

**DÖRTÇUBUK MEKANİZMASININ TAM  
DENGELENMESİ**

**Mohamed AWALEH ALI**



T.C.  
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

## **DÖRTÇUBUK MEKANİZMASININ TAM DENGELENMESİ**

Mohamed AWALEH ALI  
0000-0002-6068-3195

Prof. Dr. Osman KOPMAZ  
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MAKİNE TEORİSİ VE DİNAMIĞI ANABİLİM DALI

BURSA – 2023  
**Her Hakkı Saklıdır**

## TEZ ONAYI

Mohamed AWALEH ALI tarafından hazırlanan “**DÖRTÇUBUK MEKANİZMASININ TAM DENGELENMESİ**” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Bursa Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Teorisi ve Dinamiği Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK LİSANS** olarak kabul edilmiştir.

**Danışman:** Prof. Dr. Osman KOPMAZ

- Başkan** : Prof. Dr. Osman KOPMAZ İmza  
000-000-000-000  
Bursa Uludağ Üniversitesi,  
Mühendislik Fakültesi,  
Makine Teorisi ve Dinamiği Anabilim Dalı
- Üye** : Doç. Dr. Ahmet YILDIZ İmza  
000-000-000-000  
Bursa Uludağ Üniversitesi,  
Mühendislik Fakültesi,  
Makine Teorisi ve Dinamiği Anabilim Dalı
- Üye** : Dr.Öğr. Üyesi Hilal DOĞANAY İmza  
000-000-000-000  
Bursa Teknik Üniversitesi,  
Aaaaaaaaaa Fakültesi,  
Aaaaaaaa Aaaaaaaaaa Anabilim Dalı

**Yukarıdaki sonucu onaylarım**

**Prof. Dr. Hüseyin Aksel EREN**  
**Enstitü Müdürü**

.././.....

**B.U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;**

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

**beyan ederim.**

**...04/07/2023**

**Mohamed AWALEH ALI**

## TEZ YAYINLANMA FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezin/raporun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kâğıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma izni Bursa Uludağ Üniversitesi'ne aittir. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet hakları ile tezin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları tarafımıza ait olacaktır. Tezde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederiz.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan “**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge**” kapsamında, yönerge tarafından belirtilen kısıtlamalar olmadığı takdirde tezin YÖK Ulusal Tez Merkezi / B.U.Ü. Kütüphanesi Açık Erişim Sistemi ve üye olunan diğer veri tabanlarının (Proquest veri tabanı gibi) erişimine açılması uygundur.

Prof. Dr. Osman KOPMAZ  
Tarih

Mohamed AWALEH ALI  
Tarih

İmza  
Bu bölüme kişinin kendi el yazısı ile okudum anladım yazmalı ve imzalanmalıdır.

İmza  
Bu bölüme kişinin kendi el yazısı ile okudum anladım yazmalı ve imzalanmalıdır.

## ÖZET

Yüksek Lisans

### DÖRTÇUBUK MEKANİZMASININ TAM DENGELENMESİ

**Mohamed AWALEH ALI**

Bursa Uludağ Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Makine Teorisi ve Dinamiği Anabilim Dalı

**Danışman:** Prof. Dr. Osman KOPMAZ

Bu çalışmada bir dört çubuk mekanizmasında atalet kuvvetleri ve atalet momentlerinin tam dengelenmesi incelenmektedir. Tam dengeleme mekanizmalarda ciddi bir sorundur ve çoğu hallerde atalet kuvvetleri dengelemesiyle yetinilir veya hem atalet kuvvetleri hem de atalet momentlerinin kısmi dengelenmesi tercih edilir. Bu alanda pek çok yayın vardır; ancak daha ziyade metot önerilmektedir. Bunun dışında optimizasyon yöntemleriyle mekanizmanın tüm fiziki parametrelerini değiştirerek dengeleme problemini çözmeye yönelik çalışmalar da mevcuttur. Ancak bu durumda mekanizma uzuvlarının geometrisinde ciddi değişimler olmaktadır. Ayrıca uzuvların kütleleriyle kütle atalet momentleri arasındaki ilişkiden ötürü bunların bağımsız olarak dengeleme amaçlı optimizasyon prosesine sokulması elde edilen yeni değerlerin tasarım aşamasında kolayca sağlanamamasına yol açabilmektedir. Bu nedenle çalışmamızda klasik yaklaşımla mekanizma uzuvlarına karşı ağırlıklar ve dönen elemanlar ilave ederek mekanizmada tam dengelemenin nasıl yapılabileceği sayısal örnek yardımıyla gösterilmektedir. Bununla birlikte mekanizmada dönen ve ötelenen kütleler arttığı için ihtiyaç duyulan motor torkunda artış gözlenmektedir. Sonuç itibarıyla tam dengelemeyle yüksek torklar ve dolayısıyla daha büyük motor gücü arasında bir tercih yapılması veya makul bir ara çözümde buluşulması gerekmektedir. Çalışmada önce dengelenmemiş mekanizma incelenmektedir. Mekanizma tek serbestlik dereceli olduğundan Lagrange yöntemiyle hareket denklemi elde edilmiş ve kinematik taleplerin tamamen sağlandığı kabulü altında mekanizmanın bir periyodunda ihtiyaç duyulan motor torku değişimi bulunmuştur. Bilahare Euler-Newton metoduyla hareket denklemleri çıkarılıp çözümlenerek mafsal reaksiyon kuvvetleri ve bu suretle mekanizmadan şasiye intikal eden kuvvetler hesaplanmıştır. Dengeleme yapıldıktan sonra sistemin yine iki farklı yöntemle hareket denklemleri çıkarılarak motor torku değişimi ve şasiye yani gövdeye aktarılan kuvvet ve moment bulunarak dengelenmemiş haldeki değerlerle mukayese edilmiştir. Sonuçlar zemine intikal eden sarsma kuvvetleri ve sarsma momentlerinin giderildiğini, buna karşılık beklendiği gibi motor torku değerlerinde ciddi artış olduğunu göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Dörtçubuk mekanizması, kütle dengelemesi, tam dengeleme, sarsma kuvvetleri ve momentleri.

**2023, vii + 149 sayfa.**

## ABSTRACT

MSc Thesis

### COMPLETE SHAKING FORCE AND SHAKING MOMENT BALANCING OF FOUR-BAR LINKAGES

**Mohamed AWALEH ALI**

Bursa Uludağ University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Mechanical Engineering

**Supervisor:** Prof. Dr. Osman KOPMAZ

In this study, the exact balancing of the inertia forces and inertia moments in a four-bar mechanism are investigated. Full balancing is a significant problem in mechanisms and in most cases balancing of inertia forces is sufficient or partial balancing is preferred for both inertia forces and moments of inertia. There are many publications in this field; however, only methods are proposed in most cases. Apart from this, there are studies to solve the balancing problem by changing all the physical parameters of the mechanism with optimization methods. However, in this case, there are serious changes in the geometry of the mechanism links. In addition, due to the relationship between the masses of the links and their mass moments of inertia, putting them into the optimization process for balancing purposes independently may lead to the fact that the new values obtained cannot be easily realized at the design stage. For this reason, in our study, it is shown with the help of numerical examples how full balancing can be made in the mechanism by adding counterweights and rotating elements to the mechanism links within the classical balancing theory. However, as the rotating and translating masses in the mechanism increase, the required engine torque increases. As a result, a choice has to be made between full balancing and higher torques and therefore greater engine power, or a reasonable intermediate solution has to be found. In this study, the unbalanced mechanism is examined first. Since the mechanism has only one degree of freedom, the equation of motion is obtained with the Lagrangian method and the required motor torque change in one period of the mechanism is found under the assumption that the kinematic demands are fully satisfied. Afterwards, the equations of motion were derived with the Euler-Newton method, and solved. Later, the joint reaction forces and thus the forces transmitted from the mechanism to the chassis were calculated. After balancing, the motion equations of the system were again derived with two different methods, and the engine torque change and the force and moment transferred to the chassis, that is, to the ground, were found and compared with the values in the unbalanced state. The results show that the shaking forces and shaking moments transmitted to the body are eliminated, but there is a significant increase in the motor torque values as expected.

