**T.C.**

**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**

**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

# ŞEKİL VE UZAY KONU ALANIYLA İLGİLİ MATEMATİK OKURYAZARLIK SORULARINI ÇÖZME BAŞARISI ÜZERİNDEN GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

**DOKTORA TEZİ**

**Hüseyin Ozan GAVAZ**

**0000-0002-1786-2884**

**BURSA – 2022**

**T.C.**

**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**

**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

# ŞEKİL VE UZAY KONU ALANIYLA İLGİLİ MATEMATİK OKURYAZARLIK SORULARINI ÇÖZME BAŞARISI ÜZERİNDEN GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

**DOKTORA TEZİ**

**Hüseyin Ozan GAVAZ**

**0000-0002-1786-2884**

**Danışman**

**Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN**

**BURSA – 2022**

## BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

**Hüseyin OZAN GAVAZ**

**30/06/2022**

**YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI**

"Şekil ve Uzay Konu Alanıyla İlgili Matematik Okuryazarlık Sorularını Çözme Başarısı Üzerinden Geometrik Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi" adlı doktora tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan

Hüseyin Ozan GAVAZ

Danışman

Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN

Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı Başkanı

Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DOKTORA BENZERLİK YAZILIM RAPORU**

---

**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA**

Tarih: …/…./2022

Tez Başlığı / Konusu:

Şekil ve Uzay Konu Alanıyla İlgili Matematik Okuryazarlık Sorularını Çözme Başarısı Üzerinden Geometrik Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi

Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 246 sayfalık kısmına ilişkin, 02/06/2022 tarihinde şahsım tarafından *Turnitin* adlı intihal tespit programından (Turnitin)* aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 8 'dir.

Uygulanan filtrelemeler:

1- Kaynakça hariç
2- Alıntılar hariç/dahil
3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih ve İmza

| | |
|---|---|
| **Adı Soyadı:** | Hüseyin Ozan GAVAZ |
| **Öğrenci No:** | 811752004 |
| **Anabilim Dalı:** | Matematik ve Fen Bilimleri |
| **Programı:** | Matematik Eğitimi |
| **Statüsü:** | ☐ Y.Lisans X: Doktora |

**Danışman**

Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN

**T.C.**

**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE,**

Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı'nda 811752004 numara ile kayıtlı Hüseyin Ozan GAVAZ'ın hazırladığı "Şekil ve Uzay Konu Alanıyla İlgili Matematik Okuryazarlık Sorularını Çözme Başarısı Üzerinden Geometrik Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi" konulu doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 30/06/2022 günü 13:00-15:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin **başarılı** olduğuna **oybirliği** ile karar verilmiştir.

Sınav Komisyonu Başkanı

Doç. Dr. M. Seden TAPAN BROUTIN

Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye (Tez Danışmanı)

Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN

Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye

Doç. Dr. Ümmühan ORMANCI

Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye

Doç. Dr. Güneş YAVUZ

İstanbul Üniversitesi Cerrahpaşa

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Mustafa Çağrı GÜRBÜZ

İstanbul Aydın Üniversitesi

## ÖZET

| | |
|---|---|
| Yazar Adı ve Soyadı | Hüseyin Ozan GAVAZ |
| Üniversite | Bursa Uludağ Üniversitesi |
| Enstitü | Eğitim Bilimleri Enstitüsü |
| Ana Bilim Dalı | Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı |
| Bilim Dalı | Matematik Eğitimi Bilim Dalı |
| Tezin Niteliği | Doktora |
| Sayfa Sayısı | xxiii+267 |
| Mezuniyet Tarihi | …./…/2022 |
| Tez Danışmanı | Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN |

### ŞEKİL VE UZAY KONU ALANIYLA İLGİLİ MATEMATİK OKURYAZARLIK SORULARINI ÇÖZME BAŞARISI ÜZERİNDEN GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

Bu araştırmanın amacı, şekil ve uzay konu alanıyla ilgili okuryazarlık sorularını çözme başarısı üzerinden geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesidir. Araştırmanın örneklemini 2021 - 2022 Eğitim- Öğretim yılında Yalova ilindeki üç farklı ilkokul, beş farklı ortaokul, beş farklı türde lise ve Marmara bölgesinde bulunan bir üniversitede eğitim gören toplam 1089 öğrenci oluşturmaktadır. Karma yöntem kullanılan bu araştırmanın ilk bölümü nicel ikinci kısmında ise nicel verileri desteklemek için nitel verilerden yararlanılmıştır. Öncelikle verileri toplayabilmek için matematik okuryazarlığının şekil ve uzay konu alanıyla ilgili sorulardan oluşan Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testi (MOGDT) geliştirilmiştir. Öğrencilerin hangi van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde olduğunu belirlemek için kullanılacak bu test doğası gereği kriter referanslıdır. Her bir geometrik düşünme düzeyine ait en az altı maddeden oluşturulan MOGD Testi, van Hiele düşünme düzeylerinin tümünü ölçecek şekilde düzey göstergeleri göz önüne alınarak oluşturulmuştur. Öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerindeki gelişimleri vektör yaklaşımıyla incelenmiştir. Bu yaklaşım gereği her bir düşünme düzeyi beş dereceli ölçeğe ayrılmış öğrencilerin kazanım dereceleri yüzdelik başarı dilimleri ile belirlenmiştir. Ayrıca her bir düzeye atanan öğrencileri belirlemek için öğrencilerin test içerisindeki performansları dikkate alınarak kesme puanları belirlenmiştir. Öğrencilerin MOGD Testinde van Hiele

düşünme düzeylerine atanması için yeterlilikleri sağlayan başarı yüzdeleri her bir düzey için farklı bulunmuştur. Düzeyler için belirlenen kesme puanlarının sınıflama tutarlılıkları ($p_0$) hesaplanmıştır. Geliştirilen MOGD Testi ve kullanılan yöntem ile öğrenciler düzey içerisinde atanma yeterliliklerini sağlayacak başarı gösteremese de bir düzeyde belirli bir kazanım edinimi derecesine atanmıştır. Öğrencilerin birçoğunda düzeyler arası salınımlar belirlenmiştir. Bir düzeyde düşük başarı gösteren bazı öğrencilerin bir üst düzeyde daha başarılı olabilecekleri görülmüştür. Ayrıca alt düzeye atanamamış öğrencilerden bir üst düzeye atanabilecek başarı gösterenler belirlenmiştir. van Hiele düzeylerinin sadece beş düzeyden oluşmadığı ara seviyelerin varlığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin sıçrama halinde bir düzeyden diğer geometrik düzeye geçmediği bir düzey gelişimine devam ederken üst düzeylerin de gelişime başlayabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

***Anahtar Sözcükler:*** Geometrik Düşünme Düzeyleri, Matematik Okuryazarlık, Şekil ve Uzay Konu Alanı

## ABSTRACT

| | |
|---|---|
| Name and Surname | Hüseyin Ozan GAVAZ |
| University | Bursa Uludag University |
| Institution | Institute of Educational Sciences |
| Field | Mathematics and Science Education |
| Branch | Mathematics Education |
| Degree Awarded | Doctorate Thesis |
| Page Number | xxiii +267 |
| Degree Date | …./…/2022 |
| Supervisor | Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN |

### EXAMINATION OF GEOMETRIC THINKING LEVELS THROUGH THE SUCCESS OF SOLVİNG MATHEMATIC LITERACY QUESTİONS RELATED TO SHAPE AND SPACE SUBJECT AREA

The aim of this research is to determine geometric thinking levels through the success of solving literacy questions related to the subject area of shape and space. The sample of the study consists of 1089 students studying in primary schools, secondary schools, high schools in Yalova and a university in the Marmara region in the 2021-2022 academic year. Mixed method was used in this study. The first part is quantitative and the second part is qualitative data to support the quantitative data. First of all, in order to collect data, Mathematical Literacy Questions and Geometric Thinking Levels Determination Test (MOGDT), consisting of questions about shape and space subject area of mathematical literacy, were developed. This test is criterion referenced. The MOGD Test was created by considering level indicators to measure all van Hiele thinking levels. The development of students in van Hiele geometric thinking levels was examined with the vector approach. According this approach, each level of thinking was divided into five-grade scales, and the achievement degrees of the students were determined with percentile success slices. In order to determine the students assigned to each level, the cut-off points were determined by considering the performance of the students in the test. The success percentages providing the qualifications for assigning the students to the van Hiele thinking levels in the MOGD Test were found to be different for each level. Inter-level oscillations were determined in most of the students. It has been observed that some students with low achievement at one level can be more successful at a higher level. In addition, it was found that the students who could not be assigned to the lower level acquired a higher level of achievement. It has been concluded that while a level continues to develop, higher levels can also begin to develop.

***Keywords:*** Geometry Thinking Levels, Mathematics Literacy, Shape and Space Subject Area

## TEŞEKKÜR

Çalışmalarım süresince, bana her türlü desteği veren, zamanını ve değerli bilgilerini paylaşan, tüm sorularıma içtenlikle cevap veren, beni her zaman cesaretlendiren, değerli hocam tez danışmanım Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN'a çok teşekkür ederim.

Tez sürecinde ihtiyacım olduğunda yanımda olan Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN ve Doç. Dr. Ümmühan ORMANCI'ya, ayrıca Araş. Gör. Dr. Elif SEZER BAŞARAN'a teşekkür ederim.

Doktora eğitimim boyunca maddi manevi her daim yanımda olan, hiçbir zaman desteğini esirgemeyen, yaptığı fedakârlıkları asla unutamayacağım çok sevdiğim hayat arkadaşım, eşim Perihan GAVAZ'a ve tezimi yazma sürecindeyken doğumuyla aramıza katılarak bizi daha güçlü bir aile yapan canım oğlum Oğuz Alp GAVAZ'a teşekkür ederim. Ayrıca bundan sonraki süreçte daha fazla yanınızda olacağımı size olan ilgilimin hep kalpten olacağını belirtmek isterim.

İlkokuldan bugüne kadar eğitimim için her türlü imkânı sağlayan, hiçbir zaman desteklerini esirgemeyen annem Sabahat GAVAZ'a saygı, sevgi ve minnetlerimi sunarım.

Ayrıca, akademik çalışmalarım sırasında bana her türlü kolaylığı sağlayan okul yönetimime, çalışmamım uygulama aşamasına gönüllü olarak katılan tüm öğrencilere çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

# Tablolar Listesi

*Tablo* *Sayfa*

# Grafikler Listesi

*Grafik* *Sayfa*

## Şekiller Listesi

## Resimler Listesi

*Resim* *Sayfa*

## Kısaltmalar Listesi

AYT: Alan Yeterlilik Testi

D1VG: MOGD Testinde düzey 1 sorularından alınan puanlar toplamı veya düzey1 içesirindeki başarı yüzdesi

D2VG: MOGD Testinde düzey 2 sorularından alınan puanlar toplamı veya düzey 2 içesirindeki başarı yüzdesi

D3VG: MOGD Testinde düzey 3 sorularından alınan puanlar toplamı veya düzey 3 içesirindeki başarı yüzdesi

D4VG: MOGD Testinde düzey 4 sorularından alınan puanlar toplamı veya düzey 4 içesirindeki başarı yüzdesi

D5VG: MOGD Testinde düzey 5 sorularından alınan puanlar toplamı veya düzey 5 içesirindeki başarı yüzdesi

LGS: Liseye Geçiş Sınavı

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

MO: Matematik Okuryazarlığı

MOGDT: Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testi

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

OECD: Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü

PISA: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı

TYT: Temel Yeterlilik Testi

VHGT: van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Testi

# 1. BÖLÜM
# GİRİŞ

Felsefe eski Yunan'da başladığından beri, matematik, felsefi problemlerin en büyük kaynaklarından biri olmuştur. Eski Yunanlılara göre matematik, her şeyden önce geometri olarak belirtilmiş ve eğer bir kişi geleneksel usulde geometri çalışırsa daha düşüncenin en başından felsefi sorunların çoğu taşarak önüne gelmektedir (Barker, 1964/2017). Daha sonraları yaklaşık M.Ö. 300 'de Öklid klasik haline gelen kitabı Öğeler'i (Elements) yazmıştır. Bu büyük kitap eski zamanlar boyunca, ortaçağ ve on dokuzuncu yüzyıla kadar yalnızca geometrinin ders kitabı olarak görülmemiş aynı zamanda bilimsel düşüncenin ne olması gerektiğine dair bir model olarak insanlara hizmet etmiştir. Öğeler'in diğer kitaplardan farkı geometrik yasalarını evrensel şekilde formüle edip yalnızca bununla kalmayarak o yasaları tümdengelimsel olarak ispatlamaktadır. Örneğin üçgenlerin iç açılarının toplamının iki dik açıya eş olup olmadığını kanıtlamak için üçgenlerin açılarının ölçülmesini istememektedir. Bu ispatlar yapılırken bazı geometrik yasaları diğerlerini ispatlamada kullanılacağından ispatlanmadan bırakılmalıdır. Bu yüzden geometrinin yasaları iki bölümden oluşmak zorundadır. Bu bölümlerden birincisi ispatlanmadan bırakılacak ama öncülleri belirterek bize yol gösterecek küçük bir yasalar grubu olmuştur. Öklid ispatlamaya gerek duymadığı bu ilk gruba Öğeler kitabında "postulatlar" adını verir. Bu temel postulatlardan önce Öklid tek tek matematiksel nesnelerin tanımlarını yapmıştır çünkü postulatlar için tanımlara ihtiyaç duyulmuştur. Beş temel postulat Tablo 1'deki gibi (aktaran Demirel, 2010) şu şekilde verilmiştir:

**Tablo 1**

*Öklidin beş temel postulatı*

| Postulat Numarası | Postulat |
|---|---|
| 1 | Herhangi bir noktadan diğer herhangi bir noktaya düz çizgi çizlebilir. |
| 2 | Herhangi sonlu düz bir çizgi, bir düz çizgide daimi olarak uzatılabilir. |
| 3 | Verilen herhangi bir nokta ve uzunluk için, o noktayı merkez alan ve yarıçapı uzunluk olan bir çember çizilebilir. |
| 4 | Bütün dik açılar birbirine eşittir. |
| 5 | Eğer bir düz çizgi, diğer iki düz çizgiyi keserse, öyle ki, bir kenardaki iki iç açının toplamı iki dik açıdan küçükse,şu halde iki düz çizgi yeterince uzatıldığında, bu açıların olduğu ilk çizginin aynı kenarında kesişirler. |

Diğer bölüm ise bu öncü yasalara başvurulduğunda koşulsuz şartsız ispatlanacak sonsuz yasalar grubunu içermiştir. İnsanlar sık sık Öklidci geometriye fiziksel dünyanın betimleyicisi olarak bakmışlardır. Ancak Öklid gerçek dünyada en basitinden herhangi bir noktadan diğer herhangi bir noktaya düz çizgi çizilemeyeceğeni bunu dağların, denizlerin ve daha birçok nedenle engelleneceğini biliyordu. Bunlar gibi pratik sınırlamalar onun ilgi alanı değildi. Öklidin düşündüğü mutlak engel ve mutlak dış sınırın olmadığı uzayın kavramsallaştırılmasıdır (Barker, 1964/2017).

Öklid'in kurduğu bu kusursuz geometri on dokuzuncu yüzyıla kadar özellikle beşinci postulattan dolayı bir çok bilim insanı tarafından sorgulanmıştır. Bu sorgulama ve ispat o kadar da kolay değildir çünkü beşinci postulatla aynı anlamı veren ifadeleri ispat içinde kullanılması ispatlama girişimini geçersiz bırakmaktadır. Aslan (2013) çalışmasında beşinci postulatla çalışmalar yapan bilim insanlarından bahsetmiştir. Bunlardan bazıları:

İskenderiye'li Heron (MS 10-MS 70), Arşimet (M.Ö 287), Posidonius (M.Ö 135-51), Batlamyus (M.S 85-165), Proclus (M.S 410-485), Ebû 'Ali ibn Sînâ (980-1037), Ömer ibn İbrahim Hayyâm (1048-1131), Nasıreddîn Tûsî (1201-1274), John Playfair'ın (1748-1819), Gerolamo Saccheri (1667-1733)'dir.

Hayyâm ve Saccheri'nin çalışmaları birbirine benzemekle birlikte Hayyâm ispatlama girişimini geçersiz kılacak olan beşinci postulatla aynı anlamı veren ifadeleri ispat içinde kullanılması hatasına düşmeyen ilk bilim adamıdır (Aslan, 2013). Saccheri'nin geometri tarihindeki önemi ise ispat çalışmalarında istediği sonuca ulaşamasada yeni bir geometrinin temel teoremlerini ispatlamayı başarmış olmasıdır. Bunları başarırken çalışmalarının önemini anlayamamıştır. On dokuzuncu yüzyılda ise geometri için farklı gelişmeler yaşanmıştır. Mantıksal olarak Öklid dışı geometriyi ilk farkeden kişi Gauss olmuştur, "Öklidci olmayan geometri" terimini ilk kez belirtmiştir (Barker, 1964/2017).

Janos Bolyai (1802-1860), Öklidci olmayan geometriyle ilgili ilk makaleyi 1829 yazdığı düşünülmesine rağmen gerekli desteği göremediğinden 1832 yılında basılmıştır (Kökçü, 2017). Rus matematikçi Lobachevski de Bolyaiden bağımsız şekilde aynı konuda çalışmasını sürdürmüş ve mantıksal olarak daha önce geliştirilmemiş yeni tip geometriyi geliştirmişlerdir. Bu çalışmalardan sonra yine ondokuzuncu yüzyılda Alman matematikçi Reimann ile Helmholts başka bir yeni tip geometri geliştirmişlerdir. Basit olarak bu yeni tip geometriler yüzeylerin eğriliklerine bağlı olarak durumların değişmesiyle ortaya çıkmaktadır. Yüzey küresel ise elde edilen sonuçlar farklı yüzey düz ise yani eğrilik değeri sıfır ise elde edilen sonuçlar farklıdır (Barker, 1964/2017). Doğa bilimlerinde yeni bir teoremin kanıtlanması bir önceki teoremin artık geçersiz kılmaktadır. Bu durum matematik için geçersizdir. Bu sebeple hangi geometrinin gerçek veya doğru olduğunu tartışanlar bir yere varamamışlardır. Ancak Öklid dışı geometrilerin olması Öklid geometrisinin yanlış olması anlamına gelmemektedir ve hala farklı alanlarda kullanılmaktadır (Aslan, 2013). İki bin yıldır katı bir şekilde kurallara bağlı olarak kullanılan Öklid geometrsi geleneğini değiştirmiştir (Kökçü, 2017).

Okul programlarında da geometrinin geniş bir yer tutmasının en önemli nedenlerinden birisi de insan hayatında, geçmişten günümüze kadar düşünce sistemimizin oluşmasında önemli bir yer tutmasıdır. Eğitimciler geometri öğretimiyle ilgili iki temel yaklaşım öne sürmüşlerdir. Bunlardan birisi tümden gelim yani nokta, doğru, düzlem ve uzay kavramlarının önce tanıtılması daha sonra elemanları bu kavramlar olan şekillere geçilmesidir. Bir diğer ise çocukların eşya ve cisimleri önce kavradıkları fikrinden yola çıkarak, öğretime bütünden başlayıp daha sonra parçaların tanıtılmasına yer verir. Çocukta geometrik düşünmenin gelişmesiyle ilgili önemli çalışmalardan biri Pierre Marie van Hiele ve eşi Dina van Hiele Geldof tarafından yapılmıştır. Bu çalışmalarında geometrik düşünme gelişimini beş basamakta tasvir etmişlerdir ve düzeylerin belirli özellikleri vardır. Her çocuk bu düzeylerden sırayla geçerler. Bir düzey esnasındaki geometrik etkinliklerle uğraşma diğer seviyeye geçişi kolaylaştırmakla birlikte düzeyler yaşlarla doğrudan bağlantılı değildir. Öğretmenlerin bu düzey özelliklerini bilmesi eğitim öğretim faaliyetlerini düzenleyebilmesi bakımından önemlidir. Bu düzeyleri 0, 1, 2, 3 ve 4. düzey olarak ifade etmişlerdir.

- Düzey 0 (Görsel düzey): Bu basamaktaki çocuklar geometrik şekil ve cisimleri bir bütün olarak algılar. Örneğin köşe, prizmanın köşesi olarak anlamlandırılır.
- Düzey 1 (Analiz düzeyi): Bu aşamadaki çocuklar şekillerin özelliklerini analiz edebilir. Örneğin yamuğun dört kenarı, dört açısı vardır gibi.
- Düzey 2 (İnformal çıkarım düzeyi): Bu düzeyde şekil sınıfları arasında bağ kurulabilir. Örneğin, Yamuk iki kenarı paralel olan dörtgendir.
- Düzey 3 (Formal çıkarım düzeyi): Çocuklar bu aşamada bir aksiyomatik yapıyı kullanarak ispat yapabilirler.
- Düzey 4 (En üst düzey): Öğrenciler farklı iki aksiyomatik sistem arasındaki ilişkiyi algılayabilirler (van Hiele, 1959).

Van Hiele teorisine göre, öğrenciler ayrık, niteliksel olarak farklı geometrik düşünme seviyelerinde ilerlerler. Düzeyler sıralı ve hiyerarşiktir, bu nedenle öğrencilerin ileri seviyelerden birinde yeterli şekilde çalışması için, daha düşük düzeylerden “geçmeleri” gerekir. Bu teoriyle birçok araştırmacı ilgilenmiş (Burger ve Shaughnessy, 1986; Altun ve Kırcal 1998; Clements ve diğerleri, 1999; Fuys ve diğerleri 1988; Golinskaia, 1997; Gutiérrez ve diğerleri, 1991; Lehrer ve diğerleri, 1998; Usiskin, 1982, Teppo, 1991) ve bu süreç içerisinde teoriyi genişletmeye veya farklı açılardan bakmaya çalışmışlardır. Yeni gelişmeler üç kategoride gruplandırılmıştır. Bunlar sırasıyla düzey tanımlayıcılarını 2 boyutlu şekillerin ötesine genişletme; düzeylerin doğasını yeniden inceleme; ve seviyeleri fenomenolojik ve psikolojik olarak detaylandırmadır (Battista, 2007).

Düzey Tanımlayıcılarının 2 boyutlu şekillerin ötesine genişletilmesi: Van Hiele düzeylerinin ilk yorumları, iki boyutlu şekillerin sınırlı yönleri hakkında akıl yürütmeye odaklanmıştır; yani, teori öncelikle iyi tanımlanmış ancak kısıtlanmış bir alan için araştırılmıştır. Ancak bazı araştırmacılar düzeyleri diğer geometrik alanlara genişletmiştir. Her ne kadar araştırmacılar düzeyleri diğer alanlara genelleştirmeye çalıştıklarında yorum ve tutarlılık zorlukları ortaya çıksa da, bu tür çalışmalar düzeyler hakkındaki anlayışımızı arttırmıştır.

Düzeylerin doğasını yeniden inceleme: Başlangıçta, van Hiele seviyeleri, yalnızca nitel olarak farklı düşünmeyle değil, aynı zamanda farklı iç bilgi organizasyonu ve işlemesi ile karakterize edilen geometrik muhakemenin gelişim dönemleri olarak kavramsallaştırılmıştır. Bu bakış açısına göre, genel bilişsel örgütlenmeleri ve işleyişleri, onları görsel bütünlükler açısından geometrik şekiller hakkında düşünmeye sevk ettiğinde öğrenciler Düzey 1'dedirler, genel bilişsel organizasyonları bertaraf ettikleri ve özellikleri açısından şekiller hakkında düşünmelerine olanak tanıdıklarında Düzey 2'dedir. Bununla birlikte, öğrencilerin van Hiele seviyesini sınıflandırmadaki zorluklar, öğrencilerin seviyeler arasındaki salınımı ve farklı kavramlar için farklı seviyelerde olan öğrenciler birçok araştırmacının seviyelerin ayrık olup olmadığını sorgulamasına neden olmuştur. Bu sonuçtan yola çıkan Gutiérrez ve diğerleri (1991), öğrencilerin aynı anda birkaç van Hiele seviyesi geliştirdiklerini iddia eden, 1 ila 4 arası van Hiele seviyelerinin her birinin edinilme derecelerini temsil etmek için dört bileşenli bir vektör kullanmıştır. Böylece, seviyeleri geçersiz kılmak yerine, vektör yaklaşımı, Lehrer ve diğerleri (1998) tarafından yapılan araştırmada olduğu gibi, orijinal van Hiele seviyelerinin ayrıntılı olarak geliştirilmesi ve genişletilmesi gerekebileceğini düşündürmektedir.

Van Hiele seviyelerinin en önemli eleştirilerinden biri, öğrencilerin ilerlemesinin bir seviyeden diğerine atlamalar ile karakterize olmadığı, bunun yerine küçük artımlı adımlarda gerçekleştiği görülmüştür. Her ne kadar önerilen bu revizyonların her biri liyakat etmiş ve alanı ileriye taşımış olsa da, ikisi de önemli sorunlarla karşı karşıyadır. Genel olarak, araştırmacılar (a) temel bilişsel süreçleri, (b) akıl yürütme türleri olarak (c) geometrik akıl yürütmenin gelişim aşamaları olarak van Hiele düzeylerini karıştırmış ve henüz tamamen sıralayamamış, çözümleyememiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin van Hiele düzeylerini değerlendirmeye çalışan araştırmacıların karşılaştığı zorluklara rağmen, her ciddi girişim, düzeylerin doğasını ve öğrencilerin geometrik düşüncesini daha iyi anlamamıza yardımcı olmuştur (Battista, 2007).

Geometri alanındaki gelişmeler bu şekilde devam ederken globalleşen dünyamızda iş gücü için gerekli olan insandan beklentiler değişmiştir ve alanyazına yeni bir kavram olarak matematik okuryazarlığı ilk olarak NCTM 1990'lı yılların sonlarında matematik öğretiminin önemli bir hedefi olarak belirtilmiştir (Ülger ve diğerleri, 2020). Alanyazında, matematik okuryazarlığı, çeşitli bağlamlarda bireyin formüle etme, matematiği kullanma ve yorumlama kapasitesi olarak tanımlanmış ve kapasite matematiksel olarak akıl yürütmeyi; bir olguyu açıklamak ve tahmin edebilmek için matematiksel kavramları, işlemleri ve araçları kullanmayı içermektedir. Matematik okuryazarlığı bireyin; dünyada matematiğin rolünü anlamasına, temelleri sağlam yargılara ulaşmasına, yapıcı, ilgili, duyarlı bir vatandaş olarak kendi ihtiyaçlarını karşılayabilecek şekilde matematiği kullanmasına yardımcı olmaktadır. PISA, OECD tarafından düzenlenen dünyanın en büyük eğitim araştırmalarından biridir. Yapılan matematik okuryazarlığı tanımı çerçevesinde PISA (2012) matematik değerlendirmesini üç farklı yönden ele alınmaktadır. Bunlar matematiksel içerik, süreçler ve bağlamlardır. Matematiksel içerik ise dört farklı kategoride ele alınmıştır. Bunlar;

Nicelik (quantity): sayısal olayları, ilişkileri ve örüntüleri içerir.

Uzay ve şekil (space and shape): Uzamsal ve geometrik çalışmaları içerir.

Değişim ve ilişkiler (change and relationships): Değişkenler arasındaki ilişkileri ve denklem kurmayı gerektiren cebirsel bilgiyi içerir.

Belirsizlik (uncertainty): Olasılıkları, istatistiksel olayları ve durumları içeren kategorileridir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2011).

Görüldüğü gibi geometriye insanlık tarihinin başındaki verilen önem, 21. Yüzyıldaki matematik eğitimi araştırmalarında da uzay ve şekil kategorisinde yer almaya devam etmekte ve hiç kuşkusuz etmeye devam edecektir.

Matematik okuryazarlığı sorularında olduğu gibi matematik içeriklerden Uzay ve şekil alanındaki sorulan sorularda belirli bir bağlam ve soru çözümlerinde matematiksel süreçleri içerir.

Ülger ve diğerleri (2020) çalışmalarında matematik okuryazarlığıyla ilgili çalışmaların büyük bir kısmının matematik okuryazarlığı başarı düzeyleriyle ilgili olduğunu belirtmiştir ve betimleme yapmakla sınırlı kaldıklarını vurgulamıştır. Son yıllarda yapılan çalışmalara bakıldığında matematik okuryazarlığı, daha özel olarak uzay ve şekil konu alanında yapılan araştırmalar veya görsel matematik okuryazarlığı ile ilgili araştırmalar (Aygüner, 2016; Çilingir, 2015; Deveci, 2017; Duran, 2011; Efriani ve diğerleri, 2019; İlhan, 2015;

Lestariningsih ve diğerleri, 2018; Nurutami ve diğerleri, 2019; Yeğit, 2019) yapılmıştır fakat, bu çalışmaların hiç biri van Hiele geometrik düşünme seviyelerinin belirlenmesinde kullanılan ölçme aracının geliştirilmesi veya yeniden gözden geçirilmesi ile ilgili değildir.

### 1.1.Problem Durumu

Genel çerçevede durum böyleyken insanlardan beklentilerin değiştiği dünyamızda araştırmacılar çoğunlukla Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve yirmi beş çoktan seçmeli sorudan oluşan van Hiele geometri testini kullanmaktadır. Bu test her düzey için 5 soru içermektedir. Testin uygulandığı kişinin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesinde bulunduğu düzeyin altında çıkması istenmiyorsa her düzeyde yer alan 5 sorudan en az 3 tanesinin doğru yanıtlanması beklenmektedir. Eğer kişinin geometrik düşünme seviyesinin bulunduğu düzeyden daha üst bir düzeyde olması gibi bir sonuç istenmiyorsa 5 sorudan en az 4'ünün doğru yanıtlanması beklenmektedir. Ayrıca bu iki düzey belirleme kriterinin nasıl kullanılacağı hangisinin seçileceği araştırmacıya bırakılmıştır (Usiskin, 1982).

Alanyazın tarandığında van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testinin eksiklerinin ve düzeyler arasındaki hiyerarşinin belirtildiği gibi keskin bir şekilde ayrıştırılamadığı bir öğrencinin birden fazla seviyede olabileceği veya farklı değerlendirme sonuçlarına göre farklı düzeylerde olabildiğini vurgulanmış ve seviyelerin tam olarak çözümlenemediği açıkça belirtilmiştir (Battista, 2007). Ayrıca öğrencilerin akıl yürütme düzeyini değerlendirmek için uygun araçların tasarlanması, pilot çalışmaların yapılması ve doğrulanması gerektiği vurgulanmıştır (Guiterez ve Jamie, 1998). Matematik okuryazarlığının bireylerin; dünyada matematiğin rolünü anlamasına, temelleri sağlam yargılara ulaşmasına, yapıcı, ilgili, duyarlı bir vatandaş olarak kendi ihtiyaçlarını karşılayabilecek şekilde matematiği kullanmasına yardımcı olduğu düşünüldüğünde ve ülkelerin matematikteki seviyelerin ölçülmesinde oldukça etkin olduğu göz önüne alınsa da geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için kullanılmamıştır.

Bu nedenle çalışmanın konusu, matematik okuryazarlığının uzay ve şekil konu alanı ile ilgili okuryazarlık soruları kullanılarak van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ölçülmesi ve değerlendirilmesidir.

Araştımanın problem cümlesi şöyledir: Şekil ve uzay konu alanıyla ilgili matematik okuryazarlığı sorularını çözme başarısı üzerinden geometrik düşünme düzeyleri nasıldır?

Alt problemler ise şöyledir:

1. Geliştirilen şekil ve uzay konu alanındaki matematik okuryazarlık soruları hangi Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine karşılık gelmektedir?

2. Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testine katılan öğrencilerin her bir geometrik düşünme düzeyi için başarısı nedir?

3. Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki öğrencilerin başarı puanlarına göre van hiele geometrik düzeylerine atanması için en uygun kesme puanı kaçtır?

4. İlkokul öğrencilerinin geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki başarı puanlarına göre sınıflandırılması nasıldır?

5. Ortaokul öğrencilerinin geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki başarı puanlarına göre sınıflandırılması nasıldır?

6. Lise öğrencilerinin geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki başarı puanlarına göre sınıflandırılması nasıldır?

7. Lisans düzeyindeki öğretmen adaylarının geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki başarı puanlarına göre sınıflandırılması nasıldır?

8. Öğrencilerin Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki soruları anlamlandırma ve çözüm süreçleri nasıldır?

### 1.2. Çalışmanın Amacı

Araştırmanın amacı, şekil ve uzay konu alanıyla ilgili okuryazarlık sorularını çözme başarısı üzerinden geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesidir. Ayrıca Van Hiele'nin önermiş olduğu düşünme düzeylerinin ve Usiskin (1982) tarafından geliştirilen Van Hiele düzey belirleme testinin revize edilmesi ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerini daha açık bir şekilde ifade etmeye çalışılması da hedeflenmektir.

### 1.3. Çalışmanın Önemi

Guiterez ve Jamie (1998) çalışmalarında van Hiele modelinin anlaşılmasında son gelişmelerden yararlanan öğretim birimlerinin geliştirilmesi gerekliliği üzerinde durmuşlardır ve öğrenciler belirli bir van Hiele seviyesini karakterize eden farklı becerilerde kazanımsal açıdan daha yüksek veya daha düşük bir yeteneğe sahip olabileceğinden dolayı bir öğrencinin akıl yürütmesinin kalitesini ölçmek için bir ölçek oluşturma gerekliliğini belirtmişlerdir. Ayrıca, Usiskin (1982), araştırmasında geliştirdiği van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testinde her öğrencinin benzersiz bir seviyeye atanamadığını belirterek birden fazla düzey belirleme yöntemi belirlemiştir ve bu da düzey belirlemede hangi yöntemin kullanılacağı araştırmacıya bırakıldığından bir kesinlik yaratamamıştır. Subbotin ve Voskoglou (2017), yapmış oldukları çalışmalarında şunları vurgulamıştır, van Hiele, düzeylerin ayrık olduğunu iddia etse de, ki bu bir seviyeden diğerine geçişin kademeli olarak değil, birdenbire gerçekleştiği anlamına gelmektedir. Burger ve Shaughnessy (1986), Fuys ve diğerleri (1988), Wilson (1990), Guttierrez ve diğerleri (1991) ve Perdikaris (2011) tarafından van Hiele seviyelerinin bitişik seviyeler arasındaki geçişlerle karakterize edilen seviyelerin sürekli olduğunu öne sürülmektedir. Bu, öğretmenin bakış açısından, her bir van Hiele seviyesinin öğrenci edinme derecesi hakkında bir bulanıklık olduğu anlamına gelmektedir. Bu nedenle, öğrencilerin geometrik akıl yürütme becerilerinin değerlendirilmesinde Fuzzy Logic (FL) ilkeleri kullanılabiliceğini açıklamıştır. FL sistemi, bu şekilde istatistiksel olarak tam bir netliğe kavuşmamış durumlardaki belirsizliği ortadan kaldırmaya çalışmaktadır ve bu çalışmasında Voskoglou, FL sistemini van Hiele düzeylerindeki karmaşıklık için kullanmıştır. Konuyla ilgili bir çok araştırma yapılmasına rağmen bu belirsizlik halen devam etmektedir. Ayrıca Usiskin ve Senk (1990) yaptığı çalışmada, neredeyse evrensel olarak kullanılan VHGT'nin eksiklerinden bahsetmiştir ve teorik öğrenme modelleriyle uyumlu olabilecek hem tanımlayıcı hem de öngörücü güce sahip olan ve psikometrik kaygıları da karşılayabilecek uygulaması kolay bir geometri testine büyük bir ihtiyacın süregeldiğini belirtmişlerdir.

Matematik okuryazarlığı uzay ve şekil konu alanındaki okuryazarlık sorularını çözme başarısı üzerinden van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ilk kez belirlenmeye çalışılması açısından araştırmanın önemi ve alanyazına katkısı net bir şekilde belirlidir. Ayrıca literatürdeki van Hiele düzeylerindeki belirsizliklerin giderilebileceği düşünülmektedir. Böylece, Altun (2018)'un da belirttiği gibi, Eğitim öğretim faaliyetlerinin düzenlenmesi açısından düzeylerin ve özelliklerinin öğretmenler tarafından bilinmesi ve buna göre hareket edilmesi ve geometri öğretiminin düzenlenmesi açısından bu tür çalışmaların önemi açıktır.

### 1.4. Varsayımlar

Araştırmaya katılan öğrencilerin, çalışma süresince şekil ve uzay konu alanıyla ilgili matematik okuryazarlık soruları ile geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testinde ve görüşmeler sırasında sorulan soruları, gerek pilot çalışmalar sırasında gerekse uygulama aşamasında içtenlikle cevapladıkları kabul edilmiştir.

Bu bölümde, matematik öğretim programlarında önemli bir yer tutan geometri öğretiminde, şekil ve uzay konu alanıyla ilgili okuryazarlık soruları içeren geometrik düşünme düzeyi testinin gerekliliği, amacı ve önemi üzerinde durulmuştur. Bununla birlikte çalışmanın varsayımları, sınırlılıkları açıklanmıştır. Bir sonraki bölümde ise ilgili literatür ve yapılan çalışmalar sunulmuştur.

# 2. BÖLÜM
# KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bilim ve teknolojideki gelişmeler, toplumun değişmekte olan ihtiyaçları, hem öğrenme öğretme teorilerinde hem de yaklaşımlarındaki gelişmeler bireylerden istenen özellikleri doğrudan etkilemiştir. Bu değişim bilgiyi üreten, günlük hayatta pratik olarak kullanabilen, problem çözebilen, eleştirel düşünen özellikteki bireyi yetiştirme gereksinimini doğurmuştur (MEB, 2018). Buna paralel olarak eğitim ve öğretimin birçok aşamasında olduğu gibi değerlendirme aşamasında bulunan ölçme araçlarındaki değişimlerde görülmektedir. OECD tarafından ekonomik olarak desteklenen PISA, eğitimin bu yeni fonksiyonunu ölçmek ve değerlendirmek amacıyla yapılan bir araştırmadır. PISA, öğrencilerin bildiklerinden nasıl anlam çıkaracaklarını, yeni ve alışılmamış olaylarda matematik bilgilerini nasıl uygulayabileceklerini değerlendirmeyi hedefleyerek sorularının çoğu, problemi çözümünde matematiksel becerilerin gerekli olduğu gerçek yaşamsal durumlara atıfta bulunur. PISA'nın günümüzde matematik öğretiminden beklentilerini ve öğrencinin kazanması istenen yeterlikler matematik okuryazarlığı olarak adlandırılmaktadır. (PISA, 2015). Yapılan çalışma; uluslararası ve ulusal olarak gerçekleşen bu değişikliklere ve gelişmelere paralel olarak yürütülmüştür.

## 2.1. Kuramsal Temeller

Bu bölümde öncelikle van Hiele Geometrik düşünme kuramı açıklanmıştır. Ardından Usiskin (1982) tarafından geliştirilmiş ve Duatepe (2000) tarafından Türkçeye uyarlanmış van Hiele geometrik düşünce testinin geometri düşünce düzeylerinin belirlemede nasıl kullanıldığı hakkında bilgi verilmiştir. Daha sonra matematik okuryazarlığı ile ilgili açıklamalar yapılmıştır.

## 2.2. Van Hiele Geometrik Düşünme Kuramı

Van Hiele geometrik düşünme kuramında bireyin geometrik düşünmeleri geometriyi algılama seviyelerine göre düzeylere ayrılarak incelenmiştir. Matematik öğretmeni olarak Montessori ortaokullarında çalışan Pierre Marie van Hiele ve eşi Dina van Hiele Geldof çifti, öğrencilerinin geometriyi öğrenirken çok zorlandıklarının farkına varmışlar ve bunun nedenini araştırmışlardır. Ortaokulda öğretilen geometrinin bir dereceye kadar yüksek bir "seviyede" düşünmeyi içerdiğine ve öğrencilerin ön koşul olan daha düşük "seviyelerde" düşünme konusunda yeterli deneyime sahip olmadıklarını düşünmüşlerdir. Çalışmalarında, geometride düşünme seviyelerine ve öğrencilerin bir seviyeden diğerine geçmelerine yardımcı olmada öğretimin rolüne odaklanılmıştır. 1957'de van Hiele çifti, Utrecht Üniversitesi'nde düşünme seviyeleri ve geometri öğrenmede iç görünün rolü üzerine tamamlayıcı tezlerini tamamlamıştır. Van Hiele modeli, geometride beş düşünme düzeyi tanımlar. Bu modele göre, öğrenen uygun öğretim deneyimlerinin yardımıyla bu seviyelerden geçer ve şekilleri bir bütün olarak tanımakla başlar ki bu Düzey 0 olarak adlandırılmaktadır. Şekillerin özelliklerini keşfetmeye ve bu şekiller ve özellikleri hakkında resmi olmayan akıl yürütmeye doğru ilerler bu ise Düzey 1 ve 2 olarak isimlendirilir ve aksiyomatik geometrinin titiz bir çalışmasıyla sonuçlanır ki Düzey 3 ve 4 olarak adlandırılmıştır. Her öğrenci bir düzeye atanabileceği belirtilmiştir. Van Hiele çifti, modellerine dayalı olarak müfredat materyalleri Hollandaca geliştirmişlerdir. Bu model, Sovyet eğitimcileri tarafından geometri müfredatında önemli araştırmalarını, bunun sonucunda da meydana gelen değişiklikleri güdülemiş ve daha sonrasında ise van Hiele geometrik düşünme modeline Amerika Birleşik Devletleri'nde ilgi artmıştır.

Pierre van Hiele'ye (1959; 1984) göre, bir seviyeden diğerine ilerleme beş aşamadan oluşur. Bunlar şöyle belirtilmiştir: Bilgi, rehberli yönelim, açıklama, serbest yönelim ve uyum.

Daha yüksek bir düşünce düzeyine götüren evreler, 0'dan 1'e geçiş için verilen örneklerle şu şekilde anlatılmaktadır.

- Bilgi: Öğrenci çalışma alanıyla tanışır (örneğin, örnekleri ve örnek olmayanları inceler).
- Rehberli uyum: Öğrenci, oluşturulacak ağın farklı ilişkilerini içeren görevleri yapar (örneğin, katlama, ölçme alıştırmaları yapılabilir.).
- Açıklama: Öğrenci ilişkilerin bilincine varır, bunları kelimelerle ifade etmeye çalışır ve konuya eşlik eden teknik dili öğrenir (örneğin, şekillerin özellikleri hakkında fikir ifade edebilir).
- Serbest yönelim: Öğrenci, daha karmaşık görevler yaparak, ilişkiler ağında kendi yolunu bulmayı öğrenir (örneğin, bir şeklin özelliklerini bilebilir, yeni bir şekil için bu özellikleri araştırabilir).
- Uyum: Öğrenci, konu hakkında öğrendiği her şeyi özetler, ardından eylemleri üzerinde düşünür ve şu anda mevcut olan yeni oluşturulmuş ilişkiler ağı hakkında bir genel bakış elde eder. Örnek verilecek olursa şeklin özellikleri özetlenir( Fuys ve diğerleri, 1988).

Geometrik düşünce seviyelerine tek bir açıdan bakmayan van Hiele, geometriyle ilişkili mantık, matematik vb. diğer disiplinlerle de geometrik düşünme kuramını ilişkilendirmişlerdir (Aktaran Golinskaia, 1997). Düzeylerin 0, 1, 2, 3 ve 4 gibi numaralandırılmaları gibi 1'den başlayarak 2, 3, 4, 5 olarak da numaralandırıldığı çalışmalar da vardır. Bunun nedeni van Hiele'nin araştırmaları erken çocukluk dönemi ve okulun ilk yılları ile ilgili durumları kapsamamaktadır. Clements ve Battista (1992), van Hiele'nin belirlemiş olduğu beş seviyeye ek olarak ilk seviyenin biliş öncesi düzeyin olduğunu önererek Düzey 0 olarak adlandırmışlardır ve böylece van Hiele geometrik düşünce seviyeleri Düzey 1 den başlanarak da sınıflanabilmektedir. Numaralarla birlikte düzeylerin özelliklerine uygun isimlendirilmeler de yapılmıştır.

Düzey 1: Görsel Düzey (The Visual Level), başlangıçta geometrik şeklin bütününü algılayan öğrenciler şeklin parçalardan oluştuğunu algılayamazlar ve dolayısıyla şeklin iç açıları köşegenleri gibi özelliklerini algılayamazlar. Bu düzeyde geometrik şekillerin yalnızca nasıl göründüğü önemli olmakla birlikte tanımları değil, ne kadar büyük olduğu, duruş yönü vb. özellikleri öğrenciler için anlamlıdır. Bir geometrik şekil gösterilip adı söylendiğinde, öğrenci bir sonraki görüşünde bu geometrik şekli ancak aynı yön ve şekilde verilirse tanıyabilir.

**Şekil 1**

*Dikdörtgenlerin duruş yönlerine örnekler*

Örneğin Şekil 1'de soldaki ilk şekil dikdörtgen olarak adlandırılırsa ortadaki ve sondaki şekil dikdörtgen olarak adlandırılamaz. Aynı düşünce düzeyi mantığıyla sadece eşkenar üçgen örneği gösterilen bir öğrenci diğer üçgen şekillerini üçgen olarak adlandıramaz veya ters çizilmiş bir üçgene ters üçgen ismi verebilir. Bu düzeydeki öğrencilere eğitim verilirken tek ve en özel örnekler dışında özellikle yönleri ve büyüklükleri farklı örnekler de gösterilerek ve çeşitli geometrik materyallerle veya eşyalarla oynamaları sağlanmalıdır.

Düzey 2: Betimsel Düzey (The Descriptive Level), öğrenciler geometrik şekillerin parçalarını ve parçaların bir veya birden çok özelliği olduğunun algılarlar. Düzey 1'de şeklin parçalarının özelliklerinin kavrayamayan öğrenciler bu düzeyde kavrayabilirler. Düzey 2'deki öğrenciler için şeklin özellikleri artık şeklin çiziminden daha öne gelmiş ve çizilen şekil tam olarak dikdörtgen olmasa da verilen özellikler dikdörtgenin ise öğrenci bu şekli dikdörtgen olarak adlandırabilir. Ancak farklı şekillerin sınıflandırmalarını fark edemezler örneğin tüm karelerin aynı zamanda eşkenar dörtgen olduğunu veya dikdörtgenlerin paralel kenar grubuna girdiğini algılayamaz sınıflayamazlar. Geometrik şekilleri tanımlamak için tüm özelliklerini belirten uzun cümleler kurabilirler ancak geometrik şekli belirtmek için gerekli, yeterli şartı içeren kısa tanımlama yapamazlar. Bu düzeyde öğrencilere ölçme etkinlikleri ve geometrik şekillerin sınıflanması etkinlikleri yaptırılabilir.

Düzey 3: Basit Çıkarım Düzeyi (The Theoretical Level/The Informal Deduction Level), bu seviyede Düzey 2'de sınıflama yapamayan öğrenciler, şekil sınıflar arasındaki ilişkileri fark eder ve geometrik şekilleri sınıflarken bir sıralama olduğunu algılar. Öğrenciler artık dikdörtgenin özel bir paralel kenar olduğunu çünkü dikdörtgenin paralel kenarın tüm özelliklerini sağladığını fakat her paralel kenarın bir dikdörtgen olmadığını anlayabilir. Bu düzeydeki öğrenciye örneğin bir üçgenin tepe noktasından indirilen dikmenin bu üçgende hem açıortay hem de kenarortay olduğu fark ettirilebilir öğrenci bu özellikleri ayrıştırabilir ve bu özelliğin ikizkenar üçgene ait olduğunu fark edebilirler. Ayrıca artık öğrenciler gerek ve yeter şarta tabii olan tanımı yapabilecekleri gibi bir şeklin birden fazla tanımının olabileceğini algılayabilirler. Öğrenciler ispat yapamazlar. Bir sonraki düzey için hazırbulunuşluk sağlanabilmesi için farklı şekillerin özellikleri ile ilgili düşünmeleri ve tartışmaları sağlanarak çıkarımda bulunmalarına olanak sağlayacak etkinliklere yer verilebilir.

Düzey 4: Çıkarım Düzeyi (Formal Logic) Bu düzeyde olan öğrenciler için önemli kazanımlardan birisi aksiyomları anlayıp, ispat yapabilmeleridir. Ayrıca ispatlanmış teoremlerden ve aksiyomlardan yararlanıp farklı teoremleri ispatlayabileceklerdir. Okul programlarında öğretilen Öklid geometrisinde bulunan tanımsız terim, postulat, teorem ve aksiyom gibi terimlerin arasındaki ilişkileri açıklarlar. Tabii ki bu aksiyom ve postulatları değişemez kurallar olarak algıladıklarından bildikleri dışında yani Öklid dışında da geometrilerin olabileceğini fark edemez ve kavrayamazlar.

Düzey 5: Sistematik Düşünme Düzeyi (The nature of logical laws), artık nihayet bu düzeye ulaşabilen öğrenciler matematikle bir bilim olarak ilgilenen kişilerdir. Öğrenciler tanımların sistemler içerisinde değişebileceğini çelişki yaratmadığı sürece her sistemin doğru olabileceğini fark edebilir. Farklı sistemlerde teoremler yazabilirler. Öklid dışı geometrileri fark edebileceği gibi bunun yorumunu da yapabilirler. Ayrıca farklı geometrilerin farklı durumlarda ve yerlerde kullanılabileceğini algılayabilirler (Duatepe Paksu, 2016).

Bu düzeylerin belirli özellikleri vardır. Van Hiele teorisinde, geometriyi anlamak için bir kişinin seviyeleri sırayla geçmesi gerekir, buna düzeylerin hiyerarşik oluşu özelliği denir. Düzeylerden her biri kendinden önce gelen düzeyin iç düzenlemesiyle uğraşır, buna komşuluk özelliği denir. Her düzeyin kendi dilsel sembolleri ve bu sembolleri birbirine bağdaştıran ilişkiler ağı vardır, buna ayrım özelliği denir. Bir diğer özellik ayrılmadır, bu özellikte farklı seviyelerde akıl yürüten iki kişi birbirini anlayamama durumunu içerir. Eğer öğretmenin dersi işlediği düzey ile öğrencinin düzeyi farklıysa anlamlandırma gerçekleştirilmez (Usiskin, 1982). Ayrıca van Hiele'nin düşünme krizi dediği, bir düzeydeki özellikler tam olarak tamamlanamadan üst düzey özelliklerine atlamalar belirlenmiştir (Golinskaia, 1997).

Fuys ve diğerleri (1988), çalışmalarında her bir düzeydeki öğrencinin gerçekleştirmesi gereken düzey göstergeleri vardır. Bu özelliklere düzeyde gösterilen kazanımlar veya beceriler de denilebilir. Bu göstergeler düzeylere göre şöyledir:

Düzey 1 (Görsel Düzey) Göstergeleri:

- Basit çizimler içerisinde verilen bir şekli, şeklin bütününe göre tanır.
- Farklı pozisyonlardaki şekli, şeklin bütününe göre tanır.
- Kompleks şekiller içerisinden, şekli bütününe göre tanır.
- Bir şekli çizer, kopyalar veya oluşturur.
- Geometrik şekilleri standart olan veya olmayan isimlerle adlandırabilir.
- Belirlenen şekli görünüşüne göre diğer şekillerin arasından seçebilir.
- Verilen şeklin görünüşüne göre tanımlamasını yapabilir.
- Şeklin özelliklerini içermeyen problemleri çözebilir.
- Şeklin parçalarını tanımakla birlikte bu parçalara göre şekli analiz edemez.
- Şeklin vasıflarını sınıflandırma yapmak için kullanamaz.
- Şekillerin genellemesini ve gruplandırılmasını yapamaz.

Düzey 2 (Betimsel Düzey) Göstergeleri:

- Parçalar ile şekiller arasındaki ilişkiyi tanıyabilir.
- Parçalar ve ilişkisi olan şekiller ile ilgili uygun kelimeleri (köşegenler birbirini ortalar vb.) kullanabilir.
- Şekilleri parçalarının sahip olduğu vasıflara göre karşılaştırır.
- Şekilleri vasıflarına göre seçebilir.
- Şekli parçalarının vasıflarına göre yorumlar ve açıklar ayrıca çizebilir.
- Şeklin vasıflarını çeşitli etkinliklerle deneyimleyerek bunun sonunca bu vasıfları belirli bir şekiller grubuna genelleyebilir.
- Şeklin hangi gruba dahil olduğunu şeklin vasıflarını kullanarak belirleyebilir ve bu şekli vasıflarına göre hangi şekil olduğunu belirleyebilir.
- Şekil gruplarının belirlenmesinde parçalarının hangi vasıflarını kullanacağını bilir ve diğer şekil gruplarına genelleyebilir.
- Farklı iki şeklin vasıflarını keşfedebilir.
- Şekillerin parçalarının vasıflarını kullanır, formüle eder ve ilgili dili kullanabilir. Geometrik şekilleri genellerken, “her”, “hiçbir” “bütün” gibi kelimeleri kullanabilir.
- Bir şeklin farklı vasıflarının birbiri ile ilişkisini açıklayamaz.
- Formal tanımlamaları formüle edip kullanamaz.
- Bir takım özellikler listesinden bazılarını seçerek alt sınıfları açıklayabilir.

- Deneysel olarak elde ettiği sonuçları genellemek için formal bir ispata ihtiyaç duymaz ya da ilgili dili (çünkü, eğer öyleyse vb.) kullanır.

Düzey 3 (Basit Çıkarım Düzeyi) Göstergeleri:

- Bazı geometrik vasıfları bir geometrik şekiller sınıfını tanımlamak için kullanabilir ve bu özelliklerin yeterli olup olmadığını test edebilir.
- Bir geometrik şekli tanımlamak için gerekli en az özellikleri belirleyebilir.
- Bir şekiller sınıfı için tanımlamaları ve formülleri kullanabilir.
- Formal olmayan önermeler ifade eder.
- Verilen bilgiden bir sonuç çıkarır, mantıksal ilişkileri kullanarak çıkarımını doğrulayabilir. Buna bağlı olarak geometrik şekilleri sıralayabilir ve şekillerin vasıflarını belirten liste içerisinden aynı anlama gelenleri belirleyebilir.
- Bir ispatı takip edebilir ve adımlar hakkında önerilerde bulunabilir. Bir ispatı kendi cümleleri ile ifade edebilir ve özetleyebilir.
- Bir şeyi ispatlamak için birden fazla açıklama yapar ve diyagram kullanarak bunu doğrulamaya çalışır.
- İnformal olarak bir önerme ile tersi arasındaki farkı anlayabilir.
- Problem çözümlerinde stratejiler ve muhakeme kullanabilir.
- Tümdengelimsel ifadeleri anlayabilir ve problemlere bu düşünme yoluyla yaklaşabilir.
- Tümdengelimin anlamını aksiyomatik olarak kavrayamaz. (Postülatların ve ön önermelerin gereğini göremez)
- Mantıksal olarak bir ifade ile onun tersi arasındaki farkı kavrayamaz.

Düzey 4 (Çıkarım Düzeyi) Göstergeleri:

- Tanımsız terimler, tanımlar ve postülatların gerekliliğini anlar.
- Bir formal tanımın vasıflarını belirleyebilir veya bir tanımın eş değerini ifade edebilir.
- İkinci düzeyde belirlediği ilişkileri aksiyomatik bir şekilde ispatlayabilir.
- Bir teoremle tersi arasındaki ilişkiyi belirleyip her ikisini de ispatlayabilir.
- Bir teoremin farklı ispatlarını karşılaştırabilir, farklılıklarını açıklayabilir.
- Bir tanımı veya postülatı değiştirmenin teoremde meydana getireceği değişimi belirleyebilir.
- Farklı teoremlerin hangi şartlar altında birleştirilebileceğine karar verebilir.

Düzey 5 (Sistematik Düşünme Düzeyi) Göstergeleri:

- Aksiyomatik sistemleri karşılaştırabilir. Örneğin, Öklid geometrisi ile Öklid dışı geometriler gibi sistemleri kıyaslayabilir.
- Bir aksiyomun bağımsızlığını, yeterliğini, başka bir aksiyoma eşliğini anlayabilir.

- Bir matematiksel teoremin ve prensibin uygulanabileceği bir alan arayabilir.
- Farklı aksiyomatik sistemlerde teoremler üretebilir.

**2.3. Van Hiele Geometri Testi**

Usiskin (1982) yaptığı çalışmasındaki en önemli problem cümlesi geometri dersine giren öğrenciler van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre nasıl dağılmaktadır olmuştur. 13 okulda 2700 öğrencinin katıldığı bir araştırmaya göre sonuçlarını raporlamıştır. 25 sorudan oluşan çoktan seçmeli geometri testi geliştirmiştir. 1-5. soruları Düzey 1 için geliştirmiş her bir sorunun doğru cevabı için 1 puan verilecek şekilde puanlamıştır. 6-10. soruları Düzey 2 için geliştirmiş her bir soruda gerekli kriteri sağlamasıyla 2 puan verilecek şekilde puanlamıştır. 11-15. soruları Düzey 3 için geliştirmiş ve her bir soruda gerekli kriteri sağlamasıyla 4 puan verilecek şekilde puanlamıştır. 16-20. soruları Düzey 4 için geliştirmiştir ve her bir soruda gerekli kriteri sağlamasıyla 8 puan, 20- 25. soruları Düzey 5 için geliştirmiştir ve her bir soruda gerekli kriteri sağlamasıyla 16 puan verilecek şekilde puanlama yapmıştır. Van Hiele teorisine göre her öğrenci tek bir seviyededir ancak araştırmacı geliştirdiği testinde bir takım sorunlara rastlamış ve bu sorunları aşmak için bir dizi öneride bulunmuştur. Çalışmasında tek bir düzey atama kriteri kullanılmamış, C3 (klasik van Hiele teorisi 5 soruda 3 doğru cevap için), C4 (klasik van hiele teorisi 5 soruda 4 doğru cevap için), M3 (modifiye edilmiş van Hiele teorisi 5 soruda 3 doğru cevap için), M4 (modifiye edilmiş van Hiele teorisi 5 soruda 4 doğru cevap için) isimleriyle farklı atama kriterleri kullanılmıştır. Modifiye edilmiş van Hiele teorisi atama kriterlerinin Düzey 5 yani en üst düzey öğrenci atamalarında sorun oluşturduğunu ve buna göre Düzey 5'in silinmesinin düzey atama kriterlerinde daha iyi uyum sağladığı belirtilmiştir ve bu sebeple son beş sorudan alınabilecek 16 puan geçersiz olmaktadır. Araştırmacılar için 5 soruda 3 doğru cevap kriterini mi, yoksa 5 soruda 4 doğru cevap kriterini mi öğrencileri düzeylere atamada kullanacakları keyfi olarak bırakıldığından karışıklığa yol açabileceği belirtildiği gibi 3/5 i kullanmanın belirli bir düzeydeki öğrenciyi atama işleminde bu öğrenciyi kaçırma ihtimalinin en aza indirdiğine vurgu yapılmıştır. 4/5 te ise daha katı ve düzeylerin daha sert ayrım belirttiği açıklanmıştır. Dört atama kriterinden klasik 3/5 (C3)'in genellikle en yüksek korelasyonları verdiğini belirtilmiş ve şu bulguya ulaşılmıştır. C3, M3'ten daha fazla bölüme sahiptir ve bu, M3'ün olası daha iyi teorik doğruluğunun üstünde sonuçlar verdiği belirtilmiş buna ek olarak C4 ise öğrencileri yeterince dağıtmamakla birlikte M4, C4 ve M3'ün tüm zorluklarını barındırmakta olduğuna vurgu yapılmıştır. Sonuç olarak C3, zayıflıklarına rağmen en iyi korelasyonu göstermiş olduğu vurgulanmıştır.

Ayrıca, van Hiele geometrik düşünme teorisinde bahsedilen her öğrencinin bir düzeye atanabilirliği kuralı henüz en yüksek seviyesinin test edilmesini sağlayacak şekilde her öğrenciye benzersiz bir seviye atayarak açıklanamadığını belirtilmiş ancak yine de öğrencilerin büyük çoğunluğuna basit bir testle bir van Hiele düzeyinin atanabileceği vurgulanmıştır.

Usiskin ve Senk (1990) yaptığı çalışmasında van Hiele testini geliştirme aşamasında amacının öğrencileri van Hiele seviyelerine göre sınıflandıran bir test tasarlamak olmadığını, daha çok van Hiele seviyelerinin açıklamalarına göre test tasarlayarak van Hiele teorisini test etmek olduğunu belirtmiştir. Bu geliştirilen testin kişilerin van Hiele seviyelerini belirlemek için neredeyse evrensel olarak kullanılmış olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca van Hiele Geometri Testi'nin hem de van Hiele teorisinin kendi kendine geliştirilebileceğine inandıklarını ve bu konuda daha çok çalışmanın yapılmasını teşvik etmişlerdir. Özellikle, bazı teorik öğrenme modelleriyle uyumlu, hem tanımlayıcı hem de öngörücü güce sahip, psikometrik kaygıları karşılayan ve uygulaması kolay bir geometri testine büyük ihtiyacın varlığını belirtmişlerdir. Ek olarak Araştırmacılara, bu tür araçları tasarlarken veya mevcut olanları eleştirirken tüm bu koşulları en üst düzeye çıkarmaya ve yalnızca bunlardan birine odaklanmamayı önermişlerdir.

**2.4. Matematik Okuryazarlığı**

Matematik okuryazarlığının tanımında dilin odak noktası, çeşitli bağlamlarda gerçek dünya problemlerini çözmek için matematikle aktif katılımdır. Matematik okuryazarlığı, fenomenleri açıklamak ve tahmin etmek için matematiksel kavramları, prosedürleri, gerçekleri ve araçları kullanarak matematiksel akıl yürütmeyi ve problem çözmeyi kapsamayı amaçlamaktadır. Matematik okuryazarlığı, yalnızca gerçek dünya problemlerini çözmek için matematiğin kullanımına odaklanmakla kalmaz, aynı zamanda matematiksel akıl yürütmeyi matematik okuryazarlığının temel bir yönü olarak tanımlanmaktadır.

Öğrencilerin matematik okuryazarlığı yapabilmeleri için öncelikle matematik alan bilgilerini bir durumun (problemin) matematiksel doğasını, özellikle de gerçek dünyada karşılaşılan durumları tanımak için kullanabilmeleri ve daha sonra onu matematiksel terimlerle formüle edebilmeleri gerekir. Bu dönüşüm - belirsiz, dağınık, gerçek dünya durumundan iyi tanımlanmış bir matematik problemine doğru giden - matematiksel akıl yürütmeyi gerektirir. Dönüşüm başarılı bir şekilde yapıldıktan sonra ortaya çıkan matematik probleminin okullarda öğretilen matematik kavramları, algoritmalar ve prosedürler kullanılarak çözülmesi gerekir. Ancak, bu araçların seçimi ve uygulama sırası hakkında stratejik kararlar alınmasını gerektirebilir bu aynı zamanda matematiksel akıl yürütmenin bir göstergesidir. Son olarak, PISA tanımı bize öğrencinin matematiksel çözümü, sonuçları orijinal gerçek dünya durumu içinde yorumlayarak değerlendirmesi gerektiğini hatırlatır. Ayrıca, öğrenciler problem çözme uygulamalarının bir parçası olarak sayısal düşünme becerilerine de sahip olmalı ve gösterebilmelidir. Formüle etme, kullanma, değerlendirme ve akıl yürütmede uygulanan bu hesaplamalı düşünme becerileri, örüntü tanıma, ayrıştırma, problemin analizinde veya çözülmesinde hangi bilgisayar araçlarının kullanılabileceğini belirleme ve ayrıntılı bir çözümün parçası olarak algoritmaları tanımlamayı içerir. PISA için tanımlanan matematik okuryazarlığı yapısı, öğrencilerin matematiği bağlam içinde kullanma kapasitelerini geliştirme ihtiyacını güçlü bir şekilde vurgular ve matematik sınıflarında zengin deneyimlere sahip olmaları önemlidir. Matematik okuryazarlığı, bireyin sahip olduğu veya sahip olmadığı bir nitelikten ziyade, matematik okuryazarlığı, bazı bireylerin diğerlerinden daha fazla matematik okuryazarı olduğu ve gelişme potansiyelinin her zaman mevcut olduğu süreklilik içinde olan bir nitelik olarak belirtilmiştir (OECD, 2018) .

Matematik okuryazarlığını değerlendirmek için matematik, içerik kategorilerine ayrılmıştır. Nicelik, belirsizlik ve veri, değişim ve ilişkiler, uzay ve şekil olmak üzere dört kategoridedirler.

- Değişim ve İlişkiler: Doğal ve tasarlanmış dünyalar, birbiriyle ilişkili nesnelerin sistemlerinde veya öğelerin birbirini etkilediği durumlarda değişikliklerin meydana geldiği, nesneler ve koşullar arasında çok sayıda geçici ve kalıcı ilişki sergilemektedir. Çoğu durumda bu değişiklikler zamanla meydana gelir ve diğer durumlarda bir nesne veya miktardaki değişiklikler diğerindeki değişikliklerle ilgili olmaktadır. Bu durumlardan bazıları ayrık değişimi içerir; diğerleri sürekli değişmektedir. Bazı ilişkiler kalıcı veya değişmez nitelikte olmaktadır. Değişim ve ilişkiler hakkında daha bilgili olmak, değişimi tanımlamak ve tahmin etmek için uygun matematiksel modelleri kullanmak için temel değişim türlerini anlamayı ve ne zaman meydana geldiklerini tanımayı içermektedir. Matematiksel olarak bu, değişimi ve ilişkileri uygun işlevler ve denklemlerle modellemek, ayrıca ilişkilerin sembolik ve grafiksel temsilleri arasında yaratmak, yorumlamak ve tercüme etmek anlamına gelir. Değişim ve ilişkiler, organizmaların büyümesi, müzik, mevsimsel değişim ve döngüler, hava durumu modelleri, istihdam seviyeleri ve ekonomik koşullar gibi çok çeşitli ortamlarda kendini gösterir. Fonksiyonların ve cebirin geleneksel matematiksel içeriğinin yönleri, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler, tablo ve grafik temsiller dahil olmak üzere, değişim olgusunun tanımlanması, modellenmesi ve yorumlanmasında merkezi öneme sahiptir. Doğrusal ilişkiler yaygındır ve tanınması ve anlaşılması kolaydır, ancak her artış şeklinde doğrusallığı varsaymak tehlikeli olabilir. Doğrusallığa örnek olarak belirli bir hızda seyahat ederken çeşitli zaman miktarlarında kat edilen mesafeyi tahmin etmektir. Böyle bir uygulama, hız nispeten sabit kaldığı sürece makul bir tahmin sağlar. Ancak örneğin günümüzde artan grip salgınları söz konusu olduğunda, böyle bir doğrusal yaklaşım, ilk salgından sonraki 5 gün içinde hastalanan insan sayısını büyük ölçüde az kalacak şekilde tahmin etmemize sebep olmaktadır. İşte burada doğrusal olmayan temel bir anlayış, büyüme ve değişim hızının günden güne arttığı göz önüne alındığında enfeksiyonların ne kadar hızlı yayılabileceği kritik öneme sahiptir. Bu, tıp alanında çalışan araştırmacılara virüslerin artış hızını tahmin edip önlem almalarına yardımcı olmaktadır.

- Uzay ve Şekil: Görsel ve fiziksel dünyamızda her yerde karşılaşılan çok çeşitli fenomenleri kapsamaktadır. Bu fenomenlerden bazıları: örüntüler, nesnelerin özellikleri, konumlar ve yönelimler, nesnelerin temsilleri, görsel bilgilerin kodunun çözülmesi ve kodlanması, gezinme ve gerçek şekillerle dinamik etkileşim. temsiller, hareket, yer değiştirme ve uzaydaki eylemleri tahmin etme yeteneği olarak sıralanabilir. Geometri, uzay ve şekil için ana temel olarak hizmet eder, ancak kategori, uzamsal görselleştirme, ölçüm ve cebir gibi diğer matematiksel alanların öğeleri üzerine de yoğunlaşarak geleneksel geometri çiziminin ötesine geçer. Örneğin, şekiller değişebilir ve bir nokta bir geometrik yer boyunca hareket edebilir, bu nedenle fonksiyon kavramları gerektirir. Ölçüm formülleri bu alanın merkezidir. Dinamik geometri yazılımından Küresel Konumlandırma Sistemlerine (GPS) ve makine öğrenimi yazılımına kadar çeşitli araçlar gerektiren ortamlarda şekillerin tanınması, işlenmesi ve yorumlanması bu içerik kategorisine dahildir. Geometrik yaklaşımlar: Günümüz dünyası, tipik düzgünlük veya simetri kalıplarını takip etmeyen şekillerle doludur. Basit formüller düzensizlikle uğraşmadığından, gördüğümüzü anlamak ve ortaya çıkan yapıların alanını veya hacmini bulmak daha zor hale geldi. Örneğin dar eğrilerle birlikte dar açılara sahip dairelerin bulunduğu bir binada ihtiyaç duyulan halının alanın alanını bulmak, tipik olarak dikdörtgen bir odaya göre farklı bir yaklaşım gerektirir. Uzay ve şekil içerik kategorisinin odak noktası olarak geometrik yaklaşımları belirlemek, öğrencilerin geleneksel uzay ve şekil fenomenlerini bir dizi tipik durumda kullanabilmeleri ihtiyacını işaret etmektedir.
- Nicelik: Dünyadaki nesnelerin, ilişkilerin, durumların ve varlıkların niteliklerinin nicelleştirilmesini, bu nicelemelerin çeşitli temsillerini anlamayı ve niceliğe dayalı yorum ve argümanları yargılamayı içerir. Durumların modellenmesine, değişim ve ilişkilerin incelenmesine, uzay ve şeklin tanımlanmasına ve manipülasyonuna, verilerin düzenlenmesine ve yorumlanmasına ve belirsizliğin ölçülmesine ve değerlendirilmesine olanak tanır.

- Belirsizlik ve Veri: Bilimde, teknolojide ve günlük yaşamda, çeşitlilik ve bununla ilişkili belirsizlik verilidir. Olasılık ve istatistik teorisinin kalbinde yer alan bir olgudur. Varyasyonun gerçek dünyadaki yerini tanımayı, bu varyasyonun nicelleştirilmesine dair bir anlayışa sahip olmayı ve ilgili çıkarımlarda belirsizliğini ve hatasını kabul etmeyi içerir. Belirsizliğin olduğu durumlarda varılan sonuçların oluşturulmasını, yorumlanmasını ve değerlendirilmesini de içerir. Verilerin sunumu ve yorumlanması bu kategorideki anahtar kavramlardır. PISA test maddelerinden beklenti, öğrencilerin çıkardıkları verilerin anlamını derin bir anlayışla tablodan ilgili verileri okuyabilmeleridir (OECD, 2018).

Gerçek yaşam kategorileri ise bireysel, toplumsal, mesleki ve bilimsel olmak üzere dört kategoriye ayrılmıştır. Temel matematiksel yeterlikler de iletişim, temsil biçimleri, strateji üretme, matematikleştirme, muhakeme ve argüman, sembolik dil ve işlemler kullanma, matematiksel araç kullanma olarak belirtilmiştir. Süreçler ise formulasyon, yürütme, yorumlama, değerlendirme olmak üzere dört maddede incelenmiştir.

Matematik okuryazarlığı yeterlilikleri olarak da van Hiele düzeylerine benzer şekilde belirli becerileri içeren düzey 1’den başlayarak düzey 6’ya kadar seviyeler belirlenmiştir.

1. Düzey: Öğrenciler bu seviyede ise, bütün bilgilerin verildiği ve soruların açık şekilde tanımlandığı bilinen içerikteki sorulara cevap verebilirler. Açık durumlar için doğrudan yapılması gerekenleri bildiren cümlelere göre bilgiyi tanır ve rutin işlemleri yapabilirler.

2. Düzey: Öğrenciler bu seviyedeler ise, ilk bakışta görülenden fazlasını gerektirmeyen içerikteki durumların farkına varırlar. Temel kuralları kullanarak cevap verebilirler. Açıkça görülen basit ilişkilere yönelik muhakeme kapasitesine sahiptir ve sonuçları sınırlı bir seviyede yorumlayabilirler.

3. Düzey: Öğrenciler bu seviyedeler ise, kademeli kararların verilmesini içeren açık bir şekilde tanımlanmış işlemleri yapabilirler. Basit olan problem çözme stratejilerini uygulayabilirler. Açıkça çıkarım yapılabilecek gösterimleri yorumlayabilirler ve cevap için kullanabilirler. Cevaplarını ve muhakemeleri ile elde ettiği çıkarımlarının bir birleri ile ilişkilerini sınırlı olarak da olsa kurabilirler.

4. Düzey: Öğrenciler bu seviyedeler ise, varsayımların sağlanmasını içerebilen basit olmayan durumlara yönelik açık olan modellerle etkin muhakeme edebilir. Semboller içeren değişik gösterimler seçerek gerçek problem durumları arasındaki bağlantıları direkt kurabilir. Şahsi yorumlarını ve kanıtlarını geliştirebilirler.

5. Düzey: Öğrenciler bu seviyedeler ise, kompleks durumlarda kullanılacak modeller geliştirebilir ve bu modelleri kullanabilirler. Bu modellerle uygun problem çözme

stratejilerini seçerek sonuca ulaşabilirler. Geniş bir şekilde yapılandırılmış muhakeme becerilerini, buna uygun gösterimleri, sembolik olan tanımları ve formel tanımlamaları işe koşarak stratejik bir şekilde çalışabilirler. Ayrıca kendilerine ait eylemlerini ve formülleştirmelerini karşıdaki kişiye aktarabilirler. Kendi yorumları ve muhakeme yetenekleriyle ulaştıkları sonuçlar arasında bağlantılar kurabilirler.

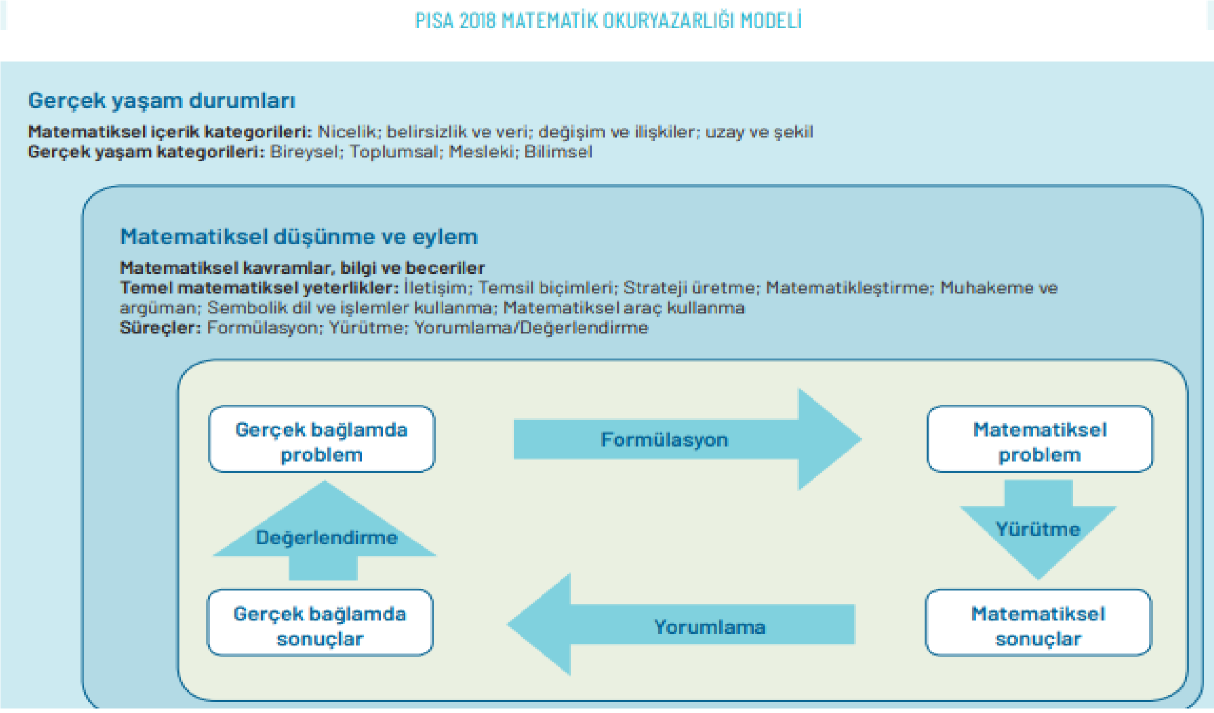
6. Düzey: Öğrenciler bu seviyedeler ise, çalışmalarında ulaştıkları verileri kavramlaştırabilirler ve genelleyebilirler. Kompleks problemleri matematiksel olarak modelleyebilirler. Farklı bilgi kaynaklarındaki gösterimleri birbirleriyle ilişkilendirebilirler. Esneklik kazanmışlardır ve bu gösterimleri birbirine dönüştürebilirler. İleri düzeyde matematiksel muhakeme kapasitesine sahiplerdir bu sayede karşılaştıkları yeni durumlarla mücadele edebilecek yeni stratejiler geliştirmek için, sembolik ve formel matematik işlemlerini, ayrıca kendi öz bakış açılarını kullanabilirler. Kendi buldukları sonuçlarını, eylemlerini formüle edebilirler ve bunlar arasındaki etkileşimleri zihinsel olarak açıklayabilirler (PISA, 2015).

Matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemek için PISA tarafından hazırlanan testlerde taban puan uygulaması vardır. Her öğrenci belirli bir seviyede olabilmesi için PISA tarafından belirlenmiş o puan aralığında bir skor alması gerekir. Bu taban puanlar her bir düzey için şöyledir:

1. Düzey için en az 358 puan,
2. Düzey için en az 420 puan,
3. Düzey için en az 482 puan,
4. Düzey için en az 545 puan,
5. Düzey için en az 607 puan,
6. Düzey için en az 669 puan alınmalıdır (OECD, 2019b).

**Şekil 2**

*Pisa matematik okuryazarlığı modeli*




Şekil 2, matematik okuryazarlığı ile ilgili özellikler birbirleriyle ilişkileri ve adımları ve yeterlikler, süreçler özetlenmiştir.

## 2.5 İlgili Araştırmalar

Araştırmanın bu bölümünde öncelikle van Hiele geometrik düşünme kuramı ile ilgili araştırmalara yer verilmiştir. Ardından matematik okuryazarlığı ve matematik okuryazarlığı içerik kategorilerinden uzay ve şekil konu alanıyla ilgili çalışmalara değinilmiştir.

**2.5.1 Van Hiele düşünme kuramı ile ilgili araştırmalar:** Mayberry (1983), çalışmasında 13'ü lise geometri eğitimi almış 19 öğretmen adayı ile sesli görüşmeler yapılmıştır. Amaçlarından birisi van Hiele düzeylerinin hiyerarşik olup olmadığını kontrol etmek olan araştırmada öğretmen adaylarının geometri dersi vermek için hazır olmadıkları sonucuna varılmıştır.

Burger ve Shaughnessy (1986), çalışmaları sırasında, seviyelerin başlangıçta farkında olmadıkları çeşitli özelliklerinin ortaya çıktığını belirtirken ilk olarak, seviyeler, birçok görev ortamına uygulanabilen hem kavramların hem de akıl yürütme süreçlerinin gelişimini içeren karmaşık yapılar gibi görünmektedir. Böyle bir gelişme, büyük ölçüde öğretime bağlı olmakla birlikte öğrencilerin yaşına da daha az da olsa bağımlı göründüğünü belirtmişlerdir. İkincisi, van Hieles seviyelerin ayrık yapılar olduğu teorisini ortaya atılmış olsa da, bu özelliği tespit edemediklerini belirtirken düzey atamaları yaparken gözden geçirenlerin düzeyler arasında karar vermede ara sıra da olsa yaşadıkları zorluklar, van Hiele seviyelerinin ayrık doğasını sorgulayan kanıt olarak kabul edilebileceğini vurgulamışlardır. Bazı öğrenciler, farklı görevlerde farklı tercih edilen van Hiele düzeylerinde muhakeme sergilemişlerdir. Dahası bazıları, görüşmeci tarafından incelenen aynı görevde bir düzeyden diğerine salınmaktadır sonucuna ulaşmışlardır. Bu nedenle, düzeyler statik olmaktan çok dinamik ve ayrı açıklamalarının inandıracağından daha sürekli bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir. Öğrenciler bir düzeyden diğerine geçişteyken düzeyler arasında birkaç kez ileri veya geri olmak suretiyle hareket edebileceklerini vurgularken toplanan verilerin özellikle Düzey 1 ve 2 arasındaki bu olguyu desteklemekte olduğunu vurgulamışlardır. Öğrencilerin Düzey 2'den 3'e geçişteyken benzer bir olgunun var olabileceğinden de şüphelendiklerini belirtmişlerdir. Ancak böyle bir durumu gösterebilmek için üniversite çağındaki matematik öğrencilerinden daha fazla sayıda seçilerek verilerin toplanmasın ihtiyaç duyduklarını belirtmişlerdir.

Kay (1986), araştırmasını birinci sınıf öğrencileriyle yürütmüştür ve geometri konularını nasıl anladıkları analiz edilmeye çalışılmıştır. Geometri öğretiminin uygun olarak yapılması halinde kavramların hiyerarşiye uygun bir biçimde öğretilebileceğini van Hiele’nin teorisiyle açıklanabilirliği vurgulanmıştır.

Fuys ve diğerleri (1988), çalışmasında van Hiele geometri öğrenme modeline odaklanan üç yıllık bir araştırma projesinin sonuçlarını paylaşmıştır. Bu çalışmalarının dört ana hedefte gerçekleştirmiştir. Bunlardan ilki, projenin Felemenkçe'den İngilizce'ye çevirdiği çeşitli kaynaklara dayalı olarak van Hiele seviyelerinin bir çalışma modelini geliştirmek ve belgelemektir. İkincisi altıncı ve dokuzuncu sınıfta okuyan öğrencilerinin geometrideki düşünmelerini düzeyler açısından karakterize etmek olmuştur. Üçüncüsü, 6. ve 9. sınıf öğretmenlerinin, öğrencilerin geometrik düşünme ve geometri müfredat materyallerinin Van Hiele düzeylerini belirlemek için eğitilip eğitilemeyeceklerini belirlemektir. Dördüncüsü ve sonuncusu ise van Hiele modeli ışığında Amerikan metin dizileri (K-8. sınıflar) tarafından kanıtlandığı gibi mevcut geometri müfredatını analiz etmek olmuştur.

Senk (1989), çalışmasında van Hiele düzeyleri ile geometri ispatları yazma becerileri ve ispatsız geometri müfredatındaki başarıları arasındaki ilişkileri araştırmıştır. Büyük bir araştırmanın sonucunun sadece bir bölümünü raporlamıştır. Standart ispatsız geometri içeriğindeki başarı ile pozitif ilişkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca lise öğrencilerinin bulunduğu düzeye göre ispat yazma becerilerini bir yıl eğitim aldıklarında ne düzeyde becerebileceklerini açıklamaya çalışmıştır.

Usiskin ve Senk (1990), araştırmalarında, test araçları matematik eğitiminde hemen hemen her çalışmanın önemli bir unsuru olduğunu ve kullanılan testin açıkça çalışmanın sonuçlarını etkilediğini vurgularken çoğu zaman bir testin hem geçerli hem de güvenilir olduğu varsayıldığını ve ne içeriğinin ne de psikometrik özelliklerinin incelenmediğini belirtmişlerdir. Usiskin (1982)'in geliştirdiği van Hiele Geometri Testi ile yaptığı analizleri ve eleştirileri memnuniyetle karşılanmakta olduğunu vurgulamışlardır. Testin güvenirliklerinin düşük çıkmasıyla ilgili yapılan eleştiriye kendilerinin de katıldığını belirtmekle birlikte, içerik geçerliliği olan maddelere, teoriyle eşleşen maddelere ve kısa bir teste yönelik isteklerinin, sadece daha yüksek güvenirlik elde etmek amacıyla aracı değiştirmekten daha önemli olduğunu vurgulamışlardır. Ayrıca düşük güvenirlik katsayılarına rağmen çalışmalarının sonuçlarının oldukça sağlam olduğunu belirtmişlerdir. Van Hiele Geometri Testinin daha uzun ve açık uçlu hali olarak geliştirilmiş bir versiyonu RUMEUS grubu tarafından ortaokul seviyesindeki bir grup öğrenciye uygulandığını özellikle öğrencilerin van Hiele seviyelerine yerleştirilmesi, güvenilirliği ve hiyerarşik yapısı ile ilgili olarak neredeyse tüm yönleriyle kendi geliştirdikleri testten daha iyi olduğunu bulduğunu belirtmişlerdir. Buna rağmen aynı çalışmada araştırmacıların VHGT'nin kısa ve çoktan seçmeli olması dolayısıyla da uygulamayı kolaylaştırdığını belirtmişlerdir. Testin kendi düşünebileceklerinden daha yaygın olarak kullanıldığını vurgulayan araştırmacılar, 100'den fazla kişinin kendilerinden testi çoğaltmak için izin istediğini belirterek VHGT'nin eleştirilere karşın güçlü bir yapıda olduğunu vurgulamışlardır.

Gutierrez ve diğerleri (1991), araştırmalarında, van Hiele seviyelerinin ayrık olmadığı sonucunu ve seviyeler arasındaki geçişi daha derinlemesine incelemeleri gerektiğine inandıklarını belirtmişlerdir. Bu anlamda iki argümana dayandırarak önerilerini sunmuşlardır: Bunlardan ilkini öğrencilerin mevcut geometrik akıl yürütmeleri hakkında daha eksiksiz bir görüşe sahip olmak için, öğrencileri van Hiele seviyelerinin her birini tek bir seviye atamak yerine kullanma kapasitelerini dikkate almak gerekliliği olarak öne sürmüşlerdir. İkincisini ise van Hiele seviyelerindeki süreklilik, belirli bir seviyenin elde edilmesinin anında veya çok hızlı gerçekleşmediği, hatta birkaç ay hatta yıl sürebileceği anlamına geldiğini belirterek 0'dan 100'e kadar puanlarla temsil etmek suretiyle bir düşünce düzeyinin kazanılmasını ölçmek olarak belirtmişlerdir. Her bir van Hiele seviyesinin dönemlere bölünmüşlerdir ve böyle olmasının van Hiele seviyeleri boyunca kaydedilen ilerlemenin sürekliliğini bozmadığını belirterek bir seviyenin elde edilme derecesine sayısal bir değer atamak araştırmacılar için yararlı olabileceğini vurgulamışlardır. Bu dönemlerin hangi puanlara kadar belirleneceği ve bölümlere atamalarında, bir dereceye kadar öznel kararlar aldıklarını belirtmişlerdir. Araştırmalarının sonucunda bulguları şöyledir: Sonuçların ve farklı öğrenci türleri arasında belirtilen farklılıkların, van Hiele seviyelerinin önerilen değerlendirme yönteminin tutarlı olduğunu ve daha fazla incelenmesi gerektiğini gösterdiğini belirtmişlerdir. Açıkladıkları düşünme düzeylerini değerlendirmenin yolu, bir öğrencinin aynı anda iki ardışık akıl yürütme olasılığı geliştirmesine olanak tanımaktadır. Alt seviyenin elde edilmesi üst seviyenin edinilmesinden daha eksiksizdir. Öğrencilerin tek bir akıl yürütme seviyesi kullanmadığı sonucu görülmüştür, ancak bazılarının aynı zamanda muhtemelen sorunun zorluğuna bağlı olarak birkaç seviye kullandığını gözlemlemişlerdir. Bu sonucunda seviyelerin hiyerarşik yapısının reddedilmesi anlamına gelmediğini, aksine van Hiele teorisini insan akıl yürütme süreçlerinin karmaşıklığına daha iyi adapte etmemiz gerektiğinin bir göstergesi olduğunu vurgulamışlardır. Çünkü insanlar, tek bir seviyenin özelliklerinin görevlendirilmesinin bizim düşüncelerimizi belirlemeye yol açacak basit, doğrusal bir şekilde davranmadıklarını belirterek başka bir ilginç sonucun ise 3. Düzeyde, 2. Düzeyden daha başarılı sonuç alan öğrenciler olduğunu belirtmişlerdir. Çalışmalarında teoriyle alakalı son düşüncelerini şöyle belirtmişlerdir: Çok sayıda araştırmacı, van Hiele seviyelerinin, genel olarak, özellikle şekiller hakkında öğrencilerin geometrik düşüncelerinin gelişimini doğru bir şekilde tanımladığı sonucuna varmışlardır. Aynı zamanda, genel olarak, teorinin derinlemesine olmadığını düşündüklerini belirtmişler ve bu düzeylerin daha ayrıntılı bir tanımını istemiş olduklarını belirtmişlerdir. Ancak van Hiele teorisinin ayrıntılarına bakıldığında yetersiz görünmesine rağmen, neden bu kadar güçlü bir geçerliliğe sahip olmasıyla alakalı olarak açıklamaları, van Hiele düzeylerinin bilimsel ve matematiksel düşüncenin bir parçası ve parçası olan bir düşünce gelişimini tanımlamasıdır. Ayrıca matematik eğimi araştırmacılarına ve bu araştırmacılarına benzer olarak gelişmiş medeniyetlerde yüksek eğitimli bireyler için, bu dört aşamadan geçmek bireylerin sezgisel, günlük akıl yürütmeden biçimsel bilimsel akıl yürütmeye doğru ilerlemelerinin doğal bir yolu gibi görünmektedir olmuştur.

Teppo (1991), çalışmasındaki amacı van Hiele'nin geometrik düşünme düzeyleri teorisini yeniden incelemek ve bu teoriyi NCTM Müfredatı tarafından önerilen geometri müfredatı ile karşılaştırmaktır. Araştırmasının sonucunda van Hiele modelinde mevcut teorik seviyesinin ötesinde bir seviye içermediğini ve genellikle lise matematiğinin sonunda ulaşılan düşünme düzeylerini ele almakla ilgilenmekte olduğunu vurgulamıştır. Öğrencilerin, ileri üniversite kursları yoluyla teorik düzeyden daha titiz bir geometrik düşünce düzeyine ulaşmaları mümkündür. Ancak van Hiele'nin mevcut modeli böyle bir düşünceye hitap etmediğini belirtmiştir.

Altun ve Kırcal (1998), 105 öğrencinin örneklemini oluşturduğu çalışmalarında amaçları okul öncesindeki öğrencilerin geometrik düşünmelerinin nasıl geliştiğini analiz etmektir. Yaşları farklılaşan öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinde de farklılaşmalar bulunmuş ve geometrik düşünme düzeylerinin ölçülmesi için bir test geliştirilebileceği vurgulanmıştır.

van Hiele (1999), çalışmasında, Mozaikler ve kağıt katlama, çizim ve desen blokları kullanan diğer etkinlikler, çocukların görsel yapı deposunu zenginleştirebileceğini ortaya koymuş ve geometrinin çocuklar için oyunla başladığını söylemiştir. Öğretim hangi düzeyde başlamalı? Sorusuna cevap olarak, elbette ki “öğrencilerin düşünme düzeyine bağlıdır” demiştir. Bir düzeyden diğerine geçişi teşvik etmek için öğretim, beş aşamalı bir etkinlik dizisini izlemenin gerekliliğini belirtmiştir.

Clements ve diğerleri (1999), araştırmalarında, okul öncesi çocukların bir şekil sınıfının elemanlarını diğer figürlerden ayırt etmek için kullandıkları kriterleri analiz etmişlerdir. Yaşları 3 ila 6 arasında değişen 97 çocukla bireysel klinik görüşmeler gerçekleştirerek küçük çocukların başlangıçta görsel formların özellik analizi temelinde şemalar oluşturdukları sonucuna ulaşmışlarıdır ve Düzey 1’den önce bir tanımlama düzeyi daha olduğunu ayrıca Düzey 1’in yeniden kavramsallaştırılması gerekliliğini belirmişlerdir.

Olkun ve diğerleri (2002), araştırmalarının amacını Sınıf Öğretmenliği ve Matematik Öğretmenliği programlarına başlayan öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin bir profilini çıkarmak olarak belirlemişlerdir. Matematik öğretmenliği programını kazanan öğrencilerin hem üniversite sınavındaki geometri netleri hem de van Hiele düşünme düzeyleri puanları sınıf öğretmenliği öğrencilerininkinden daha yüksek olarak bulunmuştur. Öğrencilerin geometri netleri ile van Hiele testinde doğru cevap sayısı ile arasında anlamlı bir ilişki olmasına karşın geometrik düşünme düzeyleri ile geometri netleri arasında bir ilişki bulgusuna ulaşamamışlardır.

Kılıç (2003), yüksek lisans tezinde beşinci sınıf öğrencilerine van Hiele düzeylerine göre eğitim verilmesinin öğrencinin akademik başarısına, tutumlarına ve hatırlama sürelerine etkisini araştırmıştır. Yöntem olarak ön test – son test kontrol gruplu modeli kullanmıştır. Araştırma sonucunda, akademik başarı ve hatırlama süresine etki açısından olumlu olan van Hiele düzeylerine göre verilen eğitimin öğrenci tutumlarına etkisi olmamıştır.

