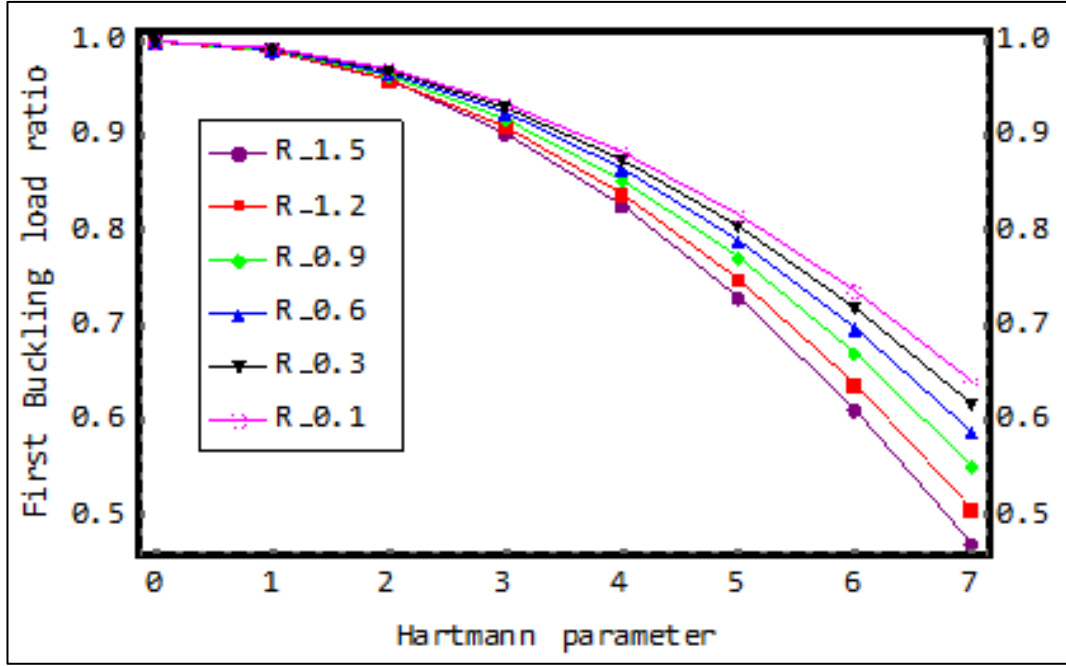




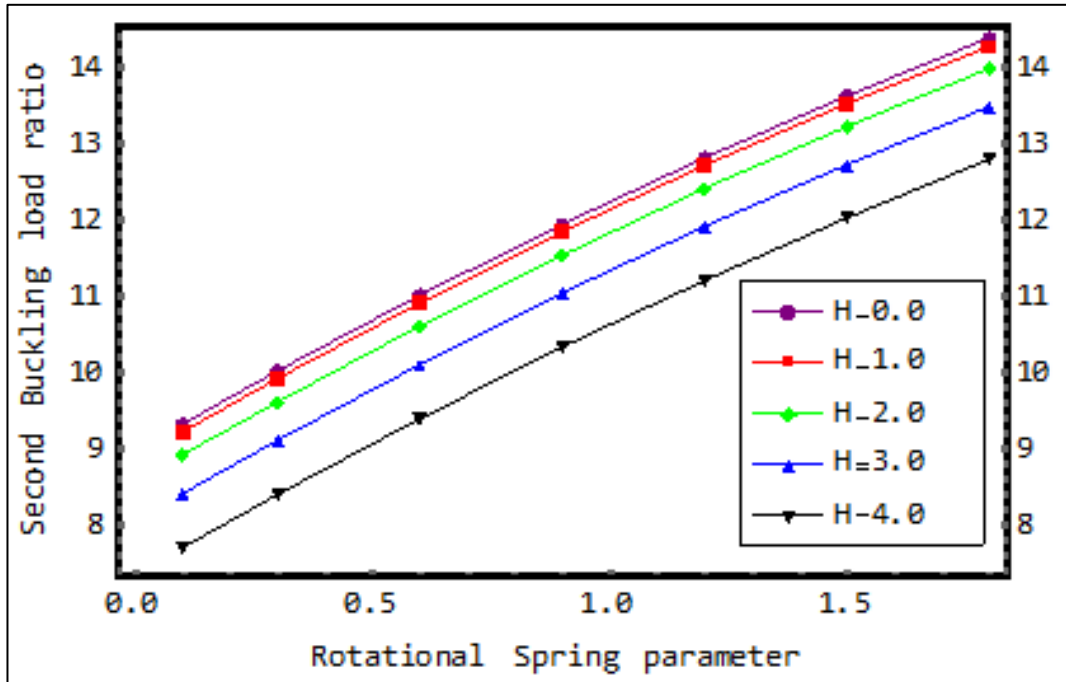
Şekil 4.7. İlk üç mod için Hartmann parametresinin burkulma yük oranlarındaki etkisi ( $R_0 = R_L = R = 0,9$ )



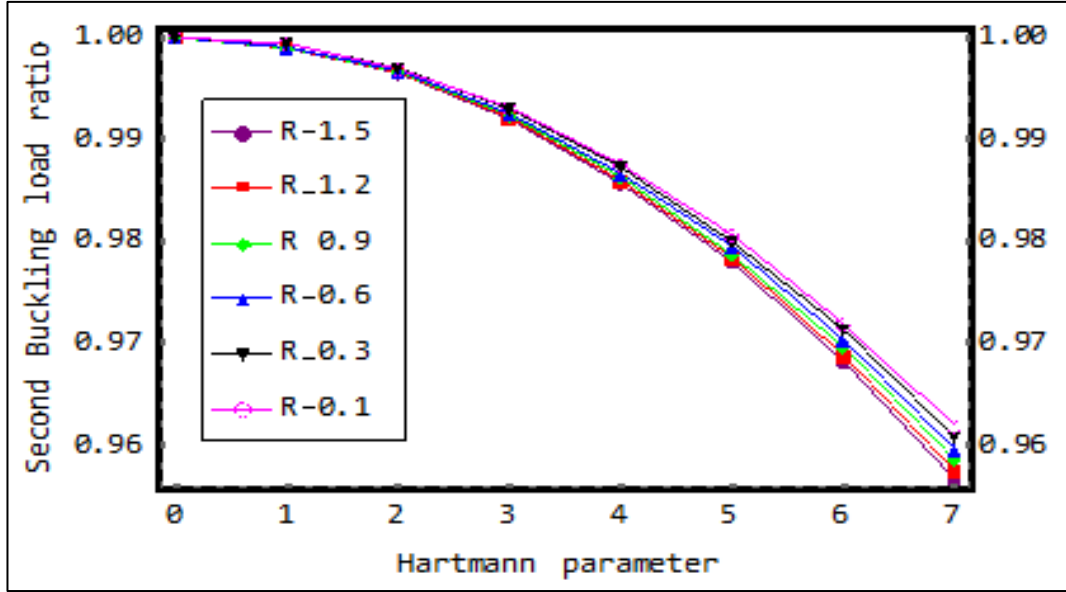
Şekil 4.8. İlk üç mod için burkulma yüklerinin değişimi ( $R_0 = R_L = R = 0,9$ )



Şekil 4.9. Farklı  $R$  değerleri için ilk burkulma yükü oranlarının Hartmann parametresi ile değişimi ( $H=0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ )



Şekil 4.10. Simetrik dönel yay parametrelerinin ikincil kritik burkulma yükü oranları üzerine etkileri ( $H=1, 2, 3, 4$ )



**Şekil 4.11.** Simetrik döneel yay parametrelerinin ikincil kritik burkulma yükü oranları üzerine etkileri ( $R=0,1, 0,3, 0,6, 0,9, 1,2, 1,5$ )

İlk üç mod için Hartmann parametresi ile nanotüplerin burkulma yük oranlarındaki değişimler Şekil 4.1, 4.3, 4.5 ve 4.7'de gösterilmektedir. Şekil 4.2, 4.4, 4.6 ve 4.8 ilk üç mod için Hartman parametresiyle nanotüpün burkulma yüklerinin değişimini göstermektedir. Şekil 4.9, farklı R değerleri için ilk burkulma yükü oranlarının Hartmann parametresi ile değişimini göstermektedir. Şekil 4.10 ise çeşitli H değerleri için ikinci burkulma yükü oranları üzerindeki döneel yay parametresinin etkisini göstermektedir. Hartman parametresinin çeşitli değerleri için döneel yaylı nanotüplerin ikincil burkulma yük oranlarının değişimi, Şekil 4.11'de gösterilmektedir. Şekil 4.1, 4.3, 4.5, 4.7'ye göre, mod sayısı azaldıkça nanotüpün burkulma yükü oranı da azalmıştır. Ayrıca, Şekil 4.9 ve 4.11'de görüldüğü gibi, nanotüpün burkulma yükü oranları R yükseldikçe azalmıştır. (Uzun vd., 2020b)

#### 4.2. Nanotüp Tabanlı Sensörlerin Serbest Titreşim Analizi Sayısal Sonuçlar

Bu bölümde, değiştirilmiş gerilme çifti teorisine dayalı döneel atalet içeren tek duvarlı konsol karbon nanotüpün titreşim analizi sayısal örneklerle incelenmiştir. TDKNT'ün mekanik ve geometrik özellikleri (Chang ve Lee, 2009; Duan vd., 2007); elastisite modülü  $E = 5.5$  TPa, kütle yoğunluğu  $\rho = 2300$  kg/m<sup>3</sup>, çapı  $d = 0.678$  nm, cidar kalınlığı  $t = 0.066$  nm, Poisson oranı  $\nu = 0.19$ . Nanotüpün uzunluğu olarak da  $L=15d\sim 95d$  nm.

seçilmiştir. Kayma modülü  $G$  Denklem (3.55)'den hesaplanmıştır. TDKNT'nin kesit alanı ve atalet momenti şu şekilde hesaplanır:

$$A = \pi dt \quad (4.3)$$

$$I = \frac{\pi d^3 t}{8} \quad (4.4)$$

Sunulan sonlu elemanlar yönteminin doğrulanması ve uygulanabilirliği, Kong vd. (2008) tarafından verilen, analitik yöntemle çözüm yapılmış olan ve dönel atalet etkisini ihmal eden frekans denklemi ile karşılaştırılarak kontrol edilmiştir. Değiştirilmiş gerilme çifti teorisine dayanan konsol Euler-Bernoulli kirişinin dairesel frekansı Kong vd. (2008) tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\omega_n = (s_n L)^2 \sqrt{\frac{EI + GAI^2}{\rho AL^4}} \quad (4.5)$$

$$s_n L = 1,875, 4,694, 7,855, 10,996, \dots \quad n = (1, 2, 3, 4, \dots) \quad (4.6)$$

Denklem (4.5) ve (4.6)'da, alt simge olarak gösterilen  $n$  mod numarasını temsil etmektedir. Çizelge 4.9'da, konsol TDKNT'ün ilk beş doğal frekansı Kong vd. (2008) tarafından ortaya konulan ve yukarıda bahsedilen Denklem (4.5) ile karşılaştırılmıştır. Çizelge 4.9'da, EBT ve RBT sırasıyla Euler-Bernoulli teorisini ve Rayleigh kiriş teorisini temsil etmektedir. Nanotüplerin frekans değerleri arasında iyi bir uyum olduğu Çizelge 4.9'dan açıkça görülmektedir.

**Çizelge 4.9.** Konsol TDKNT'ün ilk beş doğal frekansın karşılaştırılması ( $L = 45d$  nm,  $l/d = 0.40$ )

Frekans ( $10^9$ rad/sn)	EBT		RBT
	Kong vd. (2008)	Bu çalışmada ( $N_E=100$ )	Bu çalışmada ( $N_E=100$ )
$\omega_1$	54.9000	54.9061	54.8982
$\omega_2$	344.0772	344.0906	343.7468
$\omega_3$	963.5232	963.4637	961.1732
$\omega_4$	1888.1619	1888.0044	1879.7318
$\omega_5$	3120.9319	3121.0071	3099.2606

Bu bölümde, çeşitli parametrelerin etkilerini göstermek için bir dizi Çizelge ve Şekil sunulmuştur. Malzeme uzunluğu ölçeği parametresi ( $l$ ), nanotüp uzunluğu, konsol TDKNT'lerin frekanslarındaki mod numarası gibi çeşitli parametrelerin etkileri, Çizelge 4.10 – 4.11 ve Şekil 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 ve 4.18'de incelenmekte ve gösterilmektedir. 0,00 ile 0,25 arasında değişen çeşitli  $l/d$  oranları ve  $L = 25d$  nm nanotüp uzunluğu için konsol TDKNT'lerin titreşim analizinden elde edilen ilk sekiz frekans değeri Çizelge 4.10'da sunulmuştur.

**Çizelge 4.10.** Farklı  $l/d$  oranları için TDKNT'ün ilk sekiz frekansının değerleri ( $L = 25d$ ,  $N_E=100$ )

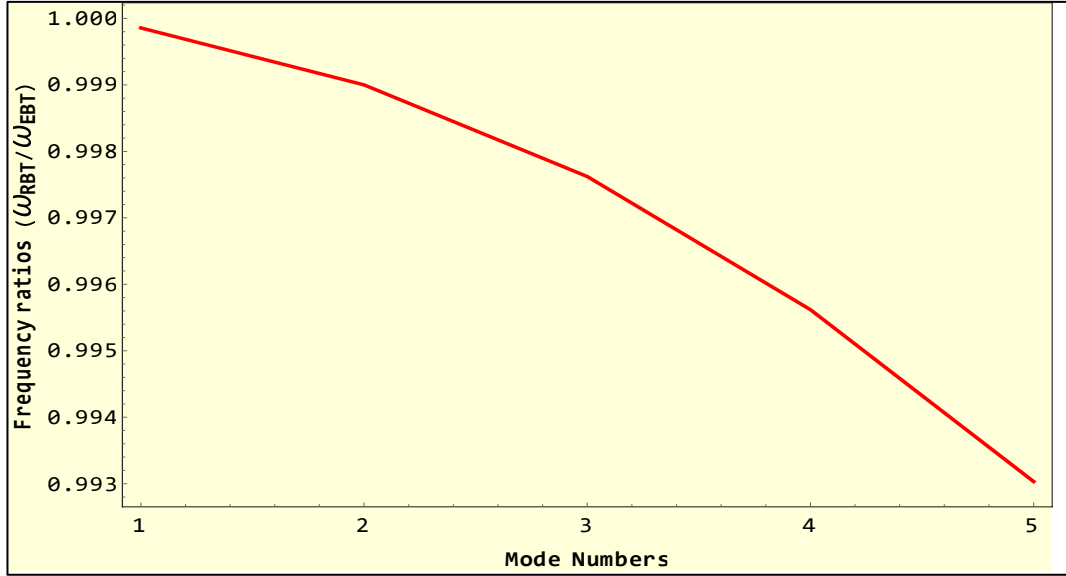
Frekans ( $10^9$ rad/sn)	$l / d$					
	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
$\omega_1$	143,3876	143,9888	145,7776	148,7110	152,7232	157,7319
$\omega_2$	896,1117	899,8690	911,0479	929,3807	954,4552	985,7571
$\omega_3$	2498,0252	2508,4991	2539,6618	2590,7668	2660,6651	2747,9231
$\omega_4$	4863,8092	4884,2027	4944,8783	5044,3828	5180,4792	5350,3760
$\omega_5$	7974,4247	8007,8606	8107,3409	8270,4828	8493,6188	8772,1718
$\omega_6$	11794,6108	11844,0644	11991,2012	12232,4971	12562,5273	12974,5224
$\omega_7$	16284,2457	16352,5237	16555,6685	16888,8139	17344,4706	17913,2922
$\omega_8$	21399,0774	21488,8014	21755,7533	22193,5386	22792,3158	23539,8025

Çizelge 4.11'de, TDKNT'lerin ilk sekiz frekansı  $15d$  ile  $45d$  arasında değişen çeşitli uzunluk değerleri için hesaplanmıştır. Uzunluğun artmasının konsol TDKNT'lerin frekanslarında bir azalmaya neden olduğu Çizelge 4.10 ve 4.11'den açıkça görülebilir. Ek olarak,  $l/d$  değerlerinde bir artışın nanotüplerin frekanslarında bir artışa neden olduğu açıktır.

**Çizelge 4.11.** Farklı uzunluklar için TDKNT'ün ilk sekiz frekansının değerleri ( $l/d=0.40$ ,  $N_E=100$ )

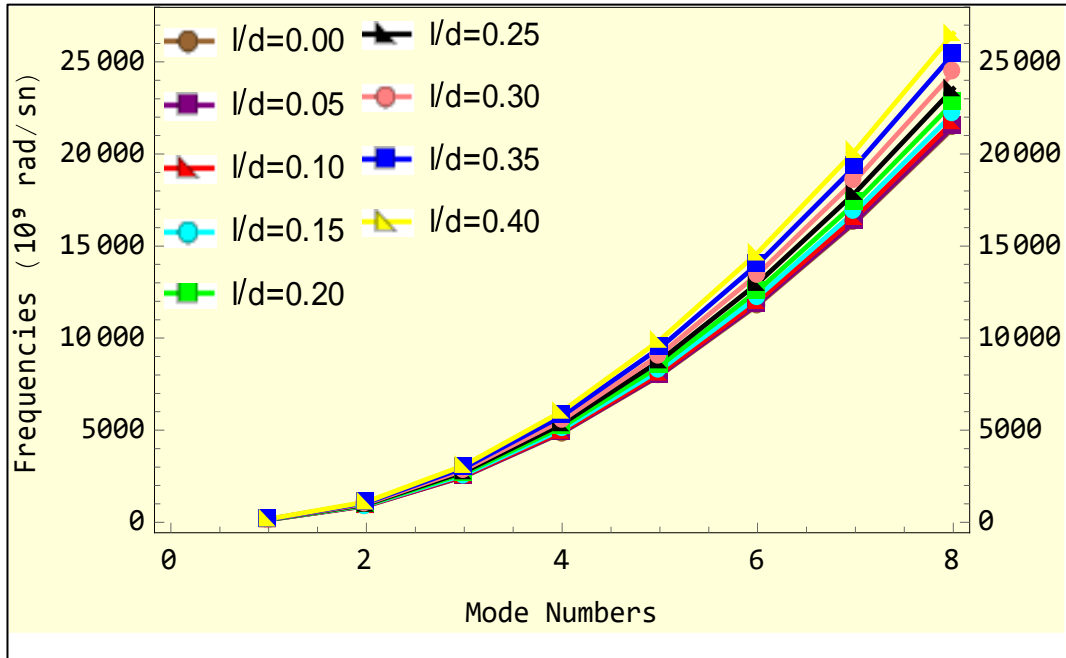
Frekans ( $10^9$ rad/sn)	$L$ (nm)			
	$15d$	$25d$	$35d$	$45d$
$\omega_1$	493,5180	177,8131	90,7416	54,8982
$\omega_2$	3069,2849	1111,2562	567,8643	343,7468
$\omega_3$	8490,7708	3097,7679	1586,4200	961,1732
$\omega_4$	16355,2425	6031,5454	3098,4771	1879,7318
$\omega_5$	26462,7038	9888,9783	5100,1926	3099,2606
$\omega_6$	38547,3955	14626,3405	7579,2401	4615,0382
$\omega_7$	52335,0998	20193,8772	10521,3428	6421,6261
$\omega_8$	67558,1348	26536,7122	13910,131	8512,6806

Ayrıca,  $L = 45d$  ve  $l = 0.40d$  için Rayleigh ve Euler-Bernoulli kiriş teorileri arasındaki fark Şekil 4.12 yardımıyla gösterilmektedir. Şekil 4.12, frekans oranlarının ( $\omega_{RBT} / \omega_{EBT}$ ) mod numarasıyla değişimini göstermektedir. Burada,  $\omega_{RBT}$  ve  $\omega_{EBT}$  sırasıyla Rayleigh ve Euler-Bernoulli kiriş teorilerinin frekanslarını temsil etmektedir. Şekilden frekans oranlarının 1 değerinden küçük olduğu görülmektedir. Bu, Rayleigh kirişinin frekanslarının Euler-Bernoulli kirişinin frekanslarından daha küçük olduğu anlamına gelir. Ayrıca mod sayısı arttıkça frekans oranlarının azaldığı görülmektedir. Buradan, dönел ataletin daha yüksek konsol TDKNT modlarında bir şekilde daha etkili olduğu anlaşılabilir. (Uzun vd., 2021)



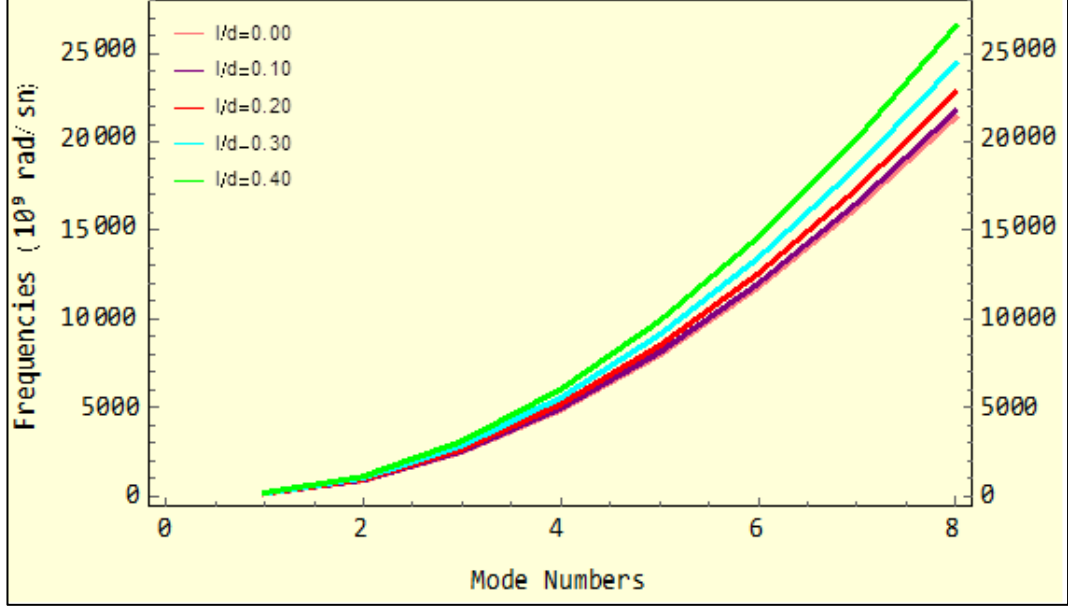
**Şekil 4.12.** Mod numaraları ile frekans oranlarının değişimi

Şekil 4.13, çeşitli  $l/d$  değerleri için mod numaralarına göre TDKNT'lerin frekanslarının değişimini göstermektedir. Şekilden,  $l/d$ 'nin artan değerinin (diğer bir deyişle malzeme uzunluk ölçü parametresinin artışının) frekansların büyüklüğünde bir artışa yol açtığı görülmektedir.