**Keywords:** Fourbar linkage, mass balancing, complete balancing, shaking forces, shaking moments.

**2015, vii + 149 pages.**

## **ÖNSÖZ ve/veya TEŞEKKÜR**

Yüksek-lisans eğitim hayatım boyunca bana yardımcı olan ve yol gösteren, değerli Danışman hocama Pr.Dr. Osman KOPMAZ'a teşekkürlerimi sunarım.

Bu tez çalışmasında bana önemli katkıda bulunan da ve yardımcı olan Arş.Gör.Dr. Ercan DÜZGÜN hocama teşekkür ederim.

Eğitim hayatımda ve yurtdışında bulunduğum süre boyunca maddi ve manevi olarak beni hep destekleyen sevgili aileme teşekkürlerimi sunarım.

Mohamed AWALEH ALI

.....04/07/2023.....



## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ ve/veya TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI.....	3
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....	5
3.1 Dörtçubuk Mekanizmasında Hareket Denklemine Çıkarılışı.....	5
3.2 Kinematik Analiz.....	6
3.3 Lagrange Hareket Denklemine Çıkarılışı.....	12
3.4 Euler-Newton Metodu ile uzuvların hareket denklemlerinin çıkarılışı.....	17
3.5 Dengelenmiş Dörtçubuk Mekanizması.....	20
3.5.1 Atalet kuvvetlerinin Dengelenmesi.....	20
3.5.2 Atalet Momentlerinin Dengelenmesi ve Tam Dengeleme Hali.....	34
4. BULGULAR.....	42
4.1 Dengelenmemiş Mekanizmada Sayısal Sonuçlar.....	42
4.2 Atalet Kuvveti Dengelenmiş (Kısmi Dengelenmiş) Mekanizmada Sayısal Sonuçlar ..	47
4.3 Tam Dengelenmiş Mekanizmada Sayısal Sonuçlar.....	52
4.4 Dengelenmemiş, Kısmi Dengelenmiş ve Tam Dengelenmiş Mekanizmaya Ait Sonuçların Mukayesesi.....	57
5. TARTIŞMA ve SONUÇ.....	62
KAYNAKLAR.....	63
EK 1. Matlab Programı.....	66
ÖZGEÇMİŞ.....	80

## SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

<b>Simgeler</b>	<b>Açıklama</b>
$\theta_{i1}$	Uzuvların sabit uzva göre konum açıları
$\omega_{i1}$	Uzuvların sabit uzva göre açısal hızları
$\alpha_{i1}$	Uzuvların sabit uzva göre açısal ivmeleri
$I_{G_i}$	Uzuvların kütle merkezlerine göre kütle atalet momentleri
$F_i$	Mafsal reaksiyon kuvvetlerinin bileşenleri
$f_i$	Hız tesir katsayıları
$g_i$	İvme tesir katsayısı
$G_i$	Uzuvların ağırlık merkezleri
$M_T$	Tahrik momenti
$M_D$	Direnç momenti
$L_i$	Uzuv uzunlukları
$m_i$	Kütle
$V_{G_i}$	Uzuv kütle merkezlerinin hızları
$a_{G_i}$	Uzuv kütle merkezlerinin ivmeleri
$T_i$	Uzuvların kinetik enerjileri
$T$	Mekanizmanın toplam kinetik enerjisi
$t$	Zaman
KD indisi	Kısmi dengeleme
TD indisi	Tam dengeleme

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
K.A.M	Kütle atalet momenti

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa

Şekil 3.1 Bir dörtçubuk mekanizmasının genel görünüşü. ....	5
Şekil 3.2: Dörtçubuk Mekanizmasının Kinematik Şeması .....	6
Şekil 3.3 Belli bir $\theta_{21}$ açısına karşılık gelen iki farklı $\theta_{41}$ açısının geometrik açıklaması .....	8
Şekil 3.4 Mekanizmanın İki Farklı Montajı .....	9
Şekil 3.5 2 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı. ....	17
Şekil 3.6 3 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı. ....	18
Şekil 3.7 4 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı. ....	19
Şekil 3.8 Her bir uzvun ağırlık merkezlerinin ve toplam ağırlık merkezinin yer vektörleri .....	21
Şekil 3.9 Atalet Kuvvetlerinin dengelemesinden sonra Mekanizmanın Görünümü.....	29
Şekil 3.10 Kısmi dengelenmiş mekanizmada 2 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı. ....	30
Şekil 3.11 Kısmi dengelenmiş mekanizmada 3 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı .....	31
Şekil 3.12 Kısmi dengelenmiş mekanizmada 4 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı.....	32
Şekil 3.13 Atalet momentlerini dengeleme tertibatı .....	37
Şekil 3.14 Tam dengelenmiş mekanizmada 2 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı. ....	38
Şekil 3.15 Tam dengelenmiş mekanizmada 3 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı .....	39
Şekil 3.16 Tam dengelenmiş mekanizmada 4 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı. ....	40
Şekil 4.1 Mekanizmada sarkaçkola etkileyen direnç momenti. Bu moment dengeleme durumundan bağımsızdır.....	43
Şekil 4.2 Dengelenmemiş mekanizmada $A_0$ mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 2 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. $FA_{ox}$ : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), $FA_{oy}$ :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), $FA_o$ :Bileşke kuvvet (mavi eğri).....	43
Şekil 4.3 Dengelenmemiş mekanizmada $B_0$ mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 4 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. $FBo_x$ : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), $FBo_y$ : Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), $FBo$ : Bileşke Kuvvet (mavi eğri). ...	44
Şekil 4.4 Dengelenmemiş mekanizmada A mafsalında 2 uzvundan 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. $FAx$ : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), $F Ay$ : Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), $FA$ : Bileşke Kuvvet (mavi eğri).....	44
Şekil 4.5 Dengelenmemiş mekanizmanın B noktasında 4 uzvundan 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. $F Bx$ : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), $F B y$ : Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), $F B$ : Bileşke Kuvvet (mavi eğri). ....	45
Şekil 4.6 Dengelenmemiş mekanizmada mekanizmadan gövdeye etkileyen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamının tahrik uzvu açısına göre değişimi.....	46
Şekil 4.7 Dengelenmemiş mekanizmada mekanizmadan gövdeye etkileyen reaksiyon kuvvetlerinin dikey bileşenlerinin toplamının tahrik uzvu açısına göre değişimi. ....	46
Şekil 4.8 Dengelenmemiş mekanizmada Euler-Newton (mavi eğri) ve Lagrange(*) işaretli eğri) metotlarına göre elde edilen tahrik momentlerinin tahrik uzvu açısına göre değişimi. ....	47