Güven (2006), yüksek lisans tezinde farklı çizim yöntemleri ve araçlarının kullanılmasının öğrencilerin van Hiele geometri anlama düzeyleri, başarıları ve tutumlarına etkisini belirlenmeyi amaçlamıştır. Yarı deneysel olarak yürütülen araştırma sonuçları farklı araç ve çizim yöntemleri yönünde pozitiftir.

Wu ve Ma (2006), çalışmalarındaki amaçları van Hiele'nin geometrik düşünce kuramında birinci düzeyindeki ilköğretim öğrencilerinin geometrik kavramlarını keşfetmektir. Katılımcılar, Tayvan'daki 23 ilçe/şehirden rastgele seçilen 5.581 ilkokul öğrencisi olup ilkokul öğrencileri için bu çalışmadan çıkarılan sonuçlardan ilki van Hiele düzeylerinin hiyerarşisini desteklemiştir. İkincisi ise farklı temel figür kavramları için farklı seviyelere atanan öğrencilere rastlanmıştır.

Çelebi Akkaya (2006), yüksek lisans tezinde nicel araştırma yöntemlerinden kontrol ve deney gruplu ön test - son test modelini kullanarak altıncı sınıf seviyesinde okuyan öğrencilerin van Hiele kuramına göre verilen eğitimin öğrenci tutum ve başarılarına etkisini araştırmıştır. Araştırma sonucunda van Hiele kuramına göre verilen eğitimin öğrenci tutum ve başarısına etkisi pozitiftir.

Chen ve Lin (2006), yaptıkları çalışmanın amacı, programlama için bilgi yönetimine sahip bir van Hiele Web Tabanlı Öğrenme Sisteminin mevcut gelişimini ayrıntılı olarak açıklamaktır. Van Hiele Web Tabanlı Öğrenme Sisteminden kastedilen modifiye edilen van Hiele geomerik düşünme modelinin bilgisayar programlama düşünme modeli olarak kullanılmasıdır.

Doğan Temur (2007), doktora tezinde ilköğretim 1-5. Sınıflarına eğitim veren öğretmenlerin bu kademedeki geometri öğretimiyle ilgili görüşleri ve sınıf içindeki uygulamalarının van Hiele düzeylerine göre değerlendirilmesini amaçlamıştır ve nitel bir araştırma yürütmüştür. Veriler fenomonografik analize göre incelenmiştir. Bu çalışmanın sonucunda çalışmaya katılan öğretmenlerin geometri ile ilgili dersleri kendi öz deneyimlerine dayanarak öğrencilerine aktardıkları belirtilmiştir.

Papadopoulos (2007), çalışmasında, rutin olmayan problem çözme görevlerinin birikmiş deneyiminin, ilköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini nasıl etkileyebileceğini incelemiştir. Öğrencilerin van Hiele düzeylerini analiz etmek için vektör yaklaşımı kullanılmıştır.

Tutak (2008), doktora tezinde ilköğretim dördüncü sınıf öğrencileri için geometri konularında Cabri geometri programı ve somut nesnelerin kullanılmasının öğrencilerin akademik başarıları, geometriye karşı tutumları van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisinin belirlemeyi amaçlamıştır.

Şahin (2008), yüksek lisans tezinde sınıf öğretmenleri ve sınıf öğretmeni adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeylerini incelemeyi hedeflemiştir. Verileri değerlendirilirken bağımsız örneklem t testine ek olarak tek yönlü varyans analizine başvurulmuştur.

Coşkun (2009), yüksek lisans tezinde van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ispat yapma başarıları arasındaki ilişki incelemeyi hedeflemiştir. Dokuzuncu ve onuncu sınıf düzeylerindeki öğrenciler örneklem olarak seçilmiş özel durum çalışması yürütülmüştür. Öğrencilerin bulunması gerekli düzeyden daha aşağıda oldukları belirlenen çalışmada ispat yapma başarılarıyla da geometrik düşünme düzeylerinin orta seviyede ilişkili olduğu sonucu vurgulanmıştır.

Koçak (2009), yüksek lisans tezinde beşinci sınıf öğrencilerinin van Hiele geometri düzeylerine süsleme etkinliklerini ne derece etki ettiğini bulmayı amaçlamıştır. Ön test – son test kontrol gruplu model sonuçlarına göre süsleme etkinliklerinin van Hiele geometri düzeyine pozitif etki yaptığı belirtilmiştir.

Wu ve diğerleri (2009), çalışmalarında, van Hiele'nin birinci geometrik düşünme düzeyinin farklı türlerini analiz etmek için Gri Sistem Teorisi kullanmışlardır. Bu çalışmanın sonuçlarında öğrenciler için sadece en kolay ve en zor kavramları belirlemekle kalmamakta, aynı zamanda Gri Modelin gerçekten gerçeği bulabileceğini, dolayısıyla Gri Modelin analizinin geleneksel yöntemden daha iyi olduğunu vurgulamışlardır. İlk van Hiele seviyesinde (görsel), öğrenciler figürleri görünüşlerine göre değerlendirmişlerdir ve dokuz farklı kategori elde edilmiş bunlardan her biri tip olarak isimlendirmişlerdir. Dairesel konsept öğrenciler için en kolay olanıdır; Öte yandan, dörtgen kavramı öğrenciler için en zor olanıdır. Gri Modelin analizine göre, bu çalışmada bu dokuz farklı figür türünden Tip 9 (dolu ve içi boş tanımlama) öğrenciler için en kolay, Tip 2 (dışbükey ve içbükey şekiller) en zor olanı olduğunu bulmuşlardır.

Yıldırım (2009), yüksek lisans tezinde örneklemi işitme engelliler okulunda bulunan ve normal işiten okulunda bulunan farklı sınıf seviyesindeki öğrenciler olan araştırmasında, Euclidean Reality programında oluşturulmuş etkinliklerin öğrencilerin geometri başarıları düzeylerine, Van Hiele düzeylerine ayrıca geometri ile ilgili tutumlarına etkisi araştırılmıştır.

Yıldız ve diğerleri (2009), araştırmalarını doküman inceleme yöntemi kullanarak eski ve yeni 6-8. sınıf matematik öğretim programlarında düzlem geometri ile ilgili davranış ve kazanımların van Hiele geometrik düşünme düzeyleri açısından karşılaştırılması amacıyla yapmışlardır.

Gökbulut ve diğerleri (2010), çalışmalarında, Duatepe (2000) de belirtilen puanlama kriterine göre puanlama yapılırken ölçekle ilgili sorunlar yaşadıklarını belirtmişlerdir. van Hiele Geometrik Düşünme Teorisine göre çocuk bir düzeye erişmeden öteki düzeye erişemez, yani bu erişim bir hiyerarşik yapıda olduğunu belirtmişlerdir. Uygulanan van Hiele geometrik düşünce testinde öğrencilerden 27'sinin bir seviyede 3 veya daha az doğru cevap verirken bir sonraki seviyede 4 hatta bazen 5 doğru cevap vermiş olduklarını ve bu durumun da ölçekle ilgi bir sorunun göstergesi olduğunu vurgulamışlardır.

Terzi (2010), doktora tezinde Van Hiele teorisine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerdeki geometrik başarıları ile geometrik düşünme becerilerine etkisini belirlemek olmuştur.

Yılmaz (2011), yüksek lisans tezinin amacını, ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin ‘Doğrular ve Açılar’ konusundaki kavram yanılgıları olduğunu tespit etmek ve bunları van Hiele geometri anlama düzeylerine göre dağılımının araştırılması olarak belirtmiştir. Kavram yanılgılarının belirlenmesi için açık uçlu on beş tane soru hazırlanmış ve kullanılmıştır. Bunlar ek olarak Baki tarafından Türkçeye uyarlanan, Usiskin tarafından 1982’de geliştirilmiş test kullanılmıştır.

Hurma (2011), yüksek lisans tezinde, dokuzuncu sınıf öğrencilerinin örneklem olarak seçildiği van Hiele modeli ile tasarlanan öğretimin öğrencilerin problem çözmedeki başarılarına etkisini ve öğrenmelerdeki kalıcılığına ne derece etki ettiğini araştırmıştır. Van Hiele modeliyle tasarlanan öğretimin geleneksel yönteme göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

İlhan (2011), yüksek lisans tezinde, ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin saptanması amaçlanmıştır. Araştırmasında tarama modeli kullanılmıştır.

Bulut ve Bulut (2012), araştırmalarında ilköğretim matematik öğretmenlerinin ilköğretim matematik öğretimi programının gerektirdiği geometri dersini almadan önce ve sonra ön test-son test tasarımındaki geometrilerini anlama düzeyini araştırmıştır. Bulgulara göre matematik öğretmeni eğitimcilerinin, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde gelişmeyi teşvik etmek için geometri derslerini gözden geçirmeleri önerilmektedir.

Şener Akbay (2012), yüksek lisans tezinde, çalışmasını farklı sınıf düzeylerinde bulunan öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasında farkı ve van Hiele Geometri Testi puanları ile geometri başarı puanları arasındaki ilişkiyi belirlemek için gerçekleştirmiştir.

Abu ve diğerleri (2012), Malezyalı ilköğretim öğrencilerinin yaygın olarak kabul gören van Hiele'nin geometri düşüncesi modelinin ilk üç seviyesinde ilerlemelerine yardımcı olmak için oluşturulmuş yeni geliştirilmiş öğrenme modüllerinin etkinliğini incelemeyi amaçlayan çalışmalarında ilk bölümünü Malezyalı matematik öğretmenlerinin bu modeli sınıfta Geometer's Sketchpad kullanarak uygulamak için karşılaştığı sorunlara odaklanan çalışmanın arka planını gözden geçirme çabaları oluşturmuştur. İkinci bölümde ise Malezya'da kırk bir 6. Sınıf ilkokul çocuğundan oluşan bir grup üzerinde yürütülen yarı-deneysel tasarım öncesi ve sonrası nicel yaklaşımını içeren araştırmada benimsenen metodolojiyi açıklamaya yoğunlaşmışlardır. Karşılaştırmalı tek grup sonuçları test puanlarının ortalama analizi, öğrenme modüllerinin, öğrencilerin ilgili van Hiele'nin geometrik düşünme seviyelerinde ilerlemelerine yardımcı olma potansiyeli olduğunu ve hepsinin en azından düzey dahilinde ilerleme gösterdiği sonucuna ulaşmışlardır.

Alex ve Mammnen (2012), çalışmalarında Güney Afrika'nın Doğu Kap Eyaletinde 10. sınıf okuyan 191 öğrenciyle nicel olarak gerçekleştirilmiştir.

Salazar (2012), çalışmasında, van Hiele'nin geometrik düşünme, kanıt-yapı performansı ve araştırma katılımcılarının yaptıkları matematiksel ispatlarına inançlarını geliştirmeyi amaçlamıştır. Matematik öğretmenleri olacak öğrenciler, geleneksel (eğitmen tabanlı) yöntem ve geliştirilmiş grup Moore yöntemiyle eğitilmiştir. Yarı deneysel araştırma yöntemini kullanılmıştır. Moore yönteminin, geleneksel (eğitmen tabanlı) yönteme maruz kalanlardan önemli ölçüde daha iyi olduğu sonucuna ve geleceğin öğretmenlerinin ispat oluşturma performansları ile van Hiele düzeyleri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Oral ve İlhan (2012), çalışmalarında ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin incelenmesini amaçlamışlardır. Çalışmaya katılan matematik öğretmeni adaylarında büyük bir çoğunluğu bulunması gereken düzeyde olmadığı sonucunu vurgulamışlardır.

Çontay ve Duatepe Paksu (2012), araştırmalarının amacı matematik öğretmen adaylarının uçurtmalar ve kareler arasındaki sınıf içerme anlayışını van Hiele düzeyleri çerçevesinde incelemektir. Tanımlayıcı nitelikteki bu çalışma Türkiye'deki 5 ikinci sınıf öğretmen adayı ile yürütülmüştür. İki öğretmen adayının van Hiele Düzey 0-1 arasında, iki öğretmen adayının van Hiele Düzey 1 düzeyinde olduğu söylenebilmekte olduğunu belirterek bir öğretmen adayının da van Hiele 2. Düzeyde yer aldığını söylenmiştir.

Papademetri-Kachrimani (2012), makalesinde van Hiele (1986)'nin *Structure and Insight* adlı makalesinde geçen "kelimesiz düşünmek düşünmek değildir" söylemine yapmış olduğu eleştiriyi açıklamıştır. Küçük çocukların, anlamalarını sözlü olarak ifade edemeseler de, şekillerin yapısı hakkında çok şey bildiklerini belirtmiştir. Yeni epistemolojileri ve düşünme ve anlam oluşturma yollarını araştıran çok sayıda araştırma olmasına rağmen, literatürde küçük çocuklar ve şekiller üzerine sunulan resim bozulmadan kaldığını belirtmiştir. Neredeyse otuz yıldır literatüre hakim olan, küçük çocukların şekilleri bir bütün olarak gördüğü ve şekil yapısına dikkat etmediği ve geometrik düşüncenin oluşturulan hiyerarşik bir model aracılığıyla tanımlanabileceği şeklindeki fikir birliğine karşı çıkmıştır. Geometrik düşüncenin düzeylerden oluşan hiyerarşik bir model aracılığıyla tanımlanabileceğine dair literatüre hakim olan fikir birliğine karşı olduğunu belirterek çocukları lineer seviye sistemlerine atamaya yönelik herhangi bir girişimin çocukların anlayışlarının zenginliğini ve karmaşık yapısını göz ardı edileceğini savunmuştur. Ayrıca van Hiele'nin teorisinde kendisinin tespit ettiği paradoksların belirlediği yolda, düşünme düzeyleri fikrinden uzaklaşan daha farklı bir yorumun olması gerektiğini belirtmiştir.

Abdullah ve diğerleri (2014), araştırmalarında van Hiele'nin geometri öğrenme aşamalarının, öğrencilerin geometrik düşünmelerini geliştirmelerine yardımcı olduğu kanıtlanmıştır. Ayrıca, GSP yazılımını kullanan bir ortamda van Hiele'nin geometri öğrenme aşamaları, Malezya eğitim sisteminde vurgulanan yapılandırmacılık teorisi ile güçlü bir şekilde ilişkilidir.

Yıldız (2014), yüksek lisans tezinde, 5E öğrenme modeline göre tasarlanmış öğretim etkinliklerinin öğrencilerin geometri başarılarına ve van Hiele düzeylerine etkisinin ne seviyesinde olduğunu belirlemektir. Örneklem altıncı sınıf öğrencilerinden seçilmiştir. Açı, çokgen, dönüşüm geometrisi konular üzerine araştırmacı tarafından bir test geliştirilmiştir ve Usiskin tarafından geliştirilmiş testte ayrıca kullanılmıştır.

Bal (2014), araştırmasında, ilköğretim öğrencilerinin cinsiyet, tutum ve akademik başarı değişkenlerinin geometrik düşünme düzeylerini ne derecede yordadıklarını ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmanın çalışma grubunu Adana ili merkez ilçelerinde yer alan beş ilköğretim okulunun 4. 5. 6. ve 7. sınıflarına devam eden ve oransız küme örnekleme yöntemiyle belirlenen 1270 öğrenci oluşturmuştur. Araştırmada veri toplama aracı olarak, “Van Hiele Geometri Düşünme Testi” ve “Geometriye Yönelik Tutum Ölçeği” kullanılmıştır. Verilerin analizinde betimsel istatistik, Pearson korelasyon katsayısı ve çoklu regresyon analizi uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda araştırmaya katılan öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin düşük olduğu, geometriye yönelik tutumlarının orta düzeyde olduğu ve geometrik düşünme puanları ile tutumları arasında anlamlı ve orta düzeyde (r=.58) bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Diğer taraftan geometrik düşünme puanlarının tutum ve başarı değişkenini orta düzeyde yordadığı, ancak cinsiyet değişkenini etkilemediği sonucuna ulaşılmıştır.

Gül (2014), yüksek lisans tezinde, sekizinci sınıfa giden öğrencilerin üçgenler konusundaki başarılarının belirlenmesi ve van Hiele düzeylerine göre çözümlenmesi amaçlanmıştır.

Pavlovicova ve Svecova (2014), çalışmalarında üç boyutlu katı özelliklerinin daha iyi anlaşılması için, katı ağlar gibi iki boyutlu temsilleri ile karşılaşmak için yeterli fırsatlara sahip olmak önemli olduğunu vurgulayarak van Hiele'nin teorisine göre geometrik düşüncenin gelişimi, özellikle okulda eğitim sürecine bağlı olduğu belirtilmiştir. Araştırmada İlkokul 3. ve 7. sınıf öğrencileriyle keşif etkinliklerine odaklandıklarını belirtmişlerdir.

Türnüklü ve Özcan (2014), yöntemini örnek olay çalışması olarak seçtikleri araştırmalarında 7. sınıf seviyesindeki iki öğrenci ile çalışmışlardır. Gerçekleştirilen çalışmada farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde farklılıkların olduğuna ulaşmışlar. Geometrik düşünme düzeyi düşük öğrencinin bilgi oluşturmada yavaş ve tahmine dayalı yöntemler kullandığı gözlemlenmiştir.

Abdullah ve diğerleri (2015), çalışmalarında Van Hiele'nin Geometer'in Sketchpad (GSP) yazılımını kullanarak öğrenme geometrisi aşamalarını temel alan etkinlikler geliştirmeyi amaçlayan bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Geliştirilen aktiviteler daha sonra Geo-V adlı bir öğrenme kitine dahil edilmiştir. Faaliyetlerin ve öğrenme kitinin geliştirilmesinde ADDIE modeli referans olarak alınmıştır. Etkinliği incelemek için geliştirilen etkinlikler daha sonra öğrencilerin geometrik başarıları ve geometriye karşı tutumları açısından test edilmiştir. Van Hiele'nin öğrenme geometrisinin aşamalarına dayanan etkinliklerin uygulanması, bir sınıf ortamında geometri öğretme ve öğrenme yöntemlerinin değiştirilmesinde referans olarak alınabilir, sonucuna ulaşmışlardır.

Hock ve diğerleri (2015), çalışmalarında van Hiele teorisinde geometri anlayışının hangi düzeylerin ilkokul çocuklarının geometri öğrenmesine katkıda bulunduğunu bulmak için Q-metodolojisi kullanılmıştır.

Škrbec ve Čadež (2015), çalışmalarında iki konu üzerinde durmuştur: birincisi ilkokul dördüncü (dokuz yaş), beşinci (on yaş) ve altıncı (on bir yaş) sınıflarına devam eden öğrencilerin şekillerin içeriğine ilişkin geometrik düşünme düzeylerini belirlemektir. İkincisi ise uygun terminolojinin ve geometrideki ilgili kavramlar hiyerarşisinin geliştirilmesine odaklanan ve daha yüksek geometrik düşünce seviyelerini teşvik eden bir öğretim yaklaşımı tasarlamaktır. Sonuçlar dikkat çekicidir çünkü cevapları hem geometrik şekillerin özellikleri hakkındaki bilgilerini hem de özelliklerin mantıksal organizasyonunu veya geometrik kavramların hiyerarşisini belirleyen öğrencilere iki farklı geometrik düşünme düzeyi atadıklarını belirtmişler ve seviyeleri belirlerken de sorunlarla karşılaşmışlardır. Yani birçok öğrenci sıfır düzeyi ile birinci düzey arasında geçişte, birinci düzey ile ikinci düzey arasında geçişte oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Bu nedenle geometrik düşünme düzeylerine 0.5 ve 1.5 seviyelerinin daha eklenmesine karar vermişlerdir.

Kivkovich (2015), geometride öğretim stratejileri ile ilgilenilen araştırmada materyal ve heterojen öğrenci grupları arasında önemli arabuluculuğa odaklanan öğretim stratejilerinin bir kombinasyonuna dayanılmıştır. Geometrik sorunları çözmek için bir stratejik arabuluculuk aracı geliştirilmiştir.

Yeşil Dağlı ve Halat (2015), makalelerinde, 5-6 yaşındaki çocukların bir geometrik şekil, üçgen hakkında kavramsal kavrayışı araştırmışlardır. Çocukların zihinden bir üçgen çizip çizemeyeceklerine ve farklı tür, boyut ve yönlerde üçgenleri tespit edip edemeyeceğine odaklanılmıştır. Verileri, 82 çocuktan bire bir görüşme yoluyla toplamışlardır. Çocukların çoğunluğunun (%93 - %96) prototip bir üçgeni başarıyla tanımladığını ve çocukların yaklaşık yarısının, farklı boyut, tip ve yönlerde üçgenleri tanımlamakta zorlandığı sonucuna ulaşmışlardır. En zor alan ise bir ikizkenar üçgen ve bir sağ üçgenin sunulduğu üçgen tiplerini tanımlamak ve ardından farklı yönlerde, özellikle ters çevrilmiş ve döndürülmüş üçgenleri tanımlamak olduğunu vurgulamışlardır.

Pavlovicova ve Zahorska (2015), örneklemini okul öncesi ve ilköğretim öğretmen adaylarından oluşturdukları çalışmalarında, öğrencilerin farklı geometrik düşünme düzeylerine verilen görevleri çözme becerilerine uygun olarak kare ile ilgili kavramlarına odaklanmışlardır. Ayrıca ön test ve son test sonuçları ile geometriye yönelik tutumları arasındaki bağlantıları da araştırmışlardır.

Kaleli Yılmaz ve Koparan (2016), çalışmalarının amacı, Geometri Öğretimi Dersinin aday öğretmenlerin van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerini nasıl etkilediğini bulmaktır. Bu amaçla, Türkiye'de üniversite öğrencisi olan 44 aday öğretmenle 14 haftalık çalışma gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları olması gerekenden daha düşük van Hiele Geometrik Düşünme Seviyesine sahip olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Geometri Öğretim Dersi öncesi ve sonrasında aday öğretmenlere Van Hiele Geometrik Düşünme Testi uygulanmıştır. Verilerin analizinde yüzde, frekans ve t-testi kullanılmıştır. Veriler incelendiğinde, Geometri Öğretimi Dersinden önce aday öğretmenlerin geometrik düşünme düzeylerinin ve t-test puanlarının gerçekten düşük olduğu, dersten sonra hem düzeylerinin hem de t-test puanlarının önemli ölçüde ilerleme kaydettiği belirtilmiştir.

Alex ve Mammen (2016), çalışmaları, van Hiele teorisinin 10. sınıf öğrencileri arasında dilsel ve hiyerarşik özelliklerini belirlemeye çalışan büyük bir çalışmanın bir bölümü olarak yayınlamışlardır. Araştırmanın örneklemini, Güney Afrika'nın Doğu Cape Eyaletindeki Mthatha Bölgesi'nden bilerek seçilmiş beş okuldan toplam 359 katılımcıdan oluşturmuştur. Bu öğrencilerin yazılı bir geometri testindeki performansı analiz edilmiştir. Analiz bazında, 30 öğrenci mülakat konusu olarak seçilmiştir. Araştırmacılar, van Hiele teorisinin dilsel ve hiyerarşik özelliklerinin varlığını teyit etmişlerdir.

Navarro ve Carreras (2016), makalelerinde amaçları, lise öğrencilerine Sokratik yarı yapılandırılmış bir görüşme yoluyla yaklaşık ve tam entegrasyonun resmi çalışmalarına hazırlanmaları için uygulanacak uygun bir strateji tasarlamak olmuştur. van Hiele'nin eğitim modelinin öne sürdüğü seviyeleri belirleme ve tespit etme aracı olan görüşmeyi açıklamışlardır.

Al-ebou (2016), çalışmasında van Hiele modelinin Geometrik Kavramlar Edinimi Üzerindeki Etkisi ve Ürdün'deki ilk üç sınıf öğrencilerinin Geometri ve öğrenme transferine yönelik tutumları araştırmıştır. Araştırmanın katılımcıları, Amman, üçüncü sınıf ilköğretim öğrencilerinin 60 öğrencisi, öğretim yılında (2015-2016) ve rasgele bir kontrol grubuna ve bir deney grubuna ayrılmıştır. Ulaştığı bulgular ise şöyledir: van Hiele modeli kullanılarak öğretilen deney grubu lehine Geometrik Kavram kazanımı ölçeği üzerinde yapılan iki grubun ve van Hiele modeli tarafından öğretilen deney grubu lehine, iki grubun geometriye yönelik bir tutum ölçeğinde ortalama performansı arasında önemli farklılıklar vardır. Van Hiele modeli tarafından öğretilen grup lehine iki gruptan her birinin öğrenme transfer testi ortalama performansı arasında anlamlı farklar vardır.

Suwito ve diğerleri (2016), araştırmalarında, van Hiele düzeylerinden 3. düzeye sahip cebir öğrencilerinin yeteneklerini belirlemeyi amaçlamışlardır. van Hiele geometrik düşünce seviyelerinden düzey 3'e ulaşan öğrencilerin, karşılaşılan problemleri çözmede aksiyomatik bir sistemde yapı geometrisini oluşturmak için tümevarım akıl yürütme düşünme becerilerini kullanarak cebirsel geometri problemlerini doğru bir şekilde çözebildikleri gösterilmiştir.

Crompton (2017), araştırmasında, çalışma grubu olarak dördüncü sınıftan iki öğreci seçilmiştir. Gözlemleri, videoları, araştırmacı dergilerini ve eser koleksiyonunu içeren tasarım tabanlı bir araştırma metodolojisi kullanarak, öğrencilerin mobil öğrenme etkinlikleri aracılığıyla açı kavramları hakkında nasıl bilgi edinebilecekleri konusunda yerel bir öğretim teorisi geliştirilmiştir.

Karapınar (2017), yüksek lisans tezinde örneklemi 161 sekizinci sınıf öğrencisinden oluşturulmuştur. Sekizinci sınıf öğrencilerinin van Hiele düzeylerinin belirlenmesini ve ayrıca geometrik cisimler konusundaki kazanımlarının geometrik düşünme düzeylerine göre analizini amaçlamıştır.

Martinez ve diğerleri (2017), araştırmalarında fenomenolojik bir yaklaşımla nitel çalışma yürütmüşlerdir. 12 tane on birinci sınıf öğrencisinin çalışma grubu olarak seçildiği çalışmada Van Hiele Modelini uygulayan çemberde çevrenin öğrenilmesini analiz edilmiştir. Geogebra yazılımının kullanımının öğrenme sürecini netleştirdiği sonucuna varmışlardır.

Lusyana ve Setyaningrum (2018), çalışmalarında, van Hiele teorisine dayanan ve mekânsal akıl yürütmeye yönelik meslek okulları için matematik öğretim paketinin pratikliğini ve etkinliğini tartışmaktadır. Öğretim paketi ADDIE'nin modeli ile geliştirilmiştir.

Primasatya ve Jatmiko (2018), araştırmalarının amacı, ADDIE geliştirme modelini kullanarak eleştirel düşünme yeteneğini geliştirmek amacıyla van Hiele'nin düşünme teorisine dayalı geometri çoklu ortamının geliştirilmesidir. T-testi analizi sonuçlarına göre şu sonucu bulmuşlardır, van Hiele'nin düşünme teorisine dayalı geometri multimedya kullanan öğrenciler ile van Hiele'nin Düşünme Teorisine dayalı geometri multimedya kullanmayan öğrencilerin eleştirel düşünme yetenekleri arasında önemli farklılıklar görmüşlerdir.

Nisawa (2018), çalışmasında genellikle geometri öğretimine uygulanan van Hiele seviyeleri, öğrencilerin fonksiyonlar ve trigonometri gibi diğer matematiksel konuları anlamalarını analiz etmek için de kullanılabileceğini belirterek çalışmasının amacının van Hiele'nin öğrenme seviyeleri teorisine atıfta bulunarak fonksiyonların anlaşılmasının arkasındaki zorluk faktörlerini incelemek olduğunu belirtmiştir. Japonyadaki ortaokul seviyesindeki öğrencilerle üç yıl boyunca sürdürülen çalışmada problemi ele almak için, '[I] Bir fenomenden bir değişkeni çıkarma, [II] Çıkarılan 2 değişkeni ilişkilendirme' gibi fonksiyonları öğretme aşamalarına odaklanmış [I] ve [II] aşamaları üzerinde bir çalışma gerçekleştirmiştir. Böylece fonksiyonlar konusunun anlaşılmasının arkasındaki zorluk faktörlerini incelemiştir. Bu incelemeyi yaparken Isoda (1987)'nın, fonksiyonlar için düşünme seviyeleri öneresini kullanmıştır.

Alex ve Mammen (2018), çalışmaları 154 birinci sınıf matematik eğitimi öğrencisinden oluşan bir grubun geometri terminolojisinin anlaşılması üzerinedir. Pozitivist bir paradigma ve nicel bir yaklaşım benimsenmiştir. Bu vaka çalışması tasarımı, ağırlıklı olarak geometrik kavramlar ve terminolojideki sözlü açıklamayı doğru görsel imgelerle eşleştirmeye odaklandı ve daha önce belirtildiği gibi geriye dönük bir çalışmadır. Sonuçlarından biri geometride kavramsal anlayış geliştirmek için Görsel ve Sözlü içeriklerin birbirini tamamları gerekliliğidir.

Moyer (2018), çalışmasında komedi filmindeki sahneler ile geometrik düşünce arasındaki bağlantıları kullanarak bir etkinlik ortaya koymaya çalışmıştır. Bu amaç için komedi filmlerinden biri olan Monty Python ve Holy Grail kullanmıştır. Araştırmacı, öğretmen adaylarını geometrik düşünce ve mantık filmine özgü klipleri kullanarak van Hiele Modeline dahil etmek için bir etkinlik sunmuştur.

Yudianto ve diğerleri (2018), araştırmalarında mevcut yirmi beş sorunun patentlendiğini ve ilkokul öğrencileri tarafından yetişkinlere kullanılabileceğini düşündüğünden, araştırmacılar uzay analitik geometrisi ile ilgili beş soru geliştirmeye çalışmışlardır.

Yıldız (2018), yüksek lisans tezinde, öğretmelere verilecek ortaokul öğretmen ve öğrencilerine geometrik düşünme alışkanlıklarının kazandırmayı amaçlayan hizmet içi eğitimin, çalışmaya katılan öğrencilerin van Hiele düşünme düzeyleri üzerine etkisini araştırmıştır. Deney ve kontrol grubunda anlamlı bir farka rastlanmamıştır.

Özkan (2018), yüksek lisans tezinde, iyi tasarlanmış bilgisayar destekli öğrenme ortamı olan Sanal Matematik Takımlarının ortaokul öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine, matematik ve teknolojiye yönelik tutumlarının gelişimine etkisini karma yöntem kullanarak incelemiştir.

Demir (2018), yüksek lisans tezinde, dönüşüm geometrisi öğretiminde, 5E modeline göre hazırlanan ders planlarının, van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerini, başarısını ve kazanımlarına uygun olan dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerini geliştirdiğini vurgulamıştır.

Güney (2018), nitel ve nicel araştırma yöntemlerinin kullanıldığı yüksek lisans tezinde, dokuzuncu sınıf seviyesindeki öğrencilerin matematik programında bulunan üçgenler konusunda origami ile düzenlenmiş etkinliklerin öğrencilerin van Hiele düşünme düzeylerine etkisini incelemeyi amaçlamıştır.

Watan ve Sugiman (2018), yedinci sınıf öğrencilerinin doğrular ve açılar konusundaki öğretimi ve öğrenilmesi üzerine olan bu çalışmada araştırmacılar, öğretmenlerin gerçekçi matematik eğitimi ile van Hiele teorisinin bir kombinasyonunu kullanarak geometri öğretimi için nasıl talimat verdiğini açıklamışlardır.

Chen ve diğerleri (2019), 957 öğrencinin katıldığı çalışmalarının amacı, van Hiele Geometri Testinin psikometrik özelliklerini inceleyerek ve çeşitli sınıflandırma kriterlerinin van Hiele düzeylerini öğrencilere nasıl atadığını karşılaştırmak için klasik test teorisi (CTT) ve bilişsel tanısal modelleme (CDM) çerçevelerini kullanmaktır. Araştırmacıların ulaştığı bulgular, van Hiele teorisinin ve seviyelerinin hiyerarşik özelliğini desteklemektedir. Elde edilen bulgulara dayanarak, van Hiele Geometri Testinde revize edilebilecek öğeleri tespit etmişlerdir ve atanabilecek öğrenci sayısını artırmak için sınıflandırma kriterlerinde değişiklikler önermişlerdir.

Demir (2019), 157 yedinci sınıf öğrencisiyle yürütülen yüksek lisans tezinde, çember ve daire konusundaki başarılarıyla van Hiele düşünme düzeyleri ile ilişkisini araştırmıştır. Sonuç olarak bu ikisi arasındaki ilişki pozitif olarak bulunmuştur.

Ersoy (2019), 160 yedinci sınıf öğrencisiyle yürütülen yüksek lisans tezinde, dörtgenler konusunda elde ettikleri başarıları ve van Hiele düşünme düzeyleriyle ilişkisini araştırmıştır. Sonuç olarak bu ikisi arasındaki ilişki pozitif olarak bulunmuştur.

Er (2019), yüksek lisans tezinde, 2415 katılımcı öğrenciyle yürütülen çalışmasında veriler van Hiele Geometri Testi ve Geometriye Yönelik Tutum Ölçeği ile elde edilmiştir.

Araştırmadaki bulgulardan birisi sınıf seviyelerinin yükselmesiyle birlikte öğrencilerin geometri düşünme düzeyleri yükselmiştir. İkincisi ise geometriyle ilgili tutumlarının alt seviyedeki sınıflarda daha yüksek olarak bulunmuştur.

Armah ve Kissi (2019), çalışmanın temel amacı 11 seçkin matematik öğretmeninin, Gana'daki eğitim fakültesindeki van Hiele düzey 1, 2, 3 ve 4'te geometri öğretimini ve öğrenmesini ne ölçüde kolaylaştırdığını araştırmaktır. Öğretmenlerin van Hiele Seviye 1 ve 2 ile tutarlı olan geometri öğretimi ve öğrenmesini kolaylaştırmak için iyi bir kavramsal anlayış sergilediği sonucuna ulaşmışlardır.

Ersoy ve diğerleri (2019), 7. sınıf öğrencilerinin dörtlü başarı düzeyleri ile Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesin amaçlandığı çalışmalarında anket yöntemi kullanılmışlardır ve araştırmanın örneklemini Melikgazi, İncesu ve Tomarza gibi Kayseri'nin üç ilçesinden 160 öğrenci oluşturmuştur. Yedinci sınıf öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin beklenenden düşük olduğunu göstermiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin dörtlü başarı düzeyleri ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasında yüksek düzeyde bir korelasyon bulunmuştur. Böylece dörtlü başarı testi ve van Hiele geometrik düşünme testi öğrencilerin geometrik yeteneklerini aynı yönde ölçmektedir sonucuna ulaşmışlardır.

Özkan ve Öner (2019), araştırmalarında bilgisayar destekli iş birliğiyle öğrenmeye yardımcı araç olarak geliştirilmiş olan Sanal Matematik Takımları (VMT) ortamında ortaokul öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin gelişimi incelemişlerdir. Bilgisayar destekli öğretimin müfredata eklenmesinin önemi vurgulanmışlardır.

Yi ve diğerleri (2020), araştırmalarında, temel matematik yöntemleri dersine entegre edilen van Hiele teori temelli öğretim faaliyetlerinin öğretmen adaylarının öğretim için geometri bilgisine etkisini incelemişlerdir. 111 ilköğretim öğretmen adayının değerlendirme öncesi ve sonrası verileri, van Hiele teorisi temelli öğretimin, katılımcıların geometri içeriği bilgisi, van Hiele düzeyleri bilgisi ve geometri öğretim faaliyetleri gibi üç geometri bilgisini geliştirmede etkili olabileceğini ortaya koymuşlardır.

Bosse ve diğerleri (2021), çalışmalarında analitik geometri konusu üzerine çalışmışlardır. Çalışmanın dikkat çekici sonucunda ise bir öğrencinin belirli bir matematiksel kavramla ilgili olarak sahip olduğu anlama düzeyinin, ilişkili bir görevle çalışırken kullandıkları eylemlerin düzeyiyle paralel olmayabileceği anlamına gelebileceğini belirtmişlerdir.

Cesaria ve diğerleri (2021), çalışmalarını Endonezya'da gerçekleştirmişlerdir. Ortaokul öğrencilerinin van Hiele teorisine göre bulunması beklenen Düzey 3'ten daha düşük seviyede olduğu sonucuna ulaşmışlarıdr.

Moyer (2021), çalışmasını lisans öğrencileriyle yürütmüş ve Öklid geometri dersinde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmak için van Hiele modeline teknolojiyi entegre etmeye çalışmıştır. Araştırmada VHGT'yi kullanılmış ve düzeylerde atlamalar tespit edilmiştir.

Uygun ve Güner (2021), çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile öğretim uygulamalarının hangi derece yapılandırmacı yaklaşımı temel alarak gerçekleştirebildikleri arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamışlardır. VHGT'ni kullanarak gerçekleştirdikleri bu araştırmada öğretmen adaylarının düzeylerinin değerlendirilmesi için Gutierrez ve diğerleri (1991) tarafından vektör yaklaşımı için geliştirilen 100 puanlık değerlendirme ölçeğini kullanmışlardır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin olması beklenenden daha düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca geometrik düşünme düzeyi yüksek olan öğretmen adaylarının öğretim uygulamalarında yapılandırmacı yaklaşımı temel alma yönünde daha fazla eğilimde olduklarını belirtmişlerdir.

Yalley ve diğerleri (2021), çalışmalarını Gana'da gerçekleştirerek van Hiele öğretim modelinin öğrencilerin daire geometrisi üzerine etkisini araştırmışlardır. Van Hiele öğretim modeliyle araştırmaya katılan öğrencilerinin düzeylerinin yükseldiği sonucuna ulaşmışlarıdr.

Zhou ve diğerleri (2021), çalışmalarında ABD ve Çin matematik müfredatlarını van Hiele düzeylerini göz önüne alarak karşılaştırmışlardır.

Günhan ve diğerleri (2022), çalışmalarında Türkiye'de van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile başarı ve tutum arasındaki ilişkileri araştıran çalışmaların meta-analiz yöntemi ile incelenmesi amaçlamışlardır. Araştırma sonucunda çalışmaların özellikle ortaokul seviyesinde ve makale türünde yoğunlaştığını belirtmişlerdir.

Roldan-Zafra ve diğerleri (2022), makalelerinde son yıllarda bilim müzelerinin arttığını belirlterek çalışmalarının amacını, bir bilim müzesi ziyareti sırasında Pisagor teoremini öğrenmek için etkileşimli bir modül tasarlamak olark belirlemişlerdir. Modülü tasarlamak için van Hiele teorisini kullanmışlardır.

Sert Çelik ve Kaleli Yılmaz (2022), araştırmalarında, van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili 2003-2020 yılları arasında yayınlanmış 33 makale ve 50 tez olmak üzere toplam 83 yayını incelemişlerdir. Bu 83 çalışmanın 73 tanesinde Usiskin (1982) tarafından geliştirilen Van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Testi kullanıldığı ve bu testin Türkçe uyarlaması ve geçerlik-güvenirlik çalışmaları Baki (1994; 2006) ve Duatepe (2000) tarafından yapıldığı belirtilerek Duatepe (2000) tarafından Türkçeye çevrilen bu testin, çalışmaların önemli bir bölümünde kullanıldığı belirtilmiştir. Ayrıca geometrik düşünme düzeylerine yönelik alternatif testler geliştirmenin ve mevcut testin eksikliklerini tartışılmasının önemi vurgulanmıştır. Van Hiele testi dil ve anlaşılırlık açısından revize edilebileceği belirtilirken mekansal düşünme becerileri ile geometrik düşünme becerileri arasındaki ilişkiyi belirlemek için matematiksel muhakeme ve uzamsal problemlerle donatılmış bir ölçek geliştirilebileceği vurgulanmıştır. Geometrik muhakeme becerilerini ölçmek ve değerlendirmek için van Hiele testinden farklı ölçme araçları geliştirilebileceği araştırmanın tartışma ve sonuç kısmında özellikle belirtilmiştir.

**2.5.2 Matematik Okuryazarlığı ile ilgili çalışmalar:** Brijlall ve diğerleri (2006), makalelerinin amacını, nesnelerin (model evler) tasarımı ve inşası sırasında bir teknoloji sınıfındaki öğrencilerin deneyimlerinin, ana akım matematik derslerinde geometri öğretimini bilgilendirmek için nasıl kullanılabileceğini keşfetmek olarak belirtmişlerdir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin çizimleri ve modelleri, şekiller, açılar, paralel çizgiler, simetri ve uyum hakkında bilgi ve diyagramatik temsiller ve nesneler arasında hareket etme yeteneklerini belirtmişlerdir.

Morrison ve diğerleri (2006), araştırmalarında Birleşik Krallık ulusal matematik müfredatı, şekil ve uzay çalışma programı aracılığıyla, tüm öğrencilerin, düzlemin dönüşümünün anlaşılmasına yol açan etkinliklere katılmasını gerektirdiğini vurgulamışlardır. Logo kaplumbağa grafiği benzeri özelliklere ek olarak vektör işlemleri ve dönüşüm ilkelleri sunan bir paket olan Zeno'yu tanıtma amacını gütmüşlerdir. Zeno ortamının öğrencilerin düzlemin dönüşümünü destekleyen temel matematiksel ilkeleri 'keşfedebilmelerini' nasıl sağlayabileceğini göstermektedir.

Graven ve Venkat (2007), çalışmasında, matematiksel okuryazarlık öğretiminde ortaya çıkan pedagojik gündemlerin spektrumuna odaklanmaktadır. Pedagojinin ve değerlendirmenin nasıl olması gerektiğine dair emsallerin bulunmaması, hem müfredat amaçlarının hem de grup içinde hem bireysel dersler hem de ders planlaması için ilgili pedagojik gündemlerin geniş bir yorum yelpazesini mümkün kıldığını iddia etmişlerdir.

Dossey ve diğerleri (2008), makaleleri, Ekonomik İşbirliği ve Gelişmeler Örgütü'nün (OECD) Öğrenci Değerlendirme Programı'nın (PISA) matematik değerlendirme programına genel bir bakış sunmaktadır. Programın, çerçevelerinin ve PISA'nın PISA değerlendirmelerine katılan 40'tan fazla ülkede 15 yaşındakilerin başarısını tanımlamak için kullandığı yetkinlikleri özetlemektedir.

Satıcı (2008) yüksek lisans tez çalışmasında 2003 yılı PISA verilerine dayanarak matematik okuryazarlığını belirleyen faktörlerin incelenmesini amaçlamıştır. Örneklem olarak Türkiye ve Çin-Hong Kong'da öğrenim gören öğrenciler esas alınmıştır. Çin'de öğretmen hakkındaki öğrenci görüşleri matematik okuryazarlığını etkilemezken Türkiye'de etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Her iki ülkede de sınıftaki disiplin koşullarının matematik okuryazarlığı üzerine etki ettiği vurgulanmıştır.

Pala (2008), yüksek lisans tez çalışmasında 2003 PISA verilerine dayanarak sınıf ve öğrencilerin özelliklerinin problem çözmeye ve matematik okuryazarlığı üzerine etkisini araştırmıştır. Çalışmanın sonucunda her ülke için problem çözme ve matematik okuryazarlığına etki eden özelliklerin farklılaştığı vurgulanmıştır.

Uysal (2009), yüksek lisans tezinde PISA2003 matematik okuryazarlık soruları ile sekizinci sınıf öğrencilerinin okuryazarlık düzeylerini araştırmayı amaçlamıştır. 1047 öğrenci ve farklı 12 okulda yürütülen çalışmanın sonucunda okuryazarlık düzeylerinin öğrencilerinin sosyoekonomik düzeyleri, matematiğe karşı ilgileri, cinsiyetleri ve çalışmada belirlenen diğer durumlara göre anlamlı farklılıklar içerdiği vurgulanmıştır.

Höfer ve Beckmann (2009), araştırmaları için iki ders dizisi geliştirilmiş ve denenmiş ve bilimsel konuları ve yöntemleri Alman ortaokullarında matematik derslerine entegre etmişlerdir. Araştırmaların bulgularında, bilimsel faaliyetlerin ve bunların gerçeklikle bağlantı iyi temelli tartışmalara yol açtığını vurgulamışlardır.

Neubrand (2009), çalışmasında, Almanya'da PISA Matematiği ile ilgili araştırma yapmıştır. Matematik eğitiminde testlerin daha da geliştirilmesi için farklılaştırılmış değerlendirme neden bu kadar önemlidir? Sorusunun üç cevabı olduğunu belirtmiştir. İlk olarak, teoriye dayalı bir dizi özelliğe göre test öğelerinin farklılaştırılmış karakterizasyonu, bir testin temel özelliklerini vurguladığını belirtmiştir. İkinci olarak, farklılaştırılmış değerlendirme, matematik öğretiminin gelişimi ve reformu ile ilgili konulara ilişkin iç görüler sağladığı belirtilmiş ve son olarak, ülkeler madde düzeyinde farklı başarılar gösterdiğinden sınıf içi uygulamalarının farklı olması gerektiği sonucuna varılabileceği vurgulanmıştır.

Milford ve diğerleri (2010), iki bölümden oluşan makalelerinde, hem Kuzey hem de Güney Amerika'nın medyasında PISA'ya olan reaksiyonu özetlemektedir ve PISA veri kümesinin mercek yoluyla daha keşifsel analiz için kullanılabileceği yolları Amerika'ya özgü bir örneğini sunmaktadırlar.

Uysal ve Yenilmez (2011), çalışmalarında amaçlarını, sekizinci sınıf öğrencilerinin, PISA 2003 matematik sınavı soruları ve değerlendirmeleri esas alınmak suretiyle matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemek olarak belirtmişlerdir. 1047 öğrenciyle yürütülen araştırma sonuçlarına göre teste katılan öğrencilerden büyük çoğunluk matematik okuryazarlığı üçüncü düzeyin altında yer aldığını görüldüğünü vurgulamışlardır.

Mhakure ve Mokoena (2011), makalelerinde FET (ileri eğitim ve öğretim) aşaması matematik okuryazarlığı müfredatı ve matematik müfredatını karşılaştıran bir çalışmaya dayandırmaktadırlar. Çalışma, bir matematik okuryazarlığı müfredatının kavramsallaştırılmasının, öğrenciler arasında matematiksel kavramların kazanılmasını nasıl arttırdığını araştırmıştır.

Kaur ve Areepattamannil (2012), Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) 2009'dan alınan verilerden yola çıkan yaptıkları çalışmada, Avustralya ve Singapur'daki ergenlerin matematik okuryazarlığı üzerine okuma için üst bilişsel ve kendi kendini düzenleyen öğrenme stratejilerinin etkilerini araştırmışlardır.

Sezgin Memnun ve diğerleri (2012), çalışmalarında öğretmen adaylarının öğrencilerine matematik okuryazarlığı kazandırmak için yeteneklerine olan inançlarını, matematiksel problem çözme konusundaki inançlarını ve bu iki inanç sistemi arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Araştırmanın bulgularından birisi matematik okuryazarlığına duyulan inançların, problem çözmenin bir yordayıcısı olduğu sonucudur.

Edo ve diğerleri (2013), araştırmalarının amacı, ortaöğretim öğrencilerinin PISA-model seviye 5 ve 6'yı modelleme konusundaki zorluklarını araştırmaktır. Araştırmalarında hedefine ulaşmak için uygun bir araç olarak nitel araştırma kullanılmıştır. Öğrencilerin oluşturdukları matematik problemlerini çözmede sorun yaşamazlar. Sonuç olarak, yüksek başarılı öğrencilerin çoğunun, problemi matematiksel olarak formüle edemedikleri için alışılmadık problemi tam olarak çözemedikleri ve orta düzeyde başarılı öğrencilerin ise "deneme yanılma" dedikleri kendi yöntemlerini kullanarak problemi çözebildiklerini vurgulamışlardır. Düşük başarılı öğrenciler ise bu ikisini de çözemediklerini belirmişlerdir.

Köse (2013), yüksek lisans tezinde sekizinci sınıf düzeyinde öğretim gören öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyleri ile işlemsel becerileri ve ölçümsel becerileri arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamıştır. 221 kişilik bir örneklem ile çalışma yürütülmüştür.

Kükey (2013), yüksek lisans tezinde, öğrencilerin matematik okuryazarlık ve başarıları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. 8. Sınıf öğrencileri örneklem olarak seçilmiştir ve 500 öğrenci ile ilgili veriler toplanıp yorumlanmıştır.

Sandström ve diğerleri (2013), çalışmalarının amacı öğrencilerin matematik okuryazarlığı konusunda uzmanlaşmasını örneklemektir. Çalışma karşılaştırmalı çoklu vaka çalışmasıdır.

Ekmekci ve Carmona (2014), çalışmalarında, PISA'da matematik okuryazarlığının boyutsallığını araştırmaktadır. Sonuçlarımız, PISA'nın teorik (bilişsel) ve skor yorumlama çerçeveleri arasındaki yapısal ilişkinin beklenen düzeyde olmadığını göstermektedir. Bu sonuçların matematik okuryazarlığının matematik eğitimi ve psikometrik perspektiflerden değerlendirilmesi üzerinde önemli etkilerini vurgulamaktadır.

Hsieh ve Wang (2014), çalışmasında, öğrencilerin matematik okuryazarlığının, matematik yeterlilikleri ve tutumlarından oluşan, öğretmenlerin odaklanması gereken yönleri hakkındaki algılarını araştırmak için gizli sınıf küme analizi kullanılmıştır. Tayvanlı lise öğrencilerinin matematik okuryazarlığı öğretmenlerinin hangi yönlerine odaklanması gerektiği konusundaki algılarının farklı profilleri belirlenmişlerdir.

Reddy (2014), makalesinde, öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı derslerinde değerlerin nasıl anlamlı olduğunu sorgulamaya yönelik bir çerçeve sunmayı amaçlamaktadır. Müfredat materyallerinin keşfi yoluyla, Bloom'un materyallerdeki görevlerin matematiksel yeterlilik ve bilgi alanlarına karşı bilişsel düzeylerini analiz etme taksonomisi geliştirmiştir.

Long ve diğerleri (2014), araştırmalarındaki amaçlarını Teorik inceleme ve Rasch modelinin uygulanması yoluyla bir Matematiksel Okuryazarlık testinin puanlanmasına nasıl daha bilgilendirici ve tutarlı bir sonuca katkıda bulunabileceğini araştırmaktır.

North ve Christiansen (2015), çalışmalarında, Güney Afrika'da Matematik Okuryazarlığı sınav kağıtlarındaki mevcut meşrulaştırılmış katılım ve uygulama biçiminin, bilimsel matematik disiplininde başarılı çıraklığı kısıtladığını ve gerçek dünya işleyişi için güçlendirilmiş hazırlığı sınırladığını savunmuşlardır.

Yılmazer (2015), yüksek lisans tezinde yedinci sınıf seviyesinde eğitim gören öğrencilerin aritmetik becerileri ve matematik okuryazarlık skorları ilişkisini belirlemeyi amaçlamıştır. 297 öğrencinin katıldığı çalışmada bu iki beceriler arasında anlamlı bir ilişki olduğu vurgulanmıştır.

Çetin (2015), çalışmasının amacı, matematik öğretimi bölümü öğrencilerinin günlük yaşam, matematik okuryazarlığı ve matematik eğitimi için çok önemli olan önerme, teorem ve kanıt kavramları hakkındaki algılarını incelemektir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin önerme kavramını, kavramların içerik yapımına göre daha iyi yapılandırdığı ve öğrencilerin teorem ve kanıt kavramlarının yapımında kullanılan matematiksel ifadelerin, içeriğinde kullanılan matematiksel ifadelerden çok uzakta olduğu bulunmuştur.

Haara (2015), çalışmasında, matematik öğretiminde pratik bir etkinlik kullanmayı seçerken öğretmenlerin etki faktörleriyle ilgili deneyimlerinin, yukarıda görselleştirilen teorik temelli hiyerarşinin ayarlanmasını gerektirebileceğini incelemektedir. Araştırmada elde edilen bulgulardan ilki, öğretmenlerin günlük yaşam deneyimlerinin, öğrencilerin günlük yaşam deneyimleri hakkındaki bilgilerinin matematik öğretiminde pratik etkinlikleri kullanmayı seçerken potansiyel etkisi olan etki faktörleri olduğunu doğrulamakta olduğudur. İkincisi, etki faktörünün tanımına ve birincil ve ikincil etki faktörlerinin sınıflandırılmasıdır ki, bunlar yalnızca birincil veya ikincil etki faktörleri olarak ele alınmaması gerekliliği vurgulanmıştır. Bunlar öğretmenin bilgi ve inançlarına dayanır, ancak aynı zamanda öğrencilerin nitelikleri ve ilgi alanları, zaman kısıtlamaları ve müfredat talepleri gibi ikincil etki faktörlerine de bağlı olduğu belirtilmiştir.

İlhan (2015), yüksek lisans tezinde görsel matematik okuryazarlığı için bir ölçek geliştirmeyi amaçlamış ve bu ölçeğin görsel matematik okuryazarlığı yordayıp yordamadığını belirlemeye çalışmıştır.

Nagasaki (2015), çalışmasında, 21. yüzyılda bilgi ve teknoloji odaklı toplumda yaşamaya yönelik matematiksel okuryazarlığı tartışmaktadır. Matematiksel okuryazarlığının tüm yetişkinlere yönelik olması gerektiğini ve insanların hayatlarını dikkate alması gerekliliğini belirtmiştir. Yetişkinler her gün onları düşünmeye ve yargılamaya zorlayan aile, iş ve sosyal etkinliklerle karşılaştıklarını belirtmişlerdir. Bugün, örneğin, yetişkinler küresel ısınma ve nükleer santraller hakkında yargıda bulunmak zorunda kalmaktadır ve matematik okuryazarlığı hayati önem taşımaktadır. Sonuçta, matematik okuryazarlığı organik olarak her bir yetişkine bağlanmalı ve entegre edilmelidir.

Erol (2015), tez çalışmasında yarı deneysel yöntem kullanılmış ve matematiksel modelleme etkinlikleri ile dokuzuncu sınıf düzeyindeki öğrencilerin matematiksel okuryazarlık düzeyleri üzerine ve inançları üzerine etkisi incelenmiştir. Modelleme etkinlikleri ve çalışmalarının okuryazarlık düzeylerine pozitif etki ettiği sonucuna ulaşılmıştır.

Marciniak (2015), çalışmasında, bir pür matematikçinin PISA deneyimiyle tüm öğrenciler için iyi matematik eğitimi hakkındaki görüşlerinin nasıl değiştiğine dair kişisel bir açıklama sunmaktadır.

Niss (2015), çalışmasında, PISA 2012 Çerçevesinin matematiksel yeterlilikleri ile temel matematiksel yetenekleri arasındaki ilişki özetlenmiş ve tartışılmıştır.

Kazunga ve Bansilal (2015), çalışmalarının amacı, Matematik Okuryazarlığı öğretmenlerinin 24 bisküvi için bir tarife dayalı olarak 84 bisküvi üretmek için malzemelerin oluşturulması gereğinin gerçek yaşam bağlamında belirlenen çoklu ölçüm alanlarına sahip bir değerlendirme görevindeki oran uygulamasını araştırmak olarak belirlemişlerdir. Çalışmanın verileri değerlendirildiğinde ki bu veriler yazılı yanıtlardan elde edilmiştir. Çalışmada, öğretmenlerin yaklaşık % 60'ının görevi doğru bir şekilde tamamlayabildiğini bulmuşlardır.

Lin ve Tai (2015), araştırmalarında, çeşitli matematik öğrenme stratejilerinin öğrencilerin matematik okuryazarlığını nasıl etkilediğini araştırmışlardır. Veriler Tayvan'ın 2012 Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) verilerinden elde edilmiştir. Veriler analiz edildiğinde matematik öğrenimini geliştirmek isteyenleri teşvik etmelidir sonucuna ve öğrenme stratejileri konusunda daha bilinçli olan öğrencilerin daha yüksek matematik okuryazarlığına sahip olduklarına ulaşmışlardır. Birçok öğrenci kontrol, ezber ve detaylandırma stratejilerini nasıl kullanacaklarını anlama desteğine ihtiyaç duyduklarından, öğretmenler bu öğrenme stratejilerini sınıfta açıkça öğretme yöntemlerini düşünmelerinin gerekliliği vurgulanmıştır. Ayrıca, çalışmanın sonucunda öğretmenlerin matematiği anlama ve problem çözme stratejileri hakkında doğrudan ve açık talimatlar vererek öğrencilerin matematik öğrenmelerini destekleyebileceğini gösterdiği vurgulanmıştır.

Rathburn (2015), çalışmasında, Üniversitelerin sayısal ve bilimsel olarak okuryazar olan mezunlar yaratma talepleri arttıkça, bu okuryazarlıkları edinmeleri için öğrencileri meşgul etmenin etkili yollarını belirlemenin önemli olduğunu belirtmiştir. Bilimsel ve matematiksel okuryazarlığa odaklanan lisans programlarının, disiplinler arası bir ders kullanarak, bağlamsallaştırmanın öğrencilerin öğrenme ve yaşamları arasında bağlantı kurma yeteneklerini nasıl etkilediğini incelediğini açıklamıştır. Bu çalışma, sınıfta bağlamsallaştırmanın önemini vurgulamaktadır. Öğrencileri ilgili ve anlamlı içeriğin kullanımıyla birleştirilmiş yansıtıcı bir etkinliğe dahil etmek, öğrencilerin yeni bilgiler ve tanıdık senaryolar arasında bağlantılar kurmasını sağladığı sonucuna ulaşan araştırmacı, bağlamsallaştırılmış içeriğin, bu bağlantılar yönlendirilmiş istemler yoluyla istenmediğinde bile öğrencilerin bağlantıları anlamalarına ve oluşturmalarına yardımcı olduğu sonucunu vurgulamıştır.

Bansilal ve diğerleri (2015), çalışmalarında, öğretmen Eğitimi Nitelikleri için Asgari Gereksinimler politikasının (MRTEQ) ortaya çıkmasıyla birlikte, yükseköğretim kurumları (HEI'ler), hizmet içi öğretmenlerin yeniden beceri kazanmaları, yeniden eğitim almaları ve daha yüksek niteliklere erişmeleri için giriş sağlamak sebebiyle öğretmen eğitimi müfredatını yeniden düşündürmekte olduğunu belirtmişlerdir. Matematik okuryazarlığı (ML) alanında, çoğu öğretmen eğitimi, artık büyük ölçüde aşamalı olarak kaldırılmış olan, devlet tarafından finanse edilen Gelişmiş Eğitim Sertifikası (ACE) nitelikleri aracılığıyla sunulmaktadır. Bu yazıda, öğrenilen bazı dersleri sunmak için KwaZulu-Natal'da (KZN) sunulan iki ACE ML programını incelemişlerdir. MO öğretmenlerinin yetiştirilmesi için gerekli olduğunu düşündüğümüz bazı unsurları ortaya koymuşlardır ve ayrıca MO öğretmenlerinin gelecekteki eğitimi ile ilgili düşüncelerini belirtmişlerdir.

Thien ve Ong (2015), makalelerinde Malezyalı ve Singapurlu öğrencilerin duyuşsal özelliklerinin Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) 2012'deki OECD ortalamasına kıyasla ne ölçüde olduğunu belirlemeye ve öğrencilerin duyuşsal özelliklerinin, cinsiyetlerinin etkisini incelemeye çalışmışlardır. Örneklemleri 5197 Malezya'dan ve 5546 Singapur'dan olmak üzere çok geniş tutulmuştur.

Yılmazer (2015), yüksek lisans tezini 297 öğrencinin örneklem olarak seçilmesiyle yürütmüştür. Yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin matematik okuryazarlık skorları ile aritmetik başarıları arasındaki ilişkiyi belirlemek esas alınmıştır.

Stacey (2015), araştırmasında, matematik okuryazarlığı için gerekli olan gerçek dünya ile matematik dünyası arasındaki bağlantıları işler hale getirmeye yardımcı olur, matematiksel modelleme açıklamıştır, matematiksel okuryazarlığın temel taşı olarak neden kullanıldığını göstermektedir.

Acar (2016), yüksek lisans tezinde bilgisayar okuryazarlığının matematik okuryazarlığı üzerine etkisini araştırmıştır. Bu iki okuryazarlık durumları arasında orta düzeyde pozitif yönlü bir ilişki bulunuştur.

Aygüner (2016), yüksek lisans tezinde, sekizinci sınıfa devam eden öğrencilerin görsel matematik okuryazarlığı öz yeterlilik algılarıyla asıl performansları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. 140 öğrenci ile gerçekleştirdiği çalışmasında öğrencilerin algı düzeylerinin gerçek performanslarını karşılamadığını belirtmiştir.

Thien (2016), araştırmasında Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) 2009 ve 2012 veri setlerine dayalı olarak Malezyalı öğrencilerin cinsiyet ve sosyoekonomik açılardan matematik okuryazarlığı performansını belirlemeyi amaçlamıştır. Sonuç olarak, kızların PISA 2012'de matematik okuryazarlığında erkeklerden yaklaşık sekiz puan daha yüksek puan aldıklarını ortaya koyulmuştur ve ek olarak, kızlar, üç matematiksel içerik kategorisi ve sürecinde de erkeklerden önemli ölçüde daha iyi performans gösterdikleri vurgulamıştır.

Silver (2016), makalesinde, bir öğretmen mesleki gelişim programı bağlamında bir matematik problemi ile çalışmaları, uygulamalarına ilişkin sorgulama ve yansıtma için bir fırsat sağlayan ABD'deki bir grup ortaöğretim matematik öğretmenine odaklanmaktadır.

Oktiningrum ve diğerleri (2016), araştırmanın amacı, öğrencilerin matematik okuryazarlığını değerlendirmek için geçerli, pratik, bağlam olarak Endonezya doğal ve kültürel mirasına sahip bir dizi PISA benzeri matematik görevi üretmektir.

Nagar (2016), çalışmasının amacı, öğrenme stratejilerinin yüksek ve düşük başarı gösteren ülkelerdeki öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı üzerindeki etkilerini araştırmaktır.

Hong Kong ve İsrail ülkeleri üzerinde yoğunlaşılmıştır. Araştırma sonucunda şu bulgulara ulaşmıştır: Her iki ülkede de öğrenme stratejileri, diğer değişkenleri kontrol ettikten sonra bile matematik başarısı üzerinde önemli etkilere sahiptir, ancak ülkeler arasındaki etki büyüklükleri üzerinde önemli farklılıklar vardır. Kontrol stratejileri yüksek başarı gösteren ülkede (Hong Kong) matematik okuryazarlığına önemli ölçüde katkıda bulunmuştur, ancak düşük başarı gösteren ülkede (İsrail) önemli bir etkisi olmamıştır. Her iki ülkede de ezber ile ilgili ortalama puanlar benzer olduğu, ancak kontrol stratejilerinde önemli farklılıklar bulunmuştur. İsrail'deki öğrenciler bu bölümde daha yüksek puanlar almışlardır sonucu görülmüştür.

Raygoza (2016), Bu makalede, eleştirel matematik okuryazarlığı ile sosyal eylemin iç içe geçtiği alanları hayal eden, inşa eden ve araştıran bilime, eleştirel praksisle meşgul olmanın yaşam boyu süren bir süreç olduğu perspektifinden katkı sağlamayı amaçlamıştır. Sosyal adalet matematiğini geliştirmek için okullar ve öğretmen eğitimi nasıl değiştirilebilir? Sosyal adalet matematiğinin kendisi, matematik eğitiminin içinde ve dışında devam eden yapısal eşitsizliklere meydan okumak için değişimi zorlamanın bir parçası nasıl olabilir? Eleştirel matematik okuryazarlığının, toplumsal hareketi tasavvur edip yönetirken dönüşümsel direnişe katılan "adalet odaklı vatandaşlar" geliştirmede ne rolü var veya olabilir? Sorularına cevap aramaktadır ve bir doruğa ulaşan kurs gençlik katılımcı eylem araştırması (YPAR) projesi aracılığıyla matematik sınıfında, öğrencilerin dönüşüm konuları olarak matematiği sosyal adalet hakkında, onunla birlikte ve sosyal adalet için öğretmenin bir yolu olarak geliştirmeleri için alanlar açmasına yol göstermeyi hedeflemektedir.

Mumcu (2016), teorik çalışmasının amacı, günlük yaşamda matematik kullanma kavramları, matematiksel uygulamalar, matematiksel modelleme ve matematiksel okuryazarlık arasındaki ilişkileri araştırmaktır. Bu bağlamda örnek uygulama ve modelleme problemleri sunulmaktadır. Çalışmanın sonucunda, çalışmada elde edilen sonuçlara ve ilgili literatürde önerilen fikirlere dayalı olarak bazı önerilerde bulunmuştur.

Bansilal (2017), çalışması, nitel çalışma olarak tasarlanmıştır ve öğretmenlerin yüzde değişim hesaplamasının enflasyon bağlamına uygulanmasına ilişkin bağlamsal kısıtlamaları ne ölçüde tanıdıklarını araştırmak amacıyla Güney Afrika'daki hizmet içi Matematik Okuryazarlığı öğretmenleri ile gerçekleştirildiği vurgulanmıştır. Çalışmanın, 406 kişilik çalışma grubuyla gerçekleştirildiği belirtilmiştir.

Duchhardt ve diğerleri (2017), araştırmalarında yüksek matematik okuryazarlığı seviyeleri, matematiğin günlük ve iş hayatında sıklıkla kullanılmasıyla ilişkilendirildiğini belirtmişlerdir. Almanya'dan gelen verilere dayanarak, matematiğin yapısına iki şekilde odaklanmışlardır ve amaçları, ilk olarak, farklı yetişkin gruplarını tanımlamak için matematikten nasıl yararlanılabileceğini derinlemesine analiz etmek olduğu ve ikinci olarak, matematiksel yetkinliğin yordayıcısı ve diğer ilgili arka plan değişkenlerinin aracısı olarak rolünü araştırmaya odaklanmak olmuştur. Sonuçlar dikkat çekicidir, matematiği günlük ve iş hayatında farklı şekilde kullanan üç yetişkin grubunun ayırt edilebileceğini gösterilmektedir.

Firdaus ve diğerleri (2017), araştırmaları, matematiksel kavramları anlayabilen ancak gerçek yaşam problemlerini çözmede uygulayamayan ilkokul öğrencileri üzerinde yapılmıştır. Çalışmaları, ilköğretim öğrencilerinin probleme dayalı öğrenme ve doğrudan öğretim yoluyla matematik okuryazarlığını geliştirmeyi amaçlamaktadır. Buna ek olarak, kentsel alanlarda, geçişte ve köylerde bulunan ilköğretim okullarında probleme dayalı öğrenme ve doğrudan öğretim alan öğrenciler arasında okuryazarlık matematiksel artışındaki farklılıklar olup olmadığını ve ayrıca ilkokul öğrencilerinin matematik okuryazarlığı becerilerine yönelik okulun yer kategorisine göre öğrenme modeli arasındaki etkileşim etkisi incelenmiştir. Araştırmacılar, probleme dayalı öğrenme modelinin öğrencilerin matematik okuryazarlığını geliştirmede etkili olduğu kanıtlandığını belirtmişlerdir.

Baypınar (2017), yüksek lisans çalışmasında matematik okuryazarlığına ait algıların belirlenmesi için ölçme aracı geliştirmeyi hedeflemiştir. Araştırmanın sonucunda otuz maddeden oluşan 5’li likert tipi ölçek geliştirilmiştir.

Deveci (2017), 1521 ortaokul öğrencisinin katıldığı yüksek lisans tezinde, görsel matematik okuryazarlığı öz yeterlilik algısı ile matematik öz bildirim düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırma sonucunda bu iki durum arasında pozitif bir ilişki bulunmuştur. Öğretmen ve anne-baba tutumu demokratik olan öğrencilerin lehine görsel matematik okuryazarlığı öz yeterlilik algısı ile matematik öz bildirim düzeyleri anlamlı olarak farklılaştığı belirtilmiştir.

Özdil (2017), doktora tezinde, matematik okuryazarlığını ilgilendiren aracı değişkenleri belirlemeyi amaçlamıştır. Pisa 2012 verileri bu amaç doğrultusunda kullanılmıştır.

Sezgin (2017), tezinde 2012 Pisa çalışmasına katılan ülkelerin matematik okuryazarlık düzeylerini ve bu düzelere etki eden faktörleri araştırmıştır.

Tabak (2017), doktora tezinde 12 yıllık eğitime geçilmesinden sonraki durum incelenerek eğitimde fırsat eşitliğinin değerlendirilmesi ve var olan durumun geliştirilmesine yönelik politika önerileri vermeyi amaçlamıştır. Bu bağlamda Bakanlığın verilerine göre fen, okuma ve matematik okuryazarlığındaki öğrenci başarısı düzeyinin bazı değişkenleri PISA 2012 ve 2015 verileri esas alınarak yapılmıştır.

Roux ve Sebolai (2017), “Nicel okuryazarlığın Ulusal Ölçüt Testi: 12. Sınıf Matematik Okuryazarlığı sınavını tamamlıyor mu?“ isimli çalışmalarında, matematiksel / nicel okuryazarlık alanındaki bu iki standart değerlendirme arasındaki ilişkiyi araştırmaktadır. Araştırma sonucunda iki değerlendirmenin birbiriyle ilişkili olduğunu ancak aynı olmadığını göstermişlerdir.

Haara ve diğerleri (2017), okullarda matematik okuryazarlığının gelişimi politika düzeyinde önemli bir endişe kaynağıdır ve araştırma bu süreçte önemli bir bilgi kaynağı olduğu belirtilmiştir. Araştırmacılar, matematik okuryazarlığı üzerine ampirik projelerde belirlenen araştırma ilgi alanlarına ve okullardaki matematiksel okuryazarlığa araştırma ile nasıl yaklaşıldığına odaklanmışlardır. Araştırmacılar için üç esas güçlük tanımlanmıştır: hem araştırmacılar hem de öğretmenler öğrencilerin matematik okuryazarlığının nasıl geliştirileceğinden emin olmadıkları, sadece matematik yoluyla doğrudan matematik okuryazarlığı ile çalışma girişimleri başarılı olmamıştır ve matematiksel okuryazarlık için öğretimin geleneksel olmayan matematik öğretim yöntemleridir.

Suharta ve Suarjana (2017), çalışmalarının amacı, İlköğretim Öğretmen Adaylarının Matematik Okuryazarlığını matematiksel beceri ve cinsiyet yönlerine odağına alıp tanımlamaktır.

Aydın (2017), yüksek lisans için yürüttüğü çalışmasındaki amacı sosyoekonomik olarak düşük düzeyde yer alan öğrencilerin fen ve matematik okuryazarlığı başarılarını etkileyen öğretmen ve okul içi ile ilgili faktörleri incelemektir. Araştırmasında, Pisa 2012'deki veriler kullanılmıştır.

Genç (2017), tez çalışmasında lise matematik öğretmenleri üzerine yaptığı araştırmasında matematik okuryazarlık kavrayışları araştırmayı amaç olarak belirlemiştir.

Aktulun (2018), çalışmasındaki amacı okul öncesi öğretmenlerindeki matematik okuryazarlığı öz-yeterlik algıları ve yapısal eşitlik modellemesinin kullanılması ile çocuklardaki geometrik şekilleri tanımlama ve sayma yetenekleri arasındaki ilişki incelenmesidir.

Ajello ve diğerleri (2018), çalışmalarının temel amacı öğrencilerin dilsel yeterliklerinin matematikteki performanslarıyla ilişkili olduğunu doğrulamaktır. Matematik ve okuma arasındaki ilişkiyi derinlemesine araştıran ve sonuç olarak okumanın matematik öğrenmesine pratik olarak nasıl yardımcı olabileceğini inceleyen ampirik araştırma eksikliği olduğunu vurgulamışlardır.

Çoban (2018), yüksek lisans tezi için yaptığı çalışmada 2012 Pisa araştırmasında kullanılan ölçekleri kullanarak dokuzuncu sınıf düzeyindeki öğrencilerin matematik okuryazarlık durumlarını belirlemeyi amaçlamıştır. Ayrıca bu düzeylere etki eden faktörler belirlenmeye çalışılmıştır.

She ve diğerleri (2018), çalışmalarında, PISA araştırmalarının temel amacı, eğitim araştırmacılarının ve politika yapıcıların kararlarını, kararlarının gerçek sınıf düzeyinde daha fazla etkisi olacak şekilde bilgilendirmek olduğunu belirtmişlerdir.

Ic ve Tutak (2018), çalışmalarının amacını ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin bilgisayar ve matematiksel okuryazarlık düzeylerini belirlemek ve bilgisayar ve matematiksel okuryazarlık düzeyleri arasındaki ilişkiyi ortaya koyma olarak belirtmişlerdir. Çalışmalarının bulguları, 6. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı düzeyleri ve bilgisayar okuryazarlığı düzeyleri arasında anlamlı korelasyon olduğunu göstermiştir. Aynı zamanda, ortalama bilgisayar okuryazarlığı puanları tüm sınıf düzeylerindeki ortalama matematik okuryazarlığı puanlarından daha yüksek olduğunu vurgulamışlardır.

Lestariningsih ve diğerleri (2018), makalelerinde Surabaya ve Sidoarjo'dan dört lisans öğrencisinin uzay ve şekil içeriği ile matematik okuryazarlığı problemlerini çözmedeki matematizasyonunu anlatmayı amaçlamıştır. Nitel bir yaklaşımla betimsel araştırma kullanılan çalışmada veriler uzay ve şekil içerikleri ve görüşmelerle matematik okuryazarlığı soruları verilerek toplanmıştır. Daha sonra, veriler dört matematik süreci (formüle etme, kullanma, yorumlama ve değerlendirme) incelenerek analiz edilmiştir.

Bolstad (2019), çalışmasında, okul müdürlerinin ve öğretmenlerin matematik okuryazarlığını anlamalarına göre öğretme gerekçelerini araştırmıştır. Matematik okuryazarlığının Norveç dilinde eşdeğer bir kavramı olmamasına rağmen, okul müdürlerinin ve öğretmenlerin matematik okuryazarlığıyla ilgili düşüncelerin farkında olduğunu belirtmiştir. Okul müdürleri ve öğretmenler, öğrencilerin matematiğin sadece okuldaki yaşamları için değil, tüm yaşam durumları için önemli olduğunu anlamaları gerektiğini ifade ettikleri vurgulanmıştır. Matematik okuryazarlığının öğretilmesi için, okul müdürleri ve öğretmenlerinin öğretme gerekçeleri konusunda bilinçli olmaları aynı zamanda belirli bir derse ek olarak matematik eğitiminin bütününü görmeleri gerektiğini berlitmiştir.

Efe Çetin (2019), yüksek lisans tezindeki amacı, öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını öğrenme stillerine, akademik olarak başarılarına ayrıca cinsiyetlerine göre incelemek olmuştur. Çalışma nicel olarak dokuzuncu sınıfa devam eden 214 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırmanın sonuçlarından bir tanesi çalışmaya katılan öğrencilerin düzey olarak matematik okuryazarlığında 2. Seviyede olduğu belirtilmiştir.

Aksu (2019), tez çalışmasında Pisa 2015'te elde edilen veriler ile 34.565 öğrencinin matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemek için veri madenciliği yöntemi ile yapay sinir ağı yöntemleri kullanılmıştır.

Konukoğlu (2019), yüksek lisans tezinde, Türkiye Cumhuriyeti tarihinde uygulanmış olan matematik öğretimi programlarını matematik okuryazarlığı açısından incelemeyi amaçlamıştır. Bunun için çalışmasının ilkokul matematik öğretim programlarıyla sınırlı tutulmuştur. Uygulanan öğretim programlarında öğrencilerin kullandığı matematiğin hayatlarında faydalı olması durumunun gözetildiği vurgulanmıştır.

Karataş (2019), yüksek lisans tez çalışmasında temel düzey matematik kitabı olarak Milli Eğitim Bakanlığı tarafından okutulan 11 ve 12.sınıf matematik kitaplarının matematik yeterlikleri bazında incelenmesini amaçlamıştır. Araştırma sonucunda tüm düzeylere uygun bir dağılımın gerçekleşmediği görülmüştür.

Yeğit (2019), çalışmasında öğrencilerin matematik okuryazarlık başarısını incelemiştir. Uzay ve şekil alanındaki sorulara verilen yanıtları incelediğinde yanlış cevapların daha fazla olduğunu belirterek bu alanda öğrencilerin zorlandığı sonucuna ulaşmıştır.

Yıldız (2019), yüksek lisans tezinde yedinci sınıf düzeyinde eğitim gören öğrencilerin matematik okuryazarlık soruları çözme sürecinde yaşadıkları güçlükleri incelemeyi amaçlamıştır.

Nurutami ve diğerleri (2019), çalışmalarının amacını öğrencilerin uzay ve şekil problemleri PISA'ya dayalı matematiksel okuryazarlık becerilerini tanımlamak olarak belirtmişlerdir ve araştırma nitel tanımlayıcı bir araştırmadır. Araştırma sorularından biri ortaokul öğrencilerinin PISA testini uzay ve şekil problemlerine uyarlamadaki çözüm profillerinin neler olduğu olarak belirtilmiştir.

Efriani ve diğerleri (2019), çalışmalarında, 2018 Asya Oyunlarında yelkencilik bağlamında matematik problemleri ile matematik okuryazarlığı yeteneği üzerinde geçerli, pratik ve potansiyel etkiler yaratmayı amaçlamışlardır. Araştırmanın sonucunda spor alındaki bağlamların matematik okuryazarlığı ile ilgili problemlerin yazılabileceğini önermişlerdir.

Özgen (2019), çalışmasında matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının matematik okuryazarlığı için problem yaratma becerilerini incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırmanın bulgularında, ortaya çıkan problemlerin daha çok değişim ilişkileri ve matematiksel içerikle ilgili uzay ve şekil ile ilgili olduğunu belirtilmiştir.

Trapsilasiwi ve diğerleri (2019), araştırmalarında, öğrencilerin uzay ve şekil içeriği olmak üzere okuryazarlık becerilerini artırmak amacıyla erkek ve kız öğrencilerin uzay ve şekil içeriklerinde okuryazarlık becerilerini bilmeye odaklanmışlardır.

Brow (2019), Amerika Birleşik Devletleri'ne odaklanan makalesinde, PISA 2012 için matematiksel okuryazarlık başarısı için göze çarpan öğrenci ve okul düzeyi tahmin değişkenlerini keşfetmek için seyrek regresyon önermektedir. 'En az mutlak büzülme ve seçme operatörü' (LASSO) tekniğini kullanarak, çalışma üst düzey ülkeler / ekonomiler, Kanada ve Amerika Birleşik Devletleri için matematiksel okuryazarlık performansının göze çarpan belirleyici değişkenlerini tanımlamıştır.

Hwang (2019), araştırmasında, PISA 2012'de kontrol odağı, öğrenilmiş çaresizlik ve matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkiler için Kore ve Finlandiya örneğini incelemiştir. Öğrenciler, başarısızlıklarını yetenek veya görev zorluğuna bağladıkları zaman, iki ülke arasında da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Öğrencilerin matematiği öğrenmedeki çaresizliklerini daha iyi anlamak için atıf kuramına ek olarak kültürel faktörlerin de gerekli olduğunu göstermiştir.

Yeğit (2019), çalışmasındaki amacı, ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemektir. Araştırmanın bulgularında ise, öğrencilerin çoğu nicelik alanında yer alan soruları çözmekte zorlandıkları gözlendiği belirtilmiştir ve en başarılı oldukları alan ise belirsizlik alanı olarak tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmaya katılan öğrencilerin %95' inin düzeyleri orta düzeyin altında veya orta düzeyde oldukları tespit edilmiştir.

Jannah ve diğerleri (2019), çalışmalarında, Asya Oyunlarında tenis ve voleybol bağlamları kullanarak belirsizlik ve veri içeriğinde PISA benzeri matematik problemleri yazmayı amaçlamaktadırlar. Soruların geçerliliği, uzmanların görüşleri ve öğrencilerin birebir aşamadaki sorunların netliği / okunabilirliği hakkındaki yorumları ile sağlanmıştır.

Wal ve diğerleri (2019), araştırmalarında, mühendislerin işyeri uygulamaları, dijital teknolojinin her yerde bulunması nedeniyle değiştiğini ve 21. yüzyıl becerilerinin bir alan özelliği olarak görülen tekno-matematiksel okuryazarlıklar geleceğin mühendisleri için çok önemli olduğunu vurgulamışlardır. Bununla birlikte, tekno-matematiksel okuryazarlık eğitimlerinde nasıl desteklenebileceği hala belirsiz olduğu, bu nedenle merkezi öğrenme hedefleri olarak tekno-matematiksel okuryazarlık ile yüksek teknik mesleki eğitim için uygulamalı matematikte geliştirdikleri bir tasarım çalışması gerçekleştirdiklerini belirtmişlerdir. Makalelerinde, 59 kimya öğrencisi ile ilk tasarım döngüsünde dersin tasarımını ve uygulamasını açıklamışlardır.

İlhan (2019), doktora tezinin amacının, matematik öğretmenliği bölümünde okuyan lisans öğrencilerinin görsel matematik okuryazarlık algılarını ve geometrik şekiller üzerindeki muhakeme becerileri ile geometri sorularını çözme performansları arasındaki ilişkiyi incelemek olarak açıklamıştır.

Ata Baran (2019), doktora tezinde matematiksel modelleme öğretimi deseni planlamıştır ve ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı başarılarını nasıl etkileyeceğini nitel olarak incelemiştir.

Yeniel (2019), yüksek lisans tezinde, seçmeli matematik uygulamaları dersinin bu dersi almakta olan öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyleri ile tutumlarına etkisini inlemek olmuştur. Nicel ve nitel yöntemlerin işe koşularak gerçekleştirilen çalışmasının sonuçlarında bu dersin matematik okuryazarlık düzeyleri ile tutumlarına pozitif etki ettiğini belirtmiştir.

Pratiwi ve diğerleri (2019), araştırmalarında, PISA benzeri matematik problemlerinin uzun atlama oyunu bağlamıyla kullanılarak yazılması amaçlanmıştır. Öğrencilerin öğrenme sürecinde daha ilgi çekici ve aktif hale getirdiği görüldüğünü ve çalışmada ön ve biçimlendirici değerlendirme olmak üzere iki aşamalı geliştirme çalışmalarının tasarım araştırması yöntemi kullanıldığını belirtmişlerdir. Araştırmanın örneklemini 34 lise öğrencisini kapsamaktadır.

Yansen ve diğerleri (2019), araştırmalarında, PISA benzeri matematik problemlerinin futbol oyunu bağlamı kullanarak yazılması ve geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Güler ve Arslan (2019), PISA'da kullanılan matematik okuryazarlığı problemleri gerçek yaşam bağlamından oluştuğunu belirtmişler ve bağlamların problemlerini çözmek için öğrencilerin geçmesi gereken çeşitli matematiksel süreçler olduğunu vurgulamışlardır. Araştırmalarının amacını, matematik öğretmen adaylarının matematiksel süreçler ve yeterlilikler hakkındaki farkındalıklarını belirlemek olarak belirlemişlerdir.

Genç ve Erbas (2019), çalışmalarının amacını, ortaöğretim matematik öğretmenlerinin etkili yaklaşımların tasarlanması ile uygulanması gerektiğinde dikkate edilmesi gerekli olan matematik okuryazarlığı kavramlarını incelemek olarak belirtmişlerdir.

Fırat (2019), yüksek lisans tezinde 2020 yılına kadar Türkiye’de gerçekleştirilen matematik okuryazarlığı alanında yapılmış çalışmaları dokuman analizi ile incelemiştir. Elde edilen verilere göre 2020 yılına yaklaştıkça çalışmaların yoğunlaştığı ve çoğunlukla düzey belirleme çalışmalarının yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır.

Nguyen ve diğerleri (2019), çalışmalarında ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematik okuryazarlığını geliştirmeye ve onları bağlamsal olarak öğretmeye hazırlamaya yönelik bir inovasyon projesi hakkında rapor vermektedirler ve çalışmalarının sonucunda, modellerin sadeleştirilmesi ile gerçek sorunun yansıtılması ve gelecekteki çalışmalar için yönelimlerin tartışılması önerilmektedirler.

Umbara ve Suryadi (2019), çalışmalarında öğretmenin matematiksel okuryazarlık hakkındaki bilgi ve anlayışını, öğrenme süreçlerini araştırmayı amaçlamışlardır. Araştırma örnek olay tasarımı ile nitel bir yöntem kullanmışlardır. Araştırmaları, 20 öğretmen katılımcı ile yürütülmüştür.

Akıllı (2020), yüksek lisans tez çalışmasında amacını matematik okuryazarlığı eğitiminin epistemolojik inanç düzeylerine etkisini araştırmak olarak açıklamıştır.

İnceoğlu (2020), doktora tezinde, 60-72 aylık çocukların erken matematik becerileri, okuryazarlık becerileri, sosyal becerileri ile okul ikliminin arasındaki ilişkileri incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda okul iklimiyle bu becerilerin ilişkili olduğu saptanmıştır.

Barut (2020), yüksek lisans tezindeki amacı matematik ile alakalı duyuşsal faktörlerin matematik başarısı ile ilişkisini incelemektir. Bağımlı değişken olarak öğrencilerin matematik okuryazarlığı puanları iken bağımsız değişkenleri ise matematik ile ilgili duyuşsal faktörler olmuştur. Pisa 2012 sonuçlarından elde edilen verilere göre seçilen dört farklı başarı kategoride yer alan ülkelerin durumları incelenmiştir. Seçilen tüm ülkeler için matematik okuryazarlığı düzeyleri açısından bütün faktörlerin önemli olduğu vurgulanmıştır.

Bedir (2020), doktora tezinde tasarım tabanlı bir öğretim modelinin matematik okuryazarlık düzeyleri ile farkındalıklarının geliştirilmesi amacıyla tasarlanan bir çalışmayı yürütmüştür.

Kozaklı Ülger ve diğerleri (2020), çalışmalarında tematik analiz yöntemini kullanarak matematik okuryazarlığı konusunu odak noktasına alan yayınlanmış çalışmaların sonuçlarının değerlendirilmesini, düzenlenmesini ve sentezlenmesini amaçlamaktadırlar. Derlenen çalışmaların %39.2 nicel araştırma yöntemlerinden tarama türünde gerçekleştirildiği görülmüştür. İkinci sırada %13.5 ile durum çalışmalarının yer aldığı görülmüştür.

Yeğit (2020), yüksek lisans tezinde Türkiye'de ve Almanya'da matematik dersinde okutulan kitapların içeriğini matematik okuryazarlığı bağlamında incelemiş ve karşılaştırmıştır. Her iki ülkeden de 5. Sınıf matematik kitaplarında dokuman analizi ile gerçekleştirilen çalışma sonucunda Almanya'daki matematik kitabında daha üst düzey soruların kullanıldığı vurgulanmıştır.

Çağlar (2021), doktora tezinde matematik okuryazarlığı ile sayı duyusu arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Örneklemini sekizinci sınıf öğrencileri oluşturulmuş ve 784 öğrenci ile yürütülmüştür.

Kozaklı Ülger (2021), doktora tezinde matematik öğretimi sürecinde matematiksel yeterlik düzeylerinin artırılmasını amaçlayan modüler öğretim tasarımı geliştirmeyi amaçlamıştır.

Özgen (2021), makalesindeki amacı matematik okuryazarlığı soruları yazılması aşamasında kullanılmak üzere bir kontrol listesi geliştirmek olmuştur. Çalışmanın sonucunda geliştirilen kontrol listesinin geçerli ve güvenilir olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Altun ve diğerleri (2022), ulusal bir çalışma olarak yürütülen Çift Odaklı Öğretim Modeli projesinin bir kısmını içeren araştırmalarında tasarım tabanlı model kullanıldığını belirterek Çift Odaklı Öğretim Modelini tanıtmışlar ve matematik okuryazarı bireyler yetiştirebilmek için öğretimde duyulan ihityacı karşılamayıp karşılmadağını tartışmışlardır.

Ayyıldız ve Cansız-Aktaş (2022), araştrımalarında dokuman incelemesi yöntemini kullanarak 2018 ile 2020 yılları arasında yapılan LGS soruları ve 2019-2020 eğitim öğretim yılında MEB onaylı kitaplardaki etkinlik ile sorularını PISA temsil yeterliliği açısından incelemişlerdir.

Karalı (2022), araştırmasını sınıf öğretmeni adaylarıyla gerçekleştirmiş ve matematik öğretimine ilişkin öz yeterlikleri ile matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemeyi amaçlamıştır. Tarama modeli kullanılan çalışmada, MO'nun matematik öğretimine yönelik öz yeterlilikleri yordadığı belirtilmiştir.

# 3. BÖLÜM
# YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, evren ve örneklemi, veri toplama araçları ile verilerin toplanması ve çözümlenmesine ilişkin açıklamalar yer almaktadır.

## 3.1.Araştırmanın Modeli

Şekil ve uzay konu alanıyla ilgili okuryazarlık sorularını çözme başarısı üzerinden geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi amaçlanan bu araştırmada öncelikle Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testi geliştirilmiştir. Geometrik düşünme düzeylerini belirleme de karma yöntem kullanılmıştır. İlk yani nicel kısmı, tarama yöntemi kullanılarak öğrencilerin hangi van Hiele geometrik düşünme düzeyinde olduğunu belirlenmesini içermektedir. Çalışmanın ikinci yani nitel kısmında ise öğrencilerin atandığı seviyeler daha derinlemesine eksiksiz bir şekilde incelenmesi için ise yine var olan bir durumun ortaya çıkarılmasını içeren nitel araştırma yöntemlerinden keşfetmeye dayalı durum çalışması yöntem olarak belirlenmiştir (Brown, 2008; Creswell, 2007; Çepni, 2012; Johnson ve Christensen, 2008; Yin, 1984). Hem nicel hem nitel verilerin elde edildiği ve iki veri setinin analiz ve entegre edildiği çalışmalara karma yöntem araştırmaları denilmektedir (Çepni, 2012). Bu nedenle araştırmamızda karma yöntem kullanılacaktır. Desen olarak ise önce nicel verilerin toplanıp yorumlanacağı daha sonra ise nitel verilerin toplanıp yorumlanacağı açımlayıcı sıralı desen seçilmiştir.

## 3.2. Evren ve Örneklem

Evren ile ilgili literatür tarandığında farklı tanımlamalara rastlanmaktadır. Bir tanıma göre evren araştırılması istenen konuyu oluşturan elemanların tamamını içeren yapıdır (Arık, 1992). Bir başka tanımda ise evren, araştırma sonuçlarının genellenmesinin istendiği elemanların tümü olarak belirtilmiştir. Araştırmalarda iki farklı türde evrenden bahsedilmektedir. Karasar'a göre (aktaran Özen ve Gül, 2007) bunlardan ilki genel evrendir ki tanımlanması kolay ancak ulaşılması zor olan evrendir. İkincisi ise çalışma evrenidir ki bu evren, örneklem olarak tanımlanabilmektedir. Örneklem, evrenin özelliklerini taşıyan ve bu evreni en iyi şekilde temsil eden grup olarak tanımlanmıştır (Çepni, 2012).

Araştırmacılar doğal olarak elde ettikleri bulguları olabildiğince geniş bir evrene genellemek istemektedirler ancak böyle bir algıyla gerçekçi olmadan seçilen evrenin, araştırma sonuçlarının genellenmesini engellemekle kalmamaktadır ayrıca maddi kayıplarla birlikte emek ve zaman kaybına da neden olmaktadır (Özen ve Gül, 2007). Örneklemin ise evrenin somut bir biçimde tanımlanmasının ardından uygun bir yöntemle seçilmesi gerekliliği vurgulanmıştır. Örneklemin belirlenmesinin üzerinde bu kadar durulmasının sebebi ise araştırmanın dış geçerliliğine katkı sunuyor olmasıdır (Creswell, 2005).

Örneklem seçilirken temsil edilmek istenen popülasyonun sahip olduğu özelliklerin bozulmadan örnek grupta temsil edilmesi amaçlanmıştır. Test geliştirme süreçlerinde analiz işlemleri yapılması için örneklem büyüklüğü belirlenirken farklı yaklaşımlar öne sürülmüştür. Araştırmacılardan bazıları madde sayısının 10 katı örneklem olması gerektiğini savunurken (Nunnally, 1978) madde sayısının 4 katı kadar örneklem olması gerektiğini belirtenler de olmuştur (MacCallum vd, 2001). Örneklem sayısını 200 kişi için orta, 300 kişi için iyi, 500 kişi için çok iyi, 1000 ve üzeri kişi için ise mükemmel olarak nitelendiren araştırmacılar da vardır (Comrey ve Lee, 1992; Tabachnick ve Fidell, 1996; DeVellis, 2014). Evren ve örneklem arasındaki ilişki Tablo 2'de belirtilmiştir (Cohen ve diğerleri, 2007).