**Şekil 4.13.** Mod numarasının çeşitli  $l/d$  oranları için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $L = 25d$ )

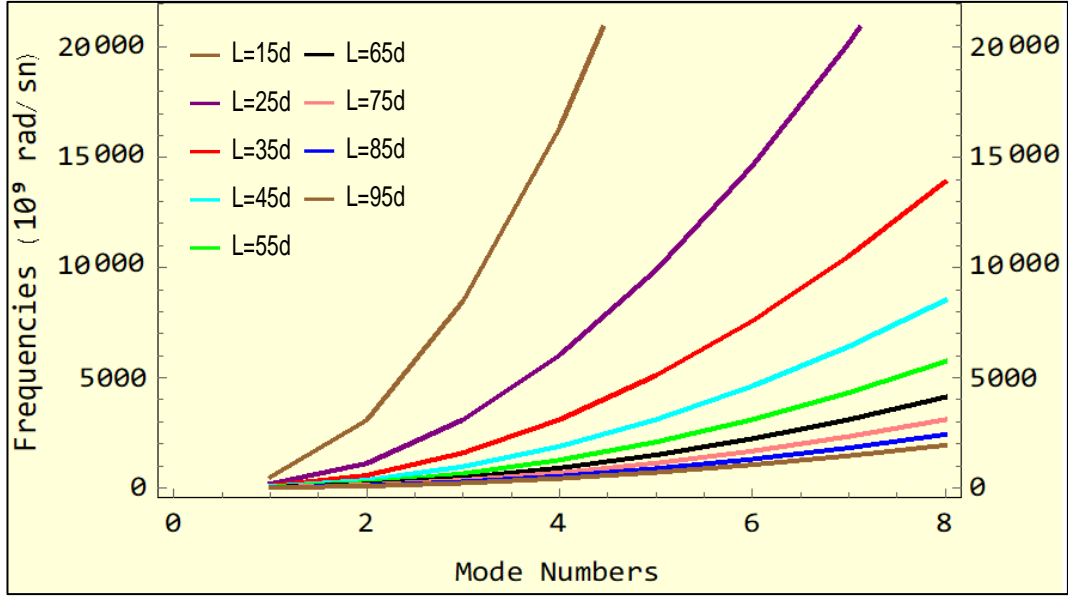
Şekil 4.14, bu etkiyi daha iyi göstermek için  $l/d = 0.00, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$  değerleri için çizilmiştir. Malzeme uzunluğu ölçeği parametresi sıfır ( $l = 0$ ) veya  $l/d = 0$  olarak ayarlandığında, sonuçların yerel (klasik) elastisite teorisinin frekanslarını verdiği unutulmamalıdır.



**Şekil 4.14.** Mod numarasının çeşitli  $l/d$  oranları için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $L = 25d$ )

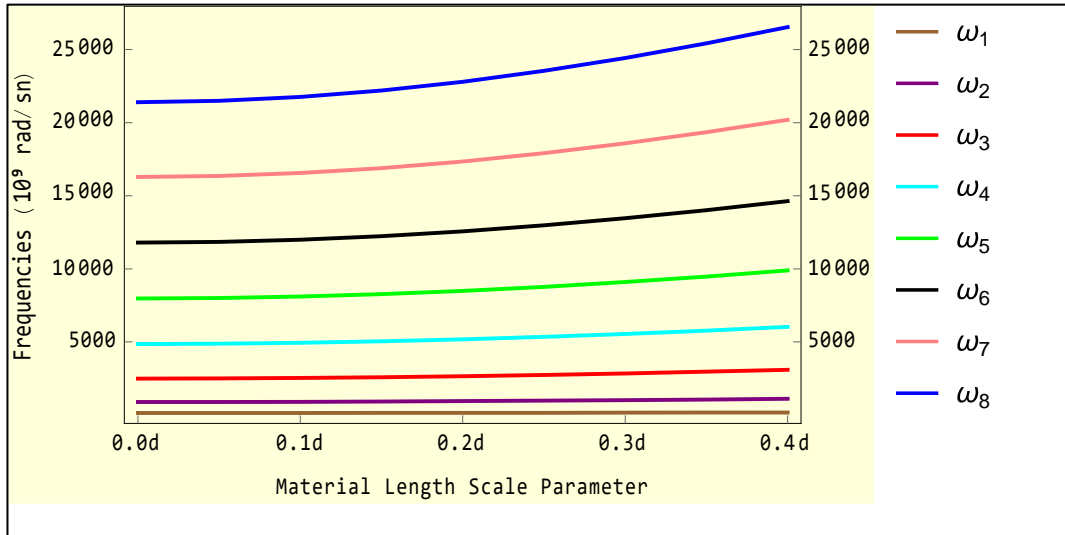
Şekil 4.15, uzunluğun ilk sekiz mod için TDKNT frekansları üzerindeki etkisini göstermek için çizilmiştir. Çalışmanın bu kısmında, uzunluk değişiminin titreşim analizi üzerindeki etkisini göstermek için TDKNT'ün uzunluğu  $15d$  ve  $95d$  nm aralığında seçilmiştir. TDKNT'ün uzunluğu arttıkça frekansların azaldığı Şekil 4.15'den açıkça görülmektedir.





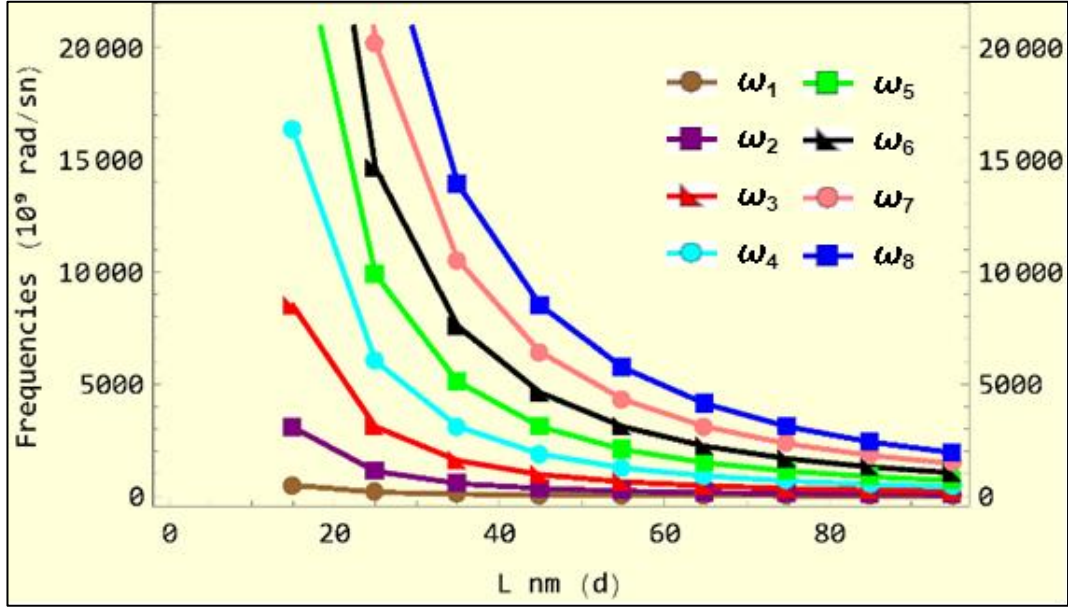
**Şekil 4.15.** Mod numarasının çeşitli  $L$  uzunlukları için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $l = 0,40d$ )

TDKNT'ün frekans değerlerinin ilk sekiz mod için malzeme uzunluğu ölçü parametresine göre değişimi Şekil 4.16'da gösterilmektedir. Malzeme uzunluk ölçü parametresi ve mod numarası arttıkça frekansların arttığı açıktır.

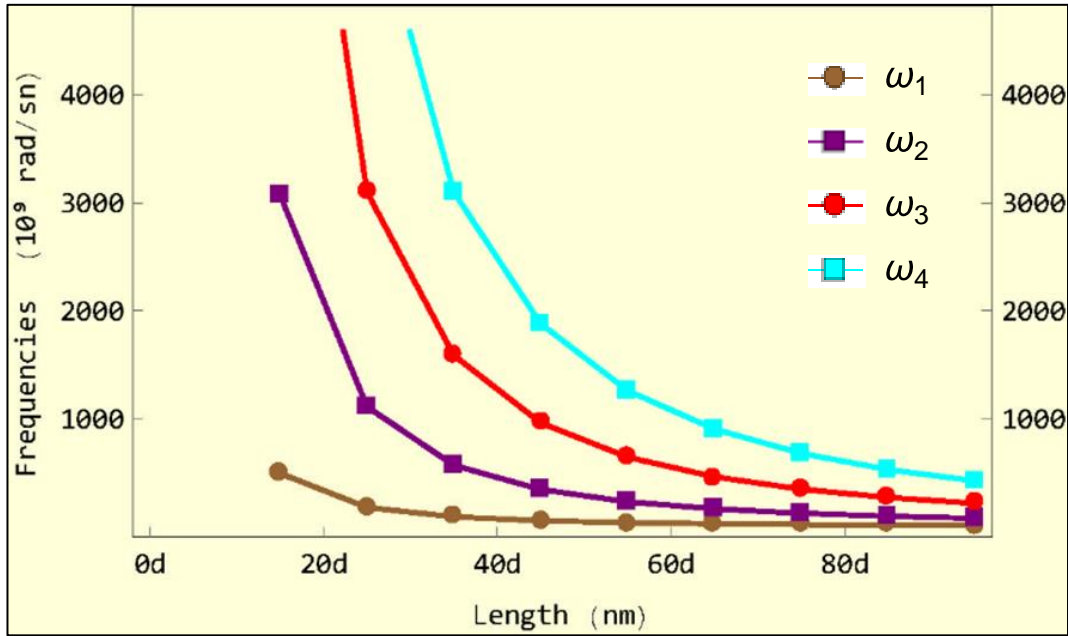


**Şekil 4.16.** Malzeme uzunluk parametresinin çeşitli modlar için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $L = 25d$ )

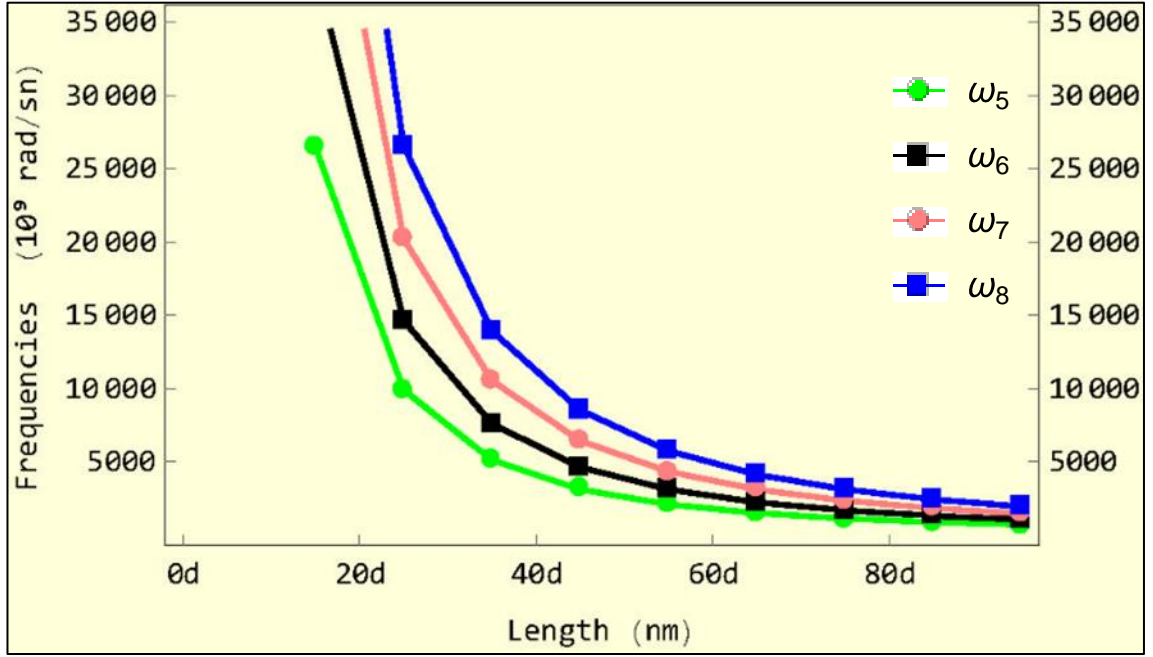
Frekanslar, ilk sekiz mod numarası için Şekil 4.17 - 4.19'da uzunluğa göre çizilmiştir. Boy değişikliğinin modları da etkilediği görülmektedir. TDKNT uzunluğundaki bir artış, modlar arasındaki oranın artmasına neden olmaktadır.



Şekil 4.17. Uzunluğun çeşitli modlar için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi



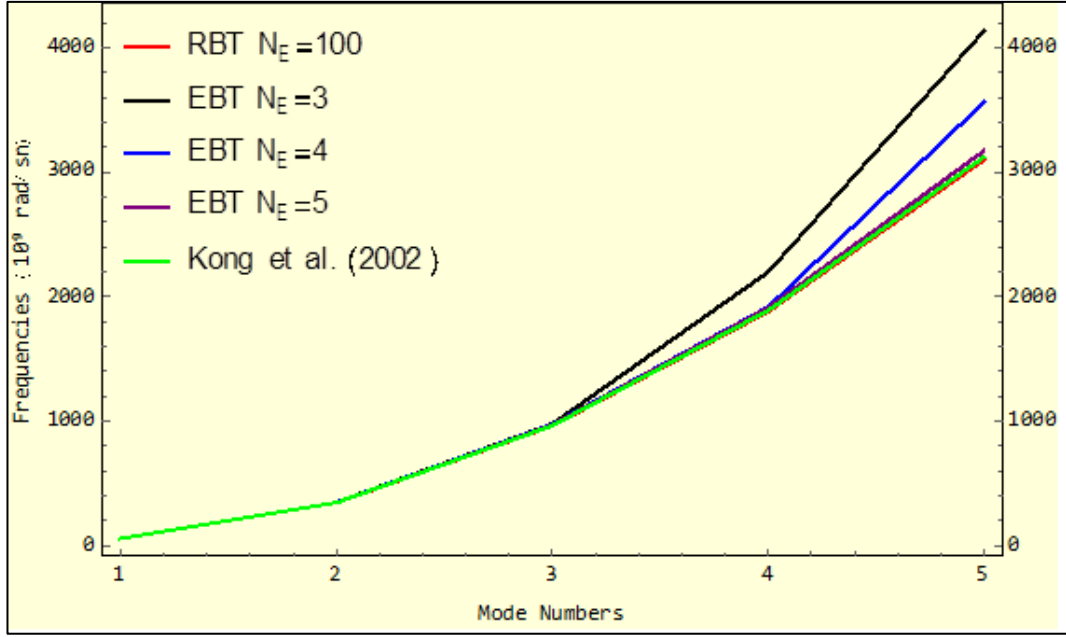
Şekil 4.18. Uzunluğun ilk dört mod için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $l = 0.40d$ )



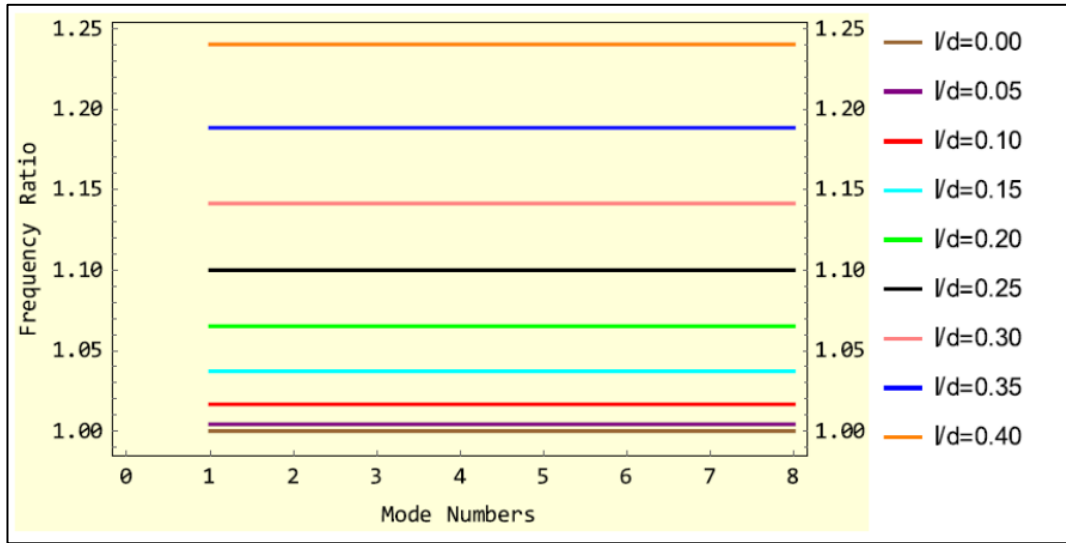
**Şekil 4.19.** Uzunluğun 5.-8. modlar için TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $l = 0.40d$ )

TDKNT'lerin ilk beş doğal frekansı analitik (Kong vd. 2008) ve sonlu elemanlar yöntemi ile Şekil 4.20'de sunulmuştur. Şekil 4.20'den sonlu elemanlar yöntemi ile hesaplanan frekans değerleri ile analitik sonuçlar arasındaki farkın sonlu elemanların sayısı arttıkça, sayı olarak azaldığı görülmektedir. Ayrıca, sonlu eleman sayısı düşük alındığında, daha düşük modlardaki frekans değerlerinin analitik sonuca yüksek moddakilere göre çok daha yakın olduğu sonucuna varılabilir.

Şekil 4.21'de ise, mod numaralarına karşı frekans oranının varyasyonları, 0,00 ile 0,40 arasında değişen çeşitli boyutsuz uzunluk ölçeği parametreleri ( $l/d$ ) için gösterilmektedir.



**Şekil 4.20.** Çeşitli modlar için sonlu eleman sayısının TDKNT frekansları üzerindeki etkisi ( $L = 45d$  nm,  $l/d = 0.40$ )



**Şekil 4.21.** Çeşitli  $l/d$  oranları için TDKNT frekans oranlarındaki değişim ( $L = 25d$  nm)

Frekans oranı değerleri Denklem 4.7'den hesaplanabilir. Şekil 4.21'den boyutsuz malzeme uzunluk ölçeği parametre değerleri arttıkça frekans oranı değerlerinin arttığı sonucuna varılmaktadır. Buna ek olarak mod sayısının artması ile frekans oranlarının sabit kaldığı görülmektedir. Boyutsuz malzeme uzunluk ölçü parametresinin etkisinin modlar üzerinde aynı etkiye sahip olduğu anlaşılmaktadır.

$$\text{Frekans oranı} = \frac{\text{Değiştirilmiş gerilme çifti teorisi frekansları}}{\text{Yerel elastisite teorisi frekansları (l/d = 0,00)}} \quad (4.7)$$

### 4.3. Nanoçubukların Eksenel Dinamik Analizi Sayısal Sonuçlar

Konu edilen nanoçubuğun malzeme sabitleri ve geometrik boyutları:  $A = 10 \text{ nm}^2$ ,  $\rho = 1,33$ ,  $E = 1 \text{ TPa}$ ,  $G = 0,70 \text{ TPa}$ ,  $L = 20 \text{ nm}$ ,  $\nu = 0,3$  olmak üzere çözümler yapılmıştır.