Şekil 4.9 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) mekanizmada $A_0$ mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 2 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. <b><math>FKDA_{ox}</math></b> : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), <b><math>FKDA_{oy}</math></b> :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), <b><math>FKDA_0</math></b> :Bileşke kuvvet (mavi eğri).....	48
Şekil 4.10 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) mekanizmada $B_0$ mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 4 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. <b><math>FKDB_{ox}</math></b> : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), <b><math>FKDB_{oy}</math></b> :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), <b><math>FKDB_0</math></b> :Bileşke kuvvet (mavi eğri).....	48
Şekil 4.11 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) mekanizmada A mafsalında gövdeden (2 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. <b><math>FKDA_x</math></b> : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), <b><math>FKDA_y</math></b> :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), <b><math>FKDA</math></b> :Bileşke kuvvet (mavi eğri). ....	49
Şekil 4.12 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) mekanizmada B mafsalında gövdeden (4 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. <b><math>FKDB_x</math></b> : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), <b><math>FKDB_y</math></b> :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), <b><math>FKDB</math></b> :Bileşke kuvvet (mavi eğri).....	49
Şekil 4.13 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) ve dengelenmemiş mekanizmada gövdeden mekanizmaya etkileyen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamının krank açısına göre değişimi. <b><math>FKD_{x_{top}}</math></b> : Kısmi dengelenmiş mekanizma (kırmızı eğri), <b><math>F_{x_{top}}</math></b> : Dengelenmemiş mekanizma (yeşil eğri).....	50
Şekil 4.14 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) ve dengelenmemiş mekanizmada gövdeden mekanizmaya etkileyen reaksiyon kuvvetlerinin düşey bileşenlerinin toplamının krank açısına göre değişimi. <b><math>FKD_{y_{top}}</math></b> : Kısmi dengelenmiş mekanizma (kırmızı eğri), <b><math>F_{y_{top}}</math></b> : Dengelenmemiş mekanizma (yeşil eğri). ....	51
Şekil 4.15 Atalet Kuvveti Dengelenmiş ve Dengelenmemiş Mekanizmada Euler-Newton metodu ile hesaplanan Tahrik Momenti. <b><math>MTKD</math></b> :Kısmi dengelenmiş mekanizmada tahrik momenti (kırmızı çizgi), <b><math>MT</math></b> : Dengelenmemiş mekanizmada tahrik momenti (yeşil çizgi).....	52
Şekil 4.16 Tam dengelenmiş mekanizmada $A_0$ mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 2 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. <b><math>FTDA_{ox}</math></b> : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), <b><math>FTDA_{oy}</math></b> :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), <b><math>FTDA_0</math></b> :Bileşke kuvvet (mavi eğri). ....	53
Şekil 4.17 Tam dengelenmiş mekanizmada $B_0$ mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 4 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. <b><math>FTDB_{ox}</math></b> : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), <b><math>FTDB_{oy}</math></b> :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), <b><math>FTDB_0</math></b> :Bileşke kuvvet (mavi eğri). ....	53
Şekil 4.18 Tam dengelenmiş mekanizmada A mafsalında gövdeden (2 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. <b><math>FTDA_x</math></b> : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), <b><math>FTDA_y</math></b> :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), <b><math>FTDA</math></b> :Bileşke kuvvet (mavi eğri). ....	54
Şekil 4.19 Tam dengelenmiş mekanizmada B mafsalında gövdeden (4 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi. <b><math>FTDB_x</math></b> : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri), <b><math>FTDB_y</math></b> :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri), <b><math>FTDB</math></b> :Bileşke kuvvet (mavi eğri). ....	54
Şekil 4.20 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) ve dengelenmemiş mekanizmada gövdeden mekanizmaya etkileyen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamının krank açısına göre değişimi. <b><math>FKD_{x_{top}}</math></b> : Kısmi dengelenmiş	

mekanizma (kırmızı eğri), **FTDx<sub>top</sub>** : Tam dengelenmiş mekanizma (\* eğri), **Fx<sub>top</sub>** : Dengelenmemiş mekanizma (yeşil eğri).....55

Şekil 4.21 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) ve dengelenmemiş mekanizmada gövdeden mekanizmaya etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin düşey bileşenlerinin toplamının krank açısına göre değişimi. **FKDy<sub>top</sub>** : Kısmi dengelenmiş mekanizma (kırmızı eğri), **FTDy<sub>top</sub>** : Tam dengelenmiş mekanizma (\* eğri) **Fy<sub>top</sub>** : Dengelenmemiş mekanizma (yeşil eğri).....56

Şekil 4.22 Dengelenmemiş, Kısmi dengelenmiş (Atalet Kuvvetleri Dengelenmiş) ve tam dengelenmiş mekanizmaların ürettikleri toplam atalet momentleri. **AMTKD** :Kısmi dengelenmiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (kırmızı çizgi), **AMTTD** : Tam Dengelenmiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (mavi çizgi). **AMT** : Dengelenmemiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (yeşil çizgi).....56

Şekil 4.23 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş), tam dengelenmiş ve dengelenmemiş mekanizmalarda A<sub>0</sub> mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 2 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetlerinin bileşkeleri. **FTDA<sub>0</sub>** : Tam dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (mavi eğri), **FKDA<sub>0y</sub>**: Kısmi dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (kırmızı eğri), **FA<sub>0</sub>**: Dengelenmemiş mekanizmanın bileşke kuvveti (yeşil eğri). .....57

Şekil 4.24 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş), Tam dengelenmiş ve dengelenmemiş mekanizmalarda B<sub>0</sub> mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 4 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetlerinin bileşkeleri. **FTDB<sub>0</sub>** : Tam dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (mavi eğri), **FKDB<sub>0y</sub>**: Kısmi dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (kırmızı eğri), **FB<sub>0</sub>**: Dengelenmemiş mekanizmanın bileşke kuvveti (yeşil eğri). .....58

Şekil 4.25 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş), Tam dengelenmiş ve dengelenmemiş mekanizmalarda A mafsalında gövdeden (2 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetlerinin bileşkeleri. **FTDA** : Tam dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (mavi eğri), **FKDA**: Kısmi dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (kırmızı eğri), **FA**: Dengelenmemiş mekanizmanın bileşke kuvveti (yeşil eğri).....59

Şekil 4.26 Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş), Tam dengelenmiş ve dengelenmemiş mekanizmalarda B mafsalında gövdeden (4 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetlerinin bileşkeleri. **FTDB** : Tam dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (mavi eğri), **FKDB**: Kısmi dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (kırmızı eğri), **FB**: Dengelenmemiş mekanizmanın bileşke kuvveti (yeşil eğri). .....59

Şekil 4.27 Dengelenmemiş, Kısmi dengelenmiş (Atalet Kuvvetleri Dengelenmiş) ve tam dengelenmiş mekanizmada ihtiyaç duyulan tahrik momentleri. **MTKD** :Kısmi dengelenmiş mekanizmada tahrik momenti (kırmızı çizgi), **MTTD** : Tam Dengelenmiş mekanizmada tahrik momenti (mavi çizgi). **MT** : Dengelenmemiş mekanizmada tahrik momenti (yeşil çizgi).....60

Şekil 4.28 Dengelenmemiş, Kısmi dengelenmiş (Atalet Kuvvetleri Dengelenmiş) ve tam dengelenmiş mekanizmaların ürettikleri toplam atalet momentleri. **AMTKD** :Kısmi dengelenmiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (kırmızı çizgi), **AMTTD** : Tam Dengelenmiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (mavi çizgi). **AMT** : Dengelenmemiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (yeşil çizgi).....60

## ÇİZELGELER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
<b>Çizelge 4.1:</b> Dengelenmemiş mekanizmaya ait fiziki değerler aşağıda listelenmiştir: ...	42
<b>Çizelge 4.2:</b> Üç mekanizma için önemli parametreler.....	61

## 1. GİRİŞ

Mekanik sistemlerin dinamiğinde hareketlerin kontrolü, sistemdeki titreşimi azaltmak, sistemin verimini arttırmak gibi konular daima önem arz etmiştir. Özellikle titreşim ve gürültünün azaltılması veya ortadan kaldırılması için asla ihmal edilmemesi gereken bir husus da mekanik sistemde atalet kuvvetleri ve atalet momentlerinin dengelenmesidir.