**Tablo 2**

*Farklı büyüklükteki evrenler için kuramsal örneklem büyüklükleri ve tolerans gösterilebilir hata için gerekli örneklem büyüklükler*

| Evren | %5 hata payı | %1 hata payı |
|---|---|---|
| 50 | 44 | 49 |
| 100 | 79 | 95 |
| 200 | 132 | 180 |
| 500 | 217 | 393 |
| 1.000 | 278 | 648 |
| 2.000 | 322 | 959 |
| 5.000 | 357 | 3.347 |
| 10.000 | 370 | 1576 |
| 30.000 | 379 | 1737 |
| 40.000 | 381 | 1762 |
| 50.000 | 381 | 1778 |
| 100.000 | 384 | 1810 |
| 1.000.000 | 384 | 1840 |

Bu araştırmanın evrenini 2021 - 2022 Eğitim - Öğretim yılında Yalova ilinde eğitim öğretim gören ilkokul, ortaokul ve lise seviyelerinde toplam 195 okulda eğitim gören 39206 öğrenci ve Marmara bölgesinde bulunan bir üniversitenin eğitim fakültesinde eğitim gören 4818 öğretmen adayı olmak üzere 44.024 kişidir.

Bu araştırmanın örneklemini ise 2021 - 2022 Eğitim - Öğretim yılında Yalova ilindeki üç farklı ilkokul, beş farklı ortaokul, beş farklı türde lise ve Marmara bölgesinde bulunan bir üniversitenin eğitim fakültesinde öğrenim gören öğrenciler oluşturmaktadır. Yalova'da ilk-orta ve lise düzeyindeki okullar il merkezi ve ilçeler olmak üzere gruplandırılmış ve bu okullar içerisinden öncelikle Yalova ilinde farklı bölgelerde, sosyo-ekonomik düzeylerde ve farklı akademik başarı düzeylerinde olan okulların olmasına dikkat edilmiştir ve maksimum çeşitlilik sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırmaya toplam 1089 kişi katılmıştır. Eğitim düzeylerine göre ise ilkokul seviyesinde 263 kişi, ortaokul seviyesinde 306 kişi, lise seviyesinde 338 kişi ve üniversite lisans seviyesinde 182 kişi katılmıştır. Lisans seviyesindeki örneklem, ilköğretim matematik öğretmenliği ve sınıf öğretmenliği bölümünde okuyan öğretmen adaylarından oluşturulmuştur. Cohen ve diğerleri (2007)'ne ait Tablo 2 de belirtilen %5 hata payı ile evren örneklem ilişkisi incelendiğinde maksimum örneklem sayısı 384 olarak görülmektedir. Bu veri göz önüne alındığında araştırma örnekleminin yeterli olduğu söylenebilmektedir. Ayrıca araştırmaya katılan kişi sayısı MOGDT'nin tüm madde sayısının 10 katı kadar olmasına dikkat edilmekle birlikte MOGDT'nin düzey 5 için oluşturulan alt testinde de bu oran sağlanmıştır.

Elde edilen verilerin analiz edilmesi sonucunda ortaya çıkan duruma göre araştırmanın ikinci bölümüne yani nitel kısmına geçilmiş ve elde edilen veriler ile yarı yapılandırılmış görüşme yapılacak kişiler amaçlı örnekleme ile seçilmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemleri zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir (Patton, 2018). Nicel verilerle elde edilen durumları daha derinlemesine incelenmesindeki temel amaç; öğrencilerin geliştirilen MOGDT'ni çözme sırasında karşılaştığı soruyu anlamlandırma ve çözüm süreçlerini daha ayrıntılı bir şekilde ortaya çıkartmaktır. Böylece öğrencinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden atandığı düzeyin özelliklerini taşıyıp taşımadığı belirlenerek ayrıntılı bir analiz ile matematik okuryazarlığı sorularının öğrencilerin zihninde oluşturduğu düşünceler ve kendi yaşamsal çevresindeki olaylarla kurduğu bağlamsal ilişkilerin soruyu çözme başarısına etkisi de incelenmiştir. Araştırmanın nitel kısmı için ilkokul seviyesinde eğitim gören iki öğrenci, ortaokul seviyesinde eğitim gören iki öğrenci ve lise seviyesinde eğitim gören iki öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Öğrenciler seçilirken MOGDT'deki başarı durumları göz önünde bulundurulmuştur.

### 3.3. Veri Toplama Araçları

Eğitim sektöründe veya iş hayatında yapılan ölçümlerin birçoğunda önceden belirlenmiş olan başarı standartları temel olarak alınır. Daha sonra elde edilen sonuçlar bu başarı standartlarına göre yorumlanır veya değerlendirilir. Önceden belirlenen başarı standartları, alanyazında “kriter” kelimesiyle karşılanmıştır. Bu testlere verilen isim ilk kez Glaserin (1963) çalışmasında isimlendirilmiştir. İş yerlerindeki eleman terfileri, sertifika verilen programlarda başarılı ve başarısız olarak kursu tamamlayanları belirlemek için kullanılan bu testlerde norm referanslı testlerden farklı olarak evren ve örneklemdeki her bir öge için ayrı ayrı varyans hesaplamaları yapılarak ölçümün güvenirliği hesaplanmaya çalışılmamaktadır. Ayrıca kriter referanslı testlerde örneklemin evreni ne ölçüde temsil ettiği araştırılmamaktadır ve norm referanslı testlere göre örneklem sayısı göreceli olarak daha az olarak belirlenmektedir. Ölçüm sonucunda belirli bir kriteri tutturan kişiler birbirlerine benzer özellik gösterirler. Kısaca özetlemek gerekirse, belirli düzeydeki sınıf ve okul kademelerindeki başarı durumlarını ölçmek için kullanılan testlerdir. Kriter puanlar, minimum yeteneğe sahip bireyi değil, belirli bir görevde beklenen başarı düzeyini tanımlar. Kriter referanslı testler norm referanslı testlere göre daha özel bir alandaki bilgi veya becerileri ölçmeye odaklı testlerdir. Genel olarak sınanan kişilerin geçti-kaldı veya başarılı-başarısız olarak ölçüm kriteri olarak uygulanmıştır ancak bu duruma itiraz edilmiştir. Çünkü insanlar bilgi ve yetenek olarak ikili boyutta değil belirli kriter puanlar dikkate alınarak zayıf, orta, iyi, çok iyi şeklinde sınıflandırılabilir ve bu derece sayısı araştırmacı tarafından ihtiyaca göre belirlenebilmektedir. Ancak öğrenci başarılarının gruplandırılmasında çoğunlukla üçlü veya dörtlü sınıflama aralıkları kullanılmaktadır. Çünkü bireyler geçti-kaldı gibi kırılma noktaları yerine derecelendirilmiş bir ölçek üzerinde sıralanırsa daha gerçekçi bir değerlendirmenin yapılmış olacağı belirtilmiştir. Öğrencilere yönelik hazırlanan kriter referanslı testlerde bir konunun iyi öğrenip öğrenilmediğini sorgulamak için en az altı soru sorulmalıdır. Sadece üç veya dört soruyla öğrencinin kesim puanını aşıp aşmadığına veya konu içerisinde yeterli düzeyde olup olmadığına karar vermek sağlıklı değerlendirme şartlarını sağlamamaktadır. Belirlenen kesim puanlarının personeller/gözlemciler tarafından gerçekten “yeterlilik” sınır düzeyi olarak algılanmasının önemi vurgulanmıştır. Bu puanların düşük tutulması veya gereğinden çok daha yüksek belirlenmesi personeller/gözlemciler tarafından normal karşılanmamaktadır. Belirlenecek eşik puanı başarılı personelin beklentilerine uygun olmalı ve yeterlilik düzeyi açısından makul karşılanmalıdır. “Yeterlilik” sözcüğü ile anlatılmak isteneni iyi algılamak gerekmektedir. İngiltere’de “Meslekî Nitelikler Çalışma Grubu” (1986) yeterliliği (competence) “kişilerin ne bildikleriyle ilgili değil, ne yapabildikleriyle ilgili bir kavram” şeklinde tanımlamışlardır. Bu tanımda belirli süre içinde kişinin ne yapabileceği üzerine odaklanılır. Bu gruba göre, yeterlilikte önemli olan sonuçlardır (Şencan, 2005).

Van Hiele modelinin uygulanmasının başlangıcından itibaren de araştırmacılar öğrencilerin akıl yürütme düzeyini belirlemek için kullanılacak değerlendirme araçları oluşturma gereğini hissetmişlerdir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Bu gereklilik iki sorunun cevaplanması gerekliliğini ortaya çıkartmıştır: “Ne tür testler kullanılmalıdır?” ve “Öğrencilerin cevapları nasıl değerlendirilmelidir?”.

Zaman içinde sorulara farklı cevaplar verilmiştir. Her bir öğenin belirli bir akıl yürütme düzeyini değerlendirmeyi amaçladığı çoktan seçmeli testi tasarlayan Usiskin (1982) tarafından erken bir girişimde bulunulmuştur. Kriter referanslı testler için itiraz edilen özellikleri içeren bir yapıda olan “van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Testi” yine de günümüzde de en çok kullanılan test konumundadır. Bu testte cevaplar doğru veya yanlış olarak işaretlenmiştir ve öğrenciler her bir seviyedeki doğru cevapların sayısına bağlı olarak bir van Hiele seviyesine atanmıştır. Birkaç yıl sonra, Burger ve Shaughnessy (1986) bir dizi probleme ve yarı yapılandırılmış diyaloglara dayanan bir klinik görüşme testi oluşturarak farklı bir bakış açısıyla çalışmıştır. Her problem için, her öğrencinin cevabı analiz edilmiş ve cevapta kanıtlanan baskın seviye temelinde bir van Hiele seviyesi atanmıştır. Son olarak, bir öğrencinin cevap kümesine atanan seviyelerden, öğrenciye genel bir van Hiele seviyesi atanmıştır. Diğer araştırmacılar bu ikisi arasındaki pozisyonları benimsemişlerdir. Çoğu kişi, klinik röportajın van Hiele seviyelerini değerlendirmenin en doğru yolu olduğunu kabul etmişlerdir, çünkü öğrencinin akıl yürütme yöntemi hakkında diğer prosedürlerden daha fazla bilgi sağlamaktadır. Ancak, bu uygulanan prosedür zaman alıcı olduğu için birçok öğrencinin test edilmesi gerektiğinde mümkün olmamıştır. Diğer yandan, birçok kişiye kısa sürede uygulanabilir olmaları ve puanlamanın bir bilgisayar tarafından yapılabilmesi nedeniyle, çoktan seçmeli testlerin etkili olduğu belirtilmiş, ancak geçerli ve güvenilir olmaktan uzak oldukları da ayrıca vurgulanmıştır (Gutiérrez ve Jaime, 1998).

Literatür incelendiğinde matematik okuryazarlık sorularıyla van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçebilecek her hangi bir testin olmadığı görülmüştür. Bu nedenlerle MOGDT’nin geliştirilmesine gerek duyulmuştur. Ayrıca araştırmanın nitel süreci için ise yarı yapılandırılmış görüşme formu geliştirilmiştir.

**3.3.1. Veri Toplama Aracının Geliştirilmesi:** Altun (2020), Matematik okuryazarlığı el kitabında şunları belirtmiştir, matematik okuryazarlığı sorularını yazmanın belirli başlangıç ve çıkış noktası olacak adımları uygulamayı gerektirdiğini belirtmiştir. Bu adımlar; dil ile ilgili olan hususlar, ders kitaplarında bulunan problemlere karşı çıkış, matematik okuryazarlığı ile ilgili temel kavramların göz önünde tutulması ve günlük yaşamdaki fırsatları değerlendirmek şeklinde belirtilmiştir. Okulda öğretilen matematik ile yaşam arasındaki uyumsuzluğu önlemek için ölçme ve değerlendirme eylemlerinin de yaşamsal soruları içermesi gerekliliği ortaya çıkmıştır. Yaşamsallıktan kastedilen yaşanan ya da yaşanılabilir olan olaylardır. Literatürde beceri temelli, yaşam temelli, yeni nesil soru olarak geçen matematik okuryazarlığı soruları yazmanın bazı zorlukları vardır ve çoğu zaman belirli bir bağlamı oluşturmak ve matematiksel modelde temsil edilebilme alanı yaratmak uzun ve yorucu bir süreçtir. Soru bağlamlarının gereksiz cümlelerle şişirilmemesi gerektiği belirtilmiştir. Öğrencilerin bir soru için "niçin çözmeliyim?" gibi verdiği tepkiler bağlam ile ilgili düşünce geliştirmeyi soru yazıcılar için açığa çıkarabilmektedir. Altun (2020) ayrıca soruları yazarken matematik okuryazarlığı ile ilgili temel kavramlar ve süreçlere dikkat edilmesi gerekliliğini vurgulamıştır. Matematiğin dört temel amacı vardır bunlar; problem çözme becerisi, muhakeme etme ve argüman üretme, iletişim için matematiğin kullanımı ve matematiğe karşı değer duygusu oluşturmaktır. Bu amaçlardan matematiğe karşı değer duygusu oluşturma ifadesinin doğrudan bir sorunun konusu olmadığı belirtilmiştir ancak sorunun nasıl olması gerektiğine açıklama getiren bir amaç olduğu vurgulanmıştır. Bu duruma emsal olarak geleneksel sistemde 15 geometrik şekilde açıların hesabının istenmesi, matematiği sıkıcı, zorlayıcı günlük hayatla bağlantısı olmayan bir ders olarak göstermektedir. Bu soruların çözümlerinin ne işe yarayacağı belli değildir. Matematiğe karşı değer duygusunun geliştirilmesi için sorunun bir ihtiyaca yönelik olması gerekliliği belirtilmiştir. Matematiksel yeterlikler de soru yazmak için çok güçlü çıkış noktalarındandır. Bazı zamanlarda bir soru farklı yeterlilikleri ölçer nitelikte olabilmektedir. Süreç becerileri, soru yazma aşamasında baz alınması gereken bir diğer öncül olmuştur. Matematiksel süreç becerileri, formüle etme, uygulama ve yorumlama-değerlendirme aşamalarından oluşmaktadır.

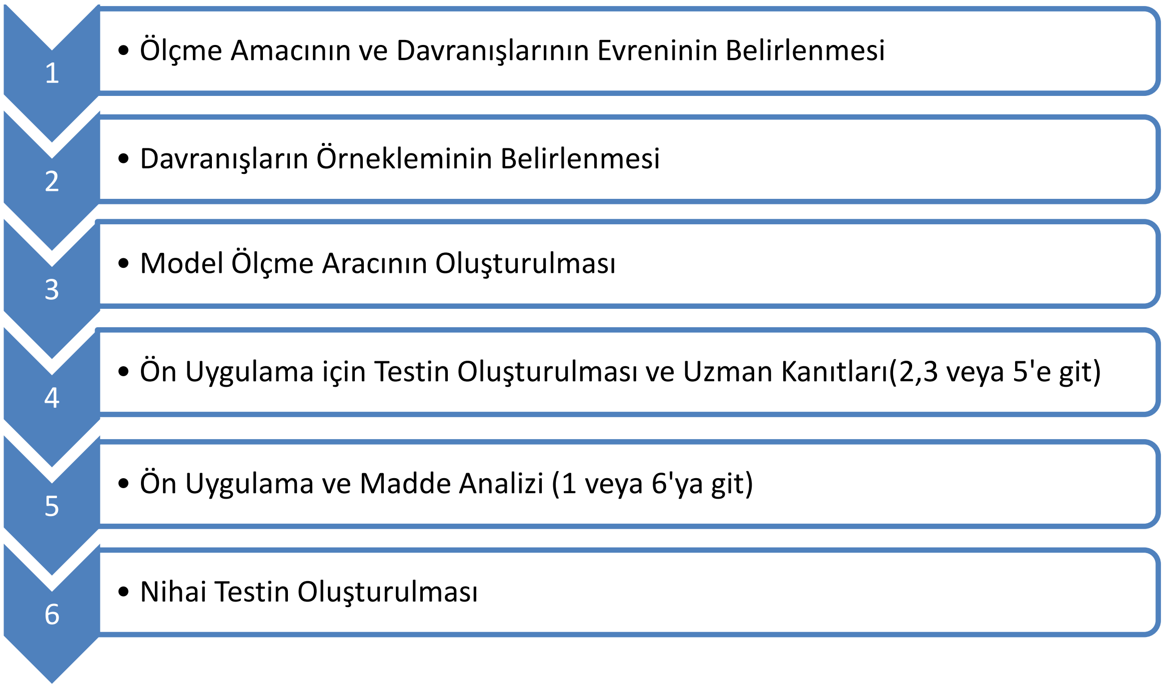
Soru yazarları için belki de en önemli durum bakış açısı farklılıklarıdır. Her bireyin hayatı yaşama şekli aynı değildir. Bir matematikçinin karşılaştığı güncel olayları yorumlaması bir edebiyatçıdan farklıdır. Özellikle matematik okuryazarlığı sorusu yazmak isteyen matematikçilerin alışveriş yaparken, televizyon izlerken, otoparkta aracını park ederken veya mimari bir yapıya bakarken bir soru akıllarına gelebilir. Bu durumların her birisi günlük hayatta karşımıza çıkan soru yazma fırsatlarından yararlanılması gerektiğini anlatmaktadır (Altun, 2020).

***3.3.1.1. Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testi (MOGDT):*** Araştırmanın amacı gereği, van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için "Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testi" geliştirilmiştir. Geliştirilen test doğası gereği kriter referanslı testtir.

Tan (2021)'e göre ölçme aracı geliştirilirken uygulanan adımlar aşağıdaki Şekil 3'te sunulmuştur.

**Şekil 3**

*Ölçme aracı geliştirilirken uygulanan adımlar*




Bu çalışmada şekildeki basamaklar takip edilerek ilk basamaktaki ölçme amacının ve davranışlarının evreni belirlenmiş sonraki adımda davranışların örneklemi, kapsam geçerliliğini mümkün olduğunca yüksek tutacak şekilde seçilmiştir. Üçüncü adımda model ölçme aracı oluşturulmuş ve sonrasında ön uygulama için testin oluşturulması ve uzman kanıtı aşaması geçilerek öğrencilere test uygulanmış ardından madde analizleri yapılarak nihai test oluşturulmuştur.

***3.3.1.2. Ölçme Amacının ve Davranışlarının Belirlenmesi:*** Şekil 3'te görüldüğü üzere geçerli ve güvenilir ölçme aracı geliştirmek için ilk aşama testin amacının, ölçeceği davranışların evrenini belirlemektir. Amaç belirlendikten sonraki adımda testin kendi amacına uygun olarak neyin hangi ayrıntıda ölçüleceğinin yani davranış evreninin belirlenmesidir. Test geliştirilirken ölçülecek niteliklerin tanımlanması oluşturulacak olan testin kalitesini çok açık bir şekilde etkilemekte ve ölçme işleminin diğer aşamalarını doğrudan etkilemektedir (Tan, 2021).

Ölçmenin amacı, van Hiele geometrik düşünme düzeylerini matematik okuryazarlık soruları ile belirlemektir. Davranışlar evreni ise Fuys ve diğerleri (1988)'in çalışmalarında her bir düzeye ait olması gereken davranışlara göre oluşturulmuştur. Bu davranışlar (kazanımlar) Tablo 3'te belirtilmiştir.

**Tablo 3**

*Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine ait göstergeler*

| Düzeyler | Göstergeleri |
|---|---|
| Düzey 1 (Görsel Düzey) | Basit çizimler içerisinde verilen bir şekli, şeklin bütününe göre tanır. |
| | Farklı pozisyonlardaki şekli, şeklin bütününe göre tanır.<br>Kompleks şekiller içerisinden, şekli bütününe göre tanır.<br>Bir şekli çizer, kopyalar veya oluşturur. |
| | Geometrik şekilleri standart olan veya olmayan isimlerle adlandırabilir. |
| | Belirlenen şekli görünüşüne göre diğer şekillerin arasından seçebilir. |
| | Verilen şeklin görünüşüne göre tanımlamasını yapabilir. |
| | Şeklin özelliklerini içermeyen problemleri çözebilir. |
| | Şeklin parçalarını tanımakla birlikte bu parçalara göre şekli analiz edemez. |
| | Şeklin vasıflarını sınıflandırma yapmak için kullanamaz. |
| | Şekillerin genellemesini ve gruplandırılmasını yapamaz. |
| Düzey 2 (Betimsel Düzey) | Parçalar ile şekiller arasındaki ilişkiyi tanıyabilir. |
| | Parçalar ve ilişkisi olan şekiller ile ilgili uygun kelimeleri (köşegenler birbirini ortalar vb.) kullanabilir. |
| | Şekilleri parçalarının sahip olduğu vasıflara göre karşılaştırır. |
| | Şekilleri vasıflarına göre seçebilir. |
| | Şekli parçalarının vasıflarına göre yorumlar ve açıklar ayrıca çizebilir. |
| | Şeklin vasıflarını çeşitli etkinliklerle deneyimleyerek bunun sonucunda bu vasıfları belirli bir şekiller grubuna genelleyebilir. |

| | |
|---|---|
| | Şeklin hangi gruba dahil olduğunu şeklin vasıflarını kullanarak belirleyebilir ve bu şekli vasıflarına göre hangi şekil olduğunu belirleyebilir.<br><br>Şekil gruplarının belirlenmesinde parçalarının hangi vasıflarını kullanacağını bilir ve diğer şekil gruplarına genelleyebilir.<br><br>Farklı iki şeklin vasıflarını keşfedebilir.<br><br>Şekillerin parçalarının vasıflarını kullanır, formüle eder ve ilgili dili kullanabilir. Geometrik şekilleri genellerken, "her", "hiçbir" "bütün" gibi kelimeleri kullanabilir.<br><br>Bir şeklin farklı vasıflarının birbiri ile ilişkisini açıklayamaz.<br><br>Formal tanımlamaları formüle edip kullanamaz.<br>Bir takım özellikler listesinden bazılarını seçerek alt sınıfları açıklayabilir.<br><br>Deneysel olarak elde ettiği sonuçları genellemek için formal bir ispata ihtiyaç duymaz ya da ilgili dili (çünkü eğer öyleyse vb.) kullanır. |
| Düzey 3 (Basit Çıkarım Düzeyi) | Bazı geometrik vasıfları bir geometrik şekiller sınıfını tanımlamak için kullanabilir ve bu özelliklerin yeterli olup olmadığını test edebilir.<br><br>Bir geometrik şekli tanımlamak için gerekli en az özellikleri belirleyebilir.<br><br>Bir şekiller sınıfı için tanımlamaları ve formülleri kullanabilir.<br><br>Formal olmayan önermeler ifade eder.<br><br>Verilen bilgiden bir sonuç çıkarır, mantıksal ilişkileri kullanarak çıkarımını doğrulayabilir. Buna bağlı olarak geometrik şekilleri sıralayabilir ve şekillerin vasıflarını belirten liste içerisinden aynı anlama gelenleri belirleyebilir.<br><br>Bir ispatı takip edebilir ve adımlar hakkında önerilerde bulunabilir. Bir ispatı kendi cümleleri ile ifade edebilir ve özetleyebilir.<br><br>Bir şeyi ispatlamak için birden fazla açıklama yapar ve diyagram kullanarak bunu doğrulamaya çalışır.<br><br>İnformal olarak bir önerme ile tersi arasındaki farkı anlayabilir. |

| | |
|---|---|
| | Problem çözümlerinde stratejiler ve muhakeme kullanabilir.<br><br>Tümdengelimsel ifadeleri anlayabilir ve problemlere bu düşünme yoluyla yaklaşabilir.<br><br>Tümdengelimin anlamını aksiyomatik olarak kavrayamaz. (Postülatların ve ön önermelerin gereğini göremez)<br><br>Mantıksal olarak bir ifade ile onun tersi arasındaki farkı kavrayamaz. |
| Düzey 4 (Çıkarım Düzeyi) | Tanımsız terimler, tanımlar ve postülatların gerekliliğini anlar.<br><br>Bir formal tanımın vasıflarını belirleyebilir veya bir tanımın eş değerini ifade edebilir.<br><br>İkinci düzeyde belirlediği ilişkileri aksiyomatik bir şekilde ispatlayabilir.<br>Bir teoremle tersi arasındaki ilişkiyi belirleyip her ikisini de ispatlayabilir.<br><br>Bir teoremin farklı ispatlarını karşılaştırabilir, farklılıklarını açıklayabilir.<br><br>Bir tanımı veya postülatı değiştirmenin teoremde meydana getireceği değişimi belirleyebilir.<br><br>Farklı teoremlerin hangi şartlar altında birleştirilebileceğine karar verebilir. |
| Düzey 5 (Sistematik Düşünme Düzeyi) | Aksiyomatik sistemleri karşılaştırabilir. Örneğin, Öklid geometrisi ile Öklid dışı geometriler gibi sistemleri kıyaslayabilir.<br><br>Bir aksiyomun bağımsızlığını, yeterliğini, başka bir aksiyoma eşliğini anlayabilir.<br><br>Bir matematiksel teoremin ve prensibin uygulanabileceği bir alan arayabilir.<br><br>Farklı aksiyomatik sistemlerde teoremler üretebilir. |

***3.3.1.3. Davranışların Örnekleminin Belirlenmesi:*** Ölçme aracındaki kapsam geçerliliğini de etkileyen bu aşamada geliştirilen testteki davranış örnekleminin her bir van Hiele düzeyindeki davranış evrenini temsil edebilmesi amaçlanmıştır. Aşağıda Tablo 4'te tüm düzeylerdeki davranış örneklemi belirtilmiştir.

**Tablo 4**

*Ölçme aracının van Hiele geometrik düşünme düzeylerine ait göstergelerdeki davranış örneklemi*

| Düzeyler | Davranış Örneklemi |
|---|---|
| Düzey 1 (Görsel Düzey) | Basit çizimler içerisinde verilen bir şekli, şeklin bütününe göre tanır. |
| | Farklı pozisyonlardaki şekli, şeklin bütününe göre tanır. |
| | Kompleks şekiller içerisinden, şekli bütününe göre tanır. |
| | Bir şekli çizer, kopyalar veya oluşturur. |
| | Geometrik şekilleri standart olan veya olmayan isimlerle adlandırabilir. |
| | Belirlenen şekli görünüşüne göre diğer şekillerin arasından seçebilir. |
| | Verilen şeklin görünüşüne göre tanımlamasını yapabilir. |
| | Şeklin özelliklerini içermeyen problemleri çözebilir. |
| Düzey 2 (Betimsel Düzey) | Parçalar ile şekiller arasındaki ilişkiyi tanıyabilir. |
| | Parçalar ve ilişkisi olan şekiller ile ilgili uygun kelimeleri (köşegenler birbirini ortalar vb.) kullanabilir. |
| | Şekilleri parçalarının sahip olduğu vasıflara göre karşılaştırır. |
| | Şekilleri vasıflarına göre seçebilir. |
| | Şekli parçalarının vasıflarına göre yorumlar ve açıklar ayrıca çizebilir. |
| | Şeklin vasıflarını çeşitli etkinliklerle deneyimleyerek bunun sonunca bu vasıfları belirli bir şekiller grubuna genelleyebilir. |
| | Şeklin hangi gruba dahil olduğunu şeklin vasıflarını kullanarak belirleyebilir ve bu şekli vasıflarına göre hangi şekil olduğunu belirleyebilir. |
| | Şekil gruplarının belirlenmesinde parçalarının hangi vasıflarını kullanacağını bilir ve diğer şekil gruplarına genelleyebilir. |
| | Farklı iki şeklin vasıflarını keşfedebilir. |
| | Şekillerin parçalarının vasıflarını kullanır, formüle eder ve ilgili dili kullanabilir. Geometrik şekilleri genellerken, “her”, “hiçbir” “bütün” gibi kelimeleri kullanabilir. |

| | |
|---|---|
| Düzey 3 (Basit Çıkarım Düzeyi) | Bazı geometrik vasıfları bir geometrik şekiller sınıfını tanımlamak için kullanabilir ve bu özelliklerin yeterli olup olmadığını test edebilir.<br><br>Bir geometrik şekli tanımlamak için gerekli en az özellikleri belirleyebilir.<br><br>Bir şekiller sınıfı için tanımlamaları ve formülleri kullanabilir.<br><br>Formal olmayan önermeler ifade eder.<br><br>Verilen bilgiden bir sonuç çıkarır, mantıksal ilişkileri kullanarak çıkarımını doğrulayabilir. Buna bağlı olarak geometrik şekilleri sıralayabilir ve şekillerin vasıflarını belirten liste içerisinden aynı anlama gelenleri belirleyebilir.<br><br>Bir ispatı takip edebilir ve adımlar hakkında önerilerde bulunabilir. Bir ispatı kendi cümleleri ile ifade edebilir ve özetleyebilir.<br><br>Bir şeyi ispatlamak için birden fazla açıklama yapar ve diyagram kullanarak bunu doğrulamaya çalışır.<br><br>İnformal olarak bir önerme ile tersi arasındaki farkı anlayabilir.<br><br>Problem çözümlerinde stratejiler ve muhakeme kullanabilir.<br><br>Tümdengelimsel ifadeleri anlayabilir ve problemlere bu düşünme yoluyla yaklaşabilir. |
| Düzey 4 (Çıkarım Düzeyi) | Tanımsız terimler, tanımlar ve postülatların gerekliliğini anlar.<br><br>Bir formal tanımın vasıflarını belirleyebilir veya bir tanımın eş değerini ifade edebilir.<br><br>İkinci düzeyde belirlediği ilişkileri aksiyomatik bir şekilde ispatlayabilir.<br><br>Bir teoremle tersi arasındaki ilişkiyi belirleyip her ikisini de ispatlayabilir.<br><br>Bir teoremin farklı ispatlarını karşılaştırabilir, farklılıklarını açıklayabilir.<br><br>Bir tanımı veya postülatı değiştirmenin teoremde meydana getireceği değişimi belirleyebilir.<br><br>Farklı teoremlerin hangi şartlar altında birleştirilebileceğine karar verebilir. |

| | |
|---|---|
| Düzey 5 (Sistematik Düşünme Düzeyi) | Aksiyomatik sistemleri karşılaştırabilir. Örneğin, Öklid geometrisi ile Öklid dışı geometriler gibi sistemleri kıyaslayabilir.<br><br>Bir aksiyomun bağımsızlığını, yeterliğini, başka bir aksiyoma eşliğini anlayabilir.<br><br>Bir matematiksel teoremin ve prensibin uygulanabileceği bir alan arayabilir.<br><br>Farklı aksiyomatik sistemlerde teoremler üretebilir. |

Davranış evreni ve davranış örneklemi tabloları incelendiğinde düzeylerde görülmesi beklenmeyen davranışlar haricinde tüm davranış evrenini kapsadığı görülmektedir ki kriter referanslı testlerde ölçüm alanı yeterli miktarda soru çıkarmaya uygun olarak oldukça dar ve kendine özgüdür. Bilim insanları geniş bir alanı kapsayan kriter referanslı test oluşturmak isterse, bunun için her bir alt konuyu yeterince temsil edecek çok sayıda sorudan oluşan bir test bataryası hazırlamak durumundadır (Şencan, 2005).

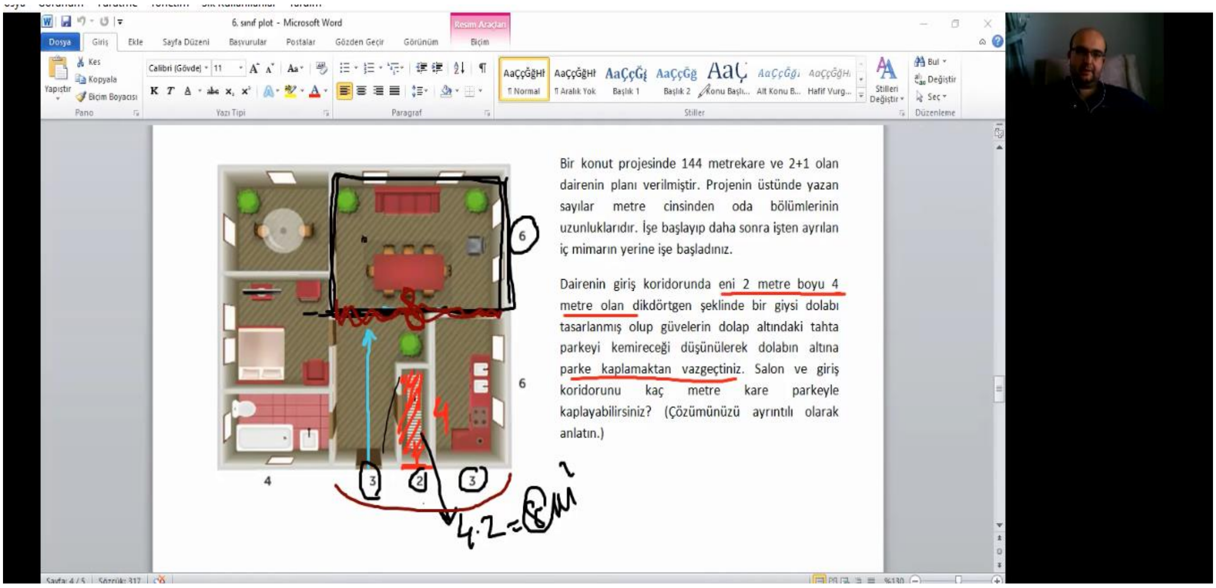
***3.3.1.4. Model Ölçme Aracının Oluşturulması:*** Bu çalışmada matematik okuryazarlığı sorularıyla bağlamsal bir temel üzerinden yola çıkarak öğrencilerin geometrik seviye düzeylerini açık uçlu sorular çoğunlukta olmak üzere Doğru-Yanlış sorularına da yer vererek belirlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca gerçek hayatta karşımıza çıkacak karşılıklı konuşma diyaloglarına da yer verilmiştir. Açık uçlu sorular çoğunluktadır, çünkü öğrencilerin kavramları anlayıp anlamadığı, düzey içerisinde verdiği cevapların düzeylere uygunluk gösterip göstermediğinin değerlendirilmesinin aynı anda sağlanması ve matematik okuryazarlık süreç becerilerinin ölçülebilmesi hedeflenmiştir. Güvenirliğin sağlanması için doğru cevabın bulunmasında şans faktörünün kaldırılması amacıyla da açık uçlu sorular kullanılmıştır. Ayrıca Fuys ve diğerleri (1988), çalışmalarında bazı düzeylerdeki becerilerin çizim yeteneği ile ilgili olduğunu veya daha üst düzey bilişsel yeteneklerden ispat yapabilme ve yapılan ispatı açıklayabilme özelliklerinin belirli düzeylerde olması gerektiğini belirtmişlerdir. Bu sebepten, sorulardan birçoğunun çizimlerle desteklenmesine, gerek soru içerisinde gerekse sorunun cevabında geometrinin doğası gereği çizimlerin kullanılması gerekliliği açıktır. Çizimler; alternatif kavramları belirlemekte, öğrenme ve öğretme süreci hakkında faydalı bilgiler vermekte, bununla birlikte diğer değerlendirme yöntemleriyle zor olabilecek yaratıcı ifadeler için açık uçlu anlamlar sağlamaktadırlar (Köse, 2008). Schoevers ve diğerleri (2022) de çalışmalarında belirli yeterlilikleri çoktan seçmeli test ile ölçmenin öğrencileri ayırt edemediğini vurgulamıştır. Öğrencilerin özel olarak bir düzey içerisinde yorumlaması gereken durumu, düzeyin becerilerini gösterir şekilde anlayıp anlamadığının belirlenebilmesi için doğru yanlış sorularıda eklenmiştir. Matematik okuryazarlığı soruları doğası gereği çoktan seçmeli sorulara çok da uygun değildir. Schoevers ve diğerleri (2022) öğrencilerin problem çözme süreçlerini ve soru içerisindeki yaratıcılıklarının daha iyi ortaya çıkartılması için açık uçlu soruların önemi belirtmişlerdir. Ancak ölçme ve değerlendirme sürecinde kolaylık sağlaması açısından ülkemizde uygulanan öğrencileri seçme ve yerleştirme sınavlarında zorunlu olarak çoktan seçmeli sorular tercih edilmektedir.

Veri toplama aracı geliştirilirken hayatın akışı içerisinde ve günlük olaylardan çıkarımda bulunularak şekil ve uzay konu alanıyla ilgili okuryazarlık soruları için bağlamlar oluşturulmuştur.

Sorular hazırlanırken Covid-19 pandemisi dünyada olduğu gibi ülkemizi de etkilemiştir. Uzaktan eğitim süreciyle sürdürülmekte olduğundan araştırmacı tarafından hazırlanan ilk soruların deneme süreci Zoom vb. programlarla öğrencilere ulaşılarak uygulanmaya çalışılmıştır. Her bir öğrenciyle teker teker soruların tartışılması nitel olarak gerçekleştirilmiş ve bu durum birebir öğrencilerle görüşme yapılmasını sağlamıştır ve okulda yapılacak görüşmelerde zamanın kısıtlı oluşunun da önüne geçerek daha rahat bir görüşme ortamı oluşturmuştur. Bu duruma ilişkin bir görüntü Resim 1'de sunulmuştur.

**Resim 1**

*İnternet aracılığıyla öğrencilerle yapılan görüşmelerden bir kesit*




Soru yazma ve geliştirme aşamasının ilk aşamalarından internet ve Zoom programlarıyla öğrencilerle görüşme ortamı sağlanması, yazılacak soruların nasıl olması gerekliliği hakkında araştırmacıya oldukça yardımcı olmuştur. Dört farklı ortaokul öğrencisiyle gerçekleştirilen bu görüşmeler öğrencilerin matematik okuryazarlığı sorularına bakış açıları ve soruların dil açısından değerlendirilmesi hususunda araştırmacıya katkı sağlamıştır. Ancak bu soru yazma aşamasındaki ilk yazılan sorular, düzey belirleme için yetersiz görülmüş ve geliştirilen teste alınmamıştır.

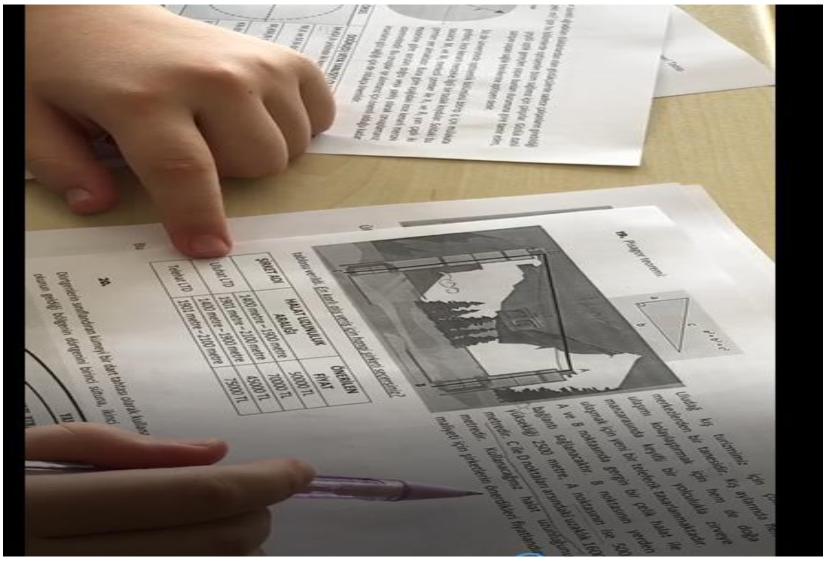
Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla geliştirilecek sorular için MEB (2018) matematik öğretim planlarındaki kazanımlar ayrıntılı olarak incelenmiştir. Fuys ve diğerleri (1988)'nin, çalışmalarında belirledikleri van Hiele geometrik düşünme düzeyleri becerileri özellikle baz alınmıştır. Her bir van Hiele geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin göstermesi gereken beceriler değerlendirilmiştir. Usiskin (1982) tarafından oluşturulmuş düzey belirleme testi incelenmiş ve Duatepe tarafından Türkçe'ye uyarlanmış Usiskin'in bu düzey belirleme sorularının, MEB matematik öğretimi programlarındaki hangi geometri kazanımlarını içerdiği ayrıntılı olarak incelenmiştir. Hangi sınıf seviyelerinde soruların hazırlandığı ve düzey seviyeleri için oluşturulan soruların hangi sınıf seviyesindeki kazanımları içerdiği belirlenmiştir. Kaç soru ile düzeylerin ölçülebileceği ile ilgili uzman görüşü alınmıştır.

***3.3.1.5. Ön Uygulama için Testin Oluşturulması ve Uzman Kanıları:*** Her bir düzey için şekil ve uzay konu alanı ile ilgili matematik okuryazarlığı soruları, araştırmacının günlük hayatındaki bakış açıları ve günlük hayattaki fırsatları değerlendirmesi ile van Hiele geometrik düşünme düzeylerine uygun olacak okuryazarlık soruları düzeylere göre hazırlanmıştır. Bu süreçte PISA ve TIMSS sınav soruları ayrıntılı olarak incelenmiştir. Ancak yazılan soruların van Hiele düzeylerini ölçmek için yeterli olmadığı görülmüştür.

Sorular hazırlandıktan sonra matematik okuryazarlığına uygun olup olmadığı Özgen (2021)'nin, Matematik okuryazarlığına yönelik soru tasarımında kontrol listesi, adlı çalışmasında oluşturduğu kontrol listesi referans alınarak matematik okuryazarlığına uygun olup olmadığı kontrol edilmiştir. Hazırlanan sorular çözüm aşamasında iken soruların anlaşılırlıklarının belirlenmesi için 6 öğrenciye okutulmuş bunlardan birer tanesi ilkokul, ortaokul, matematik eğitimi yüksek lisans, üçü ise lise öğrencisidir. Ortaokul öğrencisi ile bu çalışma yapılırken kaydedilen görüntülerden kesitler Resim 2 ve Resim 3'te sunulmuştur.

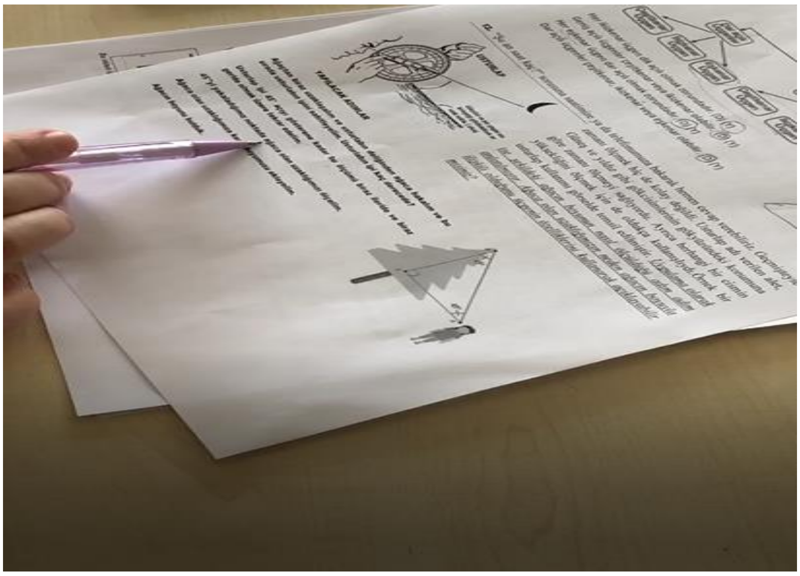
**Resim 2**

*Bir ortaokul öğrencisiyle hazırlanan soruların incelenmesi ile ilgili bir kesit*



**Resim 3**

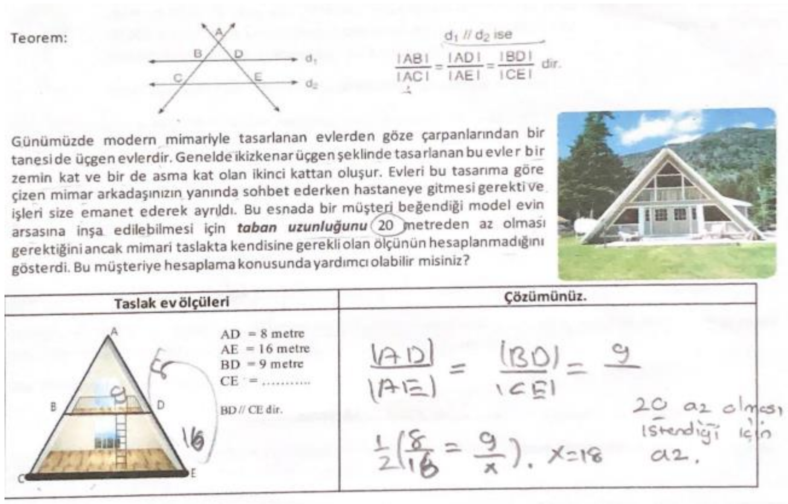
*Bir ortaokul öğrencisiyle hazırlanan soruların incelenmesi ile ilgili farklı bir kesit*



Bu çalışma öğrencilerle birebir olarak gerçekleştirilmiştir ve öğrencilerden soru içerisinde anlayamadıkları yer varsa belirtmeleri istenmiştir. Soru çözümünde ise serbest bırakılmışlar ve aynı zamanda verilecek muhtemel cevaplar konusunda da araştırmacıya aydınlatıcı dönütler sağlamışlardır. Lise öğrencileriyle yapılan bu süreçteki çalışmaya örnek kesit Şekil 4'te verilmiştir.

**Şekil 4**

*Bir lise öğrencisi ile yapılan çalışmadaki sorunun öğrenci tarafından yapılan çözümü*


Teorem:

$d_1 // d_2$ ise $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|AD|}{|AE|} = \frac{|BD|}{|CE|}$ dir.

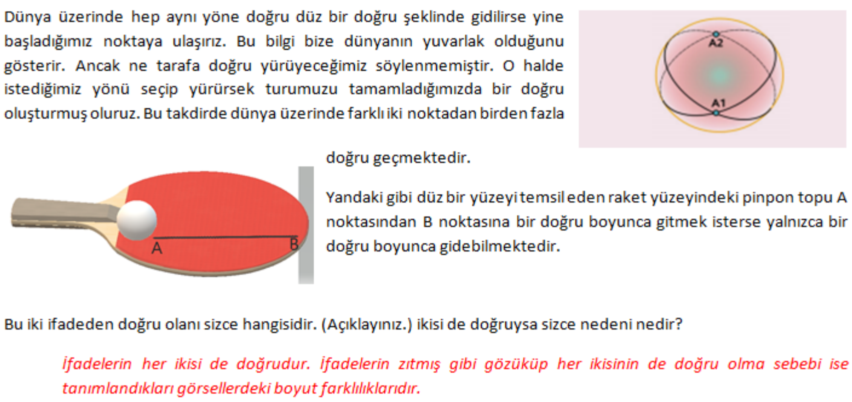
Günümüzde modern mimariyle tasarlanan evlerden göze çarpanlarından bir tanesi de üçgen evlerdir. Genelde ikizkenar üçgen şeklinde tasarlanan bu evler bir zemin kat ve bir de asma kat olan ikinci kattan oluşur. Evleri bu tasarıma göre çizen mimar arkadaşınızın yanında sohbet ederken hastaneye gitmesi gerekti ve işleri size emanet ederek ayrıldı. Bu esnada bir müşteri beğendiği model evin arsasına inşa edilebilmesi için ***taban uzunluğunu*** 20 metreden az olması gerektiğini ancak mimari taslakta kendisine gerekli olan ölçünün hesaplanmadığını gösterdi. Bu müşteriye hesaplama konusunda yardımcı olabilir misiniz?

| Taslak ev ölçüleri | Çözümünüz. |
|---|---|
| AD = 8 metre<br>AE = 16 metre<br>BD = 9 metre<br>CE = ..........<br>BD // CE dir. | $\frac{|AD|}{|AE|} = \frac{|BD|}{|CE|} = \frac{9}{\ }$<br>$\frac{1}{2}\left(\frac{8}{16} = \frac{9}{x}\right).\ x=18$<br>20 az olması istendiği için az. |

Dil ile ilgili anlatım sorunlarının olup olmadığını araştırmak için matematik okuryazarlık soruları yazma eğitimlerinde görev almakta olan matematik eğitimi yüksek lisans öğrencisi tarafından soruları cevaplaması istenmiştir. Vermiş olduğu cevaplardan çalışmanın uygulama aşamasında toplanacak verilerin puanlama rubriğinin oluşturmak için de yararlanılmıştır. Ayrıca soruların anlaşılırlığı ile ilgili nasıl değişiklikler yapılabileceği konusunda görüşleri alınmıştır. Dil ile ilgili unsurlar için, soruda bağlam için gerekli olan cümleler haricinden soruyu uzatan cümleler belirlenmiş ve düzeltme yapılması gereken yerler için görüş alışverişi sağlamıştır. Aşağıda Şekil 5 ve Şekil 6 bu çalışmanın bir farklı kesitlerini yansıtmaktadır.

**Şekil 5**

*Matematik eğitimi yüksek lisans öğrencisi ile yapılan çalışmadaki sorunun yapılan çözümü*


Dünya üzerinde hep aynı yöne doğru düz bir doğru şeklinde gidilirse yine başladığımız noktaya ulaşırız. Bu bilgi bize dünyanın yuvarlak olduğunu gösterir. Ancak ne tarafa doğru yürüyeceğimiz söylenmemiştir. O halde istediğimiz yönü seçip yürürsek turumuzu tamamladığımızda bir doğru oluşturmuş oluruz. Bu takdirde dünya üzerinde farklı iki noktadan birden fazla doğru geçmektedir.

Yandaki gibi düz bir yüzeyi temsil eden raket yüzeyindeki pinpon topu A noktasından B noktasına bir doğru boyunca gitmek isterse yalnızca bir doğru boyunca gidebilmektedir.

Bu iki ifadeden doğru olanı sizce hangisidir. (Açıklayınız.) ikisi de doğruysa sizce nedeni nedir?

*İfadelerin her ikisi de doğrudur. İfadelerin zıtmış gibi gözüküp her ikisinin de doğru olma sebebi ise tanımlandıkları görsellerdeki boyut farklılıklarıdır.*

**Şekil 6**

*Matematik eğitimi yüksek lisans öğrencisi ile yapılan çalışmadaki farklı bir sorunun yapılan çözümü*

Yeni alınan dikdörtgen şeklindeki buzdolabı evin kapısından sığmadığı için kutusundan çıkartılmış ve şekil 1 deki durumundan şekil 2 deki durumuna getirilerek servis elemanları tarafından yerine götürülmeye çalışıyor. Bu sırada evin küçük kızı Hazal servis elemanlarını şikayet eder. "Anne yeni buzdolabının şeklini bozdular artık dikdörtgen değil!"

| | | |
|---|---|---|
|  |  | Sizde servis elemanlarının yanında çalışıyorsunuz. Bu suçlama karşısında Hazal'a geometrik olarak nasıl cevap verirsiniz? Servis elemanı abilerinizi kurtarabilir misiniz?<br>Hayır Hazalcım, buzdolabının sadece konumunu değiştirdik. Yoksa açıları hâlâ 90 derece, karşılıklı kenarları hâlâ eşit ve paralel. Yani buzdolabınız hâlâ dikdörtgen. |
| *Şekil 1* | *Şekil 2* | |

Kapsam geçerliliğinin belirlenmesi için oluşturulan matematik okuryazarlık sorularının MEB kazanımlarına uygunluğu, matematik okuryazarlık sorusu olabilme yeterlilikleri ve van Hiele düzeylerinden araştırmacının atadığı düzeyleri ölçebilirliği yönünden uygunlukları için üç alan uzmanına danışılmıştır. Bu süreçte araştırmacı tarafından yazılan soruların değerlendirilmesi ile ilgili alan uzmanlarına yönlendirilen uygunluk tablosundan bir kesit Şekil 7'de sunulmuştur.

**Şekil 7**

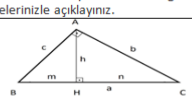
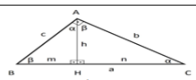
*Alan uzmanlarına yönlendirilen uygunluk tablosundan bir kesit*

| SORU | MEB KAZANIMI | DÜZEY GÖSTERGELERİ | MATEMEMATİK OKURYAZARLIĞI |
|---|---|---|---|
| 1)Trafik işaret ve işaretçilerinden olan levhalar bize şekilleriyle de bir şeyler anlatır. Bunun sebebi zihnimizde daha rahat kodlanması olabilir. Yapılması yasak olan ifadelerin yer aldığı trafik levhaları köşesi olmayan geometrik şekiller kullanılarak aşağıdaki gibi inşa edilmiştir.<br><br>(TT-9) MOTORLU BİSİKLET GİREMEZ (TT-10a) KAMYON GİREMEZ (TT-10b) OTOBÜS GİREMEZ<br>Trafikte bize bilgi veren aşağıdaki levhalar ise köşeli ve dörtkenarlı olarak tasarlanmıştır.<br><br>(B-36) GENÇLİK KAMPI (B-37) ÖNCELİĞİ OLAN YÖN (B-38) ANAYOL<br>Siz de trafik ekiplerine yardım için "YAYA GİREMEZ" anlamı taşıyan bir trafik levhası tasarı yarışmasına katıldınız. Nasıl bir tasarım yaparsınız. Çiziniz.<br>(Çözümünüzü açıklayınız) | *M.1.2.1.1.* Geometrik şekilleri köşe ve kenar sayılarına göre sınıflandırarak adlandırır.<br>**Uygundur(....)**<br>ç) Kare, dikdörtgen, üçgen ve çember modelleri oluşturulur.<br>**Uygundur(....)** | *1 Görsel Düzey:*<br>Bir şekli bütün olarak dış görünüşüne göre tanır.<br>**Uygundur(....)**<br>Şekilleri çizer ya da kopyalar.<br>**Uygundur(....)** | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br>**Uygundur(....)**<br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br>**Uygundur(....)**<br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br>**Uygundur(....)**<br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br>**Uygundur(....)**<br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br>**Uygundur(....)**<br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br>**Uygundur(....)** |

Alan uzmanları tarafından, araştırmacının oluşturduğu sorular değerlendirilmiş ve matematik okuryazarlık soruları ile geometrik düşünme düzeyleri belirleme testinin görünüş ve kapsam geçerliliği açısından uygun olduğunu belirtilmiştir. Yapılması önerilen düzeltmelerden sonra test 30 soru olarak son halini almıştır. Test içerisinde oluşturulan bazı sorular alt maddelerinde farklı van Hiele düzeylerini ölçmektedir. Bunun sebepleri arasında van Hiele geometrik düşünme düzeyleri teorisindeki düzeylerin belirlenmesi için geliştirilen testlerin tarihsel süreçleri ve geliştirilen ve bu zamana kadar uygulanması sonucunda farklı araştırmacılar tarafından açığa çıkartılan ve vurgulanan düzeylerin karmaşıklığı ve insan zihnindeki geometrik yapının tek bir düzeyde olup olmayacağı ile ilgili tartışmaları ile tutarlı olmuştur. Şekil 8'de farklı düzey becerilerini içeren bir soru ve bu sorunun hangi maddesinin farklı düzeyi belirttiğini göstermektedir.

**Şekil 8**

*Farklı düzey becerilerini içeren bir soru*

| | | | |
|---|---|---|---|
| **16)** Matematik olimpiyatlarındaki sorulara cevap anahtarı hazırlamak üzere görevlendirildiniz. Cevap kağıtlarını incelerken bir soruya iki farklı şekilde ispat yapıldığını gördünüz. Yapılan ispatları kendi cümlelerinizle ifade ederek son cevap anahtarını onaylayacaksınız.<br>Aşağıda bir soruya iki farklı öğrencinin verdiği ispatlar verilmiştir. Lütfen kendi cümlelerinizle açıklayınız.<br><br>1. İSPAT<br>Pisagor Teoremine göre;<br>ABH üçgeni için $h^2 + m^2 = c^2$<br>AHC üçgeni için $h^2 + n^2 = b^2$<br>ABC üçgeni için $b^2 + c^2 = a^2$'dir.<br>Yukarıda şekilde ayrıca $a = m + n$'dir.<br>$b^2 + c^2 = a^2$<br>$(h^2 + n^2) + (h^2 + m^2) = (m + n)^2$<br>$2.h^2 + n^2 + m^2 = m^2 + 2.m.n + n^2$<br>$2.h^2 + n^2 + m^2 - m^2 - n^2 = 2.m.n$<br>$2.h^2 = 2.m.n$<br>$h^2 = m.n$ olur.<br>**a)Kendi cümleleriniz ile ifade ediniz.**<br><br>2. İSPAT<br>Yukarıdaki şekildeki ABC, HBA ve HAC üçgeni Açı - Açı - Açı bakımından benzer üçgenlerdir.<br>HBA ~ HAC (A.A.A)<br>$\frac{h}{m} = \frac{n}{h}$ (İçler dışlar çarpımı yapalım)<br>$h.h = m.n$<br>$h^2 = m.n$ olur.<br>**b)Kendi cümlelerinizle ifade ediniz.**<br>****c)Her iki ispatın farklılıklarını açıklayabilir misiniz?**<br>**** işaretli soru düzey 4 mantıksal çıkarım seviyesindedir.** | M. 9.1.1.5. Tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını açıklar.<br>**Uygundur(….)** | 3 Mantıksal Çıkarım Öncesi Düzey:<br>(a) Bir ispatı takip edebilir ve adımlar hakkında önerilerde bulunabilir.<br>(b) Bir ispatı kendi cümleleri ile ifade edebilir ve özetleyebilir.<br>**Uygundur(….)**<br>**4 Mantıksal Çıkarım Düzeyi:**<br>**Bir teoremin farklı ispatlarını karşılaştırabilir, farklılıklarını açıklayabilir.<br>**Uygundur(….)** | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br>**Uygundur(….)**<br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br>**Uygundur(….)**<br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br>**Uygundur(….)**<br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br>**Uygundur(….)**<br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br>**Uygundur(….)**<br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br>**Uygundur(….)**<br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br>**Uygundur(….)**<br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br>**Uygundur(….)** |

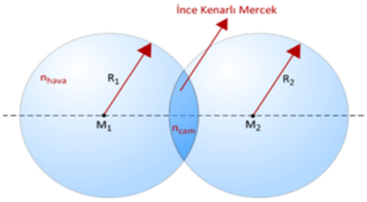
Bilgi düzeyi gerektiren sorular için Usiskin (1982)'in geliştirdiği testteki sorulardan ilham alınmış ve matematik okuryazarlığı sorusu olarak tekrar düzenlenmeye çalışılmıştır. Soru yazılırken soru yazarını en çok zorlayan süreçlerden bir tanesi de yazılan soruyu tekrar revize ederek belirli bir bağlama oturtup matematik okuryazarlığı sorusu olarak düzenlemektir. Özellikle uzay ve şekil konu alanı olan sorularda bu gerçekten zordur bu sürecin zorluğu şöyle anlatılabilir: Depremden etkilenmiş bir bina düşünün tekrar yıkmaktansa güçlendirme kararı alınmış olsun, binanın mimari planını ve mühendisliğini bilmiyorsunuz bunu bilmek için binadan beton örneği alınıp analizinin yapılması gereklidir ki binayı güçlendirme çalışmasına başlayabilelim. Daha önceden oluşturulmuş bir soruyu yazma sürecinde ilk önce soruyu yazanın ne sormaya çalıştığını ve soruyu hangi amaçla neyi ölçmeye çalışarak yazdığını anlamak gerekir ki soruyu bağlam ile güçlendirmeye çalışabilelim. Bunu binadan örnek almaya benzetilebiliriz. Soruyu analiz ettikten sonra hangi bağlamın seçileceği ve soruyu oluşturma kısmına geçebilirsiniz. Bu süreç oldukça uğraştırıcı ve günlük hayattaki bakış açınızı değiştirmenizi, karşılaştığınız olayları farklı bir şekilde yorumlamanızı gerektirir. Usiskin'in yazmış olduğu bir sorudan yola çıkarak yazılan ve günlük hayattaki bir bağlama oturtulan soru örneği Şekil 9'da verilmiştir.

**Şekil 9**

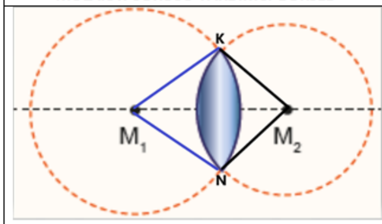
*VHGT'de yer alan bir sorunun bağlam sorusu olarak revize edilmesi*

**13.**

Gözlük veya lens kullanan kişilerin sürekli uğradıkları dükkânlardan olan gözlükçülerde sadece çalışanların girebildiği bir bölüm vardır. Hiç dikkatinizi çekti mi? İşte bu bölümlerde optisyenler bizim sağlımız için çalışırlar. Gözlük dahil çeşitli optik gereçleri yapan bunları durumuna göre tamir eden, satışını yapan sağlık teknikerine optisyen denir.




Siz de üniversitede optisyenlik bölümünü bitirip iş için mülakata girdiniz. İnce kenarlı mercekle ilgili bir taslak koydular önünüze. Soldaki bu taslakta $M_1$ ve $M_2$ merkezli çember ile $R_1$ ve $R_2$ yarı çaplı iki çember yer almaktadır. Buna göre aşağıdaki ince kenarlı mercek modeline göre soruları doğru veya yanlış olarak cevaplamanız istenmektedir. Bu cevaplar işe alınmanız için önemli olduğu kadar insanların göz sağlığı için de oldukça önemlidir.

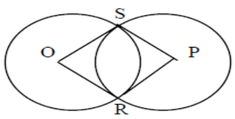
| MÜLAKAT SORUSU YARDIMCI GÖRSEL | DOĞRU(D) VEYA YANLIŞ(Y) OLARAK İŞARETLERYİNİZ. | |
|---|---|---|
|   | $M_1KM_2N$ şeklinde iki kenar eşit uzunluktadır. | (D) (Y) |
| | $M_1K$ ve $M_1N$ doğru parçaları eşit uzunluktadır. | (D) (Y) |
| | $M_1KM_2N$ şeklinde en az iki açısı eşit ölçüdedir. | (D) (Y) |
| | KN doğru parçası çizilirse $M_1M_2$ doğru parçasına dik olur. | (D) (Y) |
| | $KM_2$ ve $NM_2$ doğru parçaları eşit uzunluktadır. | (D) (Y) |

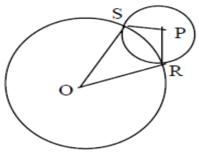
VHGT'de çoktan seçmeli formatta hazırlanan soru Şekil 10'da aynen verilmiştir.

**Şekil 10**

*VHGT'de çoktan seçmeli formatta hazırlanmış soru*

10. Merkezleri birbirinin içinde yer almayan ve merkezleri P ve O ile adlandırılmış olan iki çember 4 kenarları PROS şeklini oluşturmak üzere R ve S noktalarında kesişirler. Aşağıda iki örnek verilmiştir.




Aşağıdaki seçeneklerinden hangisi her zaman doğru değildir?
a) PROS şeklinin iki kenarı eşit uzunlukta olacaktır.
b) PROS şeklinin en az iki açısının ölçüsü eşit olacaktır.
c) [PO] ve [RS] dik olacaktır.
d) P ve O açılarının ölçüleri eşit olacaktır.
e) Yukarıdaki seçeneklerin hepsi doğrudur.

Şekil 9 ve Şekil 10 incelendiğinde sorunun revize edilmiş hali çoktan seçmeli tek bir doğru cevabı olan sorudan her bir önerme için Doğru - Yanlış şeklinde bir soruya dönüştürülmüştür. Bu şekilde tek bir doğru cevapla ölçme yapılmasının önüne geçilerek öğrencinin ölçülmek istenen van Hiele geometrik düşünme düzeyi içerisindeki durumunu daha ayrıntılı ölçme fırsatı sunulmuştur. Rubrik hazırlanırken verilecek puanın öğrencinin cevabındaki şans faktörünü azaltmak için dereceli rubrik kullanılmıştır. Bu soru özelinde dereceli puanlama anahtarından doğru yanlış cümlelerinden 0-1 doğrusu olanlara 0 puan, 2-3 doğrusu olanlara 1 puan, 4-5 doğrusu olanlara 2 puan verilmiştir.

Soruların pilot olarak uygulanmasına geçilmeden önce görüşülen öğrencilerin verdiği cevaplar, araştırmacının hazırlamış olduğu ilk dereceli puanlama anahtarı (rubrik) ile karşılaştırılmıştır. Rubriğin son hali uzman görüşü alınarak belirlenmiştir. Bu rubrik hazırlanırken soruların hangi düzeyde sorulduğu ve hangi düzeyde cevap beklendiği çok önemlidir. Örnek verilecek olursa aşağıdaki Şekil 11'deki soru için dereceli puanlama anahtarı yapılırken dikkat edilen ve rastlanan cevaplar açıklanmıştır.

**Şekil 11**

*Rubrik hazırlanırken dikkat edilen durumlar için verilen soru örneği*


Trafik işaret ve işaretçilerinden olan levhalar bize şekilleriyle de bir şeyler anlatır bunun sebebi zihnimizde daha rahat kodlanması olabilir. Köşesi olmayan geometrik şekillere yapılması yasak olan ifadelere yer verilir.

| | | |
|---|---|---|
| (TT-9) MOTORLU BİSİKLET GİREMEZ | (TT-10a) KAMYON GİREMEZ | (TT-10b) OTOBÜS GİREMEZ |

Yol güvenliği açısından önemli bir diğer trafik işaretleri ise Trafik Bilgi İşaretleridir. Bu trafik levhaları yol boyunca şehirleri ve diğer noktaları gösterirler. Bu levhalar ise köşeli ve dörtkenarlı olarak tasarlanmıştır.

| | | |
|---|---|---|
| (B-36) GENÇLİK KAMPI | (B-37) ÖNCELİĞİ OLAN YÖN | (B-38) ANAYOL |

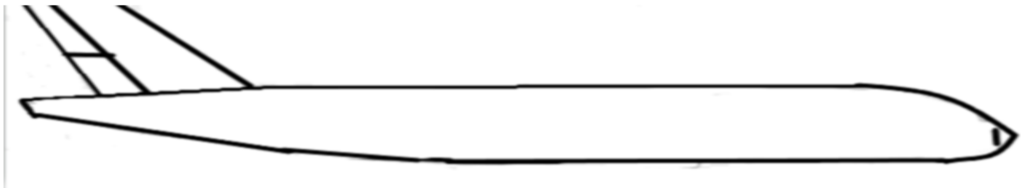
Siz de trafik ekiplerine yardım için "YAYA GİREMEZ" anlamı taşıyan bir trafik levhası tasarı yarışmasına katıldınız. Nasıl bir tasarım yaparsınız.( Çözümünüzü açıklayınız)

İlkokul seviyesindeki bir öğrencilerinden doğru cevap verenlere bakıldığında van Hiele düzeylerinden 1. Düzeye yani görsel düzeyde olmaları beklendiklerinden çizim ile soruyu çemberin içine bir yaya resmi çizerek hatta kendilerinden istenmemesine rağmen kırmızı kalem ile levhanın çevresini boyamak suretiyle yanıtlamışlardır. Eğitim seviyesi olarak daha üst sınıflarda yer alan öğrenciler ise yazılı açıklama da yaparak çözümlerini desteklemişlerdir veya sadece doğru ve soru için mantıklı yazılı açıklama da yapanlar olmuştur. Bir başka soru Şekil 12'de verilmiş ve durum Şekil 12'te görüntüsü verilmiş soru için şöyle açıklanabilir.

**Şekil 12**

*Rubrik hazırlanırken dikkat edilen durumlar için verilen farklı soru örneği*

Uçakların camları neden evlerimizdeki gibi köşeli değil de yuvarlaktır bunun nedeni hiç düşündünüz mü?
Camlara verilen kavislendirmeyle hava basıncı sadece köşe noktalarına uygulanmaz ve cam yüzeyine dağılır böylece camların kırılması önlenir ve kazaların önüne geçilmiş olur.
İlk yolcu uçakların camları şimdiki gibi yuvarlak değildi. Kare olarak tasarlanan köşeli yapılardan oluşuyordu ve bundan dolayı birçok kaza meydana gelmiş ve yolcular hayatlarını kaybetmişti. Aşağıda size bir uçak gövdesi verilmiştir. İlk yolcu uçaklarındaki kare cam tasarımını çizebilir misiniz?



İlkokul seviyesindeki (1-4) bir öğrenci van Hiele geometrik düşünme Düzey 2 özelliklerini göstermediğinden genellikle görünüşü en çok kareye benzeyen, tüm kenarlarının uzunlukları eşit olan ve gözle bakıldığında dik olarak sezilen şekiller çizerek soruyu cevaplamışlardır. Sınıf seviyesi olarak daha üst olan öğrencilerin cevaplarında da karenin dik açıları ve karşılıklı kenarlarının eşit olduğunu sembollerle de gösterenler olmuştur. Bu durumu, Usiskin (1982) şöyle açıklamıştır: Her düzeyin kendi dilsel sembolleri ve bu sembolleri birbirine bağdaştıran ilişkiler ağı vardır ayrıca van Hiele geometrik düzeylerinin başka bir özelliği daha vardır ki bu özellik farklı seviyelerde akıl yürüten iki kişinin birbirini anlayamama durumunu içermektedir. Araştırmacı MOGDT'yi puanlamak için rubriği hazırlarken bu özellikleri göz önünde bulundurmuştur. Yani, Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testinde yer alan soruların hangi düzeyi ölçtüğü göz önünde bulundurularak hazırlanan rubriği kullanırken düzeyleri belirlemek isteyen diğer araştırmacılar da bunu göz önüne almalıdırlar.

Özellikle Düzey 4 ve Düzey 5 sorularında beklenen cevaplar üst düzey geometrik düşünme düzeyi içerebileceğinden öğrenci kâğıtlarını değerlendiren puanlayıcının düzey özelliklerini bilmesi gereklidir. Şekil 13'te yine test içerisinde yer alan bir soruyla bu durum ayrıntılı açıklanmıştır.

**Şekil 13**

*Rubrik hazırlanırken dikkat edilen durumlar için Düzey 4'e verilen soru örneği*

*Mantıkta, doğrulanabilir ya da yanlışlanabilir olmak zorunda olan ifadelere önerme denir.*

Uçurtma rüzgarlı havalarda en eğlenceli aktivitelerden birisidir. Arkadaşlarınızla uçurtma yapmaya karar verdiniz. İki tane çıta var bunlar köşegenleri oluşturacak ip ve kesici alet var, uçurtmanın dikdörtgen olmasını istiyorsunuz. Çıtaların uzunluklarını istediğiniz gibi ayarlayabiliyorsunuz. Herkes kendi önerisini getirdi. Aranızda bazı tartışmalar geçer.

Baki: "Eğer şekil dikdörtgense köşegenleri birbirini ortalayarak keser."

Can: "Peki sadece bu kadar mı? Çıtaların yani köşegenlerin uzunlukları ne olacak?"

**Siz: (Can'ın bilginin yetersizliği ile ilgili şüphesi doğru mudur?)..........................................**

Oktay: "Eğer çıtaların bir birini ortalayarak kesmesini sağlarsak uçurtmamız dikdörtgen olur."

Caner: "Ama köşegenler arasındaki açı dik olursa uçurtma kare olur. Dikdörtgen olmaz ki?"

**Siz: ( Canerin söylediklerini destekler misiniz? Nasıl bir öneriyle tartışmaya girersiniz?)**

..........................................................................................................................

Gökhan: Oktay! Senin söylediğinin yanlışlanması için çıtaları birbirini ortalayarak kesen fakat dikdörtgen olmayan bir tane bile dörtgen uçurtma yapmamız yeterli olur.

**Siz: (Gökhanın söyledikleri sizce doğru mu?)**

..........................................................................................................................

Uçurtmanın kesinlikle bir dikdörtgen olabilmesi için bir önerme sunup uçurtmayı tamamlamak için arkadaşlarınıza yardım edip uçurtma grubunun lideri olabilir misiniz?

Soru incelendiğinde cevapların aksiyomatik yapı içerisinde tutarlı olmaları gerekmektedir. Öğrencilerin cevapları değerlendirilirken dikkat edilmesi gereken önemli bir yapı yine öğrenci cevapları üzerinden açıklanmıştır. Üç farklı öğrencinin vermiş olduğu farklı cevaplar Şekil 14, Şekil 15 ve Şekil 16'da verilmiştir. Öğrencilerin verdiği cevaplar sistemsel olarak incelenmiş, geometrik tanımlara ve Öklid geometrisine uyum açısından değerlendirilmiştir.

**Şekil 14**

*Düzey 4 için sorulan soruya verilen farklı yanıtlardan birincisi*

**Siz: (Can'ın bilginin yetersizliği ile ilgili şüphesi doğru mudur?)**......Doğru......................................

Oktay: "Eğer çıtaların bir birini ortalayarak kesmesini sağlarsak uçurtmamız dikdörtgen olur."

Caner: "Ama köşegenler arasındaki açı dik olursa uçurtma kare olur. Dikdörtgen olmaz ki?"

**Siz: ( Canerin söylediklerini destekler misiniz? Nasıl bir öneriyle tartışmaya girersiniz?)**

......Kare, aslında özel bir dikdörtgendir. Köşegenleri dik kesişen ve tüm kenarları eşit olan bir dikdörtgen.

Gökhan: Oktay! Senin söylediğinin yanlışlanması için çıtaları birbirini ortalayarak kesen fakat dikdörtgen olmayan bir tane bile dörtgen uçurtma yapmamız yeterli olur.

**Siz: (Gökhanın söyledikleri sizce doğru mu?)**

......Doğru. Paralelkenarların köşegenleri birbirini ortalar ama dikdörtgen olmasına yetmez...

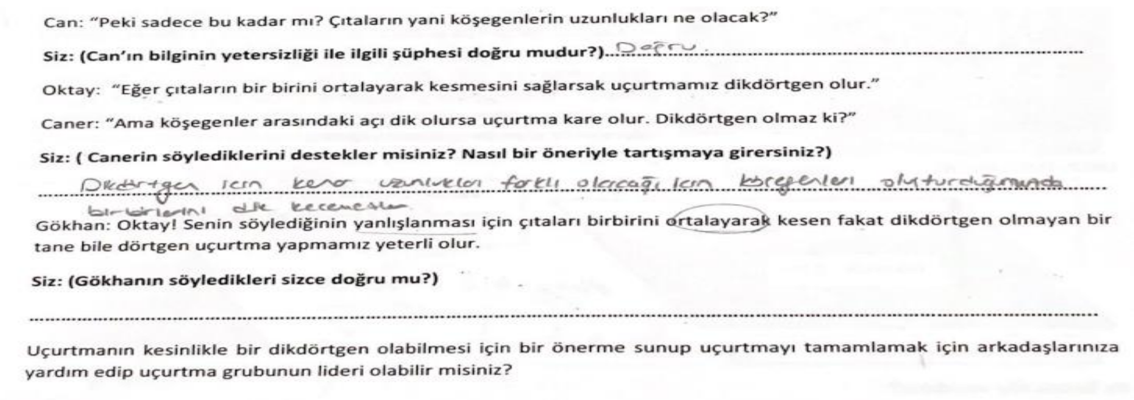
Uçurtmanın kesinlikle bir dikdörtgen olabilmesi için bir önerme sunup uçurtmayı tamamlamak için arkadaşlarınıza yardım edip uçurtma grubunun lideri olabilir misiniz?

Köşegenleri birbirini ortalayan ve bir açısı 90° olan dörtgen dikdörtgen olur.

Can'ın bilginin yetersizliği ile ilgili şüphesini doğru bulan öğrencinin cevabı incelendiğinde karenin aslında özel bir dikdörtgen olduğunu belirterek doğru bir açıklama yapıldığı görülmüştür. Daha sonrası diyalog takip edildiğinde Gökhan'ın söylediklerini değerlendirirken paralel kenarın köşegenlerinin birbirini ortaladığı belirtilmiş ve bu şeklin dikdörtgen olmadığı belirtilmiştir. Uçurtmanın kesinlikle bir dikdörtgen olması için bir önerme sunulması istendiğinde karenin özel bir dikdörtgen olduğu bilinmesine rağmen bunun özel bir durum olduğu ve soru içerisinde köşegenlerin bir birini ortalaması ve bir açısının 90 derece olmasının uçurtmanın dikdörtgen olması için gerekli olan şartlar için bir açıklama yapılmıştır. Bunu yaparken köşegenlerinin bir birini ortalaması gerekliliği ve bir iç açısının 90 derece olması özelliğini kullanılmıştır.

**Şekil 15**

*Düzey 4 için sorulan soruya verilen farklı yanıtlardan ikincisi*



Can: "Peki sadece bu kadar mı? Çıtaların yani köşegenlerin uzunlukları ne olacak?"

**Siz: (Can'ın bilginin yetersizliği ile ilgili şüphesi doğru mudur?)** Doğru.

Oktay: "Eğer çıtaların bir birini ortalayarak kesmesini sağlarsak uçurtmamız dikdörtgen olur."

Caner: "Ama köşegenler arasındaki açı dik olursa uçurtma kare olur. Dikdörtgen olmaz ki?"

**Siz: ( Canerin söylediklerini destekler misiniz? Nasıl bir öneriyle tartışmaya girersiniz?)**

Dikdörtgen için kare uzunlukları farklı olacağı için köşegenleri oluştururken birbirlerini dik kesemezler

Gökhan: Oktay! Senin söylediğinin yanlışlanması için çıtaları birbirini ortalayarak kesen fakat dikdörtgen olmayan bir tane bile dörtgen uçurtma yapmamız yeterli olur.

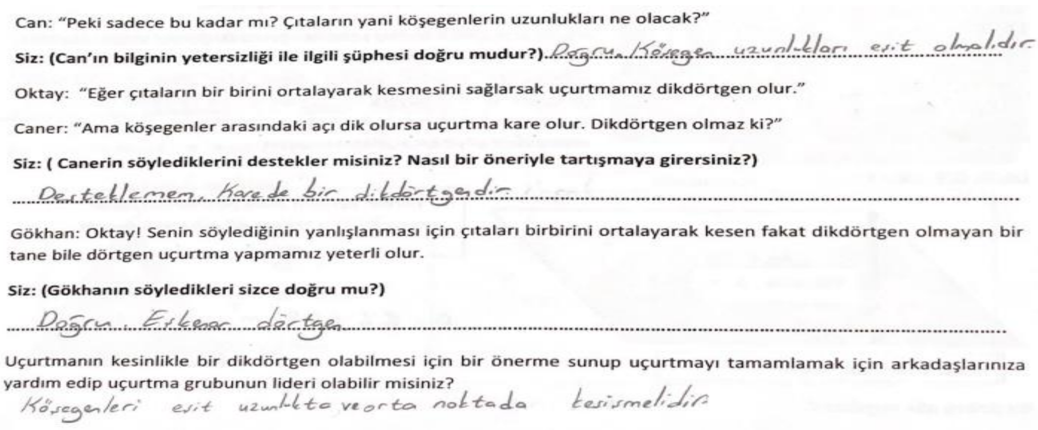
**Siz: (Gökhanın söyledikleri sizce doğru mu?)**

Uçurtmanın kesinlikle bir dikdörtgen olabilmesi için bir önerme sunup uçurtmayı tamamlamak için arkadaşlarınıza yardım edip uçurtma grubunun lideri olabilir misiniz?

Can'ın bilginin yetersizliği ile ilgili şüphesini doğru bulan öğrencinin cevabı incelendiğinde bu kez kareden bahsedilmemesine rağmen dikdörtgen olabilmesi için köşegenlerin birbirini dik kesmeyeceği belirtilmiştir. Yani verilen cevaplara bakıldığında açıklamalar doğru olarak değerlendirilmelidir.

**Şekil 16**

*Düzey 4 için sorulan soruya verilen farklı yanıtlardan üçüncüsü*



Can: "Peki sadece bu kadar mı? Çıtaların yani köşegenlerin uzunlukları ne olacak?"

**Siz: (Can'ın bilginin yetersizliği ile ilgili şüphesi doğru mudur?)** Doğru. Köşegen uzunlukları eşit olmalıdır

Oktay: "Eğer çıtaların bir birini ortalayarak kesmesini sağlarsak uçurtmamız dikdörtgen olur."

Caner: "Ama köşegenler arasındaki açı dik olursa uçurtma kare olur. Dikdörtgen olmaz ki?"

**Siz: ( Canerin söylediklerini destekler misiniz? Nasıl bir öneriyle tartışmaya girersiniz?)**

Desteklemem. Karede bir dikdörtgendir

Gökhan: Oktay! Senin söylediğinin yanlışlanması için çıtaları birbirini ortalayarak kesen fakat dikdörtgen olmayan bir tane bile dörtgen uçurtma yapmamız yeterli olur.

**Siz: (Gökhanın söyledikleri sizce doğru mu?)**

Doğru. Eşkenar dörtgen

Uçurtmanın kesinlikle bir dikdörtgen olabilmesi için bir önerme sunup uçurtmayı tamamlamak için arkadaşlarınıza yardım edip uçurtma grubunun lideri olabilir misiniz?

Köşegenleri eşit uzunlukta ve orta noktada kesişmelidir

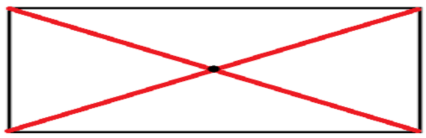
Can'ın cevabına doğru diyen öğrenci köşegen uzunlukları eşit olmalıdır diye de belirtmiştir. Diyalog ile gelen sorunun devamında Caner'in söylediklerini desteklemediğini belirten öğrenci karenin de bir dikdörtgen olduğunu belirtmiştir. Sorunun devamında Gökhan'ın söylediklerinin doğruluğunu bir örnekle de desteklemiştir. Konuşmayı bitireceği ve kendi önerisini vermesi gerektiği soruya ise köşegenleri eşit uzunlukta ve orta noktalarında kesişmeleri gerekliliğini vurgulamıştır.

Bu örnekler incelendiğinde tek bir doğru cevabın rubrik için belirlenmesi zordur. Ancak rubrikte olabildiğince ayrıntılı olarak açıklama yapılmış olmasına rağmen puanlayıcının ya da araştırmacının kâğıtları değerlendirirken soru özelinde mantıksal tutarlılık olarak değerlendirme yapması gerekliliği açıktır çünkü van Hiele geometrik düzeylerinin başka bir özelliği ise farklı seviyelerde akıl yürüten iki kişinin birbirini anlayamama durumunu içermektedir. Puanlayıcı bu yüzden van Hiele geometrik düşünme düzeylerine hakim olmalıdır ki değerlendirme yaparken her hangi bir geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencinin yaptığı açıklamayı algılayabilsin.

Rubrik hazırlanırken PISA soruları puanlama rehberinden (MEB, 2011) faydalanılmıştır. Öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar açık uçlu sorular için tam doğru cevap için 2 puan, kısmen doğru cevap için 1 puan, yanlış cevaplanmış veya cevaplanmamış sorular için 0 puan olarak kodlanmıştır. Rubrik'ten bir örnek Tablo 5'te verilmiştir.

**Tablo 5**

*Rubrikte yapılan puanlamaya MOGDT'deki Soru 9 için örnek*

| PUAN | YANIT SORU 9 |
|---|---|
| 2 | **Doğru Yanıt**<br>Doğru çizimi yapar ve orta noktayı belirler. Köşegenlerin kesim noktasının dikdörtgenin orta noktası olarak belirlenebileceğini belirtebilir.<br> |
| 1 | **Kısmi Doğru Yanıt**<br>Dikdörtgenin(odanın tavanının) köşelerini kullanarak yapılacak köşe birleştirmelerinden bahseder ancak tam olarak istenenin yapamaz. |
| 0 | **Yanlış Yanıt**<br>Dikdörtgenin (odanın tavanının) kenar uzunluklarının ortalarının bulunarak birleştirilmesinin gerekliliğini belirtilebilir. Diğer yanlış yanıtlar ve boş ve ilgisiz yanıtlar. |

Doğru- Yanlış soruları puanlanırken oluşturulan puanlama sistemi soruda bulunan doğru-yanlış olarak sorulan madde sayısına göre değişmektedir. Tabloda 6'da beş öncülün doğru- yanlış olarak belirlenmesinin istendiği sorunun puanlamasına örnek gösterilmiştir.

**Tablo 6**

*Rubrikte yapılan puanlamaya MOGDT'nde yer alan Soru 8 için örnek*

| Puan | Yanıt Soru 8 |
|---|---|
| 2 | **Doğru Yanıt**<br>4 ya da 5 madde doğru cevaplanmıştır. |
| 1 | **Kısmi Doğru Yanıt**<br>2 ya da 3 madde doğru cevaplamıştır. |
| 0 | **Yanlış Yanıt**<br>Hiç doğru cevap yoktur ya da 1 madde doğru cevaplanmıştır. |

Tablo 7'de ise dört öncülün doğru-yanlış olarak belirlenmesinin istendiği sorunun puanlamasına örnek gösterilmiştir.

**Tablo 7**

*Rubrikte yapılan puanlamaya MOGDT'nde yer alan Soru 11 için örnek*

| Puan | Yanıt Soru 11 |
|---|---|
| 2 | **Doğru Yanıt**<br>3 ya da 4 madde doğru cevaplanmıştır. |
| 1 | **Kısmi Doğru Yanıt**<br>1 ya da 2 madde doğru cevaplanmıştır. |
| 0 | **Yanlış Yanıt**<br>Hiç doğru cevabı yoktur. |

***3.3.1.6. Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testinin Ön Uygulamaları ve Madde Analizi:*** İlkokul 1-4. Sınıflar için beklenen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri Düzey 1 ve Düzey 2 düşünme düzeyinde olması beklenir (Gutiérrez ve Jaime, 1998; NCTM, 2000). Geliştirilen testin ilk 14 soruluk kısmı için pilot çalışmadan önce yapılan nitel görüşme ve öğrencilerle yapılan çalışmalarda 40 dakikalık sürenin yeterli olduğu görülmüştür. Yalova ilinde yer alan bir ilkokulda test 63 öğrenciye uygulanmıştır. Uygulama başlamadan önce araştırmacı sınıflara kendisini tanıtmış ve çalışama ile ilgili kısa açıklamalarla öğrencileri bilgilendirmiştir. Uygulama aşamasında öğrencilerin matematik okuryazarlığı sorularına çok aşina olmadığı görülmüş ve ilk dakikalarda tedirgin oldukları ve kendi fikirlerini ve yorumlarının istenmesine alışkın olmadıkları fark edilmiştir. Eğitim sistemimizin çoktan seçmeli sorulara dayalı olmasının bunda etkisinin olduğu düşüncesi araştırmacıda oluşmuştur. Matematik testinde tasarım yapmayı değişik bulan öğrenciler olduğu gibi "resim dersi sınavı gibi mi yani?" tepkiler de görülmüştür.

Kriter referanslı testlerde öğrenci gruplarına ve beklenen veya istenen başarı düzeyine göre uygulama süreci belirlenir. Soru sayısı arttıkça öğrencilere verilmesi gereken sürenin artırılması aşikardır.

Ortaokul 1-4. Sınıflar yani 5, 6, 7 ve 8. sınıflar için beklenen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri Düzey 2, Düzey 3 özelliklerini içermektedir (Gutiérrez ve Jaime,1998; NCTM, 2000). Ancak düzeyler arasındaki salınımları analiz edebilmek için ilk 14 soru yine test içinde yer almış ve 22 soruluk kısmı öğrencilere yöneltilmiştir. Ayrıca soruların bazı maddelerinde Düzey 4'ünde özellikleri içermektedir. Bu da ortaokul seviyesindeki öğrencilerin Düzey 4'e geçişiyle ilgili bilgi alabilmek için testten çıkarılmamıştır. Pilot çalışmadan önce yapılan nitel görüşme ve öğrencilerle yapılan çalışmalarda 50 dakikalık sürenin yeterli olduğu görülmüştür. Yalova ilinde yer alan bir ortaokulda test 68 öğrenciye uygulanmıştır. Uygulama başlamadan önce araştırmacı sınıflara kendisini tanıtmış ve çalışma ile ilgili kısa açıklamalarla öğrencileri bilgilendirmiştir. Ortaokul öğrencilerinin LGS den dolayı matematik okuryazarlığı sorularına daha aşina olması gerektiği düşünülmektedir ancak bu süreçte görülmüştür ki öğrencilerin birçoğu açık uçlu sorulardan tedirginliğini sürdürmekte ve soruya hangi açıklamayı yazacağı konusunda tedirginlik yaşamakta olduğu fark edilmiştir.

Lise 1-4. Sınıflar yani 9, 10, 11 ve 12. Sınıflar seviyesinde beklenen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri Düzey 3, Düzey 4 özelliklerini içermektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998; NCTM, 2000). Ancak düzeyler arasındaki salınımları analiz edebilmek için 25 soru test içinde yer almıştır. Buna ek olarak Düzey 5 özelliklerini kazanmaya başlayan öğrencileri belirlemek için sorulan sorulara ek olarak 2 soru daha teste eklenerek van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden en üst seviye olan Düzey 5'in kazanımlarının izlerini taşıyabilen öğrencilerin araştırılması sağlanarak düzeyler arasındaki salınımı incelemek için nihai test öğrencilere uygulanmıştır. Pilot çalışmadan önce yapılan nitel görüşme ve öğrencilerle yapılan çalışmalarda 60 dakikalık sürenin yeterli olduğu görülmüştür. Yalova ilinde yer alan bir lisede test 86 öğrenciye uygulanmıştır. Uygulama başlamadan önce araştırmacı sınıflara kendisini tanıtmış ve çalışma ile ilgili kısa açıklamalarla öğrencileri bilgilendirmiştir. Ortaokul ve ilkokullarda olduğu gibi çoktan seçmeli sorulara alışkın öğrenciler kendilerinin soru çözümünde özgür ve kendi fikirlerini ifade etme alanı bulmaları ile ilgili olumlu dönütler alınmıştır.

Lisans seviyesindeki ilköğretim matematik öğretmenliği ve sınıf öğretmenliği bölümlerinde okuyan öğretmen adaylarına tüm düzeyleri içeren 30 sorunun tamamını içeren test uygulanmış ve süre olarak 75 dakikalık zaman dilimi uygun görülmüştür. Pilot çalışma olarak 90 kişiye uygulanmıştır.

Tüm sınıf seviyelerindeki uygulamalarda süre ile ilgili her hangi bir sorun yaşanmadığı görülmüştür ve teste katılan grubun örnekleminin ilkokul, ortaokul, lise ve lisans düzeyine göre sayıları tabloda verilmiştir.

**Tablo 8**

*MOGD Testine katılan öğrencilerin okumakta oldukları eğitim seviyesine göre frekansları*

| Eğitim-Öğretim Düzeyi | N | % |
|---|---|---|
| İlkokul | 263 | 24,2 |
| Ortaokul | 306 | 28,1 |
| Lise | 338 | 31,0 |
| Lisans | 182 | 16,7 |
| Toplam | 1089 | 100 |

Tablo 8, incelendiğinde ilkokul seviyesinde 263 kişi, ortaokul seviyesinde 306 kişi, lise seviyesinde 338 kişi ve lisans seviyesinde 182 kişi MOGD testine katıldığı görülmektedir. Toplamda 1089 kişiye uygulanmış olan MOGD testinde tüm grubun %24.2'si ilkokul öğrencilerini, %28.1'i ortaokul öğrencilerini, %31.0'ı lise öğrencilerini ve %16.7'si lisans seviyesindeki öğretmen adaylarını kapsamış olduğu görülmektedir.

İlkokul için soruların öğrenci grubunda rubrik ile değerlendirilme sonucunda her bir soru için alınan 0 puan, 1 puan ve 2 puan olmak üzere elde ettikleri puanların frekansları Tablo 9'da verilmiştir.

**Tablo 9**

*İlkokul öğrencilerinin MOGD Testindeki her bir madde için aldıkları puanların dağılımları*

| Madde | Puan | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|---|
| G1 | 0 | 49 | 18,6 |
| | 1 | 4 | 1,5 |
| | 2 | 210 | 79,8 |
| G2 | 0 | 69 | 26,2 |
| | 1 | 167 | 63,5 |
| | 2 | 27 | 10,3 |
| G3 | 0 | 28 | 10,6 |
| | 1 | 85 | 32,3 |
| | 2 | 150 | 57,0 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| G4 | 0 | 60 | 22,8 |
| | 1 | 147 | 55,9 |
| | 2 | 56 | 21,3 |
| G5 | 0 | 60 | 22,8 |
| | 1 | 37 | 14,1 |
| | 2 | 166 | 63,1 |
| G6 | 0 | 150 | 57,0 |
| | 1 | 41 | 15,6 |
| | 2 | 72 | 27,4 |
| G7 | 0 | 173 | 65,8 |
| | 1 | 74 | 28,1 |
| | 2 | 16 | 6,1 |
| G8 | 0 | 43 | 16,3 |
| | 1 | 165 | 62,7 |
| | 2 | 55 | 20,9 |
| G9 | 0 | 227 | 86,3 |
| | 1 | 3 | 1,1 |
| | 2 | 33 | 12,5 |
| G10 | 0 | 221 | 84,0 |
| | 1 | 1 | ,4 |
| | 2 | 41 | 15,6 |
| G11 | 0 | 141 | 53,6 |
| | 1 | 93 | 35,4 |
| | 2 | 29 | 11,0 |
| G12 | 0 | 252 | 95,8 |
| | 1 | 5 | 1,9 |
| | 2 | 6 | 2,3 |
| G13 | 0 | 125 | 47,5 |
| | 1 | 128 | 48,7 |
| | 2 | 10 | 3,8 |
| G14 | 0 | 217 | 82,5 |
| | 1 | 40 | 15,2 |
| | 2 | 6 | 2,3 |

Tablo incelendiğinde MOGD Testinden en fazla tam puan yani 2 puan alınan madde G1(%79.8), en fazla 0 puan alınan yani yanlış cevaplanan ya da cevap verilemeyen madde G12 (%95.8) olmuştur. İlköğretim seviyesinde eğitim gören öğrencilerin maddelere tam doğru cevap verme frekansları özellikle G6 maddesinden sonraki maddelerde oldukça azalmaktadır.