Çizelge 4.12 ve 4.13’de nanoçubuk için yerel olmayan parametreleri  $\Phi_0 = \Phi_L = 0,5 \text{ nN / nm}$  ve  $\Phi_0 = \Phi_L = 10 \text{ nN / nm}$  için ilk altı frekansı verilmiştir. (Uzun vd., 2020a)

**Çizelge 4.12.** Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\Phi_0 = \Phi_L = 0,5 \text{ nN/nm}$ )

$\mu$	Mod Numaraları					
	1	2	3	4	5	6
0.1	4.25	8.59	12.79	16.84	20.69	24.35
0.2	4.24	8.52	12.57	16.35	19.81	22.94
0.3	4.24	8.47	12.39	16.45	19.10	21.87
0.4	4.24	8.42	12.20	16.54	18.38	20.79
0.5	4.22	8.33	11.98	16.11	17.72	19.85

**Çizelge 4.13.** Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\Phi_0 = \Phi_L = 10 \text{ nN/nm}$ )

$\mu$	Mod Numaraları					
	1	2	3	4	5	6
0.1	0.49	7.74	12.28	16.50	20.46	24.19
0.2	0.49	7.68	12.09	16.04	19.60	22.81
0.3	0.49	7.64	11.90	15.62	18.85	21.64
0.4	0.49	7.58	11.71	15.19	18.11	20.54
0.5	0.49	7.54	11.55	14.86	17.56	19.76

Çizelge 4.14'de, nanoçubuğun aksenal yay parametresi  $\Phi_0 = \Phi_L$  için ilk altı frekansını göstermektedir.

**Çizelge 4.14.** Aksenal yay parametresine sahip nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri  $\Phi_0 = \Phi_L$  ( $\mu = 0,1$ ,  $L = 15$  nm)

$\Phi_0 = \Phi_L$ (nN/nm)	Mod Numaraları					
	1	2	3	4	5	6
1	5.62	11.39	16.85	21.98	26.70	31.02
2	5.43	11.31	16.79	21.94	26.67	31.00
3	5.23	11.22	16.74	21.91	26.65	30.98
4	5.01	11.13	16.69	21.87	26.62	30.96
5	4.78	11.04	16.63	21.83	26.59	30.94
6	4.52	10.95	16.58	21.79	26.56	30.92
10	3.18	10.58	16.35	21.64	26.45	30.83
13	1.21	10.29	16.18	21.52	26.37	30.77

Deforme olabilen sınır koşullarının nano-çubuğun titreşim davranışı üzerindeki etkilerini araştırmak için frekans değerleri Çizelge 4.15 ve 4.16'da farklı aksenal yay parametreleri  $\Phi_0$ ,  $\Phi_L$ 'de listelenirken; Çizelge 4.17 ve Çizelge 4.18'de ise  $\Phi_0 = 15$  nN / nm olan nanoçubuk için,  $\Phi_L = 5$  nN / nm,  $L = 20$  nm,  $r = 1$  nm parametreleri ile ilk altı frekans ve yerel olmayan parametrelere karşı ilk altı frekans oranı sırasıyla gösterilmiştir.

**Çizelge 4.15.** Aksenal yay parametresine sahip nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\mu = 0,1$ ,  $L = 15$  nm)

$\Phi_0$	$\Phi_L$	Mod Numaraları					
		1	2	3	4	5	6
13	1	4.44	10.87	16.52	21.76	26.54	30.90
13	3	4.13	10.77	16.47	21.72	26.51	30.87
13	5	3.77	10.68	16.41	21.69	26.48	30.85

**Çizelge 4.16.** Eksenel yay parametresine sahip nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\mu = 0,1, L = 15$  nm)

$\Phi_0$ (nN/nm)	$\Phi_L$	Mod Numaraları					
		1	2	3	4	5	6
13	8	3.08	10.54	16.33	21.62	26.44	30.82
13	10	2.50	10.44	16.27	21.58	26.41	30.80
2	8	4.81	11.04	16.63	21.83	26.59	30.94
4	6	4.90	11.09	16.66	21.85	26.61	30.95

**Çizelge 4.17.** Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans değerleri ( $\Phi_0 = 15$  nN/nm,  $\Phi_L = 5$  nN/nm,  $L = 20$  nm,  $r = 1$  nm)

$\mu$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$
0.0	1.93	7.81	12.49	17.01	21.44	25.86
0.1	1.93	7.76	12.29	16.51	20.46	24.19
0.2	1.93	7.71	12.09	16.04	19.60	22.81
0.3	1.93	7.66	11.89	15.58	18.78	21.54
0.4	1.93	7.60	11.71	15.19	18.11	20.54
0.5	1.93	7.56	11.54	14.83	17.50	19.68

**Çizelge 4.18.** Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk altı moddaki frekans oranları ( $\Phi_0 = 15$  nN/nm,  $\Phi_L = 5$  nN/nm,  $L = 20$  nm,  $r = 1$  nm)

$\mu$	$\frac{\lambda_{1yer. olm.}}{\lambda_{1yerel}}$	$\frac{\lambda_{2yer. olm.}}{\lambda_{2yerel}}$	$\frac{\lambda_{3yer. olm.}}{\lambda_{3yerel}}$	$\frac{\lambda_{4yer. olm.}}{\lambda_{4yerel}}$	$\frac{\lambda_{5yer. olm.}}{\lambda_{5yerel}}$	$\frac{\lambda_{6yer. olm.}}{\lambda_{6yerel}}$
0.0	1	1	1	1	1	1
0.1	1	0.9936	0.9840	0.9706	0.9543	0.9354
0.2	1	0.9872	0.9680	0.9430	0.9142	0.8821
0.3	1	0.9808	0.9520	0.9159	0.8759	0.8329
0.4	1	0.9731	0.9376	0.8930	0.8447	0.7943
0.5	1	0.9680	0.9239	0.8718	0.8162	0.7610

Son olarak, yerel olmayan parametrelere karşı ilk yedi frekans ve ilk yedi frekans oranları,  $\Phi_0 = \Phi_L = 1\ 000\ 000$  nN/nm,  $L = 15$  nm,  $r = 1,5$  nm parametresine sahip bir nanoçubuk için sırasıyla Çizelge 4.19 ve Çizelge 4.20'de gösterilmiştir.

**Çizelge 4.19.** Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk yedi moddaki frekans değerleri ( $\Phi_0 = \Phi_L = 1\ 000\ 000$  nN/nm,  $L = 15$  nm,  $r = 1,5$  nm)

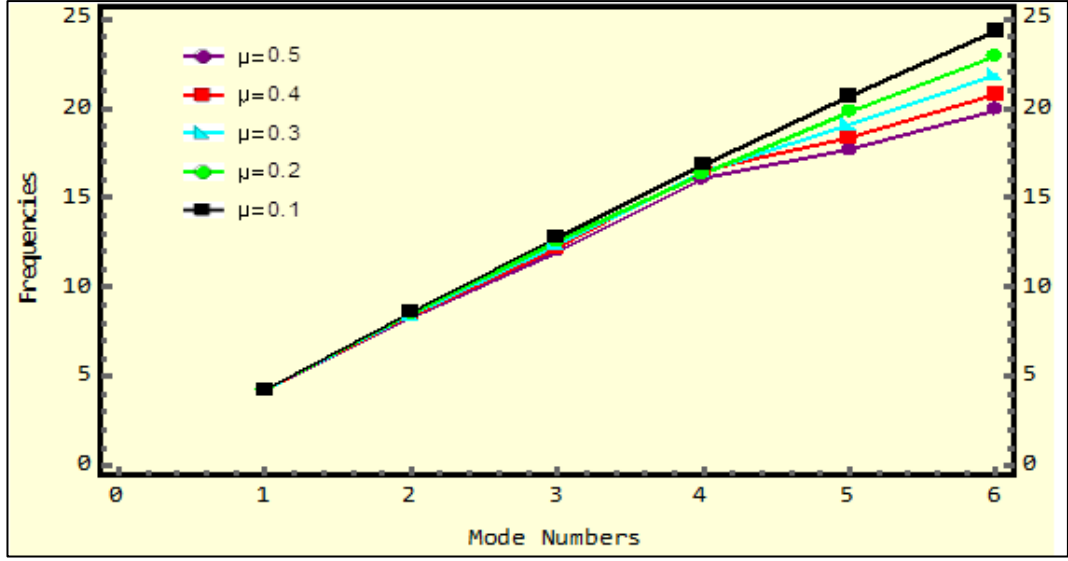
$\mu$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$	$\lambda_7$
0.0	5.74	11.46	17.16	22.81	28.30	33.93	39.39
0.1	5.72	11.31	16.65	21.64	26.25	30.43	34.20
0.2	5.70	11.16	16.18	20.64	24.52	27.83	30.63
0.3	5.68	11.01	15.74	19.77	23.10	25.80	27.99
0.4	5.66	10.87	15.34	19.00	21.89	24.16	25.93
0.5	5.64	10.74	14.98	18.31	20.86	22.80	24.27
0.6	5.62	10.61	14.63	17.69	19.96	21.64	22.89
0.7	5.60	10.48	14.31	17.13	19.17	20.64	21.73
0.8	5.58	10.36	14.01	16.62	18.47	19.77	20.72
0.9	5.57	10.25	13.72	16.16	17.83	19.00	19.84
1.0	5.54	10.14	13.46	15.73	17.26	18.32	19.07

**Çizelge 4.20.** Yerel olmayan parametreye göre nanoçubuklar için ilk yedi moddaki frekans oranları ( $\Phi_0 = \Phi_L = 1\ 000\ 000$  nN/nm,  $L = 15$  nm,  $r = 1,5$  nm)

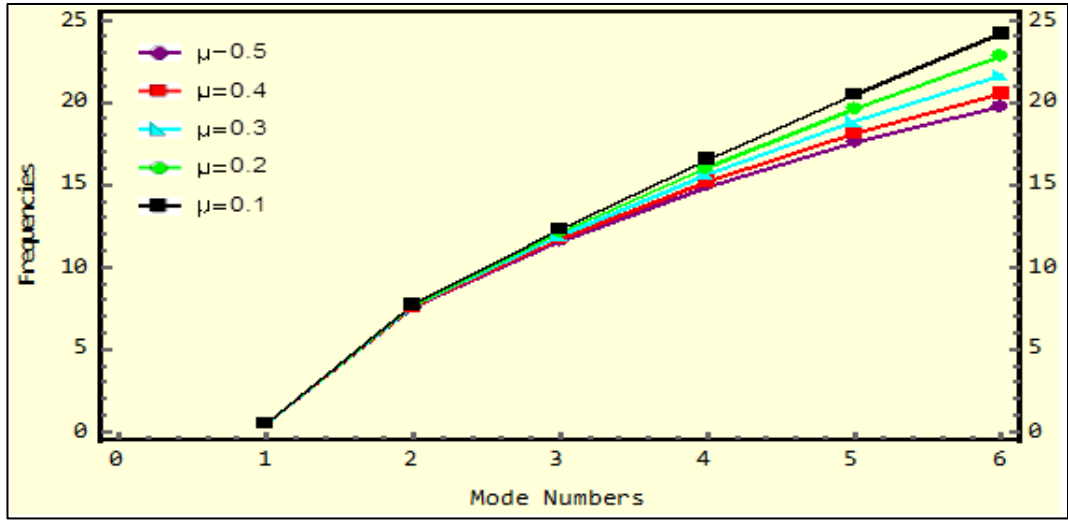
$\mu$	$\frac{\lambda_{1yer.olm.}}{\lambda_{1yerel}}$	$\frac{\lambda_{2yer.olm.}}{\lambda_{2yerel}}$	$\frac{\lambda_{3yer.olm.}}{\lambda_{3yerel}}$	$\frac{\lambda_{4yer.olm.}}{\lambda_{4yerel}}$	$\frac{\lambda_{5yer.olm.}}{\lambda_{5yerel}}$	$\frac{\lambda_{6yer.olm.}}{\lambda_{6yerel}}$	$\frac{\lambda_{7yer.olm.}}{\lambda_{7yerel}}$
0.0	1	1	1	1	1	1	1
0.1	0.9965	0.9869	0.9703	0.9487	0.9276	0.8968	0.8682
0.2	0.9930	0.9738	0.9429	0.9049	0.8664	0.8202	0.7776
0.3	0.9895	0.9607	0.9172	0.8667	0.8163	0.7604	0.7106
0.4	0.9861	0.9485	0.8939	0.8330	0.7735	0.7121	0.6583
0.5	0.9826	0.9372	0.8730	0.8027	0.7371	0.6720	0.6161
0.6	0.9791	0.9258	0.8526	0.7755	0.7053	0.6378	0.5811
0.7	0.9756	0.9145	0.8339	0.7510	0.6774	0.6083	0.5517
0.8	0.9721	0.9040	0.8164	0.7286	0.6527	0.5827	0.5260
0.9	0.9704	0.8944	0.7995	0.7085	0.6300	0.5600	0.5037
1.0	0.9652	0.8848	0.7844	0.6896	0.6099	0.5399	0.4841

Çizelge 4.12-4.20 arası sonuçlar, Şekil 4.22-4.30'da çizilerek gösterilmiştir.

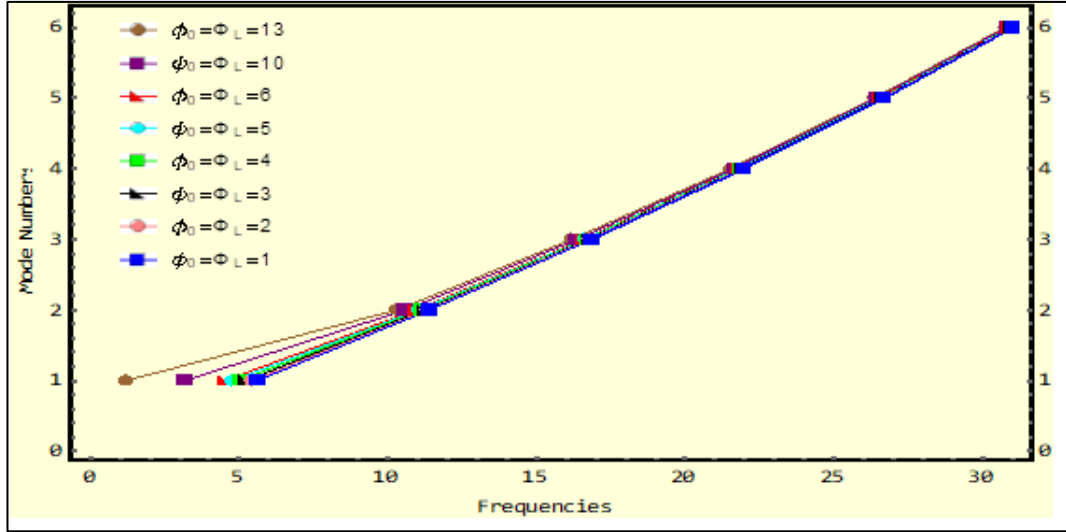




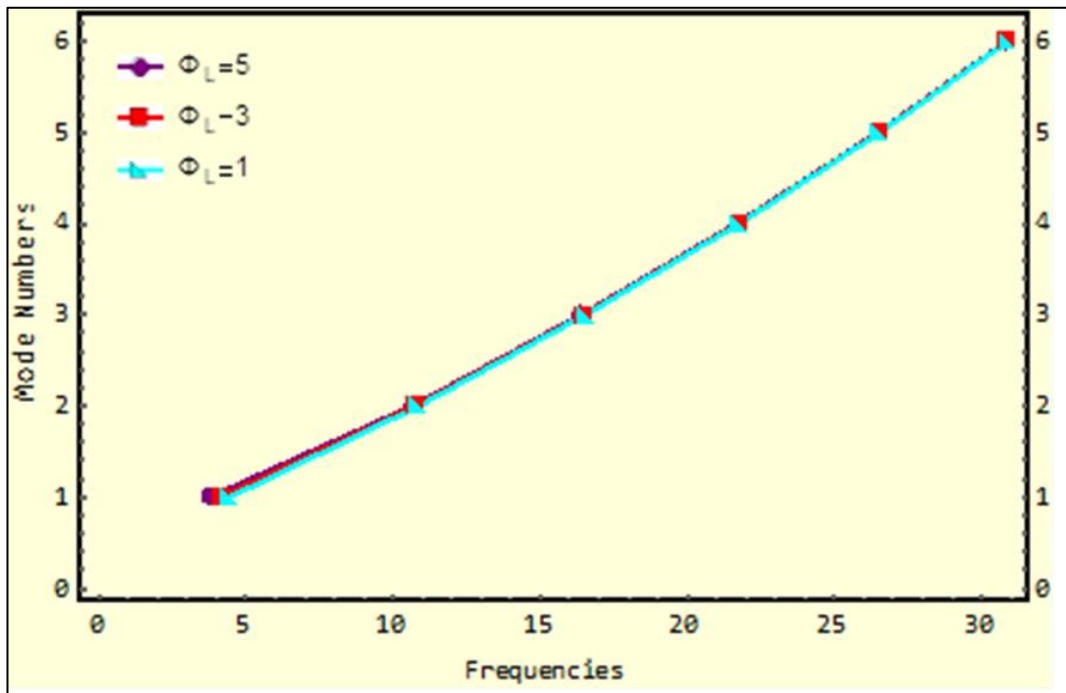
Şekil 4.22. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların için ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = \Phi_L = 0,5$  nN/nm)



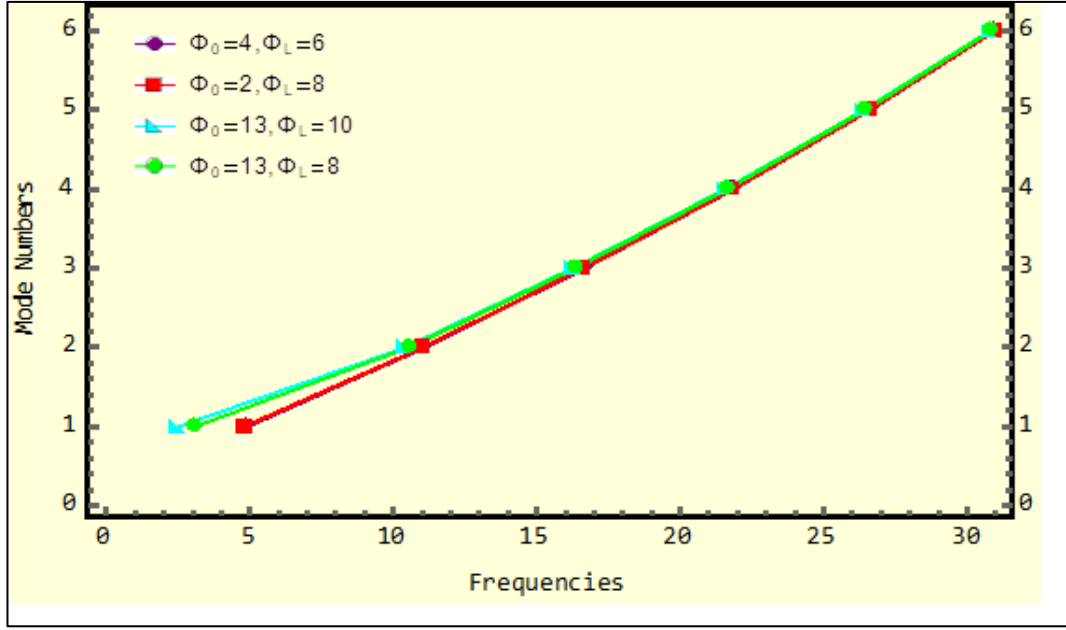
Şekil 4.23. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların için ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = \Phi_L = 10$  nN/nm)



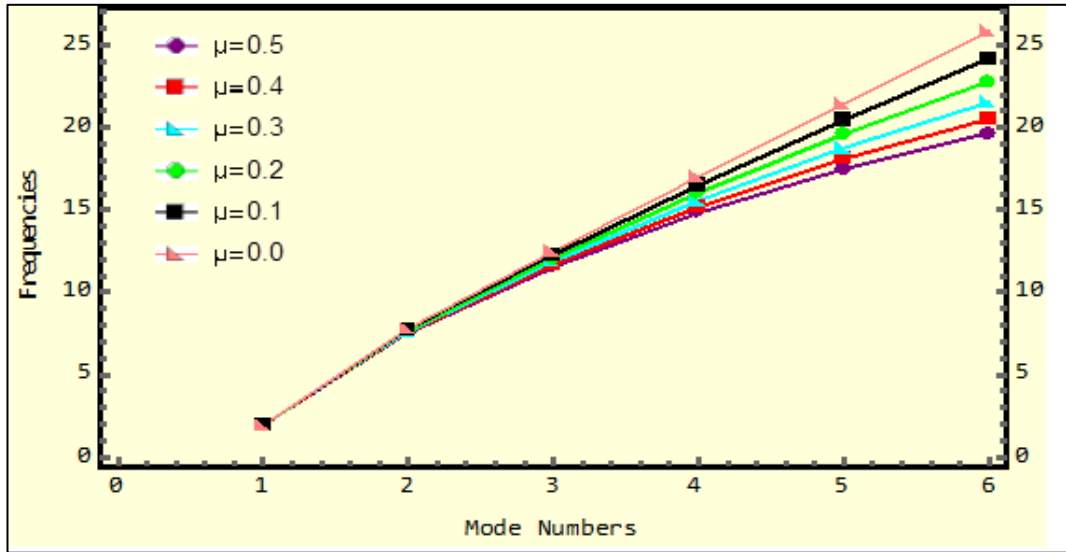
Şekil 4.24. Eksenel yay parametrelerinin nanoçubukların ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\mu = 0,1, L = 15$  nm)



