Volume 2, No. 1, 1987

Journal of the Faculties of
Engineering of Uludağ University

APPLICATION DES MÉTHODES MATHÉMATIQUES DE PLANIFICATION PAR EXPÉRIENCE EN RESOLUTION DES PROBLÈMES À CARACTÈRE ÉLECTRONIQUE

Ali OKTAY*
A. CHERMOUKHAMEDOV**

RESUME

Dans cet article, des methodes mathematiques de planification par éxperience ont été utiliśees pour déterminer un modèle mathématique de permitivité diélectrique du film polybenzoxazol sous les effets de plusieurs parametres physique.

Une relation analytique entre ces parametres et la permittivité diélectrique est tres importante surtout dans la technologie des dispositifs electroniques contenant des materiaux diélectriques.

ABSTRACT

In this article, mathematical methods based on planification by experience are used in order to determine a mathematical model for the dielectric permittivity of polybenzoxazol film under the effects of several physical parameters.

The analytical relationships between these parameters and the dielectric permitivity are very important as far as the technology of electronic devices these are contain dielectric materials.

I. INTRODUCTION

Les problèmes à caractére électronique dont la résolution necessité des mêthodes mathématiques de planification par experience pourraient etre tres differents. En général, ils répresentent une large possibilité d'obtenir une optimisation considérable en ce qui concerne des propriétés de l'objet même si ces propriétés sont en fonction de plusieurs facteurs. De plus, la mèthode dont il s'agit permet de reduire jusqu'au minimum le nombre d'expreriences toute en faisant varier des grandeurs mises à l'éxprerience au moyen des algorithmes spéciaux ainsi que de choisir une strategie très nette. Il faut à noter que les mèthodes traditionnelles dites éxperiences continus de construction d'un modèle mathématique d'un dispositif électronique

* *Doç. Dr.; Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Görükle Bursa*
** *Uzbek SSR Academy of Sciences, Ulugbek Tashkent, 702132 USSR*

à elaborer sont extremement compliquées et leur résolution demande beaucoup de temps.

C'est exactement pour ces raisons qu'il y a intêret de considérer la possibilité d'employer la methode dite "planification par expérience" dans le domaine d'électronique et surtout lorsqu'il est demandé de trouver sous forme de formule les dépendences des propriétés de l'objet étant sous l'influence des plusieurs facteurs. De telles dépendences sont absolument nécessaires afin de réaliser des simulations mathématiques des dispositifs électroniques ainsi que d'élaborer des prescriptions techniques de leur fonctionnement.

Il est à rappeler que les problèmes d'amélioration de certaines caractéristiques des structures auxquels se trouvent les matériaux diélectriques, comme dispositifs microélectroniques, condensateurs ..., sont l'un de ceux d'actualité. L'élaboration de certaines propriétes du matériau diélectrique fonctionnant sous l'action des plusieurs facteurs (fréquence, température ...) permet de pérfectionner non seulement des caractéristiques électriques mais aussi la fiabilite et de prolonger la durée de vie du dispositif auquel se trouve le matériau diélectrique.

II. APPLICATION DE MÉTHODE À LA DÉTERMINATION DU MODÈLE MATHÉMATIQUE DE PERMITIVITE DIÉLECTRIQUE

La partie expérimentale de notre étude porte essentiellement sur des resultats obtenus avec des films de "Polybenzoxazole" de 3, 10, et 12 mm d'épaisseur destinés à fabriquer des condensateurs miniaturisés.

Aux cours des essais, des grandeurs (ou des facteurs) indépendentes sont données au tableau 1.

Tableau: 1

Désignation	Code	$X_1=\eta$	$X_2=\text{Log}\,F$	$X_3=T^{\circ}K$	$X_4=E$	$X_5=P$
Niveau fondamental	0	1,45	3	403	1	5
Intervalle de variation		0,55	1	303	0,5	3
Niveau inferieur	−I	0,90	2	100	0,5	2
Niveau superieur	+I	2,00	4	706	1,5	8

Ou:

η : Viscosité (la distribution des masses moléculaires).
LogF : Fréquence logarithmique (Hz)
T : Température (°K)
E : Intensité du champ électrique (kV/m)
P : Durée de traitement thermique (Heure).

Pour l'application de méthode de planification par expérience, nous avons choisi la conception de Kifer[1] qui, à notre point de vue, est plus complète et plus pratique car elle est caractérisée par une répartition optimale des points expérimentaux dans l'espace de facteurs. Le volume de diffusion des erreurs est minimale avec le plus grand déterminant de la matrice d'information. En plus dans le plan de Kifer, les paramètres sont mis en valeur avec plus d'exactitude. Ce plan comporte 52 obsérvation et le déterminant de la matrice d'information est trés proche de celle d'information du plan optimale (Tableau: 2).