En az kişinin tam doğru cevap verdiği maddeler ise G12 ve G14 maddeleri olarak belirlenmiştir. G1, G3 ve G5 maddelerini ilkokul öğrencilerinin %50'si doğru cevaplamıştır. G6, G7, G9, G10, G11, G12 ve G14 maddelerini ise ilkokul öğrencilerinin %50'si yanlış cevaplamış veya hiç cevap verememiştir.

İlkokul düzeyinde uygulanan ilk 14 sorunun madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri Tablo 10'da verilmiştir.

**Tablo 10**

*İlkokul seviyesinde uygulanan MOGD Testinin madde güçlük indeksleri*

| Madde | Güçlük İndeksi | Ayırt Edicilik İndeksi |
|---|---|---|
| G1 | 0,81 | 0,56 |
| G2 | 0,42 | 0,56 |
| G3 | 0,73 | 0,47 |
| G4 | 0,49 | 0,51 |
| G5 | 0,70 | 0,61 |
| G6 | 0,35 | 0,63 |
| G7 | 0,20 | 0,57 |
| G8 | 0,52 | 0,46 |
| G9 | 0,13 | 0,42 |
| G10 | 0,16 | 0,48 |
| G11 | 0,29 | 0,57 |
| G12 | 0,03 | 0,28 |
| G13 | 0,28 | 0,45 |
| G14 | 0,10 | 0,42 |

Madde güçlük indeksi 0 ile 1 arasında değer alabilir ve madde güçlük indeksinin 0'a yakınlaşması maddenin güçlüğünün arttığı 1'e yanaşması ise maddenin güçlüğünün azaldığının göstergesidir. Bunun yanı sıra başarı testlerinde testin ortalama güçlüğünün 0.50 civarında olması arzu edilen bir durumdur (Tan, 2021). İlkokul seviyesi için geliştirilen testin son haliyle yapılan madde analizleri sonucunda ortalama madde güçlük indeksi 0.39 çıkmıştır. Kehoe'ye göre (aktaran Tan, 2021) iyi bir testte maddelerin çoğunun sınavı alanların %30'u ile %80'i tarafından doğru cevaplanması gerekliliğini belirtmiştir. İlk 6 soru (G1-G6) incelendiğinde madde güçlük indekslerinin ortalaması 0.58 bulunmuştur. 0.40 ile 0.60 arasındaki güçlük indeks değerleri orta güçlükte maddeler olarak değerlendirilmektedir. Son 8 sorunun (G7-G14) madde güçlük indeks değerlerinin ortalama 0.21 olduğu görülmüştür. 0.20 ile 0.40 arasındaki madde güçlük indeks değerleri zor güçlükte maddeler olarak değerlendirilmektedir. İlkokul öğrencileri için zor olarak değerlendirebileceği görülmektedir. Kriter referanslı testlerde kesme puanın belirlenmesi ve bu puana göre öğrencilerin doğru sınıflanması önemli olduğu düşünüldüğünde testin belirli bir soru sayısından sonra uygulanan gruba göre zorlaşması testin doğası gereği gereklidir. İlkokul öğrencilerinin içeresinde van Hiele düşünme düzeylerindeki başarılarına göre olması beklenen düzeyin daha üstünde başarı performansı gösteren öğrencilerinde belirlenebilmesi için güçlük seviyeleri kendi beklenen başarı grubunun üstünde güçlük indeksi yüksek çıkması beklenen sorular araştırmacı ve uzmanlar tarafından belirlenerek uygulanmıştır. Ayrıca güçlük seviyeleri çok yüksek ya da çok düşük olan sorularda da ayırt edicilik seviyeleri tüm maddeler için 0.40'ın üstündedir ve 0.40'ın üstünde olan maddeler bilen ile bilmeyenleri ayırt etmekte çok iyi test maddeleri olarak nitelendirilmektedir (Tan, 2021).

Ortaokul düzeyi için soruların öğrenci grubunda rubrik ile değerlendirilme sonucunda her bir soru için alınan 0 puan, 1 puan ve 2 puan olmak üzere elde ettikleri puanların frekansları Tablo 11'de verilmiştir.

**Tablo 11**

*Ortaokul öğrencilerinin MOGD Testindeki her bir madde için aldıkları puanların dağılımları*

| Madde | Puan | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|---|
| G1 | 0 | 57 | 18,6 |
| | 1 | 0 | 0 |
| | 2 | 249 | 81,4 |
| G2 | 0 | 40 | 13,1 |
| | 1 | 206 | 67,3 |
| | 2 | 60 | 19,6 |
| G3 | 0 | 20 | 6,5 |
| | 1 | 89 | 29,1 |
| | 2 | 197 | 64,4 |
| G4 | 0 | 40 | 13,1 |
| | 1 | 182 | 59,5 |
| | 2 | 84 | 27,5 |
| G5 | 0 | 24 | 7,8 |
| | 1 | 32 | 10,5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 2 | 250 | 81,7 |
| G6 | 0 | 75 | 24,5 |
| | 1 | 102 | 33,3 |
| | 2 | 129 | 42,2 |
| G7 | 0 | 154 | 50,3 |
| | 1 | 92 | 30,1 |
| | 2 | 60 | 19,6 |
| G8 | 0 | 55 | 18,0 |
| | 1 | 103 | 33,7 |
| | 2 | 148 | 48,4 |
| G9 | 0 | 228 | 74,5 |
| | 1 | 9 | 2,9 |
| | 2 | 69 | 22,5 |
| G10 | 0 | 140 | 45,8 |
| | 1 | 3 | 1,0 |
| | 2 | 163 | 53,3 |
| G11 | 0 | 49 | 16,0 |
| | 1 | 58 | 19,0 |
| | 2 | 199 | 65,0 |
| G12 | 0 | 244 | 79,7 |
| | 1 | 28 | 9,2 |
| | 2 | 34 | 11,1 |
| G13 | 0 | 91 | 29,7 |
| | 1 | 129 | 42,2 |
| | 2 | 86 | 28,1 |
| G14 | 0 | 158 | 51,6 |
| | 1 | 115 | 37,6 |
| | 2 | 33 | 10,8 |
| G15 | 0 | 200 | 65,4 |
| | 1 | 33 | 10,8 |
| | 2 | 73 | 23,9 |
| G16 | 0 | 217 | 70,9 |
| | 1 | 21 | 6,9 |
| | 2 | 68 | 22,2 |
| G17 | 0 | 222 | 72,5 |
| | 1 | 45 | 14,7 |
| | 2 | 39 | 12,7 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| G18 | 0 | 163 | 53,3 |
| | 1 | 48 | 15,7 |
| | 2 | 95 | 31,0 |
| G19 | 0 | 222 | 72,5 |
| | 1 | 37 | 12,1 |
| | 2 | 47 | 15,4 |
| G20 | 0 | 211 | 69,0 |
| | 1 | 82 | 26,8 |
| | 2 | 13 | 4,2 |
| G20C | 0 | 225 | 73,5 |
| | 1 | 32 | 10,5 |
| | 2 | 49 | 16,0 |
| G21 | 0 | 220 | 71,9 |
| | 1 | 62 | 20,3 |
| | 2 | 24 | 7,8 |
| G22 | 0 | 283 | 92,5 |
| | 1 | 13 | 4,2 |
| | 2 | 10 | 3,3 |
| G22C | 0 | 282 | 92,2 |
| | 1 | 9 | 2,9 |
| | 2 | 15 | 4,9 |

Tablo incelendiğinde MOGD testinden ortaokul seviyesinde eğitim gören öğrenciler tarafından en fazla tam puan yani 2 puan alınan madde G1(%81.4), en fazla 0 puan alınan yani yanlış cevaplanan ya da cevap verilemeyen madde G22 (%92.5) olmuştur. Ortaokul seviyesindeki öğrencilerin maddelere doğru cevap verme frekansları özellikle G14 maddesinden sonraki maddelerde azalmaktadır. En az kişinin tam doğru cevap verdiği maddeler ise G22 (%3.3) maddesi olarak belirlenmiştir.

**Tablo 12**

*Ortaokul seviyesinde uygulanan MOGD Testinin madde güçlük indeksleri*

| Madde | Güçlük İndeksi | Ayırt Edicilik İndeksi |
|---|---|---|
| G1 | 0,81 | 0,60 |
| G2 | 0,53 | 0,51 |
| G3 | 0,79 | 0,53 |
| G4 | 0,57 | 0,51 |

| | | |
|---|---|---|
| G5 | 0,87 | 0,59 |
| G6 | *0,59* | 0,66 |
| G7 | 0,35 | 0,61 |
| G8 | 0,65 | 0,62 |
| G9 | 0,24 | 0,49 |
| G10 | 0,54 | 0,61 |
| G11 | 0,75 | 0,64 |
| G12 | 0,16 | 0,53 |
| G13 | 0,49 | 0,54 |
| G14 | 0,30 | 0,58 |
| G15 | 0,29 | 0,70 |
| G16 | 0,26 | 0,72 |
| G17 | 0,20 | 0,68 |
| G18 | 0,39 | 0,71 |
| G19 | 0,21 | 0,71 |
| G20 | 0,18 | 0,59 |
| G20C | 0,21 | 0,89 |
| G21 | 0,18 | 0,60 |
| G22 | 0,05 | 0,49 |
| G22C | 0,06 | 0,66 |

Ortaokul seviyesi için geliştirilen testin son haliyle yapılan madde analizleri sonucunda ortalama madde güçlük indeksi .40 çıkmıştır. Kehoe'ye göre (aktaran Tan, 2021) iyi bir testte maddelerin çoğunun sınavı alanların %30'u ile %80'i tarafından doğru cevaplanması gerekliliğini belirtmiştir. İlk 6 soru (G1-G6) incelendiğinde madde güçlük indekslerinin ortalaması 0.69 çıkmıştır. Güçlük indeksleri 0.60 ile 0.80 arasında olan maddeler kolay olarak nitelendirilmektedir. Bu soruları takip eden sonraki 8 soruda (G7-G14) madde güçlük indeks değerlerinin ortaokul öğrencileri için ortalaması 0.43 olarak bulunmuş ve güçlük indeksi 0.40

ile 0.60 arasında olan maddeler orta güçlükte olarak nitelendirilmektedir. Bu maddelerden sonra gelen 8 soruda (G15-G22) madde güçlük indeks değerlerinin ortaokul öğrencileri için ortalaması 0.22 olarak bulunmuştur. Madde güçlük indeksleri 0.20 ile 0.40 arasındaki maddeler zor olarak nitelendirilmektedir. G20C ve G22C maddeleri ise ortaokul seviyesinde bulunan öğrencilerin genelde ulaşamadığı düzeydeki kazanımları içermektedir. Kriter referanslı testlerde kesme puanın belirlenmesi ve bu puana göre öğrencilerin doğru sınıflanması önemli olduğu düşünüldüğünde testin belirli bir soru sayısından sonra uygulanan gruba göre zorlaşması testin doğası gereği gereklidir. Ortaokul öğrencilerinin içeresinde van Hiele düşünme düzeylerindeki başarılarına göre olması beklenen düzeyin daha üstünde başarı performansı gösteren öğrencilerinde belirlenebilmesi için güçlük seviyeleri kendi beklenen başarı grubunun üstünde güçlük indeksi yüksek çıkması beklenen sorular araştırmacı ve uzmanlar tarafından belirlenerek uygulanmıştır. Ayrıca güçlük seviyeleri çok yüksek ya da çok düşük olan sorularda da ayırt edicilik seviyeleri tüm maddeler için 0.40'ın üstündedir ve 0.40'ın üstünde olan maddeler bilen ile bilmeyenleri ayırt etmekte çok iyi test maddeleri olarak nitelendirilir (Tan, 2021).

Lise düzeyinde uygulanan için soruların öğrenci grubunda rubrik ile değerlendirilme sonucunda her bir soru için alınan 0 puan, 1 puan ve 2 puan olmak üzere elde ettikleri puanların frekansları Tablo 13'te verilmiştir.

**Tablo 13**

*Lise öğrencilerinin MOGD Testindeki her bir madde için aldıkları puanların dağılımları*

| Madde | Puan | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|---|
| G1 | 0 | 42 | 12,4 |
| | 1 | 6 | 1,8 |
| | 2 | 290 | 85,8 |
| G2 | 0 | 58 | 17,2 |
| | 1 | 198 | 58,6 |
| | 2 | 82 | 24,3 |
| G3 | 0 | 22 | 6,5 |
| | 1 | 67 | 19,8 |
| | 2 | 249 | 73,7 |
| G4 | 0 | 24 | 7,1 |
| | 1 | 136 | 40,2 |
| | 2 | 178 | 52,7 |
| G5 | 0 | 17 | 5,0 |
| | 1 | 22 | 6,5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 2 | 299 | 88,5 |
| G6 | 0 | 63 | 18,6 |
| | 1 | 34 | 10,1 |
| | 2 | 241 | 71,3 |
| G7 | 0 | 88 | 26,0 |
| | 1 | 103 | 30,5 |
| | 2 | 147 | 43,5 |
| G8 | 0 | 28 | 8,3 |
| | 1 | 59 | 17,5 |
| | 2 | 251 | 74,3 |
| G9 | 0 | 178 | 52,7 |
| | 1 | 4 | 1,2 |
| | 2 | 156 | 46,2 |
| G10 | 0 | 85 | 25,1 |
| | 1 | 4 | 1,2 |
| | 2 | 249 | 73,7 |
| G11 | 0 | 29 | 8,6 |
| | 1 | 31 | 9,2 |
| | 2 | 278 | 82,2 |
| G12 | 0 | 216 | 63,9 |
| | 1 | 27 | 8,0 |
| | 2 | 95 | 28,1 |
| G13 | 0 | 51 | 15,1 |
| | 1 | 167 | 49,4 |
| | 2 | 120 | 35,5 |
| G14 | 0 | 85 | 25,1 |
| | 1 | 127 | 37,6 |
| | 2 | 126 | 37,3 |
| G15 | 0 | 104 | 30,8 |
| | 1 | 21 | 6,2 |
| | 2 | 213 | 63,0 |
| G16 | 0 | 106 | 31,4 |
| | 1 | 15 | 4,4 |
| | 2 | 217 | 64,2 |
| G17 | 0 | 132 | 39,1 |
| | 1 | 51 | 15,1 |
| | 2 | 155 | 45,9 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| G18 | 0 | 87 | 25,7 |
| | 1 | 57 | 16,9 |
| | 2 | 194 | 57,4 |
| G19 | 0 | 133 | 39,3 |
| | 1 | 40 | 11,8 |
| | 2 | 165 | 48,8 |
| G20 | 0 | 162 | 47,9 |
| | 1 | 126 | 37,3 |
| | 2 | 50 | 14,8 |
| G20C | 0 | 171 | 50,6 |
| | 1 | 130 | 38,5 |
| | 2 | 37 | 10,9 |
| G21 | 0 | 168 | 49,7 |
| | 1 | 73 | 21,6 |
| | 2 | 97 | 28,7 |
| G22 | 0 | 223 | 66,0 |
| | 1 | 35 | 10,4 |
| | 2 | 80 | 23,7 |
| G22C | 0 | 251 | 74,3 |
| | 1 | 27 | 8,0 |
| | 2 | 60 | 17,8 |
| G23 | 0 | 149 | 44,1 |
| | 1 | 123 | 36,4 |
| | 2 | 66 | 19,5 |
| G24A | 0 | 149 | 44,1 |
| | 1 | 17 | 5,0 |
| | 2 | 172 | 50,9 |
| G24B | 0 | 265 | 78,4 |
| | 1 | 3 | ,9 |
| | 2 | 70 | 20,7 |
| G25 | 0 | 157 | 46,4 |
| | 1 | 94 | 27,8 |
| | 2 | 87 | 25,7 |
| G26A | 0 | 140 | 41,4 |
| | 1 | 160 | 47,3 |
| | 2 | 38 | 11,2 |
| G26B | 0 | 159 | 47,0 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 142 | 42,0 |
| | 2 | 37 | 10,9 |
| G26C | 0 | 242 | 71,6 |
| | 1 | 71 | 21,0 |
| | 2 | 25 | 7,4 |
| G27 | 0 | 209 | 61,8 |
| | 1 | 16 | 4,7 |
| | 2 | 113 | 33,4 |

Tablo 13 incelendiğinde MOGD testinden lise seviyesinde eğitim gören öğrenciler tarafından en fazla tam puan yani 2 puan alınan madde G5 (%85.5), en fazla 0 puan alınan yani yanlış cevaplanan ya da cevap verilemeyen madde G24B (%78.4) olmuştur. Lise seviyesindeki öğrencilerin maddelere doğru cevap verme frekansları özellikle G19 maddesinden sonraki maddelerde azalmaktadır. En az kişinin tam doğru cevap verdiği maddeler ise G20C ve G26B(%10.9) maddesi olarak belirlenmiştir.

Lise düzeyinde uygulanan ilk 27 sorunun madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri Tablo 14'te verilmiştir

**Tablo 14**

*Lise seviyesinde uygulanan MOGD Testinin madde güçlük indeksleri*

| Madde | Güçlük İndeksi | Ayırt Edicilik İndeksi |
|---|---|---|
| G1 | 0,87 | 0,51 |
| G2 | 0,54 | 0,56 |
| G3 | 0,84 | 0,47 |
| G4 | 0,73 | 0,49 |
| G5 | 0,92 | 0,44 |
| G6 | 0,76 | 0,58 |
| G7 | 0,59 | 0,71 |
| G8 | 0,83 | 0,52 |
| G9 | 0,47 | 0,61 |
| G10 | 0,74 | 0,64 |
| G11 | 0,87 | 0,55 |

| | | |
|---|---|---|
| G12 | 0,32 | 0,64 |
| G13 | 0,60 | 0,53 |
| G14 | 0,56 | 0,69 |
| G15 | 0,66 | 0,71 |
| G16 | 0,66 | 0,75 |
| G17 | 0,53 | 0,76 |
| G18 | 0,66 | 0,71 |
| G19 | 0,55 | 0,78 |
| G20 | 0,33 | 0,65 |
| G20C | 0,30 | 0,57 |
| G21 | 0,39 | 0,70 |
| G22 | 0,29 | 0,64 |
| G22C | 0,21 | 0,62 |
| G23 | 0,38 | 0,60 |
| G24A | 0,53 | 0,78 |
| G24B | 0,21 | 0,62 |
| G25 | 0,40 | 0,70 |
| G26A | 0,35 | 0,61 |
| G26B | 0,32 | 0,63 |
| G26C | 0,18 | 0,48 |
| G27 | 0,36 | 0,58 |

Tablo14'te görüldüğü üzere güçlük indeksleri 0.18 ile 0.87 arasında değişmektedir çok zor sorular olmakla beraber çok kolay sorularda vardır. Testin ortalama güçlüğü 0.53'tür. Kriter belirleme testinin doğası gereği geometrik düşünme düzeyleri olarak lise seviyesinin üstünde beceri isteyen soruların güçlük indekslerinin düşük çıktığı yani öğrenci grubunun zorlandığı görülmektedir. Ayırt edicilik indeksleri 0.44 ile 0.78 arasında değerler almaktadır. ayırt edicilik seviyeleri tüm maddeler için 0.40'ın üstündedir ve 0.40'ın üstünde olan maddeler bilen ile bilmeyenleri ayırt etmekte çok iyi test maddeleri olarak nitelendirilmektedir (Tan, 2021).

**Tablo 15**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerin MOGD Testindeki her bir madde için aldıkları puanların dağılımları*

| Madde | Puan | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|---|
| G1 | 0 | 20 | 11,0 |
| | 1 | 2 | 1,1 |
| | 2 | 160 | 87,9 |
| G2 | 0 | 18 | 9,9 |
| | 1 | 103 | 56,6 |
| | 2 | 61 | 33,5 |
| G3 | 0 | 10 | 5,5 |
| | 1 | 22 | 12,1 |
| | 2 | 150 | 82,4 |
| G4 | 0 | 10 | 5,5 |
| | 1 | 60 | 33,0 |
| | 2 | 112 | 61,5 |
| G5 | 0 | 5 | 2,7 |
| | 1 | 6 | 3,3 |
| | 2 | 171 | 94,0 |
| G6 | 0 | 14 | 7,7 |
| | 1 | 22 | 12,1 |
| | 2 | 146 | 80,2 |
| G7 | 0 | 14 | 7,7 |
| | 1 | 42 | 23,1 |
| | 2 | 126 | 69,2 |
| G8 | 0 | 7 | 3,8 |
| | 1 | 10 | 5,5 |
| | 2 | 165 | 90,7 |
| G9 | 0 | 35 | 19,2 |
| | 1 | 5 | 2,7 |
| | 2 | 142 | 78,0 |
| G10 | 0 | 30 | 16,5 |
| | 1 | 1 | ,5 |
| | 2 | 151 | 83,0 |
| G11 | 0 | 5 | 2,7 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 13 | 7,1 |
| | 2 | 164 | 90,1 |
| G12 | 0 | 65 | 35,7 |
| | 1 | 13 | 7,1 |
| | 2 | 104 | 57,1 |
| G13 | 0 | 7 | 3,8 |
| | 1 | 56 | 30,8 |
| | 2 | 119 | 65,4 |
| G14 | 0 | 16 | 8,8 |
| | 1 | 57 | 31,3 |
| | 2 | 109 | 59,9 |
| G15 | 0 | 18 | 9,9 |
| | 1 | 10 | 5,5 |
| | 2 | 154 | 84,6 |
| G16 | 0 | 13 | 7,1 |
| | 1 | 6 | 3,3 |
| | 2 | 163 | 89,6 |
| G17 | 0 | 22 | 12,1 |
| | 1 | 27 | 14,8 |
| | 2 | 133 | 73,1 |
| G18 | 0 | 13 | 7,1 |
| | 1 | 17 | 9,3 |
| | 2 | 152 | 83,5 |
| G19 | 0 | 19 | 10,4 |
| | 1 | 23 | 12,6 |
| | 2 | 140 | 76,9 |
| G20 | 0 | 47 | 25,8 |
| | 1 | 65 | 35,7 |
| | 2 | 70 | 38,5 |
| G20C | 0 | 59 | 32,4 |
| | 1 | 41 | 22,5 |
| | 2 | 82 | 45,1 |
| G21 | 0 | 44 | 24,2 |
| | 1 | 69 | 37,9 |
| | 2 | 69 | 37,9 |
| G22 | 0 | 52 | 28,6 |
| | 1 | 18 | 9,9 |
| | 2 | 112 | 61,5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| G22C | 0 | 68 | 37,4 |
| | 1 | 11 | 6,0 |
| | 2 | 103 | 56,6 |
| G23 | 0 | 38 | 20,9 |
| | 1 | 59 | 32,4 |
| | 2 | 85 | 46,7 |
| G24A | 0 | 31 | 17,0 |
| | 1 | 22 | 12,1 |
| | 2 | 129 | 70,9 |
| G24B | 0 | 113 | 62,1 |
| | 1 | 3 | 1,6 |
| | 2 | 66 | 36,3 |
| G25 | 0 | 38 | 20,9 |
| | 1 | 56 | 30,8 |
| | 2 | 88 | 48,4 |
| G26A | 0 | 38 | 20,9 |
| | 1 | 77 | 42,3 |
| | 2 | 67 | 36,8 |
| G26B | 0 | 50 | 27,5 |
| | 1 | 66 | 36,3 |
| | 2 | 66 | 36,3 |
| G26C | 0 | 107 | 58,8 |
| | 1 | 33 | 18,1 |
| | 2 | 42 | 23,1 |
| G27 | 0 | 67 | 36,8 |
| | 1 | 7 | 3,8 |
| | 2 | 108 | 59,3 |
| G28 | 0 | 25 | 13,7 |
| | 1 | 54 | 29,7 |
| | 2 | 103 | 56,6 |
| G29A | 0 | 59 | 32,4 |
| | 1 | 30 | 16,5 |
| | 2 | 93 | 51,1 |
| G29B | 0 | 45 | 24,7 |
| | 1 | 18 | 9,9 |
| | 2 | 119 | 65,4 |
| G29C | 0 | 68 | 37,4 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 44 | 24,2 |
| | 2 | 70 | 38,5 |
| G29D | 0 | 56 | 30,8 |
| | 1 | 33 | 18,1 |
| | 2 | 93 | 51,1 |
| G30A | 0 | 31 | 17,0 |
| | 1 | 44 | 24,2 |
| | 2 | 107 | 58,8 |
| G30B | 0 | 52 | 28,6 |
| | 1 | 42 | 23,1 |
| | 2 | 88 | 48,4 |
| G30C | 0 | 114 | 62,6 |
| | 1 | 53 | 29,1 |
| | 2 | 15 | 8,2 |

Tablo 15, incelendiğinde MOGD testinden lisans seviyesinde eğitim gören öğretmen adayları tarafından en fazla tam puan yani 2 puan alınan madde G5 (%94.0), en fazla 0 puan alınan yani yanlış cevaplanan ya da cevap verilemeyen madde G30C (%62.6) olmuştur. Lisans seviyesindeki öğrencilerin maddelere doğru cevap verme frekansları özellikle G24B maddesinden sonraki maddelerde azalmaktadır. En az kişinin tam doğru cevap verdiği maddeler ise G30C (%8.2) maddesi olarak belirlenmiştir.

Lisans düzeyinde uygulanan testin tamamı için madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri Tablo 15'da verilmiştir.

**Tablo 16**

*Lisans seviyesinde uygulanan MOGD Testinin madde güçlük indeksleri*

| Madde | Güçlük İndeksi | Ayırt Edicilik İndeksi |
|---|---|---|
| G1 | 0,88 | 0,61 |
| G2 | 0,62 | 0,59 |
| G3 | 0,88 | 0,48 |
| G4 | 0,78 | 0,58 |
| G5 | 0,96 | 0,48 |
| G6 | 0,86 | 0,52 |
| G7 | 0,81 | 0,65 |

| | | |
|---|---|---|
| G8 | 0,93 | 0,51 |
| G9 | 0,79 | 0,59 |
| G10 | 0,83 | 0,50 |
| G11 | 0,94 | 0,60 |
| G12 | 0,61 | 0,61 |
| G13 | 0,81 | 0,50 |
| G14 | 0,76 | 0,69 |
| G15 | 0,87 | 0,63 |
| G16 | 0,91 | 0,56 |
| G17 | 0,80 | 0,63 |
| G18 | 0,88 | 0,60 |
| G19 | 0,83 | 0,64 |
| G20 | 0,56 | 0,70 |
| G20C | 0,56 | 0,50 |
| G21 | 0,57 | 0,60 |
| G22 | 0,66 | 0,67 |
| G22C | 0,60 | 0,70 |
| G23 | 0,63 | 0,51 |
| G24A | 0,77 | 0,63 |
| G24B | 0,37 | 0,52 |
| G25 | 0,66 | 0,61 |
| G26A | 0,58 | 0,63 |
| G26B | 0,54 | 0,64 |
| G26C | 0,32 | 0,54 |
| G27 | 0,61 | 0,55 |

| | | |
|---|---|---|
| G28 | 0,71 | 0,60 |
| G29A | 0,59 | 0,68 |
| G29B | 0,70 | 0,72 |
| G29C | 0,51 | 0,64 |
| G29D | 0,60 | 0,67 |
| G30A | 0,71 | 0,66 |
| G30B | 0,60 | 0,63 |
| G30C | 0,23 | 0,53 |

Tablo 16'da görüldüğü üzere güçlük indeksleri 0.22 ile 0.96 arasında değişmektedir çok zor sorular olmakla beraber çok kolay sorularda vardır. Testin ortalama güçlüğü 0.70'tir. Kriter belirleme testinin doğası gereği geometrik düşünme düzeyleri yükseldikçe maddelerin güçlük dereceleri değişmektedir. Test içerisinde öğretmen adaylarının en zorlandığı madde G30C (%23.0) olarak belirlenmiştir. En kolay madde ise G5 (%96.0) olarak görülmüştür. Ayırt edicilik indeksleri 0.48 ile 0.72 arasında değerler almaktadır. ayırt edicilik seviyeleri tüm maddeler için 0.40'ın üstündedir ve 0.40'ın üstünde olan maddeler bilen ile bilmeyenleri ayırt etmekte çok iyi test maddeleri olarak nitelendirilmektedir (Tan, 2021).

***3.3.1.7. Görüşme Formunun Geliştirilmesi:*** Literatür tarandığında, klinik röportajın van Hiele seviyelerini değerlendirmenin en doğru yolu olduğunu kabul edildiği görülmüştür, çünkü öğrencinin akıl yürütme yöntemi hakkında daha fazla bilgi edinmek adına ve derinlemesine analiz yapabilmek için diğer prosedürlerden etkili olduğu belirtilmiştir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Bu nedenle uzman görüşü alınarak yarı yapılandırılmış görüşme formu hazırlanmıştır. Sorular iki bölümden oluşturulmuş ilk bölümde demografik sorular öğrenciyi tanımak için sorulmuş ve bu sorular aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

1. Kaçıncı Sınıfı okumaya devam ediyorsunuz?
2. Daha önce hangi okuldaydınız?

Bu sorulardan sonra öğrencilere araştırmacı tarafından aşağıdaki soru yöneltilecektir.

1. Katıldığınız ve daha önceden yanıtladığınız benim tarafımdan size uygulanan testteki( ….. ) numaralı sorudaki çözümünüzü ayrıntılı olarak anlatabilir misiniz?

Her bir öğrenci için araştırmacı görüşmeye başladığında hem görüşmenin seyrine göre esneklik sağlamak adına hem de öğrencinin nicel aşamadaki belirlenen van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre sorular öğrencilere yöneltileceğinden hangi soru ile ilgili görüşmeye başlanacağı veya belirli bir sıra belirtilmemiştir.

### 3.4. Geçerlik ve Güvenirlik Süreci

Ölçme aracının ölçmeyi amaçladığı davranışı ne derece ölçebildiği, sonuçların doğrulunun belirlenmesi olarak açıklanabilecek olan geçerlilik dış ve iç geçerlilik olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. İç geçerlilik sonuçlara ulaşırken takip edilen sürecin gerçeği olabildiğince yansıtabilmesiyken dış geçerlik elde edilen bulguların benzer özellik gösteren gruplarda da elde edilebilmesi olarak özetlenebilir. Ölçme araçlarının geçerliliğini bulmak için kapsam, ölçüt, yapı ve görünüş geçerliliği ile ilgili kanıtlara gereksinim vardır. Başarı testlerinin geçerliliği ile ilgili kanıt toplarken yapılacak en önemli işin kapsam geçerliliği çalışması olduğu belirtilmiştir (Tan, 2021). Yapılan çalışmada kapsam geçerliliğinin sağlanması için kapsam geçerliliği aşamaları olan;

1. Ölçülecek değişkenle ilgili davranışlar evreninin belirlenmesi,
2. Testi oluşturan davranışlar örnekleminin belirlenmesi,
3. Testi oluşturan davranış örnekleminin evreni ne derece temsil ettiğinin belirlenmesi,
4. Testteki soruların ilgili olduğu davranışı ölçmeye uygunluğunun kontrol edilmesi

adımları takip edilerek evreni oluşturan tüm beceriler MOGD Testinde sorulmuştur. Böylece davranış evreni, örneklemi temsil etmesi sağlanmıştır. MOGD Testi alanında uzman olan üç akademisyene sunulmuş ve uygunluk alınmıştır. Ayrıca test maddelerinin geçerlilikleri ayrı ayrı incelenmiş olup eğitim düzeylerine göre her bir van Hiele düzeylerindeki testçiklerden (alt testlerden) alınan madde puanlarının testin aynı düzeydeki alınan toplam puanlarla aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

**Tablo 17**

*İlkokul seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 1 maddeleri ile bu alt testten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | p |
|---|---|---|---|
| G1 | 263 | ,564 | ,000 |
| G2 | 263 | ,559 | ,000 |
| G3 | 263 | ,466 | ,000 |
| G4 | 263 | ,513 | ,000 |
| G5 | 263 | ,607 | ,000 |
| G6 | 263 | ,629 | ,000 |

Tablo 17, incelendiğinde testin alt testlerinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu p< .01düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Ayrıntılı incelendiğinde korelasyon katsayıları ise .466 ile .629 arasındadır.0.40'tan yüksek çıkmıştır ki 0.40'tan yüksek olan maddeler bilen öğrenci ile bilmeyen öğrenciyi çok iyi derecede ayırt ettiği belirtilmiştir (Can, 2018).

**Tablo 18**

*İlkokul seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 2 maddeleri ile bu testçikten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | p |
|---|---|---|---|
| G7 | 263 | ,567 | ,000 |
| G8 | 263 | ,457 | ,000 |
| G9 | 263 | ,419 | ,000 |
| G10 | 263 | ,479 | ,000 |
| G11 | 263 | ,572 | ,000 |
| G12 | 263 | ,278 | ,000 |
| G13 | 263 | ,447 | ,000 |
| G14 | 263 | ,422 | ,000 |

Tablo 18, incelendiğinde testin alt testlerinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu p< .01düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Ayrıntılı incelendiğinde korelasyon katsayıları 0.40'tan yüksek çıkmıştır ki 0.40'tan yüksek olan maddeler bilen öğrenci ile bilmeyen öğrenciyi çok iyi derecede ayırt ettiği belirtilmiştir (Can, 2018). Yalnızca Düzey 2 için G12 maddenin korelasyonu 0.278 olarak diğer maddelerden daha düşük çıkmıştır. Bunun sebebi sorunun güçlük derecesinin yüksek olmasından kaynaklanmış olduğu düşünülmektedir. Ayıca kriter referanslı testlerin uygulandığı grubun bir birine benzer özellik gösteren öğrenciler olduğu düşünüldüğünde bu olası bir durumdur. Korelasyon katsayısı 0.20'den az ise bu maddenin testinin tümünün ölçtüğü düzeyi ölçmede geçersiz olduğu yorumlanmaktadır (Tan, 2021). Kriter referanslı MOGD Testindeki kapsam geçerliliğini düşürmemek için madde testten çıkartılmamıştır.

**Tablo 19**

*Ortaokul seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testinin van Hiele düşünme düzeyi 1 maddeleri ile bu alt testten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçlar*

| Değişken | **N** | **r** | **P** |
|---|---|---|---|
| G1 | 306 | ,602 | ,000 |
| G2 | 306 | ,508 | ,000 |
| G3 | 306 | ,528 | ,000 |
| G4 | 306 | ,509 | ,000 |
| G5 | 306 | ,590 | ,000 |
| G6 | 306 | ,659 | ,000 |

Tablo 18, incelendiğinde testin alt testlerinden Düzey 1 içinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu $p< .01$düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları ise .508 ile .659 arasındadır ve .40' tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir (Can, 2018).

**Tablo 20**

*Ortaokul seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 2 maddeleri ile bu alt testten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | p |
|---|---|---|---|
| G7 | 306 | ,608 | ,000 |
| G8 | 306 | ,623 | ,000 |
| G9 | 306 | ,485 | ,000 |
| G10 | 306 | ,611 | ,000 |
| G11 | 306 | ,640 | ,000 |
| G12 | 306 | ,531 | ,000 |
| G13 | 306 | ,536 | ,000 |
| G14 | 306 | ,581 | ,000 |

Tablo 20, incelendiğinde testin alt testlerinden Düzey 2 içinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu $p< .01$düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları ise .485 ile .640 arasındadır ve .40 tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir (Can, 2018)..

**Tablo 21**

*Ortaokul seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 3 maddeleri ile bu alt testten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | p |
|---|---|---|---|
| G15 | 306 | ,704 | ,000 |
| G16 | 306 | ,717 | ,000 |
| G17 | 306 | ,680 | ,000 |
| G18 | 306 | ,709 | ,000 |
| G19 | 306 | ,711 | ,000 |
| G20 | 306 | ,588 | ,000 |
| G21 | 306 | ,597 | ,000 |
| G22 | 306 | ,494 | ,000 |

Tablo 21, incelendiğinde testin alt testlerinden düzey 3 içinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu $p < .01$düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları ise .494 ile .717 arasındadır ve .40 tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir (Can, 2018). En yüksek korelasyon G16 maddesi için bulunurken en düşük korelasyon G22 maddesi için bulunmuştur.

**Tablo 22**

*Lise seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 1 maddeleri ile bu testçikten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | P |
|---|---|---|---|
| G1 | 338 | ,508 | ,000 |
| G2 | 338 | ,559 | ,000 |
| G3 | 338 | 474 | ,000 |
| G4 | 338 | ,494 | ,000 |
| G5 | 338 | ,441 | ,000 |
| G6 | 338 | ,575 | ,000 |

Tablo 22, incelendiğinde testin alt testlerinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu $p < .01$düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları ise .441 ile .575 arasındadır ve .40 tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir.

**Tablo 23**

*Lise seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 2 maddeleri ile bu testçikten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | P |
|---|---|---|---|
| G7 | 338 | ,712 | ,000 |
| G8 | 338 | ,517 | ,000 |
| G9 | 338 | ,613 | ,000 |
| G10 | 338 | ,637 | ,000 |
| G11 | 338 | ,554 | ,000 |
| G12 | 338 | ,636 | ,000 |
| G13 | 338 | ,528 | ,000 |
| G14 | 338 | ,694 | ,000 |

Tablo 23, incelendiğinde testin alt testlerinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu p< .01düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları .517 ile.712 arasındadır ve .40’ tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir (Can, 2018).

**Tablo 24**

*Lise seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 3 maddeleri ile bu testçikten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | p |
|---|---|---|---|
| G15 | 338 | ,706 | ,000 |
| G16 | 338 | ,753 | ,000 |
| G17 | 338 | ,761 | ,000 |
| G18 | 338 | ,711 | ,000 |
| G19 | 338 | ,776 | ,000 |
| G20 | 338 | ,649 | ,000 |
| G21 | 338 | ,695 | ,000 |
| G22 | 338 | ,643 | ,000 |

Tablo 24, incelendiğinde testin alt testlerinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu p< .01düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları .643 ile .776 arasındadır ve .40’ tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir (Can, 2018).

**Tablo 25**

*Lise seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 4 maddeleri ile bu testçikten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | **N** | **r** | **p** |
|---|---|---|---|
| G20C | 338 | ,570 | ,000 |
| G22C | 338 | ,615 | ,000 |
| G23 | 338 | ,603 | ,000 |
| G24A | 338 | ,778 | ,000 |
| G24B | 338 | ,624 | ,000 |
| G25 | 338 | ,703 | ,000 |

Tablo 25, incelendiğinde testin alt testlerinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu p< .01düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları .579 ile.778 arasındadır ve .40’ tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir (Can, 2018).

**Tablo 26**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 1 maddeleri ile bu alt testten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | **N** | **r** | **p** |
|---|---|---|---|
| G1 | 182 | ,611 | ,000 |
| G2 | 182 | ,594 | ,000 |
| G3 | 182 | ,481 | ,000 |
| G4 | 182 | ,576 | ,000 |
| G5 | 182 | ,482 | ,000 |
| G6 | 182 | ,523 | ,000 |

Tablo 26, incelendiğinde testin alt testlerinden Düzey 1 içinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu p<

.01düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları ise .481 ile .611 arasındadır ve .40'tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir.

**Tablo 27**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 2 maddeleri ile bu testçikten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | p |
|---|---|---|---|
| G7 | 182 | ,654 | ,000 |
| G8 | 182 | ,507 | ,000 |
| G9 | 182 | ,590 | ,000 |
| G10 | 182 | ,502 | ,000 |
| G11 | 182 | ,595 | ,000 |
| G12 | 182 | ,614 | ,000 |
| G13 | 182 | ,499 | ,000 |
| G14 | 182 | ,686 | ,000 |

Tablo 27, incelendiğinde testin alt testlerinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu p< .01düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları .502 ile .686 arasındadır ve .40' tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir (Can, 2018).

**Tablo 28**

*Lise seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 3 maddeleri ile bu testçikten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | p |
|---|---|---|---|
| G15 | 182 | ,631 | ,000 |
| G16 | 182 | ,556 | ,000 |
| G17 | 182 | ,632 | ,000 |
| G18 | 182 | ,600 | ,000 |
| G19 | 182 | ,635 | ,000 |
| G20 | 182 | ,705 | ,000 |
| G21 | 182 | ,601 | ,000 |
| G22 | 182 | ,670 | ,000 |

Tablo 28, incelendiğinde testin alt testlerinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu p< .01düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları .556 ile .705 arasındadır ve .40’ tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir (Can, 2018).

**Tablo 29**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 4 maddeleri ile bu testçikten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | P |
|---|---|---|---|
| G20C | 182 | ,503 | ,000 |
| G22C | 182 | ,704 | ,000 |
| G23 | 182 | ,513 | ,000 |
| G24A | 182 | ,625 | ,000 |
| G24B | 182 | ,519 | ,000 |
| G25 | 182 | ,606 | ,000 |

Tablo 29, incelendiğinde testin alt testlerinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu p< .01düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları .503 ile .704 arasındadır ve .40’ tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir (Can, 2018).

**Tablo 30**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerinin MOGD testinin van Hiele düşünme düzeyi 5 maddeleri ile bu testçikten aldıkları toplam puanların Pearson Çarpım Moment Korelasyon Analizi Sonuçları*

| Değişken | N | r | P |
|---|---|---|---|
| G26A | 182 | ,631 | ,000 |
| G26B | 182 | ,639 | ,000 |
| G26C | 182 | ,539 | ,000 |
| G27 | 182 | ,553 | ,000 |
| G28 | 182 | ,598 | ,000 |
| G29A | 182 | ,681 | ,000 |
| G29B | 182 | ,720 | ,000 |
| G29C | 182 | ,640 | ,000 |
| G29D | 182 | ,675 | ,000 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| G30A | 182 | ,662 | ,000 |
| G30B | 182 | ,630 | ,000 |
| G30C | 182 | ,527 | ,000 |

Tablo 30, incelendiğinde testin alt testlerinde bulunan maddelerden alınan puanlar ile bu düzey içerisindeki maddelerden aldıkları toplam puanların korelasyonu p< .01düzeyinde anlamlı çıkmıştır. Korelasyon katsayıları .527 ile .720 arasındadır ve .40’ tan yüksek olduğu için çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilmektedir (Can, 2018).

Yapı geçerliliği bir testin teorik yapıyı ölçme durumunun belirlenmesidir. Bu geçerlilik türü teori test etmekte kullanılabilir. Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri teorisini test etmek için geliştirilen MOGD Testinde öğrenci yaşları yani okumakta oldukları eğitim düzeyi yükseldikçe geometrik düşünme düzeylerindeki alt testçiklerden aldıkları başarıları puanlarının da aritmetik ortalamaları da artmaktadır. Yapı geçerliği çalışmasının temel mantığının ölçülmesi düşünülen teorik yapıya düşük derecede sahip olan grup ile yüksek derecede sahip olan gruba uygulayıp testin bu grupları uygun olarak ayırma konusundaki durumunu belirlemek olduğu belirtilmiştir (Tan, 2021). Bu durumda hazırlanan MOGD Testinin yapı geçerliliği vardır.

Çalışmalarda iç geçerliği sağlamak için; sorular hazırlanırken sadece uzman görüşü alınmamış, farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerle nitel çalışmalar yapılarak ve öğrenci görüşleri de alınarak çeşitleme yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca geliştirilen testin uygulama aşamasında mümkün olduğunca farklı başarıdaki okullara gidilip farklı başarıdaki öğrencilere ulaşılmaya çalışılarak örneklem çeşitlemesine gidilmiştir. Tüm süreçler ayrıntılı olarak açıklanmaya çalışılmıştır.

Dış geçerlik örneklemin rastgele seçimine ve benzer özelliklere sahip olan durumlarda aynı tür araştırmaların yürütülmesine bağlıdır (Çepni, 2012). Yani çalışma sonuçlarının genelleştirilebilmesidir. Bunun için testin uygulanacağı grubun yani örneklemin evreni temsil etme gücünün olabildiğince yüksek olması gereklidir. Çalışmanın sonuçlarının genellenebilmesi için evrenin yapısına göre örneklem seçilmelidir ki çalışmada MOGD Testinin uygulanacağı farklı okul türleri olduğu dikkate alınarak evrenin tabakalara uygun olarak ayrılmasına özen gösterilmiştir. Ayrıca örneklem büyüklüğünün belirlenmesinde testteki madde sayısının en az 10 katı alınmıştır (Tan, 2021). Klasik test kuramına göre güvenilirlik, örneklem verilerinin daha geniş olan ve daha fazla eleman içeren ana kütleye genellenebilmesini gerektirir. Cronbach (1970)’a göre güvenilirlik “genellenebilirlik” tir. Ölçüm ile elde ettiğimiz puanlar evrendeki puanların dağılımıyla yakından ilgili ise, bu puanların doğru ve güvenilir olduğunu söyleriz. Literatürde çoğunlukla "güvenilirlik" kavramı kullanılmakla birlikte Cronbach bu olguyu genellenebilirlik kavramıyla tanımlamış ve genellenebilirlik katsayısının her bir ana kütle için ayrıca hesaplanması gerektiğini belirtmiştir. Verilerin güvenilirliği, aynı ana kütleden seçilecek başka örneklemlerde aynı yöntemle, aynı prosedür uygulanarak yapılacak başka ölçümlerde benzer sonuçların elde edilme olasılığıdır. (Şencan, 2005).

Araştırmalarda güvenilirlik, ölçümün ne denli hatalardan arındırılmış olmasına bağlıdır. Dış güvenirlik araştırma sonuçlarının bir birine özellik olarak yakın ortamlarda aynı şekilde elde edilebilmesi olarak tanımlanırken iç güvenirlik diğer araştırmacıların aynı verilerle aynı sonuçları elde edip edemeyeceğidir (Ormancı, 2018).

**Tablo 31**

*MOGD testinin ilkokul seviyesi için güvenirlik analizi sonuçları*

| Test Boyutları | Madde Sayısı | Cronbach (α) |
|---|---|---|
| Düzey 1 | 6 | ,554 |
| Düzey 2 | 8 | ,464 |
| Test Geneli | 14 | ,657 |

MOGD Testinde Düzey 1 ve Düzey 2 alt testleri için güvenirlik katsayılarının düşük çıkmasının sebebi van Hiele geometrik düşünme testindeki düzey alt testlerin güvenirlik katsayılarının düşük çıkmasına sebep olarak aynı nedene yani madde sayısının az olmasına bağlanabilir ki van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testinde güvenirlik katsayıları .31 ve .44 olarak elde edilmiştir (Usiskin, 1982).

MOGD Testinin Cronbach Alpha katsayısı ilkokul seviyesi için 0.657 çıkmıştır. Cronbach alpha güvenirlik katsayısı 0.60 ile 0,90 arasında ise oldukça güvenilir bir test olduğu kanısına varılabilir (Can, 2018).

**Tablo 32**

*MOGD testinin ortaokul düzeyi için güvenirlik analizi sonuçları*

| Test Boyutları | Madde Sayısı | Cronbach (α) |
|---|---|---|
| Düzey 1 | 6 | ,578 |
| Düzey 2 | 8 | ,708 |
| Düzey 3 | 8 | ,805 |
| Test Geneli | 24 | ,870 |

MOGD Testinin Cronbach Alpha katsayısı ortaokul seviyesi için 0.870 çıkmıştır. Cronbach alpha güvenirlik katsayısı .60 ile .90 arasında ise oldukça güvenilir bir test olduğu kanısına varılabilir (Can, 2018). Ortaokul seviyesi için madde sayısı 24 olarak belirlenmiş olup beklenen geometrik düşünme düzeylerinden daha üst düzey başarı gösteren öğrencileri belirleme amaçlandığından Düzey 3 geometrik düşünme seviyesinin üstünde iki adet soruya da test içerisinde yer verilmiştir. Düzey 2 ve Düzey 3 düşünme düzeyi için Cronbach alpha .60 ile .90 arasında değer aldığından bu alt boyutlar da oldukça güvenilirdir.

**Tablo 33**

*MOGD testinin lise düzeyi için Cronbach Alpha katsayısı*

| Test Boyutları | Madde Sayısı | Cronbach (α) |
|---|---|---|
| Düzey 1 | 6 | ,428 |
| Düzey 2 | 8 | ,760 |
| Düzey 3 | 8 | ,862 |
| Düzey 4 | 6 | ,730 |
| Test Geneli | 32 | ,915 |

MOGD Testinin Cronbach Alpha katsayısı lise düzeyi için 0.918 çıkmıştır. Cronbach alpha güvenirlik katsayısı 0,90 ile 1,00 arasında olduğundan yüksek derecede güvenilir bir test olduğu kanısına varılabilmektedir. Düzey 1 alt testinde 428 çıkan Cronbach alfa değeri madde sayısının az olmasından kaynaklanabilmektedir (Usiskin,1982). Lise seviyesi için madde sayısı 32 olarak belirlenmiş olup beklenen geometrik düşünme düzeylerinden daha üst düzey başarı gösteren öğrencileri belirleme amaçlandığından Düzey 5 geometrik düşünme seviyesinin üstünde iki adet soruya da test içerisinde yer verilmiştir. Düzey 2, Düzey 3 ve Düzey 4 düşünme düzeyleri için Cronbach alpha .60 ile .90 arasında değer aldığından bu alt boyutlar da oldukça güvenilirdir.

**Tablo 34**

*MOGD testinin lisans düzeyi için Cronbach Alpha katsayısı*

| Test Boyutları | Madde Sayısı | Cronbach (α) |
|---|---|---|
| Düzey 1 | 6 | ,611 |
| Düzey 2 | 8 | ,697 |
| Düzey 3 | 8 | ,778 |
| Düzey 4 | 6 | ,600 |

| | | |
|---|---|---|
| Düzey 5 | 12 | ,857 |
| Test Geneli | 40 | ,915 |

MOGD Testinin Cronbach Alpha katsayısı lisans düzeyi için 0.915 çıkmıştır. Cronbach alpha güvenirlik katsayısı 0.90 ile 1.00 arasında olduğundan yüksek derecede güvenilir bir test olduğu kanısına varılabilmektedir. Düzey 1, Düzey 2, Düzey 3, Düzey 4 ve Düzey 5 alt testlerinde çıkan Cronbach alpha güvenirlik katsayıları .60 ile .90 arasında ise oldukça güvenilir bir test olduğu kanısına varılabilir. Lisans seviyesi için toplam madde sayısı 40 olarak belirlenmiştir.

Yapılan bir ölçmede aranan güvenirlik türlerinden ilki zamana göre değişmezlik, ikincisi bağımsız gözlemciler arası uyum ve üçüncüsü ise iç tutarlık olarak belirtilmiştir (Bozkurt, 2008). Yapılan çalışmada ölçme araçlarının değerlendirilmesinde bağımsız gözlemciler arası uyuşum hesaplanmıştır. Puanlayıcılar arası güvenirlik, iki veya daha fazla puanlayıcının arasındaki anlaşma olmakla birlikte Kappa veya uyuşum yüzdesi ile hesaplanmaktadır. Süreçte analizler iki uzman tarafından gerçekleştirilmiş ve uzmanlar arasındaki uyuşum değeri, uyuşum yüzdesi hesaplaması (Miles ve Huberman, 1994) kullanılmıştır. Hesaplama sonucunda puanlayıcılar arasındaki uyum %97.08 çıkmıştır. Güvenirlik hesaplarının %70'in üzerinde bir oran belirtmesi araştırma için güvenilir kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Bu çalışma için puanlayıcı uyumu oldukça yüksektir.

Kriter referanslı testlerde çok yüksek iç tutarlılık katsayılarına ulaşılmaya çalışılmamakla birlikte asıl olan, insanların doğru bir şekilde sınıflandırılmasıdır. Bu açıdan güvenilirlik, sınıflandırma kararı sonucunda ortaya çıkacak betimlemenin doğruluğunun uygunluğudur (Şencan, 2005).

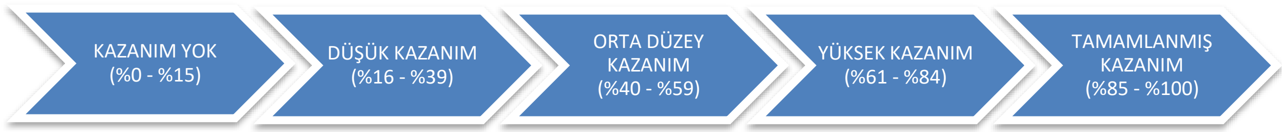
### 3.5. Verilerin Analizi

"Geliştirilen şekil ve uzay konu alanındaki matematik okuryazarlık soruları hangi van Hiele geometrik düşünme düzeylerine karşılık gelmektedir?" sorusu için geliştirilen test, alanında uzman 3 akademisyene uygunluk için sunulmuştur.

"Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testine katılan öğrencilerin her bir geometrik düşünme düzeyi için başarısı nedir?" sorusu için van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre ayrılan sorulardan oluşan MOGD testi ilgili öğrenci gruplarına uygulanmış ve elde edilen veriler öncelikle 0 ile 2 puan arasında puanlanmış veriler Excel paket programına girilmiş ve her bir öğrencinin düzeylerden elde ettiği başarı puanları yüzdesi alınarak 100 puan üzerinden değerlendirilmiş ve öğrencilerin başarı yüzdeleri belirlenmiştir. Bu elde edilen puanlar Guitterez ve diğerleri (1991)'nin çalışmalarında Her bir van Hiele düzeyinden elde edilen kazanım seyiyesininde belirli aralıklarla bölünmesi gerekliliği ve bir seviyenin elde edilme derecesine sayısal bir değer atamak araştırmacılar için yararlı olabileceğini vurgulamışlardır ve Şekil 17'de verilen kazanım derecelerini belirlemişlerdir.

**Şekil 17**

*Van Hiele düşünme düzeylerindeki kazanım seviyeleri puan aralıkları*




MOGD Testinde öğrencilerin van Hiele düzeylerin elde ettiği kazanım derecesi yukarıdaki şekilde belirlenen yüzde aralıklarına göre kazanım yok (%0-15), düşük kazanım edinimi (%16-40), orta düzey kazanım edinimi (%41-60), yüksek kazanım edinimi (%61-84), tamamlanan kazanım edinimi (%85-100) olarak van Hiele geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım sevilerine atanmışlarıdır.

"Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki öğrencilerin başarı puanlarına göre van Hiele geometrik düzeylerine atanması için en uygun kesme puanı kaçtır?" sorusu için kesme puanlarıyla ilgili literatür taranmış ve Crocker ve Algina (1986) kesme puanıyla  ilgili şunları belirmiştir, son yıllarda ölçüm literatüründe 30'dan fazla farklı standart belirleme yöntemi tanımlanmış olmasına rağmen, bu tekniklerin çoğu üç ana kategoriden birinde sınıflandırılmaktedir. Bunlardan ilki, İnceleme veya madde havuzunun bütünsel izlenimlerine dayalı yargılar ile, ikincisi bireysel test öğelerinin içeriğine dayalı yargılar ile ve üçüncüsü sınava giren kişinin test performansına dayalı yargılar ile belirlenebilmektedir. Kriter referanslı testin birçok savunucusu, testin bazı deneme uygulamaları sırasında performans bilgisine dayalı bir standart belirleme fikrini reddedecektir; yine de, standart belirlemeye katılacak olağan "uzman" hakemlerin tam olarak, tipik sınav katılımcılarının böyle bir testte nasıl performans gösterebilecekleri konusunda deneyime sahip oldukları için seçileceği gerçeğinden kaçış yoktur. Örneğin, lise düzlem geometrisindeki bir test için performans standartlarını belirlerken, yargıç olarak kolej topoloji profesörlerinden ziyade lise geometri öğretmenlerini kullanılması daha olası olmaktadır. Ancak, Impara ve Plake (1998), standart belirleme sürecinde yer alan uzmanların yeterliklerine ilişkin çalışmalarında kendilerine verilen soruları veya öğrenci gruplarını doğru bir şekilde değerlendirebildikleri sonucuna ulaştıklarını ve öğretmenlerin düşük başarı gösteren öğrencileri de ayırabildiklerini belirtmişlerdir. Ancak bu öğrencilerin gerçek bir sınavda nasıl bir performans gösterebileceklerini doğru bir şekilde tahmin edemedikleri sonucuna ulaşmışlardır. Madde güçlüklerinin bile tahmin edilmesinin zor olduğunu belirten araştırmacılar bu sebeple uzmanlardan da bunu yapmalarını beklemenin doğru olmadığını belirtmişlerdir. Shepard (1979), uzman hakemlerin standartlarının, sınava girenlerin sınavda nasıl performans göstereceklerini bildiklerine dair algılarından kaçınılmaz olarak etkilendiğinden, iyi seçilmiş bir sınav katılımcısı örneğinden elde edilen gerçek verileri kullanmak, daha sınırlı verilere dayanan keyfi yargılara güvenmekten daha uygun olabileceğini belirtmiştir. Buradaki keyfi yargılardan kasıt (kendine özgü) sınava girenlerin belirli bir testte performans gösterme yeteneklerine ilişkin hakemlerin algıları olduğu belirtilmiştir. Örneğin, Glass (1978), dokuzuncu sınıf öğrencilerinin medyan performansına dayalı bir lise diploması sertifika sınavı için asgari bir standart belirlemeyi tanımlamıştır. Bu yaklaşıma bir başka örnek ise, dil engeli olan çocukları taramak için kullanılan, her sınıf düzeyi için önerilen kesme noktalarının, o sınıf düzeyindeki öğrenciler için ortalamanın altında 1 standart sapma noktaları olduğu standart bir testtir. Hangi yöntem kullanılırsa kullanılsın, test performans standartlarının oluşturulmasında iyi düşünülmüş muhakeme ihtiyacının kaçınılmaz olduğu belirtilmiştir. Standart belirlemenin önemli bir psikometrik sorun olmasına rağmen, bunun yalnızca teknik bir sorun olmadığını kabul etmek zorunludur. Karar verme durumu sebebiyle test puanlarının yorumlanması için bir performans standardına açıkça ihtiyaç duyulduğunda, standart belirlemeye yönelik ortak yaklaşımların gözden geçirilmesi ve verilen durum için rasyonel olarak en savunulabilir görünenlerin belirlenmesi muhtemelen tavsiye edilmiştir (Crocker ve Algina, 1986). Ayrıca, kesme puanı belirlenirken araştırmacının seçeceği yöntemin bilimden çok sanat olduğu da vurgulanmıştır (Şencan, 2005).

Ölçüt türüne ve istatistiksel yöntemlere göre elde edilen sınıflama kararları arasındaki en uyumlu sonuçların bağıl ölçüt ve diskriminant analizi arasında olduğu görülmektedir. Ayrıca bağıl ölçütlere göre alınan sınıflama kararları ile diskriminant analizine göre sınıflama kararları arasındaki uyum anlamlı derecede yüksek bulunmuştur (Saral, 2012).

Kriter referanslı test eğer alt testlerden oluşuyorsa kişilerin ölçüm yapılan konu hakkında yeterli olup olmadığına güvenilir bir şekilde karar verebilmek için alt testte en az altı madde bulunmalıdır (Webb ve Smithson, 1999). MOGD Testinde her bir düzey için en az 6 tane soru sorulmuştur.

"Diğerlerinin başarısına göre" kriter puanı belirleme, aslında norm referanstı test uygulamasına benzemekte olduğu belirtilmekle birlikte farklı olan yönü ilk kez uygulandığında norm grubunun temel alınması daha sonraki uygulamalarda ise elde edilen değerin bir kriter olarak kabul edilmesidir. Diğerlerinin başarısı temel alınırken minimum yeterlilik ile yeterlilik ve üst düzey yeterlilik puanının ne olacağına konu içeriği uzmanlarının birlikte karar vermeleri gerekir. Aritmetik ortalamadan 1.5 standart sapma değeri çıkartılarak minimum yeterliliği ortalamaya .5 standart sapma değeri eklenilerek yeterliliği, 1.5 standart sapma değeri eklenerek üst yeterliliği belirleyebilir (Şencan, 2005). Ayrıca her düzey için belirlenen kesme punlarının tek test sonucuna bağlı sınıflama tutarlılığını belirlemek Subkoviak ve Peng (1988) tarafından geliştirilen prosedür uygulanmıştır.

Araştırmanın 4, 5, 6 ve 7. alt problemlerini içeren "İlkokul, ortaokul, lise ve lisans seviyesndeki öğrencilerinin geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki başarı puanlarına göre sınıflandırılması nasıldır?" sorusu için belirli bir düzeye atanan öğrencilerin o düzey içerisinde ve diğer düzeyler içindeki başarıları Guitterez, Jaime ve Fornuty (1991)'nin çalışmalarında belirledikleri düzey kazanım derecelerine göre ayrıntılı olarak incelenmiştir. Düzeyler arası salınım olan öğrenciler belirlenmiştir.

İlkokul, ortaokul ve lise seviyesinde özellikle düzeylerde salınım gösteren veya grup içerisinde dikkat çeken bir başarı gösteren öğrencilerden seçilen katılımcılarla yarı yapılandırılmış mülakat yapılmış ve ses kaydedicisi ile kaydedilmiştir. Yarı yapılandırılmış mülakatta araştırmacı önceden sormayı planladığı soruları içeren bir tutanak hazırlamakla birlikte görüşmenin akışına bağlı olarak farklı sorulara da yer verebilir bu yöntemde araştırmacı mülakatı gerçekleştirdiği kişiye gerekli gördüğü takdirde farklı sorular yönelterek görüşmenin gidişatını değiştirebilmektedir ve kişinin yanıtlarını daha çok ayrıntılandırmasını sağlayabilmektedir. Bu yöntem görüşmeye bir düzeyde standartlık ve esneklik de katmsından dolayı eğitim araştırmalarına daha uygun bir teknik görünümü vermektedir (Türnüklü, 2000). Yarı yapılandırılmış görüşme tekniği araştırmacıya görüsmenin önceden hazırlanmış görüşme düzenine bağlı olarak sürdürülmesi nedeniyle daha sistematik ve karşılaştırılabilir bilgi sunması ile önemli bir kolaylık sağlamaktadır (Çepni, 2012).

Yarı yapılandırılmış mülakat ile öğrencilerin verdikleri cevaplara göre atandığı van Hiele geometrik düşünme düzeyinin özelliklerinin kazanımını analiz etmek ve salınım gösterdiği düzeydeki soruları nasıl çözdüğünün daha iyi açıklayabilmesi için fırsat verilerek daha derinlemesine bir analiz yapılmıştır.

# 4. BÖLÜM

# BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde araştırmada toplanan verilerin, istatistiksel tekniklerle yapılan çözümlemeleri sonucunda elde edilen bulgular ve yorumuna yer verilmiştir.

## 4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Yapılan araştırmanın birinci alt problemi; "Geliştirilen şekil ve uzay konu alanındaki matematik okuryazarlık soruları hangi van Hiele geometrik düşünme düzeylerine karşılık gelmektedir?" şeklindedir. Bu amaçla araştırmacı tarafından van Hiele geomatrik düşünme düzeylerinin her bir becerisi dikkate alınarak yazılan şekil ve uzay konu alanındaki matematik okuryazarlık sorularının van Hiele geometrik düşünme düzeylerine uygunlukları için görüşleri alınmıştır ve görüşleri alınan üç alan uzmanı da geliştirilen soruların atandığı van Hiele geometrik düşünme düzeylerine uygun olduğu görüşünü bildirmiştir. Ayrıca her bir sorunun matematik okur yazarlığı ile ilgili belirtilen içerik, süreç ve bağlamla da uyumlu olduğu ile ilgili uygun olduğu görüşünü bildirmişlerdir. Aynı zamanda her bir sorunun Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Öğretim Programı (MEB, 2018)'ndaki kazanımlarıyla ilişkilendirilmiş ve uygunluk için görüşleri alınmış ve bulgular her bir düzey için ayrı ayrı sunulmuştur.

**Tablo 35**

*MOGD Testinin her bir maddesinin ölçtüğü van Hiele geometrik düşünme düzey 1'in göstergeleri ve MO içerik, süreç ve bağlamları ile MEB kazanımları*

| Madde | Düzey 1 Göstergeleri | MO içerik, süreç ve bağlamları | MEB Kazanımları |
|---|---|---|---|
| G1 | Bir şekli bütün olarak dış görünüşüne göre tanır.<br><br>Şekilleri çizer ya da kopyalar.<br><br>Geometrik şekilleri standart olan veya olmayan isimlerle adlandırabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir. | Geometrik şekilleri köşe ve kenar sayılarına göre sınıflandırarak adlandırır.<br><br>Kare, dikdörtgen, üçgen ve çember modelleri oluşturulur. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | |
| G2 | Bir şekli bütün olarak dış görünüşüne göre tanır.<br>Verilen bir şekli diğer şekillerle görünüşlerine göre karşılaştırabilir ve diğerlerinin arasından seçebilir.<br><br>Geometrik şekilleri standart olan veya olmayan isimlerle adlandırabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Geometrik şekilleri köşe ve kenar sayılarına göre sınıflandırarak adlandırır.<br><br>Kare, dikdörtgen, üçgen ve çember modelleri oluşturulur. |
| G3 | Bir şekli bütün olarak dış görünüşüne göre tanır.<br><br>Verilen bir şekli diğer şekillerle görünüşlerine göre karşılaştırabilir ve diğerlerinin arasından seçebilir.<br><br>Verilen bir şekli bütün olarak şekline göre tanır; çok basit çizimler içerisinden, farklı duruşlarda karmaşık bir şeklin içerisinden seçebilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Geometrik şekilleri köşe ve kenar sayılarına göre sınıflandırarak adlandırır.<br><br>Kare, dikdörtgen, üçgen ve çember modelleri oluşturulur. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| G4 | Bir şekli bütün olarak dış görünüşüne göre tanır.<br><br>Şekilleri çizer ya da kopyalar.<br><br>Verilen şeklin görünüşüne göre tanımlamasını yapabilir.<br>Kompleks şekiller içerisinden, şekli bütününe göre tanır. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun temel elemanlarını belirler ve çizer. |
| G5 | Bir şekli bütün olarak dış görünüşüne göre tanır.<br><br>Şekilleri çizer ya da kopyalar.<br><br>Şeklin özelliklerini içermeyen problemleri çözebilir.<br><br>Verilen şeklin görünüşüne göre tanımlamasını yapabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir. | Geometrik şekilleri köşe ve kenar sayılarına göre sınıflandırarak adlandırır.<br><br>Kare, dikdörtgen, üçgen ve çember modelleri oluşturulur. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | |
| G6 | Bir şekli bütün olarak dış görünüşüne göre tanır.<br><br>Verilen bir şekli diğer şekillerle görünüşlerine göre karşılaştırabilir ve diğerlerinin arasından seçebilir.<br><br>Verilen bir şekli bütün olarak şekline göre çok basit çizimler içerisinden, farklı duruşlarda ve karmaşık bir şeklin içerisinden tanır. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur. Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Geometrik şekilleri köşe ve kenar sayılarına göre sınıflandırarak adlandırır.<br><br>Önce şekilleri sınıflandırma sonra üçgen, kare, dikdörtgen ve çemberi tanıma ve adlandırma çalışmaları yapılır. |

Tablo 35, incelendiğinde MOGD Testindeki ilk altı soru yani G1-G6 soruları van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden birinci düzeye yani Düzey 1'e uygun olduğu kanısına varılmıştır. Matematik okuryazarlığı açısından incelendiğinde ise MO süreç ve becerileri ile MO soru özelliklerini yansıttığı belirlenmiştir. Soru maddelerine uygun düşen MEB (2018) kazanımları incelendiğinde sınıf seviyelerinde ilkokul 1-4 ve ortaokul 5. sınıflar dahil olmak üzere bu sınıf seviyelerindeki matematik dersi kazanımlarını içermektedir. Düzey 1 soruları içerisinde en yüksek kazanım seviyesini ölçen soru olarak 5. Sınıf seviyesi G4 maddesi olmuştur. Bu sonuçlar Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testindeki Düzey 1'i ölçen soru kazanımlarıyla uyumludur.

**Tablo 36**

*MOGD Testinin her bir maddesinin ölçtüğü van Hiele geometrik düşünme düzey 2'nin göstergeleri ve MO içerik, süreç ve bağlamları ile MEB kazanımları*

| Madde | Düzey 2 Göstergeleri | MO içerik, süreç ve bağlamları | MEB Kazanımları |
|---|---|---|---|
| G7 | Şeklin parçaları arasındaki ilişkileri tanır ve test edebilir.<br><br>İlişkiler ve parçalar için uygun sözcükleri hatırlar ve kullanabilir.<br>Şekillerin özelliklerini deneysel olarak belirleyebilir ve bu özellikleri bir şekiller sınıfına genelleyebilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Modelleme süreç becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipi kullanılmıştır.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Cetvel kullanarak kare, dikdörtgen ve üçgeni çizer; kare ve dikdörtgenin köşegenlerini belirler.<br><br>Çokgenleri isimlendirir, oluşturur ve temel elemanlarını tanır.<br><br>Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler. |
| G8 | Şeklin parçaları arasındaki ilişkileri tanır ve test edebilir.<br><br>İlişkiler ve parçalar için uygun sözcükleri hatırlar ve kullanabilir.<br><br>Şekillerin özelliklerini deneysel olarak belirleyebilir ve bu özellikleri bir şekiller sınıfına genelleyebilir.<br><br>Şekilleri parçalarının sahip olduğu vasıflara göre karşılaştırır. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Modelleme süreç becerilerini kullanmayı gerektirmektedir. | Cetvel kullanarak kare, dikdörtgen ve üçgeni çizer; kare ve dikdörtgenin köşegenlerini belirler.<br><br>Çokgenleri isimlendirir, oluşturur ve temel elemanlarını tanır.<br><br>Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Doğru- yanlış madde tipi kullanılmıştır.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | |
| G9 | Şeklin parçaları arasındaki ilişkileri tanır ve test edebilir.<br>Bir şeklin bilinen özellikleri kullanılarak geometrik problemler çözebilir.<br><br>Şekli parçalarının vasıflarına göre yorumlar ve açıklar ayrıca çizebilir | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Modelleme süreç becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipi kullanılmıştır.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun temel elemanlarını belirler ve çizer.<br><br>Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır. |
| G10 | Şeklin parçaları arasındaki ilişkileri tanır ve test edebilir.<br><br>Verilen bazı özellikleri kullanarak şeklin ne olduğunu belirler.<br><br>Şeklin hangi gruba dahil olduğunu şeklin vasıflarını kullanarak belirleyebilir ve bu şekli | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir. | Dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun temel elemanlarını belirler ve çizer.<br><br>Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer.<br>Hiyerarşik ilişkiye |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | vasıflarına göre hangi şekil olduğunu belirleyebilir. | Modelleme süreç becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | göre her bir özel dörtgen kendi içerisinde; açı, kenar, köşegen özellikleri bağlamında ele alınır. |
| G11 | Şekilleri parçalarının sahip olduğu vasıflara göre karşılaştırır.<br><br>Şekilleri vasıflarına göre seçebilir.<br><br>Şekil gruplarının belirlenmesinde parçalarının hangi vasıflarını kullanacağını bilir ve diğer şekil gruplarına genelleyebilir.<br><br>Farklı iki şeklin vasıflarını keşfedebilir.<br><br>Şekillerin parçalarının vasıflarını kullanır, formüle eder ve ilgili dili kullanabilir. Geometrik şekilleri genellerken, "her", "hiçbir" "bütün" gibi kelimeleri kullanabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Modelleme süreç becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Üçgenleri kenar uzunluklarına göre sınıflandırır.<br><br>Açılarına ve kenarlarına göre üçgenler oluşturur, oluşturulmuş farklı üçgenleri kenar ve açı özelliklerine göre sınıflandırır.<br><br>Üçgende açı özellikleri ile ilgili işlemler yapar. |
| G12 | Şeklin parçaları arasındaki ilişkileri tanır ve test edebilir.<br>Şekli sahip olduğu özelliklere göre sözel olarak yorumlayıp açıklayabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur. | Üçgenleri kenar uzunluklarına göre sınıflandırır.<br>Açılarına ve kenarlarına göre üçgenler oluşturur, oluşturulmuş farklı üçgenleri kenar ve |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Bir şekiller sınıfını özellikleri yoluyla belirleyebilir.<br><br>Verilen bazı özellikleri kullanarak şeklin ne olduğunu belirler. | Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Modelleme süreç becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | açı özelliklerine göre sınıflandırır.<br><br>Üçgende açı özellikleri ile ilgili işlemler yapar. |
| G13 | Şeklin parçaları arasındaki ilişkileri tanır ve test edebilir.<br><br>Şekli sahip olduğu özelliklere göre sözel olarak yorumlayıp açıklayabilir.<br><br>Bir şekiller sınıfını özellikleri yoluyla belirleyebilir.<br><br>Verilen bazı özellikleri kullanarak şeklin ne olduğunu belirler. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Çember çizerek merkezini, yarıçapını ve çapını tanır.<br><br>Üçgende kenarortay, açıortay ve yüksekliği inşa eder.<br><br>Üçgende açı özellikleri ile ilgili işlemler yapar.<br><br>Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşılarındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir.<br><br>Üçgenin çeşidine göre yüksekliklerinin kesiştiği noktanın konumunu belirler.<br><br>Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| G14 | Şekillerin özelliklerini kullanır ve formüle eder ve ilgili dili kullanabilir. Geometrik şekillerin özelliklerini genellerken, "her", "hiçbir" "bütün" gibi kelimeleri kullanabilir. | Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir. Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>İlişkilendirme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir. Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler.<br><br>Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer. |

Tablo 36, incelendiğinde MOGD Testindeki G7-G14 soruları van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden ikinci düzeye yani Düzey 2'ye uygun olduğu kanısına varılmıştır. Matematik okuryazarlığı açısından incelendiğinde ise MO süreç ve becerileri ile MO soru özelliklerini yansıttığı belirlenmiştir.

Soru maddelerine uygun düşen MEB (2018) kazanımları incelendiğinde G7, G8 ve G9 maddesi ilkokul 3. sınıf, ortaokul 5. ve 7. sınıf matematik dersi kazanımlarını içermektedir. G10 maddesi ortaokul 7. sınıf ve lise 10. Sınıf kazanımlarını içermektedir. G11 maddesi ilkokul 4. Sınıf, ortaokul 5. sınıf ve lise 9. Sınıf seviyelerindeki kazanımlarını, G12 maddesi ilkokul 4. Sınıf, ortaokul 5. sınıf ve lise 9. Sınıf kazanımlarını içermektedir. G13 maddesi ortaokul 6. ve 8. sınıf, lise 9. ve 10. sınıf kazanımlarını içermektedir. G14 maddesi ortaokul 7. Sınıf ve lise 10. Sınıf matematik dersi kazanımlarını içermektedir. Düzey 2 soruları içerisinde en yüksek kazanım seviyesini ölçen soru olarak 10. sınıf seviyesindeki kazanımları da içeren G10, G13 ve G14 maddeleri olurken G7, G8 ve G9 maddeleri ilkokul 3. sınıf seviyesindeki kazanımları da ölçerek Düzey 2 için en düşük sınıf seviyelerindeki kazanımları içermiştir. Bu sonuç Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testindeki Düzey 2'yi ölçen soru kazanımlarıyla uyumludur.

**Tablo 37**

*MOGD Testinin her bir maddesinin ölçtüğü van Hiele geometrik düşünme düzey 3'ün göstergeleri ve MO içerik, süreç ve bağlamları ile MEB kazanımları*

| Madde | Düzey 3 Göstergeleri | MO içerik, süreç ve bağlamları | MEB Kazanımları |
|---|---|---|---|
| G15 | Problem çözümlerinde stratejiler ve muhakeme kullanabilir.<br><br>Tümden gelimsel ifadeleri anlayabilir ve problemlere bu düşünme yoluyla yaklaşabilir.<br><br>Problem çözümlerinde stratejiler ve muhakeme kullanabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Doğrunun eğimini modellerle açıklar, doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirir.<br><br>Bir doğrunun eğim açısı ve eğimi tanımlanır. |
| G16 | Problem çözümlerinde stratejiler ve muhakeme kullanabilir.<br><br>Bir şekiller sınıfı için tanımlamaları ve formülleri kullanabilir.<br><br>Tümdengelimsel ifadeleri anlayabilir ve problemlere bu düşünme yoluyla yaklaşabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir. | Eşlik ve benzerliği ilişkilendirir, eş ve benzer şekillerin kenar ve açı ilişkilerini belirler.<br><br>Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | kurar. Thales' in çalışmalarına yer verilir.<br><br>Üçgenlerin benzerliği ile ilgili problemler çözer. Gerçek hayat problemlerine yer verilir. |
| G17 | Problem çözümlerinde stratejiler ve muhakeme kullanabilir.<br><br>Bir şekiller sınıfı için tanımlamaları ve formülleri kullanabilir.<br><br>Tümdengelimsel ifadeleri anlayabilir ve problemlere bu düşünme yoluyla yaklaşabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Pisagor bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.<br><br>Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer. Gerçek hayat problemlerine yer verilir. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| G18 | Problem çözümlerinde stratejiler ve muhakeme kullanabilir.<br><br>Tümdengelimsel ifadeleri anlayabilir ve problemlere bu düşünme yoluyla yaklaşabilir.<br><br>Bir şekiller sınıfı için tanımlamaları ve formülleri kullanabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer. |
| G19 | Problem çözümlerinde stratejiler ve muhakeme kullanabilir.<br><br>Tümdengelimsel ifadeleri anlayabilir ve problemlere bu düşünme yoluyla yaklaşabilir.<br><br>Bir şekiller sınıfı için tanımlamaları ve formülleri kullanabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir. | Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | |
| G20 | Bazı geometrik özellikleri bir geometrik şekiller sınıfını tanımlamak için kullanabilir ve bu özelliklerin yeterli olup olmadığını test eder.<br><br>Bir geometrik şekli tanımlamak için gerekli en az özellikleri belirleyebilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir. | Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler. Kenarların oluşturduğu açılarla birlikte eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgende köşegenlerin oluşturduğu açılar da incelenir.<br><br>Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer Hiyerarşik ilişkiye göre her bir özel dörtgen kendi içerisinde; açı, kenar, köşegen ve alan özellikleri bağlamında ele alınır. |
| G21 | Formal olmayan önermeler ifade eder. Verilen bilgiden bir sonuç çıkarır, mantıksal ilişkileri kullanarak çıkarımını doğrular. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur. | Önermeyi, önermenin doğruluk değerini, iki önermenin denkliğini açıklar. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir. | Bileşik önermeyi örneklerle açıklar ‘‘ve, veya, ya da’’ bağlaçları ile kurulan bileşik önermelerin özelliklerini ve De Morgan kurallarını doğruluk tablosu kullanarak gösterir. |
| G22 | Bir ispatı takip edebilir ve adımlar hakkında önerilerde bulunabilir.<br><br>Bir ispatı kendi cümleleri ile ifade edebilir ve özetleyebilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir. | Tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını açıklar. |

Tablo 37, incelendiğinde MOGD Testindeki G15-G22 soruları van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden üçüncü düzeye yani Düzey 3’e uygun olduğu kanısına varılmıştır. Matematik okuryazarlığı açısından incelendiğinde ise MO süreç ve becerileri ile MO soru özelliklerini yansıttığı belirlenmiştir.

Soru maddelerine uygun düşen MEB (2018) kazanımları incelendiğinde G15 maddesi 8. Sınıf ve 11. Sınıf matematik dersi kazanımlarını içermektedir. G16 ve G17 maddeleri 8. sınıf ve 9. sınıf matematik dersi kazanımlarını içermektedir. G18 maddesi 6. sınıf seviyesindeki matematik dersi kazanımlarını, G19 maddesi 8. sınıf matematik dersi kazanımlarını içermektedir. G20 maddesi 7. sınıf ve 10. sınıf matematik dersi kazanımlarını içermektedir. G21 ve G22 maddeleri 9. sınıf matematik dersi kazanımlarını içermektedir. Düzey 3 soruları içerisinde en yüksek kazanım seviyesini ölçen soru olarak 11. sınıf seviyesindeki kazanımları içeren G15 maddesi olurken G18 maddesi 6. sınıf seviyesindeki kazanımları da ölçerek Düzey 3 için en düşük sınıf seviyesindeki kazanımları içermiştir. Bu sonuçlar Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testindeki Düzey 3'ü ölçen soru kazanımlarıyla uyumludur.

**Tablo 38**

*MOGD Testinin her bir maddesinin ölçtüğü van Hiele geometrik düşünme düzey 4'ün göstergeleri ve MO içerik, süreç ve bağlamları ile MEB kazanımları*

| Madde | Düzey 4 Göstergeleri | MO içerik, süreç ve bağlamları | MEB Kazanımları |
|---|---|---|---|
| G20C | Bir teoremle tersi arasındaki ilişkiyi belirleyebilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Önermeyi, önermenin doğruluk değerini, iki önermenin denkliğini açıklar.<br><br>Bileşik önermeyi örneklerle açıklar, ''ve, veya, ya da'' bağlaçları ile kurulan bileşik önermelerin özelliklerini ve De Morgan kurallarını doğruluk tablosu kullanarak gösterir. |
| G22C | Bir teoremin farklı ispatlarını karşılaştırabilir, farklılıklarını açıklayabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur. | Tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını açıklar. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | |
| G23 | Tanımsız terimler, tanımlar ve postülatların gerekliliğini anlar. | Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | Tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını açıklar. |
| G24A | Bir formal tanımın özelliklerini (gerek ve yeter durumlar gibi ) belirleyebilir veya bir tanımın eş değerini ifade edebilir.<br><br>Bir tanımı veya postülatı değiştirmenin teoremde meydana | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır. | Bir doğru parçasına paralel doğru parçaları inşa eder, çizilmiş doğru parçalarının paralel olup olmadığını yorumlar.<br><br>İki paralel doğruyla bir keseninin oluşturduğu yöndeş, |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | getireceği değişimi belirleyebilir. | Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek özelliklerini inceler; oluşan açıların eş veya bütünler olanlarını belirler; ilgili problemleri çözer. |
| G24B | Bir formal tanımın özelliklerini (gerek ve yeter durumlar gibi ) belirleyebilir veya bir tanımın eş değerini ifade edebilir.<br><br>Bir tanımı veya postülatı değiştirmenin teoremde meydana getireceği değişimi belirleyebilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir<br>. | Bir doğru parçasına paralel doğru parçaları inşa eder, çizilmiş doğru parçalarının paralel olup olmadığını yorumlar.<br><br>İki paralel doğruyla bir keseninin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek özelliklerini inceler; oluşan açıların eş veya bütünler olanlarını belirler; ilgili problemleri çözer. |
| G25 | Bir formal tanımın özelliklerini (gerek ve yeter durumlar gibi ) belirleyebilir veya bir tanımın eş değerini ifade edebilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur. | Bir doğru parçasına paralel doğru parçaları inşa eder, çizilmiş doğru parçalarının paralel olup olmadığını yorumlar. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Bir tanımı veya postülatı değiştirmenin teoremde meydana getireceği değişimi belirleyebilir. | Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | İki paralel doğruyla bir keseninin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek özelliklerini inceler; oluşan açıların eş veya bütünler olanlarını belirler; ilgili problemleri çözer. |

Tablo 38, incelendiğinde MOGD Testindeki G20C-G25 soruları toplamda 6 maddeyi içermekte ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden dördüncü düzeye yani Düzey 4'e uygun olduğu kanısına varılmıştır. Matematik okuryazarlığı açısından incelendiğinde ise MO süreç ve becerileri ile MO soru özelliklerini yansıttığı belirlenmiştir.

Soru maddelerine uygun düşen MEB (2018) kazanımları incelendiğinde G20C maddesi 7. sınıf ve 10. sınıf matematik dersi kazanımlarını içermektedir. G22C, G23 maddesi 9. sınıf matematik dersi kazanımlarını içermektedir. G24A, G24B ve G25 maddeleri 5., 7. ve 9. sınıf seviyesindeki matematik dersi kazanımlarını içermektedir. Düzey 4 soruları içerisinde en yüksek kazanım seviyesini ölçen soru olarak 10. sınıf seviyesindeki kazanımları içeren G20 maddesi olurken G24A, G24B ve G25 maddeleri ise 5. sınıf seviyesindeki kazanımları da ölçerek Düzey 4 için en düşük sınıf seviyesindeki kazanımları içermiştir. Bu sonuçlar Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testindeki Düzey 3'ü ölçen soru kazanımlarıyla uyumludur.

**Tablo 39**

*MOGD Testinin her bir maddesinin ölçtüğü van Hiele geometrik düşünme düzey 5'in göstergeleri ve MO içerik, süreç ve bağlamları ile MEB kazanımları*

| Madde | Düzey 5 Göstergeleri | MO içerik, süreç ve bağlamları | MEB Kazanımları |
|---|---|---|---|
| G26A<br><br>G26B | Aksiyomatik sistemleri karşılaştırabilir. (Euclid geometrisi ile | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır. | MEB kazanımı dışında |

| | | | |
|---|---|---|---|
| G26C | Euclid dışı geometriler gibi)<br><br>Aksiyomlardaki değişikliklerin geometriye etkisini kendiliğinden araştırır. | Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur. Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | |
| G27 | Aksiyomatik sistemleri karşılaştırabilir. (Euclid geometrisi ile Euclid dışı geometriler gibi)<br><br>Aksiyomlardaki değişikliklerin geometriye etkisini kendiliğinden araştırır.<br><br>Bir aksiyomun bağımsızlığını, yeterliğini, başka bir aksiyoma eşliğini anlayabilir.<br><br>Bir matematiksel teoremin ve prensibin | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir. | MEB kazanımı dışındadır. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | uygulanabileceği bir alan arayabilir. | Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | |
| G28 | Aksiyomatik sistemleri karşılaştırabilir. (Euclid geometrisi ile Euclid dışı geometriler gibi)<br><br>Aksiyomlardaki değişikliklerin geometriye etkisini kendiliğinden araştırır.<br><br>Bir aksiyomun bağımsızlığını, yeterliğini, başka bir aksiyoma eşliğini anlayabilir.<br>. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Problem çözme becerilerini kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | MEB kazanımı dışındadır. |
| G29A<br>G29B<br>G29C<br>G29D | Aksiyomatik sistemleri karşılaştırabilir. Örneğin, Öklid geometrisi ile Öklid dışı geometriler gibi sistemleri kıyaslayabilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır. | MEB kazanımı dışındadır. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Bir aksiyomun bağımsızlığını, yeterliğini, başka bir aksiyoma eşliğini anlayabilir.<br><br>Bir matematiksel teoremin ve prensibin uygulanabileceği bir alan arayabilir. | Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br><br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | |
| G30A<br><br>G30B<br><br>G30C | Aksiyomatik sistemleri karşılaştırabilir. Örneğin, Öklid geometrisi ile Öklid dışı geometriler gibi sistemleri kıyaslayabilir.<br><br>Bir aksiyomun bağımsızlığını, yeterliğini, başka bir aksiyoma eşliğini anlayabilir.<br>Bir matematiksel teoremin ve prensibin uygulanabileceği bir alan arayabilir.<br><br>Farklı aksiyomatik sistemlerde teoremler üretebilir. | İçerik olarak uzay ve şekil konu alanıdır.<br><br>Günlük hayattan bir problemle sunulmuştur.<br><br>Bağlam ile içerik uyumludur.<br><br>Matematiksel düşünmeyi yansıtmaktadır.<br><br>Teoriden çok uygulamayı yansıtmaktadır.<br><br>Okul matematiği ile ilişkilidir.<br><br>Matematiksel dil ve iletişim becerilerini etkili kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri kullanmayı gerektirmektedir.<br><br>Farklı disiplinler ile ilişkilidir.<br><br>Açık uçlu madde tipinde verilmiştir.<br>Uygun düzeyde zorluğa sahiptir. | MEB kazanımı dışındadır. |

Tablo 39, incelendiğinde MOGD Testindeki G26A-G30C soruları toplamda 12 maddeyi içermekte ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden beşinci düzeye yani Düzey

5’e uygun olduğu kanısına varılmıştır. Matematik okuryazarlığı açısından incelendiğinde ise MO süreç ve becerileri ile MO soru özelliklerini yansıttığı belirlenmiştir. Bu sonuçlar Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testindeki Düzey 5’i ölçen soru kazanımlarıyla uyumludur.

## 4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Yapılan araştırmanın ikinci alt problemi “Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testine katılan öğrencilerin her bir geometrik düşünme düzeyi için başarısı nedir?” şeklindedir. Bu amaçla her bir düzey için maksimum ve minimum alınabilecek puanlar belirlenerek araştırmaya katılan öğrencilerin puanları yüzdelik başarı puanlarına dönüştürülmüştür. Her bir maddeden alınabilecek maksimum puan 2 iken minimum puan 0’dır. Böylece Düzey 1 puanları belirlenmesi için öğrencilere yöneltilen toplamda 6 soru için yani G1-G6 maddelerinden alınabilecek en yüksek puan 12 olarak belirlenmiştir. Düzey 2 için G7-G14 maddeleri için ise toplamda 8 maddeden oluştuğundan alınabilecek en yüksek puan 16 olarak belirlenmiştir. Tablo 40’ta Düzey 1 soruları içerisindeki öğrencilerin kazanım başarıları verilmiştir.

**Tablo 40**

*MOGD Testinde öğrencilerin Düzey 1 için kazanım başarı dağılımı*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 13 | 1 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 64 | 6 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 240 | 22 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 545 | 50 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 227 | 21 |
| Toplam | 1089 | 100 |

Tablo 40, incelendiğinde MOGD Testindeki maddelerin içeriği gereği düzey 1 sorularını çözen 1089 kişi içinde yüksek kazanım başarısı gösterenler grubun %50’sini oluşturmaktadır. Orta düzey kazanım başarısı gösterenler ise tüm grup içerisinde %22’lik dilimi oluşturmaktadır. Tamamlanmış kazanım başarı gösterenler ise tüm grubun %21’lik dilimi oluşturduğu belirlenmiştir. Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri içerisinde MOGD Testindeki soruları çözme başarısı üzerinden Düzey 1 için değerlendirildiğinde grubun %93’lük dilimi orta, yüksek ve tamamlanmış kazanım başarısı gösterdikleri belirlenmiştir. orta düzey kazanımdan daha düşük başarı gösteren öğrenciler tüm grubun %7'sini oluşturmaktadır.

Düzey 2 için öğrencilerin kazanım başarıları Tablo 41'de verilmiştir.

**Tablo 41**

*MOGD Testinde öğrencilerin Düzey 2 için kazanım başarı dağılımı*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 158 | 15 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 304 | 28 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 188 | 17 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 263 | 24 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 176 | 16 |
| Toplam | 1089 | 100 |

Tablo 41, incelendiğinde MOGD Testindeki maddelerin içeriği gereği Düzey 2 sorularını çözen 1089 kişi içinde düşük kazanım başarısı gösterenler grubun %28'lik dilim ile en kalabalık öğrenci kitlesini içermektedir. Yüksek kazanım başarısı gösteren öğrenci kitlesi tüm grubun %24'ünü oluşturmaktadır. Tamamlanmış kazanım başarısı gösteren öğrenci kitlesi tüm grup içerisinde %16'lık bir dilimi içermektedir. Düzey 2 içerisindeki genel başarı incelendiğinde orta düzey ve daha yüksek kazanım başarısı gösteren öğrenciler tüm grubun %57'sini oluştururken orta düzey kazanımdan daha düşük başarı gösteren öğrenciler tüm grubun %43'ünü oluşturmuştur.

Düzey 3 başarısını belirlemek için MOGD Testinde G15-G22 maddelerini içeren toplam 8 soru sorulmuştur ve en yüksek alınabilecek puan 16 olarak belirlenmiştir. MOGD testindeki Düzey 3 başarısını ölçen maddeler testin içeriği gereği 1-4. sınıf öğrencilerine uygulanmamıştır. Düzey 3 sorularını çözen kişi sayısı toplam 826 olarak belirlenmiştir. Düzey 3 için öğrencilerin kazanım başarıları Tablo 42'de verilmiştir.