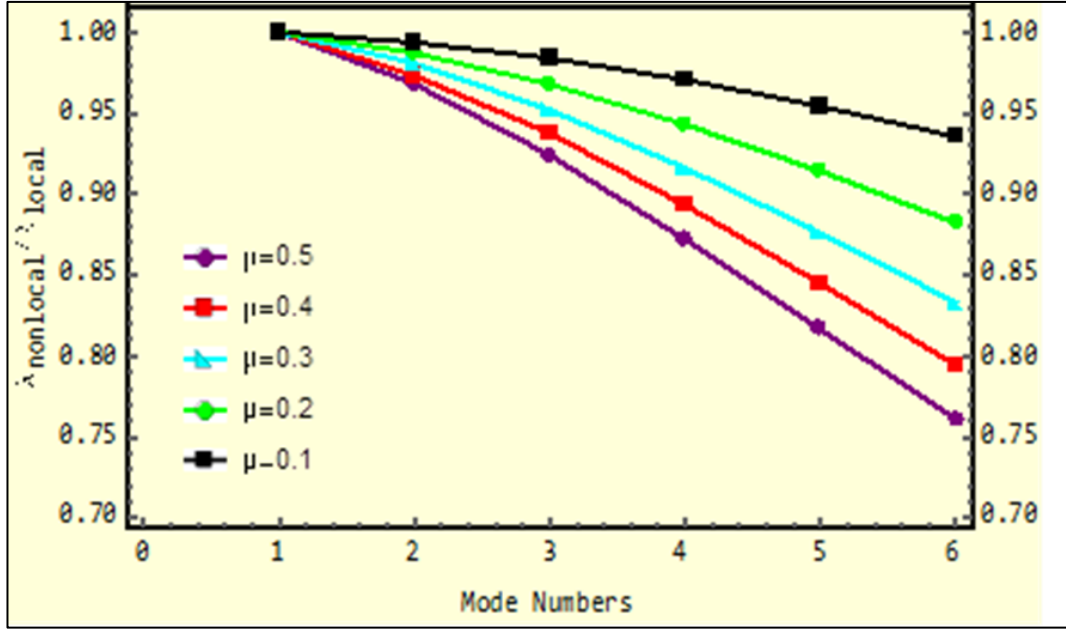
Şekil 4.25. Eksenel yay parametresi  $\Phi_L$ 'nin nanoçubukların ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\mu = 0,1, L = 15$  nm)



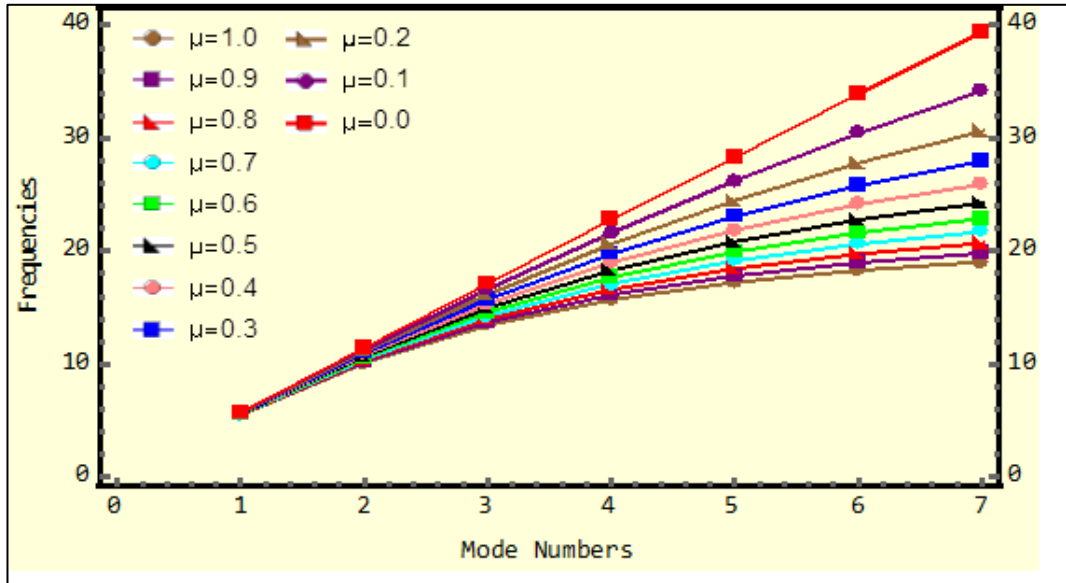
Şekil 4.26. Eksenel yay parametresinin nanoçubukların ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\mu = 0,1, L = 15 \text{ nm}$ )



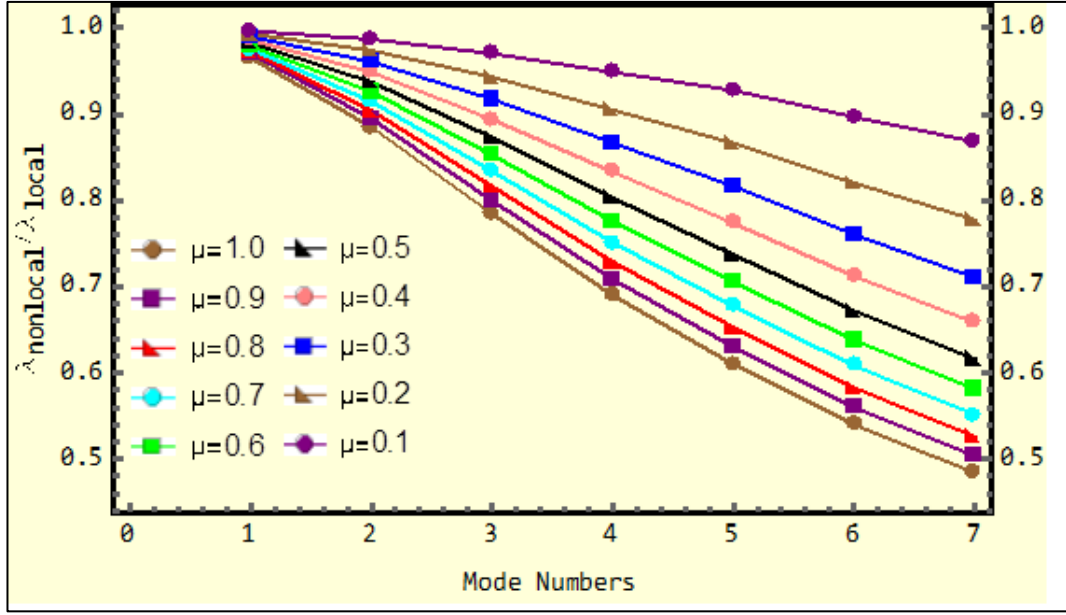
Şekil 4.27. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların ilk altı moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = 15 \text{ nN/nm}, \Phi_L = 5 \text{ nN/nm}, L = 20 \text{ nm}, r = 1 \text{ nm}$ )



Şekil 4.28. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların ilk altı moddaki frekans oranları üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = 15$  nN/nm,  $\Phi_L = 5$  nN/nm,  $L = 20$  nm,  $r = 1$  nm)



Şekil 4.29. Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların ilk yedi moddaki frekans değerleri üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = \Phi_L = 1\,000\,000$  nN/nm,  $L = 15$  nm,  $r = 1,5$  nm)



**Şekil 4.30.** Yerel olmayan parametrenin nanoçubukların ilk yedi moddaki frekans oranları üzerindeki etkisi ( $\Phi_0 = \Phi_L = 1\,000\,000$  nN/nm,  $L = 15$  nm,  $r = 1,5$  nm)

Yerel olmayan parametrenin ( $\mu$ ) nanoçubuk frekansları üzerindeki etkileri Şekil 4.22, 4.23, 4.27 ve 4.29'da gösterilmektedir. Bu sonuçlara göre, yerel olmayan parametredeki artış, aksenal titreşim frekanslarında bir azalmaya neden olmaktadır. Daha yüksek modlar için, yerel olmayan parametrenin etkisi daha belirgindir. Yerel olmayan parametre  $\mu = 0$  için ise, sonuçların yerel elastisite ile aynı çözümleri verdiği vurgulanmalıdır. Yerel elastisiteye göre çözümün en yüksek frekans değerlerine sahip olduğu görülmektedir.

Çeşitli yerel olmayan parametre değerleri için mod numarası ile  $\lambda_{yerel\ olmayan} / \lambda_{yerel}$  frekans oranı varyasyonları Şekil 4.28 ve 4.30'da gösterilmektedir.

Yay parametrelerinin değerlerinin nanoçubukların aksenal titreşiminde önemli bir rol oynadığı ortaya çıkmaktadır. Elde edilen sonuçlardan, yay parametrelerinin artan değerleri ile frekansların azaldığı gözlenmektedir. Ayrıca, nanoçubuğun yay parametrelerinin titreşim üzerindeki etkisi, özellikle ilk mod olmak üzere alt modlar için çok daha önemlidir. Çizelgelerden ve şekillerden görülebileceği gibi, mod sayısındaki artış frekans değerlerinin artmasına neden olmaktadır. (Uzun vd., 2021)

#### 4.4. Boşluklu Nanotüpün Boyuta Bağlı Titreşim Analizi Sayısal Sonuçlar

Daha önce bahsedildiği gibi, çalışmanın bu kısmında, her iki ucunda elastik yay bulunan boşluklu malzemeden yapılmış bir nanotüpün boyuta bağlı aksenal titreşim davranışı ile ilgili sayısal örnekler incelenmiştir. Bu amaçla, boşluklu nanotüp, Bishop çubuk teorisine dayalı olarak modellenmiştir. Ek olarak, titreşim davranışına boyut etkisini vermek için Eringen tarafından ortaya konulan yerel olmayan elastisite teorisinden yararlanılmıştır. Boşluklu nanotüpün titreşim davranışı, çeşitli parametrelerin etkisi altında elde edilen frekans değerleri yardımıyla araştırılmıştır. Bu parametreler  $e_k$ ,  $e_m$  ve  $e_s$  gibi boşlukluluk parametreleri, yerel olmayan parametre, nanotüpün uzunluğu ve nanotüpün yarıçapıdır. Her parametrenin boşluklu bir nanotüpün titreşim davranışı üzerindeki etkileri çeşitli şekillerde gösterilmiş ve bu şekiller aracılığıyla tartışılmıştır. (Uzun vd., 2022)

Boşluklu nanotüpün ankastre-ankastre sınır koşuluyla aksenal titreşim davranışını incelemeyen önce, bir karşılaştırma çalışması yapılmıştır. Bu karşılaştırma çalışması için Karličić vd. (2019) tarafından verilen aşağıdaki frekans denklemi kullanılmıştır:

$$\omega = \sqrt{\frac{EA\left(\frac{n * \pi}{L}\right)^2 + GI_p v^2 \left(\frac{n * \pi}{L}\right)^4}{\rho A (1 + \mu(1 + 2\nu)) \left(\frac{n * \pi}{L}\right)^2 + \rho I_p v^2 \left(\frac{n * \pi}{L}\right)^2 (1 + \mu \left(\frac{n * \pi}{L}\right)^2)}} \quad (4.8)$$

Yukarıdaki denklem, Bishop çubuk teorisine göre her iki ucunda ankastre mesnetle bağlanmış bir nanotüpün frekanslarını vermektedir. Karşılaştırma çalışması için Denklem (4.8)'de ve bu çalışmada modellenen boşluklu nanotüp için  $\rho_0 = \rho = 2300 \text{ kg/m}^3$ ,  $E_0 = E = 1000 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.19$  malzeme özellikleri kullanılmıştır. Sayısal sonuçlardan önce, nanotüpün Poisson oranının sabit kaldığına dikkat edilmelidir. Nanotüpün kayma modülü  $G_0$  Denklem (3.55)'den hesaplanmıştır. Bu çalışmada sunulan yöntemle hesaplanan frekans değerleri yukarıda verilen malzeme özelliklerinden yararlanılmış ve boşlukluluk parametreleri  $e_s$ ,  $e_m$ ,  $e_k$  sıfır olarak alınmıştır. Nanotüpün yarıçapı ve uzunluğu için sırasıyla  $R = 1 \text{ nm}$  ve  $L = 25R$  seçilmiştir. Karşılaştırma çalışması Çizelge 4.21 ve 4.22 aracılığıyla gösterilmiş ve yerel olmayan parametre  $\mu$ ,  $0,0 \text{ nm}^2$ 'den  $0,5 \text{ nm}^2$ 'ye değiştirilmiştir. Son olarak, nanotüpün her iki ucundaki yay parametrelerinin hem

karşılaştırma çalışması hem de diğer sayısal uygulamalar için sonsuz sertlikte kabul edildiğine dikkat edilmelidir. Sunulan yöntemin yerel olmayan nanoçubukların çözümü için uygun olduğu karşılaştırma çalışmasından açıkça görülmektedir. (Uzun vd., 2022)

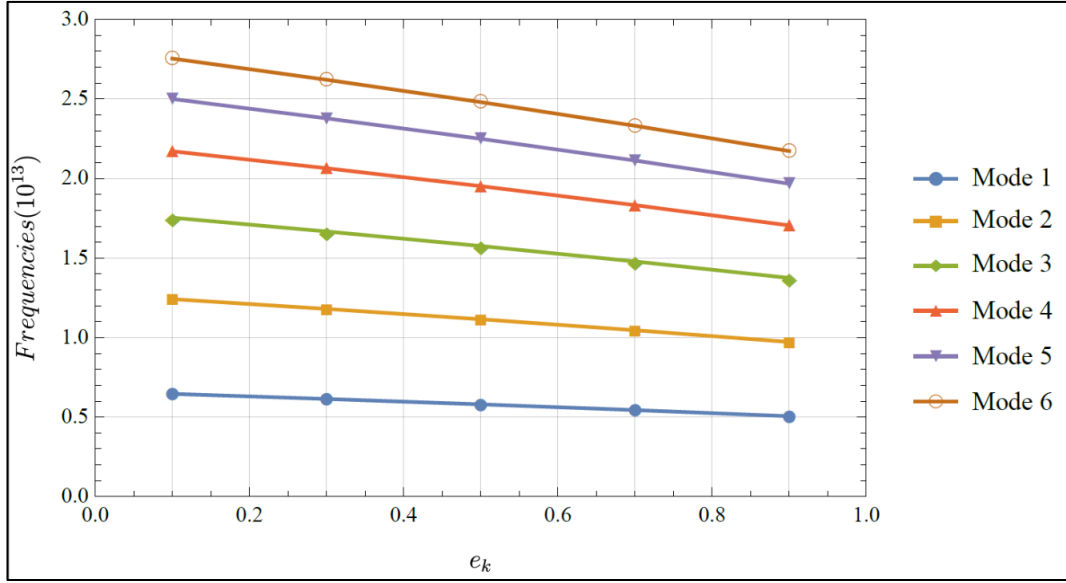
**Çizelge 4.21.** Boşluksuz nanoçubuk için frekansların ( $\times 10^{13}$  rad/s) karşılaştırması ( $\mu = 0,0$  nm<sup>2</sup>,  $\mu = 0,1$  nm<sup>2</sup>,  $\mu = 0,2$  nm<sup>2</sup>)

Mod numaraları	$\mu=0,0$		$\mu=0,1$		$\mu=0,2$	
	Karličić vd. (2019)	Mevcut çalışma	Karličić vd. (2019)	Mevcut çalışma	Karličić vd. (2019)	Mevcut çalışma
1	0.26201	0.26201	0.26172	0.26172	0.26144	0.26144
2	0.52388	0.52388	0.52161	0.52161	0.51937	0.51937
3	0.78550	0.78550	0.77791	0.77791	0.77054	0.77054
4	1.04673	1.04673	1.02896	1.02896	1.01208	1.01208
5	1.30744	1.30744	1.27329	1.27329	1.24167	1.24167
6	1.56753	1.56753	1.50959	1.50959	1.45763	1.45763

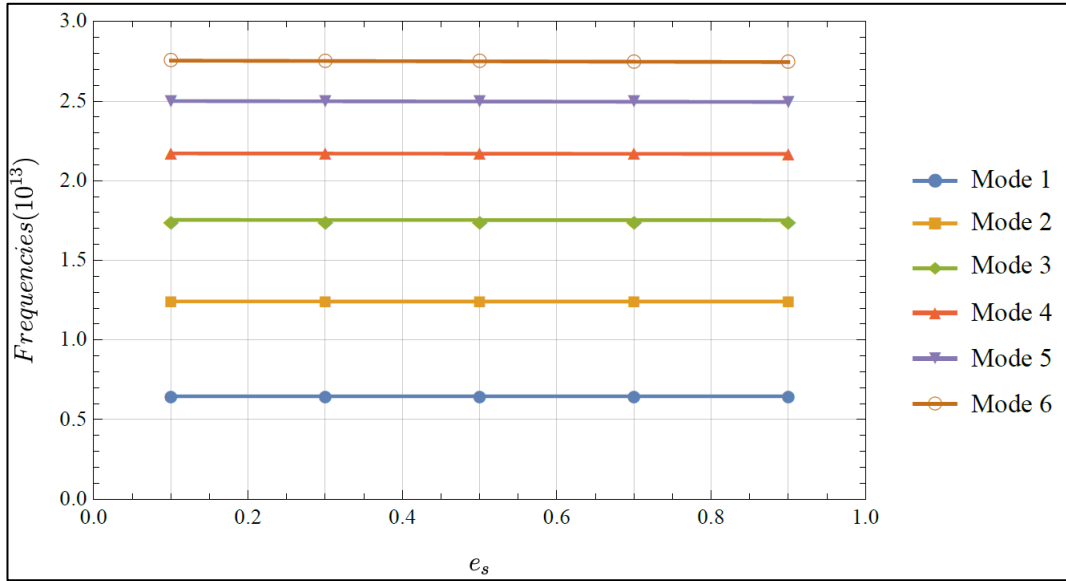
**Çizelge 4.22.** Boşluksuz nanoçubuk için frekansların ( $\times 10^{13}$  rad/s) karşılaştırması ( $\mu = 0,3$  nm<sup>2</sup>,  $\mu = 0,4$  nm<sup>2</sup>,  $\mu = 0,5$  nm<sup>2</sup>)

Mod numaraları	$\mu=0,3$		$\mu=0,4$		$\mu=0,5$	
	Karličić vd. (2019)	Mevcut çalışma	Karličić vd. (2019)	Mevcut çalışma	Karličić vd. (2019)	Mevcut çalışma
1	0.26115	0.26115	0.26087	0.26087	0.26059	0.26059
2	0.51717	0.51717	0.51498	0.51498	0.51283	0.51283
3	0.76338	0.76338	0.75641	0.75641	0.74963	0.74963
4	0.99599	0.99599	0.98065	0.98065	0.96600	0.96600
5	1.21230	1.21230	1.18492	1.18492	1.15932	1.15932
6	1.41070	1.41070	1.36803	1.36803	1.32900	1.32900

Şekil 4.31 Elastisite modülüne bağlı olan boşlukluluk parametresinin nanotüpün doğal frekansları üzerindeki etkisini göstermektedir. Bu inceleme için kayma modülüne bağlı boşlukluluk parametresi  $e_s$  ve kütle yoğunluğuna bağlı boşlukluluk parametresi  $e_m$  sabit tutulmuş ve 0,1 olarak seçilmiştir. Elastisite modülüne bağlı olan boşlukluluk parametresi  $e_k$  boşlukluluk parametresinin değerleri 0,1'den 0,9'a 0,1 aralıklarla artırılmıştır. Anlaşılabacağı üzere  $e_k$  boşlukluluk parametre değerlerinin artması nanotüpün doğal frekanslarında azalmaya neden olmaktadır. Frekanslardaki bu azalma, çalışılan tüm modlar için geçerlidir.