Dörtçubuk mekanizmaları pratikte farklı amaçlarla çok yaygın kullanılan mekanik düzeneklerden biridir. Dörtçubuk mekanizması kapalı kinematik zincire sahip düzlemsel çubuk mekanizmalarının en basitidir. İsminden anlaşılacağı üzere üçü hareketli biri sabit dört uzuv içerir. Grashof kriterine göre uzuv uzunluklarına bağlı olarak ve hangi uzvun sabit tutulduğuna bağlı olarak üç farklı tip mekanizma elde edilebilir. Bunlar çift kol, çift sarkaç ve kol-sarkaç mekanizmalarıdır. Bu çalışmada dengeleme problemin inceleneceği dörtçubuk mekanizması kol-sarkaç tpinden seçilmiştir.

Bu çalışmada bir dörtçubuk mekanizmanın konvansiyonel metotla tam dengelenmesi konusu etüt edilmektedir. Dengelemede uzuvlara ait ölçüler korunarak ve uzuv ağırlık merkezlerinin mafsalları birleştiren çizgiler üzerinde kalmasına özen gösterilerek karşı ağırlıklar ve dönen elemanlar kullanılmıştır. Kapalı kinematik zincire sahip mekanizmaların dengelenmesinde kontur teoremine göre dönen kütleler kullanmak kaçınılmazdır. Bu çalışmada dönen kütleler olarak dişli çarklar kullanılması öngörülmüştür.

Bu çalışmada izlenen yol kısaca şöyle tarif edilebilir. Önce dengelenmemiş mekanizmada arzu edilen kinematik değerlerin sağlanması için gerekli tahrik momenti tayin edilmiştir. Bu maksatla tek serbestlik dereceli bu mekanizmaya ait hareket denklemi Lagrange metoduyla çıkartılmıştır. Burada mafsallarda sürtünme olmadığı için kabul edilmiştir. Bilahare mekanizma uzuvlarının hareket denklemleri Euler-Newton metoduyla çıkartılmış ve gövdeye intikal eden kuvvetler ve bu arada tahrik momenti hesaplanmıştır. Bu suretle Lagrange hareket denkleminde bulunan tahrik momentinin değişimi de bir bakıma teyit edilmiştir. İkinci aşamada uzuvların dengelenmesi ile ilgili uğraşmıştır. Bu mekanizmada uzuvların ikisi gövdeye bağlı olup sabit eksen etrafında dönmektedirler. Bu nedenle bu iki uzuvda atalet kuvvetlerinin dengelenmesi fevkalade kolaydır. Ancak

bu işlem beraberinde ilgili uzuvların kütle atalet momentlerin artmasına yol açar. Dolayısıyla atalet momentlerin giderilmesi için yine dönen kütlelere ihtiyaç duyulur. Öte yandan gövdeyle irtibatı olmayan biyelin dengelenmesi daha problemlidir. Gerçi uygun bir boyutlandırma ile bu uzvun mafsalları birbirlerinin çarpma merkezi haline getirilebilir ve böylece biyel iki mafsalda toplanmış noktasal kütleler ile dinamik anlamda temsil edilmiş olur. Bu durumda bu kütlelerin üreteceği atalet kuvvetleri yine biyelin bağlı olduğu gövdeye bağlı uzuvlara karşı ağırlıklar eklemek suretiyle dengelenebilir.

Çalışmada önce atalet kuvvetleri dengelemesi ele alınmış olup, metin içinde bundan yerine göre kısmi dengeleme diye de bahsedilecektir. Bilahare mekanizmanın tam dengelenmesi hali incelenmiştir. Bu durumda sadece atalet kuvvetleri değil atalet momentlerinin toplamı da sıfırlanmıştır. Gerek kısmi gerekse tam dengeleme halleri için yine Euler-Newton metoduyla reaksiyon kuvvetleri ve tahrik momenti hesaplanmış, gövdeye iletilen atalet kuvvetleri ve atalet momentlerinin sıfır olduğu gösterilmiştir. Burada izlenen dengeleme metotları genel olup mekanizmada direkt dinamik problem ele alınsa dahi dengeleme geçerlidir.



## 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

G.G. Lowen ve R.S Berkof (1968), bu çalışmada dörtçubuk mekanizmasında atalet kuvveti ve atalet momenti hakkında tam dengeleme ve kısmi dengeleme için farklı dengeleme metotlardan bahsetmişlerdir. Aynı yazarlar (1969) "Lineer Bağımsız Vektörler Yöntemi" olarak anılan yeni bir metodun, belirli düzlemsel mekanizmalarda atalet kuvvetlerinin tam dengelenmesine imkan verdiğini göstermişlerdir. Bu yöntem, toplam mekanizma kütle merkezinin konumunu tanımlayan ifadede, zamana bağlı terimlerin katsayılarını sıfıra eşit kılacak şartların belirlenmesine dayanır. Böylece, toplam kütle merkezi sabit hale getirilebilir ve sarsma kuvveti (shaking force) ortadan kalkar. Keyfi kütle dağılımlarına sahip dört ve altı uzuvlu kapalı kinematik zinciri haiz mekanizmalar için denklemlerin çıkarılışını ve metodun nasıl uygulanacağını göstermişlerdir.

Richard S. Berkof (1972), (inline) dörtçubuk mekanizmasında, atalet kuvvetleri ve momentlerinin tam dengelenmesini incelemiştir. Yazar atalet karşı ağırlıkları (inertia counterweights) ve fiziki sarkaç formunda uzuvlar (physical pendulum) kullanmış, bu metodn uygulanması halinde tahrik momenti ve gövdeye intikal eden kuvvetlerin nasıl değiştiğini incelemiştir.

J.L.Elliott ve D.Tesar (1977), Berkof ve Lowen'in lineer bağımsız vektörler yöntemini atalet momentlerinin ve tahrik momentinin dengelenmesini kapsayacak şekilde genişlettiler. Farklı mekanizmalar (dörtçubuk mekanizması,krank-biyel mekanizması, ters krank-biyel mekanizması, salınımlı blok mekanizması) üzerinde teorik bir inceleme yapmışlardır.

Richard S. Berkof (1977), dört çubuk mekanizmasında İş-Enerji ilkesini kullanarak tahrik momenti, atalet momentleri ve direnç momenti arasındaki bağıntıyı çıkarmıştır. Yazar bu mekanizmada atalet kuvvetleri ortadan kaldırıldığında artan tahrik momenti ihtiyacının mekanizmaya başka ağırlıklar eklemeyen nasıl minimize edileceğini incelemektedir.