**Tablo 42**

*MOGD Testinde öğrencilerin Düzey 3 için kazanım başarı dağılımı*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 227 | 27 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 149 | 18 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 121 | 15 |

| | | |
|---|---|---|
| Yüksek kazanım(%61-84) | 190 | 23 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 139 | 17 |
| Toplam | 826 | 100 |

Tablo incelendiğinde MOGD Testindeki maddelerin içeriği gereği düzey 3 sorularını çözen 826 kişi içinde grubun %27'lik dilimi ile en kalabalık öğrenci kitlesini kazanım yok başarısını gösteren öğrencileri kapsamaktadır. Orta düzey kazanım başarısını gösteren öğrenciler ise tüm grubun %15'ini oluşturarak en az öğrenciyi içeren başarı grubu olduğu belirlenmiştir. MOGD testinin Düzey 3 sorularını da içeren bölümünü çözen 5-12. sınıf ve lisans seviyesindeki öğretmen adayları grubun %40'ı yüksek ve tamamlanmış kazanım başarısı gösteren öğrenci kitlesini oluşturmuştur. Orta düzey ve daha düşük kazanım seviyesinde başarı gösteren öğrenciler ise tüm grubun %60'nı oluşturduğu görülmüştür.

Düzey 4 başarısını belirlemek için MOGD Testinde G20C ve G22C maddeleri ile G23-G25 arasındaki maddeleri içeren toplam 6 soru sorulmuştur ve en yüksek alınabilecek puan 12 olarak belirlenmiştir. MOGD Testindeki Düzey 4 başarısını ölçen maddeler testin içeriği gereği 1-8. sınıf öğrencilerine uygulanmamıştır. Düzey 4 sorularını çözen kişi sayısı toplam 520 olarak belirlenmiştir. Düzey 4 için öğrencilerin kazanım başarıları Tablo 43'te verilmiştir.

**Tablo 43**

*MOGD Testinde öğrencilerin Düzey 4 için kazanım başarı dağılımı*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 108 | 21 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 115 | 22 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 153 | 29 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 114 | 22 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 30 | 6 |
| Toplam | 520 | 100 |

Tablo incelendiğinde MOGD Testindeki maddelerin içeriği gereği Düzey 4 sorularını çözen 520 kişi içinde grubun %29'luk dilim ile en kalabalık öğrenci kitlesini orta düzey kazanım başarısını gösteren öğrenciler kapsamaktadır. Tamamlanmış kazanım başarısını gösteren öğrenciler ise tüm grubun %6'sını oluşturarak en az öğrenciyi içeren grup olduğu belirlenmiştir. MOGD Testinin Düzey 4 bölümünü çözen 9-12. sınıf öğrencileri ve lisans seviyesindeki öğretmen adaylarından %28'i yüksek ve tamamlanmış kazanım başarısı gösteren öğrenci kitlesini oluşturmuştur. Orta düzey ve daha düşük kazanım seviyesinde başarı gösteren öğrenciler ise tüm grubun %72'sini oluşturduğu görülmüştür.

Düzey 5 başarısını belirlemek için MOGD Testinde G26A-G30C maddeleri arasındaki maddeleri içeren toplam 12 soru sorulmuştur ve en yüksek alınabilecek puan 24 olarak belirlenmiştir. MOGD Testindeki Düzey 5 başarısını ölçen maddeler testin içeriği gereği sadece lisans seviyesindeki öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Düzey 5 sorularını çözen kişi sayısı toplam 182 olarak belirlenmiştir. Düzey 5 için lisans öğrencilerinin kazanım başarıları Tablo 44'te verilmiştir.

**Tablo 44**

*MOGD Testinde öğrencilerin Düzey 5 için kazanım başarı dağılımı*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 19 | 10 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 19 | 10 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 51 | 28 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 72 | 40 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 21 | 12 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo 44, incelendiğinde MOGD Testindeki maddelerin içeriği gereği Düzey 5 sorularını çözen 182 kişi içinde grubun %40'lık dilim ile en kalabalık öğrenci kitlesini yüksek kazanım başarısını gösteren öğrenciler kapsamaktadır. Tamamlanmış kazanım başarısını gösteren öğrenciler ise tüm grubun %12'sini oluşturarak en az öğrenciyi içeren grup olduğu belirlenmiştir. MOGD Testinin Düzey 5 bölümünü çözen lisans seviyesindeki öğretmen adaylarından %52'si yüksek ve tamamlanmış kazanım başarısı gösteren öğrenci kitlesini oluşturmuştur. Orta düzey ve daha düşük kazanım seviyesinde başarı gösteren öğrenciler ise tüm grubun %48'ini oluşturduğu görülmüştür.

### 4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Yapılan araştırmanın üçüncü alt problemi "Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki öğrencilerin başarı puanlarına göre van Hiele geometrik düzeylerine atanması için en uygun kesme puanı kaçtır?" şeklindedir. Bu amaçla daha önceki araştırmalarda ortaya koyulan öğrenci sınıf seviyeleri ile olmaları beklenen van Hiele düşünme düzeyleri göz önüne alınmıştır. 1-8. sınıflar için beklenen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri Düzey 1 ve Düzey 2 düşünme düzeyleridir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). MOGD Testindeki van Hiele geometrik düşünme seviyelerinden Düzey 1'in kesme puanının belirlenmesi için G1-G6 aralığındaki maddelerden oluşan toplam 6 soru için belirlenen sınıf seviyesinden 569 öğrenci için Düzey 1 puanları toplamları z puanlarına dönüştürülmüştür ve .5 z puanını tekabül eden toplam puan ve bu puanın üstünde puan alan öğrenciler Düzey 1 için yeterli sayılmıştır. Tablo 45'te öncelikle toplam Düzey 1 puanlarının dağılımının normalliğinin test edilmesi için basıklık ve çarpıklık değerleri hesaplanmıştır.

**Tablo 45**

*Düzey 1 için basıklık ve çarpıklık değerleri tablosu*

| Değişken | Kurtosis | | Skewness | |
|---|---|---|---|---|
| | Değer | Std. Hata | Değer | Std. Hata |
| Düzey 1 | ,331 | ,204 | -,717 | ,102 |

Tablo 45, incelendiğinde çarpıklık ve basıklık değerlerinin +1.5 ve -1.5 değerleri aralığında yer alması verilen normal dağılım gösterdiği anlamına geldiğini göstermektedir (Tabachnick ve Fidell, 2010). Düzey 1 için tanımlayıcı istatistik verileri Tablo 43'te verilmiştir.

**Tablo 46**

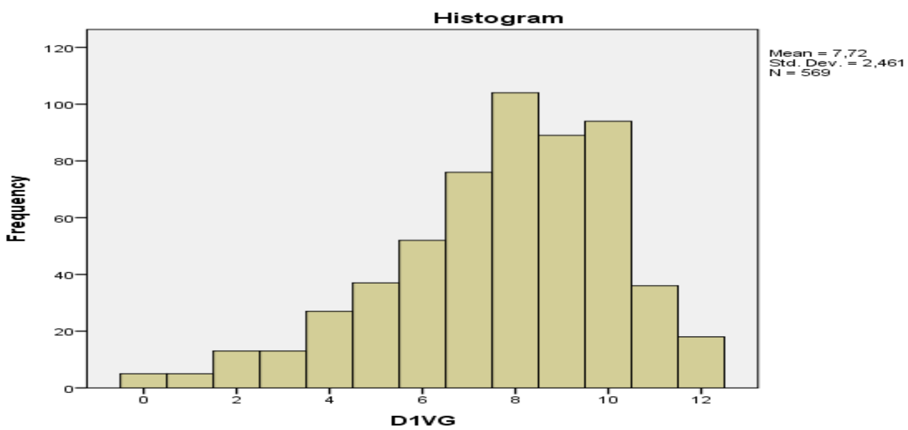
*Düzey 1 için tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 1 | 7,72 | 2,461 | ,103 |

Tablo 46, incelendiğinde Düzey 1 için MOGD Testinden alınan ortalama puan 7.72 olmuştur. Standart sapma değeri 2.461 olurken standart hata değeri .103 olarak görülmektedir. Düzey 1 için oluşan histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 1**

*MOGD Testindeki Düzey 1 için oluşturulan histogram grafiği*



Grafik 1, incelendiğinde MOGD Testinde Düzey 1 (D1VG) için alınan toplam puanlar için grubun soldan çarpıktır. Yani grubun başarılı bir grup olduğu yorumu ya da Düzey 1 bölümü için MOGD Testinin kolay olduğu yorumu yapılabilir. D1VG puanları z puanına dönüştürüldüğünde 12 puan üzerinden 9 puan alanlar .5'lik standart puanı karşılamaktadır. MOGD Testinde van Hiele geometrik düşünme Düzey 1 kriterini karşılama yeterliliği olarak 12 puan üzerinden en az 9 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %75'lik bir başarı ortalamasını göstermektedir. Elde edilen sonuç literatür tarandığında kriter belirleme testleri için testte bulunan soruların en az 4/6'sını doğru cevaplama şartına uymaktadır (Webb ve Smithson, 1999). Ayrıca Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometri testinde kriter belirleme puanı olarak 3/5 veya 4/5 olarak belirlenmiştir. Bu kriter puanlar %60 ile %80'lik bir test başarısını işaret etmektedir. MOGD testinde Düzey 1 için elde edilen %75 başarı puanı Usiskin (1982) tarafından önerilen kesme puanına uygun görülmektedir. Elde edilen %75'lik kesme puanı için uzman görüşü alınmış ve Düzey 1 için MOGD testinden elde edilen güçlük düzeyleri de göz önüne alınarak uygunluk alınmıştır. Ayrıca literatürde kesme puanının bilimden çok sanat olduğu vurgulanarak kesme puanının hangi istatistik yöntemi kullanılırsa kullanılsın akla ve mantığa uygun olarak yüksek bir değerlendirmeyle belirlenmesi önerilmiştir (Şencan, 2005).

Düzey 2 için MOGD Testinde G7-G14 maddelerini içeren toplam 8 soruyu içeren bölümü çözen öğrenciler içinden 1-8. sınıflar için beklenen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri Düzey 1 ve Düzey 2 düşünme düzeyleri olduğu vurgulanmıştır **(**Gutiérrez ve Jaime, 1998). Ancak yapılan çoğu araştırmada beklenen düzeylerden daha düşük öğrenciler bulunmaktadır (Wu ve Ma, 2006; Yıldız, 2018; Zeybek, 2019). Bu nedenle MOGD Testindeki van Hiele geometrik düşünme seviyelerinden Düzey 2'nin kesme puanının belirlenmesi için G7-G14 aralığındaki maddelerden oluşan toplam 8 soru için 4-8. ve 9-12. sınıf seviyesine kadar testin uygulandığı 644 öğrenci için Düzey 2 puanları toplamları z puanlarına dönüştürülmüştür ve .5 z puanını tekabül eden toplam puan ve bu puanın üstünde puan alan öğrenciler Düzey 2 için yeterli sayılmıştır. Tablo 47'de öncelikle toplam Düzey 2 puanlarının dağılımının normalliğinin test edilmesi için basıklık ve çarpıklık değerleri hesaplanmıştır.

**Tablo 47**

*Düzey 2 için basıklık ve çarpıklık değerleri tablosu*

| Değişken | Kurtosis | | Skewness | |
|---|---|---|---|---|
| | Değer | Std. Hata | Değer | Std. Hata |
| Düzey 2 | -,897 | ,192 | ,017 | ,096 |

Tablo 47, incelendiğinde çarpıklık ve basıklık değerlerinin +1.5 ve -1.5 değerleri aralığında yer alması verilerin Düzey 2 için normal dağılım gösterdiği anlamına geldiğini göstermektedir (Tabachnick ve Fidell, 2010). Düzey 2 için tanımlayıcı istatistik verileri tablo 45'te verilmiştir.

**Tablo 48**

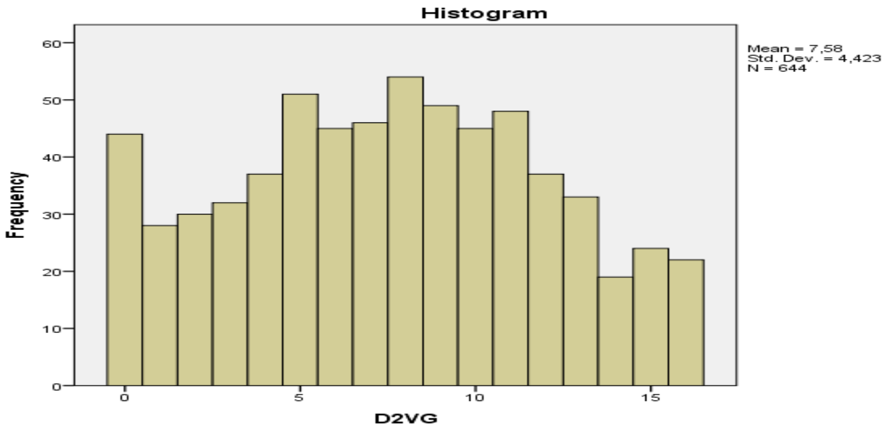
*Düzey 2 için tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 2 | 7,58 | 4,423 | ,174 |

Tablo 48, incelendiğinde Düzey 2 için MOGD testinden alınan ortalama puan 7.58 olmuştur. Standart sapma değeri 4.423 olurken standart hata değeri .174 olarak görülmektedir. Düzey 2 için oluşan histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 2**

*MOGD Testindeki Düzey 2 için oluşturulan histogram grafiği*




Grafik 2, incelendiğinde MOGD Testinde Düzey 2 (D2VG) için alınan toplam puanlar için grup ortalamaya yakın birikmiştir. Yani grubun ortalama başarıya sahip olduğu yorumu ya da Düzey 2 bölümü için MOGD Testinin orta güçlükte olduğu yorumu yapılabilir. D2VG puanları z puanına dönüştürüldüğünde 16 puan üzerinden 10 puan alanlar .5'lik standart puanı karşılamaktadır. MOGD Testinde van Hiele geometrik düşünme Düzey 2 kriterini karşılama yeterliliği olarak 16 puan üzerinden en az 10 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %62.5'lik bir başarı ortalamasını göstermektedir. Elde edilen sonuç literatür tarandığında kriter belirleme testleri için testte bulunan soruların en az 4/6'sını doğru cevaplama kriteriyle uyuşmaktadır (Webb ve Smithson, 1999). Ayrıca Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometri testinde kriter belirleme puanı olarak 3/5 veya 4/5 olarak belirlenmiştir. Bu kriter puanlar %60 ile %80'lik bir test başarısını işaret etmektedir. MOGD testinde Düzey 2 için elde edilen %62.5 başarı puanı Usiskin (1982) tarafından önerilen kesme puanına uygun görülmektedir. Elde edilen %62.5'lik kesme puanı için uzman görüşü alınmış ve Düzey 2 için MOGD Testinden elde edilen güçlük düzeyleri de göz önüne alınarak uygunluk alınmıştır. Ayrıca literatürde kesme puanının bilimden çok sanat olduğu vurgulanarak kesme puanının hangi istatistik yöntemi kullanılırsa kullanılsın akla ve mantığa uygun olarak yüksek bir değerlendirmeyle belirlenmesi önerilmiş kesme puanının ne çok yüksek ne de çok düşük olması gerekliliği vurgulanmıştır (Şencan, 2005).

Düzey 3 için MOGD Testinde G15-G22 maddelerinden oluşan toplam 8 soruyu içeren bölümü çözen öğrenciler içinden 5-12. sınıflar için beklenen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri Düzey 3 düşünme düzeyleri olduğu vurgulanmıştır **(**Gutiérrez ve Jaime, 1998). Ancak yapılan araştırmalarda beklenen düzeylerden daha düşük öğrenciler bulunmaktadır (Wu ve Ma, 2006; Yıldız, 2018; Zeybek, 2019). Bu nedenle MOGD Testindeki van Hiele geometrik düşünme seviyelerinden Düzey 3'ün kesme puanının belirlenmesi için G15-G22 aralığındaki maddelerden oluşan toplam 8 soru için lisans seviyesinde öğrenim gören öğretmen adayları da dahil edilerek 826 öğrenci için Düzey 3 puanları toplamları z puanlarına dönüştürülmüştür ve .5 z puanını tekabül eden toplam puan ve bu puanın üstünde puan alan öğrenciler Düzey 3 için yeterli sayılmıştır. Tablo 49'da öncelikle toplam Düzey 3 puanlarının dağılımının normalliğinin test edilmesi için basıklık ve çarpıklık değerleri hesaplanmıştır.

**Tablo 49**

*Düzey 3 için basıklık ve çarpıklık değerleri tablosu*

| Değişken | Kurtosis | | Skewness | |
|---|---|---|---|---|
| | Değer | Std. Hata | Değer | Std. Hata |
| Düzey 3 | -1,386 | ,170 | ,048 | ,085 |

Tablo 49, incelendiğinde çarpıklık ve basıklık değerlerinin +1.5 ve -1.5 değerleri aralığında yer alması verilerin Düzey 3 için normal dağılım gösterdiği anlamına geldiğini göstermektedir (Tabachnick ve Fidell, 2010). Düzey 3 için tanımlayıcı istatistik verileri Tablo 50'de verilmiştir.

**Tablo 50**

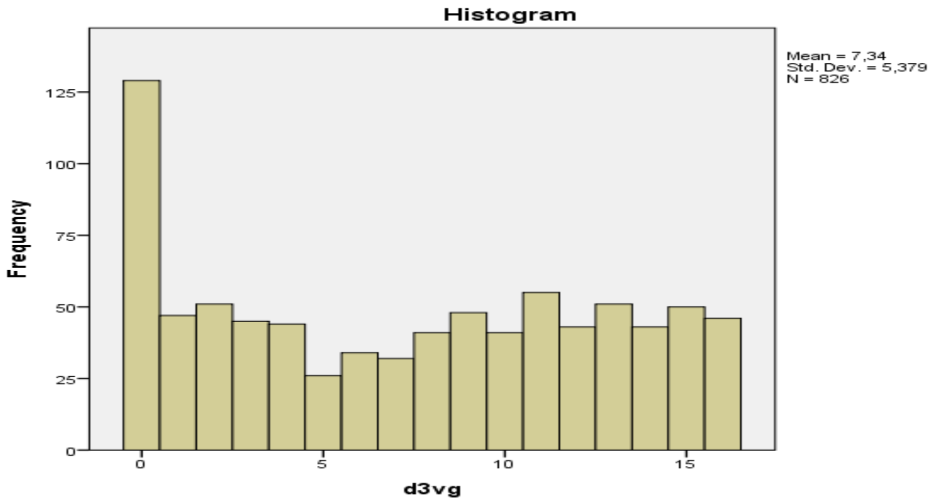
*Düzey 3 için tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 3 | 7,34 | 5,379 | ,187 |

Tablo 50, incelendiğinde Düzey 3 için MOGD testinden alınan ortalama puan 7.34 olmuştur. Standart sapma değeri 5.379 olurken standart hata değeri .187 olarak görülmektedir. Düzey 3 için oluşan histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 3**

*MOGD Testindeki Düzey 3 için oluşturulan histogram grafiği*




Grafik 3, incelendiğinde MOGD testinde Düzey 3 (D3VG) için alınan toplam puanlar için sıfır puan alanların çok fazla olması dışında 1-16 puan arasında neredeyse eşit dağılmış olduğu görülmektedir. Yani grubun ortalaması testten alınabilecek %50 başarı puanı olan 8 puana oldukça yakın (7.34) olduğu görülmektedir. Düzey 3 bölümü için MOGD Testinin orta güçlükte olduğu yorumu yapılabilir. D3VG puanları z puanına dönüştürüldüğünde 16 puan üzerinden 10 puan alanların standart z puan için karşığı .5'e çok yakın ancak daha küçük olarak belirlenmiş olup 11 puan alanlar .5'lik standart puanın üzerinde bir başarıyı karşılamaktadır. Bundan dolayı MOGD Testinde van Hiele geometrik düşünme Düzey 3 kriterini karşılama yeterliliği olarak 16 puan üzerinden en az 11 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %68.75'lik bir başarı ortalamasını göstermektedir. Elde edilen sonuç literatür tarandığında kriter belirleme testleri için testte bulunan soruların en az 4/6'sını doğru cevaplama kriteriyle uyuşmaktadır (Webb ve Smithson, 1999). Ayrıca Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometri testinde kriter belirleme puanı olarak 3/5 veya 4/5 olarak belirlenmiştir. Bu kriter puanlar %60 ile %80'lik bir test başarısını işaret etmektedir. MOGD testinde Düzey 2 için elde edilen %68.75'lik başarı puanı Usiskin (1982) tarafından önerilen kesme puanına uygun görülmektedir. Elde edilen %68.75'lik kesme puanı için uzman görüşü alınmış ve Düzey 3 için MOGD testinden elde edilen güçlük düzeyleri de göz önüne alınarak uygunluk alınmıştır. Ayrıca literatürde kesme puanının bilimden çok sanat olduğu vurgulanarak kesme puanının hangi istatistik yöntemi kullanılırsa kullanılsın akla ve mantığa uygun olarak yüksek bir değerlendirmeyle belirlenmesi önerilmiş kesme puanının ne çok yüksek ne de çok düşük olması gerekliliği vurgulanmıştır (Şencan, 2005). Düzey 3 maddelerinde yer alan sorular LGS, TYT ve AYT gibi ülkemizde öğrenci seçme sınavlarında sorulan geometri sorularına benzerliği yüksek olması öğrencilerin bu sorulara alışkın olması beklenmektedir. Ancak MO yeterliliği yönünden incelendiğinde MOGD Testinde ortaokul ve lise öğrencilerinin yine de beklenen başarıyı sağlayamadıkları görülmüştür. Bu sonuç ülkemizdeki yapılan birçok araştırmayla uyumludur (Buyruk-Akıl, 2020; Coşkun, 2009; Ersoy ve diğerleri, 2019; Kılıç ve diğerleri, 2007; Regina, 2000; Senk, 1983; Sert Çelik ve Kaleli Yılmaz, 2022). Diğer alt problemlerin bulgularında tüm van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin betimlemesi ve incelenmesi ayrıntılı olarak yapılacaktır.

Düzey 4 için MOGD testinde G20C ve G22C maddeleri ile G23-G25 arasındaki maddeleri içeren toplam 6 soru sorulmuştur. Lise seviyesindeki öğrencileri için beklenen van Hiele geometrik düşünme düzeyi Düzey 4 olduğu vurgulanmıştır **(**Gutiérrez ve Jaime, 1998). Ancak Türkiye'de yapılan çoğu araştırmada beklenen düzeylerden daha düşük öğrenciler bulunmaktadır (Sert Çelik ve Kaleli Yılmaz, 2022). Bu nedenle Lisans seviyesindeki öğretmen adayları da kesme puanı belirlenmesi için gruba dahil edilerek toplamda 520 öğrenci için Düzey 4 puanları toplamları z puanlarına dönüştürülmüştür ve .5 z puanını tekabül eden toplam puan ve bu puanın üstünde puan alan öğrenciler Düzey 4 için yeterli sayılmıştır. Tablo 51'de öncelikle toplam Düzey 4 puanlarının dağılımının normalliğinin test edilmesi için basıklık ve çarpıklık değerleri hesaplanmıştır.

**Tablo 51**

*Düzey 4 için basıklık ve çarpıklık değerleri tablosu*

| Değişken | Kurtosis | | Skewness | |
|---|---|---|---|---|
| | Değer | Std. Hata | Değer | Std. Hata |
| Düzey 4 | -1,059 | ,214 | ,068 | ,107 |

Tablo 51, incelendiğinde çarpıklık ve basıklık değerlerinin +1.5 ve -1.5 değerleri aralığında yer alması verilerin Düzey 4 için normal dağılım gösterdiği anlamına geldiğini göstermektedir (Tabachnick ve Fidell, 2010). Düzey 4 için tanımlayıcı istatistik verileri Tablo 52'de verilmiştir.

**Tablo 52**

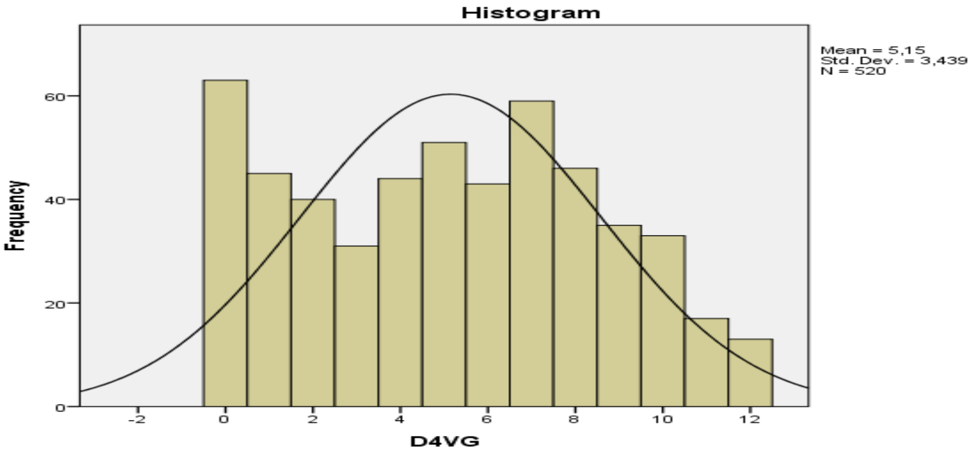
*Düzey 4 için tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 4 | 5,15 | 3,439 | ,151 |

Tablo 49, incelendiğinde Düzey 4 için MOGD Testinden alınan ortalama puan 5.15 olmuştur. Standart sapma değeri 3.439 olurken standart hata değeri .151 olarak görülmektedir. Düzey 4 için oluşan histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 4**

*MOGD Testindeki Düzey 4 için oluşturulan histogram grafiği*




Grafik 4, incelendiğinde MOGD Testinde Düzey 4 (D4VG) için alınan toplam puanlar için grubun sağa çarpık olduğu görülmektedir. Ancak grubun ortalaması 12 puan üzerinden değerlendirildiğinde %50 başarıyı sağlayacak 6 puana yakın bir değer olduğundan grup ortalama başarı göstermiştir denilebilir veya Düzey 4 bölümü için MOGD Testinin orta zorlukta yorumu yapılabilir. D4VG puanları z puanına dönüştürüldüğünde 12 puan üzerinden 7 puan alanlar .5'lik standart puanı karşılamaktadır. MOGD Testinde van Hiele geometrik düşünme Düzey 4 kriterini karşılama yeterliliği olarak 12 puan üzerinden en az 7 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %58,33'lük bir başarı ortalamasını göstermektedir. Elde edilen sonuç literatür tarandığında kriter belirleme testleri için testte bulunan soruların en az 4/6'sını doğru cevaplama duruma yakın bir sonuç elde edilmiştir (Webb ve Smithson, 1999). Ayrıca Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometri testinde kriter belirleme puanı olarak 3/5 veya 4/5 olarak belirlenmiştir. Bu kriter puanlar %60 ile %80'lik bir test başarısını işaret etmektedir. MOGD Testinde Düzey 4 için elde edilen %58,33 başarı puanı Usiskin (1982) tarafından önerilen kesme puanına uygun görülmektedir. Elde edilen %58,33'lük kesme puanı için uzman görüşü alınmış ve Düzey 4 için MOGD Testinden elde edilen güçlük düzeyleri de göz önüne alınarak uygunluk alınmıştır. Ayrıca literatürde kesme puanının bilimden çok sanat olduğu vurgulanarak kesme puanının hangi istatistik yöntemi kullanılırsa kullanılsın akla ve mantığa uygun olarak yüksek bir değerlendirmeyle belirlenmesi önerilmiştir (Şencan, 2005). MOGD Testinin her bir bölümü için soruların güçlükleri ve güçlük ortalamaları farklı olduğu için kesme puanlarının farklılaştığı yorumu yapılabilir.

Düzey 5 için MOGD Testinde G26A-G30C maddelerini içeren toplam 12 soru sorulmuştur. Literatür seviyesindeki öğrencileri van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin en üst düzeyi olan Düzey 5'e ancak ulaşabilmekte veya ulaşamamakta olduğu vurgulanmıştır

(Gutiérrez ve Jaime, 1998; Sert Çelik ve Kaleli Yılmaz, 2022). Bu nedenle MOGD Testinin Düzey 5 seviyesindeki soruları yalnızca lisans seviyesindeki öğretmen adaylarına uygulanarak 182 kişi için kesme puanı belirleme işlemi yapılmıştır. Düzey 5 maddelerinden alınan toplam puanlar z puanlarına dönüştürülmüştür ve .5 z puanını tekabül eden toplam puan ve bu puanın üstünde puan alan öğrenciler Düzey 5 için yeterli sayılmıştır. Tablo 50'de öncelikle toplam Düzey 5 puanlarının dağılımının normalliğinin test edilmesi için basıklık ve çarpıklık değerleri hesaplanmıştır.

**Tablo 53**

*Düzey 5 için basıklık ve çarpıklık değerleri tablosu*

| Değişken | Kurtosis | | Skewness | |
|---|---|---|---|---|
| | Değer | Std. Hata | Değer | Std. Hata |
| Düzey 5 | -,314 | ,358 | -,686 | ,180 |

Tablo 53, incelendiğinde çarpıklık ve basıklık değerlerinin +1.5 ve -1.5 değerleri aralığında yer alması verilerin Düzey 5 için normal dağılım gösterdiği anlamına geldiğini göstermektedir (Tabachnick ve Fidell, 2010). Düzey 3 için tanımlayıcı istatistik verileri Tablo 54'te verilmiştir.

**Tablo 54**

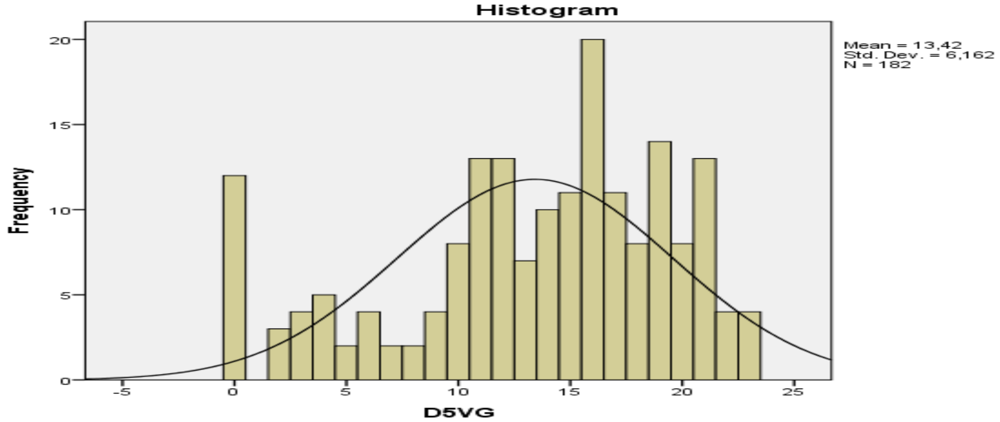
*Düzey 5 için tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 5 | 13,42 | 6,162 | ,457 |

Tablo 54, incelendiğinde Düzey 5 için MOGD Testinden alınan ortalama puan 13.42 olmuştur. Standart sapma değeri 6.162 olurken standart hata değeri .457 olarak görülmektedir. Düzey 5 için oluşan histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 5**

*MOGD Testindeki Düzey 5 için oluşturulan histogram grafiği*



Grafik 5, incelendiğinde MOGD Testinde Düzey 5 (D5VG) için alınan toplam puanlar için grubun sola çarpık olduğu görülmektedir. Ancak grubun ortalaması 24 puan üzerinden değerlendirildiğinde %50 başarıyı sağlayacak 12 puana yakın bir değer olduğundan grup ortalama başarı göstermiştir denilebilir veya Düzey 5 bölümü için MOGD Testinin orta zorlukta olduğu yorumu yapılabilir. D5VG puanları z puanına dönüştürüldüğünde 24 puan üzerinden 17 puan alanlar .5'lik standart puanı karşılamaktadır. MOGD Testinde van Hiele geometrik düşünme Düzey 5 kriterini karşılama yeterliliği olarak 24 puan üzerinden en az 17 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %70.83'lük bir başarı ortalamasını göstermektedir. Elde edilen sonuç literatür tarandığında kriter belirleme testleri için testte bulunan soruların en az 4/6'sını doğru cevaplama kriterine uymakta olduğu görülmektedir (Webb ve Smithson, 1999). Ayrıca Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometri testinde kriter belirleme puanı olarak 3/5 veya 4/5 olarak belirlenmiştir. Bu kriter puanlar %60 ile %80'lik bir test başarısını işaret etmektedir. MOGD Testinde Düzey 5 için elde edilen %70.83 başarı puanı Usiskin(1982) tarafından önerilen kesme puanına uygun görülmektedir. Elde edilen %70.83'lük kesme puanı için uzman görüşü alınmış ve Düzey 5 için MOGD Testinden elde edilen güçlük düzeyleri de göz önüne alınarak uygunluk alınmıştır. Ayrıca literatürde kesme puanının bilimden çok sanat olduğu vurgulanarak kesme puanının hangi istatistik yöntemi kullanılırsa kullanılsın akla ve mantığa uygun olarak yüksek bir değerlendirmeyle belirlenmesi önerilmiştir (Şencan, 2005). MOGD Testinin her bir bölümü için soruların güçlükleri ve güçlük ortalamaları farklı olduğu için kesme puanlarının ve düzeyler içerisinde başarı yüzdelerinin farklılaştığı yorumu yapılabilir.

Belirlenen tüm kesme puanları düzeylerin kazanım edinim yüzdelerine göre yüksek kazanım edinimi başarı dilimi içerisinde olmakla birlikte sadece Düzey 4 için kesme puanı %58.33 başarı puanı ile orta düzey kazanım edinim başarı dilimi içerisinde yer almaktadır. Orta düzey kazanım edinimi başarı yüzde aralığı %40-59 olduğu düşünüldüğünde belirlenen kesme puanının başarı yüzdesi olarak orta düzey kazanım ediniminde üst başarı grubunda yer aldığı ve yine yüksek kazanım edinimi sınır yüzdesi olan %60'lık başarı puanına yakın olduğu görülmektedir.

Belirlenen kesme puanlarının sınıflama tutarlılığını ($p_0$) belirlemek için Subkoviak (1988)'ın belirlemiş olduğu istatistiki prosedür ve belirlemiş olduğu tablo kullanılmıştır.

**Tablo 55**

*MOGD Testinin her bir bölümü için sınıflama tutarlılıkları*

| | Düzey 1 | Düzey 2 | Düzey 3 | Düzey 4 | Düzey 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Sınıflama Tutarlılığını ($p_0$) | ,72 | ,81 | ,88 | ,81 | ,87 |

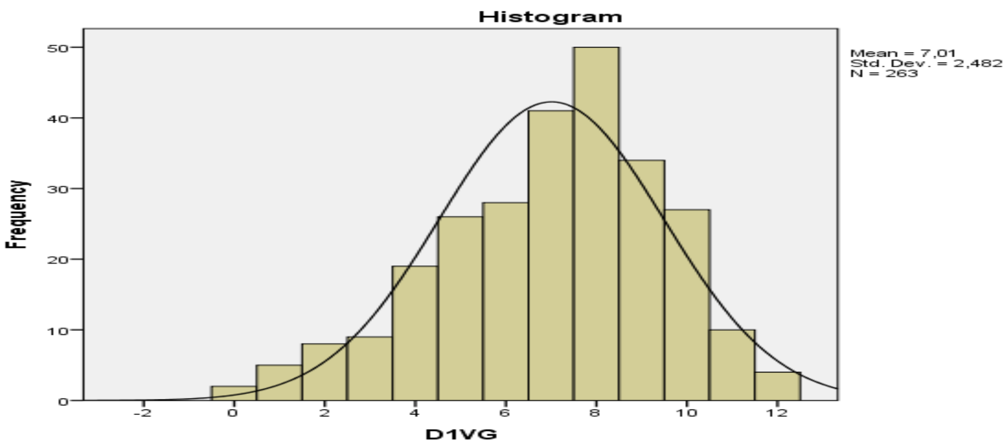
Tablo 55, incelendiğinde sınıflama tutarlılığı ($p_0$) .72 ile en düşük Düzey 1 için olmuştur. En yüksek sınıflama tutarlılığı ($p_0$) .88 ile Düzey 3 için elde edilmiştir. Düzey 1 haricindeki belirlenen tüm düzeyler için sınıflama tutarlılığı ($p_0$) .80'in üzerinde bulunmuştur. Bu da MOGD Testinde Düzeyler için belirlenen kesme puanlarının doğru bir sınıflandırma olasılığı %80'den yüksektir. Düzey 1 için sınıflama tutarlılığının ($p_0$) .72 ile diğer değerlerden düşük çıkmasının sebebinin Düzey 1 kesme puanlarının belirlenmesi için seçilen ilkokul ve ortaokul grubunun Cronbach Alpha katsayısının diğer düzeyler için belirlenen Cronbach Alfa katsayısından düşük çıkması olabileceği düşünülmektedir. Sınıflama tutarlılığını ($p_0$), Düzey 1 için de artırılabilir olması için kesme puanı daha yüksek olarak seçilebilirdi ancak kriter belirleme testlerinin yapısı gereği çok yüksek başarı puanı ile grubu ayırmaya çalışmak Düzey 1 kriterlerini elde eden kişileri de yeterli değil olarak nitelendirilme olasılığını artırabilecektir.

### 4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Yapılan araştırmanın dördüncü alt problemi "İlkokul öğrencilerinin geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki başarı puanlarına göre sınıflandırılması nasıldır?" şeklindedir. Bu amaçla ilkokul seviyesindeki öğrencilerin başarıları ve kesme puanıyla Düzey 1'e atanan öğrenci sayıları ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD Testinin Düzey 1 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 12 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. İlkokul öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 1 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 6**

*İlkokul öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 1 puanlarına ilişkin histogram grafiği*




Grafik 6, incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir. Bundan dolayı MOGD Testinde yer alan G1-G6 maddelerindeki Düzey 1 belirleme sorularında ilkokul öğrencilerinin başarılı bir grup olduğu yorumu yapılabilir. İlkokul öğrencilerinin Düzey 1 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 56**

*İlkokul öğrencilerinin Düzey 1 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 1 | 7,01 | 2,482 | ,153 |

Tablo incelendiğinde Düzey 1 için MOGD Testinden ilkokul öğrencilerinin ortalama puanı 7.01 olmuştur. Standart sapma değeri 2.482 olurken standart hata değeri .153 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 1 bölümüne katılan ilkokul seviyesindeki öğrenci sayısı 263 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 1 için kazanım başarıları Tablo 57'de verilmiştir.

**Tablo 57**

*İlkokul öğrencilerinin Düzey 1 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 7 | 3 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 36 | 14 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 95 | 36 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 111 | 42 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 14 | 5 |
| Toplam | 263 | 100 |

Tablo 57, incelendiğine ilkokul seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 1 bölümünde yüksek kazanım edinimine %42 ile en fazla öğrenci girmiştir. En az öğrenci kitlesi %3 ile kazanım yok başarı seviyesindedir. Yığılmanın düşük-orta ve yüksek kazanım edinimi seviyesinde toplam % 82 olduğu görülmektedir. Tamamlanmış kazanım ediniminde ise ilkokul öğrencilerinin %5'lik kısmı yer almıştır.

Kesme puanı Düzey 1 için 12 puan üzerinden 9 puan olarak belirlenmiştir. Bu puan başarı yüzdesi olarak %75'lik bir başarıyı işaret etmektedir ki kazanım edinimleri incelendiğinde yüksek kazanım ediniminin olduğu yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. İlkokul öğrencileri için Düzey 1 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 58'de ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 58**

*Düzey 1'de yüksek kazanım edinimini sağlayan İlkokul öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %66,6 | 50 | 45 |
| %75 | 34 | 31 |
| %83,3 | 27 | 24 |
| Toplam | 114 | 100 |

Tablo 58, incelendiği yüksek kazanım edinimi gösteren ilkokul öğrencilerinden %55'i Düzey 1'e atanırken %45'i atanamamıştır. Ancak yine de yüksek kazanım edinimi içerisinde yer almaktadır.

İlkokul seviyesinde eğitim gören 263 öğrenci için düzey 1'e atama durumu Tablo 59'da verilmiştir.

**Tablo 59**

*İlkokul öğrencilerinin Düzey 1'e atanma durumu*

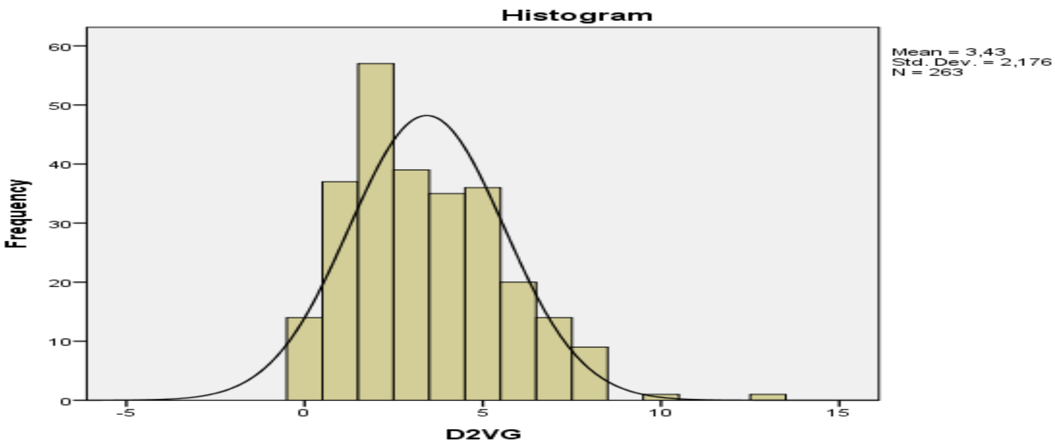
| Düzey 1 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 188 | 71 |
| Atanan | 75 | 29 |
| Toplam | 263 | 100 |

Tablo incelendiğinde ilkokul seviyesindeki öğrencilerin %29'u Düzey 1'e atanırken %71'i Düzey 1'e atanamamıştır. Bu sonuç ilkokul öğrencilerinin yarısından fazlasının beklenen başarı seviyesine ulaşamadığını göstermektedir. Literatür tarandığında bir çok çalışma sonucuya bu sonuç uyuşmaktadır (Wu ve Ma, 2006; Yıldız, 2018; Zeybek, 2019).

Ayrıca ilkokul seviyesindeki öğrencilerin Düzey 2'deki başarıları ve kesme puanıyla Düzey 2'ye atanan öğrenci sayıları ayrıntılı da olarak incelenmiştir. MOGD Testinin Düzey 2 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 16 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. İlkokul öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 2 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 7**

*İlkokul öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 2 puanlarına ilişkin histogram grafiği*




Grafik 7, incelendiğinde sağdan çarpık olduğu görülmektedir. Bundan dolayı MOGD Testinde yer alan G7-G14 maddelerindeki Düzey 2 belirleme sorularında ilkokul öğrencilerinin başarısız bir grup olduğu yorumu yapılabilir. İlkokul öğrencilerinin Düzey 2 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri Tablo 60'ta verilmiştir.

**Tablo 60**

*İlkokul öğrencilerinin Düzey 2 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 2 | 3,43 | 2,176 | ,134 |

Tablo incelendiğinde Düzey 2 için MOGD Testinden ilkokul öğrencilerinin ortalama puanı 3.43 olmuştur. Standart sapma değeri 2.176 olurken standart hata değeri .134 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 2 bölümüne katılan ilkokul seviyesindeki öğrenci sayısı 263 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 2 için kazanım başarıları Tablo 61'de verilmiştir.

**Tablo 61**

*İlkokul öğrencilerinin Düzey 2 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 108 | 41 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 130 | 49 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 23 | 9 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 2 | 1 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 0 | 0 |
| Toplam | 263 | 100 |

Tablo 61, incelendiğine ilkokul seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 2 bölümünde yüksek kazanım edinimine sahip yalnızca %1 öğrenci girmiştir. Düşük kazanım edinimindeki öğrenci kitlesi %49 ile ilkokul seviyesindeki öğrencilerin en fazla olduğu kısımdır. Tamamlanmış kazanım edinimine hiçbir öğrenci girememiştir.

Kesme puanı Düzey 2 için Düzey 2 kriterini karşılama yeterliliği olarak 16 puan üzerinden en az 10 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %62.5'lik bir başarı ortalamasını göstermektedir ki kazanım edinimlerinden yüksek kazanım edinimi başarısı gösteren yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. İlkokul öğrencileri için Düzey 2 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 62'de ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 62**

*Düzey 2'de yüksek kazanım edinimini sağlayan ilkokul öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %62,5 | 1 | 50 |
| %68,5 | 0 | 0 |
| %75 | 0 | 0 |
| %84,25 | 1 | 50 |
| Toplam | 2 | 100 |

Tablo 62, incelendiği yüksek kazanım edinimi gösteren ilkokul öğrencilerinden tamamı Düzey 2'ye atanmıştır. İlkokul seviyesinde eğitim gören 263 öğrenci için Düzey 2'ye atama durumu Tablo 63'te verilmiştir.

**Tablo 63**

*İlkokul öğrencilerinin Düzey 2'ye atanma durumu*

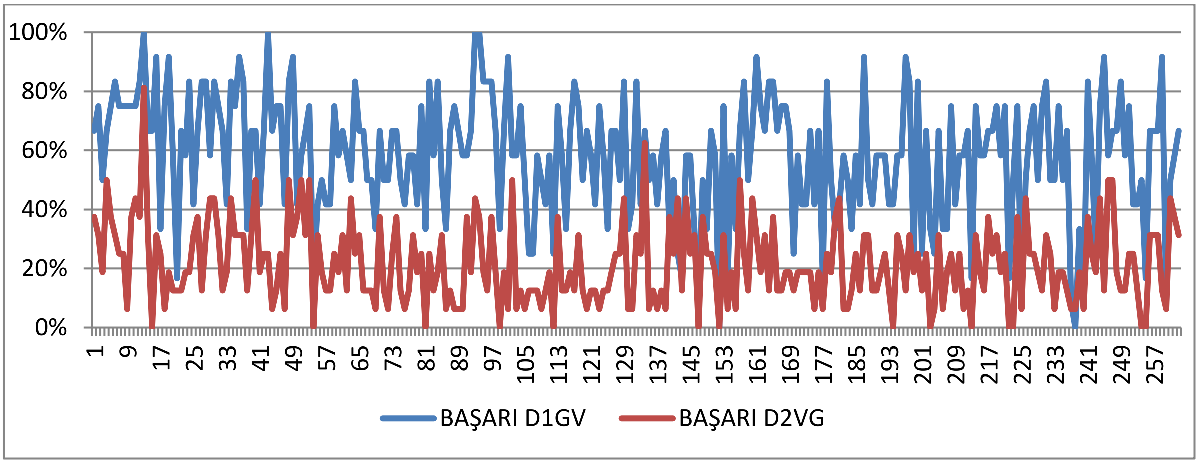
| Düzey 1 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 261 | 99 |
| Atanan | 2 | 1 |
| Toplam | 263 | 100 |

Tablo incelendiğinde ilkokul seviyesindeki öğrencilerin %1'i Düzey 2'ye atanırken %99'u Düzey 2'ye atanamamıştır. Bu sonuç ilkokul öğrencilerinin Düzey 2 için beklenen başarı seviyesine ulaşamadığını göstermektedir. Literatür tarandığında bir çok çalışma sonucuya bu sonuç uyuşmaktadır (Wu ve Ma, 2006; Yıldız, 2018; Zeybek, 2019).

Aşağıda verilen Grafik 8'de ilkokul seviyesindeki öğrencilerin Düzey 1 ve Düzey 2'deki başarı durumları çizgi grafiği ile açıklanmıştır.

**Grafik 8**

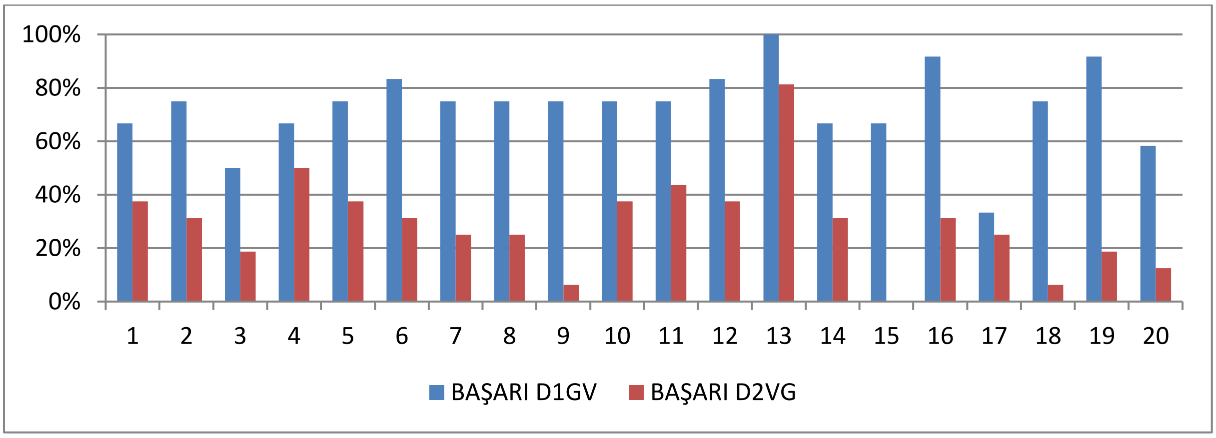
*İlkokul seviyesindeki öğrencilerin Düzey 1 ve Düzey 2'deki başarı durumları*




Grafik 8, incelendiğinde ilkokul seviyesinde Düzey 1 ve Düzey 2 arasında salınım yoktur ve Geometrik düşünme düzeyleri bir birinden ayrıktır. Araştırmaya katılan tüm ilkokul öğrencilerinin sayısı fazla olduğundan tek bir grafikte hepsini incelemek genel bir bakış sağlasa da rastgele seçilen 20 kişilik bir grubu Düzey 1 ve Düzey 2'deki başarıları için grafikle incelemenin MOGD Testindeki Düzey ayrımını daha net bir şekilde göstereceği düşünülmektedir. Aşağıda verilen Grafik 9'da ilkokul seviyesindeki öğrencilerin MOGD Testinde geometrik düşünme düzeyleri örneklenmiştir.

**Grafik 9**

*İlkokul seviyesindeki öğrencilerin MOGD testinde geometrik düşünme düzeylerinden bazı örnekler*



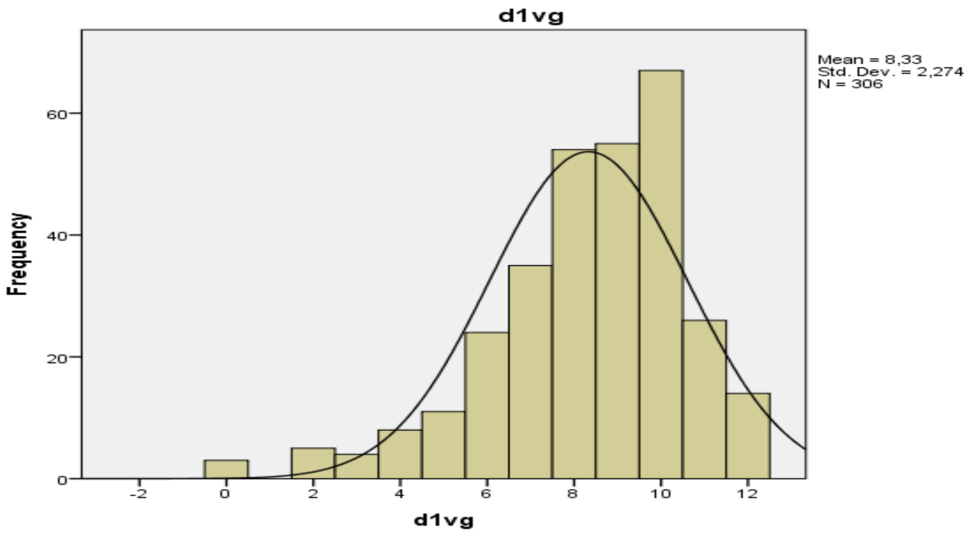

Grafik 9, incelendiğinde görülmektedir ki Düzey 1'de öğrenciler yüksek kazanım edinimi gösterse de Düzey 2 için genel olarak %60 başarının altında kaldığı görülmektedir ki tüm öğrenciler için elde edilen sonuç böyledir. Düzey 1'deki başarı arttığında Düzey 2'deki başarının da arttığı genel olarak söylenebilse de her hangi bir kesinlik yoktur. Ancak bu durum bile Düzey 1'e atanamamış yani yeterlilik kriter başarısını gösteremeyen öğrencilerde de Düzey 2 kazanımları gelişim göstermeye başladığı yorumu yapılabilir. Böylece van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde sadece beş seviyenin olmadığı ve öğrencilerin sıçrama halinde bir düzeyden diğer geometrik düzeye geçmediğini göstermektedir. Geometrik düşünme düzeylerinin daha karmaşık bir yapıda ve insanlardaki geometrik düşünme düzeylerinin daha karmaşık yapıda olduğu görüşünü desteklemektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998).

### 4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Yapılan araştırmanın beşinci alt problemi "Ortaokul öğrencilerinin geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki başarı puanlarına göre sınıflandırılması nasıldır?" şeklindedir. Bu amaçla ortaokul seviyesindeki öğrencilerin başarıları ve kesme puanıyla Düzey 1, Düzey 2, Düzey 3'e atanan öğrenci sayıları ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD Testinin Düzey 1 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 12 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 1 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 10**

*Ortaokul öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 1 puanlarına ilişkin histogram grafiği*




Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir. Bundan dolayı MOGD testinde yer alan G1-G6 maddelerindeki Düzey 1 belirleme sorularında ortaokul öğrencilerinin başarılı bir grup olduğu yorumu yapılabilir. Ortaokul öğrencilerinin Düzey 1 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri Tablo 64'te verilmiştir.

**Tablo 64**

*Ortaokul öğrencilerinin Düzey 1 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 1 | 8,33 | 2,274 | ,130 |

Tablo incelendiğinde Düzey 1 için MOGD Testinden ortaokul öğrencilerinin ortalama puanı 8.33 olmuştur. Standart sapma değeri 2.274 olurken standart hata değeri .130 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 1 bölümüne katılan ortaokul seviyesindeki öğrenci sayısı 306 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 1 için kazanım başarıları Tablo 65' te verilmiştir.

**Tablo 65**

*Ortaokul öğrencilerinin Düzey 1 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 3 | 1 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 17 | 6 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 70 | 23 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 176 | 57 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 40 | 13 |
| Toplam | 306 | 100 |

Tablo 65, incelendiğine ortaokul seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 1 bölümünde yüksek kazanım edinimine %57 ile en fazla öğrenci girmiştir. En az öğrenci kitlesi %1 ile kazanım yok başarı seviyesindedir. Yığılmanın düşük-orta ve yüksek kazanım edinimi seviyesinde toplam % 86 olduğu görülmektedir. Tamamlanmış kazanım ediniminde ise ortaokul öğrencilerinin %13'lik kısmı yer almıştır.

Kesme puanı Düzey 1 için 12 puan üzerinden 9 puan olarak belirlenmiştir. Bu puan başarı yüzdesi olarak %75'lik bir başarıyı işaret etmektedir ki kazanım edinimleri incelendiğinde yüksek kazanım ediniminin olduğu yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Ortaokul öğrenci için Düzey 1 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 66'da ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 66**

*Düzey 1'de yüksek kazanım edinimini sağlayan ortaokul öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %66,6 | 54 | 31 |
| %75 | 55 | 31 |

| | | |
|---|---|---|
| %83,3 | 67 | 38 |
| Toplam | 176 | 100 |

Tablo 66, incelendiği yüksek kazanım edinimi gösteren ortaokul öğrencilerinden %69'u Düzey 1'e atanırken %31'i atanamamıştır. Ancak yine de yüksek kazanım edinimi içerisinde yer almaktadır.

Ortaokul seviyesinde eğitim gören 306 öğrenci için Düzey 1'e atama durumu Tablo 67'de verilmiştir.

**Tablo 67**

*Ortaokul öğrencilerinin Düzey 1'e atanma durumu*

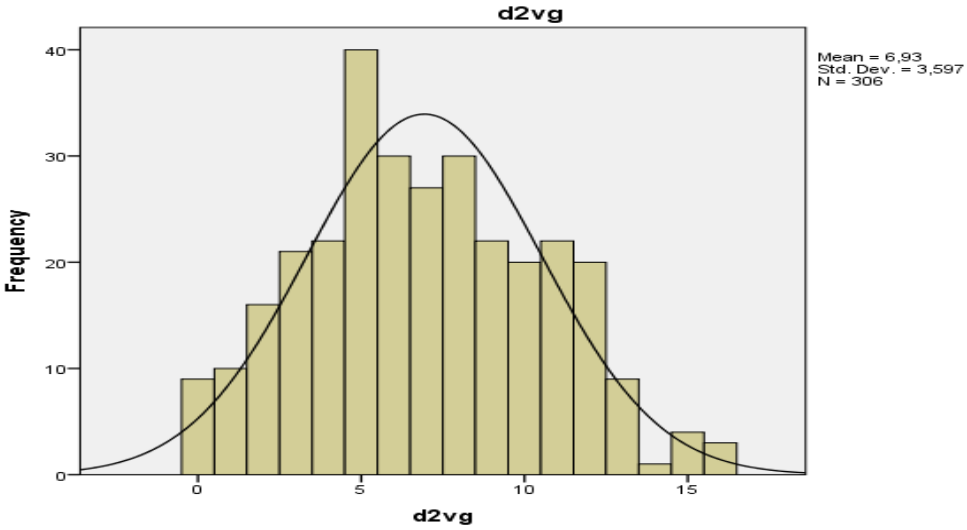
| Düzey 1 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 144 | 47 |
| Atanan | 162 | 53 |
| Toplam | 306 | 100 |

Tablo 67, incelendiğinde ortaokul seviyesindeki öğrencilerin %53'ü Düzey 1'e atanırken %47'si Düzey 1'e atanamamıştır. Bu sonuç ortaokul öğrencilerinin yarısından fazlasının beklenen başarıyı gösterdiği yorumu yapılabilir. Bu elde edilen sonuçlarla bir çok çalışma uymludur (Berkant ve Çadırlı, 2019; Buyruk-Akıl, 2020; Coşkun, 2009; Ersoy ve diğerleri, 2019; Fidan, 2009, Kılıç ve diğerleri, 2007; Regina, 2000; Senk, 1983; Usiskin, 1982).

Ortaokul seviyesindeki öğrencilerin Düzey 2'deki başarıları ve kesme puanıyla Düzey 2'ye atanan öğrenci sayıları da ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD Testinin Düzey 2 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 16 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 2 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 11**

*Ortaokul öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 2 puanlarına ilişkin histogram grafiği*




Grafik incelendiğinde sağdan çarpık olduğu görülmektedir. Ancak MOGD Testinde yer alan G7-G14 maddelerindeki Düzey 2 belirleme sorularında ortaokul öğrencilerinin %50 başarı gösterebilmesi için alması gereken 8 puana çok yakın bir ortalama puan elde etmişlerdir bundan dolayı orta düzeyde başarı gösterdikleri yorumu yapılabilir. Ortaokul öğrencilerinin Düzey 2 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri Tablo 68'de verilmiştir.

**Tablo 68**

*Ortaokul öğrencilerinin Düzey 2 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 2 | 6,93 | 3,597 | ,206 |

Tablo 68, incelendiğinde Düzey 2 için MOGD Testinden ortaokul öğrencilerinin ortalama puanı 6.93 olmuştur. Standart sapma değeri 3.597 olurken standart hata değeri .206 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 2 bölümüne katılan ortaokul seviyesindeki öğrenci sayısı 306 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 2 için kazanım başarıları Tablo 69'da verilmiştir.

**Tablo 69**

*Ortaokul öğrencilerinin Düzey 2 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 35 | 11 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 113 | 37 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 79 | 26 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 71 | 23 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 8 | 3 |

| | | |
|---|---|---|
| Toplam | 306 | 100 |

Tablo 69, incelendiğine ortaokul seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 2 bölümünde yüksek kazanım edinimine sahip olan kazanım seviyesine %23 öğrenci girmiştir. Düşük kazanım edinimindeki öğrenci kitlesi %37 ile ortaokul seviyesindeki öğrencilerin en fazla olduğu kısımdır. Tamamlanmış kazanım edinimine ise %3'lük öğrenci kitlesi ulaşabilmiştir.

Kesme puanı Düzey 2 için Düzey 2 kriterini karşılama yeterliliği olarak 16 puan üzerinden en az 10 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %62.5'lik bir başarı ortalamasını göstermektedir ki kazanım edinimlerinden yüksek kazanım edinimi başarısı gösteren yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Ortaokul öğrencileri için Düzey 2 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 70'te ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 70**

*Düzey 2'de yüksek kazanım edinimini sağlayan ortaokul öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %62,5 | 20 | 28 |
| %68,5 | 22 | 31 |
| %75 | 20 | 28 |
| %84,25 | 9 | 13 |
| Toplam | 71 | 100 |

Tablo 70, incelendiği yüksek kazanım edinimi gösteren ortaokul öğrencilerinden tamamı Düzey 2'ye atanmıştır. Ortaokul seviyesinde eğitim gören 306 öğrenci için Düzey 2'ye atama durumu Tablo 71'de verilmiştir.

**Tablo 71**

*Ortaokul öğrencilerinin Düzey 2'ye atanma durumu*

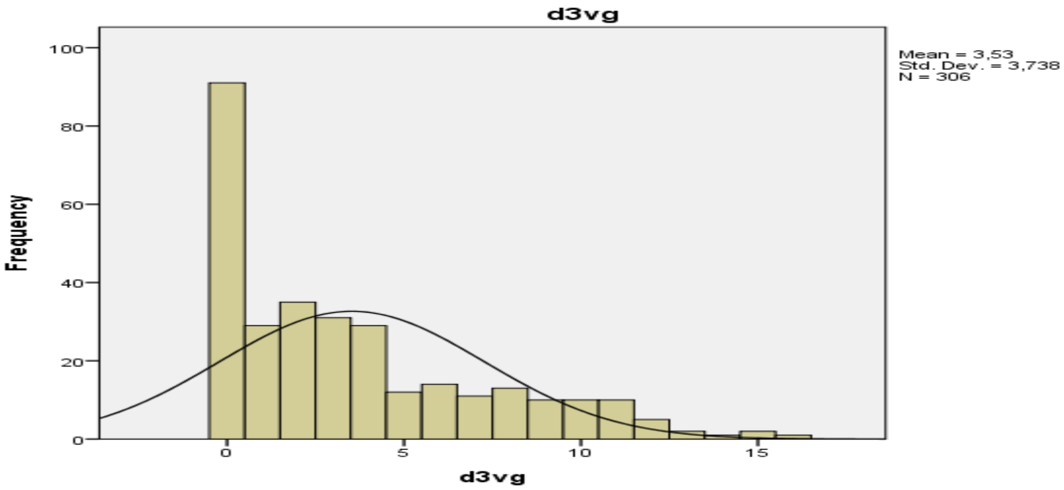
| Düzey 2 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 227 | 74 |
| Atanan | 79 | 26 |
| Toplam | 306 | 100 |

Tablo 71, incelendiğinde ortaokul seviyesindeki öğrencilerin %26'sı Düzey 2'ye atanırken %74'ü Düzey 2'ye atanamamıştır. Bu sonuç ortaokul öğrencilerinin Düzey 2 için beklenen başarı seviyesine ulaşamadığını göstermektedir. Literatür tarandığında bir çok çalışma sonucuya bu sonuç uyuşmaktadır (Buyruk-Akıl, 2020; Coşkun, 2009; Regina, 2000; Senk, 1983; Wu ve Ma, 2006).

Ortaokul seviyesindeki öğrencilerin Düzey 3'teki başarıları ve kesme puanıyla Düzey 3'e atanan öğrenci sayıları da ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD Testinin Düzey 3 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 16 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 3 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 12**

*Ortaokul öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 3 puanlarına ilişkin histogram grafiği*




Grafik 12, incelendiğinde sağdan çarpık olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin %50 başarı gösterebilmesi için alması gereken 8 puana da çok uzak bir ortalamada olduğu göz önüne alındığında MOGD Testinde yer alan G15-G22 maddelerindeki Düzey 3 belirleme sorularında ortaokul öğrencilerinin başarısız oldukları yorumu yapılabilir. Ortaokul öğrencilerinin Düzey 3 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 72**

*Ortaokul öğrencilerinin Düzey 3 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 3 | 3,53 | 3,738 | ,214 |

Tablo 72, incelendiğinde Düzey 3 için MOGD Testinden ortaokul öğrencilerinin ortalama puanı 3.53 olmuştur. Standart sapma değeri 3.738 olurken standart hata değeri .214 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 3 bölümüne katılan ortaokul seviyesindeki öğrenci sayısı 306 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 3 için kazanım başarıları Tablo 73'te verilmiştir.

**Tablo 73**

*Ortaokul öğrencilerinin Düzey 3 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 155 | 51 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 86 | 28 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 34 | 11 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 27 | 9 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 4 | 1 |
| Toplam | 306 | 100 |

Tablo 73, incelendiğine ortaokul seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 3 bölümünde yüksek kazanım edinimine sahip olan kazanım seviyesine %9 öğrenci girmiştir. Kazanım yok olarak belirtilen kazanım edinimindeki öğrenci kitlesi %51 ile ortaokul seviyesindeki öğrencilerin en fazla olduğu kısımdır. Tamamlanmış kazanım edinimine ise %1'lik öğrenci kitlesi ulaşabilmiştir.

Kesme puanı Düzey 3 için Düzey 3 kriterini karşılama yeterliliği olarak 16 puan üzerinden en az 10 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %62.5'lik bir başarı ortalamasını göstermektedir ki kazanım edinimlerinden yüksek kazanım edinimi başarısı gösteren yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Ortaokul öğrencileri için Düzey 3 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 74'te ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 74**

*Düzey 3'te yüksek kazanım edinimini sağlayan ortaokul öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %62,5 | 10 | 37 |
| %68,5 | 10 | 37 |
| %75 | 5 | 19 |
| %84,25 | 2 | 7 |
| Toplam | 27 | 100 |

Tablo 74, incelendiğinde yüksek kazanım edinimi gösteren ortaokul öğrencilerinden tamamı Düzey 3'e atanmıştır. Ortaokul seviyesinde eğitim gören 306 öğrenci için Düzey 3'e atama durumu Tablo 75'te verilmiştir.

**Tablo 75**

*Ortaokul öğrencilerinin Düzey 3'e atanma durumu*

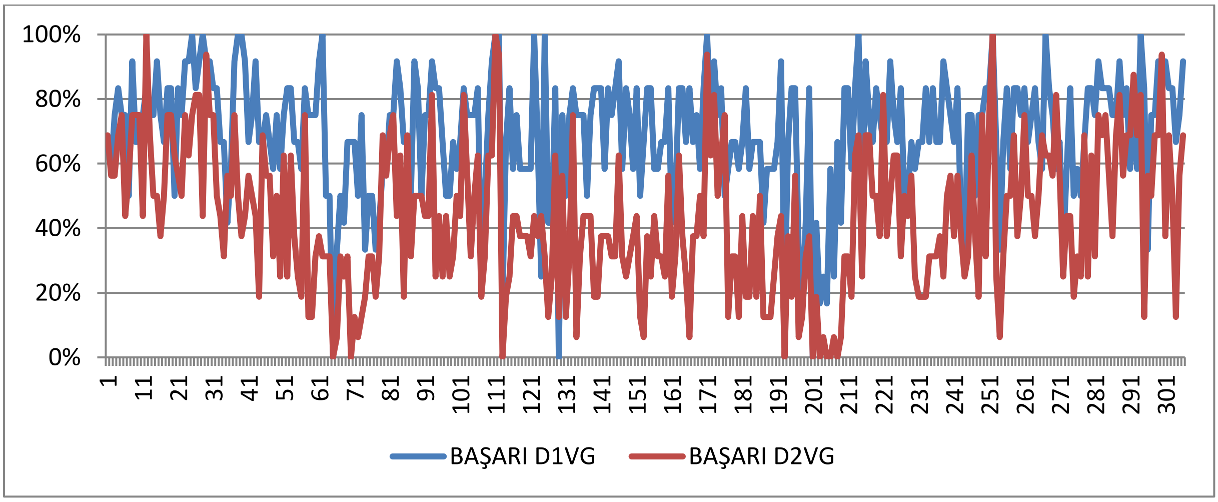
| Düzey 3 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 275 | 90 |
| Atanan | 31 | 10 |
| Toplam | 306 | 100 |

Tablo 75, incelendiğinde ortaokul seviyesindeki öğrencilerin %10'u Düzey 3'e atanırken %90'ı Düzey 3'e atanamamıştır. Bu sonuç ortaokul öğrencilerinin Düzey 3 için beklenen başarı seviyesine ulaşamadığını göstermektedir. Literatür tarandığında bir çok çalışma sonucuya bu sonuç uyuşmaktadır (Buyruk-Akıl, 2020; Coşkun, 2009; Ersoy ve diğerleri, 2019; Kılıç ve diğerleri, 2007; Regina, 2000; Senk, 1983).

Düzey 1 ve Düzey 2 için başarı grafiği ortaokul öğrencileri için aşağıda verilmiştir.

**Grafik 13**

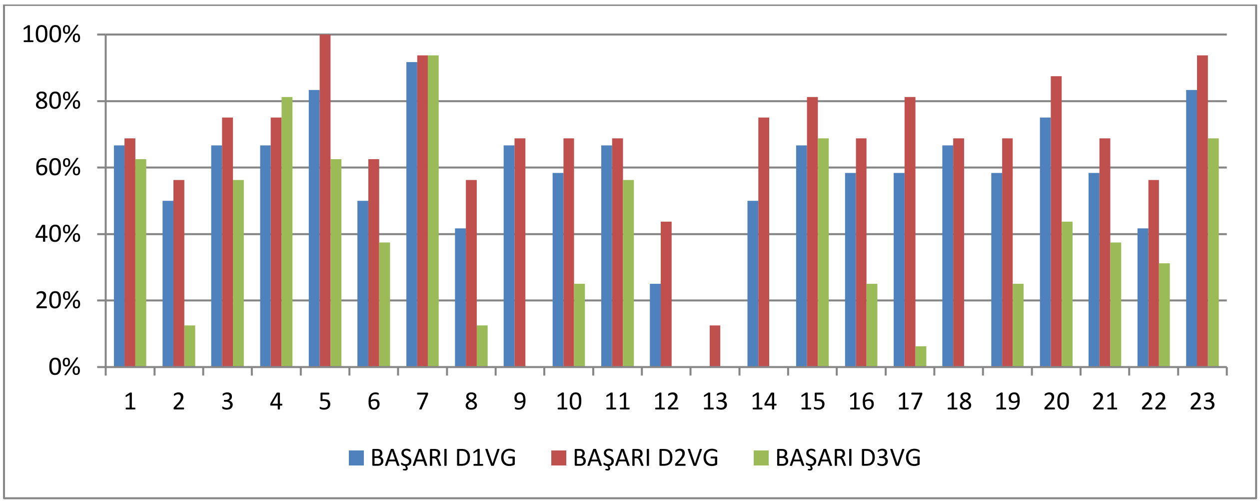
*Ortaokul seviyesindeki öğrencilerin Düzey 1 ve Düzey 2'deki başarı durumları*




Grafik incelendiğinde Düzey 1 başarısı ile Düzey 2 başarısı genel olarak ayrık gözükse de bazı öğrenciler de düzey salınımı görülmektedir. Yani Düzey 1 başarıları öğrencilerin genel olarak daha yüksek olmakla birlikte Düzey 2 başarıları daha düşük olarak görülmektedir. Genel olarak Düzey 1 başarısının yükselmesi Düzey 2 başarısını da yükselttiği birbiriyle benzer artış ve azalış gösterdiği görülmektedir. Düzey 1 başarısının Düzey 2 başarısından daha düşük çıkan öğrenci sayısı 306 kişi içerisinden 23 kişi olarak belirlenmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin Düzey 3'teki başarıları da aşağıdaki grafik ile bu durum ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Grafik 14**

*Ortaokul seviyesindeki öğrencilerinin Düzey 1 ve Düzey 2 geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*



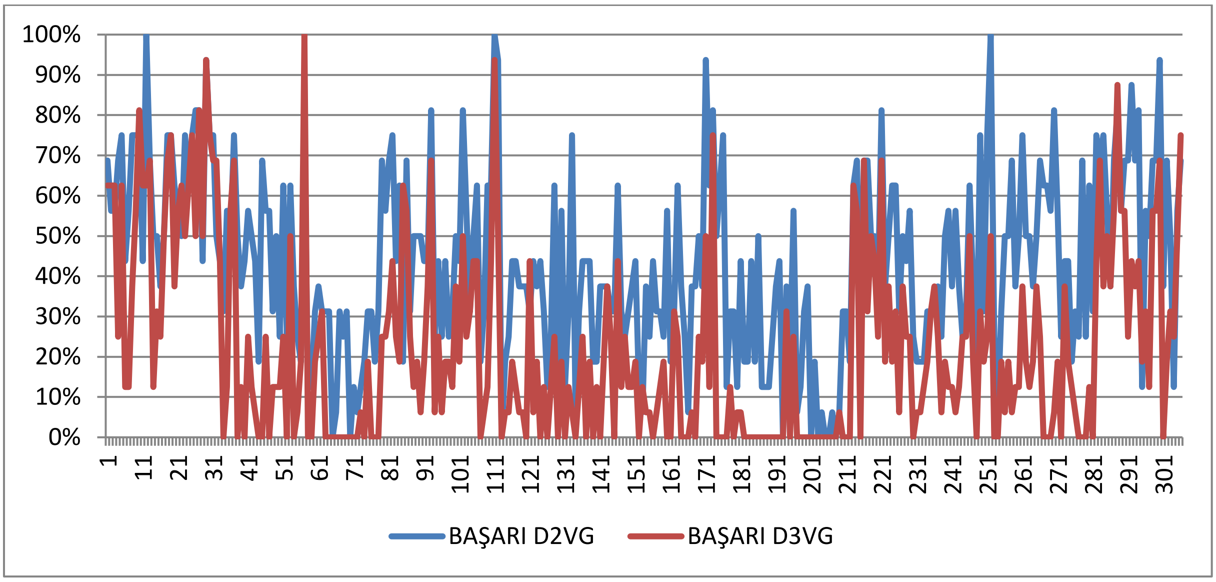

Grafik incelendiğinde genel olarak ortaokul seviyesinde düzeyler arasında salınım gösteren öğrencilerin Düzey 1 başarısı arttıkça Düzey 2 başarısının da arttığı görülmektedir. Düzey 3 başarısının ise diğer iki düzey artsa bile düşük başarı seviyesinde kaldığı görülmektedir. Bu durumda Düzey 1 ve Düzey 2 geometrik düşünme düzeylerinde gösterilen başarının birbiriyle daha ilişkili olduğu yorumu yapılabilir. Düzey 1'e atanamayıp Düzey 2'ye atanan öğrenci sayısı 14 olarak belirlenmiştir. Bu öğrencilerin tamamı Düzey 2 kesme puanına ulaşamamış ancak Düzey 1'de yüksek kazanım başarısı gösteren öğrencilerdir. Yani van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde salınım gösteren öğrenciler için MOGD testinde bir alt düzeyde belirli bir kazanım edinimine (yüksek kazanım edinimi) ulaşıldığı gözlenmiştir. Düzey 2'ye atanamayıp Düzey 3'e atanan öğrenci yoktur.

Ortaokul öğrencilerinin Düzey 1'de düşük başarı gösteren öğrencilerden Düzey 2'de veya Düzey 3'te daha yüksek kazanım edinimi seviyesinde başarı gösterebileceği veya farklı kazanım edinim derecelerinde olabilecekleri görülmüştür. Bu sonuç birçok araştırmayı desteklemektedir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Gutierrez ve diğerleri, 1991).

Düzey 2 ve Düzey 3 grafiği ortaokul öğrencileri için aşağıda verilmiştir.

**Grafik 15**

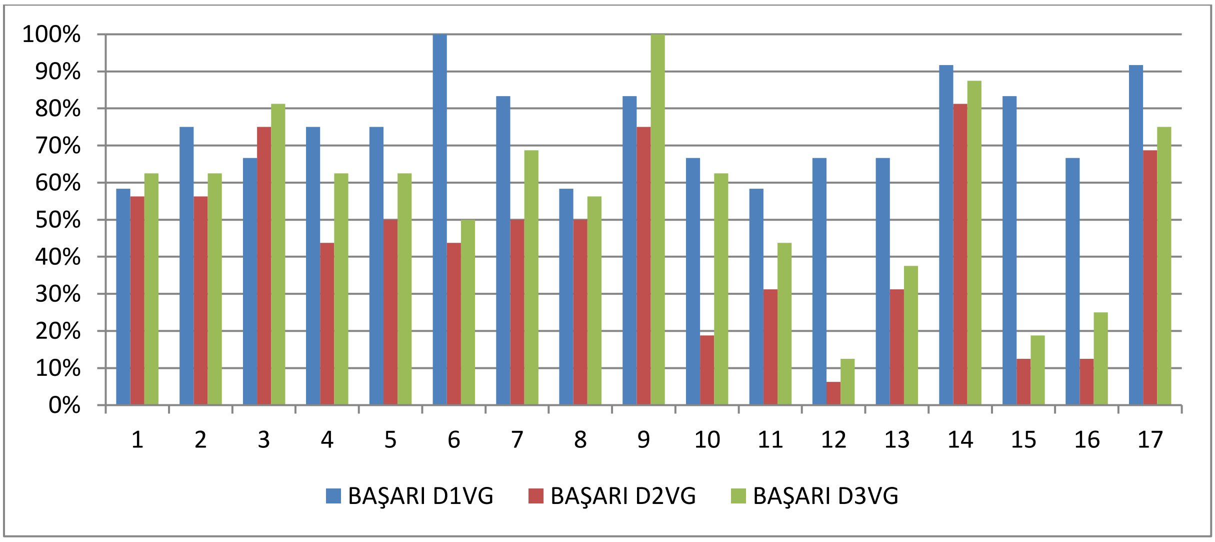
*Ortaokul seviyesindeki öğrencilerin Düzey 2 ve Düzey 3'teki başarı durumları*




Grafik 15, incelendiğinde Düzey 2 başarısı ile Düzey 3 başarısı genel olarak ayrık gözükse de ortaokul öğrencileri için bazı öğrenciler de düzey salınımı görülmektedir. Yani Düzey 2 başarıları öğrencilerin genel olarak daha yüksek olmakla birlikte Düzey 3 başarıları daha düşük olarak görülmektedir. Düzey 2 başarısının Düzey 3 başarısından daha düşük çıkan öğrenci sayısı 306 kişi içerisinden 17 kişi olarak belirlenmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin Düzey 1 başarıları da grafikte belirtilmiştir. Aşağıdaki Grafik 16 ile bu durum ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Grafik 16**

*Ortaokul seviyesindeki öğrencilerinin Düzey 2 ve Düzey 3 geometri düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*

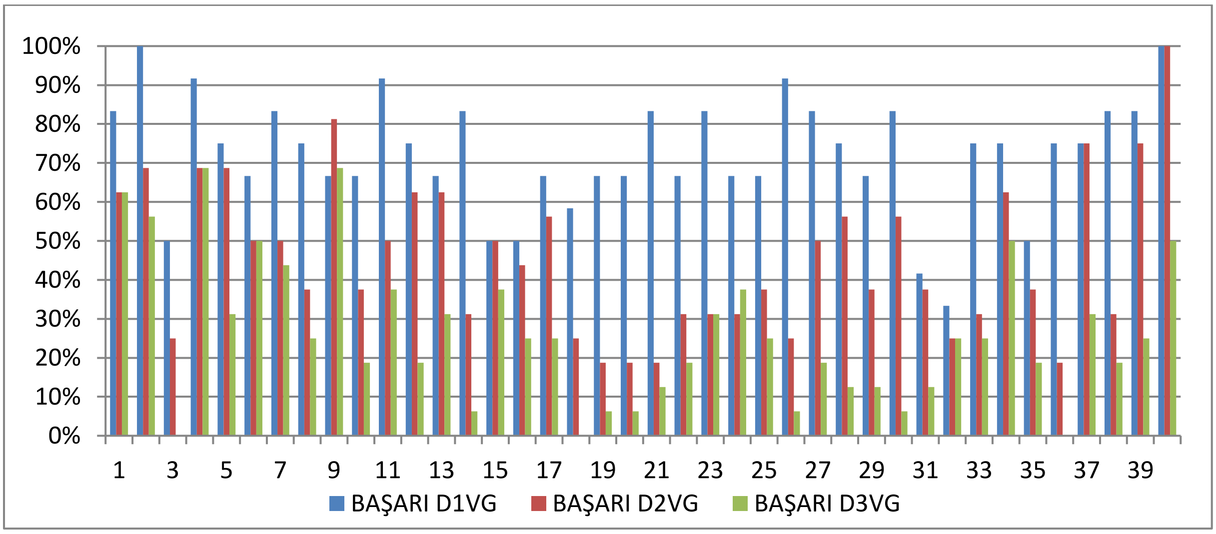



Grafik incelendiğinde ortaokul öğrencilerinden Düzey 2 ve Düzey 3 arasında salınım gösteren öğrenciler için Düzey 2‘ye atanamayıp Düzey 3’e atanan bir öğrenci vardır ki bu öğrencinin başarı seviyeleri incelendiğinde Düzey 1'e atanma kriterini gerçekleştirmiş ancak Düzey 2 için orta düzey kazanım ediniminde bir başarı gerçekleştirmiştir ancak Düzey 2 için belirlenen kriter puana ulaşamamıştır. Düzey 3'te ise bu düzeye atama kriter başarı yüzdesine ulaşarak Düzey 3'e atanmıştır. Görüldüğü gibi bir öğrenci farklı Düzeylerde farklı başarılar gösterebilmekte ve hatta farklı geometrik düşünme düzeylerine de atanabilmektedir. Bir öğrenci (10) de ise kazanım edinim Düzeylere atama kriterlerini sağlayamasa da kazanım edinim seviyelerindeki salınım göze çarpmaktadır. Bu öğrenci ayrıntılı incelendiğinde Düzey 1'de yüksek başarı ediniminde iken Düzey 2'de düşük kazanım ediniminde kategorilenmiş olduğu görülmektedir. Aynı öğrencinin Düzey 3'te yüksek kazanım edinimi kategorisine ulaşarak Düzey 2'ye göre daha başarılı olduğu belirlenmiştir. Düzeylerin karmaşıklığı literatür tarandığında birçok araştırmada belirtilmiştir (Altun ve Kırcal 1998; Burger ve Shaughnessy, 1986; Çontay ve Duatepe Paksu, 2012;Gutierrez ve diğerleri, 1991; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Papademetri-Kachrimani, 2012).

Araştırmaya katılan tüm ortaokul öğrencilerinin sayısı fazla olduğundan tek bir grafikte hepsini incelemek genel bir bakış sağlasa da rastgele seçilen 40 kişilik bir grubu Düzey 1, Düzey 2 ve Düzey 3'teki başarılarını grafikle incelemenin MOGD Testindeki Düzeylerdeki başarı durumunu daha ayrıntılı bir şekilde göstereceği düşünülmektedir. Aşağıdaki grafikte ortaokul seviyesindeki öğrencilerin MOGD testinde geometrik düşünme düzeyleri örneklenmiştir.

**Grafik 17**

*Ortaokul seviyesindeki öğrencilerin MOGD Testinde geometrik düşünme düzeyindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*




Grafik 17, incelendiğinde görülmektedir ki ortaokulda eğitim görmekte olan öğrenciler Düzey 1'de yüksek kazanım edinimi gösterse de Düzey 2 için genel olarak %60'lık başarının altında kaldığı görülmektedir ki öğrencilerin yarısından fazlası için elde edilen sonuç böyle olmuştur. Düzey 1'deki başarı arttığında Düzey 2'deki başarının da arttığı genel olarak söylenebilse de bu durum için her hangi bir kesinlik yoktur. Ancak bu durum bile Düzey 1'e atanamamış yani yeterlilik kriter başarısını gösteremeyen öğrencilerde de Düzey 2 kazanımları gelişim göstermeye başladığı yorumu yapılabilir.

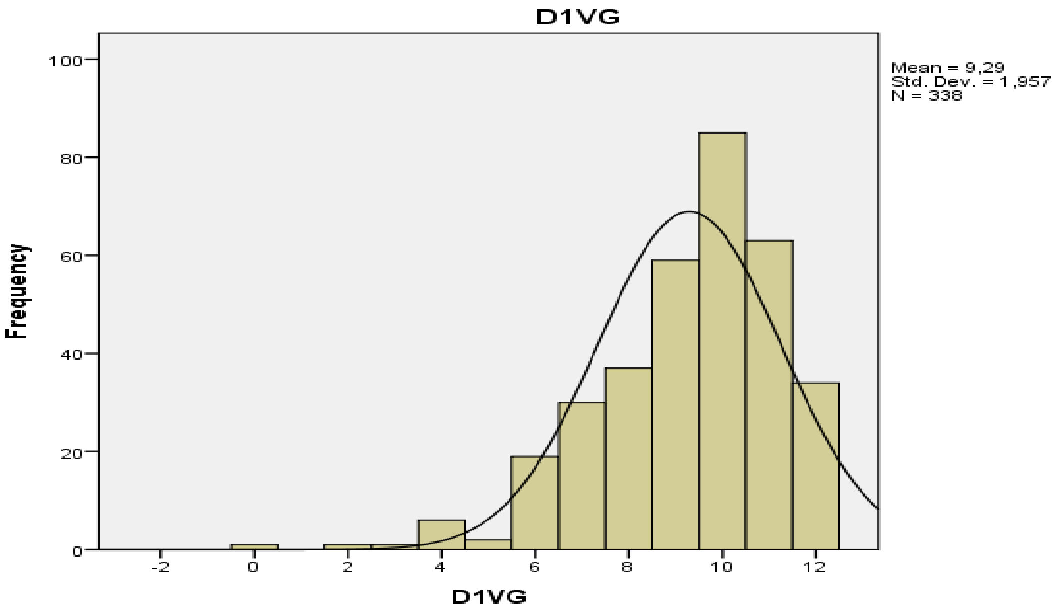
Düzey 2 ve Düzey 3 arasındaki karşılaştırma yapıldığında ise bir alt Düzeyin yüksek kazanım edinimi başarı seviyesinde olmasının bir üst Düzey geometrik düşünme düzeyini daha çok desteklediği görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin Düzey 1, Düzey 2 ve Düzey 3 için farklı kazanım edinim seviyesinde olan öğrenciler öğrencilere rastlanmıştır. Böylece van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde sadece beş seviyenin olmadığı ve öğrencilerin sıçrama halinde bir düzeyden diğer geometrik düzeye geçmediğini bulgusunu desteklemektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Ayrıca bu sonuç geometrik düşünme düzeyleri teorisinin bir kişinin bir geometrik düzeyde olması durumuyla çelişmektedir ve insanlardaki geometrik düşünmenin daha karmaşık bir yapısı olduğunu düşündürmektedir. Bu sonuç literatür tarandığında birçok çalışmayla uyuşmaktadır (Altun ve Kırcal 1998; Burger ve Shaughnessy, 1986; Çontay ve Duatepe Paksu, 2012; Gutierrez ve diğerleri, 1991; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Papademetri-Kachrimani, 2012; Sert Çelik ve Kaleli Yılmaz, 2022; Voskoglou, 2017). Bu karmaşıklığı ve bulanıklığı aşmak için her öğrencinin her bir düzey için kazanım seviyesi MOGD testiyle belirlenmiştir.

### 4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Yapılan araştırmanın altıncı alt problemi "Lise öğrencilerinin geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki başarı puanlarına göre sınıflandırılması nasıldır?" şeklindedir. Bu amaçla lise seviyesindeki öğrencilerin başarıları ve kesme puanıyla Düzey 1, Düzey 2, Düzey 3 ve Düzey 4'e atanan öğrenci sayıları ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD testinin Düzey 1 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 12 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Lise öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 1 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 18**

*Lise öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 1 puanlarına ilişkin histogram grafiği*




Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir. Bundan dolayı MOGD testinde yer alan G1-G6 maddelerindeki Düzey 1 belirleme sorularında lise öğrencilerinin başarılı bir grup olduğu yorumu yapılabilir. Lise öğrencilerinin Düzey 1 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 76**

*Lise öğrencilerinin Düzey 1 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 1 | 9,29 | 1,957 | ,106 |

Tablo 76, incelendiğinde Düzey 1 için MOGD Testinden lise öğrencilerinin ortalama puanı 9.29 olmuştur. Standart sapma değeri 1.957 olurken standart hata değeri .106 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 1 bölümüne katılan lise seviyesindeki öğrenci sayısı 338 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 1 için kazanım başarıları Tablo 77'de verilmiştir.

**Tablo 77**

*Lise öğrencilerinin Düzey 1 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 1 | 0,3 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 8 | 2,4 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 51 | 15 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 182 | 54,3 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 96 | 28 |

| | | |
|---|---|---|
| Toplam | 338 | 100 |

Tablo 77, incelendiğine lise seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 1 bölümünde yüksek kazanım edinimine %54,3 ile en fazla öğrenci girmiştir. En az öğrenci kitlesi %0.3 ile kazanım yok başarı seviyesindedir. Orta düzey kazanım edinimi seviyesi dahil olmak üzere toplam % 17.7 bu üç kazanım edinim seviyesinde olduğu görülmüştür. Yüksek ve tamamlanmış kazanım ediniminde ise lise öğrencilerinin %82.3'lük kısmı yer almıştır.

Kesme puanı Düzey 1 için 12 puan üzerinden 9 puan olarak belirlenmiştir. Bu puan başarı yüzdesi olarak %75'lik bir başarıyı işaret etmektedir ki kazanım edinimleri incelendiğinde yüksek kazanım ediniminin olduğu yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Lise öğrencileri için Düzey 1 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 78'de ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 78**

*Düzey 1'de yüksek kazanım edinimini sağlayan lise öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %66,6 | 37 | 20 |
| %75 | 59 | 33 |
| %83,3 | 86 | 47 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo incelendiği yüksek kazanım edinimi gösteren lise öğrencilerinden %80'i Düzey 1'e atanırken %20'si atanamamıştır. Ancak yine de yüksek kazanım edinimi içerisinde yer almaktadır.

Lise seviyesinde eğitim gören 338 öğrenci için düzey 1'e atama durumu Tablo 79'da verilmiştir.

**Tablo 79**

*Lise öğrencilerinin Düzey 1'e atanma durumu*

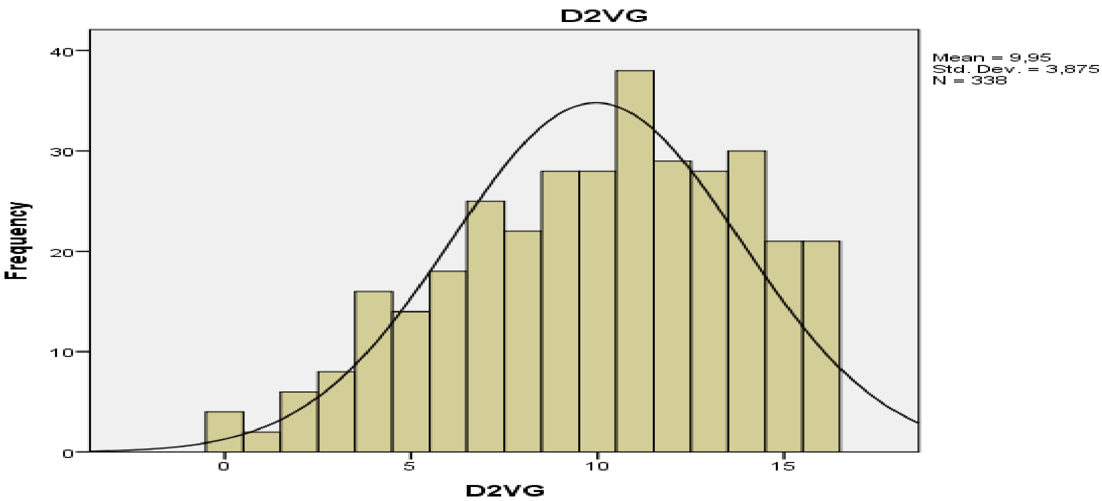
| Düzey 1 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 97 | 29 |
| Atanan | 241 | 71 |
| Toplam | 338 | 100 |

Tablo 79, incelendiğinde ilkokul seviyesindeki öğrencilerin %71'i Düzey 1'e atanırken %29'ü Düzey 1'e atanamamıştır. Bu sonuç ile lise öğrencilerinin yarısından fazlasının beklenen başarıyı gösterdiği yorumu yapılabilir.