**Şekil 4.31.** İlk altı mod için  $e_k$  boşlulukluk parametresinin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

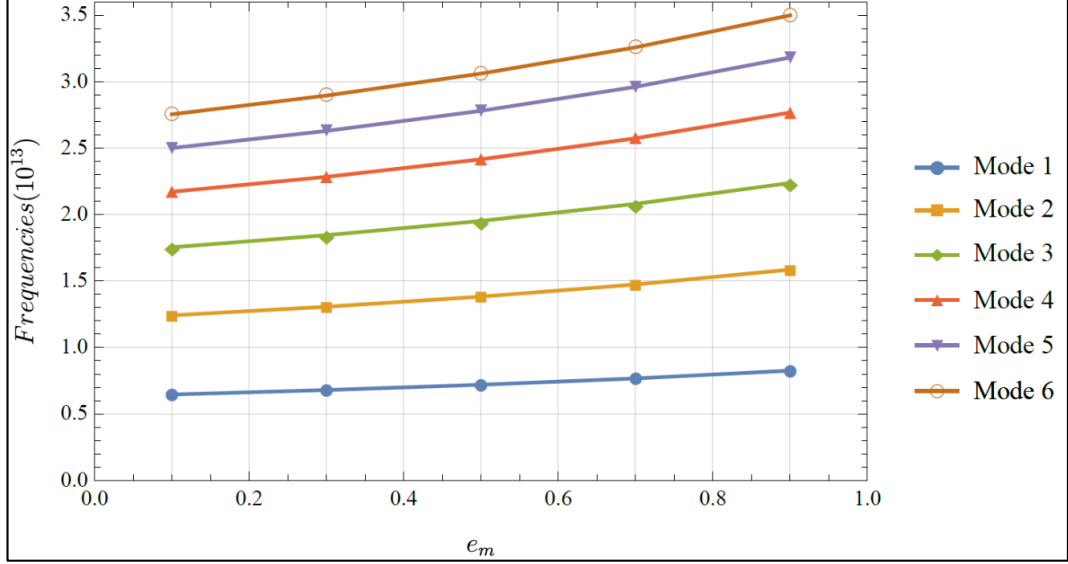


**Şekil 4.32.** İlk altı mod için  $e_s$  boşlulukluk parametresinin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

Şekil 4.32'de nanotüpün serbest titreşim frekansları üzerinde kayma modülüne bağlı boşlulukluk parametresinin etkisi görülmektedir. Bu şekil için  $e_k$  ve  $e_m$  boşlulukluk parametreleri 0,1 olarak sabitlenmiştir. Bu şekilde, ilk altı mod için frekans değişimleri gösterilmektedir. Şekil 4.32'den  $e_s$  boşlulukluk parametresinin frekanslar üzerinde hemen hemen hiçbir etkisinin olmadığı görülebilir. Görüldüğü gibi  $e_s$  0,1'den 0,9'a değiştiğinde



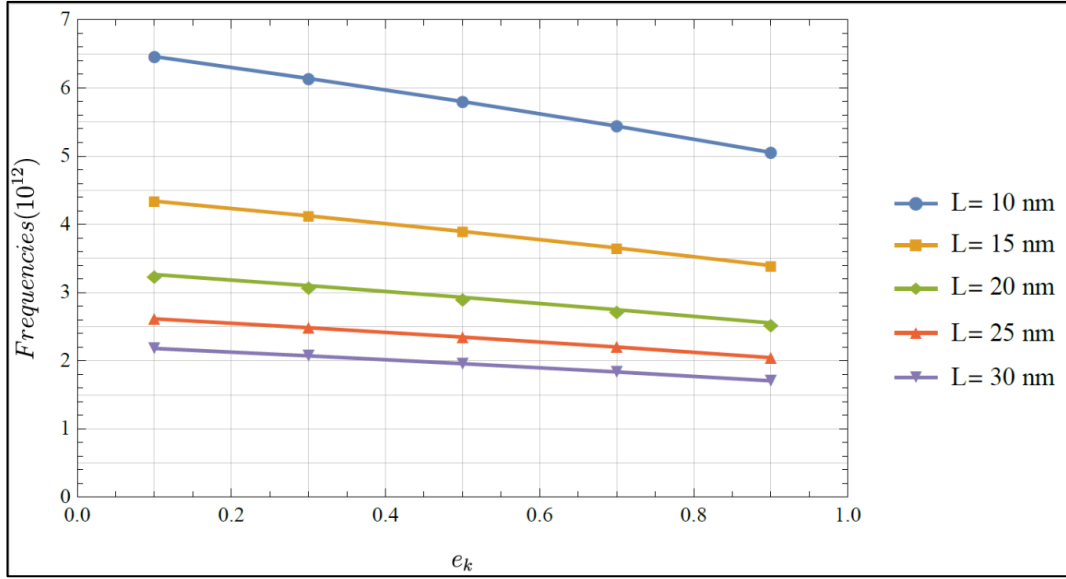
frekans değerleri hemen hemen aynı kalmaktadır. Şekil 4.31'de  $e_k$  boşlukluluk parametresinin nanotüpünün aksenal frekanslarında önemli değişkenlikler ürettiği açıkça görülebilir.  $e_s$  boşlukluluk parametresinin frekanslar üzerindeki etkisi,  $e_k$  boşlukluluk parametresi kadar önemli olmadığı ortaya çıkmıştır.



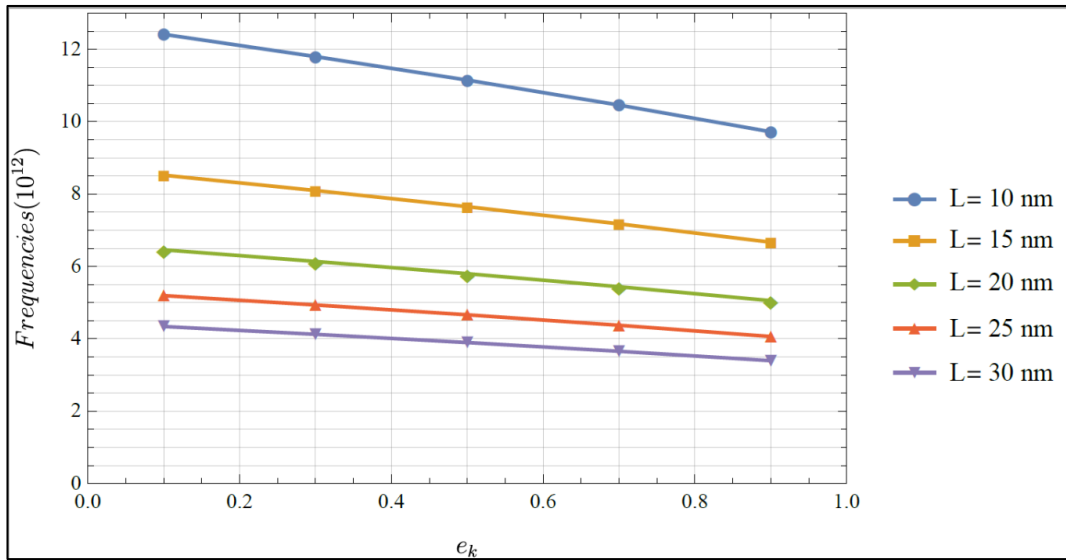
**Şekil 4.33.** İlk altı mod için  $e_m$  boşlukluluk parametresinin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

Şekil 4.33, kütle yoğunluğuna bağlı boşlukluluk parametresi  $e_m$ 'nin nanotüpün serbest titreşim frekansları üzerindeki etkisini göstermektedir. Bu şekil için kayma modülüne bağlı boşlukluluk parametresi  $e_s$  ve Elastisite modülüne bağlı boşlukluluk parametresi  $e_k$  0,1 olarak ayarlanmıştır.  $e_m$  değerleri 0,1 ile 0,9 arasında değişmektedir.  $e_m$  boşlukluluk parametresinin değeri arttıkça doğal frekans değerleri de artmaktadır. Bu artış, incelenen ilk altı mod için geçerlidir. Ayrıca, Şekil 4.31-4.33 için yerel olmayan parametre 0,2 nm<sup>2</sup> ve uzunluğun ise 10 nm. olarak seçildiği belirtilmelidir.

Şekil 4.34 ve Şekil 4.35, sırasıyla birinci ve ikinci modlarda  $e_k$  boşlukluluk parametresinin ve nanotüpün uzunluğunun frekans değerleri üzerindeki etkisini göstermektedir.  $e_k$  boşlukluluk parametresinin neden olduğu frekanslardaki azalma, bu şekillerden açıkça görülmektedir. Uzunluğun etkisi göz önüne alındığında, uzunluk değerlerinin artmasıyla frekans değerlerinin azaldığı anlaşılmaktadır.



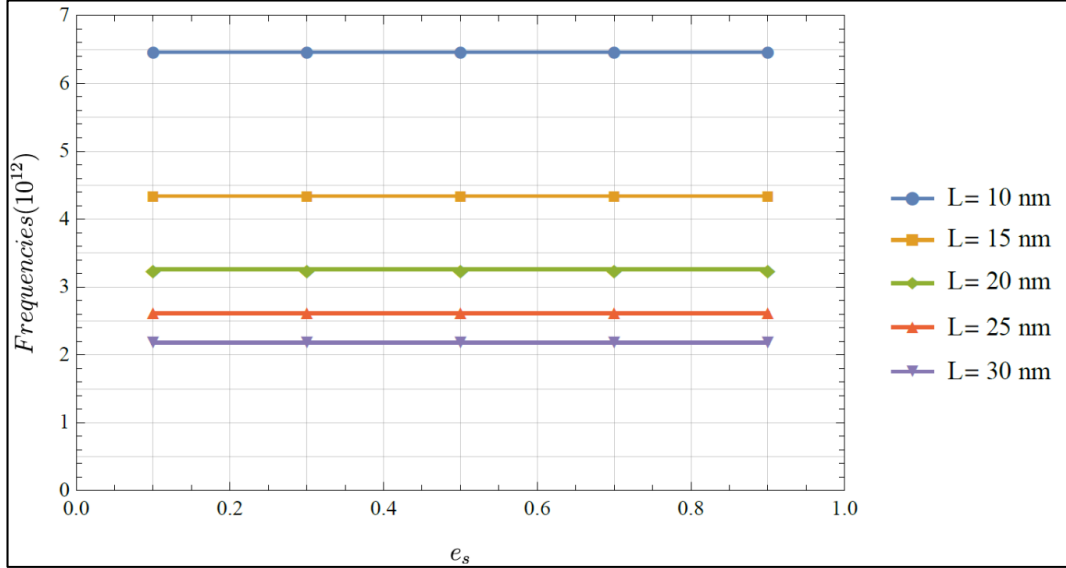
**Şekil 4.34.** Birinci mod için uzunluk ve  $e_k$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi



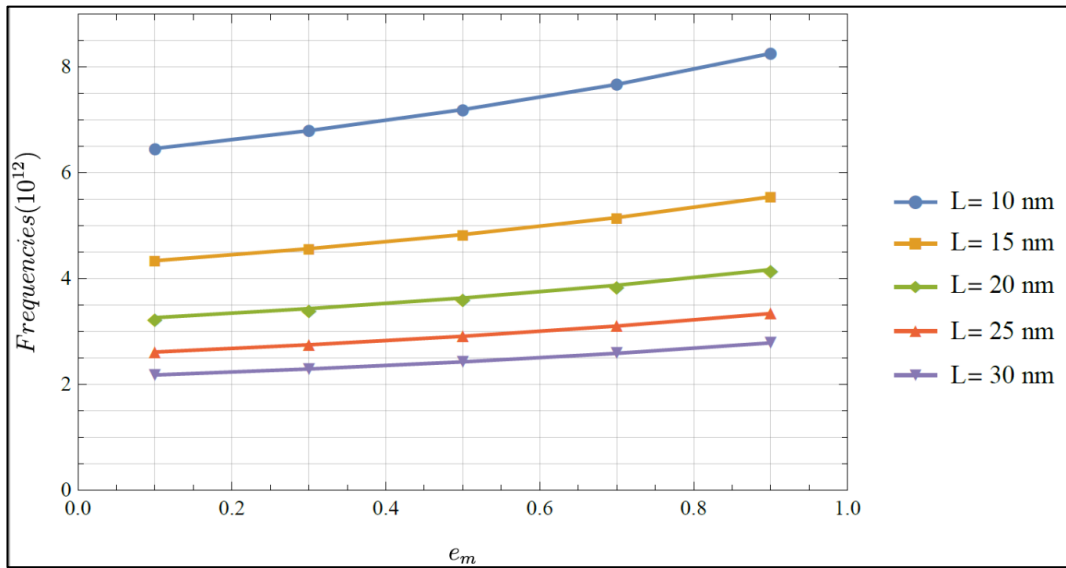
**Şekil 4.35.** İkinci mod için uzunluk ve  $e_k$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

Şekil 4.36 ve Şekil 4.37, sırasıyla değişen  $e_s$  ve  $e_m$  boşlulukluk parametreleri için birinci modda nanotüpün uzunluğunun frekans değerleri üzerindeki etkisini göstermektedir. Bu iki şekilden, en yüksek frekans değerlerinin  $L = 10$  nm için, en düşük frekans değerlerinin ise  $L = 30$  nm için meydana geldiği açıktır. Şekil 4.36'da görüldüğü gibi, her uzunluk değeri için  $e_s$  0,1'den 0,9'a değiştiğinde frekans değerleri hemen hemen aynı kalmaktadır. Nanotüpün aksenal titreşimi üzerinde kayma modülüne bağlı boşlulukluk parametresi  $e_s$

boşlukluluk parametresinin daha önemli etkilerinin olup olmadığını anlamak için daha geniş bir çalışmaya ihtiyaç olduğu söylenebilir.



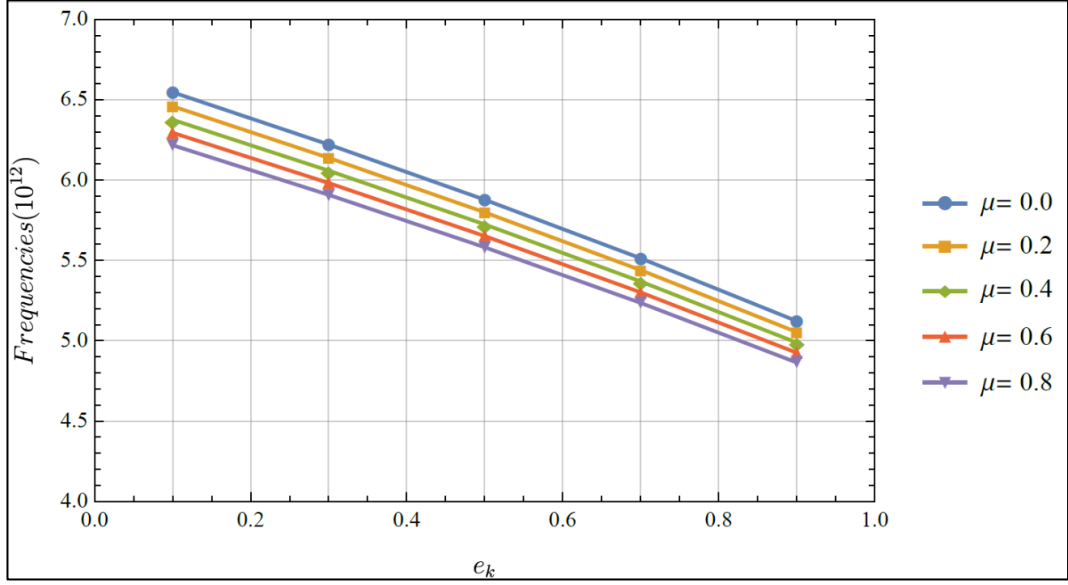
Şekil 4.36. Birinci mod için uzunluk ve  $e_s$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi



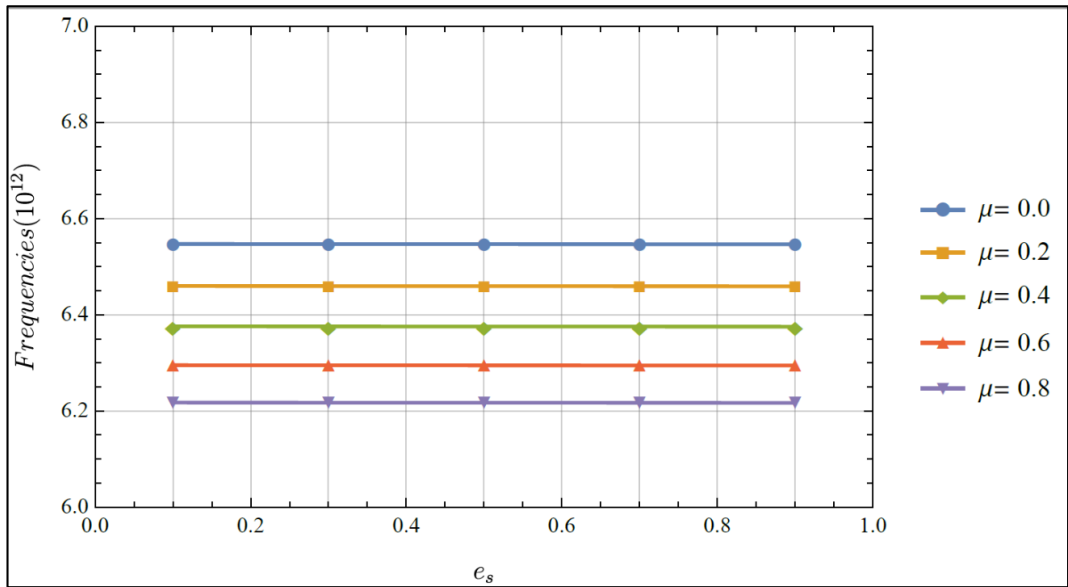
Şekil 4.37. Birinci mod için uzunluk ve  $e_m$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

Şekil 4.38, 4.39 ve 4.40 sırasıyla  $e_k$ ,  $e_s$  ve  $e_m$  boşlukluluk parametrelerine karşı nanotüpün birinci mod frekansları üzerindeki yerel olmayan parametrenin etkisini göstermektedir. Önceki örneklerde açıklanan  $e_k$ ,  $e_s$  ve  $e_m$  boşlukluluk parametrelerinin etkileri de bu rakamlar için geçerlidir ve kolaylıkla gözlemlenebilir. Şekil 4.38-4.40'da vurgulanması

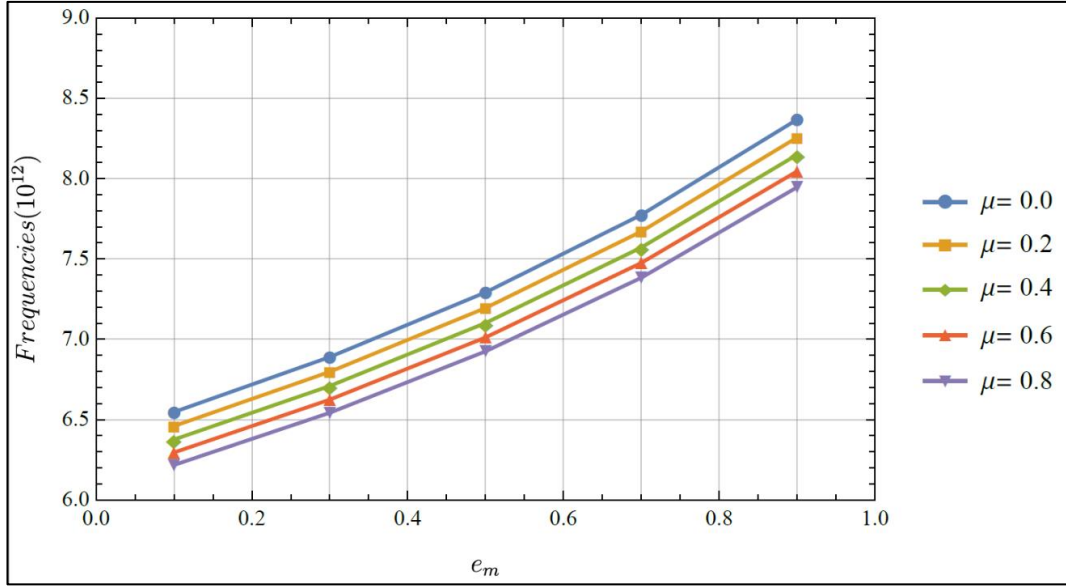
gereken ana nokta, yerel olmayan parametrenin frekanslar üzerindeki etkisidir. Yerel olmayan parametre 0 ila 0,8 nm<sup>2</sup> aralığındadır. En yüksek frekans değerleri  $\mu = 0$  (yerel durum) için elde edilirken, en düşük frekans değerleri  $\mu = 0,8$  nm<sup>2</sup> (yüksek oranda yerel olmayan durum) için elde edilmektedir. Buradan çıkarılabilecek sonuç, yerel olmayan etkilerin dikkate alınmasıyla nanotüpün rijitliği azalmaktadır.