R.S Haines (1980), parametreler üzerindeki fiziksel kısıtlamalara tabi olarak, atalet kuvvetlerinin tamamen dengelendiği dört döner mafsallı dört çubuk mekanizmasında

sarsma momentinin ortalama karekök değerini ve/veya tahrik momentini optimize etmek için geliştirilmiş yöntemleri açıklamaktadır. Yöntem kısmen, eklem yüklerine ve diğer bağlantılara da uygulandığı gösterilen doğrusal bir ilişkiye bağlıdır.

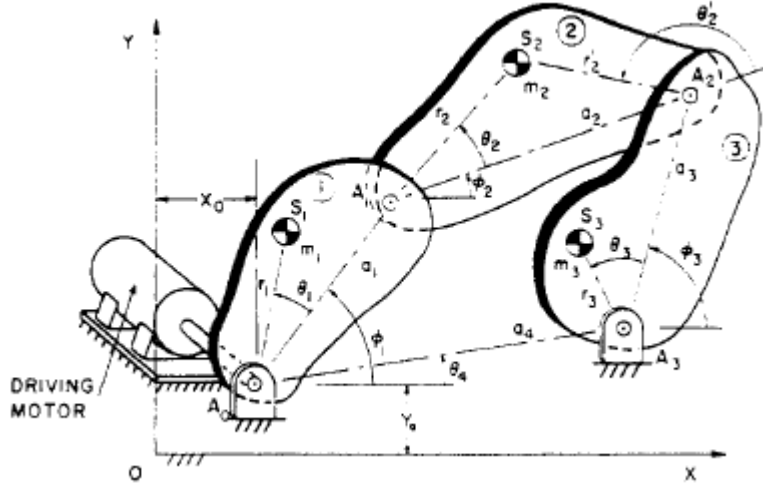
Cemil Bagci (1982), Mekanizmalardaki sarsma kuvvetleri ve sarsma momentlerini tamamen dengelemek için bir yöntem sunmaktadır. Bir mekanizmanın tam olarak dengelenmesi, mekanizmanın toplam kütle merkezinin sabit tutulması ve bu arada mekanizmanın hareketli uzuvlarının toplam açısız momentumunun yok edilmesiyle mümkündür. Mekanizmalarda sarsma kuvvetlerinin ve sarsma momentlerinin tam olarak dengelenmesine ilişkin teoremler verilmektedir. Bazı tek ve çok çevrimli mekanizmaların tamamen dengelenmesi için tasarım denklemleri çıkarılmıştır. Sayısal bir örnek eklenmiştir.

I.S. Kochev (1990), tahrik uzuv hızında öngörülen bir dalgalanması ile uzuvların sarsma momentinin tam dengelenmesini temin eden genel bir yöntem geliştirmiştir. Basit bir hesaplama prosedürüne dayanarak, herhangi bir düzlemsel için uygulanabilir mekanizma. Öngörülen hareket, belirtilen dalgalanma katsayısına bağlıdır ve daha yüksek atalet momentine sahip giriş bağlantısı kullanılırsa ikincisi uygun şekilde azaltılabilir. Dreular olmayan dişli tahriki veya başka araçlar gerekli dönüşü sağlayabilir. Dengeleme cihazının sentezi, herhangi bir düzlemsel mekanizma için eşit şekilde geçerli olan basit genel prensiplere dayanmaktadır.

Gao Feng (1990), kütlelerin yeniden dağıtılması ve iki tip atalet karşı ağırlığının eklenmesiyle, kayar mafsallara sahip 26 tip mekanizmada sarsma kuvvetleri ve sarsma momentlerinin tam dengelenmesinin nasıl olacağını izah etmektedir. Bu mekanizmaların tam kuvvet ve moment dengelemesinin, yalnızca uzuv kütlelerinin farklı biçimde yeniden dağılımıyla mümkün olmadığını ifade etmektedir.

### 3. MATERYAL ve YÖNTEM

#### 3.1 Dörtçubuk Mekanizmasında Hareket Denkleminin Çıkarılışı



Şekil 3.1 Bir dörtçubuk mekanizmasının genel görünüşü.

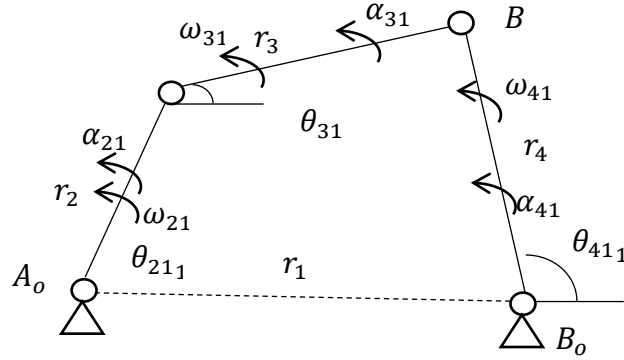
Dört uzuvlu ve dört döner mafsala sahip mekanizmaya dört-çubuk mekanizması denmektedir, Şekil 3.1. Genelde hareket eden üç uzuv gözükle de sabit gövde de bir uzuv olarak sayılmaktadır. Dört-çubuk mekanizması pratikte en çok kullanılan mekanizmalardan biridir. Bu mekanizmanın oldukça geniş bir kullanım alanı vardır.

Giriş bölümünde değinildiği gibi önce dengelenmemiş mekanizmaya ait hareket denklemleri Lagrange yöntemi ile çıkartılacaktır. Bu çalışmada ağırlık kuvvetleri ihmal edilecektir. Ayrıca mafsalların sürtünmesiz olduğu kabulü yapılmıştır.

Lagrange hareket denklemleri tek serbestlik dereceli bir sistem için

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q \quad (3.1)$$

şeklinde dir. Mekanizmamız tek serbestlik derecelidir ve dolayısıyla bir adet hareket denklemleri olacaktır. Denklem (3.1)'de  $T$  mekanizmanın toplam kinetik enerjisi,  $q$  tahrik uzvunun konum koordinatı,  $Q$  ise genelleştirilmiş kuvvettir. Hareket denklemleri tahrik momentini hesaplamak için kullanılacağından mekanizmada konum, hız ve ivme analizi yapılmış olmalıdır. Şekil 3.2'ye bakılırsa,  $\theta_{31}, \theta_{41}$  açıları  $\theta_{21}$  cinsinden,  $\omega_{31}$  ve  $\omega_{41}$ ,  $\theta_{21}$  ve  $\omega_{21}$ 'in fonksiyonu olarak ve nihayet  $\alpha_{31}$  ve  $\alpha_{41}$  açısal ivmeleri de  $\theta_{21}$ ,  $\omega_{21}$  ve  $\alpha_{21}$ 'in fonksiyonu olarak hesaplanmış olmalıdır.



**Şekil 3.2:** Dörtçubuk Mekanizmasının Kinematik Şeması

### 3.2 Kinematik Analiz

Kinematik analiz, bütün boyutları bilinen bir mekanizmada tahrik uzuvlarının konum, hız, ivme değerleri verildiğinde diğer hareketli uzuvların konum, hız ve ivmelerini bunlar cinsinden hesaplamak demektir. Dinamik analize geçmeden önce mutlaka kinematik analiz yapılmalıdır.