Lise seviyesindeki öğrencilerin Düzey 2'deki başarıları ve kesme puanıyla Düzey 2'ye atanan öğrenci sayıları da ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD Testinin Düzey 2 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 16 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Lise öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 2 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 19**

*Lise öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 2 puanlarına ilişkin histogram grafiği*




Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir. Bundan dolayı MOGD Testinde yer alan G7-G14 maddelerindeki Düzey 2 belirleme sorularında Lise öğrencilerinin %50'den fazla başarı gösterebilmesi için alması gereken 8 puandan fazla bir ortalama puan elde etmişlerdir bundan dolayı başarılı oldukları yorumu yapılabilir. Lise öğrencilerinin Düzey 2 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 80**

*Lise öğrencilerinin Düzey 2 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 2 | 9,95 | 3,875 | ,211 |

Tablo 80, incelendiğinde Düzey 2 için MOGD Testinden lise öğrencilerinin ortalama puanı 9.95 olmuştur. Standart sapma değeri 3.875 olurken standart hata değeri .211 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 2 bölümüne katılan lise seviyesindeki öğrenci sayısı 338 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 2 için kazanım başarıları Tablo 81'de verilmiştir.

**Tablo 81**

*Lise öğrencilerinin Düzey 2 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 12 | 4 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 56 | 17 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 75 | 22 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 123 | 36 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 72 | 21 |
| Toplam | 338 | 100 |

Tablo 81, incelendiğine lise seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 2 bölümünde yüksek kazanım edinimine sahip olan kazanım seviyesine %36'lık öğrenci kitlesi yer almaktadır. Düşük kazanım edinimindeki öğrenci kitlesi %17 olurken lise seviyesindeki öğrencilerin en az olduğu kısım %4'lük bir öğrenci kitlesini içine alan kazanım yok başarısını içeren kazanım edinimidir. Tamamlanmış kazanım edinimine ise %21'lik öğrenci kitlesi ulaşabilmiştir.

Kesme puanı Düzey 2 için Düzey 2 kriterini karşılama yeterliliği olarak 16 puan üzerinden en az 10 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %62.5'lik bir başarı ortalamasını göstermektedir ki kazanım edinimlerinden yüksek kazanım edinimi başarısı gösteren yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Ortaokul öğrencileri için Düzey 2 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 82'de ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 82**

*Düzey 2'de yüksek kazanım edinimini sağlayan lise öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek Kazanım Edinimi | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %62,5 | 28 | 23 |
| %68,5 | 38 | 31 |
| %75 | 29 | 23 |
| %84,25 | 28 | 23 |

Tablo 82, incelendiği yüksek kazanım edinimi gösteren lise öğrencilerinden tamamı Düzey 2'ye atanmıştır. Ortaokul seviyesinde eğitim gören 338 öğrenci için düzey 2'ye atama durumu Tablo 83'te verilmiştir.

**Tablo 83**

*Lise öğrencilerinin Düzey 2'ye atanma durumu*

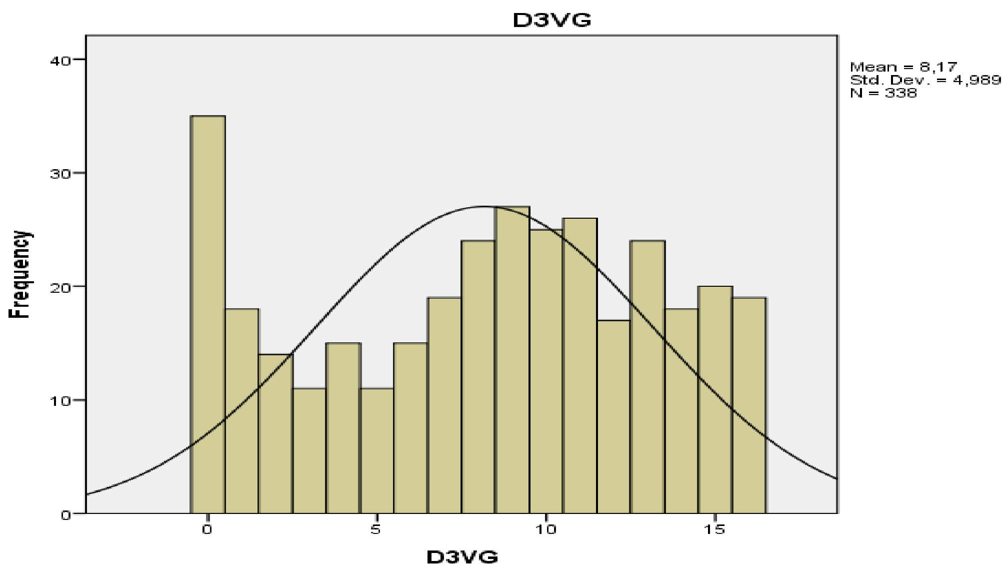
| Düzey 2 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 143 | 42 |
| Atanan | 195 | 58 |
| Toplam | 338 | 100 |

Tablo 83, incelendiğinde ortaokul seviyesindeki öğrencilerin %42'si Düzey 2'ye atanamazken %58'i Düzey 2'ye atanmıştır. Bu sonuç lise öğrencilerinin yarısından fazlasının Düzey 2 için beklenen başarı seviyesine ulaşabildiğini göstermektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998; NCTM, 2000).

Lise seviyesindeki öğrencilerin Düzey 3'teki başarıları ve kesme puanıyla Düzey 3'e atanan öğrenci sayıları da ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD Testinin Düzey 3 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 16 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Lise öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 3 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 20**

*Lise öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 3 puanlarına ilişkin histogram grafiği*




Grafik 20, incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin %50 başarı gösterebilmesi için alması gereken 8 puanı geçmelerine karşın yakın bir ortalamada olduğu göz önüne alındığında MOGD testinde yer alan G15-G22 maddelerindeki Düzey 3 belirleme sorularında lise öğrencilerinin orta düzeyde başarılı oldukları yorumu yapılabilir. Lise öğrencilerinin Düzey 3 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 84**

*Lise öğrencilerinin Düzey 3 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 3 | 8,17 | 4,989 | ,271 |

Tablo 84, incelendiğinde Düzey 3 için MOGD testinden lise öğrencilerinin ortalama puanı 8.17 olmuştur. Standart sapma değeri 4.989 olurken standart hata değeri .271 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 3 bölümüne katılan lise seviyesindeki öğrenci sayısı 338 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 3 için kazanım başarıları Tablo 85'te verilmiştir.

**Tablo 85**

*Lise öğrencilerinin Düzey 3 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 25 | 20 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 52 | 15 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 70 | 21 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 92 | 27 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 57 | 17 |
| Toplam | 338 | 100 |

Tablo 85, incelendiğine lise seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 3 bölümünde yüksek kazanım edinimine sahip olan kazanım seviyesine %27'lik öğrenci kitlesi girmiştir ve lise seviyesindeki öğrencilerin en fazla olduğu kısımdır. Tamamlanmış kazanım edinimine ise %17'lik öğrenci kitlesi ulaşabilmiştir. En düşük kazanım yok, düşük kazanım ve orta düzey kazanım ediniminde toplam %54'lük öğrenci kitlesi olduğu görülmektedir.

Kesme puanı Düzey 3 için Düzey 3 kriterini karşılama yeterliliği olarak 16 puan üzerinden en az 10 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %62.5'lik bir başarı ortalamasını göstermektedir ki kazanım edinimlerinden yüksek kazanım edinimi başarısı gösteren yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Lise öğrencileri için Düzey 3 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 86'da ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 86**

*Düzey 3'te yüksek kazanım edinimini sağlayan lise öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %62,5 | 25 | 27 |
| %68,5 | 26 | 28 |
| %75 | 17 | 19 |
| %84,25 | 24 | 26 |
| Toplam | 92 | 100 |

Tablo 86, incelendiği yüksek kazanım edinimi gösteren lise öğrencilerinden tamamı Düzey 3'e atanmıştır. Lise seviyesinde eğitim gören 338 öğrenci için Düzey 3'e atama durumu Tablo 87'de verilmiştir.

**Tablo 87**

*Lise öğrencilerinin Düzey 3'e atanma durumu*

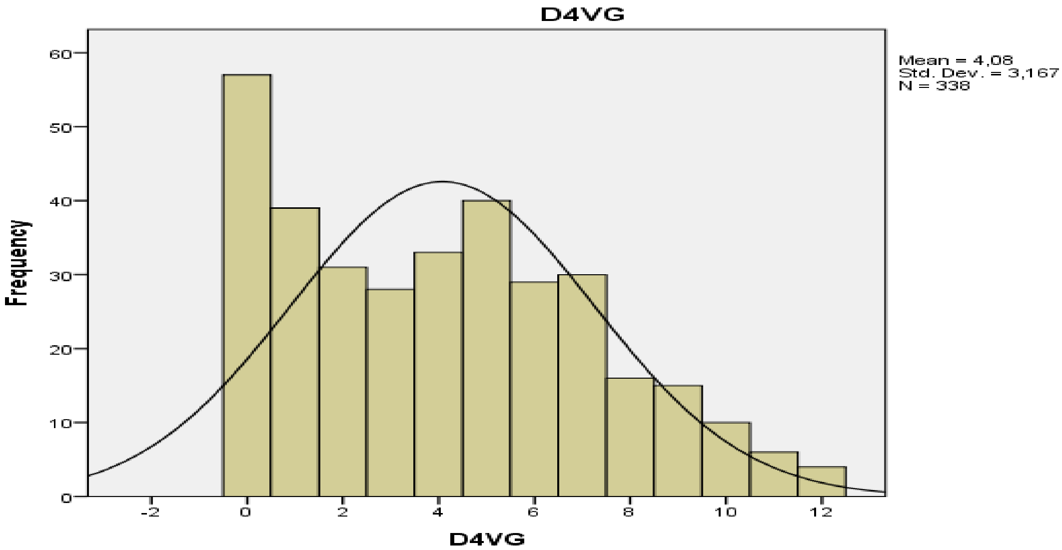
| Düzey 3 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 189 | 56 |
| Atanan | 149 | 44 |
| Toplam | 338 | 100 |

Tablo 87, incelendiğinde lise seviyesindeki öğrencilerin %44'ü Düzey 3'e atanırken %56'sı Düzey 3'e atanamamıştır. Bu sonuç lise öğrencilerinin Düzey 3 için beklenen başarı seviyesine ulaşamadığını göstermektedir. Literatür tarandığında bir çok çalışma sonucuyla bu sonuç uyuşmaktadır (Alex ve Mammen, 2012; Cesaria ve diğerleri 2021).

Lise seviyesindeki öğrencilerin Düzey 4'teki başarıları ve kesme puanıyla Düzey 4'e atanan öğrenci sayıları da ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD Testinin Düzey 4 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 12 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Lise öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 4 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 21**

*Lise öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 4 puanlarına ilişkin histogram grafiği*




Grafik 21, incelendiğinde sağdan çarpık olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin %50 başarı gösterebilmesi için alması gereken 6 puanı grup ortalaması olarak geçmemişlerdir. Bu durum göz önüne alındığında MOGD Testinde yer alan G20C ve G22C ile G23-G25 soruları arasında yer alan maddelerindeki Düzey 4 belirleme sorularında lise öğrencilerinin başarısız oldukları yorumu yapılabilir. Lise öğrencilerinin Düzey 4 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 88**

*Lise öğrencilerinin Düzey 4 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 4 | 4,08 | 3,167 | ,172 |

Tablo 88, incelendiğinde Düzey 4 için MOGD Testinden lise öğrencilerinin ortalama puanı 4.08 olmuştur. Standart sapma değeri 3.167 olurken standart hata değeri .172 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 4 bölümüne katılan lise seviyesindeki öğrenci sayısı 338 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 4 için kazanım başarıları Tablo 89'da verilmiştir.

**Tablo 89**

*Lise öğrencilerinin Düzey 4 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 96 | 28 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 92 | 27 |

| | | |
|---|---|---|
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 99 | 30 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 41 | 12 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 10 | 3 |
| Toplam | 338 | 100 |

Tablo 89, incelendiğine lise seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 4 bölümünde orta düzey kazanım edinimine sahip olan kazanım seviyesine %30'luk öğrenci kitlesi girmiştir ve lise seviyesindeki öğrencilerin en fazla olduğu kısımdır. Tamamlanmış kazanım edinimine ise %3'lük öğrenci kitlesi ulaşabilmiştir. En düşük kazanım yok, düşük kazanım ve orta düzey kazanım ediniminde toplam %85'lik öğrenci kitlesi olduğu görülmektedir. Yüksek kazanım ediniminde ise %12'lik öğrenci kitlesi görülmüştür.

Kesme puanı Düzey 4 için Düzey 4 kriterini karşılama yeterliliği olarak 12 puan üzerinden en az 7 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %58.3'lük bir başarı ortalamasını göstermektedir ki kazanım edinimlerinden orta düzey kazanım edinimi başarısı gösteren yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Ortaokul öğrencileri için Düzey 4 için orta düzey kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 90'da ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 90**

*Düzey 4'te orta düzey kazanım edinimini sağlayan lise öğrencilerinin dağılımı*

| Orta Düzey kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %41,66 | 40 | 41 |
| %50 | 29 | 29 |
| %58,33 | 30 | 30 |
| Toplam | 99 | 100 |

Tablo 90, incelendiği orta düzey kazanım gösteren lise öğrencilerinden % 30'u kesme puanı kriterine ulaşarak Düzey 4'e atanırken %70'i orta düzey kazanım ediniminde olmalarına rağmen kriter puan gereği Düzey 4'e atanamadıkları belirlenmiştir. Lise seviyesinde eğitim gören 338 öğrenci için Düzey 4'e atama durumu Tablo 91'de verilmiştir.

**Tablo 91**

*Lise öğrencilerinin Düzey 4'e atanma* durumu

| Düzey 4 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 257 | 76 |

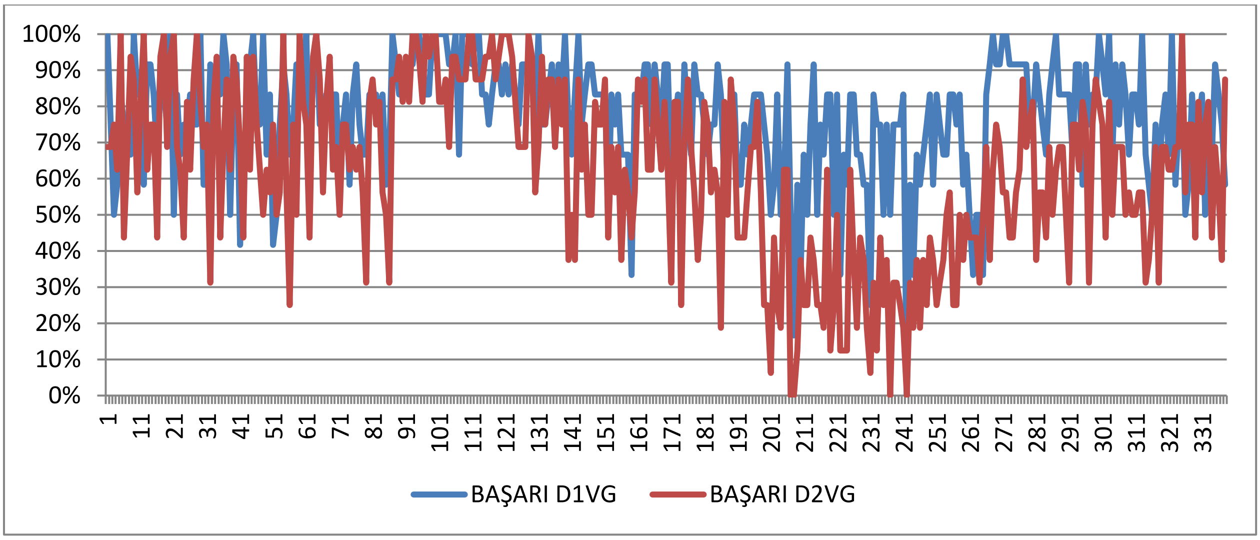
| | | |
|---|---|---|
| Atanan | 81 | 24 |
| Toplam | 338 | 100 |

Tablo 91, incelendiğinde lise seviyesindeki öğrencilerin %24'ü Düzey 4'e atanırken %76'sı Düzey 4'e atanamamıştır. Bu sonuç lise öğrencilerinin Düzey 4 için beklenen başarı seviyesine ulaşamadığını göstermektedir. Literatür tarandığında bir çok çalışma sonucuya bu sonuç uyuşmaktadır (Alex ve Mammen, 2012; Öztürk, 2012; Usiskin, 1982; Yılmaz ve diğerleri, 2008).

Lise seviyesine eğitim gören öğrencilerin düzey salınımlarını ayrıntılı incelemek için Düzey 1 ve Düzey 2 için başarı grafiği lise öğrencileri için aşağıda verilmiştir.

**Grafik 22**

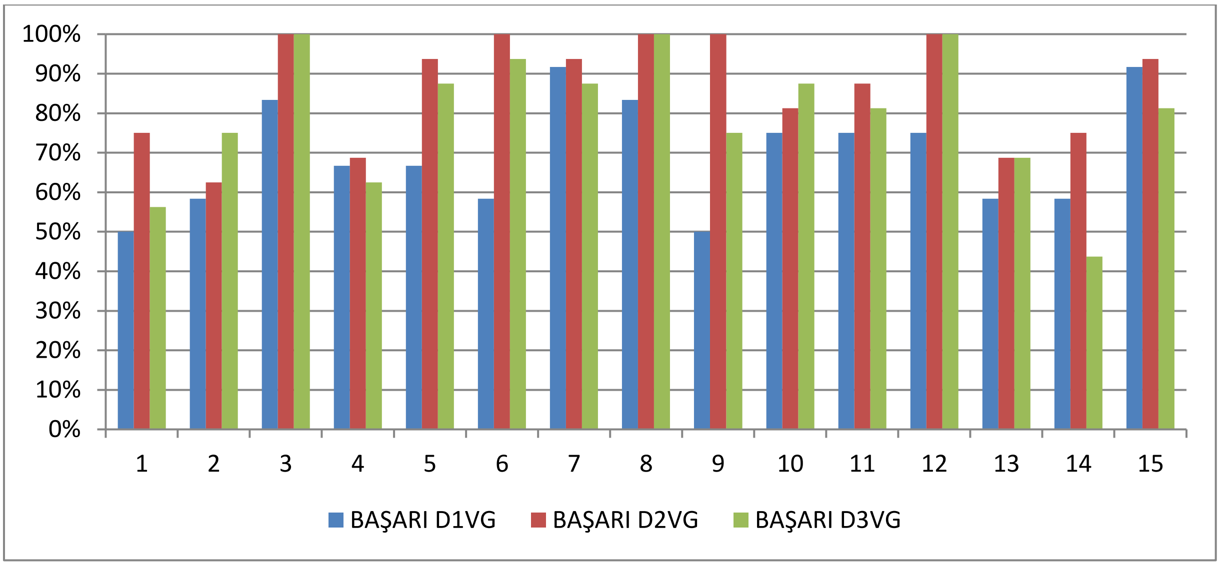
*Lise seviyesindeki öğrencilerin Düzey 1 ve Düzey 2'deki başarı durumları*




Grafik incelendiğinde Düzey 1 ve Düzey 2 başarıları lise öğrencileri için çoğunlukla ayrık olmadığı yani Düzey 2 başarısı Düzey 1 başarısından daha yüksek olan öğrencilere sıklıkla rastlanabileceği gibi bu iki geometrik düşünme başaralarının aynı kazanım seviyesinde olduğu birçok lise öğrencisinin de olduğu yorumu yapılabilir. Ancak grafiğin belirli bölgelerinde Düzeylerin ayrıklığı da görülmektedir. Bu da bazı öğrencilerin Düzey 1 ve Düzey 2 seviyeleri ayrık olduğu yorumu yapılabilir. Düzey 1 başarısının Düzey 2 başarısından daha düşük çıkan öğrenci sayısı 338 kişi içerisinden 75 kişi olarak belirlenmiştir. Aşağıdaki grafikte durumu daha ayrıntılı incelemek için Düzey 1 ve Düzey 2 arasında salınım gösteren 75 kişiden rastgele seçilen 15 kişinin başarısı verilmiştir.

**Grafik 23**

*Lise seviyesindeki öğrencilerinin Düzey 1 ve Düzey 2 geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*

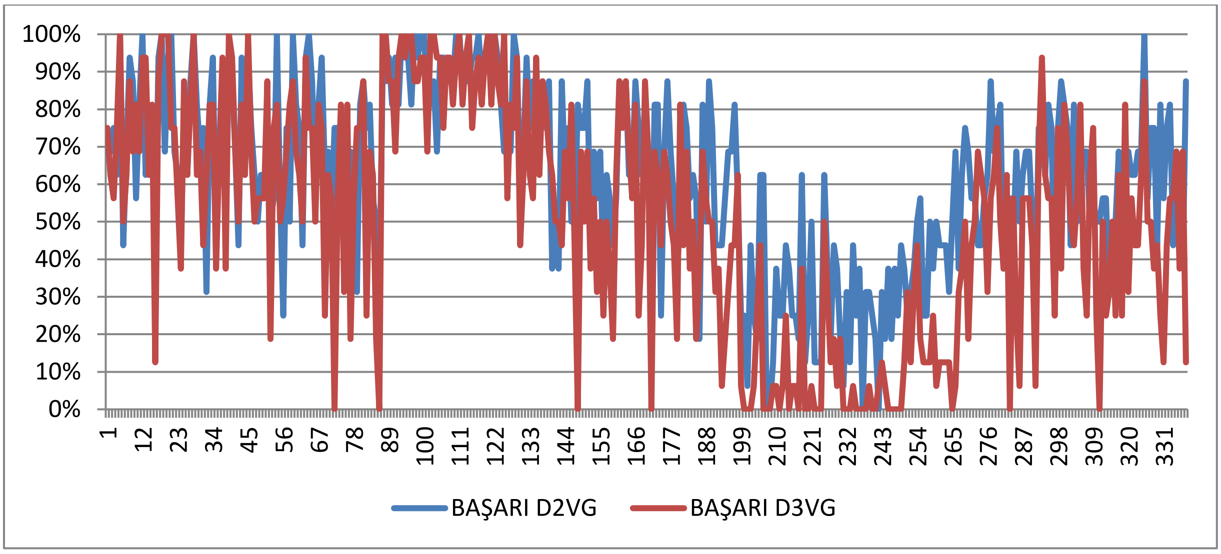



Grafikte görüldüğü gibi Düzey 1'de daha düşük kazanım ediniminde olan öğrenciler Düzey 2 içinde daha yüksek bir kazanım edinimi gösterebilmektedir. Ayrıca Düzey 1 ve Düzey 2 için aynı kazanım ediniminde olabilmektedirler. Düzey 1 de orta düzey kazanım ediniminde olup Düzey 2 soruları içerisinde yüksek kazanım edinimi başarısı gösteren ve Düzey 3 içerisinde yine yüksek kazanım edinimi gösteren geometrik düşünme seviyesi olan öğrenciler de bulunmaktadır. Bu durumlar van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin hiyerarşik yapısıyla çelişmektedir. Yani her öğrenci için geometrik düşünme düzeyleri hiyerarşik olarak artmadığı görülmektedir. Geometrik düşünme düzeylerinin daha karmaşık bir yapıda olduğu görülmektedir ve ayrıca her bir düzeyin kazanım edinimleri olarak da kısımlara ayrılmasının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini inceemek için faydalı olduğu görüşü desteklenmektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998).

Lise öğrencilerinin Düzey 2 ve Düzey 3 içerisindeki karşılaştırmaları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 24**

*Lise seviyesindeki öğrencilerin Düzey 2 ve Düzey 3'teki başarı durumları*

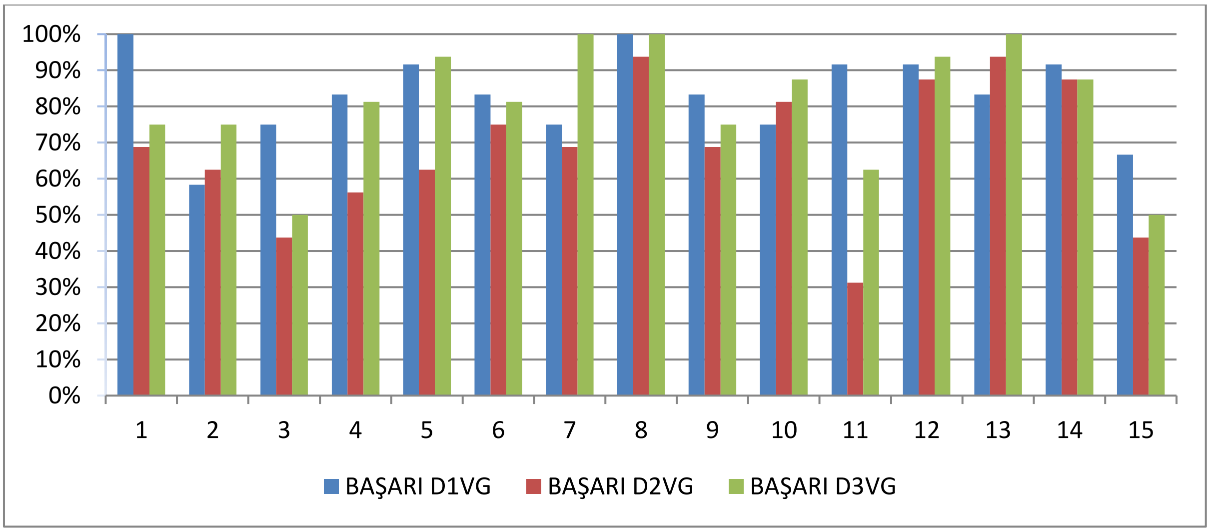



Grafik 24, incelendiğinde Düzey 2 başarılarının yüksek olan öğrencilerin Düzey 3 başarıları da diğer öğrencilere göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum somucunda öğrencilerin Düzey 2 ve Düzey 3 başarılarının bir biriyle ilişkili olduğu yorumu yapılabilir. Yani Düzey 2 kazanım edinimindeki artışlar Düzey 3 kazanımlarını desteklemektedir.

Düzey 2 başarısının Düzey 3 başarısından daha düşük çıkan öğrenci sayısı 338 kişi içerisinden 74 kişi olarak belirlenmiştir. Aşağıdaki grafikte durumu daha ayrıntılı incelemek için Düzey 1 ve Düzey 2 arasında salınım gösteren 74 kişiden rastgele seçilen 15 kişinin başarısı verilmiştir.

**Grafik 25**

*Lise seviyesindeki öğrencilerinin Düzey 2 ve Düzey 3 geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*

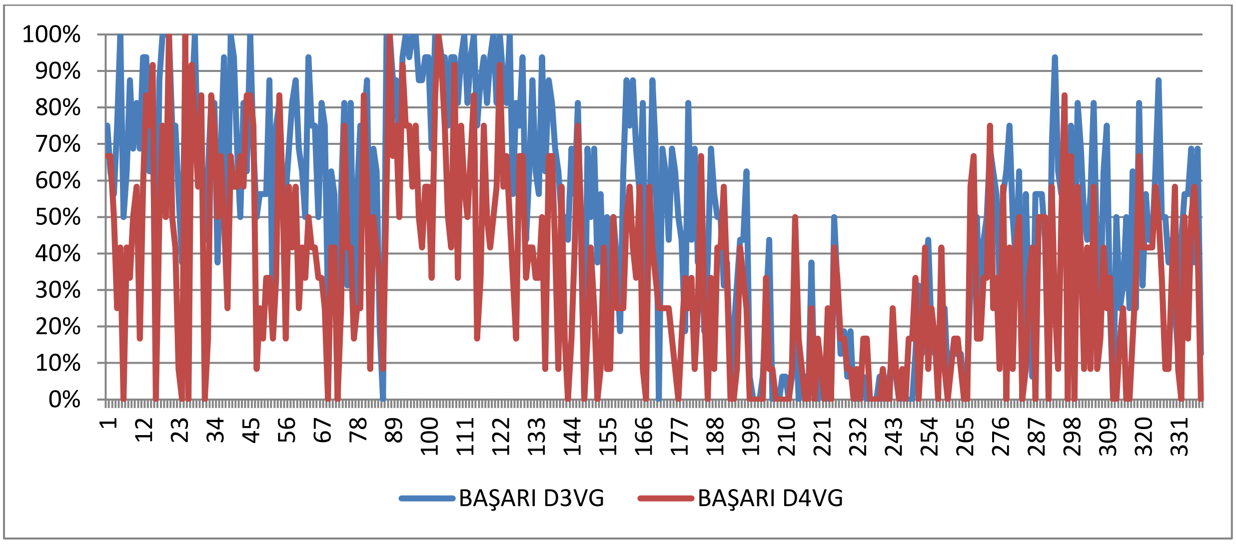


Grafikte görüldüğü üzere Düzey 2'deki başarı Düzey 3'teki başarısından daha düşük olan öğrenciler görülmektedir. Lise öğrencilerinin Düzey 2'de eksik kazanım edinimi göstermesine rağmen Düzey 3'te daha yüksek bir kazanım edinim başarısı gösterdiği görülmektedir.

Lise öğrencilerinin Düzey 3 ve Düzey 4 içerisindeki karşılaştırmaları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 26**

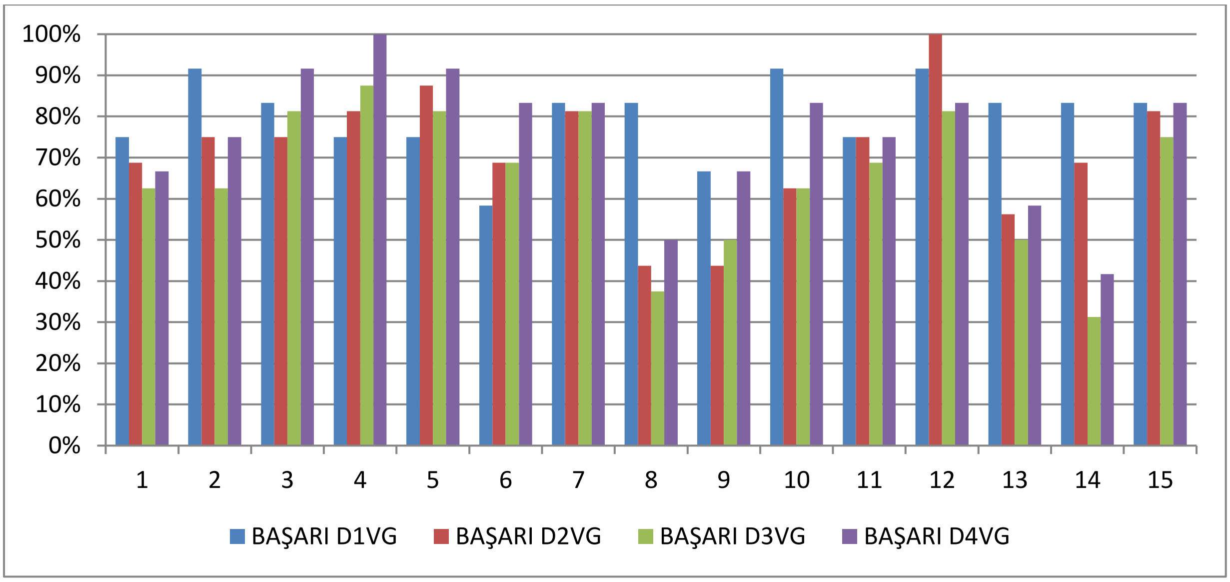
*Lise seviyesindeki öğrencilerin Düzey 3 ve Düzey 4'teki başarı durumları*




Grafik 24, incelendiğinde Düzey 3 başarılarının genel anlamda Düzey 4 başarılarından yüksek olmakla birlikte Düzey 4 kazanım ediniminin daha yüksek olduğu öğrenciler de vardır. Ancak grafikten de görülebileceği gibi Düzey 3 kazanım edinimi yükseldikçe bir sonraki Düzey 4'ün de kazanım edinimini de desteklediği söylenebilir. Düzey 3 ve Düzey 4 arasında salınım gösteren lise öğrencileri 338 kişi içerisinde 71 kişi olarak tespit edilmiştir. Aşağıdaki grafikte durumu daha ayrıntılı incelemek için Düzey 3 ve Düzey 4 arasında salınım gösteren 71 kişiden rastgele seçilen 15 kişinin başarısı verilmiştir.

**Grafik 27**

*Lise seviyesindeki öğrencilerinin Düzey 3 ve Düzey 4 geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*

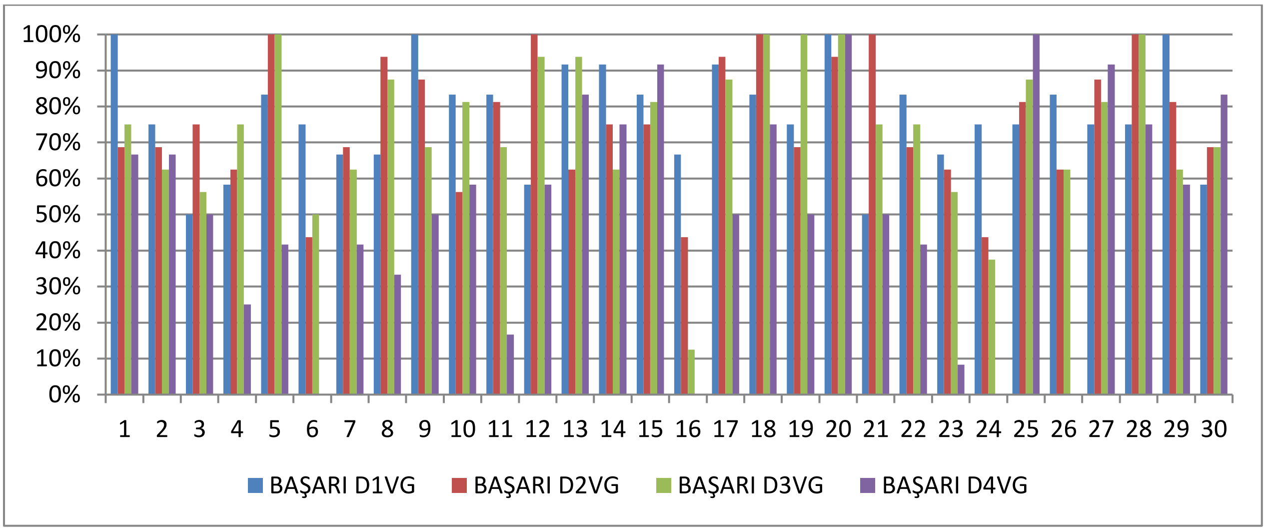



Grafik 27, incelendiğinde 1, 7, 12 ve 15 numaralı öğrenciler gibi Düzeylerin bir birine çok yakın kazanım edinimlerinde bulunan öğrencilerin Düzey 1'den Düzey 4'e kadar kazanım edinimlerinin birbirini desteklediği yorumu yapılabilir. Ancak MOGD testindeki Düzeyler içindeki sorularda Düzey 4 başarısını belirlemek için yöneltilen sorularda Düzey 3'ten daha başarılı oldukları görülmektedir. 2, 8, 13 ve 14 numaralı öğrenciler gibi Düzey 1 kazanım ediniminden sonra bir anda belirgin bir kazanım edinimi başarısında düşüş yaşamış öğrenciler içersinde de Düzey 4'ün Düzey 3'ten daha yüksek başarıya ulaştıkları ancak bunun 12 ve 15 numaralı öğrenciler kadar yüksek olmadığı görülmektedir. Buradan yola çıkarak alt düzeyler ne kadar yüksek olursa üst düzey geometrik düşünmeler o kadar desteklenir yorumu yapılabilir. Ayrıca dikkat çekici bir şekilde Düzey 1'de düşük başarı gösterip diğer Düzeylere geçişlerde kazanım edinimini yükselten 4 ve 6 numaralı öğrenciler gibi öğrencilere rastlanmıştır. 4 numaralı öğrenci Düzey 1 ve Düzey 4'e kadar tüm Düzeylerdeki kriter kesme puanını elde etmiştir. Ancak 6 numaralı öğrenci Düzey 1'de kriter kesme puanına ulaşamamasına rağmen Düzey 2, Düzey 3 ve Düzey 4'te yüksek kazanım edinimine ulaşmış ve ayrıca kesme puanlarını geçme başarısını göstermiştir. Bu durum göstermektedir ki van Hiele geometrik düşünme düzeylerindeki hiyerarşik yapı bazı öğrencilerinde bozulmakta öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri her bir alt düzey bir üst düzeyi desteklese de Düzey 1'in yüksek kazanım ediniminde olmasa da öğrencinin diğer düzeylerde daha başarılı olabileceğini göstermiştir.

Araştırmaya katılan tüm lise öğrencilerinin sayısı fazla olduğundan tek bir grafikte hepsini incelemek genel bir bakış sağlasa da rastgele seçilen 30 kişilik bir grubu Düzey 1, Düzey 2, Düzey 3 ve Düzey 4'teki başarılarını grafikle incelemenin MOGD Testinde Düzeylerde gösterdikleri başarı durumunu daha ayrıntılı bir şekilde göstereceği düşünülmektedir. Aşağıdaki grafikte lise seviyesindeki öğrencilerin MOGD Testinde geometrik düşünme düzeyleri örneklenmiştir.

**Grafik 28**

*Lise seviyesindeki öğrencilerin MOGD testinde geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*



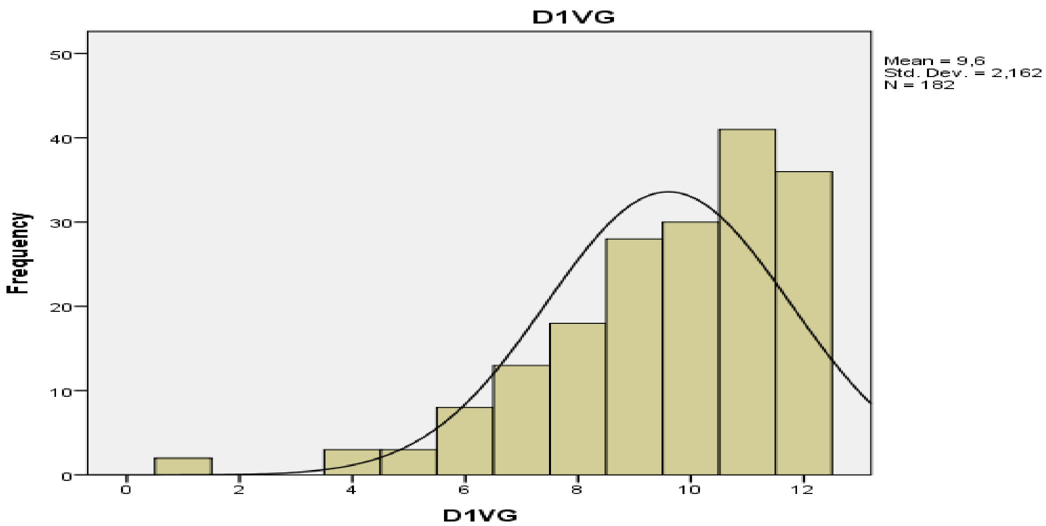

Grafik 28, incelendiğinde görülmektedir ki lise eğitim görmekte olan öğrenciler için Düzeyler arası geçişlerin oldukça karışık olduğu görülmektedir. Böylece van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde sadece beş seviyenin olmadığı ve öğrencilerin sıçrama halinde bir düzeyden diğer geometrik düzeye geçmediğini bulgusunu desteklemektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Ayrıca bu sonuç geometrik düşünme düzeyleri teorisinin bir kişinin bir geometrik düzeyde olması durumuyla çelişmektedir ve insanlardaki geometrik düşünmenin daha karmaşık bir yapısı olduğunu düşündürmektedir. Bu sonuç literatür tarandığında birçok çalışmayla uyuşmaktadır (Voskoglou, 2017; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Burger ve Shaughnessy, 1986; Gutierrez, Jaime ve Fortuny, 1991; Altun ve Kırcal 1998; Çontay ve Duatepe Paksu, 2012; Papademetri-Kachrimani, 2012; Sert Çelik ve Kaleli Yılmaz, 2022). Bu karmaşıklığı ve bulanıklığı aşmak için her öğrencinin her bir düzey için kazanım seviyesi MOGD testiyle belirlenmiştir. Düzey 1'deki başarı arttığında Düzey 2'deki başarının da arttığı genel olarak söylenebilse de bu durum için her hangi bir kesinlik yoktur. Ancak bu durum bile Düzey 1'e atanamamış yani yeterlilik kriter başarısını gösteremeyen öğrencilerde de Düzey 2 kazanımları gelişim göstermeye başladığı yorumu yapılabilir. Aynı durum Düzey 2 ve Düzey 3 için de geçerlidir. Bu durum van Hiele tarafında öğrenme krizi olarak adlandırılmıştır. Aynı durum diğer düzeyler açısından da geçerli olduğu örneğin Düzey 4 için belirli bir kazanım edinimi seviyesinde olabilmek için Düzey 3'te en az orta düzey kazanım edinimi başarısı elde etmiş olmaları gerekmektedir.

**4.7. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar**

Yapılan araştırmanın yedinci alt problemi "Üniversitesi öğrencilerinin geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki başarı puanlarına göre sınıflandırılması nasıldır?" şeklindedir. Bu amaçla lisans seviyesindeki öğrencilerin başarıları ve kesme puanıyla Düzey 1, Düzey 2, Düzey 3, Düzey 4 ve Düzey 5'e atanan öğrenci sayıları ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD Testinin Düzey 1 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 12 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Üniversite öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 1 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 29**

*Lisans öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 1 puanlarına ilişkin histogram*




Grafik 29, incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir. Bundan dolayı MOGD Testinde yer alan G1-G6 maddelerindeki Düzey 1 belirleme sorularında üniversite öğrencilerinin başarılı bir grup olduğu yorumu yapılabilir. Üniversite öğrencilerinin Düzey 1 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 92**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 1 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 1 | 9,60 | 2,162 | ,160 |

Tablo 92, incelendiğinde Düzey 1 için MOGD testinden lisans öğrencilerinin ortalama puanı 9.60 olmuştur. Standart sapma değeri 2.162 olurken standart hata değeri .160 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 1 bölümüne katılan lisans seviyesindeki öğrenci sayısı 182 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 1 için kazanım başarıları Tablo 93'te verilmiştir.

**Tablo 93**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 1 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 2 | 1 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 3 | 2 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 24 | 13 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 76 | 42 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 77 | 42 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo 93, incelendiğine lisans seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 1 bölümünde tamamlanmış ve yüksek kazanım edinimine %42'şer lisans öğrencisi ile en fazla öğrenci girmiştir. En az öğrenci kitlesi %1 ile kazanım yok başarı seviyesindedir.

Kesme puanı düzey 1 için 12 puan üzerinden 9 puan olarak belirlenmiştir. Bu puan başarı yüzdesi olarak %75'lik bir başarıyı işaret etmektedir ki kazanım edinimleri incelendiğinde yüksek kazanım ediniminin olduğu yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Lise öğrencileri için Düzey 1 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 94'te ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 94**

*Düzey 1'de yüksek düzey kazanım edinimini sağlayan lisans öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %66,6 | 18 | 24 |
| %75 | 28 | 37 |
| %83,3 | 30 | 39 |
| Toplam | 76 | 100 |

Tablo incelendiği yüksek kazanım edinimi gösteren lisans öğrencilerinden %76'sı Düzey 1'e atanırken %24'ü atanamamıştır. Ancak yine de yüksek kazanım edinimi içerisinde yer almaktadır.

Lisans seviyesinde eğitim gören 182 öğrenci için düzey 1'e atama durumu Tablo 95'te verilmiştir.

**Tablo 95**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 1'e atanma durumu*

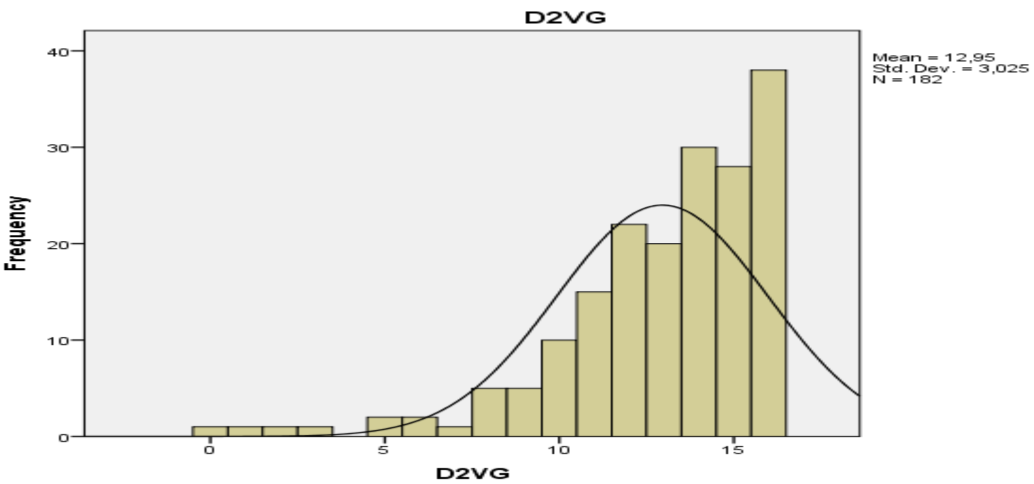
| Düzey 1 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 47 | 26 |
| Atanan | 135 | 74 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo 95, incelendiğinde lisans seviyesindeki öğrencilerin %74'ü Düzey 1'e atanırken %26'sı Düzey 1'e atanamamıştır. Bu sonuç ile lisans öğrencilerinin yarısından fazlasının beklenen başarıyı gösterdiği yorumu yapılabilir. Ancak Düzey 1'e atanamayan lisans seviyesindeki öğrencilerin (öğretmen adaylarının) bulunması öğretmen adaylarından beklenen başarıyı gösteremeyenlerin de olduğu bulgusunu göstermermektedir. Bu bulgular Çakmak ve Güler (2014)'in ve Osmanoğlu (2019)'un bulgularıyla uyumludur.

Lisans seviyesindeki öğrencilerin Düzey 2'deki başarıları ve kesme puanıyla Düzey 2'ye atanan öğrenci sayıları da ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD testinin Düzey 2 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 16 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Lisans öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 2 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 30**

*Lisans öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 2 puanlarına ilişkin histogram*




Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir. Bundan dolayı MOGD Testinde yer alan G7-G14 maddelerindeki Düzey 2 belirleme sorularında Lisans öğrencilerinin %50'den fazla başarı gösterebilmesi için alması gereken 8 puandan fazla bir ortalama puan elde etmişlerdir bundan dolayı başarılı oldukları yorumu yapılabilir. Lise öğrencilerinin Düzey 2 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 96**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 2 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 2 | 12,95 | 3,025 | ,224 |

Tablo incelendiğinde Düzey 2 için MOGD Testinden lisans öğrencilerinin ortalama puanı 12.95 olmuştur. Standart sapma değeri 3.025 olurken standart hata değeri .224 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 2 bölümüne katılan lise seviyesindeki öğrenci sayısı 182 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 2 için kazanım başarıları Tablo 97'de verilmiştir.

**Tablo 97**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 2 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 3 | 1 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 5 | 3 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 11 | 6 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 67 | 37 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 96 | 53 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo 97, incelendiğine lisans seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 2 bölümünde tamamlanmış kazanım edinimine sahip olan kazanım seviyesine %53'lük öğrenci kitlesi yer almaktadır. Orta düzey kazanım edinimi ve alt daha alt düzey edinimlerde öğrenci kitlesi %10 olurken lisans seviyesindeki öğrencilerin en az olduğu kısım %1'lik bir öğrenci kitlesini içine alan kazanım yok başarısını içeren kazanım edinimidir. Lisans seviyesindeki öğrencilerin yüksek ve tamamlanmış kazanım edinimindeki öğretmen adayları toplam grubun %90'ını oluşturduğu görülmüştür.

Kesme puanı Düzey 2 için Düzey 2 kriterini karşılama yeterliliği olarak 16 puan üzerinden en az 10 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %62.5'lik bir başarı ortalamasını göstermektedir ki kazanım edinimlerinden yüksek kazanım edinimi başarısı gösteren yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Lisans öğrencileri için Düzey 2 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 98'de ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 98**

*Düzey 2'de yüksek düzey kazanım edinimini sağlayan lisans öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %62,5 | 10 | 15 |
| %68,5 | 15 | 22 |
| %75 | 22 | 33 |
| %84,25 | 20 | 30 |
| Toplam | 67 | 100 |

Tablo incelendiği yüksek kazanım edinimi gösteren lise öğrencilerinden tamamı Düzey 2'ye atanmıştır. Lisans seviyesinde eğitim gören 182 öğrenci için Düzey 2'ye atama durumu Tablo 99'da verilmiştir.

**Tablo 99**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 2'ye atanma durumu*

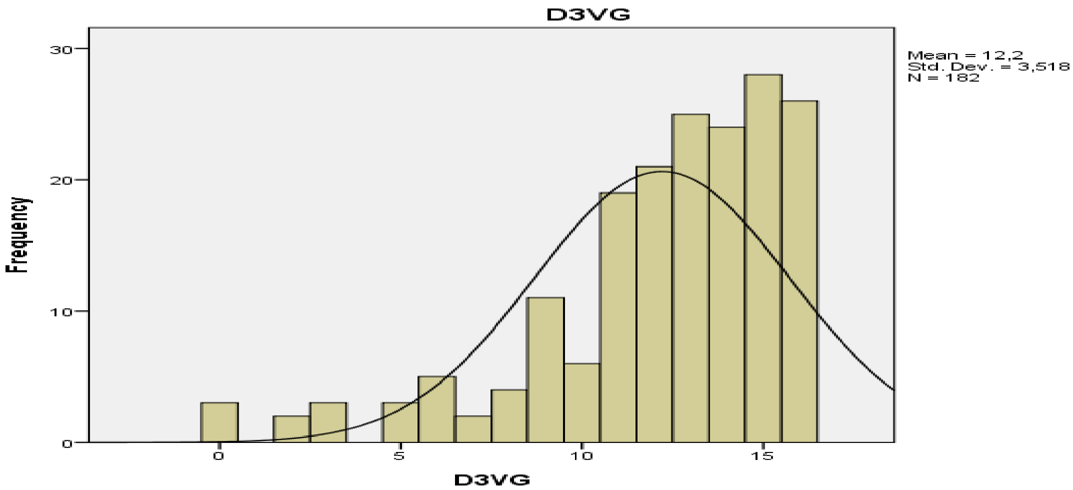
| Düzey 2 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 19 | 10 |
| Atanan | 163 | 90 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo 99, incelendiğinde lisans seviyesindeki öğrencilerin %10'u Düzey 2'ye atanamazken %90'ı Düzey 2'ye atanmıştır. Bu sonuç lisans öğrencilerinin yarısından fazlasının Düzey 2 için beklenen başarı seviyesine ulaşabildiğini göstermektedir. Literatür tarandığında bir çok çalışma sonucuya bu sonuç uyuşmaktadır (Bal, 2011; Çakmak ve Güler, 2014; Kurtuluş ve Akay, 2017; Toluk ve Olkun, 2004).

Lisans seviyesindeki öğrencilerin Düzey 3'teki başarıları ve kesme puanıyla Düzey 3'e atanan öğrenci sayıları da ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD Testinin Düzey 3 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 16 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Lisans öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 3 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 31**

*Lisans öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 3 puanlarına ilişkin histogram*




Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin yarısından fazlasının Düzey 3'te %50 başarı gösterebilmesi için alması gereken 8 puanı geçmiş oldukları olduğu göz önüne alındığında MOGD testinde yer alan G15-G22 maddelerindeki Düzey 3 belirleme sorularında lisans öğrencilerinin başarılı oldukları yorumu yapılabilir. Lisans öğrencilerinin Düzey 3 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 100**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 3 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 3 | 12,20 | 3,518 | ,261 |

Tablo 100, incelendiğinde Düzey 3 için MOGD Testinden lisans öğrencilerinin ortalama puanı 12.20 olmuştur. Standart sapma değeri 3.518 olurken standart hata değeri .261 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 3 bölümüne katılan lisans seviyesindeki öğrenci sayısı 182 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 3 için kazanım başarıları Tablo 101'de verilmiştir.

**Tablo 101**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 3 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 5 | 3 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 11 | 6 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 17 | 9 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 71 | 39 |

| | | |
|---|---|---|
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 78 | 43 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo 101, incelendiğine lisans seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 3 bölümünde tamamlanmış kazanım edinimine sahip olan kazanım seviyesine %43'lük öğrenci kitlesi girmiştir ve lisans seviyesindeki öğrencilerin en fazla olduğu kısımdır. Yüksek kazanım edinimine ise %39'luk öğrenci kitlesi ulaşabilmiştir. Kazanım yok, düşük kazanım ve orta düzey kazanım ediniminde toplam %18'lik öğrenci kitlesi olduğu görülmektedir.

Kesme puanı Düzey 3 için Düzey 3 kriterini karşılama yeterliliği olarak 16 puan üzerinden en az 10 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %62.5'lik bir başarı ortalamasını göstermektedir ki kazanım edinimlerinden yüksek kazanım edinimi başarısı gösteren yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Lisans öğrencileri için Düzey 3 için yüksek kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 102'de ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 102**

*Düzey 3'te yüksek düzey kazanım edinimini sağlayan lisans öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %62,5 | 6 | 8 |
| %68,5 | 19 | 27 |
| %75 | 21 | 30 |
| %84,25 | 25 | 35 |
| Toplam | 71 | 100 |

Tablo incelendiği yüksek kazanım edinimi gösteren lisans öğrencilerinden tamamı Düzey 3'e atanmıştır. Lisans seviyesinde eğitim gören 182 öğrenci için düzey 3'e atama durumu Tablo 103'te verilmiştir.

**Tablo 103**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 3'e atanma durumu*

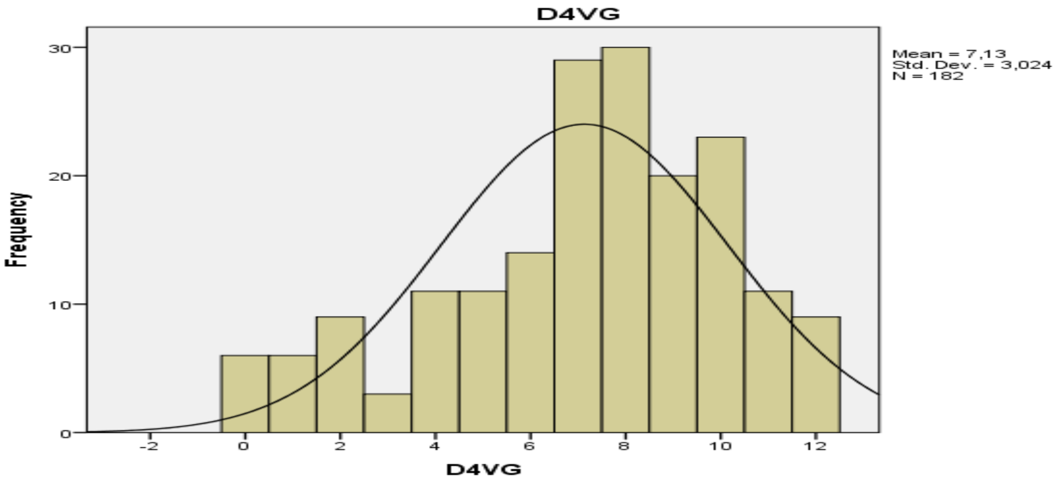
| Düzey 3 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 33 | 18 |
| Atanan | 149 | 82 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo 103, incelendiğinde lisans seviyesindeki öğrencilerin %82'si düzey 3'e atanırken %18'i düzey 3'e atanamamıştır. Bu sonuç lisans öğrencilerinin Düzey 3 için yarısından fazlasının beklenen başarı seviyesine ulaşabildiğini göstermektedir. Bu bulgular, Bal (2011), Çakmak ve Güler (2014)'in ve Osmanoğlu (2019)'un bulgularıyla uyumludur.

Lisans seviyesindeki öğrencilerin Düzey 4'teki başarıları ve kesme puanıyla Düzey 4'e atanan öğrenci sayıları da ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD testinin Düzey 4 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 12 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Lisans öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 4 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 32**

*Lisans öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 4 puanlarına ilişkin histogram*




Grafik 32, incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin %50 başarı gösterebilmesi için alması gereken 6 puanı grup ortalaması olarak geçmişlerdir. Bu durum göz önüne alındığında MOGD Testinde yer alan G20C ve G22C ile G23-G25 soruları arasında yer alan maddelerindeki Düzey 4 belirleme sorularında lisans öğrencilerinin başarılı oldukları yorumu yapılabilir. Lisans öğrencilerinin Düzey 4 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 104**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 4 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 4 | 7,13 | 3,024 | ,224 |

Tablo incelendiğinde Düzey 4 için MOGD Testinden lisans öğrencilerinin ortalama puanı 7.13 olmuştur. Standart sapma değeri 3.024 olurken standart hata değeri .224 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 4 bölümüne katılan lisans seviyesindeki öğrenci sayısı 182 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 4 için kazanım başarıları Tablo 105'te verilmiştir.

**Tablo 105**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 4 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 12 | 7 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 23 | 13 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 54 | 30 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 73 | 40 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 20 | 10 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo 105, incelendiğine lisans seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi düzey 4 bölümünde yüksek kazanım edinimine sahip olan kazanım seviyesine %40'lık öğrenci kitlesi girmiştir ve lisans seviyesindeki öğrencilerin en fazla olduğu kısımdır. Tamamlanmış kazanım edinimine ise %10'luk öğrenci kitlesi ulaşabilmiştir. Kazanım yok, düşük kazanım ve orta düzey kazanım ediniminde toplam %50'lik öğrenci kitlesi olduğu görülmektedir. Yüksek kazanım tamamlanmış kazanım ediniminde ise grubun diğer yarısı yer almaktadır.

Kesme puanı Düzey 4 için Düzey 4 kriterini karşılama yeterliliği olarak 12 puan üzerinden en az 7 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %58.3'lük bir başarı ortalamasını göstermektedir ki kazanım edinimlerinden orta düzey kazanım edinimi başarısı gösteren yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Lisans öğrencileri için Düzey 4 için orta düzey kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 106'da ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 106**

*Düzey 4'te orta düzey kazanım edinimini sağlayan lisans öğrencilerinin dağılımı*

| Orta Düzey kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %41,66 | 11 | 20 |
| %50 | 14 | 26 |
| %58,33 | 29 | 54 |
| Toplam | 54 | 100 |

Tablo incelendiği orta düzey kazanım gösteren lisans öğrencilerinden % 54’ü kesme puanı kriterine ulaşarak Düzey 4’e atanırken %46’sı orta düzey kazanım ediniminde olmalarına rağmen kriter puan gereği Düzey 4’e atanamadıkları belirlenmiştir. Lisans seviyesinde eğitim gören 182 öğrenci için Düzey 4’e atama durumu Tablo 107’de verilmiştir.

**Tablo 107**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 4’e atanma durumu*

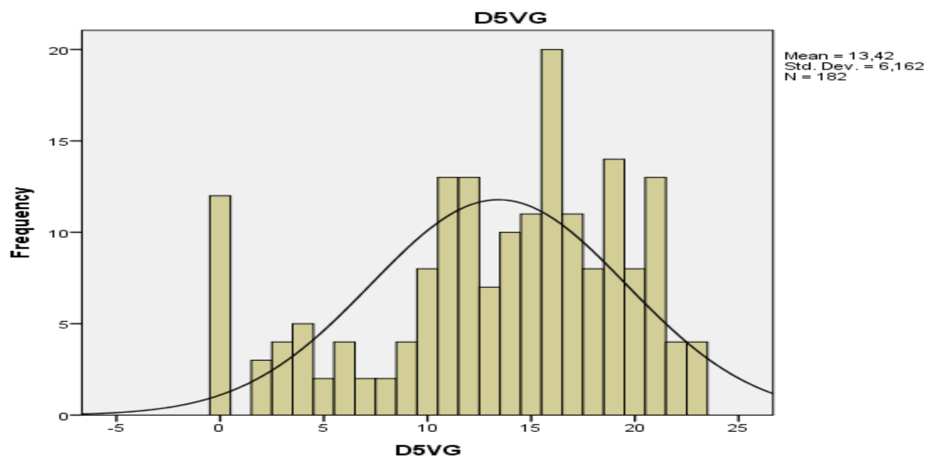
| Düzey 4 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 60 | 33 |
| Atanan | 122 | 67 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo incelendiğinde lisans seviyesindeki öğrencilerin %67’si Düzey 4’e atanırken %33’ü Düzey 4’e atanamamıştır. Bu sonuç lisans öğrencilerinin yarısından fazlasının Düzey 4 için beklenen başarı seviyesine ulaşabildiğini göstermektedir. Ancak öğretmen adaylarının %33’ü kendilerinden beklenen başarıyı gösteremediği bulgusu görülmektedir. Literatür tarandığında bir çok çalışma sonucuya bu sonuç uyuşmaktadır (Bal, 2011; Çakmak ve Güler, 2014; Kurtuluş ve Akay, 2017; Mayberry, 1983; Toluk ve Olkun, 2004; Uygun ve Güner, 2021).

Lisans seviyesindeki öğrencilerin Düzey 5 yani en üst düzeydeki başarıları ve kesme puanıyla Düzey 5’e atanan öğrenci sayıları da ayrıntılı olarak incelenmiştir. MOGD testinin Düzey 5 bölümünden alınabilecek en yüksek puan 24 en düşük puan ise 0 olarak belirlenmiştir. Lisans öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 5 puanlarına ilişkin histogram grafiği aşağıda verilmiştir.

**Grafik 33**

*Lisans öğrencilerinin aldıkları toplam Düzey 5 puanlarına ilişkin histogram*



Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin %50 başarı gösterebilmesi için alması gereken 12 puanı grup ortalaması olarak geçmişlerdir. Bu durum göz önüne alındığında MOGD Testinde yer alan G26-G30C soruları arasında yer alan maddelerindeki Düzey 5 belirleme sorularında lisans öğrencilerinin başarılı oldukları yorumu yapılabilir. Lisans öğrencilerinin Düzey 5 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri tabloda verilmiştir.

**Tablo 108**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 5 puanlarına ait tanımlayıcı istatistik verileri*

| Değişken | Ortalama | Std. Sapma | Std. Hata |
|---|---|---|---|
| Düzey 5 | 13,42 | 6,162 | ,457 |

Tablo incelendiğinde Düzey 5 için MOGD Testinden lisans öğrencilerinin ortalama puanı 13.42 olmuştur. Standart sapma değeri 6.162 olurken standart hata değeri .457 olarak görülmektedir. Çalışmanın Düzey 5 bölümüne katılan lisans seviyesindeki öğrenci sayısı 182 olup aldıkları puanlarının yüzde olarak hesaplanması ile elde edilen Düzey 5 için kazanım başarıları Tablo 109'da verilmiştir.

**Tablo 109**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 5 için kazanım edinim seviyeleri*

| Kazanım Düzeyleri | Kişi Sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Kazanım yok (%0-15) | 19 | 10 |
| Düşük kazanım(%16-39) | 19 | 10 |
| Orta düzey kazanım(%40-59) | 51 | 28 |
| Yüksek kazanım(%61-84) | 72 | 40 |
| Tamamlanmış kazanım(%85-100) | 21 | 12 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo 109, incelendiğine lisans seviyesindeki öğrencilerinin MOGD Testi Düzey 5 bölümünde yüksek kazanım edinimine sahip olan kazanım seviyesine %40'lık öğrenci kitlesi girmiştir ve lisans seviyesindeki öğrencilerin en fazla olduğu kısımdır. Tamamlanmış kazanım edinimine ise %12'lik öğrenci kitlesi ulaşabilmiştir. Kazanım yok, düşük kazanım ve orta düzey kazanım ediniminde toplam %48'lik öğrenci kitlesi olduğu görülmektedir. Yüksek kazanım tamamlanmış kazanım ediniminde ise grubun %52'lik kısmı yer almaktadır.

Kesme puanı Düzey 5 için Düzey 5 kriterini karşılama yeterliliği olarak 12 puan üzerinden en az 17 puan olarak belirlenmiştir. Bu da %70.83'lük bir başarı ortalamasını göstermektedir ki kazanım edinimlerinden yüksek düzey kazanım edinimi başarısı gösteren yüzdelik dilime denk geldiği görülmektedir. Lisans öğrencileri için Düzey 5 için yüksek düzey kazanım edinimini sağlayan grup Tablo 110'da ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Tablo 110**

*Düzey 5'te yüksek düzey kazanım edinimini sağlayan lisans öğrencilerinin dağılımı*

| Yüksek kazanım edinimi | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| %62,5 | 11 | 15 |
| %66,6 | 20 | 28 |
| %70,83 | 11 | 15 |
| %75 | 8 | 11 |
| %79,16 | 14 | 20 |
| %83,33 | 8 | 11 |
| Toplam | 72 | 100 |

Tablo incelendiği yüksek kazanım gösteren lisans öğrencilerinden %57'si kesme puanı kriterine ulaşarak Düzey 5'e atanırken %43'ü yüksek kazanım ediniminde olmalarına rağmen kriter puan gereği Düzey 5'e atanamadıkları belirlenmiştir. Lisans seviyesinde eğitim gören 182 öğrenci için Düzey 5'e atama durumu Tablo 111'de verilmiştir.

**Tablo 111**

*Lisans öğrencilerinin Düzey 5'e atanma durumu*

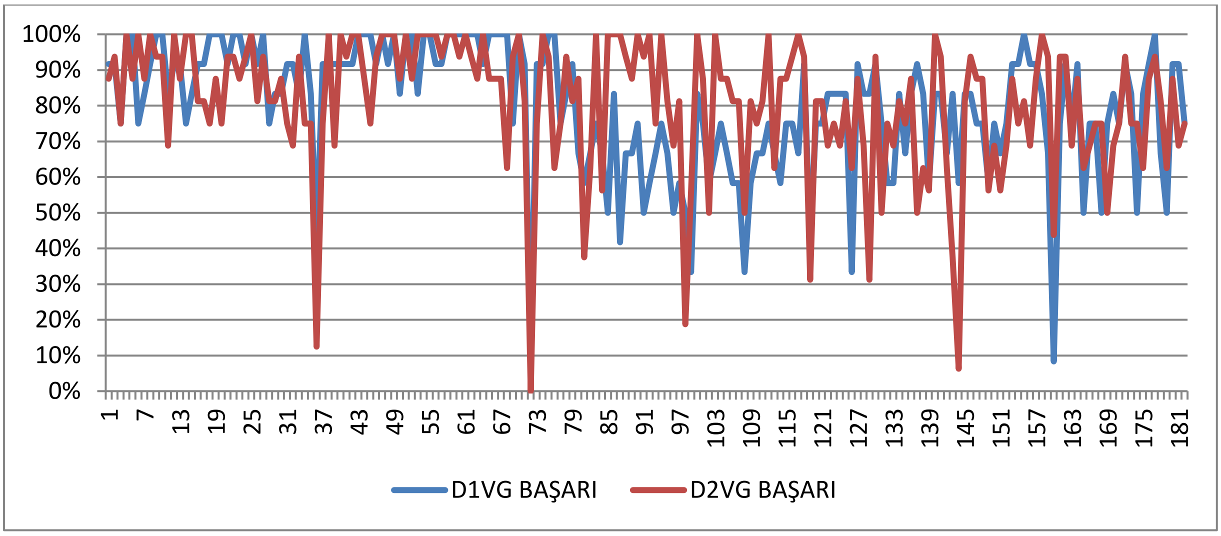
| Düzey 5 | Kişi sayısı | Yüzde(%) |
|---|---|---|
| Atanamayan | 120 | 66 |
| Atanan | 62 | 34 |
| Toplam | 182 | 100 |

Tablo incelendiğinde lisans seviyesindeki öğrencilerin %34'ü Düzey 5'e atanırken %66'sı Düzey 5'e atanamamıştır. Bu sonuç lisans öğrencilerinin yarısından fazlasının Düzey 5 için beklenen başarı seviyesine ulaşamadığını göstermektedir. Literatür tarandığında bir çok çalışma sonucuya bu sonuç uyuşmaktadır (Bal, 2011; Çakmak ve Güler, 2014; Mayberry, 1983; Moyer, 2018; Ordiz. ve Mecate, 2022; Toluk ve Olkun, 2004; Uygun ve Güner, 2021).

Lisans seviyesine eğitim gören öğrencilerin düzey salınımlarını ayrıntılı incelemek için Düzey 1 ve Düzey 2 için başarı grafiği lisans öğrencileri için aşağıda verilmiştir.

**Grafik 34**

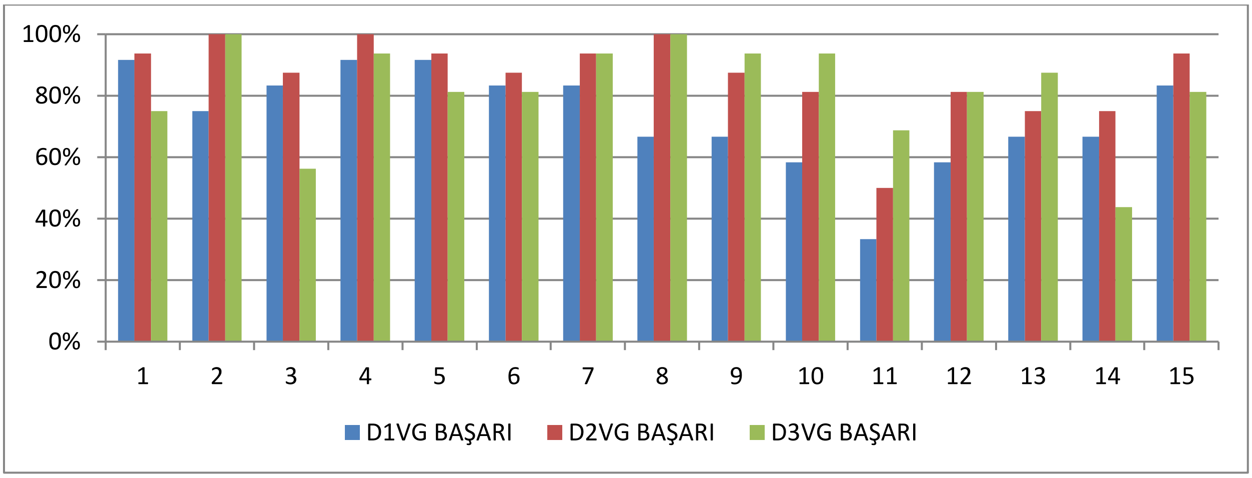
*Lisans seviyesindeki öğrencilerin Düzey 1 ve Düzey 2'deki başarı durumları*




Grafik incelendiğinde Düzey 1 ve Düzey 2 başarıları lisans öğrencileri için çoğunlukla ayrık olmadığı yani Düzey 2 başarısı Düzey 1 başarısından daha yüksek olan öğrencilere sıklıkla rastlanabileceği gibi bu iki geometrik düşünme başaralarının aynı kazanım seviyesinde olduğu birçok lise öğrencisinin de olduğu yorumu yapılabilir. Ancak grafiğin belirli bölgelerinde Düzeylerin ayrıklığı da görülmektedir. Bu da bazı öğrencilerin Düzey 1 ve Düzey 2 seviyeleri ayrık olduğu yorumu yapılabilir. Düzey 1 başarısının Düzey 2 başarısından daha düşük çıkan öğrenci sayısı 182 kişi içerisinden 83 kişi olarak belirlenmiştir. Aşağıdaki grafikte durumu daha ayrıntılı incelemek için Düzey 1 ve Düzey 2 arasında salınım gösteren 83 kişiden rastgele seçilen 15 kişinin başarısı verilmiştir.

**Grafik 35**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerinin Düzey 1 ve Düzey 2 geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*

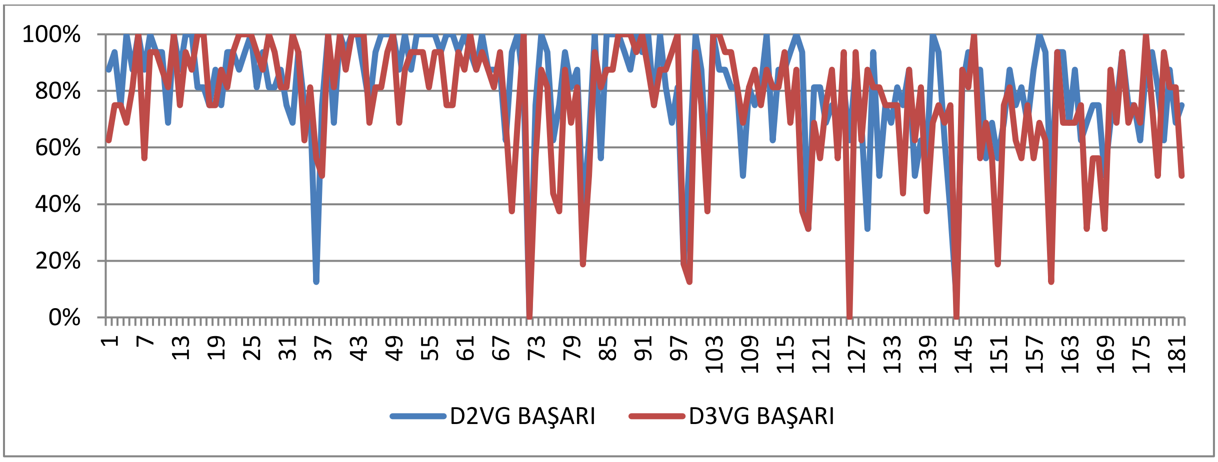


Grafik 35’te görüldüğü gibi Düzey 1’de daha düşük kazanım ediniminde olan öğrenciler Düzey 2 içinde daha yüksek bir kazanım edinimi gösterebilmektedir. Ayrıca Düzey 1 ve Düzey 2 için aynı kazanım ediniminde olabilmektedirler. Düzey 1 de orta düzey kazanım ediniminde olup Düzey 2 soruları içerisinde yüksek kazanım edinimi başarısı gösteren ve Düzey 3 içerisinde yine yüksek kazanım edinimi gösteren geometrik düşünme seviyesi olan öğrenciler de bulunmaktadır. Bu durumlar van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin hiyerarşik yapısıyla çelişmektedir. Yani her öğrenci için geometrik düşünme düzeyleri hiyerarşik olarak artmadığı görülmektedir. Geometrik düşünme düzeylerinin daha karmaşık bir yapıda olduğu görülmektedir ve ayrıca her bir düzeyin kazanım edinimleri olarak da kısımlara ayrılmasının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini inceemek için faydalı olduğu görüşü desteklenmektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Ayrıca görülmektedir ki Düzey 1 ile Düzey 2’de salınım gösteren öğrencilerden aynı zamanda Düzey 3 ile Düzey 2 arasında da salınım gösterenler (9, 10 ve 11 numaralı öğrenci gibi) öğrenciler de olabilmektedir.

Lisans öğrencilerinin Düzey 2 ve Düzey 3 içerisindeki karşılaştırmaları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 36**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerin Düzey 2 ve Düzey3’teki başarı durumları*

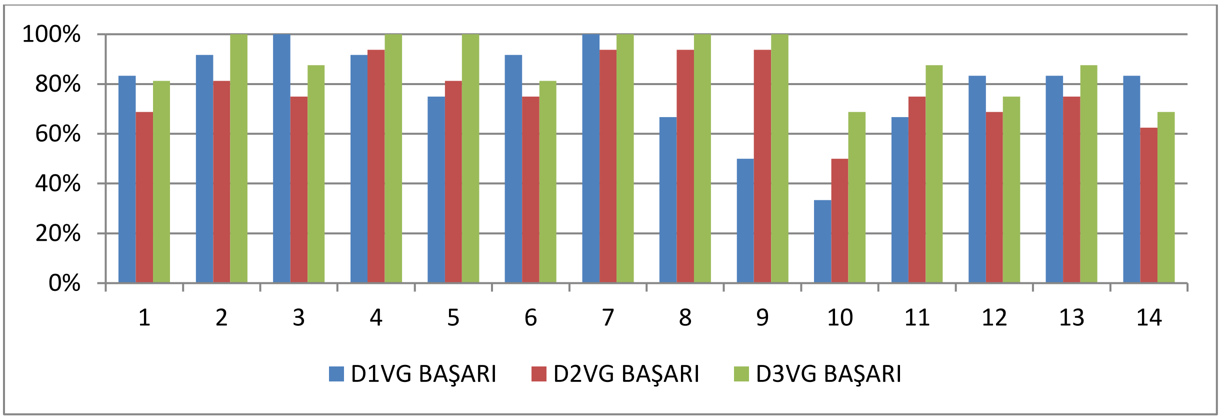



Grafik 36, incelendiğinde Düzey 2 başarılarının yüksek olan öğrencilerin Düzey 3 başarıları da diğer öğrencilere göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum somucunda öğrencilerin Düzey 2 ve Düzey 3 başarılarının bir biriyle ilişkili olduğu yorumu yapılabilir. Yani Düzey 2 kazanım edinimindeki artışlar Düzey 3 kazanımlarını desteklemektedir.

Düzey 2 başarısının Düzey 3 başarısından daha düşük çıkan öğrenci sayısı 182 kişi içerisinden 56 kişi olarak belirlenmiştir. Aşağıdaki grafikte durumu daha ayrıntılı incelemek için Düzey 1 ve Düzey 2 arasında salınım gösteren 56 kişiden rastgele seçilen 15 kişinin başarısı verilmiştir.

**Grafik 37**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerinin Düzey 2 ve Düzey 3 geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*

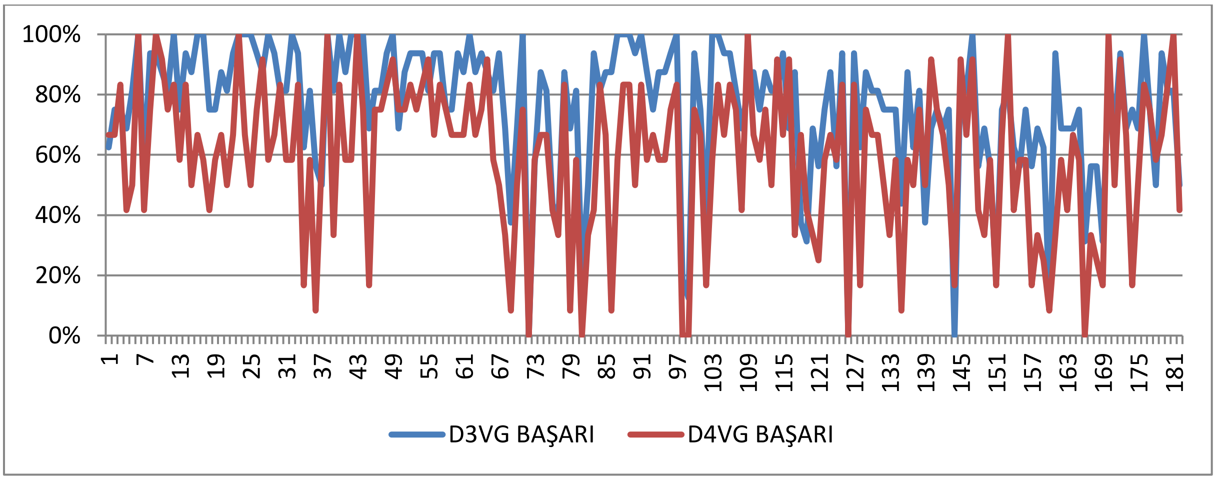



Grafikte görüldüğü üzere Düzey 2'deki başarı Düzey 3'teki başarısından daha düşük olan öğrenciler görülmektedir. Lisans öğrencilerinin Düzey 2'de daha düşük kazanım edinimi göstermesine rağmen Düzey 3'te daha yüksek bir kazanım edinim başarısı gösterdiği görülmektedir. Ancak dikkat edildiğinde Düzey 2'deki başarı yükseldikçe Düzey 3'deki başarı da artmaktadır. Bu durum sonucunda Düzey 2 kazanım ediniminin artması Düzey 3'ü desteklemektedir yorumu yapılabilir.

Lisans öğrencilerinin Düzey 3 ve Düzey 4 içerisindeki karşılaştırmaları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 38**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerin Düzey 3 ve Düzey 4'teki başarı durumları*

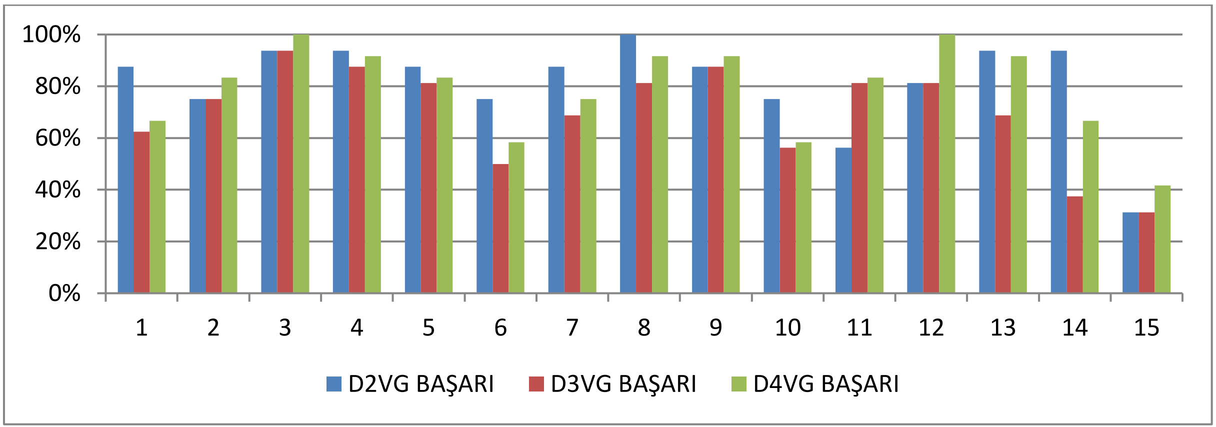



Grafik 38, incelendiğinde Düzey 3 başarılarının genel anlamda Düzey 4 başarılarından yüksek olmakla birlikte Düzey 4 kazanım ediniminin daha yüksek olduğu öğrenciler de vardır. Ancak grafikten de görülebileceği gibi Düzey 3 kazanım edinimi yükseldikçe bir sonraki Düzey

4'ün de kazanım edinimini de desteklediği söylenebilir. Düzey 3 ve Düzey 4 arasında salınım gösteren lise öğrencileri 182 kişi içerisinde 29 kişi olarak tespit edilmiştir. Aşağıdaki grafikte durumu daha ayrıntılı incelemek için Düzey 3 ve Düzey 4 arasında salınım gösteren 29 kişiden rastgele seçilen 15 kişinin başarısı verilmiştir.

**Grafik 39**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerinin Düzey 3 ve Düzey 4 geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*

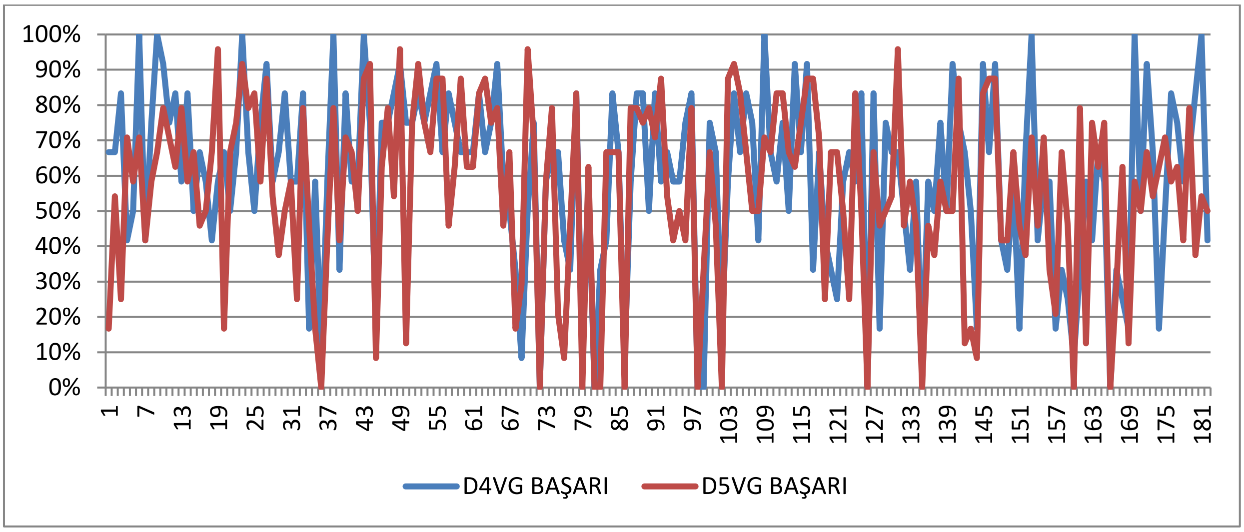



Grafik 39, incelendiğinde 2, 3, 4 ve 9 numaralı öğrenciler gibi Düzeylerin bir birine çok yakın kazanım edinimlerinde bulunan öğrencilerin Düzey 1'den Düzey 4'e kadar kazanım edinimlerinin birbirini desteklediği yorumu yapılabilir. Ancak MOGD Testindeki düzeyler içindeki sorularda Düzey 4 başarısını belirlemek için yöneltilen sorularda düzey 3'ten daha başarılı oldukları görülmektedir. 1 ve 14 numaralı öğrenciler gibi Düzey 1 kazanım ediniminden sonra bir anda belirgin bir kazanım edinimi başarısında düşüş yaşamış öğrenciler içersinde de Düzey 4'ün Düzey 3'ten daha yüksek başarıya ulaştıkları ancak bunun 3 ve 12 numaralı öğrenciler kadar yüksek olmadığı görülmektedir. Buradan yola çıkarak alt düzeyler ne kadar yüksek olursa üst düzey geometrik düşünmeler o kadar desteklenir yorumu yapılabilir. Ayrıca dikkat çekici bir şekilde Düzey 1'de düşük başarı gösterip diğer Düzeylere geçişlerde kazanım edinimini yükselten 11 numaralı öğrenciler gibi öğrencilere rastlanmıştır. Bu durum göstermektedir ki van Hiele geometrik düşünme düzeylerindeki hiyerarşik yapı bazı öğrencilerinde bozulmakta öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri her bir alt düzey bir üst düzeyi desteklese de Düzey 1'in yüksek kazanım ediniminde olmasa da öğrencinin diğer düzeylerde daha başarılı olabileceğini göstermiştir.

Lisans öğrencilerinin Düzey 4 ve Düzey 5 içerisindeki karşılaştırmaları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 40**

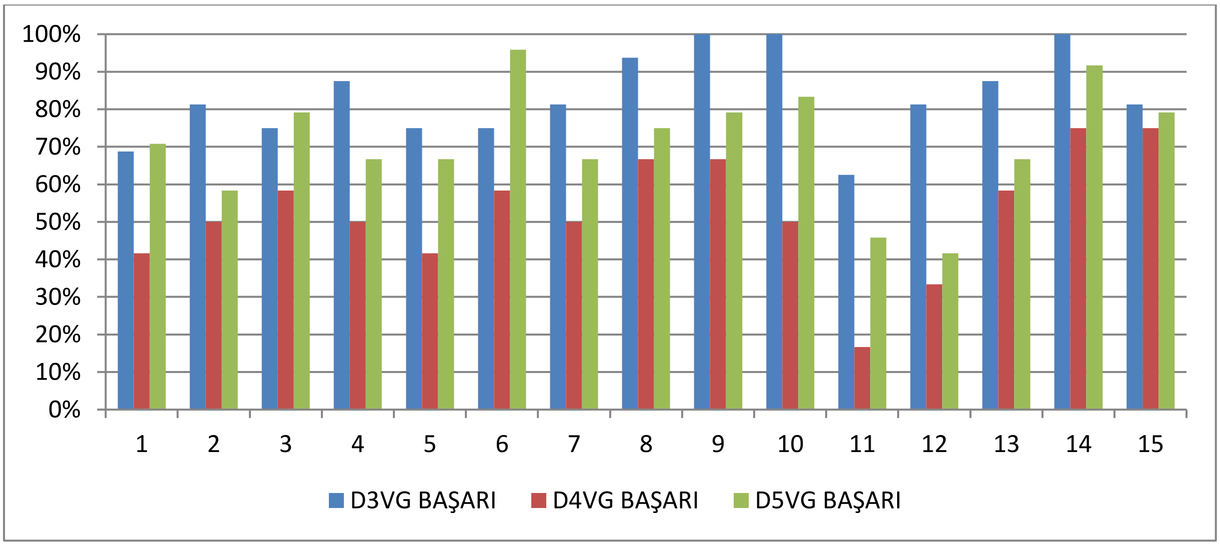
*Lisans seviyesindeki öğrencilerin Düzey 4 ve Düzey 5'teki başarı durumları*




Grafik 40, incelendiğinde Düzey 4 başarılarının genel anlamda Düzey 5 başarılarından yüksek olmakla birlikte Düzey 5 kazanım ediniminin daha yüksek olduğu öğrenciler de vardır. Ancak grafikten de görülebileceği gibi Düzey 4 kazanım edinimi yükseldikçe bir sonraki Düzey 5'in de kazanım edinimini de desteklediği söylenebilir. Düzey 4 ve Düzey 5 arasında salınım gösteren lise öğrencileri 182 kişi içerisinde 65 kişi olarak tespit edilmiştir. Aşağıdaki grafikte durumu daha ayrıntılı incelemek için Düzey 4 ve Düzey 5 arasında salınım gösteren 65 kişiden rastgele seçilen 15 kişinin başarısı verilmiştir.

**Grafik 41**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerinin Düzey 4 ve Düzey 5 geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*

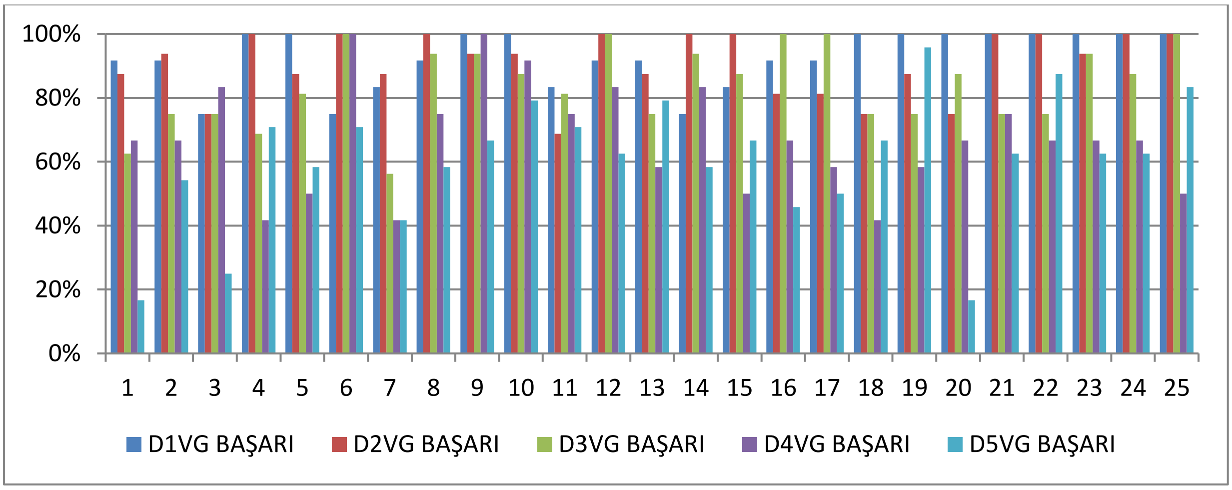


Grafik 41, incelendiğinde düzeyler arası salınım gösteren lisans öğrencilerinin Düzey 4'teki başarıları arttığında Düzey 5'teki kazanım edinimlerinin de daha fazla olduğu görülmektedir. Bu durum Düzey 4'te kazanım edinimi az dahi olsa Düzey 5 düşünme düzeyinin gelişmesine katkı da bulunduğu söylenebilir. Düzey 3'teki kazanım edinimi başarısından sonra Düzey 4'teki başarıları azalan lisans öğrencilerinin Düzey 5'te daha başarılı oldukları görülmektedir. Bu durumda van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin hiyerarşik yapısı sorugulanabilir ve lisans öğrencisi öğretmen adaylarının da bir öğrenme krizine girdiği söylenebilir.

Araştırmaya katılan tüm lisans öğrencilerinin sayısı fazla olduğundan tek bir grafikte hepsini incelemek genel bir bakış sağlasa da rastgele seçilen 25 kişilik bir grubu Düzey 1'den Düzey 5'e kadar başarılarını grafikle incelemenin MOGD Testinde Düzeylerde gösterdikleri başarı durumunu daha ayrıntılı bir şekilde göstereceği düşünülmektedir. Aşağıdaki grafikte lisans seviyesindeki öğretmen adaylarının MOGD Testinde geometrik düşünme düzeyleri örneklenmiştir.