Şekil 4.38. Birinci mod için  $\mu$  ve  $e_k$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

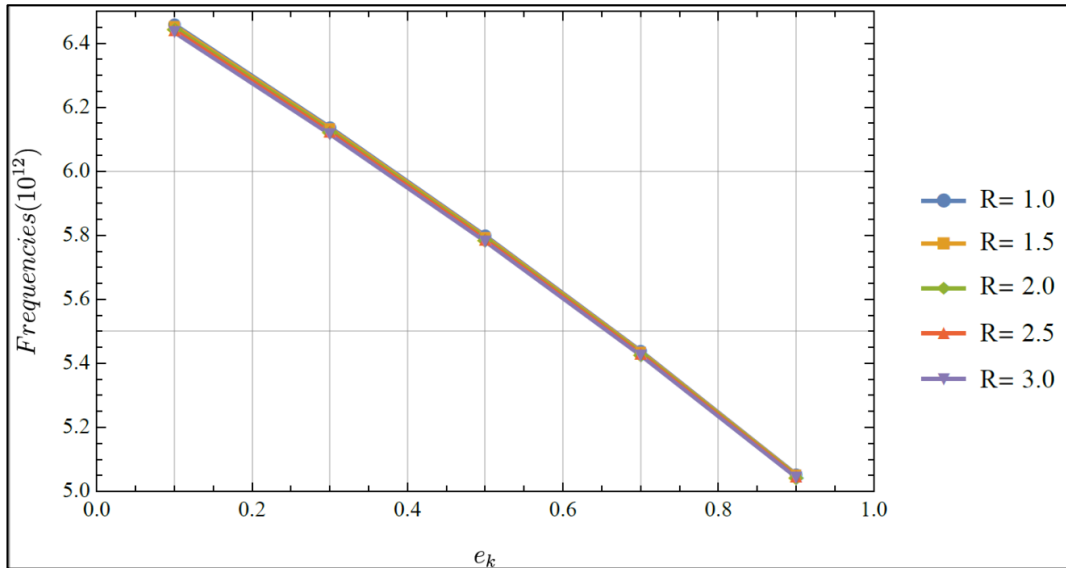


Şekil 4.39. Birinci mod için  $\mu$  ve  $e_s$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

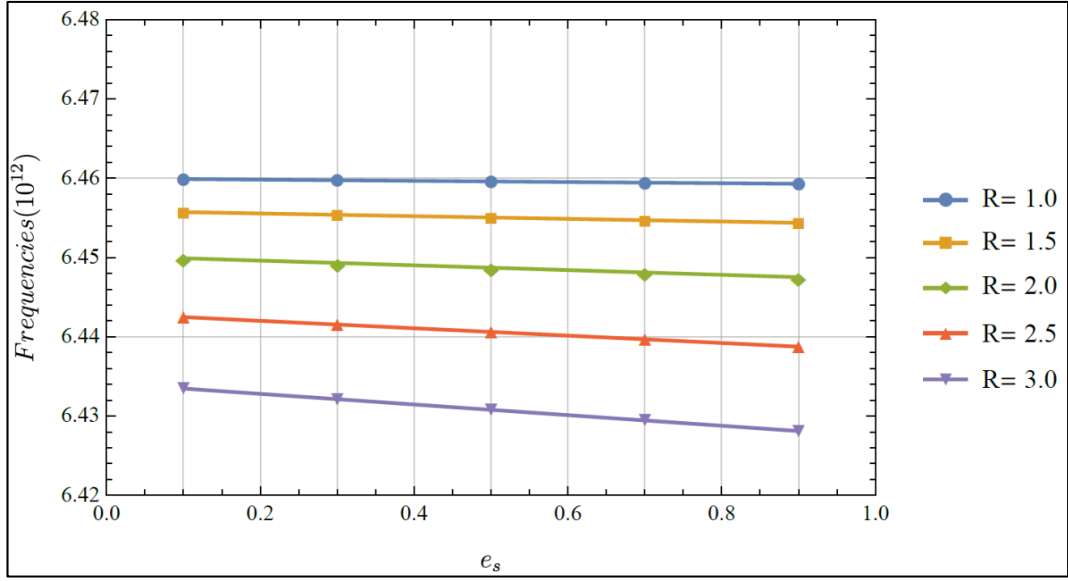


**Şekil 4.40.** Birinci mod için  $\mu$  ve  $e_m$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

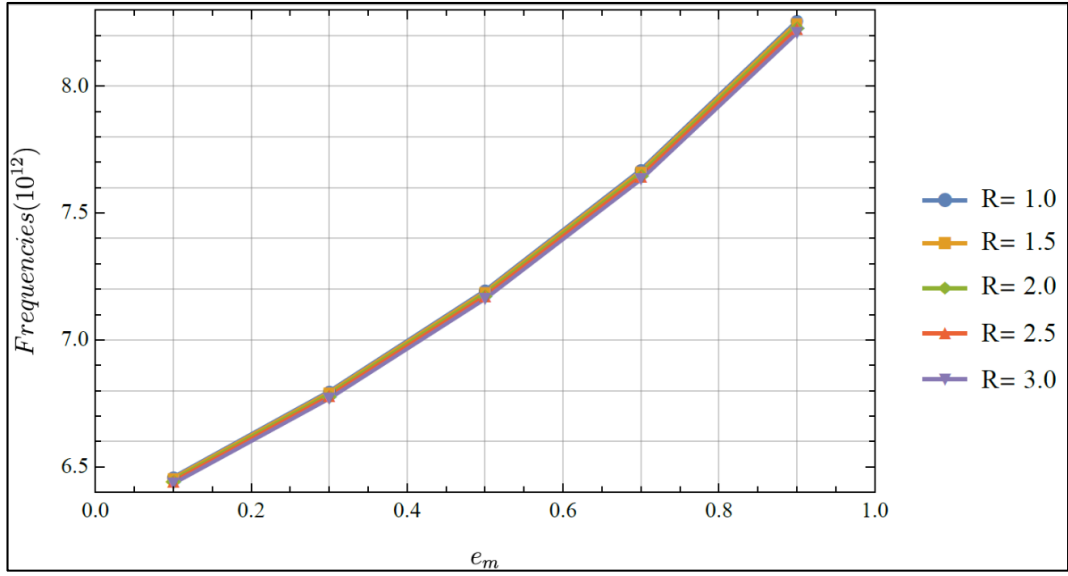
Şekil 4.41, 4.42 ve 4.43 sırasıyla  $e_k$ ,  $e_s$  ve  $e_m$  boşlukluluk parametrelerine karşı birinci mod frekansları üzerinde nanotüpün yarıçapının etkisini göstermektedir. Burada vurgulanması gereken asıl nokta, yarıçapın frekanslar üzerindeki etkisidir. Yarıçap, 1 nm'den 3 nm'ye kadar çeşitli değerler almaktadır. Daha düşük yarıçap değerlerinde daha yüksek frekanslar elde edilmektedir.



**Şekil 4.41.** Birinci mod için  $R$  ve  $e_k$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi



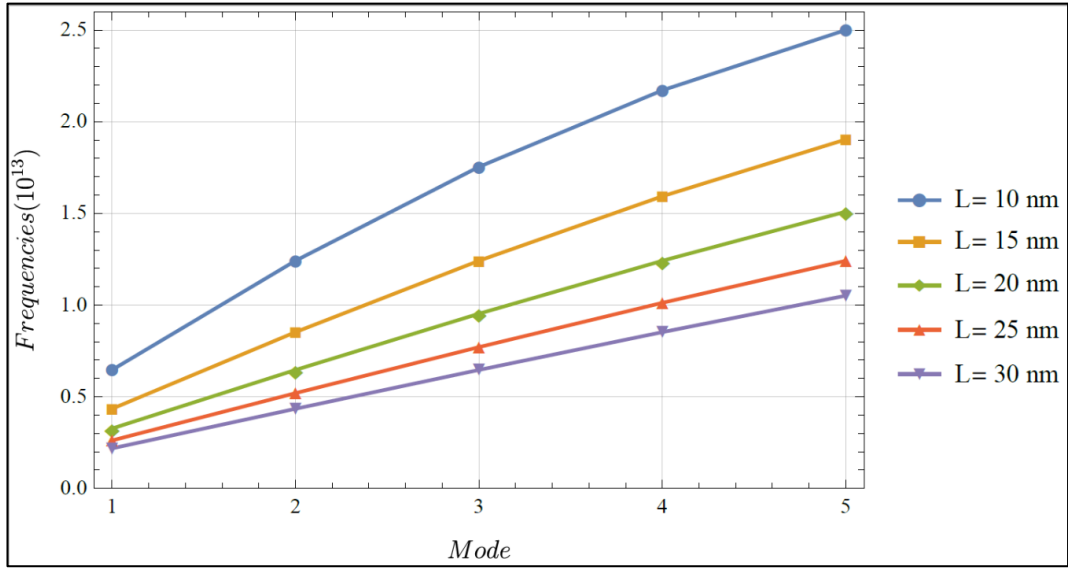
**Şekil 4.42.** Birinci mod için  $R$  ve  $e_s$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi



**Şekil 4.43.** Birinci mod için  $R$  ve  $e_m$ 'nin frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

Yarıçapın frekanslar üzerindeki etkisi Şekil 4.41'de daha net görülebilirken, hem yarıçap hem de  $e_s$  boşlukluluk parametresinin frekanslar üzerinde çok az etkisi vardır. Burada bir karşılaştırma yapılabilir:  $e_k = 0,5$  için yarıçap 1 nm'den 3 nm'ye değişirken frekans değerlerindeki azalma % 0,337,  $e_s = 0,5$  için % 0,446 ve  $e_m = 0,5$  için % 0,472'dir. Buradan çıkarılabilecek sonuç, yarıçap değişimi durumunda frekans değeri değişimi en çok  $e_m$  boşlukluluk parametresinden etkilenmektedir. Burada Şekil 4.42 ile ilgili dikkat

çekici bir durumdan bahsedilmelidir. Şekil 4.42'de  $e_s$  boşlulukluk parametresinin çeşitli  $R$  değerleri için etkisi görülmektedir. Görüldüğü gibi,  $R$  değeri arttıkça, değişen  $e_s$  ile aksel titreşim frekanslarındaki değişim miktarı da artmaktadır.  $R = 1$  nm için  $e_s$  boşlulukluk parametresi 0,1'den 0,9'a değişirken, frekans değerlerindeki azalma % 0,009'dur.  $R = 3$  nm için ise frekans değerlerindeki azalma % 0,08'dir. Buradan çıkarılabilecek yorum, yarıçap değeri arttıkça  $e_s$ 'nin aksel frekans değerleri üzerindeki etkisinin de artmasıdır. (Uzun vd., 2022)

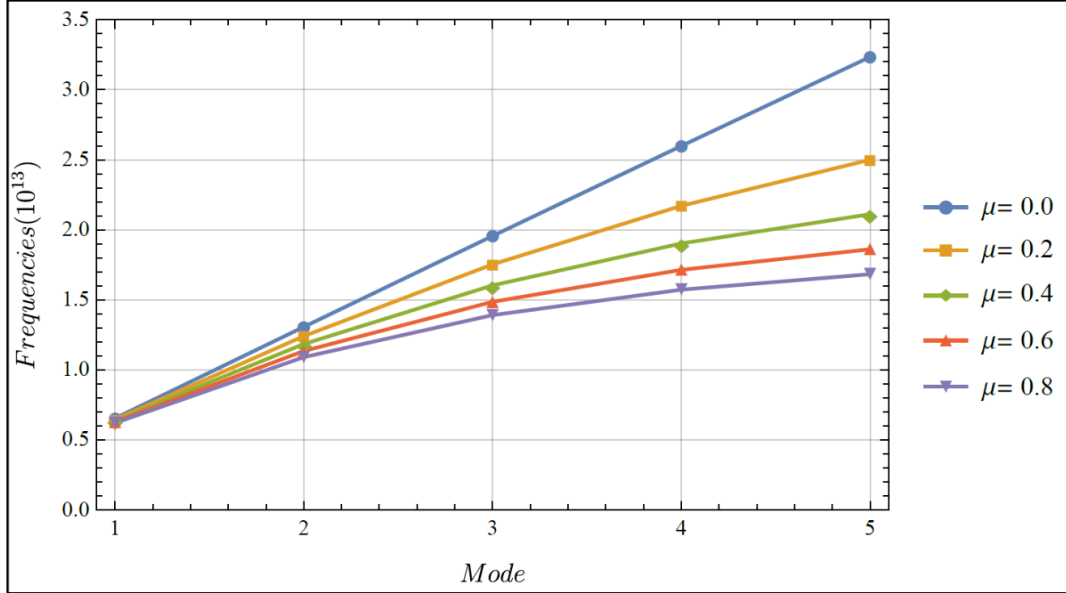


**Şekil 4.44.** Uzunluğun ( $L$ ) ilk beş mod için frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

Şekil 4.44, nanotüpün uzunluğunun titreşim modları üzerindeki etkisini göstermek için çizilmiştir. Bu şekil için  $e_s = e_k = e_m = 0,1$  seçilmiştir. Nanotüp uzunluğu 10 nm'den 30 nm'ye çıktıkça 1. mod frekanslarındaki azalma yaklaşık % 66,25 iken 5. mod frekanslarındaki azalma yaklaşık % 57,96'dır. Dolayısıyla nanotüpün düşük mod frekansları için uzunluk değişiminin daha önemli olduğu söylenebilir.

Şekil 4.45, yerel olmayan parametrenin nanotüpün titreşim modları üzerindeki etkisini göstermektedir. Bu şekil için de  $e_s = e_k = e_m = 0,1$  seçilmiştir ve yerel olmayan parametre değerleri 0.0 ile 0.8 nm<sup>2</sup> arasında değişmektedir. Burada yine klasik elastisiteye göre elde edilen frekansların ( $\mu = 0$  iken) en yüksek değerlere sahip olduğu görülmektedir. Bu

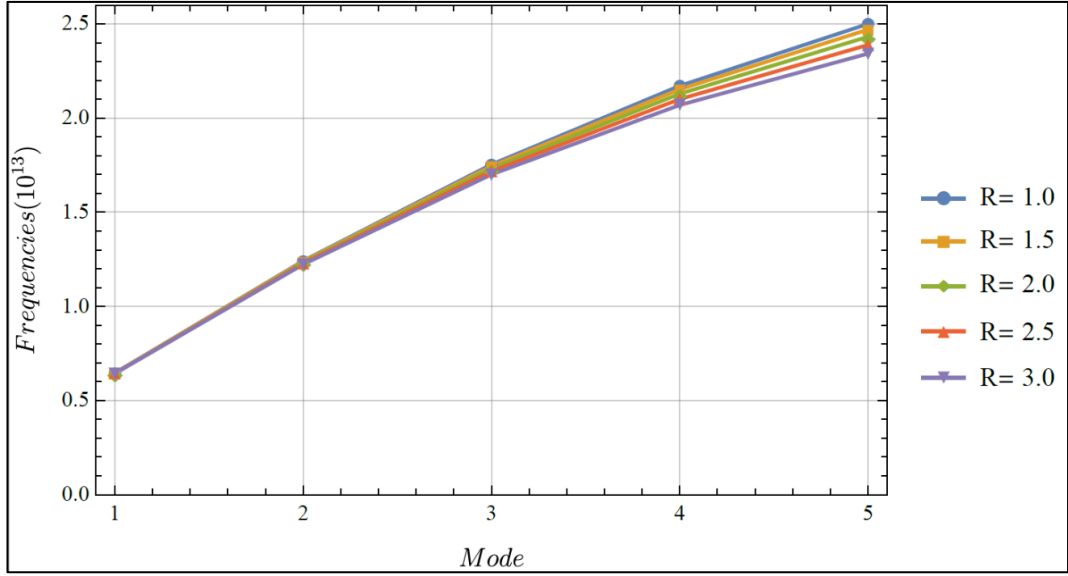
sonuçlar, yerel olmayan parametrenin daha yüksek modlarda daha önemli hale geldiğine dikkat çekmektedir. (Uzun vd., 2022)



**Şekil 4.45.** Yerel olmayan parametrenin ( $\mu$ ) ilk beş mod için frekanslar (rad/s) zerindeki etkisi

Şekil 4.46, boşluklu nanotüpün titreşim modları üzerinde yarıçapın etkisinin araştırılması amacıyla çizilmiştir. Burada da en yüksek frekans değerlerinin  $R = 1$  nm için oluştuğu görülmektedir. Burada ortaya çıkan temel sonuç, yarıçap değerisinin etkisinin daha yüksek modlar için daha önemli olduğudur. Örneğin yarıçap 1 nm'den 3 nm'ye çıkarken 1. mod frekanslarındaki dŐuŐ % 0,4, 5. mod frekanslarındaki dŐuŐ ise % 6'dır. (Uzun vd., 2022)





**Şekil 4.46.** Yarıçapın ( $R$ ) ilk beş mod için frekanslar (rad/s) üzerindeki etkisi

## 5. SONUÇ

Yerel olmayan elastisite teorisi, hem daha büyük hem de nispeten küçük nanoskopik makinelerin ve yapıların nanomekanik davranışını, karmaşık denklemler çözme zorunluluğu olmadan ortaya koymaktadır. Eringe'nin yerel olmayan elastisite teorisi, molekül etkileşimlerini gerilme tensörü olarak bilinen ek bir terimle ele alır, yani bunun bir sürekli ortam mekanik modeli olarak kabul edilebileceği anlamına gelir.

Bu çalışmayı dört ana grupta ele aldığımızda, ilk olarak çeşitli sınır koşulları altında elektromanyetik alana yerleştirilmiş nanotüplerin burkulma analizini araştırmak için yerel olmayan elastisite teorisi kullanılmıştır. Bu konuda daha önce bazı belirli sınır koşulları için yapılmış birkaç çalışma vardır. Bu boşluğu doldurmak için elektromanyetik alana yerleştirilmiş kısıtlanmış karbon nanotüplerin burkulma tepkisini araştırmak için bu çalışma yapılmıştır. Problemin çözümü için bir Fourier serisi ve Stoke dönüşümü kullanılmıştır. Burkulma davranışı için, Hartmann parametresi, küçük ölçekli parametre ve farklı modlar için dönme kısıtlamalarının burkulma modları üzerindeki etkileri incelenmiştir. Çalışmanın bu kısmındaki yenilik ise, hemen her türlü sınır koşulları altında elektromanyetik alana yerleştirilmiş nanotüplerin burkulma analizinin yapılmış olmasıdır.

Ardından konsol tek duvarlı karbon nanotüplerin titreşim tepkisi, değiştirilmiş gerilme çifti teorisine dayalı olarak incelenmiştir. Bu titreşim probleminde, hesaplamalarda dönel atalet etkisi dikkate alınmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi, boyut bağımlılığı ve dönel atalet etkisi ile birlikte konsol TDKNT'lerin serbest titreşim problemine uygulanmıştır. TDKNT'lerin titreşim problemini çözmek için sonlu elemanlar yöntemi kullanılmış, malzeme uzunluk ölçü parametresi, nanotüp uzunluğu, mod numarası, sonlu eleman sayısı gibi farklı parametrelerin etkileri incelenmiştir. Dönel atalet etkisi dikkate alındığında daha düşük frekansların elde edildiği gösterilmiştir. TDKNT uzunluğundaki bir artış, nanotüpün frekanslarının azalmasına neden olmaktadır. Ek olarak, malzeme uzunluğu ölçü parametresi ve mod numarası arttığında, TDKNT'ün frekans değerleri de artmaktadır.

Bishop çubuk teorisi ile birlikte yerel olmayan elastisite teorisine dayalı nano çubukların serbest aksenal titreşim analizi incelendiği bir diğer bölümde, sunulan teorik model, yerel olmayan süreklilik yaklaşımının nanoçubuklara uygulanması için büyük önem taşıyan, serbest ve tutulu sınır koşulları arasındaki bilimsel boşluğu doldurmaktadır. Deforme olabilen sınır koşullarına sahip bir nanoçubuğun titreşimsel tepkisi, mod numaraları, yerel olmayan parametre ve aksenal yay parametreleri gibi bazı parametrelere göre araştırılmıştır. Bishop nanoçubuğun frekans değerlerinin, yerel olmayan parametre ve aksenal yay parametrelerinin artmasıyla azalırken, mod numaralarının artmasıyla arttığı görülmektedir. Frekans oranları ( $\lambda_{\text{yerel olmayan}} / \lambda_{\text{yerel}}$ ) ise, artan mod numaraları ve yerel olmayan parametre ile azalmaktadır. Ek olarak, yay parametrelerinin ve yerel olmayan parametrenin nanoçubuğun frekans değerleri üzerindeki etkileri, sırasıyla daha düşük ve daha yüksek modlar için daha belirgindir.

Çalışmanın son kısmında ise, Bishop çubuk teorisi ve Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi aracılığıyla boşluklu nanotüpün boyuta bağlı serbest aksenal titreşim davranışını araştırmak için analitik bir çözüm önerilmektedir. Önerilen çözüm yöntemi, değişken sınır koşullarında boşluklara sahip bir nanotüpün frekanslarını elde etme yeteneğine sahiptir. Bu çözümlerle, serbest sınır koşulu ile ankastre (sabit) sınır koşulu arasındaki geniş bir sınır aralığı çözülebilmektedir. Ayrıca boşluklu nanotüplerin titreşim frekanslarında önemli olan çeşitli parametreler incelenebilmektedir. Bu parametreler  $e_s$  boşlukluluk parametresi,  $e_k$  boşlukluluk parametresi,  $e_m$  boşlukluluk parametresi, yerel olmayan parametre, nanotüpün uzunluğu ve yarıçapıdır. Elastisite modülüne bağlı olarak  $e_k$  boşlukluluk parametresi, boşluklu nanotüp üzerinde yumuşatıcı bir etki meydana getirmektedir. Artan  $e_k$  boşlukluluk değeri ile, nanotüpler için Elastisite modülü düşmekte ve frekanslarda bir azalma meydana gelmektedir.  $e_k$ 'nın aksine, kütle yoğunluğuna bağlı olan  $e_m$  boşlukluluk parametresi, nanotüpün frekansları üzerinde arttırıcı bir etki ortaya çıkarmaktadır. Artan  $e_m$  boşlukluluk değerleri ile nanotüpün kütle yoğunluğu azalırken, titreşim frekansları artmaktadır. Kayma modülüne bağlı olarak  $e_s$  boşlukluluk parametresinin etkisi incelendiğinde, nanotüp frekanslarında hemen hemen farkedilmeyecek bir değişimin olduğu görülmektedir. Sadece yarıçaptaki değişim ile bağlantılı olarak bir fark yarattığı ortadadır. Son olarak, yerel olmayan parametre,

nanotüpün uzunluğu ve yarıçapının etkileri incelendiğinde, bu parametrelerin gözenekli nanotüplerin titreşim frekanslarını azalttığı görülmektedir.