Bir dört-çubuk mekanizmasının tüm kinematik parametreleriyle birlikte şematik görünümü Şekil 3.2’de verilmiştir. Burada 2 uzvu tahrik (giriş) uzvudur ve krank adı verilir. Bu uzvu bir motora doğrudan veya bir dişli kutusu üzerinden bağlı olup  $M_t$  momenti ile tahrik edilir. Krank konumu  $\theta_{21}$ , biyel konumu  $\theta_{31}$  ve sarkacın konumu ise  $\theta_{41}$  açısı ile tanımlanmaktadır. Uzvu konumlarının açılarla tanımlanmasının sebebi döner mafsalların kullanılmış olmasından ötürüdür. Tüm açılar sabit uzva göre ölçülmektedir.

#### Konum Analizi

Konum analizi yapmak için mekanizmanın döngü veya çevrim denklemi (loop equation) kullanılır. Bu mekanizmada çevrim denklemi kinematik zincirin kapalı olduğunu ifade eden aşağıdaki bağıntıdır:

$$\overrightarrow{A_oA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A_oB_o} + \overrightarrow{B_oB} \quad (3.2)$$

(3.2) denklemi, x ve y eksenleri doğrultusunda bileşenlerine ayrılır:

$$r_2 \cos \theta_{21} + r_3 \cos \theta_{31} = r_1 + r_4 \cos \theta_{41} \quad (3.3)$$

$$r_2 \sin \theta_{21} + r_3 \sin \theta_{31} = r_1 + r_4 \sin \theta_{41} \quad (3.4)$$

$r_3 \cos \theta_{31}$  ve  $r_3 \sin \theta_{31}$  terimlerini yalnız bırakalım:

$$r_3 \cos \theta_{31} = r_1 + r_4 \cos \theta_{41} - r_2 \cos \theta_{21} \quad (3.5)$$

$$r_3 \sin \theta_{31} = r_4 \sin \theta_{41} - r_2 \sin \theta_{21} \quad (3.6)$$

(3.5) ve (3.6)'nın taraf tarafa kareleri alınır ve toplanır:

$$r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - 2r_1r_2 \cos \theta_{21} + 2r_1r_4 \cos \theta_{41} - 2r_2r_4 \cos \theta_{21} \cos \theta_{41} - 2r_2r_4 \sin \theta_{21} \sin \theta_{41} \quad (3.7)$$

(3.7) düzenlenirse

$$2r_4(r_1 - r_2 \cos \theta_{21}) \cos \theta_{41} - 2r_2r_4 \sin \theta_{21} \sin \theta_{41} + r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2 - 2r_1r_2 \cos \theta_{21} = 0 \quad (3.8)$$

bulunur.

$$a \cos \theta_{41} + b \sin \theta_{41} + c \quad (3.10)$$

$$a = 2r_4(r_1 - r_2 \cos \theta_{21})$$

$$b = -2r_2r_4 \sin \theta_{21} \quad (3.9)$$

$$c = r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2 - 2r_1r_2 \cos \theta_{21}$$

olsun. (3.8) şu hale gelir:

$$a \cos \theta_{41} + b \sin \theta_{41} + c \quad (3.10)$$

$$\lambda = \tan \frac{\theta_{41}}{2} \quad (3.11)$$

olsun. Bu durumda

$$\cos \theta_{41} = (1 - \lambda^2) / (1 + \lambda^2) \quad (3.12)$$

$$\sin \theta_{41} = (2\lambda) / (1 + \lambda^2)$$

olur.

Bunlar (3.10)'da yerine konur ve denklem düzenlenirse

$$(c-a)\lambda^2 + 2b\lambda + (c+a) = 0 \quad (3.13)$$

bulunur. Şimdi

$$\left. \begin{aligned} A &= c - a \\ B &= b \\ C &= c + a \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

tanımlanırsa (3.13) şu hale gelir:

$$A \lambda^2 + 2B\lambda + C = 0 \quad (3.15)$$

Bunun kökleri:

$$\lambda_1 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{A} \quad (3.16)$$

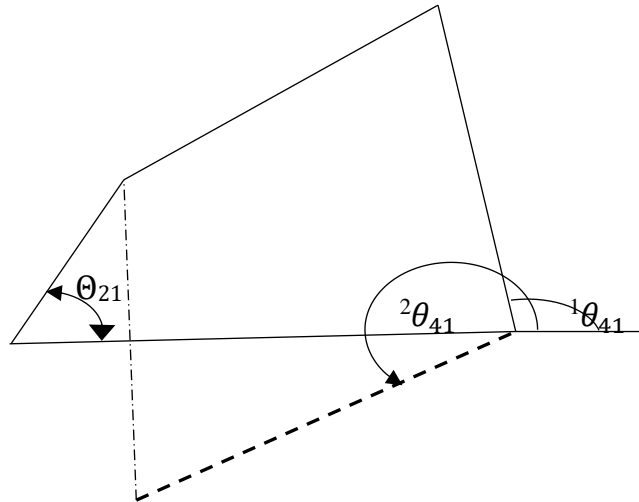
$$\lambda_2 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{A} \quad (3.17)$$

olur. Burada  $2B$  çift sayı olduğundan yarım diskriminant kullanılmıştır. İki farklı  $\theta_{41}$  açısı bulunur.

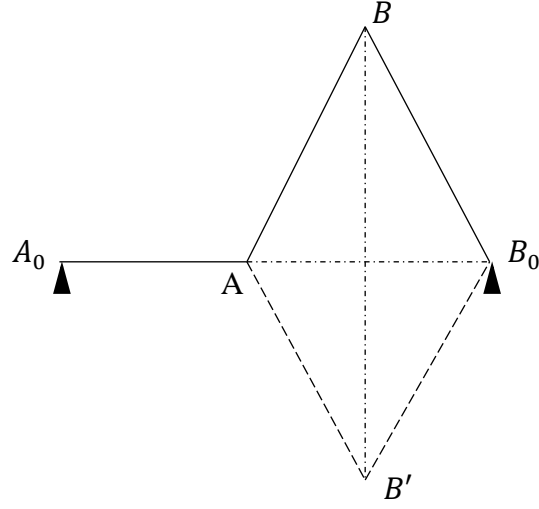
$${}^1\theta_{41} = 2 \tan^{-1} \lambda_1 \quad (3.18)$$

$${}^2\theta_{41} = 2 \tan^{-1} \lambda_2 \quad (3.19)$$

Bunlar Şekil 3.3'teki gibi seçilen bir  $\theta_{21}$  açısı için mekanizmanın başlangıçtaki kuruluş şekline bağlı olarak iki farklı konumda olabileceğini söyler. Mekanizmanın başlangıçtaki kurulum alternatifleri de Şekil 3.4'te gösterilmiştir. Bu çalışmada  $\theta_{21} = 0$  konumu için 1 uzvunun üst kısmında kalan montaj şekli seçilmiştir.



Şekil 3.3 Belli bir  $\theta_{21}$  açısına karşılık gelen iki farklı  $\theta_{41}$  açısının geometrik açıklaması



**Şekil 3.4** Mekanizmanın İki Farklı Montajı

$\theta_{21}$  ve  $\theta_{41}$  bilindiğinde  $\theta_{31}$  (3.5) ve (3.6)'dan bulunur.