**Grafik 42**

*Lisans seviyesindeki öğrencilerin MOGD testinde geometrik düşünme düzeylerindeki kazanım edinimlerinden bazı örnekler*




Grafik 42, incelendiğinde görülmektedir ki lisans eğitim görmekte olan öğretmen adayları için Düzeyler arası geçişlerin oldukça karışık olduğu görülmektedir. Böylece van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde sadece beş seviyenin olmadığı ve öğrencilerin sıçrama halinde bir düzeyden diğer geometrik düzeye geçmediğini bulgusunu desteklemektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Ayrıca bu sonuç geometrik düşünme düzeyleri teorisinin bir kişinin bir geometrik düzeyde olması durumuyla çelişmektedir ve insanlardaki geometrik düşünmenin daha karmaşık bir yapısı olduğunu düşündürmektedir. Bu sonuç literatür tarandığında birçok çalışmayla uyuşmaktadır (Altun ve Kırcal 1998; Burger ve Shaughnessy, 1986; Çontay ve Duatepe Paksu, 2012; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Gutierrez, Jaime ve Fortuny, 1991; Papademetri-Kachrimani, 2012; Sert Çelik ve Kaleli Yılmaz, 2022; Voskoglou, 2017). Bu karmaşıklığı ve bulanıklığı aşmak için her öğrencinin her bir düzey için kazanım seviyesi MOGD Testiyle belirlenmiştir. Düzey 3'teki başarı arttığında Düzey 4'teki başarının da arttığı genel olarak söylenebilse de bu durum için her hangi bir kesinlik yoktur. Ancak bu durum bile Düzey 3'e atanamamış yani yeterlilik kriter başarısını gösteremeyen öğrencilerde de Düzey 4 kazanımları gelişim göstermeye başladığı yorumu yapılabilir. Aynı durum Düzey 5 için de geçerlidir. Bu durum Gutierrez ve diğerleri (1991) tarafından yapılan çalışma ile uyumludur. Ayrıca Çontay ve Duatepe Paksu (2012), araştırmalarında matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirmişler ve bir öğretmen adayının Düzey 0 ile Düzey 1 arasında olduğunu belirleyerek Düzeylerin de seviyelere ayrılabileceğini göstermişlerdir. Ayrıca kişilerin farklı Düzeylerde farklı kazanım edinimi gösterebilecekleri söylenebilir.

**4.8. Sekizinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar**

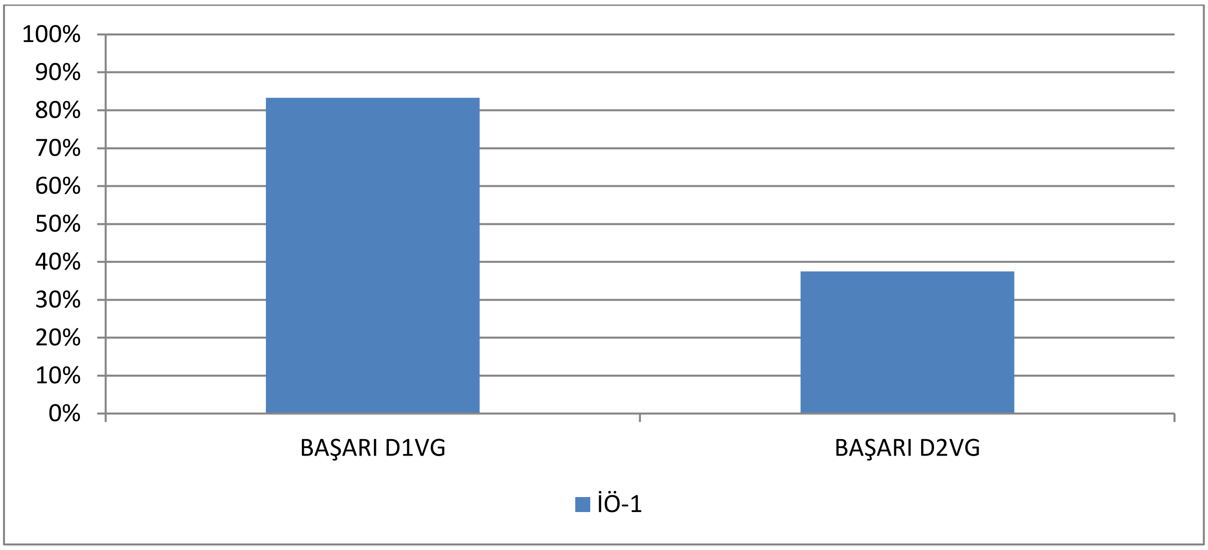
Yapılan araştırmanın sekizinci alt problemi; "Öğrencilerin Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki soruları anlamlandırma ve çözüm süreçleri nasıldır?" şeklindedir. Bu amaçla ilkokul, ortaokul ve lise seviyesindeki öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşme yapılan her bir öğrencinin MOGD Testinden aldığı sonuçlar grafik halinde verilmiş ve soruları anlamlandırma ve çözüm süreçleri ile ilgili bulgular paylaşılmış ve MOGD Testindeki kazanım edinimleri ile ve atandıkları van Hiele geoemetrik düşünme düzeyine uygun cevaplar verip vermedikleri incelenmiştir.

**4.8.1. İlkokul Öğrencilerinin MOGD Testindeki Soruları Çözümleme ve Anlamlandırma Süreçlerine İlişkin Bulgular ve Yorumlar:** Bu başlık altında ilkokul öğrencilerinden farklı geometrik düşünme düzeylerinde olanlar ile yapılan görüşmeler yorumlanarak verilmiştir. Daha açıklayıcı ve anlaşılır olması açısından her bir öğrencinin MOGD Testindeki başarı yüzdeleri grafik olarak verilerek sonrasında öğrenciyle yapılan görüşme yorumlanacaktır.

Görüşme yapılan ilkokul seviyesiyesinde öğrenim gören öğrencilerden ilki (İÖ-1)'nin MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 43**

*İÖ-1'in MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları*




Görüşme yapılan İÖ-1, grafikte görüldüğü gibi Düzey 1 sorularında %80'in üzerinde başarı göstererek yüksek kazanım edinimi seviyesinde yer almıştır. Ayrıca Düzey 1 için MOGD Testinde belirlenen %75 kesme puanını geçerek Düzey 1'e atanmıştır. Düzey 2'de de kazanım edinimleri başlamasına rağmen kazanım edinimi %40'ın altında kalarak düşük kazanım edinimi seviyesine kadar gelişme göstermiştir. Araştırmacı (A) ve İÖ-1 ile yapılan Düzey 1 sorularıyla ilgili görüşme şöyledir.

A : … Şimdi İÖ-1, birinci soru ile ilgili okuduğunda neden bu şekli çizdiğini anlatır mısın? Tekrar soruyu okuyabilirsin istersen.

*İÖ-1 soruyu tekrar okuyarak sesli düşünmeye başlamıştır.*

İÖ-1 : Yaya giremez levhasını çember şeklinde yaptım. Çünkü bizden köşesiz olan şekil ile yapmamızı istemiş. Karelerin köşeleri vardır.

A : ... Peki şu senin beğendiğin soruyu konuşalım mı? Dördüncü soruyu tekrar okur musun?

İÖ-1 soruyu tekrar okuyarak sesli düşünmeye başlamıştır.

İÖ-1 : … Soruda bizden paralelkenar olanları çizmemizi istiyor ben de hepsini çizdim çünkü verilenlerin üçünü de paralel kenar olarak gördüm.

A : Pekâlâ. Altıncı soruda hani şu buzdolabını kapıdan geçirmeye çalışan servis elemanlarını hatırlıyor musun? Bana anlatabilir misin?

İÖ-1 : Evet! Şey, şimdi Hazal yeni buzdolabının şeklinin değiştiğini sanıyordu. Aslında kapıdan sığmıyor diye yana çeviriyorlar sadece biz biraz farklı görüyoruz. Ancak biraz yana yatıp baktığımızda şeklin aynısı olduğunu göreceğiz. Bir önceki sorudaki gibi aslında…

Yukarıda geçen cümleler görüşme içerisinde geçen bazı Düzey 1 sorularıyla ilgili öğrenci görüşlerini içermektedir. İÖ-1'in yanıtları incelendiğinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyi 1'in özelliklerini yansıtmaktadır. Şeklin parçalarıyla ilgili değil şeklin bütünüyle ilgili yorumlar yapıldığı görülmektedir.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 2 soruları yer almaktadır.

A : Eveeeet! Şu köpek kulübesi sağlamlaştırma sorusunda (G7) köşegen çizin demiş soruda sen de köşeleri böyle çapraz şekilde birleştirmişsin, köşegenin ne demek olduğunu biliyor musun?

İÖ-1 : Hmmmm, köşegeni biraz hatırlıyorum.

A : Ne demek köşegen?

İÖ-1 : Tam hatırlayamıyorum ama köşegen denilince aklıma köşe geliyor. Ancak tahmini olarak çizdim tam tanımını bilmiyorum. Zaten bir ara benim bir köpeğim vardı o kaçmasın diye elimden geleni yapardım o esnada uğraşırken hatırlıyorum.

A : Yani güncel hayattaki durumları da karşılıyor matematik değil mi?

İÖ-1 : Zaten matematik oluyor ki hayattan şeyler!

A : Onuncu soruyu (G10) nasıl yaptın? Özellikleri mesela burada eşleştirmişsin hatta bak denilen şekli kendinde çizmişsin.

İÖ-1 : Yani ilk olarak kendim yaptım daha sonra karşılaştırdım. Yönergeleri uyguladım. En yakınını buldum.

A : Son soruyu (G14) nasıl yaptın peki? Mesela paralelkenarlar her zaman dikdörtgendir ya da kareler her zaman eşkenar dörtgendir gibi sonuçlar bulmuşsun ama yukarıdaki dart tahtasını inceledin mi içerisinde yazılanları?

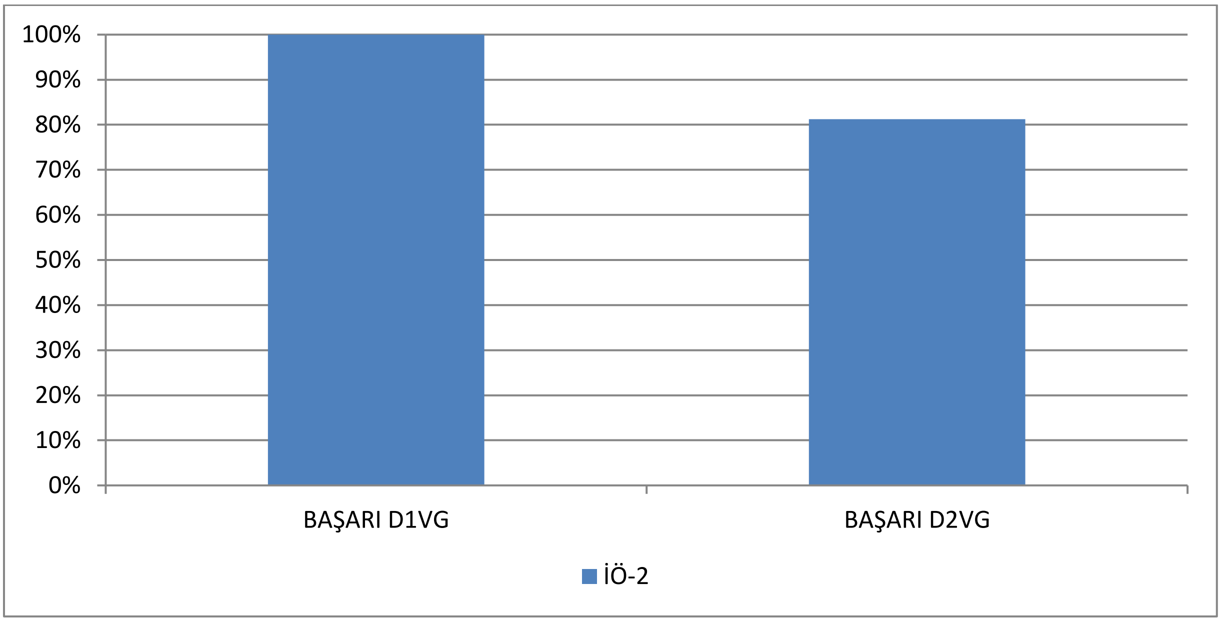
İÖ-1 : Zaten ilk önce o şekli inceledim sonra kendi bilgilerimle birleştirdim o şekilde yaptım.

Yukarıda geçen cümleler görüşme içerisinde geçen bazı Düzey 2 sorularıyla ilgili öğrenci görüşlerini içermektedir. İÖ-1'in yanıtları incelendiğinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyi 2 becerilerinin gelişmeye başladığı görülmektedir. Matematik okuryazarlığı sorularının bağlamsal olması ve güncel hayatla ilişkili sorulardan oluşması öğrencilerin daha önceki yaşantılarını hatırlama ve uygulama aşamalarını desteklediği Öİ-1'in özellikle G7 sorusuyla ilgili şu cümlesinden çıkartılabilir: *"Ancak tahmini olarak çizdim tam tanımını bilmiyorum. Zaten bir ara benim bir köpeğim vardı o kaçmasın diye elimden geleni yapardım o esnada uğraşırken hatırlıyorum."* Görülmektedir ki Öİ-1'in daha önceden köpek beslemiş olması ve köpeği kaçmasın diye uğraşmış olması MOGD Testi içerisindeki köpek kulübesi bağlamını içeren soruyu çözmesine oldukça katkıda bulunmuştur. Yine matematik okuryazarlığı sorularının teoriden çok uygulamaya yönelik olması ve öğrencinin neyi bildiğinden çok ne yapabildiğiyle ilgilenmesinin bir sonucu olarak İÖ-1, G10 maddesinde verilen soru içeriğine şöyle vurgu yapmıştır: *”Yönergeleri uyguladım. En yakınını buldum.“* Görülmektedir ki matematiksel dil ve argüman bilgisi öğrencilerin soru içerisindeki çözmesinde oldukça etkili olmuştur.

Görüşme yapılan ilkokul seviyesiyesinde öğrenim gören öğrencilerden ikincisi (İÖ-2)’nin MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 44**

*İÖ-2’nin MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları*




Görüşme yapılan İÖ-2, grafikte görüldüğü gibi Düzey 1 sorularında %100 başarı göstererek tamamlanmış kazanım edinimi seviyesinde yer almıştır. Ayrıca Düzey 1 için MOGD Testinde belirlenen %75 kesme puanını da geçmiştir. Düzey 2’de %80’in üzerinde başarı göstererek yüksek kazanım edinimi seviyesine ulaşmıştır ve ayrıca Düzey 2 için %62.5’lik kesme puanı da geçerek Düzey 2’ye atanmıştır. Araştırmacı (A) ve İÖ-2 ile yapılan Düzey 1 sorularıyla ilgili görüşme şöyledir.

A : Birinci soru ile ilgili okuduğunda neden bu şekli çizdiğini anlatır mısın? Tekrar soruyu okuyabilirsin istersen.

İÖ-2 : Çok basitti aslında anlatmış soruda işte göstermiş bir de yukarıda ona göre yaptım.

A : ... Anladım. Dördüncü soruyu tekrar okur musun?

İÖ-2 soruyu tekrar okuyarak sesli düşünmeye başlamıştır.

İÖ-2 : … paralelkenar olanları çizmemiz istenmiş, ben de hepsini çizdim çünkü verilenlerin üçünü de paralel kenar olarak gördüm.

A : Altıncı soru ile ilgili okuduğunda neden bu açıklamayı yaptığını anlatır mısın? Tekrar soruyu okuyabilirsin istersen.

İÖ-2 : şeklin yönünü değiştirmek onun dikdörtgen olmasını değiştirmez işte!

Yukarıda geçen cümleler görüşme içerisinde geçen bazı Düzey 1 sorularıyla ilgili öğrenci görüşlerini içermektedir. İÖ-2'nin yanıtları incelendiğinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyi 1'in özelliklerini yansıtmaktadır. MOGD Testinde elde ettiği başarı puanıyla uyumlu sonuçlar elde edilmiştir.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 2 soruları yer almaktadır.

A : En çok dikkatini çeken soru hangisiydi veya en hoşuna giden soru?

İÖ-2 : Şu soru (G12 maddesini göstererek) bence.

A : Neden usturlap sorusu en çok dikkatini çekti ilk kez duyduğun için mi?

İÖ-2 : Çünkü, açı var sorunun içerisinde bir de usturlabı bilmiyordum o yüzden.

A : Usturlabın ne demek olduğunu bu soruyla mı öğrendin?

İÖ-2 : Evet.

A : Peki çözümünde demişsin ki şuradaki uzaklıklar eşit o yüzden ağacın boyu eşit. Burada hangi uzaklığın birbirine eşit olduğunu belirtmek istemişsin. Bir de üçgene eşkenar demişsin ama bir daha kontrol eder misin?

İÖ-2 : Aaaa… üçgen ikizkenarmış.

A : Daha önce okuduğunda eşkenar yazmışsın üçgenin çeşidine ama şimdi neyi fark ettin.

İÖ-2 : Sadece iki açısı 45'er derece.

G12 maddesiyle ilgili geçen görüşmede görülmektedir ki İÖ-2'nin dikkatini çeken soru usturlap sorusu ve daha önce görmediği bir kelimeyi merak etmesi ayrıca sorunun içerisinde açıların olması bu soruyu ilgi çekici kılmıştır. Kendi bulunduğu ilkokul seviyesinde kenarlarına göre üçgenleri görmelerine rağmen açılarla ilişkilendirmemiş olmaları kavramsal olarak üçgeni ikizkenar yerine eşkenar olarak adlandırmış olması kavram kargaşasına işaret etse de sorunun çözümünde yorumunu doğru yapmıştır. Bağlam ile birlikte sorunun yöneltilmesi İÖ-2'nin soruyu çözmesine yardımcı olmuştur. Matematik okuryazarlığı sorularının çözümündeki başarısı İÖ-2'ye bu soruda doğru yorum yapmasını sağlamıştır yorumu yapılabilir. Görüşme şöyle devam etmiştir.

A : Peki. Dokuzuncu soru (G9) dedektörün dikdörtgen şeklindeki odanın tam ortasına yerleştirilmesi istenmiş sen de köşegenleri çizmişsin. Köşegenlerin eşit uzunlukta olduklarını nereden biliyorsun? Daha önce bunu sana öğretmenlerin anlattılar mı?

İÖ-2 : Çünkü aynı yerden başlayıp aynı yerde bitmişler. Hayır, öğretmenlerim anlatmadı. Babamla matematik konusunda konuşmayı seviyorum ben.

A : Anladım çok güzel. Peki tam orta noktanın köşegenlerin kesiştiği birleştiği nokta olduğunu nereden biliyorsun? Nasıl hayal ettin?

İÖ-2 : Eeeee, zaten köşegenlerin birleştiği yer tam orta olmuyor mu?

A : Evet, ama sana anlatmamış öğretmenlerin nereden anımsadın daha önce gördün mü böyle bir şey?

İÖ-2 : Hmmmm. Bir kere dikdörtgenle ilgili origami yaparken öyle yapmıştım.

A : Yani derste öğrenmedin. Oyun oynarken öğrendin.

Van Hiele (1999), çalışmasında belirtilen kağıt katlama, çizim ve desen blokları kullanılan etkinliklerin, çocukların görsel yapı hazinesini zenginleştirebileceğini ortaya koymuş ve geometrinin çocuklar için oyunla başladığını belirtmiştir. Görüşme sırasında İÖ-2 ile görüşme sürecinde geçen cümle: *"Bir kere dikdörtgenle ilgili origami yaparken öyle yapmıştım."* Bulgu ile desteklenmektedir.

A : Peki, son bir soru daha sorayım. Sence bu çözdüğün soruların diğer geometri sorularından farkı var mıydı?

İÖ-2 : Gerçek hayatla ilişkilendirilmiş burada ve hikâyeleştirilmiş, benim bir geometri kitabım vardı orada da böyle şeyler yazılmıştı.

A : Sence böyle hikâyeleştirilmiş sorular mı daha güzel yoksa direk üçgen çizip sorsa mı?

İÖ-2 : Hikâyeli daha güzel. Ben hem okumayı seviyorum hem de matematiği seviyorum. Hikâye de okumuş oluyorum hem de matematik problemi çözmüş oluyorum. Bilmediğim şeyleri de öğrenebiliyorum böylece.

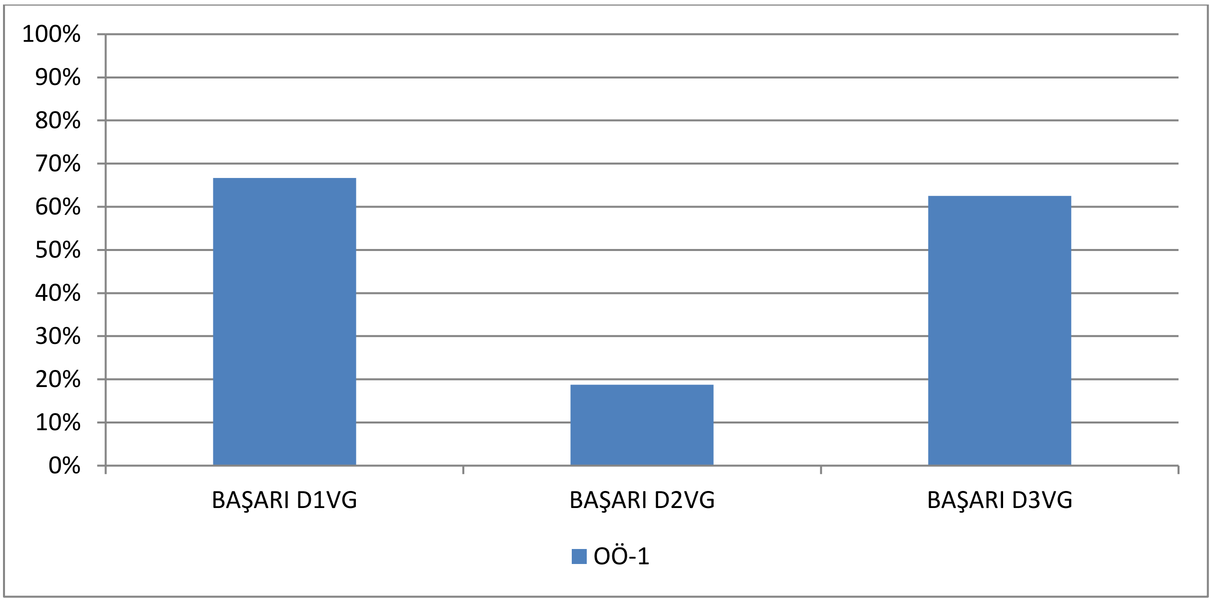
İlkokul öğrencilerinden Düzey 2 için kriter puanı geçerek Düzey 2'ye atanan İÖ-2'nin söyledikleri incelendiğinde matematik okuryazarlığı ve bağlam içeren soruları çözmeyi klasikleşmiş soyut olarak kalmış geometri soruları çözmekten daha eğlenceli olduğu belirlenmiştir. Bu seviyedeki öğrencilerin soyut ve sadece bilgi içeren sorulardansa bağlam içeren uygulamayı ön planda tutan sorulara maruz bırakmanın önemi görülmektedir.

**4.8.2. Ortaokul Öğrencilerinin MOGD Testindeki Soruları Çözümleme ve Anlamlandırma Süreçlerine İlişkin Bulgular ve Yorumlar:** Bu başlık altında ortaokul öğrencilerinden farklı geometrik düşünme düzeylerinde olanlar ile yapılan görüşmeler yorumlanarak verilmiştir. Daha açıklayıcı ve anlaşılır olması açısından her bir öğrencinin MOGD Testindeki başarı yüzdeleri grafik olarak verilerek sonrasında öğrenciyle yapılan görüşme yorumlanacaktır.

Görüşme yapılan ortaokul seviyesiyesinde öğrenim gören öğrencilerden ilki (OÖ-1)'nin MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 45**

*OÖ-1'in MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları*




Görüşme yapılan OÖ-1, grafikte görüldüğü gibi Düzey 1 sorularında %70'in altında başarı göstererek yüksek kazanım edinimi seviyesinde yer almıştır. Ancak Düzey 1 için MOGD Testinde belirlenen %75 kesme puanını geçemediği için Düzey 1'e atanamamıştır. Düzey 2'de de kazanım edinimleri başlamasına rağmen kazanım edinimi %20'nin altında kalarak düşük kazanım edinimi seviyesine kadar gelişme göstermiştir. En dikkat çekici olan ise Düzey 2'nin düşük kazanım ediniminde olmasına rağmen Düzey 3 geometrik düşünme düzeyinde %60'ın üzerinde başarı göstermiş olmasıdır. Araştırmacı (A) ve OÖ-1 ile yapılan Düzey 1 sorularıyla ilgili görüşme şöyledir.

A : … Şimdi OÖ-1, ikinci (G2) soru ile ilgili okuduğunda neden bu şekli çizdiğini anlatır mısın? Tekrar soruyu okuyabilirsin istersen.

OÖ-1 : Tamam! İşte şimdi ahşap dolap kapaklarından dikdörtgen olanları seçecekmişim.

A : Evet! Nasıl olacakmış peki ne yapmışsın soruda?

OÖ-1 : Aslında mantıklı yapmışım yine bir nevi doğru yapmışım. Sadece seçmemişim kendim çizmişim.

A : Peki diğeri dikdörtgen değil mi?

OÖ-1 : Aaaa! Bu da oluyor ama.

A : … Üçüncü (G3) soruyu tekrar okur musun? Açıklamak için.

OÖ-1 : Tamam! Şimdi bazı parçalar duvara yaslanmış ve dağınık duruyorlarmış bizden de yine dikdörtgenleri seçmemiz isteniyor.

A : Sen sadece iki tanesi seçmişsin üçüncüsünü seçmemişsin neden?

OÖ-1 : Hiç bilmiyorum. Zaten şu ikisi hiçbir şekilde dikdörtgen değil (madde içerisinde beş seçenek vardır). Normalde bu ikinci seçtiğimi de yan yatıyor diye seçmeyecektim ama onu seçmişim diğerini seçmemişim.

A : Peki üçüncüsünün dikdörtgen olduğunu biliyor musun?

OÖ-1 : Evet ama neden seçmemişim o anda bilmiyorum.

A : … Dördüncü (G4) ile ilgili ne düşünüyorsun?

OÖ-1 : Bu soru çok zordu. (soruyu okuyor ve düşünüyor) Paralelkenarları seçin ve çizin demiş.

A : Evet!

OÖ-1 : Aslında hepsi paralelkenar gibi görünüyor. Ben bir tanesini seçmişim. Hepsini çizmem gerekirdi.

A : Paralelkenarın tanımını biliyor musun?

OÖ-1 : Şey! İki kenarının eşit olması işte…

A : Paralel olması değil mi?

OÖ-1 : Tamam eşit olması işte…

A : Anladım.

A : Altıncı soru (G6) ile ilgili ne düşünüyorsun yazdıkların yanlış değil ama biraz daha açıklayabilir misin?

OÖ-1 : Sadece yan çevirmişler işte, şekli kırmamışlar kare yapmamışlar.

A : Şöyle açıklama yapanlar vardı mesela açıları hala 90 derece ve karşılıklı kenar uzunlukları değişmemiş sence böyle bir açıklama yapılabilir mi?

OÖ-1 : Tamam ama o açıklamayı Hazal yine anlamazdı ki! Daha bunu soruyor.

Düzey 1 maddeleriyle ilgili OÖ-1'in açıklamaları incelendiğinde bu düzey içerisindeki kazanımların çoğunu edindiği görülmektedir. Bu sonuç MOGD testinden Düzey 1 için kazanım edinimlerinden yüksek kazanım edinimine ulaşmasını desteklemektedir. Ancak belki de alışık olmadığı şekilde yöneltilen gerek açık uçlu sorular gerekse seçimli soruların tek bir doğru cevabının olmaması yanlış cevaplar vermesine neden olmuş olabilir. Matematik okuryazarlık sorularına ve bağlam sorularına çok fazla alışkın olmadığı görülmüştür.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 2 soruları yer almaktadır.

A : Yedinci (G7) soruyu açıklar mısın?

OÖ-1 : Neden böyle çizdiğimi bilmiyorum.

A : Bu çizdiğin şekil köşegen mi?

OÖ-1 : Hayır! Köşegen değil.

A : Emin misin?

OÖ-1 : Yani… Değil mi?

Görüşmenin yedinci sorusu ile ilgili bölümü incelendiğinde OÖ-1'in köşenin tam olarak ne olduğu ile ilgili bilgi eksikliği görülmektedir. Görüşmenin bu bölümünde kendinden emin cevaplar verememiştir.

A : Onuncu (G10) soruyu tekrar okuyup açıklayabilir misin?

OÖ-1 : Verilen şeklin özelliklerine göre bu parçayı seçip seçemeyeceğimi sormuş.

A : Peki, sen hepsini eşleştirmeye çalışmışsın tek bir parçayı seçmemişsin ki.

OÖ-1 : Evet. Okumamışım galiba altını da çizmişim ama uffff!

Görüşmenin onuncu sorusu ile ilgili bölümü incelendiğinde OÖ-1'in soru içerisinde tam olarak ne yapılmasını istediğini anlamlandıramadığı görülmektedir. Matematik okuryazarlığının en önemli adımlarından birisi okuduğunu anlamlandırma olarak düşünüldüğünde soruyu doğru cevaplamak için öğrencinin bağlamı algılaması istenileni analiz ederek düşünmesi gerektiği ortaya çıkmıştır.

A : On birinci soruyu açıklayabilir misin?

OÖ-1 : Evet! Üçgen çeşitlerini tabloya göre belirlememi istemiş. En kolayını yanlış yapmışım bu arada.

A :Başka yanlışın var mı acaba?

OÖ-1 : Yaaaa! Tabloya hiç bakmayıp kafama göre yapmışım ben bunu.

A : Peki, neden tabloyu okumadın?

OÖ-1 : Bilmiyorum!

Düzey 2 için konuşmalar incelendiğinde öğrencinin şeklin parçalarıyla tüm şekli bütünleştirmeyle ilgili eksiklikleri belirlenmiştir. MOGD Testindeki Düzey 2'de aldığı başarı puanı ile uyumlu cevaplar verdiği söylenebilir.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 3 soruları yer almaktadır.

A : On beş (G15) ve on altıncı (G16) soruları nasıl yaptığını açıklayabilir misin?

OÖ-1 : Bu sorular basit. On beşinci soruda eğim sorulmuş ve formülü verilmiş, ben de formülü kullandım ve oran yaparak sonuca ulaştım. On altıncı soruda yine formül verilmiş aslında bu konuyu tam olarak bilmiyorum bazı işaretleri biliyorum paralel işareti var mesela şurada. Ben yine formüle baka baka yaptım.

A : Çok güzel yapmışsın gerçekten, peki on yedinci soru (G17) ile ilgili ne düşünüyorsun?

OÖ-1 : Burada da Pisagor teoremi var. Ona göre yapmışım 3-4-5 özel üçgenini görmüşüm ayrıca!

Düzey 3 için konuşmalar incelendiğinde öğrencinin matematik okuryazarlığının temel matematiksel yeterliklerinden iletişim, temsil biçimleri, matematikleştirme, muhakeme ve argüman, sembolik dil ve işlemler kullanma gibi işlevlerini gerçekleştirdiği görülmektedir. OÖ-1'in MOGD testindeki Düzey 3'te aldığı başarı puanı ile uyumlu cevaplar verdiği söylenebilir.

MOGD Testi ortaokul öğrencilerindeki düzey salınımını belirleyebilmek için Düzey 4 geometrik düşünme sorularından da içermektedir. OÖ-1 ile görüşmenin devamında bu sorular yer almaktadır.

A : Peki neredeyse bitirmek üzereyiz. Yirmi birinci (G21) soruya bakabilir misin?

OÖ-1 : Bu soru da çok uğraştım aslında. Hmmm biri yalan söylüyor! İkisi aynı anda yanlış da olabilir.

A : Son soruya (G22) da bakalım yani ispatları kendi cümlelerinle anlatmanı istemiş bu soruyu nasıl yaptın?

OÖ-1 : Evet! İlk baştaki cebirsel ifadelere benziyordu. Pisagor bağıntısını kullandığını söylemiş. Ancak ikinci kısımdan hiçbir şey anlamadım.

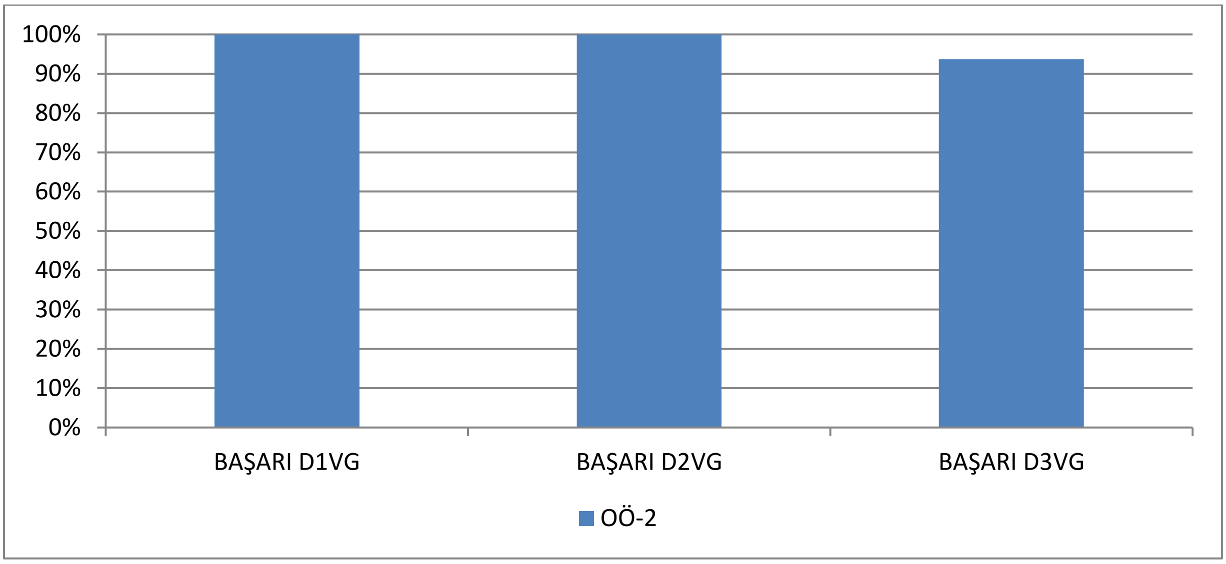
Düzey 4'e geçiş soruları için konuşmalar incelendiğinde, G21 için yaptığı açıklamalar aslında 9. Sınıf kazanımlarından olan önermeler ile ilgili yani mantık konusu kazanımları ile ilgili yorum yapmaya başladığını göstermektedir. OÖ-1'in Düzey 3 içerisindeki matematiksel işlemler ve sembolik dili kullanma başarısı Düzey 4'e geçiş kazanımlarını edinmeye başlamasını desteklediği yorumu yapılabilir. Özellikle ispat yapma süreçlerini bilmese de söylediği cümle şöyledir: *"Evet! İlk baştaki cebirsel ifadelere benziyordu. Pisagor bağıntısını kullandığını söylemiş."*

OÖ-1 ile yapılan görüşmenin sonucu MOGD Testi ile elde edilen sonuçları desteklemekte olduğunu göstermektedir. Böylece, Düzeyler belirlenirken bir kişinin tek bir geometrik düşünme düzeyine atanmasındansa farklı Düzeylerde farklı kazanım edinimi seviyesine atanmasının van Hiele düşünme düzeylerindeki karışıklığı giderebileceği sonucunu desteklemektedir. Ayrıca bu sonuç van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde sadece beş seviyenin olmadığı ve öğrencilerin sıçrama halinde bir düzeyden diğer geometrik düzeye geçmediğini bulgusunu desteklemektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Ayrıca bu sonuç geometrik düşünme düzeyleri teorisinin bir kişinin bir geometrik düzeyde olması durumuyla çelişmektedir ve insanlardaki geometrik düşünmenin daha karmaşık bir yapısı olduğunu düşündürmektedir. Bu sonuç literatür tarandığında birçok çalışmayla uyuşmaktadır (Altun ve Kırcal, 1998; Burger ve Shaughnessy, 1986; Gutierrez, Jaime ve Fortuny, 1991; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Çontay ve Duatepe Paksu, 2012; Ordiz ve Mecate, 2022; Papademetri-Kachrimani, 2012; Sert Çelik ve Kaleli Yılmaz, 2022; Voskoglou,2017).

Görüşme yapılan ortaokul seviyesiyesinde öğrenim gören öğrencilerden ikincisi (OÖ-2)'nin MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 46**

*OÖ-2'nin MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları*




Görüşme yapılan OÖ-2, grafikte görüldüğü gibi Düzey 1 ve Düzey 2 sorularında %100 başarı göstererek tamamlanmış kazanım edinimi seviyesinde yer almıştır. Ayrıca Düzey 1 ve Düzey 2 için MOGD Testinde belirlenen kesme puanlarını geçmiştir. Düzey 3'te de yine tamamlanmış kazanım ediniminde yer almaktadır ve başarısı %93 olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla OÖ-2, van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden Düzey 3'e atanmıştır. Araştırmacı (A) ve OÖ-2 ile yapılan Düzey 1 sorularıyla ilgili görüşme şöyledir.

A : Soruları hatırlıyor musun? İstersen oku bir kez daha.

OÖ-2 :Yok! Hatırlıyorum soruları.

A : İlk sorular hakkında ne düşünüyorsun?

OÖ-2 : Altıncı soruya kadar sorular normal aslında kolay.

A : Peki altıncı (G6) soru ile ilgili farklılık ne?

OÖ-2 : Bu da basit soru ama diğerlerine göre daha ilgi çekici buzdolabının şekli niye bozulsun ki biraz oyuncaklarıyla ya da Legolarıyla oynasa böyle çevirdiğinde onlarında şekli değişmez böyle mantığını bulabilirdi.

Düzey 1 ile ilgili konuşma incelendiğinde OÖ-2'nin çocuklar için oyun oynamanın geometrik şekiller ile ilgili yorumlama ve düşüncelerinin nasıl geliştirdiğini kendi cümleleriyle görülmektedir.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 2 soruları yer almaktadır.

A : Peki dokuzuncu (G9) soru ile ilgili odanın tavanına dedektörü yerleştirirken neden köşegenleri kullandın?

OÖ-2 : Eeee! Her hangi bir ölçme aleti yok elimizde bize verilen ip ile köşegenleri birleştiririm ve orta noktayı bulurum.

A : Tamam, ama nereden biliyorsun orta noktanın köşegenlerin kesim noktası olduğunu nereden biliyorsun?

OÖ-2 : Kural öyle çünkü.

Yukarıdaki konuşma incelendiğinde OÖ-2'nin geometrik kuralları kullanabildiği görülmektedir. Görüşme şöyle devam etmiştir.

A : Onuncu (G10) soruda bazı öğrenciler birden çok eşleştirme yapmış sen tek bir seçenek seçmişsin tek bir tanesini seçeceğin sorunun içinde belirgin mi?

OÖ-2 : Tabii ki! Şuradaki kısımda *"bu parçayı seçebilir misiniz?"* diyor. Tüm verilenlere bakıldığında eleyerek de gidebiliriz sadece şu şekil kalıyor.

A : On birinci (G11) soru hakkında ne düşünüyorsun üçgen sınıflandırılması sorusunda?

OÖ-2 : Şu tabloyu vermese biraz daha zor olabilirdi. Aslında bu bizim şeye benziyor Reel Sayı, Rasyonel Sayı ve İrrasyonel Sayı sınıflandırma tabloları var ya onun gibi tablo kullanılarak çok rahat yapılabilir.

A : On ikinci (G12) soru usturlap sorusunu nasıl çözdün?

OÖ-2 : Ya ben aslında bunu biliyordum. 4. sınıfta öğretmenimizle bir proje için araştırmıştık.

OÖ-2 : Aslında beni zorlayan soru şu on dördüncü (G14) soruydu.

A : Onda da kümelerle ilgili tablo verilmiş onu kullanabilirdin ama.

OÖ-2 : Yok onu anladım ama aşağıdaki biraz daha Türkçe sorusu gibi bağlaçları falan seçecektik ya orası zorladı, düşündürdü beni.

A : Değil mi? Sorular aslında okuma alışkanlığı ve dili kullanma da gerektiriyor.

Düzey 2 ile ilgili OÖ-2 görüşleri incelendiğinde öğrencinin MOGD Testinden aldığı puana ve tamamlanmış kazanım edinimine uyumlu akılcı cevaplar verdiği görülmüştür. Soruların sorulma tarzını ve bağlamla ilgili oluşlarını ve soru içerisinde verilen bilgileri net bir şekilde kullanabilmiştir. Matematik okuryazarlığı sorularındaki dil unsurunu açıkça fark etmiş ve Matematik okuryazarlığını soru içerisinde kullanmış olduğu belirgindir.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 3 soruları yer almaktadır.

A : Şu on yedinci (G17) soru haricinde işlemlerin doğru burada neler yaptığını anlatabilir misin?

OÖ-2 : Bu soruyu çözerken Pisagor bağıntısını tam olarak bilmiyordum. Aslında diğer sorularda da bilmediğim formüller vardı ama onlarda kullanabilmişim formülleri ama burada kullanamamışım. Yine de doğru cevaplamışım tahminen değil mi?

A : Evet!

A : Peki, neredeyse tamamladık görüşmemizi. Bana yirminci soruyu nasıl yaptığından bahseder misin?

OÖ-2 : Aaaa… Bu soru çok tatlıydı! İçerisinde diyalog tamamlama falan var hoşuma gitti!

A : LGS sorusuna benzemiyor değil mi?

OÖ-2 : Hiçbir şekilde benzemiyor. Zaten LGS'de böyle açık uçlu soramazlar çünkü tek cevap lazım.

OÖ-2 : Ben aslında soruyu doğru çözmüşüm ama diğer kısımda Gökhan dememem gerekirmiş. İsimleri karıştırmışım. Aslında bir kafa karışıklığı olmuş.

A : Bir de dikdörtgen oluştururken kullandığın cümleyi bir daha okur musun?

OÖ-2 : Oktay'ın dediği gibi yaparım ama açıların (köşegenler arasındaki) 90 derece olmamasına dikkat ederim.

A : Neden köşegenlerin arasındaki açıları 90 derece olmamasına dikkat ettin.

OÖ-2 : Çünkü 90 derece olursa kare de olabilir veya eşkenar dörtgen.

Düzey 3 ile ilgili OÖ-2 görüşleri incelendiğinde öğrencinin MOGD Testinden aldığı yüksek puana uyumlu akılcı cevaplar verdiği görülmüştür. Soruların sorulma tarzını ve bağlamla ilgili oluşlarını ve soru içerisinde verilen bilgileri net bir şekilde kullanabilmiştir. Matematik okuryazarlığı sorularındaki dil unsurunu açıkça fark etmiş ve Matematik okuryazarlığını soru içerisinde kullanmış olduğu belirgindir. Öğrencinin matematik okuryazarlığının temel matematiksel yeterliklerinden iletişim, temsil biçimleri, matematikleştirme, muhakeme ve argüman, sembolik dil ve işlemler kullanma gibi işlevlerini gerçekleştirdiği görülmektedir.

MOGD Testi ortaokul öğrencilerindeki düzey salınımını belirleyebilmek için Düzey 4 geometrik düşünme sorularından da içermektedir. OÖ-2 ile görüşmenin devamında bu sorular yer almaktadır.

A : Peki neredeyse bitirmek üzereyiz. Yirmi birinci (G21) soruya bakabilir misin?

OÖ-2 : Ben bunu yanlış yaptım sanırım.

A : Tam olarak yanlış değil ama biraz açıklaman lazım.

OÖ-2 : Yani ikisi kesinlikle doğru olamaz birisi yanlış söylüyor. Ama diğer kısma bir daha bakayım ikisi de yanlış söyleyebilir mi? Hmmmm… tabii silgi mesela daire şeklinde de olabilir. O zaman ikisi de yalan söylemiş olur.

A : Son soruya (G22) da bakalım. Yapılan ispatları kendi cümlelerinizle anlatın demiş soruda.

OÖ-2 : Aslında çok basit aynı ispatı farklı yollarda yapmışım soldaki ispat Pisagor bağıntısı sağdaki ispat ise açılardan yola çıkarak yapmış.

A : Anladım. Bu soru bazı arkadaşlarına çok zor geliyor sence neden?

OÖ-2 : Hmmm! Hiç düşünmedim bunu daha önce ama burada aynı zamanda üçgenleri de vermiş bakıp yapacaklar işte. Sanırım onlar matematikten çok korktukları için öyle düşünüyorlar aslında düz baksalar yapabilecekler.

A : Yorum yapmak kolay yani öyle mi?

OÖ-2 : Evet benim için öyle.

A : Peki iki ispatın da doğru olduğunu nasıl bildin farklı yollardan gidilmiş ama?

OÖ-2 : Sanki bir problemin farklı yollardan çözümü gibi düşünülebilir yani hangisini istersem o yoldan giderim çok normal yani bu kadar basit.

Düzey 4’e geçiş soruları için konuşmalar incelendiğinde, G21 için yaptığı açıklamalar aslında 9. Sınıf kazanımlarından olan önermeler ile ilgili yani mantık konusu kazanımları ile ilgili yorum yapmaya başladığını göstermektedir. OÖ-2’nin Düzey 3 içerisindeki matematiksel işlemler ve sembolik dili kullanma başarısı Düzey 4’e geçiş kazanımlarını edinmeye başlamasını desteklediği yorumu yapılabilir. Düzey 4’ün göstergelerinden olan bir ispatın farklı yollarını açıklayabilme becerisini G22C maddesi ile ilgili şu cümlesiyle açıklamıştır*: “Sanki bir problemin farklı yollardan çözümü gibi düşünülebilir yani hangisini istersem o yoldan giderim çok normal yani bu kadar basit.”*

OÖ-2 ile yapılan görüşmenin sonucu MOGD Testi ile elde edilen sonuçları desteklemekte olduğunu göstermektedir. OÖ-2’nin gösterdiği performans Düzeylerin hiyerarşik yapısına örnek gösterebilir. Alt düzeylerdeki kazanım edinimlerini de tam olarak açıklayabilen OÖ-2, ortaokul öğrencilerinin kendilerinden beklenen van Hiele Geometrik Düzey kazanımlarının üzerine çıkarabileceğini gösterebilir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Bu sonuç Van Hiele düzeylerinin genel özelliklerinden Düzeyler arası ilerleme yaştan çok alınan eğitime bağlı olması ile ilişkilendirilebilir (Akt: Clements ve Battista, 1992; van Hiele, 1959; van Hiele, 1986).

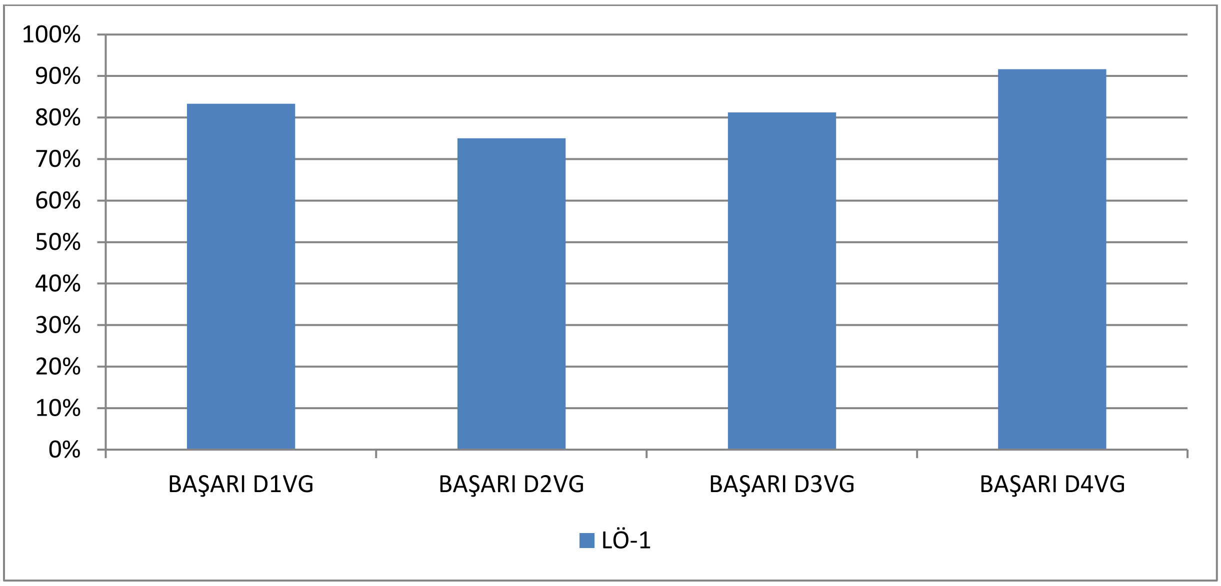
Ayrıca OÖ-2'ye uygulanmayan Düzey 5 ile ilgili de konuşulmuş ve öğrencinin genel fikri şöyle olmuştur: *"zaten neden sadece düz bir yüzeyde geometri yapıyoruz ki bizim yaşadığımız yüzey tam olarak düz değil bize de farklı yüzeylerde geometri yaptırılmalı bence gerçek hayata daha uygun olurdu."* Bu cümle ile bazı ortaokul öğrencilerine daha üst düzey geometri anlatılabileceği günümüzdeki öğrencilerden bazılarının yaşamsal edinimleri bunu karşılayabilecek güçte olduğu yorumu yapılabilir.

**4.8.3. Lise Öğrencilerinin MOGD Testindeki Soruları Çözümleme ve Anlamlandırma Süreçlerine İlişkin Bulgular ve Yorumlar:** Bu başlık altında lise öğrencileriyle yapılan görüşmeler yorumlanarak verilmiştir. Daha açıklayıcı ve anlaşılır olması açısından her bir öğrencinin MOGD Testindeki başarı yüzdeleri grafik olarak verilerek sonrasında öğrenciyle yapılan görüşme yorumlanacaktır.

Görüşme yapılan lise seviyesiyesinde öğrenim gören öğrencilerden ilki (LÖ-1)'nin MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 47**

*LÖ-1'in MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları*



Görüşme yapılan LÖ-1, grafikte görüldüğü gibi Düzey 1, Düzey 2 ve Düzey 3 sorularında yüksek kazanım edinimi göstermiş ve bu düzeylerdeki kriter geçme puanını geçmiştir. Ayrıca Düzey 4 için tamamlanmış kazanım ediniminde yer almaktadır ve başarısı %91,67 olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla LÖ-1, van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden Düzey 4'e atanmıştır. Araştırmacı (A) ve LÖ-1 ile yapılan Düzey 1 sorularıyla ilgili görüşme şöyledir.

A : Merhaba! Nasılsın öncelikle?

LÖ-1 : İyiyim siz nasılsınız?

A : Ben de iyiyim, teşekkür ederim. MOGD Testindeki sorularla ilgili görüşeceğiz bugün. Soruları hatırlıyor musun? Soru soru gidelim bana nasıl yaptığını anlatır mısın?

LÖ-1 : Evet! Birçoğunu hatırlıyorum ama tabii yine de hatırlamak için soru soru gitmek daha mantıklı.

A : Şimdi o zaman dördüncü (G4) soruyu konuşalım. Bu şekillerden hangisi paralel kenar? Neden sadece bir tanesini çizebilirim dedin?

LÖ-1 : Aslında hepsi paralel kenar ama "şeklin altına aynısını çizebilir misiniz?" dediği için soruda birebir kopyalayamam yani x ve y eksenleri falan olsa öteleme falan yapsam olur. Diğerlerinde daha zor bunu yapmak dikdörtgen çizmek daha kolay sayılır.

A : Daha önce böyle sorular çözdün mü peki çok ayrıntılı düşünmüşsün.

LÖ-1 : Ablam, bana küçükken zekâ seviyesi ölçen sorular getirirdi orada da örüntüler falan böyle paragraf içeren sorular vardı.

Düzey 1 ile ilgili soruda verdiği cevap incelendiğinde LÖ-1'in daha üst zihinsel aktivite yapmakta olduğu görülmektedir. MOGD Testindeki bu düzeyi içeren bölümden daha yüksek puan alabileceği şeklinde yorum yapılabilir ancak yine de gösterdiği başarı ile bu Düzey için verdiği cevaplar uyumludur denilebilir.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 2 soruları yer almaktadır.

A : Şu köpek kulübesi sorusuna (G7) bakalım mı? Sence çizdiğin köşegenler eşit uzunlukta mı?

LÖ-1 : Evet, çizmişim ama eşit yazmamışım. Zaten bir alt soruda da buna benzerini sormuş.

A : Peki, dokuzuncu soruda (G9) dedektörü dikdörtgenin ortasına yerleştirirken köşegen çizmişsin. Dikdörtgenin tam ortasının köşegenlerin kesişme noktası olduğunu nereden biliyorsun?

LÖ-1 : Köşegenleri kalem kullanarak çizdim aslında çok düz olmasından da belli.

A : Tam ortası olduğunu nereden biliyorsun peki?

LÖ-1 : Onu kural olarak da biliyorum. Ayrıca fizik derslerinden de hatırlıyorum ki kendim de bulurum zaten.

A : Anladım onuncu (G10) soruda sence bir eksiklik var mı? Bazı arkadaşların tüm seçenekleri cümlelerle eşleştirmiş, sen tek bir seçeneği işaretlemişsin.

LÖ-1 : Bence yok çünkü soru açık bu parçayı bulun diyor. Tüm özelliklerin hepsine uyan tek bir şekil var.

A : Hmmm! Şu usturlap sorusunda (G12) ne düşünüyorsun?

LÖ-1 : Aslında basit. Sadece ikizkenar dik üçgen olduğunu belirtmek yeterliydi. Biraz paragrafı anlamamış olabilirler. Yoksa yapılanı anlatmış zaten.

A : Optisyenlik (G13) sorusunu açıklayabilir misin?

LÖ-1 : Aslında çok uğraşmışım ama yanlış mı yapmışım? Sanırım şu dörtgeni harflendirmeyi anlamadım.

Düzey 2 ile ilgili sorulara verdiği cevaplar incelendiğinde LÖ-1'in MOGD Testinde aldığı puanlar ile verdiği cevapların seviyesi uyuşmaktadır. Öğrencinin matematik okuryazarlığının temel matematiksel yeterliklerinden iletişim, temsil biçimleri, matematikleştirme, muhakeme ve argüman, sembolik dil ve işlemler kullanma gibi işlevlerin bir çoğunu gerçekleştirdiği görülmekte ama özellikle on üçüncü sorudaki belirttiği şu cümle: "*Sanırım şu dörtgeni harflendirmeyi anlamadım.*" Sembolik dil ve matematikleştirme yeterliliğinin soru çözerken kullanılabilmesinin önemini açıkça göstermiştir. Ayrıca usturlap sorusunda (G12), kullandığı şu cümle: *"Biraz paragrafı anlamamış olabilirler. Yoksa yapılanı anlatmış zaten."* Matematik okuryazarlığı sorularında bağlamı ve problemi anlamanın öneminin vurgulanması için önemlidir.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 3 soruları yer almaktadır.

A : Soru on beş (G15) 'ten soru yirmi (G20)'ye kadar soruları formülleri kullanarak yapmışsın sanki zorlanmamışsın bunlarda?

LÖ-1 : Yani bunlar aslında sınavlarda karşılaştığımız sorular gibi ama daha eğlenceli denilebilir. Sürem yetmiyordu aslında bunları çözerken ama yine de yapmışım.

A : Yirminci (G20) soruya bakalım mı?

LÖ-1 : Aaaa! Evet! Ben bu soruyu çok eğlenerek yaptım aslında. Konuşmaları biz dolduracağımız için değişik bir soru.

A : İlk cümleni yorumlar mısın?

LÖ-1 : Yanlış demişim sonra aslında Can'ın bilgi yetersizliği ile ilgili olan görüşünü doğrulayan açıklama yapmışım. Ama burada bunu yapmamın sebebi uçurtma için bulacağımız çıtaların tam uzunluklarını bilememiz.

Düzey 3 ile ilgili sorulara verdiği cevaplar incelendiğinde LÖ-1'in MOGD Testinde aldığı puanlar ile verdiği cevapların seviyesi uyuşmaktadır. Öğrencinin matematik okuryazarlığının temel matematiksel yeterliklerinden iletişim, temsil biçimleri, matematikleştirme, muhakeme ve argüman, sembolik dil ve işlemler kullanma gibi işlevlerin bir çoğunu gerçekleştirdiği görülmektedir. Ancak bu formül içeren sorularda daha net görülmekle birlikte yorum gerektiren sorularda biraz daha eksik kaldığı görülmüştür.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 4 soruları yer almaktadır.

A : Soru yirmi dört (G24)'ün iki aşamasıyla ilgili konuşalım çizimin doğru. İkinci kısımda da iki şıkkı da işaretlemişsin açıklar mısın?

LÖ-1 : Yani soru okuduğumda iki şıkta doğru bir daha inceleyeyim… Hmmm burada c şıkkında verilen özellik de doğru paralellik tanımı ama burada o kullanılmamış. Ama burada yazmışım bakın a'ya göre yaptım ama c'de kendi içerisinde doğru aslında.

A : Yirmi beşinci soruyu (G25) açıklar mısın?

LÖ-1 : Hmmmm… Burada farklı paralellik tanımlarını vermiş hepsi doğru.

A : Peki yirminci soruya tekrar dönsek üçüncü kısma bakar mısın (G20C)? *Bir tek yanlış örnek vermek söylenin yanlışlanması için yeterlidir*, kısmına, doğru, demişsin açıklar mısın?

LÖ-1 : Yani sonuçta bir şeyin yanlış olduğunu göstermek için tek bir ters örnek vermek yeterlidir. Birden fazla da örnek verilebilir ama yeterli olan bir tane bile verilse yeterdir.

Düzey 4 ile ilgili sorulara verdiği cevaplar incelendiğinde LÖ-1'in MOGD Testinde aldığı puanlar ile verdiği cevapların seviyesi uyuşmaktadır. Alt Düzeylerdeki kazanım edinimleri yüksek kazanım edinimi olan LÖ-1'in Düzey 4'te kazanım edinimi seviyesi bir üst seviyeye yani tamamlanmış kazanım edinimi seviyesine çıkmıştır. Böylece, Düzeyler belirlenirken bir kişinin tek bir geometrik düşünme düzeyine atanmasındansa farklı Düzeylerde farklı kazanım edinimi seviyesine atanmasının van Hiele düşünme düzeylerindeki karışıklığı giderebileceği sonucunu desteklenmektedir. Ayrıca bu sonuç van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde sadece beş düzeyin olmadığı ve öğrencilerin sıçrama halinde bir düzeyden diğer geometrik düzeye geçmediği bulgusunu desteklemektedir. Lise seviyesindeki öğrencilere uygulanan MOGD Testinin son iki sorusu Düzey 5 ile ilgilidir ki bu literatür tarandığında bu düzeyde lise öğrencisi beklenmemektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998).

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 5 sorularından ilk ikisi yer almaktadır.

A : Yirmi altıncı sorunun üç ayrı maddesi var (G26A, G26B, G26C) açıklar mısın?

LÖ-1 : Evet. Bir top üzerine farklı şekiller çizilmiş. Küçük çocuk karenin neden farklı göründüğünü ve bilinen karenin özelliğini yansıtmadığını söylemiş. Babası da ona yüzeyin değiştiğini düz bir zeminde çizilmediğini küre üzerinde çizildiği için değişik göründüğünü söylemiş ve doğru bir açıklama yapmış. Yani bakış açısına bağlı. Farklı yüzeylerde geometri yapılabilir mi? Evet. Zaten biz düz bir zeminde değiliz gerçek hayatta. Ayrıca yapılan geometrinin kuralları da değişir. Bazıları da değişmeye bilir mesela düz yüzeyde de küre üzerinde de çember, çemberdir. Ama elipste olabilir…

A : Peki, son soruya bakalım (G27)?

LÖ-1 : İki farklı yüzeyde düz çizgi tanımı da kendi içerisinde doğrudur. Birisi dünya üzerinde diğeri ise düz yüzey olan tenis raketi üzerindedir.

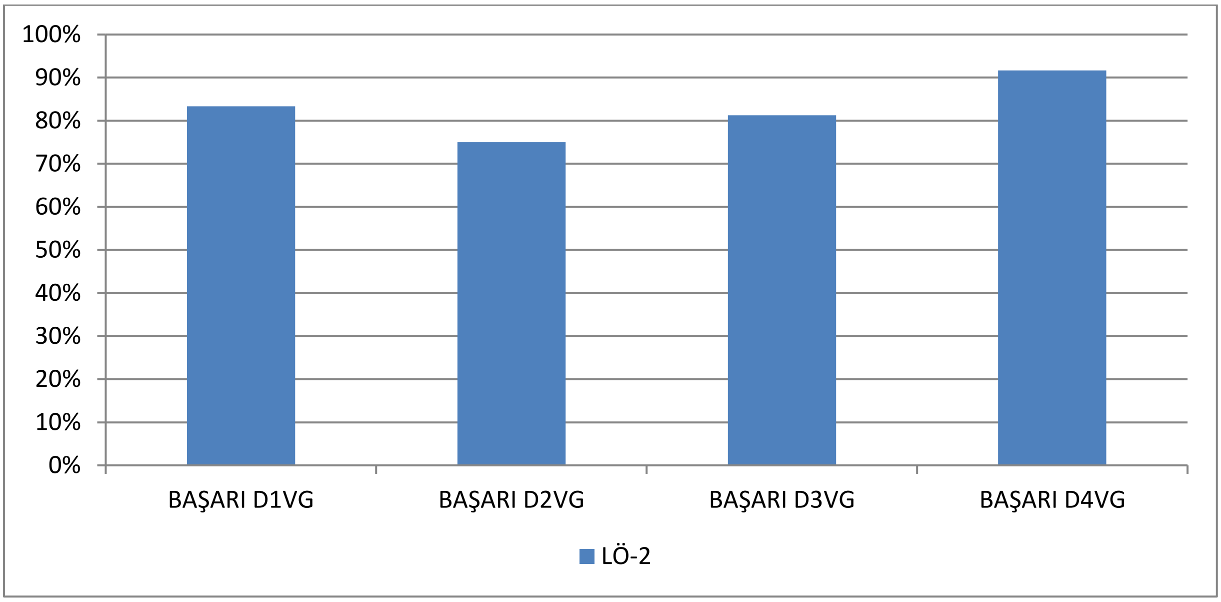
Konuşmalar incelendiğinde LÖ-1'in Düzey 5 ile ilgili sorulara doğru yanıtlar verdiği G27 ile ilgili verdiği cevap da kullandığı cümle şöyledir*: "İki farklı yüzeyde düz çizgi tanımı da kendi içerisinde doğrudur. Birisi dünya üzerinde diğeri ise düz yüzey olan tenis raketi üzerindedir."* Ayrıca G26C ile ilgili kurduğu cümle de şöyledir: "…*Zaten biz düz bir zeminde değiliz gerçek hayatta. Ayrıca yapılan geometrinin kuralları da değişir. Bazıları da değişmeye bilir…"* Yüzey değiştiğinde kuralların ve tanımların değişebileceğini ve yüzeye göre farklı yorumlar yapılabileceğini fark edebilmiştir. Bu cevaplar bazı lise öğrencilerinin kendilerinden beklenen van Hiele Geometrik Düzey kazanımlarının üzerine çıkabileceğini gösterebilir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Bu sonuç van Hiele düzeylerinin genel özelliklerinden Düzeyler arası ilerleme yaştan çok alınan eğitime bağlı olması ile ilişkilendirilebilir (Aktaran Clements ve Battista, 1992; van Hiele, 1959; van Hiele, 1986).

Bu cümlelerden anlaşılacağı üzere bazı lise öğrencilerine daha üst düzey geometri anlatılabileceği günümüzdeki öğrencilerden bazılarının yaşamsal edinimleri bunu karşılayabilecek güçte olduğu yorumu yapılabilir.

Görüşme yapılan lise seviyesiyesinde öğrenim gören öğrencilerden ikincisi (LÖ-2)'nin MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları aşağıdaki grafikte verilmiştir.

**Grafik 48**

*LÖ-2'nin MOGD Testinde van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerindeki başarıları*




Görüşme yapılan LÖ-2, grafikte görüldüğü gibi Düzey 1'de %80'in üzerinde yüksek kazanım ediniminde, Düzey 2'de %70'in üzerinde yüksek kazanım ediniminde, Düzey 3'te ise %80'in üzerinde yüksek kazanım edinimini göstermiştir. Düzey 4'te ise %90'ın üzerinde tamamlanmış kazanım ediniminde yer almıştır. LÖ-2, Düzeylerde farklı kazanım edinimlerinde yer almıştır. LÖ-2, van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden Düzey 4'e atanmıştır. Grafikte görüldüğü gibi bazı öğrencilerin MOGD Testindeki Düzeyler yükseldikçe farklı kazanım edinimi gösterebilmektedir. Araştırmacı (A) ve LÖ-2 ile yapılan Düzey 1 sorularıyla ilgili görüşme şöyledir.

A : Hazırsan başlayalım görüşmeye olur mu?

LÖ-2 : Olur hocam.

A : İkinci soruyu (G2), neden köşesiz olan şekli seçtin?

LÖ-2 : Soru da dikdörtgen seç demiş ben niye öyle yapmışım ki? Aaaa! Dikkat etmemişim gözüme estetik göründüğü için yapmışım sanırım.

A : Ama dikdörtgenin ne olduğunu biliyorsun değil mi?

LÖ-2 : Tabii ki! Burada soruyu okumamışım tam olarak.

A : Peki baştaki diğer soruların doğru ama şu dördüncü soruda (G4) sadece dikdörtgeni paralel kenar olarak çizmişsin. Kolay olduğu için bunu çizdim demişsin yanına.

LÖ-2 : Evet.

A : Sadece kolay olduğu için mi çizdin? Diğerleri paralel kenar değil mi?

LÖ-2 : Aslında paralel kenarlar ama kolay diye onu çizmişim. Ben biraz tembelim galiba.

A : Beşinci soruda (G5), kare çizmen gerekiyor ama çoğu kişi biraz da dikdörtgene benzetmiş şekilleri, sence hızlı çizdiğiniz için mi öyle oluyor?

LÖ-2 : Evet. Biraz da alışkanlık sanırım. Hızlıca diğer sorulara geçeyim derken ama kare işte.

Düzey 1 ile ilgili soruda verdiği cevap incelendiğinde LÖ-2'nin MOGD Testindeki bu düzeyi içeren bölümden aldığı puan ile verdiği cevaplar uyumludur denilebilir.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 2 soruları yer almaktadır.

A : Dokuzuncu soruda (G9), dedektörü tavanın ortasına yerleştirmek için elindeki nesneler ile neler yaparsın demiş. Sen de köşegen çizmişsin. Nereden biliyorsun tam ortanın kesişim noktaları olduğunu?

LÖ-2 : Geometri bilgimi kullandım. Çok kullanıyoruz geometride oradan aklıma geldi.

A : On ikinci soru (G12), usturlap sorusunu açıklayabilir misin?

LÖ-2 : Yani problemin çözümünü hangi üçgen özelliğini kullanarak yaptığını sorumuş bize. 90, 45, 45 derecelik özel üçgen var aynı zamanda ikiz kenar dik üçgen görünüyor.

A : Hmmmm. Evet. Peki ya şu optikli soru (G13), daha önce rastlamış mıydın?

LÖ-2 : Matematikte değil ama fizik dersinde rastlamıştım. Oradaki bilgilerden de yola çıktım çözerken. Ama aslında geometride de çember falan gördük yani.

A : Anladım. On dördüncü (G14) soruda nasıl çözdünüz peki?

LÖ-2 : Kümeleri kullanmış dart tahtası olarak içine yazmış geometrik şekilleri basit aslında kesişimler falan var. Alt küme var bunlardan yola çıktım.

Düzey 2 ile ilgili LÖ-2'nin verdiği cevaplara baktığımızda MOGD Testinden aldığı başarı puanıyla uyumlu cevaplar verdiği görülmektedir.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 3 soruları yer almaktadır.

A : Yirmi ikinci soru (G22), ispat sorusunu açıklayabilir misin?

LÖ-2 : Aslında, Basit bir soru sadece bizden anlatmamızı istiyor. Ama biz direk ezberlediğimiz için soru farklı olduğunda insanın aklına gelmiyor. Yerine koyma metodunu görmüşüm burada onu yazmışım.

A : Peki, Pisagor bağıntısı dememişsin hiç. Sorunun içinde yazdığı için mi?

LÖ-2 : Yok başka bir şey görmüşümdür. Heh! İşte bakın burada yerine koyma kullanmış. Diğer ikinci ispatta ise zaten Benzerlik var.

Düzey 3 ile ilgili LÖ-2'nin verdiği cevaplara baktığımızda MOGD Testinden aldığı başarı puanıyla uyumlu cevaplar verdiği görülmektedir. Konuşma dikkatli incelendiğinde LÖ-

2’nin şu cümlesi: *“Ama biz direk ezberlediğimiz için soru farklı olduğunda insanın aklına gelmiyor”*. MOGD Testinin matematik okuryazarlığı sorularını içererek teoriden çok uygulama yaptırmaya yönelik sorulardan oluştuğunu desteklemektedir. Ayrıca LÖ-2, diğer Düzey 3 sorularına da kağıt üzerinde açıklayıcı cevaplar verdiği görülmüştür.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinin Düzey 4 soruları yer almaktadır.

A : Soru yirmi dört (G24) sorusunun iki aşamasını bir kez daha açıklar mısın?

LÖ-2 : Park yerlerini diklik kullanarak paralel çizmişim. Diğer kısımda ise bana hangi yöntemi kullandığımı soruyor o yüzden sadece a, seçeneği uyuyor bize.

A : Yirmi beşinci soruyu (G25) açıklar mısın?

LÖ-2 : Hmmmm… Burada farklı paralellik tanımlarını vermiş hepsi doğru.

A : Peki, yirmi üçüncü (G23)’ü anlatır mısın?

LÖ-2 : Doğru-Yanlış sorusu zaten diğerlerine göre daha kolay ama yukarıdaki paragrafı anlamamız gerekiyor. Orada anlatılanlara göre yaptım.

A : Paragraf verilmeyip içerik bağlam olarak anlatılmasaydı yine bu kadar zorlanmadan yapabilir miydin?

LÖ-2 : Sanırım biraz daha zorlardı. Bilgi içeren cümleler de var içinde çünkü.

Düzey 4 ile ilgili yapılan görüşmede LÖ-2’nin cevapları ile MOGD Testinin bu bölümünden aldığı puan uyuşmaktadır.

Görüşmenin devamında ise MOGD Testinde lise seviyesinde sorulan Düzey 5 sorularından ilk ikisi yer almaktadır.

A : Yirmi altıncı sorunun üç ayrı maddesi var (G26A, G26B, G26C) açıklar mısın? Diğer karşılaştığın geometri sorularıyla ne farkı var?

LÖ-2 : Daha önce böyle bir geometri soruyla karşılaşmadım ki. Ama boyut olarak değiştirmişler yani yamulmuş biraz.

A : Peki, geometri kurallarının değişmesiyle ilgili soruyu nasıl yorumladın?

LÖ-2 : Boyut değiştiği zaman değişmesi lazım. Düz çizgi bile yarı çap kazanır eğrilir yani.

A : Peki, son soruya bakalım (G27)?

LÖ-2 : Burada da yine boyut değişikliği var. Yani iki farklı tanımda doğru, çünkü farklı yüzeylerde yapılan işlemler.

LÖ-2 ile yapılan Düzey 5 görüşme kısmı incelendiğinde, LÖ-2’nin yüzey değiştiğinde kuralların ve tanımların değişebileceğini ve yüzeye göre farklı yorumlar yapılabileceğini fark edebilmiştir. Bu cevaplar bazı lise öğrencilerinin kendilerinden beklenen van Hiele Geometrik Düzey kazanımlarının üzerine çıkabileceğini gösterebilir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Bu sonuç van Hiele düzeylerinin genel özelliklerinden Düzeyler arası ilerleme yaştan çok alınan eğitime bağlı olması ile ilişkilendirilebilir (Aktaran Clements ve Battista, 1992; van Hiele, 1959; van Hiele, 1986). Burada bahsedilen eğitim okulda alınan geometri eğitimi olmaya da bilir. Günümüzde bilgiye ulaşmak çok daha kolaylaşmıştır. Gerek sosyal medyada gerekse videolu ders anlatımlarında öğrenciler üniversite derslerine de interneti kullanarak ulaşabilmektedir ve boyut değişimi ile ilgili kavramları algılamaları daha genç yaşta olabilmektedir. Ayrıca geometrik düşünme düzeyleri teorisinin bir kişinin bir geometrik düzeyde olması durumuyla çelişmektedir. Geometrik düşünmenin daha karmaşık bir yapısı olduğunu desteklemektedir (Altun ve Kırcal, 1998; Burger ve Shaughnessy, 1986; Gutierrez ve diğerleri, 1991; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Çontay ve Duatepe Paksu, 2012; Papademetri-Kachrimani, 2012; Sert Çelik ve Kaleli Yılmaz, 2022; Voskoglou, 2017).

# 5. BÖLÜM
# SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu bölümde bulgular bölümünde yer alan alt problemler sırasıyla tartışılırken araştırmanın ortaya koyduğu bulgulara ve yorumlara dayalı olarak çalışmanın sonuçları somut olarak ifade edilmiş ve bulgularla ilgili yorumlara yer verilerek araştırma öncesindeki kuramsal bilgiler ve ilgili araştırma sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Amacı, şekil ve uzay konu alanıyla ilgili okuryazarlık sorularını çözme başarısı üzerinden geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi olan bu çalışmada veri toplama aracı olarak geliştirilen MOGD Testinin ilkokul, ortaokul, lise öğrencileri ve lisans seviyesinde eğitim gören matematik ve sınıf öğretmenliği aday öğretmenlerine van Hiele geometrik düşünme Düzeylerinde göstermeleri beklenen becerilere göre ayrılmış olan kısımları uygulanmıştır. İlkokul seviyesindeki öğrencilere Düzey 1 ve Düzey 2 sorularını içeren ilk 14 soru, ortaokul seviyesindeki öğrencilere Düzey 1, Düzey 2 ve Düzey 3 sorularını içeren 22 soru, lise seviyesindeki öğrencilere Düzey 1, Düzey 2, Düzey 3 ve Düzey 4 sorularını içren 25 soru yöneltilmiştir. Lisans eğitimi alan öğretmen adaylarına ise tüm düzeyleri içeren 30 soruluk MOGD Testinin tamamı uygulanmıştır. İlkokul, ortaokul, lise ve üniversite öğrencilerine uygulanan madde sayıları farklı olan MOGD Testlerinin geçerli ve güvenilir olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Düzey salınımlarını daha iyi incelemek için öğrencilerin olması beklenen Düzeyin üstündeki kazanım becerilerini içeren iki adet soruya da farklı seviyelerdeki öğrencilere uygulanan MOGD Testi içersinde yer verilmiş ve Düzey salınımları tespit edilmiştir.

MOGD Testi yapısı gereği kriter belirleme testlerindendir. Kriter referanslı testler norm referanslı testlere göre daha özel bir alandaki bilgi veya becerileri ölçmeye odaklı test oldukları ve genel olarak sınanan kişiler geçti-kaldı veya başarılı-başarısız olarak ölçüm kriteri olarak kullanılmış olduğu ancak bu duruma alanyazında itirazların bulunduğu belirtilmiştir. Bunun nedeni olarak ise bireyleri geçti-kaldı gibi kırılma noktaları yerine derecelendirilmiş bir ölçek üzerinde sıralanırsa daha gerçekçi bir değerlendirmenin yapılmış olacağı belirtilmiştir. İnsanların bilgileri ve yetenekleri iki boyutta değil belirli kriter puanlar dikkate alınarak zayıf, orta, iyi, çok iyi şeklinde sınıflandırılabilir olduğu ve bu sınıflandırmanın araştırmacı tarafından ihtiyaca göre belirlenebilir olması vurgulanmıştır (Şencan, 2005). Bu çalışmada geliştirilen MOGD Testinde de öğrenciler, sadece Düzeylere atanmak için geçti-kaldı sınıflandırılması yapılmamıştır. Her bir düzey için öğrencilerin başarıları Guitterez ve diğerleri (1991) tarafından belirlenen kazanım edinimi yok, düşük kazanım edinimi, orta düzey kazanım edinimi, yüksek kazanım ve tamamlanmış kazanım edinimi olmak üzere beş seviyeye ayrılmış derecelendirilmiş ölçek kullanılarak değerlendirilmiştir. Böylece MOGD Testi ile öğrenciler geçti-kaldı gibi kırılma noktaları yerine derecelendirilmiş ölçek ile her bir Düzey için beş dereceye ayrılmış daha ayrıntılı olarak öğrencilerin Düzeylerdeki kazanım edinimleri belirlenebilmiştir. Ayrıca her bir düzey için beş dereceli bu ölçek ile daha gerçekçi bir değerlendirme yapılabileceği sonucuna uyulmuştur. Böylece MOGD Testi'nin geliştirilmesi ve kullanılması hem van Hiele geometrik düşünme düzeyleri içerisindeki salınımları ve düzeyler arasındaki geçişleri belirlemeyi daha kolaylaşmıştır. Schoevers ve diğerleri (2022)'nin de araştırmalarında belirttiği gibi çoktan seçmeli sorulardansa açık uçlu soruların öğrencilerin yaratıcılıklarını ve düşünme süreçlerini daha iyi açığa çıkarttığı belirttiği göz önüne alındığında birçok maddesi açık uçlu sorulardan oluşan MOGD Testinin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerindeki becerilerini daha iyi açığa çıkardığı düşünülmektedir. Sert Çelik ve Kaleli Yılmaz (2022)'ın da araştırmalarında matematiksel muhakeme ve uzamsal problemlerle donatılmış bir ölçek geliştirilmesi gerekliliği vurgulanmıştır. Matematik okuryazarlığının şekil ve uzay konu alanı soruları ile oluşturulan MOGD Testi bu ihtiyacın karşılandığı söylenebilir. Çünkü MO soruları kendi doğası gereği rutin olan problemlerden daha farklıdır ve çözümü için çoğu zaman birden çok becerinin işe koşulması gereklidir.

**5.1. Geliştirilen Şekil ve Uzay Konu Alanındaki Matematik Okuryazarlık Soruları Hangi Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerine Karşılık Gelmektedir? Alt Problemine Yönelik Sonuç ve Tartışmalar**

Araştırmacı tarafından van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin her bir becerisi dikkate alınarak yazılan şekil ve uzay konu alanındaki matematik okuryazarlık sorularının van Hiele geometrik düşünme düzeylerine uygunlukları için üç alan uzmanından geliştirilen soruların atandığı van Hiele geometrik düşünme düzeylerine uygunluğu görüşü alınarak MOGD Testinde yer alan maddelerin Düzey sınıflaması son halini almıştır. Ayrıca soruların matematik okur yazarlığı ile ilgili belirtilen içerik, süreç ve bağlamla da uyumlu olduğu ile ilgili de uzman görüşü bildirmişlerdir. Aynı zamanda her bir sorunun Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Öğretim Programı (2018)'ndaki kazanımlarıyla ilişkilendirilmiş ve uygunluk için görüşleri alınmış ve bulgular her bir düzey için ayrı ayrı sunulmuştur. Alınan uzman görüşleri ile her bir sorunun van Hiele geometrik düşünme düzeylerindeki, Matematik okuryazarlığı içerik, süreç ve bağlamlarındaki, MEB Matematik Öğretim Programı (2018)'ndaki kazanımlarındaki uygunluğu belirtilmiştir. Düzey 1, için geliştirilen sorular ilk altı soru yani G1-G6 soruları van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden birinci düzeye yani Görsel Düzeye uygun olduğu kanısına varılmıştır. MOGD Testindeki Düzey 1 sorularının en yüksek sınıf seviyesindeki kazanımı içeren soru G4 maddesidir ve beşinci sınıf kazanımı içermektedir.

MOGD Testinin Düzey 2 için geliştirilen bölümü, G7-G14 sorularını içermektedir. Düzey 2'yi yani Analiz Düzeyini ölçen sekiz madde arasında en yüksek sınıf seviyesindeki kazanımı ölçen soru olarak 10. sınıf seviyesindeki kazanımları da içeren sorular varken 3. sınıf seviyesine kadar inmektedir. MOGD testindeki G15-G22 soruları van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden üçüncü düzeyi yani İnformal Çıkarım Düzeyini ölçen sekiz madde arasından G15, en yüksek sınıf seviyesindeki kazanım olan 11. sınıf seviyesindeki kazanımı ölçerken G28, en düşük kazanım seviyesi olan 6. sınıf kazanımını ölçmektedir. Düzey 4'ü, yani Formal Çıkarım Düzeyi'ni ölçen G20C-G25 sorularını içeren altı madde arasından en yüksek sınıf seviyesinde olan madde G20 maddesi olup 10. sınıf kazanımını içermektedir. Düzey 4'ü ölçen maddeler içerisinde en düşük sınıf seviyesindeki kazanım ise 5. sınıf kazanımlarını içermektedir. MOGD Testindeki G26A-G30C soruları toplamda 12 maddeyi içermekte ve Düzey 5'i yani En Üst Düzeyi ölçen soruları içermektedir. Bu maddeler arasında ise MEB kazanımlarını içeren soru bulunmamakta tüm maddeler lisans düzeyinde kazanım becerisi içermektedir. Bu sonuçların Usiskin (1982) tarafından geliştirilen VHGT' deki Düzeyleri ölçen soruların kazanımlarıyla uyumlu olduğu görülmüştür. Ayrıca MOGD Testinin kazanım örneklemi incelendiğinde Fuys ve diğerleri (1988) tarafından belirtilen düzeyler içerisindeki tüm kazanım evrenini içerdiği görülmüştür. Öğrencilere yönelik hazırlanan kriter referanslı testlerde bir konunun iyi öğrenilip öğrenilmediğini sorgulamak için en az altı soru sorulması gerekliliği belirtilmiştir (Webb ve Smithson, 1999). MOGD Testinde de her bir düzey içerisindeki madde sayısı en az altı olarak görülmektedir.

**5.2. Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testine Katılan Öğrencilerin Her Bir Geometrik Düşünme Düzeyi İçin Başarısı Nedir? Alt Problemine Yönelik Sonuç ve Tartışmalar**

Öğrencilerin eğitim seviyesindeki ayrım gözetilmeksizin MOGD Testindeki maddelerin içeriği gereği Düzey 1 sorularını çözen kişiler içinde yüksek kazanım edinimi gösterenler grubun yarısını oluşturmaktadır. Tablo 40, ayrıntılı incelendiğinde öğrencilerin çok az bir kısmı Düzey 1 içerisinde kazanım yok edinimi seviyesinde konumlanmıştır. Öğrencilerin çok büyük bir kısmı ise orta-yüksek ve tamamlanmış kazanım ediniminde yer aldığı görülmektedir. MOGD Testinin oluşturulma amaçlarından bir tanesi de her bir öğrencinin düzeyler içerisindeki kazanım ediniminin belirlenmesidir. Bundan dolayı farklı düzeylere atanmış olsalar dahi ilkokul, ortaokul, lise ve lisans seviyesinde eğitim gören her birey Düzey 1 içerisinde beş kazanım edinimi seviyesinden birinde yer almaktadır. MOGD Testinde öğrenciler van Hiele geometrik düşünme Düzeyi 1'de başarılıdır sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin eğitim seviyesindeki ayrım gözetilmeksizin MOGD Testindeki maddelerin içeriği gereği Düzey 2 sorularını çözen kişiler içinde yüksek kazanım edinimini gösterenler grubun çeyreğinden daha azını oluşturmaktadır. Tablo 41, incelendiğinde kazanım edinimlerinde gözle görülür düşüş vardır. Öğrencilerin kazanım edinimlerinin düzeyler arttıkça azalacağı ön görülmektedir ancak henüz Düzey 2'de bu denli azalmanın olması öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde beklenen başarıyı elde edemediklerini göstermektedir. Ayrıca Düzey 1 ve Düzey 2 için MOGD Testine katılan öğrenciler ilkokul, ortaokul, lise ve lisans seviyesinde eğitim gören öğrencileri kapsamakta olduğu göz önüne alındığında elde edilen başarının beklenenden daha düşük olduğu sonucunu pekiştirebilir. Nitekim literatür tarandığında bu sonucu destekler bir çok araştırma bulunmaktadır (Anıkaydın, 2017; Berkant ve Çadırlı, 2019; Bulut ve diğerleri, 2012; Duatepe-Paksu, 2013). MOGD Testinin oluşturulma amaçlarından bir tanesi de her bir öğrencinin düzeyler içerisindeki kazanım ediniminin belirlenmesidir. Bundan dolayı farklı düzeylere atanmış olsalar dahi ilkokul, ortaokul, lise ve lisans seviyesinde eğitim gören her birey Düzey 2 içerisinde beş kazanım edinimi seviyesinden birinde yer almaktadır. Böylece her bir düzey için öğrencinin bulunduğu seviye ayrıntılı olarak incelenebilmektedir.

MOGD Testinin Düzey 3 kazanımlarını ölçen bölümüne ilkokul öğrencileri haricindeki ortaokul, lise ve lisans seviyesindeki öğrenciler katılmıştır. Düzey 3'teki kazanım edinimleri Tablo 42'de ayrıntılı olarak verilmiştir. Bu tablo incelendiğinde orta ve daha düşük düzeyde kazanım edinimi gösteren öğrenciler grubunun yarısından fazlasını oluşturmaktadır. Ortaokul, lise ve lisans seviyesinde eğitim gören öğrencileri kapsamakta olduğu göz önüne alındığında elde edilen başarının beklenenden daha düşük olduğu sonucuna ulaşılabilir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). MOGD Testinin oluşturulma amaçlarından bir tanesi de her bir öğrencinin düzeyler içerisindeki kazanım ediniminin belirlenmesidir. Bundan dolayı farklı düzeylere atanmış olsalar dahi ortaokul, lise ve lisans seviyesinde eğitim gören her birey Düzey 3 içerisinde beş kazanım edinimi seviyesinden birinde yer almaktadır. Böylece her bir düzey için öğrencinin bulunduğu seviye ayrıntılı olarak incelenebilmektedir.

MOGD Testinin Düzey 4 kazanımlarını ölçen bölümü lise ve lisans öğrencilerine uygulanmıştır ve elde edilen sonuçlar Tablo 43'te ayrıntılı olarak verilmiştir. Tablo incelendiğinde lise ve lisans öğrencilerinin orta düzey kazanım edinimi seviyesinde en çok yığılma gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Tamamlanmış kazanım edinimi ve yüksek kazanım ediniminde bulunan öğrenciler ise orta düzey, düşük kazanım ve kazanım yok edinimi seviyesinde bulunan öğrencilere göre çok daha az olarak görülmüştür. Bu verilere dayanarak genel olarak lise ve lisans öğrencilerinin Düzey 4'te orta düzey kazanım edinimi gösterdikleri sonucuna varılmıştır. MOGD Testinin oluşturulma amaçlarından bir tanesi de her bir öğrencinin düzeyler içerisindeki kazanım ediniminin belirlenmesidir. Bundan dolayı farklı düzeylere atanmış olsalar dahi lise ve lisans seviyesinde eğitim gören her birey Düzey 4 içerisinde beş kazanım edinimi seviyesinden birinde yer almaktadır. Böylece her bir düzey için öğrencinin bulunduğu seviye ayrıntılı olarak incelenebilmektedir.

MOGD Testinin Düzey 5 kazanımlarını ölçen bölümü lisans öğrencilerine uygulanmıştır ve elde edilen sonuçlar Tablo 44'te ayrıntılı olarak verilmiştir. Tablo incelendiğinde lisans öğrencilerinin yarısına yakını orta ve daha düşük kazanım edinimi seviyesinde iken yarısından biraz fazlası yüksek ve tamamlanmış kazanım ediniminde yer almıştır. Alanyazında birçok araştırmada lisans öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden en üst düzey olan Düzey 5'e ulaşamadığı vurgulanmıştır (Fujita ve Jones, 2006; Toluk ve Olkun, 2002). Bal (2011) ve Osmanoğlu (2019) çalışmalarında lisans öğrencisi öğretmen adaylarının çok az bir bölümünün Düzey 5'e atanabildiklerini belirtmişlerdir. Ancak matematik okuryazarlığı soruları yöneltilen lisans öğrencilerinin güncel hayat problemleriyle bağlama oturtulan sorularda yorum yapabildikleri yorumu yapılabilir. Lisans öğrencilerinin her bir düzey içerisindeki kazanım edinimleri de bu düzeylerdeki kesme puanını alacak başarıyı gösterse de göstermese de MOGD Testinin yapısı gereği her bir lisans öğrencisi alt düzeylerde de belirli bir kazanım edinim seviyesine atanmıştır.

### 5.3. Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki Öğrencilerin Başarı Puanlarına Göre Van Hiele Geometrik Düzeylerine Atanması İçin En Uygun Kesme Puanı Kaçtır? Alt Problemine Yönelik Sonuç ve Tartışmalar

MOGD Testinde yer alan Düzey 1, Düzey 2, Düzey 3, Düzey 4 ve Düzey 5 kazanım edinimlerini ölçen alt testlerin her biri kendi içerisinde değerlendirilerek öğrencilerin olması beklenen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri göz önünde bulundurularak belirlenmiştir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Her bir düzeyin farklı güçlük derecesinde maddeleri bulunduğundan ve kesme puanı belirlenecek düzeylerde yer alan sınıf seviyesinde olan öğrencilerin MOGD Testinden elde ettikleri ham puanlar dağılımlarının normal dağılım gösterdiği belirlenmiş ve bu ham puanlar, z puanlara dönüştürülerek grubun .5'lik standart puanını sağlayan ham puanları belirlenerek her bir düzey için yeterliliği belirleyen en uygun kesme puanı belirlenmiştir. Nitekim Şencan (2005)'ın da belirttiği gibi bilimden çok sanat olan kesme puanı belirleme işleminde hangi yöntem kullanılırsa kullanılsın akla ve mantığa uygun olacak bir değerlendirmeyle ne çok yüksek ne de çok düşük bir puan belirlenmiştir. Herbir düzeyin kesme ham puanı farklı olmasına rağmen aynı düzey içerisinde başarı yüzdesi olarak değerlendirildiğinde Düzey 4 haricindeki tüm düzeylere atanabilmek için öğrencilerin yüksek kazanım edinimi başarısı göstermesi gerekliliği sonucuna ulaşılmıştır. Şekil 18 incelendiğinde yüksek kazanım ediniminde yer alınabilmesi için her bir düzeyden alınabilecek toplam puanın en az %61 en fazla %84 olarak belirlenmiştir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Bu sonuç Usiskin (1982)'in VHGT'de öğrencileri düzeylere atama kriteri olan %60 veya %75'lik başarı kriterine uymaktadır. Ayrıca Webb ve Smithson (1999) tarafından belirlenen kriter belirleme testinde belirtilen 4/6 yani %66,66'lık başarı kriterine uymaktadır. Düzey 4'te ise orta düzey kazanım ediminde %58,33'lük bir başarı göstermek bu düzeye atanmak için gerekli başarı puanıdır. MOGD Testinin Düzey 4 kazanımlarını ölçen maddelerin bu düzeyde başarı göstermesi beklenen öğrenci grubu için güçlük seviyesinin daha zor olduğu söylenebilir. Ancak Usiskin (1982) tarafından geliştirilen VHGT'de belirlenen atama kriterine çok yakın bir sonuç elde edildiğinden bu sonuçla uyumludur denilebilir. Ayrıca diğer van Hiele geometrik düşünme düzeylerine atanmak için gerekli olan başarı puanları yüksek kazanım ediniminin başarı yüzdeleri arasında olsa da farklı başarı yüzdeleri belirlenmiştir. Bu sonuç kesme puanının keyfi bir değer olarak belirlenmesindense MOGD Testinin kendi içerisindeki maddelerin güçlük düzeyine göre belirlendiğinden dolayı daha gerçekçi görülmektedir (Impara ve Plake, 1998; Shepard, 1979).

Kesme puanlarının sınıflama tutarlılığını ($p_0$) belirlemek için Subkoviak (1988)'ın belirlemiş olduğu istatistiki prosedür belirlemiş ve öğrencilerin belirlenen kesme puanları ile düzeylere atanmasının doğruluğu Tablo 55, incelendiğinde Düzey 1 haricinde tüm düzeyler için %80'in üzerinde doğru atama yapıldığı göstermektedir. Düzey 1'de ise %72'lik bir doğru atama sonucu belirlenen kesme puanıyla oluşmuştur. Bu düzeydeki doğru yerleştirme oranının yükseltilmesi için kesme puanı yükseltilebilir ancak 12 puan üzerinden 9 puan alınması ve %75'lik bir başarı elde edilmesinin Düzey 1 için daha uygun olacağı düşünülmüştür. Nitekim test puanlarının yorumlanması için bir performans standardına açıkça ihtiyaç duyulduğunda, standart belirlemeye yönelik ortak yaklaşımların gözden geçirilmesi ve verilen durum için rasyonel olarak en savunulabilir görünenlerin belirlenmesi tavsiye edilmiştir (Crocker ve Algina, 1986). Ayrıca kesme puanlarının çok yüksek olması veya çok düşük olması tavsiye edilmemiştir (Şencan, 2005).