Tableau: 2

Nombres de plan	Nombre des essais	Déterminant de la matrice d'information	Diffusion des erreurs moyennes	Diffusion des erreurs maximales	Diffusion des erreurs minimales
Dopt	—	$0,63.10^{-6}$	15,5	21,0	10,7
B_5 (Boxe)	42	$0,68.10^{-7}$	14,1	34,2	6,0
$Ki_{1\,5}$ (Kifer)	26	$0,44.10^{-7}$	21,9	58	10,0
$Ki_{3\,5}$	26	$0,53.10^{-7}$	23,2	58	8,0
$Ki_{6\,5}$	26	$0,59.10^{-7}$	23	—	—
$Ki_{7\,5}$	52	$0,22.10^{-7}$	18,1	34,5	11,0
Ha_5 (Hartli)	27	$0,17.10^{-8}$	11,0	27,5	2,7
W_5 (Westlyn)	23	$0,61.10^{-8}$	37,0	195,5	4,5
$P_{2\,5}$ (Prajce)	52	$0,70.10^{-9}$	35,5	290,0	7,5
D_5 (Dreperlourence)	52	$0,90.10^{-8}$	52,6	286,8	4,7

Tableau: 3

N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	N	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	I	I	I	I	I	27	— I	— I	I	— I	I
2	I	I	I	I	— I	28	— I	— I	I	— I	— I
3	I	I	I	— I	I	29	— I	— I	— I	I	I
4	I	I	I	— I	— I	30	— I	— I	— I	— I	— I
5	I	I	— I	I	I	31	— I	— I	— I	— I	I
6	I	I	— I	I	— I	32	I	— I	— I	— I	— I
7	I	I	— I	— I	— I	33	0	0	I	I	I
8	I	I	— I	— I	I	34	I	0	0	I	I
9	I	— I	I	I	I	35	0	0	— I	— I	I
10	I	— I	I	I	I	36	— I	— I	I	0	0
11	I	— I	I	— I	I	37	0	— I	0	I	I
12	I	— I	I	— I	I	38	— I	0	0	I	I
13	I	— I	— I	I	I	39	— I	I	0	I	0
14	I	— I	— I	I	I	40	I	0	0	— I	— I
15	I	— I	— I	— I	I	41	I	0	0	— I	— I
16	I	— I	— I	— I	I	42	I	0	— I	0	— I
17	— I	I	I	I	I	43	0	I	— I	I	0
18	— I	I	I	I	I	44	0	I	0	— I	I
19	— I	I	I	— I	I	45	I	0	0	— I	I
20	— I	I	I	— I	I	46	— I	0	I	0	— I
21	— I	— I	I	I	I	47	0	I	I	— I	0
22	— I	I	— I	I	I	48	I	I	— I	0	0
23	— I	I	— I	— I	I	49	I	I	0	— I	0
24	— I	I	— I	— I	— I	50	0	— I	— I	0	— I
25	— I	— I	I	I	I	51	— I	0	— I	0	— I
26	— I	— I	I	I	— I	52	— I	0	— I	0	0

Les points choisis de l'espace des facteurs sont présentés sous la forme d'une matrice appelée matrice de planification (Tableau: 3). Pour un modèle mathématique, on fait l'équitation liant la paramètre de sortie (ici la permitivité diélectrique) Y aux facteurs X_1, X_2, X_3, X_4 et X_5. C'est à dire, il faut approximer la fonction inconue par un polynome dont les valeurs numériques de ses coefficients sont déterminées de l'expérience. L'exactitude de cet approximation est proportionnelle au nombre d'expériences, autrement dit afin de mieux approximer, le nombre d'expériences doit être le plus grand possible. La méthode mathématique de planification supprime cet inconveniant, elle donne la possibilité de diminuer le nombre d'expériences jusqu'au minimum avec une moindre perte d'information sur l'objet mis à l'essai.

III. CALCUL DES COÉFFICIENTS DE PERMITIVITE DIÉLECTRIQUE

Nous allons considérer le cas général où il existe n facteurs influencants sur la permitivité diélectrique. $X_1, X_2, \dots X_n$ soient les facteurs, la permitivite diélectrique:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots. X_n) \tag{1}$$

est une fonction à n variables. Pour point optimal (saddle point), la fonction Y peut être approximer par un polynome en utilisant le développement de Taylor:

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + \dots + a_{n-1} X_n + \dots. + a_{nn} X_n^2 \tag{2}$$

ou:

$$a_0 = f(X_{10}, X_{20}, \dots. X_{n0})$$

$$a_i = \frac{\partial f}{\partial X_i}(X_{10}, X_{20}, \dots X_{n0})$$

$$a_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial X_i \partial X_j}(X_{10}, X_{20}, \dots. X_{n0})$$

$$a_{ii} = \frac{1}{2}\,\frac{\partial^2 f}{\partial X_i^2}(X_{10}, X_{20}, \dots. X_{n0})$$

n est le nombre total de facteurs et i, j sont les numéros d'ordre. Finalement, la resolution du problème consistera donc à trouver des coéfficients des valeurs inconnues.