**Hız Analizi:**

(3.5) ve (3.6)'yı aşağıdaki gibi yazalım:

$$r_3 \cos \theta_{31} - r_4 \cos \theta_{41} = r_1 - r_2 \cos \theta_{21} \quad (3.20)$$

$$r_3 \sin \theta_{31} - r_4 \sin \theta_{41} = -r_2 \sin \theta_{21} \quad (3.21)$$

(3.20) ve (3.21)'in zamana göre türevlerini alalım.  $\omega_{21} = \dot{\theta}_{21}$ ,  $\omega_{31} = \dot{\theta}_{31}$  ve  $\omega_{41} = \dot{\theta}_{41}$  olmak üzere hız denklemleri

$$-r_3 \sin \theta_{31} \omega_{31} + r_4 \sin \theta_{41} \omega_{41} = r_2 \sin \theta_{21} \omega_{21} \quad (3.22)$$

$$r_3 \cos \theta_{31} \omega_{31} - r_4 \cos \theta_{41} \omega_{41} = -r_2 \cos \theta_{21} \omega_{21} \quad (3.23)$$

şeklinde elde edilir.

(3.22) ve (3.23) matris formunda şöyle yazılır:

$$\begin{bmatrix} -r_3 \sin \theta_{31} & r_4 \sin \theta_{41} \\ r_3 \cos \theta_{31} & -r_4 \cos \theta_{41} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{31} \\ \omega_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_2 \sin \theta_{21} \omega_{21} \\ -r_2 \cos \theta_{21} \omega_{21} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Buradan Cramer metoduyla

$$\omega_{31} = \frac{\begin{vmatrix} r_2 \sin \theta_{21} \omega_{21} & r_4 \sin \theta_{41} \\ -r_2 \cos \theta_{21} \omega_{21} & -r_4 \cos \theta_{41} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -r_3 \sin \theta_{31} & r_4 \sin \theta_{41} \\ r_3 \cos \theta_{31} & -r_4 \cos \theta_{41} \end{vmatrix}}$$

veya

$$\omega_{31} = -\frac{r_2 r_4 \sin(\theta_{41} - \theta_{21})}{r_3 r_4 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \omega_{21} = \frac{r_2 \sin(\theta_{41} - \theta_{21})}{r_3 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \omega_{21} \quad (3.25)$$

olarak bulunur.

Benzer şekilde

$$\omega_{41} = \frac{\begin{vmatrix} -r_3 \sin \theta_{31} & r_2 \sin \theta_{21} \omega_{21} \\ r_3 \cos \theta_{31} & -r_2 \cos \theta_{21} \omega_{21} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -r_3 \sin \theta_{31} & r_4 \sin \theta_{41} \\ r_3 \cos \theta_{31} & -r_4 \cos \theta_{41} \end{vmatrix}} \quad (3.25)$$

veya

$$\begin{aligned} \omega_{41} &= -\frac{r_2 r_3 \sin(\theta_{31} - \theta_{21})}{r_3 r_4 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \omega_{21} \\ &= -\frac{r_2 \sin(\theta_{31} - \theta_{21})}{r_4 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \omega_{21} \end{aligned} \quad (3.26)$$

olur.

### İvme Analizi:

(3.22) ve (3.23)'ü bir kez daha zamana göre türetelim:

$\alpha_{21} = \ddot{\theta}_{21}$ ,  $\alpha_{31} = \ddot{\theta}_{31}$  ve  $\alpha_{41} = \ddot{\theta}_{41}$  'dır.

$$\begin{aligned} -r_3 \cos(\theta_{31}) \omega_{31}^2 - r_3 \sin(\theta_{31}) \alpha_{31} + r_4 \cos(\theta_{41}) \omega_{41}^2 \\ + r_4 \sin(\theta_{41}) \alpha_{41} = r_2 \cos(\theta_{21}) \omega_{21}^2 + r_2 \sin(\theta_{21}) \alpha_{21} \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} -r_3 \sin(\theta_{31}) \omega_{31}^2 - r_3 \cos(\theta_{31}) \alpha_{31} + r_4 \sin(\theta_{41}) \omega_{41}^2 \\ + r_4 \cos(\theta_{41}) \alpha_{41} = r_2 \sin(\theta_{21}) \omega_{21}^2 + r_2 \cos(\theta_{21}) \alpha_{21} \end{aligned} \quad (3.28)$$

(3.27) ve (3.28)'i düzenleyelim:



$$\begin{aligned}
& -r_3 \sin(\theta_{31}) \alpha_{31} + r_4 \sin(\theta_{41}) \alpha_{41} & (3.29) \\
& = r_2 \cos(\theta_{21}) \omega_{21}^2 + r_2 \sin(\theta_{21}) \alpha_{21} \\
& + r_3 \cos(\theta_{31}) \omega_{31}^2 - r_4 \cos(\theta_{41}) \omega_{41}^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& r_3 \cos(\theta_{31}) \alpha_{31} - r_4 \cos(\theta_{41}) \alpha_{41} & (3.30) \\
& = r_2 \sin(\theta_{21}) \omega_{21}^2 - r_2 \cos(\theta_{21}) \alpha_{21} + r_3 \sin(\theta_{31}) \omega_{31}^2 \\
& - r_4 \sin(\theta_{41}) \omega_{41}^2
\end{aligned}$$

Burada

$$\begin{aligned}
S1 = & r_2 \cos(\theta_{21}) \omega_{21}^2 + r_2 \sin(\theta_{21}) \alpha_{21} + r_3 \cos(\theta_{31}) \omega_{31}^2 & (3.31) \\
& - r_4 \cos(\theta_{41}) \omega_{41}^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S2 = & r_2 \sin(\theta_{21}) \omega_{21}^2 - r_2 \cos(\theta_{21}) \alpha_{21} + r_3 \sin(\theta_{31}) \omega_{31}^2 & (3.32) \\
& - r_4 \sin(\theta_{41}) \omega_{41}^2
\end{aligned}$$

tanımlayalım. Bu durumda (3.28) ve (3.29), matris formunda şu hale gelir:

$$\begin{bmatrix} -r_3 \sin \theta_{31} & r_4 \sin \theta_{41} \\ r_3 \cos \theta_{31} & -r_4 \cos \theta_{41} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{31} \\ \alpha_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Cramer metoduyla

$$\begin{aligned}
\alpha_{31} & = - \frac{\begin{vmatrix} S_1 & r_4 \sin \theta_{41} \\ S_2 & -r_4 \cos \theta_{41} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -r_3 \sin \theta_{31} & r_4 \sin \theta_{41} \\ r_3 \cos \theta_{31} & -r_4 \cos \theta_{41} \end{vmatrix}} & (3.34) \\
& = \frac{-r_4(S1 \cos \theta_{41} + S2 \sin \theta_{41})}{-r_3 r_4 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})}
\end{aligned}$$

veya

$$\alpha_{31} = \frac{1}{r_3} \frac{S1 \cos \theta_{41} + S2 \sin \theta_{41}}{\sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \quad (3.35)$$

olarak bulunur. Benzer şekilde

$$\begin{aligned}
\alpha_{41} & = - \frac{\begin{vmatrix} -r_3 \sin \theta_{31} & S1 \\ r_3 \cos \theta_{31} & S2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -r_3 \sin \theta_{31} & r_4 \sin \theta_{41} \\ r_3 \cos \theta_{31} & -r_4 \cos \theta_{41} \end{vmatrix}} & (3.36) \\
& = \frac{-r_3(S1 \cos \theta_{31} + S2 \sin \theta_{31})}{-r_3 r_4 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})}
\end{aligned}$$

$$\alpha_{41} = \frac{1}{r_4} \frac{S1 \cos \theta_{31} + S2 \sin \theta_{31}}{\sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \quad (3.37)$$

olarak bulunur.