### 5.4. İlkokul Öğrencilerinin Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki Başarı Puanlarına Göre Sınıflandırılması Nasıldır? Alt Problemine Yönelik Sonuç ve Tartışmalar

İlkokul öğrencilerinin MOGD Testindeki Düzey 1 soruları içerisindeki başarıları Grafik 6'da histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir ve buna göre ilkokul öğrencileri genel olarak D1VG'de başarılıdır sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 57'de ilkokul öğrencileri D1VG'de çoğunlukla yüksek kazanım seviyesindedir ve orta düzey kazanımında bulunan öğrencilerle birlikte grubun yarısından fazlasını (%78) oluşturmaktadır. Ancak MOGD Testinde Düzey 1 için kesme puanı yüksek kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir bundan dolayı Tablo 59 incelendiğinde ilkokul öğrencilerinin sadece %29'u Düzey 1'e atanma başarısı gösteririken %71'i Düzey 1'e atanamamıştır. Ancak Düzey 1'e atanamayan öğrencilerinin de Düzey 1 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğrenci bu düzeye ulaşamasa da Düzey 1 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

İlkokul öğrencilerinin MOGD Testindeki Düzey 2 soruları içerisindeki başarıları Grafik 7'de histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde sağdan çarpık olduğu görülmektedir. Buna göre ilkokul öğrencileri genel olarak D2VG'de beklenen başarıyı gösterememiştir sonucuna ulaşılmıştır. Tablo 62'de ilkokul öğrencilerinin çoğunlukla (%49) düşük kazanım seviyesinde olduğu görülmektedir. Tamamlanmış kazanım edinimine hiçbir öğrenci ulaşamamış ve yüksek kazanım edinimine ise sadece öğrencilerin %2'si ulaşabilmiştir. Tablo 63, incelendiğinde ilkokul öğrencilerinin sadece %1'i Düzey 2'ye atanmıştır ve %99'u ise Düzey 2'ye atanabilmeleri için belirlenen kesme puanına ulaşamamışlardır**.** Bu sonuçlar bir çok araştırmanın sonucuyla benzerdir (Wu ve Ma, 2006; Yıldız, 2018; Zeybek, 2019). Ancak Düzey 2'ye atanamayan öğrencilerinin de Düzey 2 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğrenci bu düzeye ulaşamasa da Düzey 2 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

İlkokul öğrencilerinin düzeyleri ayrıktır. Bu durum Grafik 8'de de görülmektedir. Yani her hangi bir salınım yoktur ve düzeyler hiyerarşiktir. Ayrıca Düzey 1'deki kazanım edinimi ne kadar yüksek ise Düzey 2'deki puanları da genel olarak artmaktadır. Bu sonuç ile van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin genel özelliklerinden olan düzeylerden alt seviyedeki gelişim bir üst seviyedeki gelişimi desteklemesi ile uyumludur.

### 5.5. Ortaokul Öğrencilerinin Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki Başarı Puanlarına Göre Sınıflandırılması Nasıldır? Alt Problemine Yönelik Sonuç ve Tartışmalar

Ortaokul öğrencilerinin MOGD Testindeki Düzey 1 soruları içerisindeki başarıları Grafik 10'da histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir ve buna göre ortaokul öğrencileri genel olarak D1VG'de başarılıdır sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 65, incelendiğinde ortaokul öğrencileri D1VG'de çoğunlukla yüksek kazanım seviyesindedir ve orta düzey kazanımında bulunan öğrencilerle birlikte grubun yarısından fazlasını (%80) oluşturmaktadır. Tamamlanmış kazanım ediniminde ise %13'lük kısmın yer aldığı görülmektedir. Ancak MOGD Testinde Düzey 1 için kesme puanı yüksek kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir bundan dolayı Tablo 67, incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin %53'ü Düzey 1'e atanma başarısı gösteririken %47'si Düzey 1'e atanamamıştır. Ancak Düzey 1'e atanamayan öğrencilerinin de Düzey 1 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atanmış ve MOGD Testi ile her bir öğrenci bu düzeye ulaşamasa da Düzey 1 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

Ortaokul öğrencilerinin MOGD Testindeki Düzey 2 soruları içerisindeki başarıları Grafik 11'de histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde sağdan çarpık olduğu görülmektedir ancak grubun ortalama puanı MOGD Testinin Düzey 2 bölümünden %50 başarı gösterilebilecek başarı puanına çok yakın olduğu görülmüştür. Buna göre ortaokul öğrencileri genel olarak D2VG'de orta düzeyde başarılıdır sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 69, incelendiğinde ortaokul öğrencileri D2VG'de çoğunlukla orta düzey kazanım edinimi seviyesinde olduğu görülmektdir. Tamamlanmış kazanım ediniminde ise %3'lük kısım yer aldığı görülmektedir. Tablo 71, incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin %74'ü Düzey 2'ye atanabilirken %26'sı Düzey 2'ye atanabilecek kesme puanını alma başarısını elde edememiştir. Ortaokul öğrencilerinin Düzey 2 içinde beklenen başarıyı gösteremedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Literatür tarandığında bu sonucu destekler birçok araştırma bulunmaktadır (Anıkaydın, 2017; Berkant ve Çadırlı, 2019; Ersoy, 2019; Wu ve Ma, 2006).

Ortaokul öğrencilerinin MOGD Testindeki Düzey 3 soruları içerisindeki başarıları Grafik 12'de histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde sağdan çarpık olduğu görülmektedir. Bu grafiğe göre ortaokul öğrencilerinin D3VG'de beklenen başarı seviyesinden oldukça düşük bir başarı gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 73, incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin %51'i D3VG'de kazanım yok ediniminde yer almıştır. Orta ve daha yüksek kazanım edinimine ulaşabilen ortaokul öğrencileri ise tüm grubun %21'i olduğu görülmüştür. Bu sonuçlara uygun olarak, Tablo 75 incelendiğinde, ortaokul öğrencilerinin yalnızca %10'u Düzey 3'e atanabilirken, %90'ı ise Düzey 3'e atanamamıştır. Ancak Düzey 3'e atanamayan öğrencilerinin de Düzey 3 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğrenci bu düzeye ulaşamasa da Düzey 3 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

Ortaokul öğrencilerinin Düzey 1 ve Düzey 2 arasındaki salınımına rastlanmıştır. Yani Düzey 1'de daha düşük bir kazanım başarısı elde etmiş olan öğrenciler arasında Düzey 2 içerisinde daha yüksek bir kazanım başarısı elde eden öğrenciler vardır. Düzey 1'e atanamamış ancak belirli bir kazanım başarısı gösteren öğrenciler arasından Düzey 2'ye atanan öğrenciler de grubun içerisinde yer almıştır. Bu duruma benzer olarak Düzey 2 ve Düzey 3 arasında da gerçekleştiği görülmüştür. Yani Düzey 3 başarısı Düzey 2'den daha yüksek olan öğrencilere rastlanmıştır. Örneğin Düzey 1'e atanıp Düzey 2'de kazanım edinim başarsını düşürerek bu düzeye atanamayan öğrencilerden Düzey 3'te ise kazanım edinimini artırarak Düzey 3'e ait kesme puanına ulaşan öğrencilerin varlığı görülmüştür. Bu sonuç van Hiele Teorisinin düzeylerinin hiyerarşik olduğu ve bir alt düzey tamamlanmadan diğerine geçilemeyeceği özelliğiyle çelişmektedir. MOGD Testi kullanılarak elde edilen sonuçlara göre bazı öğrenciler alt düzeyleri tamamlayamasa da bir üst Düzeyde kazanım edinimine başladıkları ve hatta üst düzeye atanabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Bu da Düzeyler arasındaki geçişin sürekli olduğu bulgularını dersteklemektedir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Gutierrez ve diğerleri, 1991; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Perdikaris, 2011). Voskoglou (2017) tarafından da belirtildiği gibi bir kişinin tek bir geometrik düşünme düzeyinde olmayıp birden olabilmektedirler ve düzeyler arasındaki bu salınım insanlardaki geometrik düşünmenin daha karmaşık bir yapısı olduğunu düşündürmektedir. Ayrıca Düzeyler ara seviyelerin belirlenmesinin kişilerin düzeyler arasındaki geçişlerinin daha ayrıntılı incelenmesi için MOGD Testinin faydalı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Nitekim Gutiérrez ve Jaime (1998), araştırmalarında vektör yaklaşımını geliştirerek düzeyleri kendi içerisinde derecelendirmenin faydalı olduğunu savunmuştur. Ayrıca Grafik 13, Grafik 15 ve Grafik 8 karşılaştırılarak incelendiğinde ilkokul seviyesinde öğrenim gören öğrencilerde Düzey 1 ve Düzey 2 arasındaki ayrıklık ortaokul öğrencilerinde o kadar açık olarak görülmemekte ve Düzeyler arasındaki salınımın başladığı görülmektedir. Aynı şekilde ortaokul seviyesinde eğitim gören öğrenciler içersinde Düzey 2 ve Düzey 3 geometrik düşünme seviyelerinde ayrıklık azalmakta ve düzeyler arasında bulanıklık başlamaktadır. Bu bulanıklık ve öğrencilerin hangi seviyede olduğunun belirlenmesindeki karışıklık konusu Voskoglou (2017) tarafından da belirtilmiştir.

### 5.6. Lise Öğrencilerinin Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki Başarı Puanlarına Göre Sınıflandırılması Nasıldır? Alt Problemine Yönelik Sonuç ve Tartışmalar

Lise öğrencilerinin MOGD Testindeki Düzey 1 soruları içerisindeki başarıları Grafik 18'de histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir ve buna göre lise öğrencileri genel olarak D1VG'de başarılıdır sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 77, incelendiğinde lise öğrencileri D1VG'de çoğunlukla yüksek kazanım seviyesindedir ve tamamlanmış kazanım ediniminde bulunan öğrencilerle birlikte grubun %82,3'ünü oluşturmaktadır. Tamamlanmış kazanım ediniminde ise % 28'lik kısım yer aldığı görülmektedir. Ancak MOGD Testinde Düzey 1 için kesme puanı yüksek kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir bundan dolayı Tablo 79, incelendiğinde lise öğrencilerinin %71'i Düzey 1'e atanma başarısı gösteririken %29'u Düzey 1'e atanamamıştır. Ancak Düzey 1'e atanamayan lise öğrencilerinin de Düzey 1 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğrenci bu düzeye ulaşamasa da Düzey 1 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

Lise öğrencilerinin MOGD Testindeki Düzey 2 soruları içerisindeki başarıları Grafik 19'da histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir ve buna göre lise öğrencileri genel olarak D2VG'de başarılıdır sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 81, incelendiğinde lise öğrencileri D2VG'de çoğunlukla yüksek kazanım edinimi seviyesindedir ve tamamlanmış kazanım ediniminde bulunan öğrencilerle birlikte grubun %57'sini oluşturmaktadır. Tamamlanmış kazanım ediniminde ise %21'lik kısım yer aldığı görülmektedir. Ancak MOGD Testinde Düzey 2 için kesme puanı yüksek kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir bundan dolayı Tablo 83, incelendiğinde lise öğrencilerinin %58'i Düzey 2'ye atanma başarısı gösteririken %42'si Düzey 2'ye atanamamıştır. Ancak Düzey 2'ye atanamayan lise öğrencilerinin de Düzey 2 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğrenci bu düzeye ulaşamasa da Düzey 2 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

Lise öğrencilerinin MOGD Testindeki Düzey 3 soruları içerisindeki başarıları Grafik 20'de histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir ancak lise öğrencilerin elde ettiği ortalama Düzey 3 puanı MOGD Testinin bu kısmında elde edilebilecek başaranın yaklaşık %50'si olduğu görülmektedir. Tablo 84, incelendiğinde bu durum daha açıktır ki lise öğrencileri alınabilecek toplam puanun yaklaşık yarısını alabilmiştir. Bu gerekçeyle lise öğrencileri genel olarak D3VG'de orta düzey başarı göstermiştir sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 85, incelendiğinde lise öğrencileri D3VG'de çoğunlukla yüksek kazanım edinimi seviyesindedir ve tamamlanmış kazanım ediniminde bulunan öğrencilerle birlikte grubun %44'ünü oluşturmaktadır. Tamamlanmış kazanım ediniminde ise % 17'lik kısmın yer aldığı görülmektedir. Lise öğrencilerinin %56'lık kısmı ise

MOGD Testindeki düzey 3 sorularında orta düzey kazanım edinimi ve daha düşük kazanım edinimlerinde yer almışlardır. Bu sonuçlarla lise öğrencilerinin Düzey 3 içerisinde beklenen başarıyı gösteremediği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca MOGD Testinde Düzey 3 için kesme puanı yüksek kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir bundan dolayı Tablo 88, incelendiğinde lise öğrencilerinin %44'ü Düzey 3'e atanma başarısı gösteririken %56'sı Düzey 3'e atanamamıştır. Ancak Düzey 3'e atanamayan lise öğrencilerinin de Düzey 3 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğrenci bu düzeye ulaşamasa da Düzey 3 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

Lise öğrencilerinin MOGD Testindeki Düzey 4 soruları içerisindeki başarıları Grafik 21'de histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde sağdan çarpık olduğu görülmektedir lise öğrencilerinin Düzey 4 içerisinde başarısız oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 90, incelendiğinde lise öğrencileri D4VG'de çoğunlukla orta düzey kazanım edinimi seviyesindedir ve daha düşük kazanım edinimi seviyesinde yer alan öğrencilerle birlikte lise grubundaki öğrencilerin %85'ini oluşturmaktadır. Yüksek kazanım ediniminde ise %12'lik kısmı yer alan lise öğrencilerinin yalnızca %3'lük kısmı MOGD Testindeki Düzey 4 sorularında tamamlanmış kazanım edinimi elde etmiştir. Bu sonuçlarla lise öğrencilerinin Düzey 4 içerisinde beklenen başarıyı gösteremediği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca MOGD Testinde Düzey 4 için kesme puanı  orta düzey kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir. Bundan dolayı Tablo 92, incelendiğinde lise öğrencilerinin %76'sı Düzey 4'e atanamamıştır ve sadece %24'ü Düzey 4'e atanma başarısı gösterebilmiştir (Alex ve Mammen, 2012; Cesaria ve diğerleri 2021; Öztürk, 2012; Usiskin, 1982; Yılmaz ve diğerleri, 2008).  Ancak Düzey 4'e atanamayan lise öğrencilerinin de Düzey 4 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğrenci bu düzeye ulaşamasa da Düzey 4 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

Lise öğrencilerinin kazanım edinimlerinde her bir düzey için salınımlara rastlanmıştır. Örneğin, Düzey 2'de daha düşük bir kazanım başarısı elde etmiş olan öğrenciler arasında Düzey 3 içerisinde daha yüksek bir kazanım başarısı elde eden öğrenciler vardır. Aynı durum diğer ardışık düzeyler içinde geçerlidir. Ayrıca Düzey 2'ye atanamamış ancak belirli bir kazanım başarısı gösteren öğrenciler arasından Düzey 3'e atanan öğrenciler de grubun içerisinde yer almıştır. Bu duruma benzer olarak Düzey 3 ve Düzey 4 arasında da gerçekleştiği görülmüştür. Ayrıca Düzey 1'e atanıp Düzey 2'de kazanım  edinim başarsını düşürerek bu düzeye atanamayan öğrencilerden Düzey 3'te ise kazanım edinimini artırarak Düzey 3'e ait kesme puanına ulaşan öğrencilerin varlığı görülmüştür. Bu sonuç van Hiele Teorisinin düzeylerinin hiyerarşik olduğu ve bir alt düzey tamamlanmadan diğerine geçilemeyeceği özelliğiyle çelişmektedir. MOGD Testi kullanılarak elde edilen sonuçlara göre bazı öğrenciler alt düzeyleri tamamlayamasa da bir üst Düzeyde kazanım edinimine başladıkları ve hatta üst düzeye atanabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Bu da Düzeyler arasındaki geçişin sürekli olduğu bulgularını dersteklemektedir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Gutierrez ve diğerleri, 1991; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Perdikaris, 2011). Voskoglou (2017) tarafından da belirtildiği gibi bir kişinin tek bir geometrik düşünme düzeyinde olmayıp birden fazla düzeyde olabilmektedirler ve düzeyler arasındaki bu salınım insanlardaki geometrik düşünmenin daha karmaşık bir yapısı olduğunu düşündürmektedir. Ayrıca ara seviyelerin belirlenmesinin kişilerin düzeyler arasındaki geçişlerinin daha ayrıntılı incelenmesi için MOGD Testinin faydalı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Nitekim Gutiérrez ve Jaime (1998), araştırmalarında vektör yaklaşımını geliştirerek düzeyleri kendi içerisinde derecelendirmenin faydalı olduğunu savunmuştur. Ayrıca Grafik 22, Grafik 24, Grafik 26 ve Grafik 8 karşılaştırılarak incelendiğinde ilkokul seviyesinde öğrenim gören öğrencilerde Düzey 1 ve Düzey 2 arasındaki ayrıklık lise öğrencilerinde görülmemekte ardışık düzeyler arasındaki kazanım edinimleri birbirine yaklaşmakta hatta bazı öğrencilerde alt düzeylerde daha düşük kazanım edinimine rağmen üst düzeylerde kazanım edinimlerinde artış görülmektedir ve düzeyler arasında salınım olduğu görülmektedir. Aynı şekilde lise seviyesinde eğitim gören öğrenciler içersinde Düzey 2 ve Düzey 3 geometrik düşünme seviyelerinde ayrıklık azalmakta ve düzeyler arasında bulanıklık başlamaktadır. Bu durum Düzey 3 ve Düzey 4 arasında da gerçekleşmiştir. Bu bulanıklık ve öğrencilerin hangi seviyede olduğunun belirlenmesindeki karışıklık konusu Voskoglou (2017) tarafından da belirtilmiştir.

Lise öğrencilerinin MOGD Testindeki başarılarına bakıldığında düzey seviyeleri arttıkça bu düzeylerdeki kazanım edinimlerini arttıran öğrencilere de rastlanmıştır. Bu durumdan yola çıkarak düzeylerin hiyerarşikliği tartışılmaktadır. Yani bir alt düzeyde başarı gösteremeyen öğrencilerden bazılarının daha üst düzeylerde edinim sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Škrbec ve Čadež (2015)’in çalışmalarındaki bulgulara uyan bu duruma göre öğrencilerden birçoğu Düzey 1 ve Düzey 2 arasında, diğerlerinin ise Düzey 2 ve Düzey 3 arasında geçişte olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin düzeyleri belirlenirken 0.5 ve 1.5 gibi düzeylerin olmasına karar vermişlerdir. Bu araştırmada da öğrencilerin her bir düzey için beş dereceli ölçek üzerinde kazanım edinimleri belirlenmesinin faydalı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Böylece öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde hangi düzeyin hangi ara seviyesinde olduğu belirlenebilmiştir.

## 5.7. Üniversitesi  Öğrencilerinin Geliştirilen Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki Başarı Puanlarına Göre Sınıflandırılması Nasıldır? Alt Problemine Yönelik Sonuç ve Tartışmalar

Lisan öğrencisi öğretmen adaylarının MOGD Testindeki Düzey 1 soruları içerisindeki başarıları Grafik 29'da histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir ve buna göre öğretmen adayları genel olarak D1VG'de başarılıdır sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 94, incelendiğinde öğretmen adaylarının D1VG'de çoğunlukla (%42), yüksek kazanımı ile tamamlanmış kazanım ediniminde toplam grubun %84 bulunmaktadır. Orta, düşük ve kazanım yok edinimi seviyesinde bulunan öğretmen adaylarnın sayısı düşse de her bir kazanım edinimi seviyhesinde öğretmen adayı bulunmaktadır. MOGD Testinde Düzey 1 için kesme puanı yüksek kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir bundan dolayı Tablo 96, incelendiğinde lisans öğrencilerinin %74'i Düzey 1'e atanma başarısı gösteririken %26'sı Düzey 1'e atanamamıştır. Ancak Düzey 1'e atanamayan lisans öğrencilerinin de Düzey 1 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğretmen adayının da bu düzeye ulaşamasa da Düzey 1 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının MOGD Testindeki Düzey 2 soruları içerisindeki başarıları Grafik 30'da histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir ve buna göre öğretmen adayları genel olarak D2VG'de başarılıdır sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 98, incelendiğinde öğretmen adaylarının D2VG'de çoğunlukla (%53) tamamlanmış kazanım edinimi seviyesindedir ve yüksek kazanım ediniminde bulunan öğrencilerle birlikte grubun %90'ını oluşturmaktadır. Orta, düşük ve kazanım yok edinimi seviyesinde bulunan öğretmen adaylarnın sayısı düşse de her bir kazanım edinimi seviyhesinde öğretmen adayı bulunmaktadır. MOGD Testinde Düzey 2 için kesme puanı yüksek kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir bundan dolayı Tablo 100, incelendiğinde lisans öğrencilerinin %90'ı Düzey 2'ye atanma başarısı gösteririken %10'u Düzey 2'ye atanamamıştır. Ancak Düzey 2'ye atanamayan lisans öğrencilerinin de Düzey 2 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğrenci bu düzeye ulaşamasa da Düzey 2 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının MOGD Testindeki Düzey 3 soruları içerisindeki başarıları Grafik 31'de histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir ve öğretmen adaylarının elde ettiği ortalama düzey 3 puanı MOGD Testinin bu kısmında elde edilebilecek başaranın %50'sinden oldukça fazladır. Bu gerekçeyle lisans öğrencileri genel olarak D3VG'de yüksek başarı göstermiştir sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 102, incelendiğinde lisasn öğrencileri D3VG'de çoğunlukla (%43) tamamlanmış kazanım edinimi seviyesindedir. Lisans öğrencileri MOGD Testindeki Düzey 3 sorularında orta düzey kazanım edinimi ve daha düşük kazanım edinmlerinde yer aldıkları sonuuna ulaşılmıştır. Bu sonuçlarla öğretmen adaylarının çoğunlukla Düzey 3 içerisinde beklenen başarıyı gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca MOGD Testinde Düzey 3 için kesme puanı yüksek kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir bundan dolayı Tablo 104, incelendiğinde lisans öğrencilerinin %82'si Düzey 3'e atanma başarısı gösteririken %18'i Düzey 3'e atanamamıştır. Ancak Düzey 3'e atanamayan öğretmen adaylarının da Düzey 3 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğrenci bu düzeye ulaşamasa da Düzey 3 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının MOGD Testindeki Düzey 4 soruları içerisindeki başarıları Grafik 32'de histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir lisans öğrencilerinin Düzey 4 içerisinde başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 106, incelendiğinde lisans öğrencileri D4VG'de çoğunlukla yüksek kazanım edinimi seviyesindedir ve tamamlanmış kazanım edinimi seviyesinde yer alan öğrencilerle birlikte lisans grubundaki öğrencilerin yarısını oluşturmkatadır. Bu sonuçlarla lisans öğrencilerinin Düzey 4 içerisinde beklenen başarıyı gösteremedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca MOGD Testinde Düzey 4 için kesme puanı  orta düzey kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir bundan dolayı Tablo 92, incelendiğinde lisans öğrencilerinin %33'ü Düzey 4'e atanamamıştır ve %67'si Düzey 4'e atanma başarısı gösterebilmiştir. Ancak Düzey 4'e atanamayan lisans öğrencilerinin de Düzey 4 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğretmen adayı bu düzeye ulaşamasa da Düzey 4 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının MOGD Testindeki Düzey 5 soruları içerisindeki başarıları Grafik 33'te histogram grafiği ile verilmiştir. Grafik incelendiğinde soldan çarpık olduğu görülmektedir lisans öğrencilerinin Düzey 5 içerisinde başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Tablo 110, incelendiğinde lisans öğrencileri D5VG'de çoğunlukla (%40) yüksek kazanım edinimi seviyesinde oldukları görülmüştür. Ayrıca MOGD Testinde Düzey 5 için kesme puanı  yüksek düzey kazanım edinimi seviyesinde belirlenmiştir bundan dolayı Tablo 111, incelendiğinde lisans öğrencilerinin %34'ü Düzey 5'e atanırken ve %66'sı Düzey 5'e atanamamıştır. Düzey 5'e atanamayan lisans öğrencilerinin de Düzey 5 içerisinde belirlenmiş bir kazanım edinim seviyesine atandığı ve MOGD Testi ile her bir öğretmen adayı bu düzeye ulaşamasa da Düzey 5 kazanımları içerisinde tamamen başarısız sayılmak durumunda kalmamış ve gösterdiği performansa göre durumu belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının yarısından fazlası en yüksek van Hiele düşünme düzeyine ulaşamadığı görülmüştür. Bir çok araştırmada benzer sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir (Bal, 2011; Çakmak ve Güler, 2014; Mayberry, 1983; Moyer, 2018; Ordiz ve Mecate, 2022; Toluk ve Olkun, 2004; Uygun ve Güner, 2021). Gökbulut ve diğerleri (2010) çalışmalarında, bu çalışmada olduğu gibi her bir van Hiele geometrik düşünme düzeyinde lisans öğrencisinin olduğu sonucuna ulaşıılmıştır.

Öğretmen adaylarının düzeyler arasınaki başarılarında ayrıklık görülmemiştir. Yani ardışık düzeylerdeki kazanım edinimleri bir birbine çok yakın olmuştur. Ayrıca genelde bir alt düzeyde daha yüksek başarı gösteren öğretmen adaylarının diğer öğretmen adaylarından bir üst düzeyde de daha yüksek başarı gösterdiği görülmüştür. Bu bulgudan yola çıkarak alt düzeylerinin gelişiminin hangi seviyede olduğu üst düzeylerin gelişimini desteklemektedir sonucuna ulaşılmıştır. MOGD Testi kullanılarak elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarından birçoğu alt düzeyi başarıyla tamamlayamasa da bir üst Düzeyde kazanım edinimine başladıkları ve hatta üst düzeye atanabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Bu da Düzeyler arasındaki geçişin sürekli olduğu bulgularını dersteklemektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998; Burger ve Shaughnessy, 1986; Gutierrez, Jaime ve Fortuny, 1991; Perdikaris, 2011). Voskoglou (2017) tarafından da belirtildiği gibi bir kişinin tek bir geometrik düşünme düzeyinde olmayıp birden olabilmektedirler ve düzeyler arasındaki bu salınım insanlardaki geometrik düşünmenin daha karmaşık bir yapısı olduğunu göstermektedir. Ayrıca ara seviyelerin belirlenmesinin kişilerin düzeyler arasındaki geçişlerinin daha ayrıntılı incelenmesi için MOGD Testinin faydalı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Škrbec ve Čadež (2015)'in çalışmalarında ulaştığı sonuçlara benzer şekilde bir öğrenci birden fazla düzeye atanabilmekte olduğu sonucu görülmüştür. Hatta Düzey 1'e atandıktan sonra Düzey 2'de istenen başarıyı gösterememiş olmasına karşılık Düzey 3'te yüksek başarı gösteren öğrencilere rastlanmıştır. Bu sonuç diğer düzeyler için de örneklendirilebilmektedir. Çontay ve Duatepe Paksu (2012)'nun da belirttiği gibi ara geçiş süreçlerinde olan öğretmen adaylarının olması sonucuyla da uyuşmaktadır.

Geometrik düşünme düzeyleri bu kadar karışık bir gelişim göstermekteyken her bir düzeyin kendi içerisinde değerlendirilmesinin ulaşılan ara seviyelerin incelenmesinin ve öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri belirlenirken uygulanan testte bir alt düzeyde kriter puanına ulaşılamamasının üst düzeylerde daha yüksek başarı göstermesini engellemediği sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç ile Gutierrez ve diğerleri (1991)'nin belirttiği gibi seviyelerin hiyerarşik yapısının reddedilmesi anlamına gelmemekle birlikte bunun aksine van Hiele teorisini insan akıl yürütme süreçlerinin karmaşıklığına daha iyi adapte edilmesi sonucu desteklenmektedir.

**5.8. Öğrencilerin Matematik Okuryazarlık Soruları ile Geometrik Düşünme Düzeyleri Belirleme Testindeki Soruları Anlamlandırma ve Çözüm Süreçleri Nasıldır? Alt Problemine Yönelik Sonuç ve Tartışmalar**

MOGD Testine katılan ilkokul, ortaokul ve lise eğitim seviyesinde bulunan öğrencilerden ikişer kişi olmak üzere toplam altı öğrenci ile bire bir görüşülmüş ve bu başlık altında ayrı ayrı elde edilen bulgular tartışılmıştır.

İlkokul öğrencileri içerisinden geometrik düşünme Düzeyi 1'e atanan İÖ-1 ile yapılan görüşmede öğrencinin verdiği cevaplarda Düzey 1'in özelliklerinden olan şeklin bütünüyle ilgili yorumlar yapmıştır. Tablo 35'te yer alan her bir madde için belirtilen MO süreçlerini yansıttığı sonucuna ulaşılmıştır. Düzey 2'de düşük kazanım edinimi seviyesinde başarı gösteren İÖ-1'in Düzey 2'ye atanamamış olsa da bu düzeyde gelişimi başlamış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. MO sorularının bağlamları ve günlük hayattan bir durumu öğrencinin zihnindeki anıları harekete geçirdiği görülmektedir. İÖ-1'in daha önceden köpeğinin olması ve aynı soruda anlatıldığı gibi yuvasından kaçmaya çalışmasını engellemeye çalışması G7 maddesine doğru yanıt vermesini sağlamıştır. MOGD Testinden aldığı Düzey 2 puanı ile görüşme esnasında İÖ-1'in köşegenin tanımını tam olarak bilmediğini açıkça belirtmesi, Düzey 2'nin dil yeterliliklerine tam olarak ulaşamamış olduğu sonucunu desteklemiştir. Ayrıca modelleme ve akıl yürütme süreç becerilerini kullandığı sonucuna ulaşımıştır. Şekli halen bir bütün olarak tanımlayabilen İÖ-1 problem çözerken teoriden çok uygulama gerektiren sorulara doğru yanıtlar verdiği görülmektedir. MO sorularının yine teoriden çok uygulamayı gerektirmesiyle ilişkili olduğu düşünüldüğünde soruda verilen yönergeleri uygulayarak G10 ve G14 sorularını cevapladığını belirtmesi matematiksel dil ve iletişim becerilerini belirli bir seviyede kullanmaya başladığını desteklemektedir. Yani İÖ-1, Düzey 1'e atanmıştır ancak Düzey 2'deki becerileri de göstermeye başlayarak Düzey 2'nin ara seviyelerinden olan düşük kazanım edinimi seviyesinde yer almıştır. Belirtilen sonuçlar, literatür tarandığında van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ara seviyelerinin olduğu sonuçlarını desteklemektedir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Škrbec ve Čadež, 2015; Voskoglou, 2017).

Geometrik düşünme düzeylerinden Düzey 2'ye atanan ilkokul öğrencisi, İÖ-2 ile yapılan görüşmede öğrencinin verdiği cevaplarda Düzey 1 ile ilgili sorularda Düzey 1'in kazanım göstergelerinden olan şeklin bütünüyle ilgili yorumlar yapmıştır. Grafik 41 incelendiğinde Düzey 1'de tamamlanmış kazanım ediniminde olduğu görülen İÖ-2 ile yapılan görüşmede kurduğu cümleler değerlendirildiğinde Tablo 35'te her bir madde için belirtilen MO süreçlerini yansıttığı sonucuna ulaşılmıştır. Düzey 2 içerisinde de yüksek kazanım ediniminde başarı gösteren İÖ-2, Düzey 2'ye atanma başarısını gösterebilmiştir. MOGD Testiyle elde edilen bu sonuç İÖ-2 ile yapılan konuşmayla da desteklendiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca MO süreç becerilerinden Tablo 36'daki becerileri sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Görüşme sırasında origami yaparak dikdörtgendeki köşegenlerin kesişme noktasının şeklin tam ortasını belirtmesi van Hiele (1999)'nin çalışmasında belirtiği gibi oyunlarla ve etkinliklerle öğrencilerin görsel yapı hazinesinin zenginleşeceği sonucuyla uyuşmaktadır. Gerçek hayatla matematiğin ilişkilendirilmesi ve yaşantısında matematik ile ilgili konuşmaların olması ile yaşantı zenginliğinin artmasının İÖ-2'nin van Hiele düzeylerinde yaşıtlarına göre daha üst düzeyde yer almasını desteklediği sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin yaştan çok yaşantıya bağlı olması özelliğini desteklemektedir.

Görüşmenin sonunda öğrenciye "*MO soruları mı, yoksa klasikleşmiş rutin geometri soruları mı daha güzel?"* olduğuyla ilgili soru sorulmuş ve alınan cevapla MO sorularının hem okuma yeteneğini hem de matematik yeteneğini ölçtüğü sonucunun desteklendiği sonucuna ulaşılmıştır. İlkokul seviyesindeki öğrencilerden bazıları için soyut ve sadece bilgi içeren sorulardansa bağlam içeren uygulamayı ön planda tutan sorulara maruz bırakmanın önemi görülmektedir.

Ortaokul öğrencilerinden OÖ-1'in düzeylerdeki başarıları Grafik 45'te verilmiştir. Öğrencinin Düzey 1 ve Düzey 2 kriter kesme puanını geçemediği hatta Düzey 2'de düşük kazanım edinimi seviyesinde olduğu görülmüştür. Buna karşılık Düzey 3 içerinde başarısını artırarak Düzey 3'e atanabilecek puanı aldığı görülmektedir. OÖ-1'in Düzeyler arasındaki gösterdiği salınım van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin hiyerarşik olması özelliğiyle çelişmektedir. OÖ-1 ile yapılan görüşme incelendiğinde Düzey 2 sorularında yeterli matematiksel muhakeme yürütemediği matematiksel dil ve argümanları yeterince kullanamadığı görülmüştür. Ancak Düzey 3 sorularına geçildiğinde ise MO sorularının bağlamsallığı, matematikselleştirme ve formülleştirme süreçlerinin işe koşulması OÖ-1'in bu sorularda başarı göstermesini sağlamıştır. LGS hazırlık aşamasında olan OÖ-1'in sınav formatında bulunan bağlamsal ve MO sorularının öğrencinin başarısını arttırmış olabileceği düşünülebilir. Ancak öğrenciyle yapılan görüşmede farkedilmiştir ki OÖ-1, MO'nun temel matematiksel yeterliklerinden iletişim, temsil biçimleri, matematikleştirme, muhakeme ve argüman, sembolik dil ve işlemler kullanma gibi işlevleri gerçekleştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca MOGD Testinde yer alan Düzey 4'e geçiş aşamasını ölçen G21 ve G22 maddeleriyle ilgili kurduğu cümleler ile Düzey 4'e geçiş kazanımlarını edinmeye başladığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgulara dayanarak OÖ-1'in alt düzeylerdeki başarı eksikliği Düzey 3 kazanımlarında MOGD Testinde yüksek kazanım edinimi başarısına ulaşmasını engellememiştir sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin hiyerarşik yapısıyla çelişmektedir. Ek olarak Düzey 3'teki başarısı öğrencinin Düzey 4'e geçiş sorularında yorum yapabilmesini sağlamıştır denilebilir. Böylece OÖ-1, Düzey 2'de düşük kazanım gösterse de Düzey 3 içerisinde olması beklenen başarı düzeyine erişmiş ve bu başarısı kendisini bir üst Düzeyde de kazanım edinimi başlamasını sağlamıştır. Öğrenciler matematik ve geometri öğrenimi süreçlerinde belirli zorluklarla karşılaşabilirler bu zorluk süreçlerinde elde edebilecekleri kazanım seviyesine ulaşamasalar da OÖ-1'de olduğu gibi van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde bir üst düzeyde beklenen başarıya ulaşabilmektedirler. Golinskaia (1997)'nın çalışmasında da belirttiği gibi van Hiele'nin düşünme krizi olarak tanımladığı bu duruma benzer şekilde, bir düzeydeki özellikler tam olarak tamamlanamadan üst düzey özelliklerine atlamalar olduğunu vurgulamıştır. Düşünme krizinin OÖ-1'de görüldüğü sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca bu şekilde öğrencilerin düzey salınımlarının olduğu bir çok araştırmada belirtilmiştir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Gutierrez ve diğerleri 1991; Perdikaris, 2011).

Ortaokul öğrencilerinden OÖ-2'nin MOGD Testindeki başarıları Grafik 46'da verilmiştir. Grafik incelendiğinde Düzey 1 ve Düzey 2'yi tüm soruları doğru cevaplayarak tamamlanmış kazanım edinimine ulaşan OÖ-2'nin Düzey 3'te tüm soruları doğru cevaplayamasa da yine tamamlanmış kazanım edinimine ulaşmıştır. Tüm Düzeyleri başarıyla geçen OÖ-2 ile yapılan görüşmede MOGD Testinde yer alan sorularda MO'nun temel matematiksel yeterliklerinden iletişim, temsil biçimleri, matematikleştirme, muhakeme ve argüman, sembolik dil ve işlemler kullanma gibi işlevleri gerçekleştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Düzey 4'e geçiş sorularında da başarılı yanıtlarını sürdürmesi sonucunda Düzey 5 ile ilgili de görüşleri sorulmuştur. Öğrencinin verdiği cevapla geometrik düşünme düzeylerinde ilerlemenin yaşa bağlı değil yaşantıya ve alınan eğitime bağlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. OÖ-2, düz yüzeyde geometri yapılmasını sorgulayarak kendi yaş grubundakilere de farklı yüzeylerde geometri yaptırılmasının gerçek hayata daha uygun olacağını söylemiştir.

Lise öğrencilerinden LÖ-1'in düzeylerdeki başarıları Grafik 47'de verilmiştir. Öğrenci Düzey 1, Düzey 2 ve Düzey 3'te MOGD Testindeki soruları yüksek kazanım seviyesinde tamamlamıştır. Düzey 4 içerinde başarısını artırarak tamamlanmış kazanım edinimine ulaşmıştır. Öğrencinin Düzey 1 ile ilgili soruda verdiği cevap incelendiğinde LÖ-1'in daha üst zihinsel aktivite yapmakta olduğu görülmektedir. Öğrencinin, Düzey 2 bölümündeki cevapları incelendiğinde özellikle G13 maddesiyle ilgili MOGD Testinde vermiş olduğu yanlış cevapla ilgili *"sanırım dörtgenin adlandırmasını anlamamışım"* yorumu ile sembolik dil ve matematikleştirme yeterliliğinin soru çözerken kullanılabilmesinin önemini açıkça gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Düzey 3 içerisinde formül gerektiren soruların çözümünde daha başarılı olan LÖ-1, yorum gerektiren sorulardaki başarısı daha düşüktür. Düzey 4 soruları ile verdiği cevaplar ile görüş bildirirken temel matematiksel yeterlikler de iletişim, temsil biçimleri, strateji üretme, matematikleştirme, muhakeme ve argüman, sembolik dil ve işlemler kullanma, matematiksel araç kullanma gibi yeterlilikleri kullandığı görülmüştür. Ayrıca analiz, sentez, karşılaştırma gibi bilişsel becerileri de işe koşmuştur. LÖ-1'in Düzey 5 sorularıyla ilgili görüşleri incelendiğinde OÖ-2'nin görüşlerine benzer şekildedir. Güncel hayatta düz bir yüzeyde yaşamadığımızı belirten LÖ-1, muhakeme yaparak Düzey 5'e geçiş aşamasında olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Böylece bazı lise öğrencilerinin kendilerinden beklenen van Hiele geometrik düzey kazanımlarının üzerine çıkabileceğini gösterebilir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Bu sonuç van Hiele düzeylerinin genel özelliklerinden Düzeyler arası ilerleme yaştan çok alınan eğitime bağlı olması ile ilişkilendirilebilir (Aktaran Clements ve Battista, 1992; van Hiele, 1959; van Hiele, 1986).

Lise öğrencilerinden LÖ-2'nin MOGD Testindeki başarıları Grafik 48'de görüldüğü gibi Düzey 1, Düzey 2 ve Düzey 3'te yüksek kazanım edinimini göstermiştir. Düzey 4'te ise tamamlanmış kazanım ediniminde yer almıştır. LÖ-2'nin, Düzeylerde farklı kazanım edinimlerinde yer aldığı görülmektedir. LÖ-2, van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden Düzey 4'e atanmıştır. Grafikte görüldüğü gibi bazı öğrencilerin MOGD Testindeki Düzeyler yükseldikçe farklı kazanım edinimi gösterebilmektedir. LÖ-2'nin verdiği cevaplara baktığımızda her bir Düzey için MOGD Testinden aldığı başarı puanlarıyla uyumlu cevaplar verdiği görülmektedir. LÖ-2'nin G22 maddesi içinde yaptığı "*ezberlediğimiz için soru farklı olduğunda aklına gelmiyor."* yorumu MOGD Testinin matematik okuryazarlığı sorularını içererek teoriden çok uygulama yaptırmaya yönelik sorulardan oluştuğunu desteklediği sonucuna ulaşılmıştır. Düzey 5 ile ilgili yer alan sorular ile ilgili LÖ-2'nin cevapları incelendiğinde sorulara doğru cevaplar verdiği görülmüştür. Bu sonuç bazı lise öğrencilerinin kendisinden beklenen van Hiele Geometrik Düzey kazanımlarının üzerine çıkabildiğini göstermektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Ayrıca bu sonuçlar van Hiele düzeylerinin genel özelliklerinden Düzeyler arası ilerleme yaştan çok alınan eğitime bağlı olması ile ilişkilendirilebilir (aktaran Clements ve Battista, 1992; van Hiele, 1959; van Hiele, 1986).

Günümüzde ulaşılabilecek kaynakların çok olması ve internet sayesinde kaynaklara ulaşmanın kolaylaştığı düşünüldüğünde ki sosyal medyada matematikle ilgili veya güncel olaylarla ilgili bir videodaki görüntüler de öğrencilerin geometrik yaşantılarını zenginleştirdiği görülmektedir. Öğrencilerin Öklid dışı geometrilerle ilgili bilgi sahibi olabilmesi kendi yaşantılarıyla da mümkündür.

**Kaynakça**

Abdullah, A. H., Ibrahim, N. H., Surif, J.ve Zakaria, E. (2014). The effects of van Hiele's phase-based learning on students' geometric achievement and attitude towards geometry. In *2014 International Conference on Teaching and Learning in Computing and Engineering* (pp. 317-324). https://doi.org/10.1109/LaTiCE.2014.67

Abdullah, A. H., Surif, J., Tahir, L. M., Ibrahim, N. H. ve Zakaria, E. (2015). Enhancing students' geometrical thinking levels through van Hiele's phase-based geometer's sketchpad-aided learning. In *2015 IEEE 7th International Conference on Engineering Education (ICEED)* (pp. 106-111). https://doi.org/10.1109/ICEED.2015.7451502

Abu, M. S., Ali, M. B. ve Hock, T. T. (2012). Assisting primary school children to progress through their van Hiele's levels of geometry thinking using google sketchup. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, *64,* 75-84. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.11.010

Acar, D. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin bilgisayar okuryazarlığının matematik okuryazarlığına etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Fırat Üniversitesi, Elazığ.

Ajello, A. M., Caponera, E. ve Palmerio, L. (2018). Italian students' results in the pısa mathematics test: does reading competence matter?.*European Journal of Psychology of Education*, *33*(3), 505-520. https://doi.org/10.1007/s10212-018-0385-x

Akbay, Ş. P. (2012) *Cross-Sectıonal study on grades, geometry achıevement and van hıele geometrıc thınkıng levels* [Unpublished master's thesis]. Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.

Akıllı E. (2020). *Matematik okuryazarlık eğitiminin 7. sınıf öğrencilerinde akademik başarıya ve epistemolojik inanç düzeyine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Aksu, N. (2019). *Farklı ülkelerden pısa sınavına katılan öğrencilerin matematik okuryazarlığını etkileyen faktörlerin tahmin edilmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.

Aktulun, Ö. U. (2018). Examination of the relationships between mathematics literacy self-efficacy perceptions of preschool teachers and geometric shape recognition and number skills of children with structural equation modelling. *International Education Studies*, *11*(12), 63-77. https://doi.org/10.5539/ies.v11n12p63

Alex, J. K., ve Mammen, K. J. (2016). Lessons Learnt From Employing Van Hiele Theory Based İnstruction in Senior Secondary School Geometry Classrooms. *EURASIA*

*Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *12*(8), 2223-2236. https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1228a

Alex, J., ve Mammen, K. J. (2018). Students' understanding of geometry terminology through the lens of van Hiele theory. *Pythagoras*, *39*(1), 1-8. https://doi.org/10.4102/ pythagoras.v39i1.376

Al-ebous, T. (2016). Effect of the van Hiele model in geometric concepts acquisition: the attitudes towards geometry and learning transfer effect of the first three grades students in jordan. *International Education Studies*, *9*(4), 87-98. : http://dx.doi.org/10.5539/ies.v9n4p87

Altun, M. (2018). *Ortaokullarda matematik öğretimi (On üçüncü baskı)* (ss. 365-400).Alfa Aktüel Yayınları.

Altun, M. (2020). *Matematik Okuryazarlığı el kitabı* (ss.57-68). Aktüel Yayınları.

Altun, M., Ülger, T. K., Bozkurt, I., Akkaya, R., Arslan, Ç., Demir, F., Karaduman, B. ve Özaydın, Z. (2022). Matematik okuryazarlığının okul matematiği ile entegrasyonu. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(1), 126-149. https://doi.org/10.19171/uefad.103538

Amin, S. M., Lukito, A. ve Lutfianto, M. (2018). Students' Mathematisation in Solving Mathematical Literacy Problems with Space and Shape Contents. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1108, No. 1, p. 012083). IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1108/1/012083

Anıkaydın, Ö. (2017). *Öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları, geometri tutumları ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.

Armah, R. B. ve Kissi, P. S. (2019), Use of the van Hiele Theory in ınvestigating teaching strategies used by college of education geometry tutors. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2019, 15(4), em1694 ISSN:1305-8223 (online). https://doi.org/10.29333/ejmste/103562

Aslan, İ. (2013). Öklit Dışı Geometriye Giden Yolda İslam Dünyası Matematikçileri. *Dört Öge*, (3), 63-87.

Ata Baran, A. (2019). *Matematiksel modellemeye dayalı bir öğretim deneyinde sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlıklarının ve duyuşsal özelliklerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Aydın, B.G. (2017). *Explaınıng the factors assocıated with the lıkelıhood of academıc resılıence ın science and mathematıcs lıteracıes in pisa 2012* [Unpublished master's thesis]. İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi. Ankara.

Aygüner, E. (2016). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin görsel matematik okuryazarlığı öz yeterlik algıları ile gerçek performanslarının karşılaştırılması* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Ayvalli, M. ve Biçak, B. (2018). An investigation into the measurement invariance of pısa 2012 mathematical literacy test. *European Journal of Education Studies*. http://dx.doi.org/10.46827/ejes.v0i0.1816

Ayyıldız, H. ve Aktaş, M. C. (2022) 8. sınıf matematik ders kitaplarının ve lgs matematik sorularının pısa temsil yeterliği açısından incelenmesi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 12(1), 475-489. https://doi.org/10.24315/tred.910569

Bal, A. P. (2011). Geometry thinking levels and attitudes of elementary teacher candidates. *Inonu University Journal of the Faculty of Education*, 12(3), 97-115.

Bal, A. (2014). Predictor variables for primary school students related to van Hiele geometric thinking. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, *10*(1), 259-278.

Bansilal, S. (2017). The application of the percentage change calculation in the context of inflation in mathematical literacy. *Pythagoras*, *38*(1), 1-11. https://doi.org/10.4102/pythagoras.v38i1.314

Bansilal, S., James, A. ve Webb, L. (2015). Teacher training for mathematical literacy: a case study taking the past into the future. *South African Journal of Education*, *35*(1), 1-10. https://doaj.org/article/1da98629e560402e845b72a8f5394804 'den alınmıştır.

Barker, S. F. (2017). *Matematik felsefesi*. (Çev. Y. Dursun) (ss. 33- 94). İmge Kitabevi Yayınları. (Eserin orijinali 1964'te yayımlanmıştır).

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. *In F. K. Lester* Jr.(Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). North Carolina: Information Age Publishing.

Barut, B. (2020). C*ross country comparıson of math-related factors affectıng student mathematıcs lıteracy levels based on pısa 2012 results* [Unpublished master's thesis]. İhsan Doğramacı Bilkent University. Ankara.

Baypınar, K. (2017). *Matematik okuryazarlık algı ölçeği geçerlik ve güvenirlik çalışması* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Çukurova Üniversitesi, Adana.

Bedir, S.G. (2020). *Ortaokul öğrencilerinin matematik okuryazarlığı farkındalık düzeylerinin geliştirilmesi: tasarım tabanlı bir araştırma* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Çukurova Üniversitesi, Adana.

Berkant, H. G. ve Çadırlı, G. (2019). Ortaokul öğrencilerinin geometri öz-yeterlik inançlarının ve geometrik düşünme becerilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Educational Studies,* 6(3), 29-52. https://doi.org/10.33907/turkjes.602382

Bolstad, O. H. (2019). Teaching for mathematical literacy: school leaders' and teachers' rationales. *European Journal of Science and Mathematics Education, 7(3), 93-108.* https://doi.org/10.30935/scimath/9537

Bossé, M. J., Bayaga, A., Lynch-Davis, K., ve DeMarte, A. (2021). Assessing analytic geometry understanding: Van Hiele, SOLO, and Beyond. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning,* 22(1), 1-23. https://www.cimt.org.uk/ijmtl/index.php/IJMTL/article/view/274'den alınmıştır.

Bozkurt, E. (2008). Bilimsel araştırma ile ilgili temel kavramlar. O. Kılıç ve M. Cinoğlu (Ed.). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Lisans Yayıncılık.

Burger, W. F. ve Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele Levels of Development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education, 31-48.* https://doi.org/10.5951/jresematheduc.17.1.0031

Bulut, İ., Öner-Sünkür, M., Oral, B. ve İlhan, M. (2012). Analysıs of the relatıonshıp between geometrıcal thınkıng levels and ıntellıgence domaıns of 8th grade students. *Electronic Journal of Social Sciences,* 11(41), 161-173. https://dergipark.org.tr/tr/pub/esosder/issue/6155/82709'den alınmıştır.

Bulut, N ve Bulut, M (2012), Development of Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Geometric Thinking Levels Through an Undergraduate Geometry Course. *Procedia - Social and Behavioral Sciences 46 (2012) 760 – 763.* https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.194

Buyruk-Akıl, Y. (2020). *8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki matematiksel başarıları ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniveritesi, Kayseri

Brijlall, D., Maharaj, A. ve Jojo, Z. M. M. (2006). The Development of Geometrical Concepts Through Design Activities During a Technology Education Class. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *10*(1), 37-45. https://doi.org/10.1080/10288457.2006.10740592

Brow, M. V. (2019). Significant predictors of mathematical literacy for top-tiered countries/economies, Canada and the United States on PISA 2012: Case for the Sparse Regression Model. *British Journal of Educational Psychology, 89*(4), 726-749. https://doi.org/10.1111/bjep.12254

Can, A. (2018). *Spss ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi (altıncı baskı)* (ss.369-394). Pegem Akademi.

Cesaria, A., Herman, T. ve Dahlan, J. A. (2021). Level Berpikir Geometri Peserta Didik Berdasarkan Teori van Hiele pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar. *Jurnal Elemen*, 7(2), 267-279. https://doi.org/10.29408/jel.v7i2.2898

Chen, J. W. ve Lin, C. C. (2006, July). A van Hiele Web-Based Learning System with Knowledge Management for Teaching Programming. *In Sixth IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies (ICALT'06)* (pp. 114-116). IEEE. https://doi.org/10.1109/ICALT.2006.1652381

Chen, Y. H., Senk, S. L., Thompson, D. R. ve Voogt, K. (2019). Examining psychometric properties and level classification of the van Hiele geometry test using CTT and CDM frameworks. *Journal of Educational Measurement*, *56*(4), 733-756. https://doi.org/10.1111/jedm.12235

Clements, D. H. ve Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464). New York, NY: National Council of Teachers of Mathematics/ Macmillan Publishing Co.

Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z. ve Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for research in Mathematics Education*, 192-212. https://doi.org/10.2307/749610

Coşkun, F. (2009). *Ortaöğretim öğrencilerinin van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma becerilerinin ilişkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Crocker, L. ve J. Algına (1986*). Introductionto Classıcal and Modern Test Theory*. Rınehart and Wınston, pp 410-422

Crompton, H. (2017). Using mobile learning to support students' understanding in geometry: a design-based research study. *Journal of Educational Technology & Society*, *20*(3), 207-219. http://www.jstor.org/stable/26196131'den alınmıştır.

Çakmak, D. ve Güler, H. K. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12 (1),1-16. https://dergipark.org.tr/en/pub/tebd/issue/26089/274930'dan alınmıştır.

Çağlar, M.(2021). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı duyusu ve matematik okuryazarlığı performansları arasındaki ilişkinin incelenmesi* [Yayınlamamış doktora tezi]. Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Çelebi-Akkaya, S.(2006). *Van Hiele düzeylerine göre hazırlanan etkinliklerin ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin tutumuna ve başarısına etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş (Geliştirilmiş altıncı baskı)* (ss. 54-58). Celepler Matbaacılık Yayın ve Dağıtım.

Çetin, Ö. F. (2015). Daily life and mathematic: student and content constructions of the concepts of proposition, theorem, and proof. *World Journal of Education*, *5*(2), 63-77. http://dx.doi.org/10.5430/wje.v5n2p63

Çoban, M. (2018). PISA 2012 *bağlamında 9. sınıf öğrencilerinin matematiksel okuryazarlığının incelenmesi* [Yayınlamamış doktora tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Çontay, E. G. ve Paksu, A. D. (2012). Preservice mathematics teachers' understandings of the class inclusion between kite and square. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *55*, 782-788. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.564

Dağlı, Ü. Y. ve Halat, E. (2016). Young children's conceptual understanding of triangle. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *12*(2), 189-202. https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1398a

Demir, E. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin çember ve daire konusundaki matematiksel başarıları ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

Demir, Ö. (2018). *5E öğrenme modeli ile 7. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi başarı ve van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerinin gelişimi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Demirel, O. (2010). *Hiperbolik geometrinin poincare yuvar modeli üzerine* [Yayınlanmamış doktora Tezi]. Afyonkocatepe Üniversitesi, Afyon.

Doğan-Temur, Ö.(2007). *Öğretmenlerin geometri öğretimine ilişkin görüşleri ve sınıf içi uygulamaların van Hiele seviyelerine göre irdelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Dossey, J., McCrone, S., Turner, R. ve Lindquist, M. (2008). PISA 2003- mathematical literacy and learning in the Americas. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, *8*(2), 140-152. https://doi.org/10.1080/14926150802169289

Duatepe-Paksu, A. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik yapılara ilişkin çizim becerilerinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(33), 203-218. https://doi.org/10.9779/PUJE585

Duchhardt, C., Jordan, A. K. ve Ehmke, T. (2017). Adults' use of mathematics and its influence on mathematical competence. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(1), 155-174. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9670-1

Edo, S. I., Putri, R. I. I. ve Hartono, Y. (2013). Investigating secondary school students' difficulties in modeling problems pısa-model level 5 and 6. *Journal on Mathematics Education*, *4*(1), 41-58. https://doi.org/10.22342/jme.4.1.561.41-58

Efe Çetin, K.(2019). 9*. sınıf öğrencilerinin matematiksel okuryazarlıklarının öğrenme stilleri, akademik başarıları ve cinsiyetlerine göre incelemesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Efriani, A. ve Putri, R. I. I. (2019). Sailing context in PISA - like mathematics problems. *Journal on Mathematics Education*, *10*(2), 265-276. https://doi.org/10.22342/jme.10.2.5245.265-276.

Ekmekci, A. ve Carmona, G. (2014). Studying Mathematical Literacy through the Lens of PISA's Assessment Framework. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Erol, M. (2015). *Modelleme etkinliklerinin 9. sınıf öğrencilerinin matematiksel okuryazarlıkları ve inançları üzerine etkisi* [Yayınlamamış doktora tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Ersoy, M.(2019). 7*. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi, Kayseri.

Ersoy, M., İlhan, O. A. ve Sevgi, S. (2019). Analysis of the relationship between quadrilaterals achievement levels and van Hiele geometric thinking levels of the seventh grade students. *Higher Education Studies*, *9*(3), 1-11. https://doi.org/10.5539/hes.v9n3p1

Fırat, İ. (2019). *Türkiye'de matematik okuryazarlık ile ilgili 2020 yılına kadar yapılan çalışmaların doküman analizi yöntemiyle incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Amasya Üniversitesi, Amasya.

Fuys, D., Geddes, D. ve Tischler (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents [Monograph Number 3]. *Journal for Research in Mathematics Education. Reston, VA: NCTM*. https://doi.org/10.2307/749957

Fujita, T. ve Jones, K. (2006), Primary trainee teachers’ knowledge of parallelograms. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 26(2), 25-30.

Fidan, Y. (2009). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve buluş yoluyla geometri öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Firdaus, F. M. ve Herman, T. (2017). Improving primary students' mathematical literacy through problem based learning and direct ınstruction. *Educational Research and Reviews*, *12*(4), 212-219. https://doi.org/10.5897/ERR2016.3072

Genc, M. ve Erbas, A. K. (2019). Secondary mathematics teachers’ conceptions of mathematical literacy. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *7*(3), 222-237.

Glass, G. V. (1978). Standards and criteria. *Journal of Educational Measurement.* 15, 237-262.

Gutiérrez, A. ve Jaime, A. (1998). On the assessment of the van Hiele levels of reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20(2/3), 27–47

Gutiérrez, A., Jaime, A. ve Fortuny, J. M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 237–251. https://doi.org/10.2307/749076

Gül, B. (2014). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematik başarıları ile van Hiele geometri düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Güler, H. K. ve Arslan, Ç. (2019). Mathematical competencies required by mathematical literacy problems. *MOJES: Malaysian Online Journal of Educational Sciences*, *7*(2), 57-70.

Güney, E. (2018). *Ortaöğretim 9. sınıf üçgenler konusunda origami yardımıyla düzenlenen etkinliklerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.

Günhan, B. C., Doluzengin, B., Aksoy, B. D. ve Özdişçi, S. (2022). Van hiele geometrik düşünme düzeyleri, başarı ve tutum arasındaki ilişki: bir meta-analiz çalışması. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(33), 274-293. https://doi.org 10.35675/befdergi.785076

Güven, Y. (2006). *Farklı geometrik çizim yöntemleri kullanımının öğrencilerin başarı, tutum ve van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Golinskaia, L. (1997). van Hiele Theory in Russian and United States Geometry Curricula [Unpublished doctoral dissertation]. Columbia University, New York.

Gökbulut, Y., Sidekli, S. ve Yangın, S. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin bazı değişkenlere (lise türü, lise alanı, lise ortalaması, öss puanları, lisans ortalamaları ve cinsiyet) göre incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 8(2), s.375-396.* https://dergipark.org.tr/tr/pub/tebd/issue/26104/275039'den alınmıştır.

Graven, M. ve Venkat, H. (2007). Emerging Pedagogic Agendas in the Teaching of Mathematical Literacy. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *11*(2), 67-84.

Haara, F. O. (2015). Teachers' Choice of Using Practical Activities- A Hierarchical Classification Attempt. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *3*(4), 323-336. https://doi.org/10.30935/scimath/9441

Haara, F. O. (2018). Pedagogical Entrepreneurship İn School Mathematics: An Approach For Students' Development of Mathematical Literacy. *International journal for mathematics teaching and learning*, *19*(2), 253-268.

Haara, F. O., Bolstad, O. H. ve Jenssen, E. S. (2017). Research on Mathematical Literacy in Schools--Aim, Approach and Attention. *European Journal of Science and Mathematics Education, 5*(3), 285-313. https://doi.org/10.30935/scimath/9512

Halat, E. (2008). Pre-Service Elementary School and Secondary School Mathematics Teachers' van Hiele Levels and Gender Differences. *Issues in undergraduate mathematics preparation of school teachers. Vol 1.*

Hock, T. T., Tarmizi, R. A., Yunus, A. S .Md. ve Ayub, A. F. (2015). Understanding the primary school students' van Hiele Levels of geometry thinking in learning shapes and spaces: A Q- Methodology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 2015, 11(4), 793-802.* https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1439a

Höfer, T. ve Beckmann, A. (2009). Supporting Mathematical Literacy: Examples From A Cross-Curricular Project. *ZDM*, *41*(1), 223-230. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0117-9

Hsieh, F. J. ve Wang, T. Y. (2014). What Aspects of Mathematical Literacy Should Teachers Focus on from the Student's Point of View?. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Hurma, A. R. (2011). *9. sınıf geometri dersi çokgenler açı ünitesinde van Hiele modeline dayalı öğretimin öğrencilerin problem çözme performanslarına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Hwang, J. (2019). Relationships among Locus of Control, Learned Helpless, and Mathematical Literacy in PISA 2012: Focus on Korea and Finland. *Large-scale Assessments in Education*, *7*(1), 1-19. https://doi.org/10.1186/s40536-019-0072-7

Ic, U. ve Tutak, T. (2017). Correlation Between Computer and Mathematical Literacy Levels Of 6 Th Grade Students. *European Journal of Educational Research*, *7*(1), 63-70. https://doi.org/ 10.12973/eu-jer.7.1.63

Impara, J. C., ve Plake, B. S. (1998). Teachers' ability to estimate item difficulty: A test of the assumptions in the Angoff standard setting method. *Journal of Educational Measurement*, *35*(1), 69-81.

İlhan, A.(2015). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarına yönelik görsel matematik okuryazarlığı ölçeğinin geliştirilmesi ve görsel matematik okuryazarlığı ile geometri başarıları arasındaki ilişkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Fırat Üniversitesi, Elazığ.

İlhan, M(2011). *İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dicle Üniversitesi, Diyarbakır.

Jannah, R. D. ve Putri, R. I. I. (2019). Soft tennis and volleyball contexts in asian games for pısa-lıke mathematics problems. *Journal on Mathematics Education*, *10*(1), 157-170. https://doi.org/10.22342/jme.10.1.5248.157-170

Karapınar, F. (2017). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler konusundaki bilgilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri açısından incelenmesi*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi, Kayseri.

Karataş, Z.(2019). *11. ve 12. sınıf temel düzey ders kitaplarındaki örnek ve soruların pısa matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Zonguldak.

Kaur, B. ve Areepattamannil, S. (2012). Influences of Metacognitive and Self-Regulated Learning Strategies for Reading on Mathematical Literacy of Adolescents in Australia and Singapore. *Mathematics Education Research Group of Australasia*. http://hdl.handle.net/10497/14369’den alınmıştır.

Kazunga, C. ve Bansilal, S. (2016). Teachers' approaches to proportional relationship problems in multiple measure spaces. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *20*(2), 1-14. https://doi.org/10.1080/10288457.2015.1111560

Kılıç, Ç., Köse, N. Y., Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2007). Determining the fifth grade students’ Van Hiele geometric thinking levels in tessellation. *Elementary Education Online*, 6(1), 11-23. https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8605/107185’den alınmıştır.

Kılıç, Ç. (2013). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde van Hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin akademik başarıları, tutumları ve hatırda tutma düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Kivkovich, N. (2015). A tool for solving geometric problems using mediated mathematical discourse (For Teachers and Pupils). *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *209*, 519-525. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.11.282

Koçak, B.B. (2009). *Süsleme etkinliklerinin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Konukoğlu, L.(2019). *Cumhuriyet dönemi ilkokul matematik dersi öğretim programlarının matematik okuryazarlığı perspektifinden incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.

Kozaklı Ülger, T.(2021). *Matematik okuryazarlık yeterliklerinin gelişimine dayalı bir modüler programın tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Kökçü, A. (2017). Euclid dışı geometrilerin matematik tarihi ve felsefesindeki yeri. *Özne Dergisi*. 27, 295-309.

Köse, K.(2013). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin işlemsel ve ölçümsel tahmin becerileri ile matematik okuryazarlıkları arasındaki ilişki* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Erzincan Üniversitesi, Erzincan.

Kurtuluş, A. ve Akay, S. (2017). Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve beyin baskınlıklarının bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*,1(41), 38-61. https://doi.org/10.21764/efd.10273

Kükey, E.(2013). Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlık Düzeylerinin Matematik Başarılarına Etkisi [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Fırat Üniversitesi, Elazığ.

Lehrer, R., Jenkins, M. ve Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer ve D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 137– 167). Mahwah, NJ: Erlbaum

Le Roux, N. ve Sebolai, K. (2017). The national benchmark test of quantitative literacy: does it complement the grade 12 mathematical literacy examination?. *South African Journal of Education*, *37*(1). https://doi.org/10.15700/saje.v37n1a1350

Lin, S. W. ve Tai, W. C. (2015). Latent class analysis of students' mathematics learning strategies and the relationship between learning strategy and mathematical literacy. *Universal Journal of Educational Research*, *3*(6), 390-39. https://doi.org/10.13189/ujer.2015.030606

Long, C., Bansilal, S. ve Debba, R. (2014). An investigation of mathematical literacy assessment supported by an application of rasch measurement. *Pythagoras*, *35*(1), 1-17. https://doi.org/10.4102/pythagoras.v35i1.235

Lusyana, E. ve Setyaningrum, W. (2018). van Hiele instructional package for vocational school students' spatial reasoning. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, *11*(1), 79-100. https://doi.org/10.20414/betajtm.v11i1.146

Magen-Nagar, N. (2016). The effects of learning strategies on mathematical literacy: a comparison between lower and higher achieving countries. *International Journal of Research in Education and Science*, *2*(2), 306-321.

Marciniak, Z. (2015). A Research Mathematician's View on Mathematical Literacy. *In Assessing Mathematical Literacy (pp. 117-124). Springer, Cham.*

Martínez, M. A. S., Ortiz, J. A. M. ve Mairena, E. C. L. (2017). Aprendizaje de la circunferencia aplicando el modelo van Hiele en estudiantes de undécimo grado de educación secundaria de río san juan. *Revista Universitaria del Caribe*, *18*(1), 17-22.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2011). *Pisa Türkiye* (ss. 178-209). Milli Eğitim Bakanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar).* Ankara

Milli Eğitim Bakanlığı (2019). *PISA 2018 Türkiye raporu*. https://pisa.meb.gov.tr/www/pisa-2018-turkiye-on-raporu-yayimlandi/icerik/3'den alınmıştır.

Memnun, D. S., Akkaya, R. ve Hacıomeroglu, G. (2012). The effect of prospective teachers problem solving beliefs an self-efficacy beliefs about mathematical literacy. *Journal of College Teaching & Learning (TLC)*, *9*(4), 289-298. https://doi.org/10.19030/tlc.v9i4.7299

Mhakure, D. ve Mokoena, M. A. (2011). A comparative study of the FET phase mathematical literacy and mathematics curriculum. *US-China Education Review B 3 (2011) 309-323*

Milford, T., Ross, S. P. ve Anderson, J. O. (2010). An opportunity to better understand schooling: the growing presence of PISA in the Americas. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *8*(3), 453-473. https://doi.org/10.1007/s10763-010-9201-z

Moyer, T. O. (2018). Using Monty Python and the Holy Grail to Teach the van Hiele Model for Geometric Thought and Logic. *Ohio Journal of School Mathematics*, *80*(1). https://library.osu.edu/ojs/index.php/OJSM/article/view/6401/5106'den alınmıştır.

Mumcu, H. Y. (2016). Using mathematics, mathematical applications, mathematical modelling, and mathematical literacy: a theoretical study. *Journal of Education and Practice*, *7*(36), 80-96. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1126496.pdf'den alınmıştır.

Nagasaki, E. (2015). Mathematical Literacy for Living in the Highly Information-and-Technology-Oriented in the 21st Century: Mathematics Education from the Perspective of Human Life in Society. *In Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 607-628). *Springer, Cham.* https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_34

Navarro, M. Á., ve Carreras, P. P. (2016). An empırıcal study ın the notıon of area: a socratıc educatıonal experıence anchored ın van Hıele's model. *Teaching of Mathematics*, *19*(1).https://scindeks.ceon.rs/article.aspx?artid=1451-49661601001N'den alınmıştır.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va: NationalCouncil of Mathematics Teachers.

Neubrand, M. (2013). PISA mathematics in Germany: Extending the conceptual framework to enable a more differentiated assessment. In *Research on PISA* (pp. 39-49). *Springer, Dordrecht.*

Nguyen, A., Nguyen, D., Ta, P. ve Tran, T. (2019). Preservice Teachers Engage in a Project-Based Task: Elucidate Mathematical Literacy in a Reformed Teacher Education Program. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *14*(3), 657-666. https://doi.org/10.29333/iejme/5778

Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. *In Assessing mathematical literacy* (pp. 35-55). *Springer, Cham.* https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7_2

Nisawa, Y. (2018). Applying van Hiele's levels to basic research on the difficulty factors behind understanding functions. *Internatıonal Electronıc Journal of Mathematıcs Educatıon.* e-ISSN: 1306 – 3030.2018, Vol. 13, No. 2, 61 - 65 https://doi.org/10.12973/iejme/2696

North, M. ve Christiansen, I. M. (2015). Problematising current forms of legitimised participation in the examination papers for Mathematical Literacy. *Pythagoras*, *36*(1). http://dx.doi. org/10.4102/pythagoras. v36i1.285

Nurutami, A., Riyadi, R. ve Subanti, S. (2019, March). Student's Mathematical Literacy Ability on PISA's Space and Shape Task. *In Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1188, No. 1, p. 012060). IOP Publishing.

Oktiningrum, W., Zulkardi, Z. ve Hartono, Y. (2016). Developing PISA-Like Mathematics Task with Indonesia Natural And Cultural Heritage as Context to Assess Students Mathematical Literacy. *Journal on Mathematics Education*, *7*(1), 1-8.

Olkun, S., Toluk, Z. ve Durmuş, S. (16-18 Eylül 2002). *Sınıf Öğretmenliği ve Matematik Öğretmenliği Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri.* 5. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunuldu, Ankara.

Ormancı, Ü. (2018). *Rehberli araştırma-sorgulama yaklaşımına uygun web destekli fen materyalinın etkililiğinin değerlendirilmesi: Z-kitap örneği* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Osmanoğlu, A. (2019). Sınıf öğretmeni adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik öğrenme eksikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi e-ISSN: 2146-5983 Yıl: 2019 Sayı: 49* Sayfa: 60-80

Oral B., İlhan, M. (2012). Analysis of geometric thinking levels of candidate mathematics teachers of primary and secondary schools in terms of various variables. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 6(1), 201 - 219.*

Ördek İnceoğlu, S. (2020). *Okul öncesi dönemdeki çocukların erken akademik ve sosyal becerileri ile okul iklimi arasındaki ilişkinin incelenmesi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Çukurova Üniversitesi, Adana.

Örs Özdil, S. (2017). *Tekli ve çoklu aracılık modellerinde aracı değişken etkisinin bk, sobel, bootstrap yöntemleriyle karşılaştırılması (Pısa 2012 Matematik Okuryazarlığı)* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Ankara Üniversitesi, Ankara.

OECD. (2018). PISA 2021 mathematics framework (second draft). https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa-2021-mathematics-framework-draft.pdf den alınmıştır.

Ordiz, J. E. G. ve Mecate, G. R. (2022). Clusters of prevalent patterns of geometrıc thınkıng levels among mathematıcs students. *Infinity Journal*, *11*(1), 77-86. https://doi.org/10.22460/infinity.v11i1.p77-86

Ozgen, K. (2019). Problem-Posing Skills for Mathematical Literacy: the Sample of Teachers and Pre-Service Teachers. *Eurasian Journal of Educational Research*, *19*(84), 179-212. https://doi.org/10.14689/ejer.2019.84.9

Özkan, E. ve Öner, D.(2019), Bilgisayar destekli iş birliğiyle öğrenme ortamında van Hiele geometrik düşünme seviyelerinin gelişiminin incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2019; 15(2):* 473-490. https://doi.org/10.17860/mersinefd.522491

Özkan, E.(2018). *The development of van hıele geometrıc thınkıng levels ın a computer-supported collaboratıve learnıng envıronment* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Boğaziçi Üniversitesi, Ankara.

Özkan, Y. Ö. ve Özaslan, N. (2018). student achievement in turkey, according to question types used in pısa 2003-2012 mathematic literacy test. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, *7*(1), 57-64. http://doi.org/10.11591/ijere.v7i1.11045

Öztürk, B. (2012). *Geogebra matematik yazılımının ilköğretim 8. sınıf matematik dersi trigonometri ve eğim konuları öğretiminde, öğrenci başarısına ve van Hiele geometri düzeyine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Sakarya Universitesi, Sakarya

Pala, N. M. (2008). *Pısa 2003 sonuçlarına göre öğrenci ve sınıf özelliklerinin matematik okuryazarlığına ve problem çözmeye etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Patton, M.Q. (2018). Nitel Araştırma ve Değerlendirme Yöntemleri. Bütün, M. ve S. B., Demir (Çev. Edt.). (ss. 46). Pegem Akademi.

Papademetri-Kachrimani, C. (2012). Revisiting van Hiele. *For the Learning Of Mathematics*, *32*(3), 2-7.

Papadopoulos, I. (2007). Relating problem-solving strategies and van Hiele levels. In *Proceedings of the International Symposium Elementary Maths Teaching SEMT'07* (No. IKEECONF-2013-042). Aristotle University of Thessaloniki.

Pavlovicova, G. ve Zahorska, J. (2015). the attitudes of students to the geometry and their concepts about square. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *197*, 1907-1912. http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.07.253

Pavlovičová, G. ve Švecová, V.(2014), The development of spatial skills through discovering in the geometrical education at primary school. *Procedia - Social and Behavioral Sciences 186 ( 2015 ) 990 – 99.* http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.189

Pratiwi, I. ve Putri, R. I. I. (2019). Long Jump in Asian Games: Context of PISA-Like Mathematics Problems. *Journal on Mathematics Education*, *10*(1), 81-92. http://dx.doi.org/10.22342/jme.10.1.5250.81-92

Perdikaris, S.C. (2011). Using fuzzy sets to determine the continuity of the van Hiele levels. *Journal of Mathematical Sciences and Mathematics Education*, 6(3), 81-86.

Primasatya, N. ve Jatmiko, J. (2018). Implementation of geometry multimedia based on van Hiele's thinking theory for enhancing critical thinking ability for grade v students. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, *1*(2), 56-59. http://dx.doi.org/10.33122/ijtmer.v1i1.40

Rathburn, M. K. (2015). Building connections through contextualized learning in an undergraduate course on scientific and mathematical literacy. *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning*, *9*(1), n1. https://doi.org/10.20429/ijsotl.2015.090111

Raygoza, M. C. (2016). Striving toward transformational resistance: Youth participatory action research in the mathematics classroom. *Journal of Urban Mathematics Education*, *9*(2).

Regina, M. M. (2000). Enhancing geometric reasoning. *Adolescence*, 35(138), 365.

Roldán-Zafra, J., Perea, C., Polo-Blanco, I. ve Campillo, P. (2022). Design of an ınteractive module based on the van Hiele model: case study of the pythagorean theorem. *International Electronic Journal of Mathematics Education,* 17(1), em0672. https://doi.org/10.29333/iejme/11556

Rughubar-Reddy, S. (2014). A Framework for the Analysis of Values through a Mathematical Literacy Lens. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Salazar, D. A. (2012). Enhanced-Group Moore Method: Effects on van Hiele Levels of Geometric Understanding, Proof-Construction Performance and Beliefs. *Online Submission*.

Sandström, M., Nilsson, L. ve Lilja, J. (2013). Displaying Mathematical Literacy--Pupils' Talk about Mathematical Activities. *Journal of Curriculum and Teaching*, *2*(2), 55-61.

Saral, D. G. (2012). Bağıl ve mutlak ölçütlere göre alınan kararların sınıflama geçerliği üzerine bir çalışma [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Satıcı, K.(2008). *Pisa 2003 sonuçlarına göre matematik okuryazarlığını belirleyen faktörler: Türkiye ve Hong-kong-Çin* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Schoevers, E. M., Kroesbergen, E. H., Moerbeek, M. ve Leseman, P. P. (2022). The relation between creativity and students' performance on different types of geometrical problems in elementary education. *ZDM–Mathematics Education*, 54(1), 133-147.

Sezgin, G. (2017). Factors Affectıng Mathematıcs Lıteracy Of Students Based On Pısa 2012: A Cross-Cultural Examınatıon [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi, Ankara.

Senk, S. L. (1983). Proof-writing achievement and Van Hiele levels among secondary geometry students. *Dissertation Abstracts International*, 44(2), 187-201.

Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(3), 309-321.

Sert-Çelik, H. ve Yılmaz, G. K. (2022). Analysis of van Hiele geometric thinking levels studies in Turkey: A Meta-synthesis study: Van Hiele geometric thinking levels. *International Journal of Curriculum and Instruction*, *14*(1), 473-501.

She, H. C., Stacey, K. Ve Schmidt, W. H. (2018). Science and mathematics literacy: PISA for better school education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*(1), 1-5.

Shepard, L. A. (1979). Setting standards. In M. A. Bunda and J. R. Sanders (Eds.). *Practices and problems in competency-based measurement*. National Council of Measurement in Education.

Silver, E. A. (2016). Mathematical problem solving and teacher professional learning: The case of a modified PISA mathematics task. *In Posing and solving mathematical problems* (pp. 345-360). Springer, Cham.

Škrbec,M. ve Čadež,T.H.(2015). Identifying and Fostering Higher Levels of Geometric Thinking. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 2015, 11(3), 601-617

Stacey, K. (2015). The real world and the mathematical world. In *Assessing mathematical literacy* (pp. 57-84). Springer, Cham.

Subbotin, I. Y. ve Voskoglou, M. G. (2017). An application of the generalized rectangular fuzzy assessment model to the van Hiele level theory of geometric reasoning. *Universal Journal of Applied Mathematics.* 5(1):1-5. http://dx.doi.org/ 10.13189/ujam.2017.050101

Suharta, I. ve Suarjana, I. (2018). A Case Study on Mathematical Literacy of Prospective Elementary School Teachers. *International Journal of Instruction*, *11*(2), 413-424.

Suwito, A., Yuwono, I., Parta, I. N., Irawati, S. ve Oktavianingtyas, E. (2016). Solving geometric problems by using algebraic representation for junior high school level 3 in van Hiele at geometric thinking level. *International Education Studies*, *9*(10), 27-33.

Şahin, O. (2008). *Sınıf öğretmenlerinin ve sınıf öğretmeni adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeyleri* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. Afyonkarahisar.

Şencan, H. (2005). Kriter referanslı ölçümlerde güvenilirlik analizleri. *Sosyal ve davranışsal ölçümlerde güvenilirlik ve geçerlilik* (Onuncu ünite). https://www.ders.es/guvenilirlik_gecerlilik.pdf den alınmıştır.

Tan, Ş. (2021). *Öğretimde ölçme ve değerlendirme (Geliştirilmiş onbeşinci baskı)* (ss. 130-200). Pegem Akademi.

Tan, T. H., Tarmizi, R. A., Yunus, A. S. M. ve Ayub, A. F. M. (2015). Understanding the primary school students' van Hiele levels of geometry thinking in learning shapes and spaces: A Q-methodology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *11*(4), 793-802.

Tabachnick, B. G.ve Fidell, L. S. (2010). *Using multivariate statistics (6th ed.).* Pearson.

Terzi, M. (2010). Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerilerine etkisi [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Temel, H.(2018). Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması [Yayınlamamış doktora tezi]. Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Thien, L. M. (2016). Malaysian students' performance in mathematics literacy in PISA from gender and socioeconomic status perspectives. *The Asia-Pacific Education Researcher*, *25*(4), 657-666.

Thien, L. M. ve Ong, M. Y. (2015). Malaysian and Singaporean students' affective characteristics and mathematics performance: evidence from PISA 2012. *Springer Plus*, *4*(1), 1-14.

Toluk, Z. ve Olkun, S. (2004). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeyleri. *Eğitim ve Bilim,* 29(134), 55-60.

Trapsilasiwi, D., Oktavianingtyas, E., Putri, I. W. S., Adawiyah, R., Albirri, E. R., Firmansyah, F. F. ve Andriani, Y. (2019). Mathematical Literacy of Male and Female Students in

Solving PISA Problem by "Shape and Space" Content. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1218, No. 1, p. 012019). IOP Publishing.

Tutak, T. (2008). Somut nesneler ve dinamik geometri yazılımı kullanımının öğrencilerin bilişsel öğrenmelerine, tutumlarına ve van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi. [Yayınlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Türnüklü, E. ve Özcan, B.N. (2014). Öğrencilerin geometride rbc teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile van hıele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki: örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi Mustafa Kemal University Journal of Graduate School of Social Sciences* Cilt/Volume: 11 Sayı/Issue: 27, s. 295-316

Umbara, U. ve Suryadi, D. (2019). Re-ınterpretation of mathematical literacy based on the teacher's perspective. *International Journal of Instruction*, *12*(4), 789-806.

Usiskin, Z. (1982). Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry. *ERIC Digest.* ED220288.

Usiskin, Z. ve Senk, S. (1990). Evaluating a test of van Hiele levels: A response to Crowley and Wilson. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*(3), 242-245.

Uygun, T. Ve Güner, P. (2021). Van Hiele Levels of geometric thinking and constructivist-based teaching practices. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(1), 22-40. https://doi.org/10.17860/mersinefd.684571

Uysal, E.(2009). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlık düzeyi [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Ülger, T., Bozkurt, I. ve Altun, M. (2020). Matematik öğrenme-öğretme sürecinde matematik okuryazarlığına odaklanan makalelerin tematik analizi. *Eğitim ve Bilim.* Cilt 45 (2020) Sayı 201 1-37. http://dx.doi.org/10.15390/EB.2020.8028

Van der Wal, N. J., Bakker, A. ve Drijvers, P. (2019). Teaching strategies to foster techno-mathematical literacies in an innovative mathematics course for future engineers. *ZDM*, 51(6), 885-897.

Van de Walle, J.A., Karp, K. ve Bay-Williams, J.M. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği* (Çev. Edit: Soner Durmuş). Nobel Akademik Yayıncılık.

Van Hiele, P. M. (1959). The child's thought and geometry. *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele*, 243-252.

Van Hiele, P. M. (1986). Structure and Insight. New York: Academic Press.

Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics TCM*, *5*(6) ,310-316. https://doi.org/10.5951/TCM.5.6.0310

Voskoglou, M. G. (2017). Managing the Uncertainty in the van Hiele Levels of Geometric Reasoning. *American Journal of Educational Research*, *5*(2), 109-113. https://doi.org/10.12691/education-5-2-1

Watan, S. ve Sugiman. (2018). The Van Hiele theory and realistic mathematics education: As teachers' instruction for teaching geometry. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2014, No. 1, p. 020075). AIP Publishing LLC.

Wu, D. B. ve Ma, H. L. (2006). The distributions of van Hiele levels of geometric thinking among 1st through 6th graders. In *Proceedings 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 5, pp. 409-416). Prague: PME.

Wu, D. B., Ma, H. L., Chen, G. S. ve Chang, H. T. (2009). An application of GM (0, N) on analyzing the first van Hiele geometrical thinking level. In *2009 IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services (GSIS 2009)* (pp. 485-490). IEEE.

Yalley, E., Armah, G., ve Ansah, R. K. (2021). Effect of the van Hiele Instructional Model on Students' Achievement in Geometry. *Education Research International, 2021*. https://doi.org/10.1155/2021/6993668

Yeğit, H. (2019). Beşinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlık başarı düzeylerinin incelenmesi. *Fen Matematik Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi*, *2*(3), 174-195.

Yeğit, H.(2020). *Türkiye ve Almanya'da okutulan matematik ders kitaplarının matematik okuryazarlığı bakımından incelenmesi ve karşılaştırılması* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Yıldız, C., Aydın, M. ve Köğce, D. (2009). Comparing the old and new 6th-8th grade mathematics curricula in terms of van Hiele understanding levels for geometry. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *1*(1), 731-736. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2009.01.128

Yılmaz, S., Turgut, M. ve Alyeşil-Kabakçı, D. (2008). Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin incelenmesi: Erdek ve Buca örneği. *Bilim, Eğitim ve Düşünce Dergisi,* 8(1), 62-71.

Yılmazer, G.(2015). Ortaokul öğrencilerinin aritmetik performans puanları ve matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin bazı değişkenlere göre incelenmesi [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Sakarya Üniversitesi, Sakarya.

Yudianto, E., Sunardi, Sugiarti, T, Susanto, Suharto ve Trapsilasiwi, D. (2018). The identification of van Hiele level students on the topic of space analytic geometry. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf.* Series 983 (2018) 012078. http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/983/1/012078

Yansen, D., Putri, R. I. I. ve Fatimah, S. (2019). Developing pısa-like mathematics problems on uncertainty and data using asian games football context. *Journal on Mathematics Education*, *10*(1), 37-46. http://dx.doi.org/10.22342/jme.10.1.5249.37-46

Yeniel, A.(2019). *Seçmeli matematik uygulamaları dersinin öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi ve öğretmen görüşlerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya

Yıldız, A. (2014). *5E öğrenme döngüsü modelinin 6. sınıf öğrencilerinin geometrik başarı ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Yıldız, H. (2019). *Yedinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı sorularının çözümünde karşılaştıkları zorlukların incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Yıldız, N. (2018*). Ortaokul sınıflarında geometrik düşünmenin geliştirilmesine yönelik bir mesleki gelişim modelinin öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.

Yıldırım, A. (2009). *Euclidean reality geometri etkinliklerinin, işitme durumuna göre öğrencilerin van Hiele geometri düzeylerine, geometri tutumlarına ve başarılarına etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Yilmaz, G. K. ve Koparan, T. (2016). The effect of designed geometry teaching lesson to the candidate teachers' van Hiele geometric thinking level. *Journal of Education and Training Studies*, *4*(1), 129-141. http://dx.doi.org/10.11114/jets.v4i1.1067

Yılmaz, S. (2011). *7. sınıf öğrencilerinin 'doğrular ve açılar' konusundaki hata ve kavram yanılgılarının van Hiele geometri anlama düzeyleri açısından analizi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.

Yi, M., Flores, R. ve Wang, J. (2020). Examining the influence of van Hiele theory-based instructional activities on elementary preservice teachers' geometry knowledge for teaching 2-D shapes. *Teaching and Teacher Education*, *91*, 103038. https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103038

Zeybek, A. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve geometri öğrenme alanına ilişkin öğretmen görüşleri* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Pamukkale Üniversitesi, Denizli.

Zhou, L., Liu, J. ve Lo, J. J. (2022). A comparison of US and Chinese geometry standards through the lens of van Hiele levels. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 10(1), 38-56. https://doi.org/10.46328/ijemst.1848

# Ekler

## Ek 1 - İl Milli Eğitim Müdürlüğünden İzin Yazısı

YALOVA VALILIGI
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-86980341-605.01-37000669 16/11/2021
Konu :Araştırma Uygulama İzni

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Bursa Uludağ Üniversitesi Rektörlüğünün 05/11/2021 tarihli ve36288790 sayılı yazısı.

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora öğrencisi Hüseyin Ozan GAVAZ'ın " Şekil ve Uzay Konu Alanıyla İlgili Matematik Okuryazarlık Sorunlarını Çözme Başarısı Üzerinden Geometrik Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi" konulu araştırma uygulaması için izin talebini ilgi yazı ile müdürlüğümüze bildirilmiştir.

Söz konusu araştırmanın; ekli listede isimleri bulunan ilkokul, Ortaokul ve Ortaöğretim kurumlarında gönüllülük esasına göre, eğitim-öğretimi aksatmamak, gerekli bilgilerin araştırmacı tarafından toplanması, okul, öğretmen, öğrenci, veli adlarının anonimleştirilerek Kişisel Verilerin Korunması Kanununa uygun olarak yapılması ve anket sonuçlarının Müdürlüğümüzle de paylaşılması koşulu ile yapılacak olan Araştırma Uygulama İzni çalışması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Dr. Abdülaziz YENİYOL
İl Milli Eğitim Müdürü

OLUR
Aziz MERCAN
Vali a.
Vali Yardımcısı

## Ek 2- Etik Kurul Onayı ve Araştırma İzin Yazılarının Valiliğe Gönderilmesi

Sayı: E-26468960-000-32890 02.11.2021

Konu: Hüseyin Ozan GAVAZ'ın Araştırma İzni

YALOVA VALİLİĞİNE

(Yalova İl Milli Eğitim Müdürlüğü)

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora öğrencisi Hüseyin Ozan GAVAZ çalışması kapsamında ekli yazıda bahsi geçen okullarda uygulama yapmak istemektedir.

Bilgilerinizi ve gerekli iznin verilmesi hususunda gereğini arz ederim.

Prof. Dr. A.Saim KILAVUZ

Rektör

Ek:

1-Üst Yazı

2-Araştırma İzin Yazıları

3-Etik kurul onayı

<table>
<tr><th colspan="4">ÖZ GEÇMİŞ</th></tr>
<tr><td>Adı - Soyadı</td><td colspan="3">Hüseyin Ozan GAVAZ</td></tr>
<tr><td>Bildiği Yabancı Diller</td><td colspan="3">İngilizce</td></tr>
<tr><td>Eğitim Durumu</td><td colspan="2">Başlama - Bitirme</td><td>Kurum Adı</td></tr>
<tr><td>Lise</td><td>2004</td><td>2008</td><td>Yalova Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi</td></tr>
<tr><td>Lisans</td><td>2008</td><td>2012</td><td>Bursa Uludağ Üniversitersi</td></tr>
<tr><td>Yüksek Lisans</td><td>2012</td><td>2015</td><td>Bursa Uludağ Üniversitersi</td></tr>
<tr><td>Doktora</td><td>2017</td><td>2022</td><td>Bursa Uludağ Üniversitersi</td></tr>
<tr><td>Çalıştığı Kurum</td><td colspan="2">Başlama - Ayrılma</td><td>Çalışılan Kurumun Adı</td></tr>
<tr><td>1.</td><td>2013</td><td>2017</td><td>Oruç Reis Ortaokulu</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>2017</td><td>2018</td><td>MSÜ Deniz Harpokulu</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>2018</td><td>2020</td><td>Fatih Sultan Mehmet Ortaokulu</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>2020</td><td>-</td><td>Şehit Kübra Doğanay İHO</td></tr>
<tr><td>Katıldığı Proje ve Toplantılar</td><td colspan="3">• 2. Ulusal İlköğretim Bölümleri Kongresi’ne Cabri Geometri Yazılımının Türk Matematik Eğitim Araştırmalarındaki Yeri başlıklı bildiriyle (12-14 Aralık 2011).<br>• 1. International Interdisciplinary Social Inquiry Conference’ye Research on Cabri-Geometry among Turkish Community başlıklı bildiriyle (17–21 Haziran 2012).<br>• X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi’ne “İlköğretim Öğrencilerinin Sıradışı Problem Çözme Stratejilerini Kullanma Düzeyleri Arasındaki İlişki” başlıklı bildiriyle (27-30 Haziran 2012).<br>• 2. International Conference on Interdisciplinary Research in Education’a Dinamik Geometri Yazılımının Problem Çözme Sürecine Etkisi başlıklı bildiriyle (30 Ocak – 1 Şubat 2013).<br>• The 37th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education’a “Relationship Between High School Students’ University Entrance Exam Scores And Their</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| | *Non-Routine Problem Solving Skills"* başlıklı bildiriyle (28 Temmuz- 2 Ağustos 2013).<br>• Uluslararası Marmara Fen ve Sosyal Bilimler Kongresi'ne *"Matematik Dersinde Verilen Ev Ödevleri Hakkındaki Öğrenci Görüşleri"* başlıklı bildiriyle (26 - 28 Nisan 2019).<br>• Uluslararası Marmara Fen ve Sosyal Bilimler Kongresi'ne "*Enstrümantal Oluşum Teorisi ile İlgili Olan Akademik Çalışmaların Durumuna İlişkin Bir Doküman Analizi"* başlıklı bildiriyle (26 - 28 Nisan 2019). |
| **Yayınlar:** | • Gavaz, H. O., Yazgan, Y., & Arslan, Ç. (2021). Non-routine problem solving and strategy flexibility: A quasi-experimental study. *Journal of Pedagogical Research, 5*(3). |
| Tarih<br>İmza<br>Adı – Soyadı | …/06/2022<br><br>Hüseyin Ozan GAVAZ |