Pour calculer des coéfficients du modèle de permitivité diélectrique, nous allons établir un système d'equitation rélatif à 5 facteurs:

$$\begin{array}{l} a_0 \Sigma X_0 + a_1 \Sigma X_0 X_1 + \dots. + a_5 \Sigma X_0 X_5 + a_{11} \Sigma X_0 X_1^2 + \dots. + a_{55} \Sigma X_0 X_5^2 = \Sigma X_0 Y \\ \text{-----} \quad \text{------} \quad \dots. \quad \text{--------} \quad \text{---------} \quad \dots. \quad \text{--------} \quad \text{----} \\ \text{-----} \quad \text{-------} \quad \dots. \quad \text{--------} \quad \text{---------} \quad \dots. \quad \text{--------} \quad \text{----} \\ a_0 \Sigma X_5^2 X_0 + a_1 \Sigma X_5^2 X_1 + \dots + a_5 \Sigma X_5^2 + a_{11} \Sigma X_5^2 X_1 + \dots\dots + a_{55} \Sigma X_5^3 = \Sigma X_5^2 Y \end{array} \tag{3}$$

Pour calculer les coéfficients de régression du système, il est utile de transformer à la forme de matrice. En désignant la matrice de facteurs par $\overline{X}$, la matrice-colonne de valeurs obténues par expérience par $\overline{Y}$ et la matrice-colonne de coéfficients de régression par $\overline{B}$, on a une équitation sous forme de matrice:

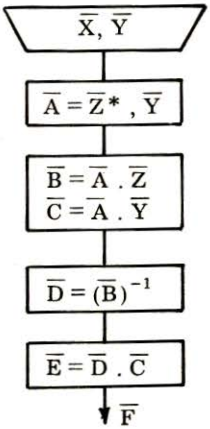
$$(\overline{X}^* . \overline{X}) . \overline{B} = \overline{X}^* . \overline{Y} \tag{4}$$

où $\overline{X}^*$ est la matrice transposée et $(\overline{X}^*. \overline{X})$ est la matrice d'information.

La résolution du système d'équitation (4) sous forme matricielle est:

$$\overline{B} = (\overline{X}^* . \overline{X})^{-1} . \overline{X}^* . \overline{Y} \tag{5}$$

L'algorithme de calcul des coefficients de régression sur l'ordinateur est ainsi comme suivant:



1- l'introduction du plan $(\overline{X})$ et ses valeurs éxpérimentales (Y).
2- l'établissement de la matrice complète $(\overline{Z})$ et sa transposition $\overline{Z}^* = \overline{A}$, ainsi que le tirage de matrices $\overline{A}$ et $\overline{Y}$.
3- la détermination de la matrice d'information $(\overline{B})$ et celle de $(\overline{A}, \overline{Y})$.
4- l'établissement de la matrice inverse $\overline{D} = (\overline{B})^{-1}$
5- les calcul des coéfficients de régression $\overline{E} = \overline{D}.\overline{C}$ et leur tirage
6- la matrice d'impression des valeurs calculées de $\overline{F}$, le calcul de ϵ est réalisé à base de coéfficients de régression données.

Le programme est etabli en langue Fortran pour le plan $K_{i_{7\,5}}$. La fonction de réponse (permitivité diélectrique) est donc présentée de facon suivante pour le film polybenzoxazole:

$$\begin{aligned} Y = {} & 1{,}09X_1 + 2{,}01X_2 + 2{,}66X_3 + 2{,}34X_4 + 0{,}34X_5 + 1{,}59X_1X_2 + 1{,}39X_1X_3 \\ & + 2{,}22X_1X_4 + 0{,}12X_1X_5 + 4{,}6X_2X_3 + 3{,}9X_2X_4 + 0{,}92X_3X_5 + 3{,}33X_4X_5 \\ & + 1{,}3X_2X_5 + 2{,}4X_1X_5 + 2{,}52X_1^2 + 3{,}89X_2^2 + 2{,}19X_3^2 + 2{,}56X_4^2 + 1{,}2X_5^2 \end{aligned}$$

IV. CONCLUSION

Le modèle mathématique établi est adéquate. Au cours des calculs des coéfficients d'équitation régressive, la correction de leurs valeurs est faite suivant le critère de Ficher. Les expériences réalisées nous ont permit de déterminer l'influence de chaque facteur mis à l'essai sur la qualité d'isolement des circuits integrés dont le régime de fonctionnement était extrémement dur surtout sur le plan thérmique. Comme démontre le système d'équitation, ces sont l'intensité du champ électrique, la température et ainsi la fréquence dont l'influence sur la permitivité diélectrique est la plus importante.

Une autre conclusion due à l'expérience, c'est que avant la réalisation du prototype physique de tel ou tel composant, on peut prévoir par les moyens mathématiques ses parametres de sortie et les optimiser davantage en employant pour ce but des modèles mathématiques qui conviennent.

Il est à noter qu'à partir d'un modèle mathématique de planification par expérience, certains paramètres d'un dispositif à obtenir peuvent être déterminés même si les fonctions de liaison entre ses paramètres ne sont pas complètes.

BIBLIOGRAPHIE

1. Novjé Idei V Phamiravauni Experimenta (Russ.). "Nauka". Moscou, 1969.
2. COLLIN, R.E.: Field Theory of Guided Waves. McGraw Hill Book Co., 1960.
3. HASTED, J.B.: Aqueous Dielectric. Chapman and Hall, London, 1973.