Araştırılan boşlukluluk parametrelerinden kayma modülüne bağlı boşlukluluk parametresi  $e_s$ 'nin nanotüp frekanslarında çok küçük değişimler meydana getirdiği çalışma sonucunda görülmektedir. Bu çalışmada küçük boyut etkisini incelemek için Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi kullanıldığı tekrar belirtilmelidir. Kayma modülüne bağlı boşlukluluk parametresi  $e_s$ 'nin daha önemli etkilerinin olup olmadığını anlamak için deneysel yöntemlerle çalışılabilir, fakat başta da belirtildiği gibi deneysel çalışmalar nano boyuttaki yapılar için şu an için çok zor ve masraflı olduğu için, Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi dışındaki diğer yüksek mertebeli teorilerle çözümler yapıp sonuçlar karşılaştırılarak daha net sonuçlara ulaşmak mümkün olabilir.

## KAYNAKLAR

- Abdellah, A., Abdelhalim, A., Loghin, F., Kohler, P., Ahmad, Z., Scarpa, G., ve Lugli, P. (2013). Flexible Carbon Nanotube Based Gas Sensors Fabricated by Large-Scale Spray Deposition. *IEEE Sensors Journal*, 13(10), 4014–4021. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2013.2265775>
- Aifantis, E. C. (1999). Strain gradient interpretation of size effects. In *Fracture Scaling* (pp. 299–314). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-94-011-4659-3\\_16](https://doi.org/10.1007/978-94-011-4659-3_16)
- Akgöz, B., ve Civalek, Ö. (2011). Strain gradient elasticity and modified couple stress models for buckling analysis of axially loaded micro-scaled beams. *International Journal of Engineering Science*, 49(11), 1268–1280. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2010.12.009>
- Alasadi, A. A., Ahmed, R. A., ve Faleh, N. M. (2019). Analyzing nonlinear vibrations of metal foam nanobeams with symmetric and non-symmetric porosities. *Advances in Aircraft and Spacecraft Science*, 6(4), 273–282. <https://doi.org/10.12989/aas.2019.6.4.273>
- Al-Maliki, A. F., Faleh, N. M., ve Alasadi, A. A. (2019). Finite element formulation and vibration of nonlocal refined metal foam beams with symmetric and non-symmetric porosities. *Structural Monitoring and Maintenance*, 6(2), 147–159. <https://doi.org/10.12989/smm.2019.6.2.147>
- Altenbach H, ve Öchsner A. (2020). *Encyclopedia of Continuum Mechanics* (H. Altenbach & A. Öchsner, Eds.). Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-53605-6>
- Ansari, R., Bazdid-Vahdati, M., Shakouri, A., Norouzzadeh, A., ve Rouhi, H. (2017). Micromorphic prism element. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 22(6), 1438–1461. <https://doi.org/10.1177/1081286516637115>
- Ari, N. ve Eringen, A. C. (1983). Nonlocal Stress-Field at Griffith Crack. *Crystal Lattice Defects and Amorphous Materials*, 10(1): 33-38.
- Aqel, A., El-Nour, K. M. M. A., Ammar, R. A. A., ve Al-Warthan, A. (2012). Carbon nanotubes, science and technology part (I) structure, synthesis and characterisation. *Arabian Journal of Chemistry*, 5(1), 1–23. <https://doi.org/10.1016/j.arabjc.2010.08.022>
- Avcar, M. (2014). Free vibration analysis of beams considering different geometric characteristics and boundary conditions. *International Journal of Mechanics and Applications*, 4(3), 94–100.
- Aydogdu, M. (2009). Axial vibration of the nanorods with the nonlocal continuum rod model. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 41(5), 861–864. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2009.01.007>

- Aydogdu, M. (2012). Axial vibration analysis of nanorods (carbon nanotubes) embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity. *Mechanics Research Communications*, 43, 34–40. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2012.02.001>
- Bao, S., Cao, J., ve Wang, S. (2019). Vibration analysis of nanorods by the Rayleigh-Ritz method and truncated Fourier series. *Results in Physics*, 12, 327–334. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2018.11.085>
- Berghouti, H., Bedia, E. A., Benkhedda, A., ve Tounsi, A. (2019). Vibration analysis of nonlocal porous nanobeams made of functionally graded material. *Advances in Nano Research*, 7, 351–364. <https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.5.351>
- Bhushan B. (2017). *Springer Handbook of Nanotechnology* (B. Bhushan, Ed.; 4th ed.). Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-54357-3>
- Boca, D. G. (2018). Nanoteknolojinin Etkisi. In *Nanoteknoloji 1 Nanoteknolojinin Temelleri* (pp. 59–71).
- Budarapu, P. R., Zhuang, X., Rabczuk, T., ve Bordas, S. P. A. (2019). Multiscale modeling of material failure: Theory and computational methods. *Advances in Applied Mechanics*, 52, 1–103. <https://doi.org/10.1016/BS.AAMS.2019.04.002>
- Chakraverty, S., ve Behera, L. (2016). *Static and dynamic problems of nanobeams and nanoplates*. World Scientific.
- Chang, T.-P. (2012). Small scale effect on axial vibration of non-uniform and non-homogeneous nanorods. *Computational Materials Science*, 54, 23–27. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2011.10.033>
- Chang, W.-J., ve Lee, H.-L. (2009). Free vibration of a single-walled carbon nanotube containing a fluid flow using the Timoshenko beam model. *Physics Letters A*, 373(10), 982–985. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2009.01.011>
- Ciekot, A. (2012). Free axial vibration of a nanorod using the WKB method. *Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Science*, 11(4), 29–34. <https://doi.org/10.17512/jamcm.2012.4.04>
- Civalek, Ö., Ersoy, H., Numanoğlu, H. M., ve Akgöz, B. (2018). Small size and rotary inertia effects on the natural frequencies of carbon nanotubes. *Curved and Layered Structures*, 5(1), 273–279. <https://doi.org/10.1515/cls-2018-0020>
- Civalek, Ö., Uzun, B., ve Yaylı, M. Ö. (2020). Frequency, bending and buckling loads of nanobeams with different cross sections. *Advances in Nano Research*, 9(2), 91–104. <https://doi.org/10.12989/anr.2020.9.2.091>
- Danesh, M., Farajpour, A., ve Mohammadi, M. (2012). Axial vibration analysis of a tapered nanorod based on nonlocal elasticity theory and differential quadrature method.

*Mechanics Research Communications*, 39(1), 23–27.  
<https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2011.09.004>

de Volder, M. F. L., Tawfick, S. H., Baughman, R. H., ve Hart, A. J. (2013). Carbon Nanotubes: Present and Future Commercial Applications. *Science*, 339(6119), 535–539.  
<https://doi.org/10.1126/science.1222453>

Değirmenci, Ü. (2019). *Karbon tabanlı yeni hibrit nano-yapıların modellenmesi ve analizi* [Doktora Tezi]. İstanbul Teknik Üniversitesi.

Dobrokhotov, V. v., ve Berven, C. A. (2007). A practicable model of a carbon nanotube-based ionic sensor. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 36(1), 58–64. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2006.07.021>

Duan, W. H., Wang, C. M., ve Zhang, Y. Y. (2007). Calibration of nonlocal scaling effect parameter for free vibration of carbon nanotubes by molecular dynamics. *Journal of Applied Physics*, 101(2), 024305. <https://doi.org/10.1063/1.2423140>

Dumitrica, T., Hua, M., ve Yakobson, B. I. (2006). Symmetry-, time-, and temperature-dependent strength of carbon nanotubes. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 103(16), 6105–6109. <https://doi.org/10.1073/pnas.0600945103>

Durakcan, Y. C. (2017, Mayıs 30). *Atomik Kuvvet Mikroskobu Nedir, Nasıl Çalışır?*  
<https://bilimfili.com/atomik-kuvvet-mikroskobu-nedir-nasil-calisir>

Ebrahimi, F., Barati, M. R., ve Civalek, Ö. (2020). Application of Chebyshev–Ritz method for static stability and vibration analysis of nonlocal microstructure-dependent nanostructures. *Engineering with Computers*, 36(3), 953–964.  
<https://doi.org/10.1007/s00366-019-00742-z>

Ecsedi, I., ve Baksa, A. (2017). Free axial vibration of nanorods with elastic medium interaction based on nonlocal elasticity and Rayleigh model. *Mechanics Research Communications*, 86, 1–4. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2017.10.003>

Ehyaiei, J., Akbarshahi, A., ve Shafiei, N. (2017). Influence of porosity and axial preload on vibration behavior of rotating FG nanobeam. *Advances in Nano Research*, 5(2), 141–169. <https://doi.org/10.12989/anr.2017.5.2.141>

Eringen, A. C. (1964). Simple microfluids. *International Journal of Engineering Science*, 2(2), 205–217. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(64\)90005-9](https://doi.org/10.1016/0020-7225(64)90005-9)

Eringen, A. C. (1966a). Linear theory of micropolar elasticity. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 909–923.

Eringen, A. C. (1966b). Mechanics of micromorphic materials. In *Applied Mechanics* (pp. 131–138). Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-662-29364-5\\_12](https://doi.org/10.1007/978-3-662-29364-5_12)

- Eringen, A. C. (1967). Theory of micropolar plates. *Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Physik ZAMP*, 18(1), 12–30. <https://doi.org/10.1007/BF01593891>
- Eringen, A. C. (1969). Micropolar fluids with stretch. *International Journal of Engineering Science*, 7(1), 115–127. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(69\)90026-3](https://doi.org/10.1016/0020-7225(69)90026-3)
- Eringen, A. C. (1972a). Nonlocal polar elastic continua. *International Journal of Engineering Science*, 10(1), 1–16. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(72\)90070-5](https://doi.org/10.1016/0020-7225(72)90070-5)
- Eringen, A. C. (1972b). Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves. *International Journal of Engineering Science*, 10(5), 425–435. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(72\)90050-X](https://doi.org/10.1016/0020-7225(72)90050-X)
- Eringen, A. C. (1983). On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *Journal of Applied Physics*, 54(9), 4703–4710. <https://doi.org/10.1063/1.332803>
- Eringen, A. C. (1987). Theory of nonlocal elasticity and some applications. *Res Mechanica*, 21(4), 313–342. <https://doi.org/10.21236/ada145201>
- Eringen, A. C. (2002). *Nonlocal Continuum Field Theories*. Springer New York. <https://doi.org/10.1007/b97697>
- Eringen, A. C., ve Edelen, D. G. B. (1972). On nonlocal elasticity. *International Journal of Engineering Science*, 10(3), 233–248. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(72\)90039-0](https://doi.org/10.1016/0020-7225(72)90039-0)
- Farzam, A., ve Hassani, B. (2019). Size-dependent analysis of FG microplates with temperature-dependent material properties using modified strain gradient theory and isogeometric approach. *Composites Part B: Engineering*, 161, 150–168. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.10.028>
- Fleck, N. A., Muller, G. M., Ashby, M. F., ve Hutchinson, J. W. (1994). Strain gradient plasticity: Theory and experiment. *Acta Metallurgica et Materialia*, 42(2), 475–487. [https://doi.org/10.1016/0956-7151\(94\)90502-9](https://doi.org/10.1016/0956-7151(94)90502-9)
- Foa Torres, L. E. F., Roche, S., ve Charlier, J.-C. (2014). *Introduction to Graphene-Based Nanomaterials*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139344364>
- Ghadiri, M., ve Shafiei, N. (2016). Vibration analysis of rotating functionally graded Timoshenko microbeam based on modified couple stress theory under different temperature distributions. *Acta Astronautica*, 121, 221–240. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.01.003>
- Ghandourah, E. E., ve Abdraboh, A. M. (2020). Dynamic analysis of functionally graded nonlocal nanobeam with different porosity models. *Steel and Composite Structures*, 36(3), 293–305. <https://doi.org/10.12989/SCS.2020.36.3.293>



Giunta, G., Crisafulli, D., Belouettar, S., ve Carrera, E. (2011). Hierarchical theories for the free vibration analysis of functionally graded beams. *Composite Structures*, 94(1), 68–74. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.07.016>

Gupta, N., Gupta, S. M., ve Sharma, S. K. (2019). Carbon nanotubes: synthesis, properties and engineering applications. *Carbon Letters*, 29(5), 419–447. <https://doi.org/10.1007/s42823-019-00068-2>

Gurtin, M. E., ve Ian Murdoch, A. (1975). A continuum theory of elastic material surfaces. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 57(4), 291–323. <https://doi.org/10.1007/BF00261375>

Güçlü, G. (2020). *Nanoçubuklarda büyük yer değiştirme ve yerel olmayan elastisite teorilerine göre deplasman hesabı* [Doktora Tezi]. İstanbul Teknik Üniversitesi.

Hadji, L., ve Avcar, M. (2021). Nonlocal free vibration analysis of porous FG nanobeams using hyperbolic shear deformation beam theory. *Advances in Nano Research*, 10(3), 281–293. <https://doi.org/10.12989/ANR.2021.10.3.281>

Hatem Nawar, A. (2021). Nano-technologies and Nano-materials for civil engineering construction works applications. *Materials Today: Proceedings*. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.01.497>

Hosseini, M., ve Bahaadini, R. (2016). Size dependent stability analysis of cantilever micro-pipes conveying fluid based on modified strain gradient theory. *International Journal of Engineering Science*, 101, 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2015.12.012>

<https://sozluk.gov.tr/>. (n.d.).

<https://unam.bilkent.edu.tr/>. (n.d.).

Hütter, G. (2017). Homogenization of a Cauchy continuum towards a micromorphic continuum. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 99, 394–408. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2016.09.010>

Işık, Ç. (2018). *Mikro ve nano ölçekli mekanik sistemlerin modellenmesinde yerel olmayan sonlu eleman formülasyonu* [Doktora]. Akdeniz Üniversitesi.

Jacobs, C. B., Peairs, M. J., ve Venton, B. J. (2010). Review: Carbon nanotube based electrochemical sensors for biomolecules. *Analytica Chimica Acta*, 662(2), 105–127. <https://doi.org/10.1016/j.aca.2010.01.009>

Jain, A., ve Pawade, P. Y. (2015). Characteristics of silica fume concrete. *International Journal of Computer Applications*, 975, 8887.

- Jalaei, M. H., ve Civalek, Ö. (2019). On dynamic instability of magnetically embedded viscoelastic porous FG nanobeam. *International Journal of Engineering Science*, 143, 14–32. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2019.06.013>
- Jena, S. K., Chakraverty, S., ve Tornabene, F. (2019). Buckling Behavior of Nanobeams Placed in Electromagnetic Field Using Shifted Chebyshev Polynomials-Based Rayleigh-Ritz Method. *Nanomaterials*, 9(9), 1326. <https://doi.org/10.3390/nano9091326>
- Jia, X. L., Ke, L. L., Zhong, X. L., Sun, Y., Yang, J., ve Kitipornchai, S. (2018). Thermal-mechanical-electrical buckling behavior of functionally graded micro-beams based on modified couple stress theory. *Composite Structures*, 202, 625–634. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.03.025>
- Jorio, A., Dresselhaus, G., ve Dresselhaus, M. S. (Eds.). (2007). *Carbon Nanotubes: Advanced Topics in the Synthesis, Structure, Properties and Applications* (Vol. 111). Springer Science & Business Media.
- Jouneghani, F. Z., Babamoradi, H., Dimitri, R., ve Tornabene, F. (2020). A Modified Couple Stress Elasticity for Non-Uniform Composite Laminated Beams Based on the Ritz Formulation. *Molecules*, 25(6), 1404. <https://doi.org/10.3390/molecules25061404>
- Kahn, J. (2006). Nano's Big Future (nanotechnology) . *National Geographic*, 209(6), 98–114.
- Karbon nanokoni. (2022, 5 Haziran). In Wikipedia. [https://tr2tr.wiki/wiki/Carbon\\_nanocone#Free-standing\\_hollow\\_cones](https://tr2tr.wiki/wiki/Carbon_nanocone#Free-standing_hollow_cones)
- Karimi, M., Solati, N., Amiri, M., Mirshekari, H., Mohamed, E., Taheri, M., Hashemkhani, M., Saeidi, A., Estiar, M. A., Kiani, P., Ghasemi, A., Basri, S. M. M., Aref, A. R., ve Hamblin, M. R. (2015). Carbon nanotubes part I: preparation of a novel and versatile drug-delivery vehicle. *Expert Opinion on Drug Delivery*, 12(7), 1071–1087. <https://doi.org/10.1517/17425247.2015.1003806>
- Karlicic, D., Murmu, T., Adhikari, S., ve McCarthy, M. (2015a). *Non-local structural mechanics*. John Wiley ve Sons.
- Karličić, D., Cajić, M., Murmu, T., ve Adhikari, S. (2015b). Nonlocal longitudinal vibration of viscoelastic coupled double-nanorod systems. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 49, 183–196. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2014.07.005>
- Karličić, D. Z., Ayed, S., ve Flaieh, E. (2019). Nonlocal axial vibration of the multiple Bishop nanorod system. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 24(6), 1668–1691. <https://doi.org/10.1177/1081286518766577>
- Katsnelson, M. I. (2007). Graphene: carbon in two dimensions. *Materials Today*, 10(1–2), 20–27. [https://doi.org/10.1016/S1369-7021\(06\)71788-6](https://doi.org/10.1016/S1369-7021(06)71788-6)

Khalili, S. M. R., Jafari, A. A., ve Eftekhari, S. A. (2010). A mixed Ritz-DQ method for forced vibration of functionally graded beams carrying moving loads. *Composite Structures*, 92(10), 2497–2511. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.02.012>

Koiter, W. T. (1969). *Couple-Stresses In The Theory Of Elasticity, I & II*.

Kong, S., Zhou, S., Nie, Z., ve Wang, K. (2008). The size-dependent natural frequency of Bernoulli–Euler micro-beams. *International Journal of Engineering Science*, 46(5), 427–437. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2007.10.002>

Kröner, E. (1967). Elasticity theory of materials with long range cohesive forces. *International Journal of Solids and Structures*, 3(5), 731–742. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(67\)90049-2](https://doi.org/10.1016/0020-7683(67)90049-2)

Lam, D. C. C., Yang, F., Chong, A. C. M., Wang, J., ve Tong, P. (2003). Experiments and theory in strain gradient elasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 51(8), 1477–1508. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(03\)00053-X](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(03)00053-X)

Lee, C., Wei, X., Kysar, J. W., ve Hone, J. (2008). Measurement of the Elastic Properties and Intrinsic Strength of Monolayer Graphene. *Science*, 321(5887), 385–388. <https://doi.org/10.1126/science.1157996>

Li, S.-R., ve Batra, R. C. (2013). Relations between buckling loads of functionally graded Timoshenko and homogeneous Euler–Bernoulli beams. *Composite Structures*, 95, 5–9. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.07.027>

Li, X.-F., Shen, Z.-B., ve Lee, K. Y. (2017). Axial wave propagation and vibration of nonlocal nanorods with radial deformation and inertia. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik*, 97(5), 602–616. <https://doi.org/10.1002/zamm.201500186>

Li, Y. S., ve Pan, E. (2015). Static bending and free vibration of a functionally graded piezoelectric microplate based on the modified couple-stress theory. *International Journal of Engineering Science*, 97, 40–59. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2015.08.009>

Liew, K. M., He, X. Q., ve Wong, C. H. (2004a). On the study of elastic and plastic properties of multi-walled carbon nanotubes under axial tension using molecular dynamics simulation. *Acta Materialia*, 52(9), 2521–2527. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2004.01.043>

Liew, K. M., Wong, C. H., He, X. Q., Tan, M. J., ve Meguid, S. A. (2004b). Nanomechanics of single and multiwalled carbon nanotubes. *Physical Review B*, 69(11), 115429. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.69.115429>

Liew, K. M., Jian-Wei, Y., ve Zhang, L.-W. (2017). *Mechanical Behaviors of Carbon Nanotubes* (1st ed.). Elsevier.

- Lim, C. W., Zhang, G., ve Reddy, J. N. (2015). A higher-order nonlocal elasticity and strain gradient theory and its applications in wave propagation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 78, 298–313. <https://doi.org/10.1016/J.JMPS.2015.02.001>
- Ma, H., Gao, X., ve Reddy, J. (2008). A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(12), 3379–3391. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2008.09.007>
- Ma, H. M., Gao, X.-L., ve Reddy, J. N. (2011). A non-classical Mindlin plate model based on a modified couple stress theory. *Acta Mechanica*, 220(1–4), 217–235. <https://doi.org/10.1007/s00707-011-0480-4>
- Manolis, G. D., Dineva, P. S., Rangelov, T., ve Sfyris, D. (2021). Mechanical models and numerical simulations in nanomechanics: A review across the scales. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 128, 149–170. <https://doi.org/10.1016/J.ENGANABOUND.2021.04.004>
- Maranganti, R., ve Sharma, P. (2007). Length Scales at which Classical Elasticity Breaks Down for Various Materials. *Physical Review Letters*, 98(19), 195504. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.195504>
- Mercan, K., ve Civalek, Ö. (2016). Buckling Analysis of Silicon Carbide Nanotubes (SiCNTs). *International Journal Of Engineering & Applied Sciences*, 8(2), 101–101. <https://doi.org/10.24107/ijeas.252148>
- Mercan, K., ve Civalek, Ö. (2017). Buckling analysis of Silicon carbide nanotubes (SiCNTs) with surface effect and nonlocal elasticity using the method of HDQ. *Composites Part B: Engineering*, 114, 34–45. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2017.01.067>
- Mindlin, R. D. (1962). *Influence of couple-stresses on stress concentrations*.
- Mindlin, R. D. (1964). Micro-structure in linear elasticity. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 16, 51–78. <https://doi.org/10.1007/BF00248490>
- Mindlin, R. D. (1965). Second gradient of strain and surface-tension in linear elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 1(4), 417–438. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(65\)90006-5](https://doi.org/10.1016/0020-7683(65)90006-5)
- Mindlin, R. D., ve Tiersten, H. (1962). *Effects of couple-stresses in linear elasticity*.
- Murmu, T., ve Pradhan, S. C. (2009). Buckling analysis of a single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal elasticity and Timoshenko beam theory and using DQM. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 41(7), 1232–1239. <https://doi.org/10.1016/J.PHYSE.2009.02.004>
- Muş, G. (2009). *Eksenel gerinim altında tek duvarlı karbon nanotüplerin elektronik yapısı* [Yüksek Lisans Tezi]. Yıldız Teknik Üniversitesi.

- Najafzadeh, M., Adeli, M. M., Zarezadeh, E., ve Hadi, A. (2020). Torsional vibration of the porous nanotube with an arbitrary cross-section based on couple stress theory under magnetic field. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1733602>
- Natelson, D. (2015). *Nanostructures and nanotechnology*. Cambridge University Press.
- Numanoğlu, H. M. (2019). *Nano ölçekli sürekli ve ayrık sistemlerin yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonu (NL-FEM) ile dinamik analizi* [Yüksek Lisans Tezi]. Akdeniz Üniversitesi.
- Numanoğlu, H. M., Akgöz, B., ve Civalek, Ö. (2018). On dynamic analysis of nanorods. *International Journal of Engineering Science*, 130, 33–50. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.05.001>
- Numanoğlu, H. M., ve Civalek, Ö. (2019). On the torsional vibration of nanorods surrounded by elastic matrix via nonlocal FEM. *International Journal of Mechanical Sciences*, 161–162, 105076. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.105076>
- Obitayo, W., ve Liu, T. (2012). A Review: Carbon Nanotube-Based Piezoresistive Strain Sensors. *Journal of Sensors*, 2012, 1–15. <https://doi.org/10.1155/2012/652438>
- Padigi, S. K., Reddy, R. K. K., ve Prasad, S. (2007). Carbon nanotube based aliphatic hydrocarbon sensor. *Biosensors and Bioelectronics*, 22(6), 829–837. <https://doi.org/10.1016/j.bios.2006.02.023>
- Panin, V. E., Surikova, N. S., Smirnova, A. S., ve Pochivalov, Y. I. (2018). Mesoscopic Structural States in Plastically Deformed Nanostructured Metal Materials. *Physical Mesomechanics*, 21(5), 396–400. <https://doi.org/10.1134/S102995991805003X>
- Papadaki, D., Kiriakidis, G., ve Tsoutsos, T. (2018). Applications of nanotechnology in construction industry. In *Fundamentals of Nanoparticles* (pp. 343–370). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-51255-8.00011-2>
- Peng, N., Zhang, Q., Chow, C. L., Tan, O. K., ve Marzari, N. (2009). Sensing Mechanisms for Carbon Nanotube Based NH<sub>3</sub> Gas Detection. *Nano Letters*, 9(4), 1626–1630. <https://doi.org/10.1021/nl803930w>
- Prathab, B., Subramanian, V., ve Aminabhavi, T. M. (2007). Molecular dynamics simulations to investigate polymer–polymer and polymer–metal oxide interactions. *Polymer*, 48(1), 409–416. <https://doi.org/10.1016/J.POLYMER.2006.11.014>
- Rahaeifard, M., Ahmadian, M. T., ve Firoozbakhsh, K. (2015). Vibration analysis of electrostatically actuated nonlinear microbridges based on the modified couple stress theory. *Applied Mathematical Modelling*, 39(21), 6694–6704. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2015.02.020>
- Rahmani, A., Faroughi, S., ve Friswell, M. I. (2020). The vibration of two-dimensional imperfect functionally graded (2D-FG) porous rotating nanobeams based on general

nonlocal theory. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 144, 106854. <https://doi.org/10.1016/J.YMSSP.2020.106854>

Rao, S. S. (2007). *Vibration of continuous systems*. John Wiley & Sons.

Rastehkenari, S. F., ve Ghadiri, M. (2021). Nonlinear random vibrations of functionally graded porous nanobeams using equivalent linearization method. *Applied Mathematical Modelling*, 89, 1847–1859. <https://doi.org/10.1016/J.APM.2020.08.049>

Reddy, J. N. (2002). *Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics* (2.). John Wiley and Sons.

Reddy, J. N. (2022). *Theories and Analyses of Beams and Axisymmetric Circular Plates* (1st ed.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781003240846>

Reddy, J. N., ve Pang, S. D. (2008). Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes. *Journal of Applied Physics*, 103(2), 023511. <https://doi.org/10.1063/1.2833431>

Roco, M. C., Williams, R. S., ve Alivisatos, P. (Eds.). (2000). *Nanotechnology Research Directions: IWGN Workshop Report*. Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/978-94-015-9576-6>

Roy, S., David-Pur, M., ve Hanein, Y. (2017). Carbon Nanotube-Based Ion Selective Sensors for Wearable Applications. *ACS Applied Materials & Interfaces*, 9(40), 35169–35177. <https://doi.org/10.1021/acsami.7b07346>

Sadd, M. H. (2009). *Elasticity: theory, applications, and numerics*. Academic Press.

Šahinagić-Isović, M., Čećez, M., ve Čatović, F. (2019). *Nanotechnology in Civil Engineering* (pp. 585–589). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-90893-9\\_68](https://doi.org/10.1007/978-3-319-90893-9_68)

Saito, R., Dresselhaus, G., ve Dresselhaus, M. S. (1998). Transport Properties of Carbon Nanotubes. In *Physical Properties of Carbon Nanotubes* (pp. 137–162). Imperial College Press. [https://doi.org/10.1142/9781860943799\\_0008](https://doi.org/10.1142/9781860943799_0008)

Sánchez-Portal, D., Artacho, E., Soler, J. M., Rubio, A., ve Ordejón, P. (1999). *Ab initio* structural, elastic, and vibrational properties of carbon nanotubes. *Physical Review B*, 59(19), 12678. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.59.12678>

Schrlau, M. G. (2011). Carbon Nanotube-Based Sensors: Overview. In *Comprehensive Biomaterials* (pp. 519–528). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-055294-1.00120-3>

Setoodeh, A. R., Khosrownejad, M., ve Malekzadeh, P. (2011). Exact nonlocal solution for postbuckling of single-walled carbon nanotubes. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 43(9), 1730–1737. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2011.05.032>

- Shafiei, N., Kazemi, M., ve Fatahi, L. (2017a). Transverse vibration of rotary tapered microbeam based on modified couple stress theory and generalized differential quadrature element method. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 24(3), 240–252. <https://doi.org/10.1080/15376494.2015.1128025>
- Shafiei, N., Mirjavadi, S. S., MohaselAfshari, B., Rabby, S., ve Kazemi, M. (2017b). Vibration of two-dimensional imperfect functionally graded (2D-FG) porous nano-/micro-beams. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 322, 615–632. <https://doi.org/10.1016/J.CMA.2017.05.007>
- Silling, S. A. (2000). Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(1), 175–209. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(99\)00029-0](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00029-0)
- Silling, S. A., ve Lehoucq, R. B. (2010). *Peridynamic Theory of Solid Mechanics* (pp. 73–168). [https://doi.org/10.1016/S0065-2156\(10\)44002-8](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(10)44002-8)
- Sinha, N., Ma, J., ve Yeow, J. T. W. (2006). Carbon Nanotube-Based Sensors. *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, 6(3), 573–590. <https://doi.org/10.1166/jnn.2006.121>
- Sunguroğlu, N. G. (2015). *Sivri tilmiş ankastre kiriş yapılarında kiriş teorilerinin incelenmesi ve titreşim analizi uygulamaları* [Yüksek Lisans Tezi]. İstanbul Teknik Üniversitesi.
- Tadi Beni, Y., Mehralian, F., ve Zeighampour, H. (2016). The modified couple stress functionally graded cylindrical thin shell formulation. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 23(7), 791–801. <https://doi.org/10.1080/15376494.2015.1029167>
- Tadmor, E. B., ve Miller, R. E. (2011). *Modeling Materials: Continuum, Atomistic and Multiscale Techniques*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139003582>
- Taylor, L. W., Dewey, O. S., Headrick, R. J., Komatsu, N., Peraca, N. M., Wehmeyer, G., Kono, J., ve Pasquali, M. (2021). Improved properties, increased production, and the path to broad adoption of carbon nanotube fibers. *Carbon*, 171, 689–694. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2020.07.058>
- Tepe, A. (2007). *Nanoteknolojide nano ölçekteki yapıların yerel olmayan elastisite çerçevesinde incelenmesi* [Doktora Tezi]. İstanbul Teknik Üniversitesi.
- Thai, H.-T., Vo, T. P., Nguyen, T.-K., ve Kim, S.-E. (2017). A review of continuum mechanics models for size-dependent analysis of beams and plates. *Composite Structures*, 177, 196–219. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.06.040>
- Thai, S., Thai, H.-T., Vo, T. P., ve Patel, V. I. (2017). Size-dependant behaviour of functionally graded microplates based on the modified strain gradient elasticity theory

and isogeometric analysis. *Computers & Structures*, 190, 219–241. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2017.05.014>

Togun, N., ve Bağdatlı, S. M. (2016). Size dependent nonlinear vibration of the tensioned nanobeam based on the modified couple stress theory. *Composites Part B: Engineering*, 97, 255–262. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.04.074>

Torun, H. (2020, Aralık 9). *Atomik kuvvet mikroskobu nedir? Ne işe yarar?* <https://sarkac.org/2020/12/atomik-kuvvet-mikroskobu-nedir-ne-ise-yarar/>

Toupin, R. (1962). Elastic materials with couple-stresses. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 11(1), 385–414. <https://doi.org/10.1007/BF00253945>

Tuna, M., Kırca, M., ve Trovalusci, P. (2019). Deformation of atomic models and their equivalent continuum counterparts using Eringen’s two-phase local/nonlocal model. *Mechanics Research Communications*, 97, 26–32. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2019.04.004>

Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu [TÜBİTAK]. (2004). *Ulusal Bilim ve Teknoloji Politikaları 2003-2023 Strateji Belgesi*.

*Türkiye Nanoteknoloji Stratejisi 2017-2018*. (2017, Nisan). [https://www.gmka.gov.tr/dokumanlar/yayinlar/2017-2018\\_Nanoteknoloji-Stratejisi-ve-Eylem-Plani.pdf](https://www.gmka.gov.tr/dokumanlar/yayinlar/2017-2018_Nanoteknoloji-Stratejisi-ve-Eylem-Plani.pdf)

Uzun, B. (2019). *Fonksiyonel derecelendirilmiş bir nano ölçekteki kirişin farklı sınır koşullarında sonlu elemanlar yöntemiyle titreşim analizi* [Yüksek Lisans Tezi]. Bursa Uludağ Üniversitesi.

Uzun, B., ve Civalek, Ö. (2019a). Free vibration analysis Silicon nanowires surrounded by elastic matrix by nonlocal finite element method. *Advances in Nano Research*, 7(2), 99. <https://doi.org/https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.2.099>

Uzun, B., ve Civalek, Ö. (2019b). Nonlocal FEM Formulation for Vibration Analysis of Nanowires on Elastic Matrix with Different Materials. *Mathematical and Computational Applications*, 24(2), 38. <https://doi.org/10.3390/mca24020038>

Uzun, B., ve Yaylı, M. Ö. (2020a). A solution method for longitudinal vibrations of functionally graded nanorods. *International Journal of Engineering and Applied Sciences*. <https://doi.org/10.24107/ijeas.782419>

Uzun, B., ve Yaylı, M. Ö. (2020b). Nonlocal vibration analysis of Ti-6Al-4V/ZrO<sub>2</sub> functionally graded nanobeam on elastic matrix. *Arabian Journal of Geosciences*, 13(4), 155. <https://doi.org/10.1007/s12517-020-5168-4>

Uzun, B., Numanoglu, H., ve Civalek, O. (2018). Free vibration analysis of BNNT with different cross-Sections via nonlocal FEM. *Journal of Computational Applied Mechanics*, 49(2), 252–260. <https://doi.org/10.22059/jcamech.2018.266789.328>



- Uzun, B., Kafkas, U., ve Yaylı, M. Ö. (2020a). Axial dynamic analysis of a Bishop nanorod with arbitrary boundary conditions. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik*, 100(12), e202000039. <https://doi.org/10.1002/ZAMM.202000039>
- Uzun, B., Kafkas, U., ve Yaylı, M. Ö. (2020b). Stability analysis of restrained nanotubes placed in electromagnetic field. *Microsystem Technologies*, 26(12), 3725–3736. <https://doi.org/10.1007/s00542-020-04847-0>
- Uzun, B., Yaylı, M. Ö., ve Deliktaş, B. (2020c). Free vibration of FG nanobeam using a finite-element method. *Micro & Nano Letters*, 15(1), 35–40. <https://doi.org/10.1049/mnl.2019.0273>
- Uzun, B., Kafkas, U., ve Yaylı, M. Ö. (2021). Free vibration analysis of nanotube based sensors including rotary inertia based on the Rayleigh beam and modified couple stress theories. *Microsystem Technologies*, 27(5), 1913–1923. <https://doi.org/10.1007/s00542-020-04961-z>
- Uzun, B., Kafkas, U., Deliktaş, B. ve Yaylı, M. Ö. (2022). Size-dependent vibration of porous Bishop nanorod with arbitrary boundary conditions and nonlocal elasticity effects. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 15(1), 35–40. <https://doi.org/10.1007/s42417-022-00610-z>
- Wang, J., Duan, H. L., Huang, Z. P., ve Karihaloo, B. L. (2006). A scaling law for properties of nano-structured materials. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 462, 1355–1363. <https://doi.org/10.1098/rspa.2005.1637>
- Wong, E. W., Sheehan, P. E., ve Lieber, C. M. (1997). Nanobeam Mechanics: Elasticity, Strength, and Toughness of Nanorods and Nanotubes. *Science*, 277(5334), 1971–1975. <https://doi.org/10.1126/SCIENCE.277.5334.1971>
- Wood, J. (2008). The top ten advances in materials science. *Materials Today*, 11(1–2), 40–45. [https://doi.org/10.1016/S1369-7021\(07\)70351-6](https://doi.org/10.1016/S1369-7021(07)70351-6)
- Wu, B., Heidelberg, A., ve Boland, J. J. (2005). Mechanical properties of ultrahigh-strength gold nanowires. *Nature Materials* 2005 4:7, 4, 525–529. <https://doi.org/10.1038/nmat1403>
- Xia, C., Xu, W., ve Nie, G. (2021). Dynamic quasi-continuum model for plate-type nanomaterials and analysis of fundamental frequency. *Applied Mathematics and Mechanics*, 42(1), 85–94. <https://doi.org/10.1007/S10483-021-2688-8>
- Yang, F., Chong, A. C. M., Lam, D. C. C., ve Tong, P. (2002a). Couple stress based strain gradient theory for elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 39(10), 2731–2743. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00152-X](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00152-X)

- Yang, F., Chong, A. C. M., Lam, D. C. C., ve Tong, P. (2002b). Couple stress based strain gradient theory for elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 39(10), 2731–2743. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00152-X](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00152-X)
- Yaylı, M. Ö. (2010). *Yerel Olmayan Elastisite Teorisine Göre Nano Ölçekteki Kirişlerin Doğrusal Olmayan Teoriye Göre İncelenmesi* [Doktora Tezi]. İstanbul Teknik Üniversitesi.
- Yaylı, M. Ö. (2015a). Stability analysis of gradient elastic microbeams with arbitrary boundary conditions. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 29(8), 3373–3380. <https://doi.org/10.1007/s12206-015-0735-4>
- Yayli, M. Ö. (2015b). Buckling Analysis of a Rotationally Restrained Single Walled Carbon Nanotube. *Acta Physica Polonica A*, 127(3), 678–683. <https://doi.org/10.12693/APhysPolA.127.678>
- Yaylı, M. Ö. (2016). Buckling Analysis of a Rotationally Restrained Single Walled Carbon Nanotube Embedded In An Elastic Medium Using Nonlocal Elasticity. *International Journal Of Engineering & Applied Sciences*, 8(2), 40–40. <https://doi.org/10.24107/ijeas.252144>
- Yayli, M. Ö. (2018a). Torsional vibration analysis of nanorods with elastic torsional restraints using non-local elasticity theory. *Micro & Nano Letters*, 13(5), 595–599. <https://doi.org/10.1049/mnl.2017.0751>
- Yayli, M. Ö. (2018b). Torsional vibrations of restrained nanotubes using modified couple stress theory. *Microsystem Technologies*, 24(8), 3425–3435. <https://doi.org/10.1007/s00542-018-3735-3>
- Yayli, M. Ö. (2019). Effects of rotational restraints on the thermal buckling of carbon nanotube. *Micro & Nano Letters*, 14(2), 158–162. <https://doi.org/10.1049/mnl.2018.5428>
- Yetim, A. (2011). *Karbon Nanotüpler* [Yüksek Lisans Tezi]. Çukurova Üniversitesi.
- Zakaria, M., ve Harthy, A. M. al. (2017). Free Vibration of Pre-Tensioned Electromagnetic Nanobeams. *IOSR Journal of Mathematics*, 13(01), 47–55. <https://doi.org/10.9790/5728-1301014755>
- Zandekarimi, S., Asadi, B., ve Rahaeifard, M. (2018). Size dependent thermal buckling and postbuckling of functionally graded circular microplates based on modified couple stress theory. *Journal of Thermal Stresses*, 41(1), 1–16. <https://doi.org/10.1080/01495739.2017.1364612>
- Zeighampour, H., ve Beni, Y. T. (2015). A shear deformable cylindrical shell model based on couple stress theory. *Archive of Applied Mechanics*, 85(4), 539–553. <https://doi.org/10.1007/s00419-014-0929-8>

Zhang, T., Nix, M. B., Yoo, B.-Y., Deshusses, M. A., ve Myung, N. V. (2006). Electrochemically Functionalized Single-Walled Carbon Nanotube Gas Sensor. *Electroanalysis*, 18(12), 1153–1158. <https://doi.org/10.1002/elan.200603527>

Zhang, X., Lu, W., Zhou, G., ve Li, Q. (2020). Understanding the Mechanical and Conductive Properties of Carbon Nanotube Fibers for Smart Electronics. *Advanced Materials*, 32(5), 1902028. <https://doi.org/10.1002/adma.201902028>

Zhang, Y., Zhang, X., Lu, X., Yang, J., ve Wu, K. (2010). Multi-wall carbon nanotube film-based electrochemical sensor for rapid detection of Ponceau 4R and Allura Red. *Food Chemistry*, 122(3), 909–913. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2010.03.035>

Zhu Y. (2020). *Micro and nano machined electrometers* (Y. Zhu, Ed.). Springer Singapore. <https://doi.org/10.1007/978-981-13-3247-0>

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Uğur Kafkas  
Doğum Yeri ve Tarihi : Kütahya / 16.09.1978  
Yabancı Dil : İngilizce

### Eğitim Durumu

Lise : Kütahya Ali Güral Lisesi  
Lisans : Kütahya Dumlupınar Üniversitesi  
Yüksek Lisans : Kütahya Dumlupınar Üniversitesi

Çalıştığı Kurum/Kurumlar : Kütahya Dumlupınar Üniversitesi Y.İ.T.D.Bşk.  
Bursa Uludağ Üniversitesi İnegöl MYO  
Kütahya Dumlupınar Üniversitesi KTBYO

İletişim (e-posta) : ukafkas@uludag.edu.tr

Yayımları :

Uzun, B., Kafkas, U., ve Yaylı, M. Ö. (2020a). Axial dynamic analysis of a Bishop nanorod with arbitrary boundary conditions. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik*, 100(12), e202000039. <https://doi.org/10.1002/ZAMM.202000039>

Uzun, B., Kafkas, U., ve Yaylı, M. Ö. (2020b). Stability analysis of restrained nanotubes placed in electromagnetic field. *Microsystem Technologies*, 26(12), 3725–3736. <https://doi.org/10.1007/s00542-020-04847-0>

Uzun, B., Kafkas, U., ve Yaylı, M. Ö. (2021). Free vibration analysis of nanotube based sensors including rotary inertia based on the Rayleigh beam and modified couple stress theories. *Microsystem Technologies*, 27(5), 1913–1923. <https://doi.org/10.1007/s00542-020-04961-z>

Uzun, B., Kafkas, U., Deliktaş, B. ve Yaylı, M. Ö. (2022). Size-dependent vibration of porous Bishop nanorod with arbitrary boundary conditions and nonlocal elasticity effects. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 15(1), 35–40. <https://doi.org/10.1007/s42417-022-00610-z>

Yaylı, M. Ö., Kafkas, U. ve Uzun, B. (2021). Exact solutions for axial static analysis of nanorods using weighted residuals. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 9 (2) , 588-598 . DOI: 10.21923/jesd.719059