Şimdi yazılacak bilgisayar programında kolaylık sağlayacağı için hız tesir katsayıları tanımlansın:

$$f_3 = -\frac{r_2 \sin(\theta_{41} - \theta_{21})}{r_3 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \quad (3.38)$$

$$f_4 = -\frac{r_2 \sin(\theta_{31} - \theta_{21})}{r_4 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \quad (3.39)$$

olsun. Bu durumda (3.25) ve (3.26) şöyle yazılabilir:

$$\omega_{31} = f_3 \cdot \omega_{21} \quad (3.40)$$

$$\omega_{41} = f_4 \cdot \omega_{21} \quad (3.41)$$

Bu nedenle  $f_3$  ve  $f_4$ 'e hız tesir katsayısı (veya fonksiyonu) denir. (İngilizcesi Velocity influence coefficient or function). Esasen

$$f_3 = f_3(\theta_{21}, \theta_{31}(\theta_{21}), \theta_{41}(\theta_{21})) \quad \text{ve} \quad f_4 = f_4(\theta_{21}, \theta_{31}(\theta_{21}), \theta_{41}(\theta_{21}))$$

olduğundan bu katsayılar aslında sadece  $\theta_{21}$ 'in fonksiyonudurlar.

İvme için doğrudan (3.35) ve (3.37) formulleri kullanılabilir.

### 3.3 Lagrange Hareket Denkleminin Çıkarılışı

#### Kinetik Enerji Hesabı

Toplam kinetik enerji  $T$  2,3 ve 4 numaralı uzuvların kinetik enerjileri toplamına eşittir.

$$T = T_2 + T_3 + T_4 \quad (3.42)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_{G2}^2 + \frac{1}{2} I_{G2} \omega_{21}^2 \quad (3.43)$$

Burada

$V_{G2}$ : 2 uzvunun ağırlık merkezi  $G_2$ 'nin hızının şiddetidir.

Çubuk düzgün ve narin olduğundan iyi bir yaklaşıklıkla

$$I_{G2} = \frac{1}{12} m_2 r_2^2 \quad (3.44)$$

alınabilir. 3 nolu uzvun toplam kinetik enerjisi aşağıdaki gibidir

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_{G3}^2 + \frac{1}{2} I_{G3} \omega_{31}^2 \quad (3.45)$$

$\vec{V}_{G3}$  hızı bulunmalı ve şiddeti hesaplanmalıdır. Aşağıdaki bağıntı geçerlidir:

$$\vec{V}_{G3} = \vec{V}_A + \vec{V}_{G3/A} \quad (3.46)$$

Burada

$$\vec{V}_A = \vec{\omega}_{21} \times \vec{A_OA} = \omega_{21} \vec{k} \times (r_2 \cos \theta_{21} \vec{i} + r_2 \sin \theta_{21} \vec{j})$$

$$\vec{V}_A = -\omega_{21} r_2 \sin \theta_{21} \vec{i} + \omega_{21} r_2 \cos \theta_{21} \vec{j} \quad (3.47)$$

$$\vec{V}_{G3/A} = \vec{\omega}_{31} \times \vec{AG_{G3}} = \omega_{31} \vec{k} \times \left( \frac{r_3}{2} \cos \theta_{31} \vec{i} + \frac{r_3}{2} \sin \theta_{31} \vec{j} \right)$$

$$\vec{V}_{G3/A} = -\omega_{31} \frac{r_3}{2} \sin \theta_{31} \vec{i} + \omega_{31} \frac{r_3}{2} \cos \theta_{31} \vec{j} \quad (3.48)$$

olup

$$\vec{V}_{G3} = (-\omega_{31} \frac{r_3}{2} \sin \theta_{31} - \omega_{21} r_2 \sin \theta_{21}) \vec{i} + (\omega_{21} r_2 \cos \theta_{21} + \omega_{31} \frac{r_3}{2} \cos \theta_{31}) \vec{j} \quad (3.49)$$

olarak bulunur. Bu durumda

$$V_{G3}^2 = \vec{V}_{G3} \cdot \vec{V}_{G3} = (-\omega_{31} \frac{r_3}{2} \sin \theta_{31} - \omega_{21} r_2 \sin \theta_{21})^2 + (\omega_{21} r_2 \cos \theta_{21} + \omega_{31} \frac{r_3}{2} \cos \theta_{31} + \omega_{21} r_2 \cos \theta_{21})^2$$

veya

$$V_{G3}^2 = \omega_{21}^2 r_2^2 + \omega_{31}^2 \frac{r_3^2}{4} + \omega_{21} \omega_{31} r_2 r_3 \cos(\theta_{31} - \theta_{21}) \quad (3.50)$$

olarak bulunur. Denklem (3.40) hatırlanırsa:

$$V_{G3}^2 = \left[ r_2^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{4} + f_3 r_2 r_3 \cos(\theta_{31} - \theta_{21}) \right] \omega_{21}^2 \quad (3.51)$$

şeklinde yazılabilir. (3.51)'deki köşeli parantez

$$g_3 = \sqrt{r_2^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{4} + f_3 r_2 r_3 \cos(\theta_{31} - \theta_{21})} \quad (3.52)$$

ifadesinin karesi olarak tanımlanırsa

$$V_{G3}^2 = g_3^2 \omega_{21}^2 \quad (3.53)$$

yazılabilir. Öte yandan (3.45)'te

$$I_{G3} = \frac{1}{12} m_3 r_3^2 \quad (3.54)$$

alınmalıdır.

4 uzvunun kinetik enerjisi

$$T_4 = \frac{1}{2} m_4 V_{G4}^2 + \frac{1}{2} I_{G4} \omega_{41}^2 \quad (3.55)$$

şeklinde olacaktır. Ayrıca 4 uzvu sabit merkez etrafında döndüğünden

$$V_{G4} = \frac{r_4}{2} \omega_{41} \quad (3.56)$$

bağıntısı mevcuttur. Burada da

$$I_{G4} = \frac{1}{12} m_4 r_4^2 \quad (3.57)$$

alınabilir.

Neticede

$$T_2 = \frac{1}{2} (I_{G2} + m_2 r_2^2) \omega_{21}^2 = \frac{1}{2} I_{2,A0} \omega_{21}^2 \quad (3.58)$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 (g_3^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{12}) \omega_{21}^2 \quad (3.59)$$

$$T_4 = \frac{1}{2} (I_{G4} + m_4 r_4^2) \omega_{41}^2 = \frac{1}{2} I_{4,B0} f_4^2 \omega_{21}^2 \quad (3.60)$$

olup buradan toplam kinetik enerji

$$T = T_2 + T_3 + T_4 = \frac{1}{2} (I_{2,A0} + m_3 (g_3^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{12}) + I_{4,B0} f_4^2) \omega_{21}^2 \quad (3.61)$$

şeklinde bulunur. Burada kinetik enerjinin hem hızın hem de konumun fonksiyonu olduğu görülmektedir.

**$M_T$  tahrik momentinin virtüel işi:**

$$M_T \delta \theta_{21} \quad (3.62)$$

olur. Keza  $M_D$  direnç momentinin virtüel işi

$$-M_D \delta \theta_{41} = -M_D \cdot \frac{d\theta_{41}}{d\theta_{21}} \delta \theta_{21} = -M_D f_4 \delta \theta_{21} \quad (3.63)$$

olur.

(3.1) denklemini gereğince

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_{21}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_{21}} = Q \quad (3.64)$$

olmalıdır.

Öte yandan

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_{21}} = \frac{\partial T}{\partial \omega_{21}} \quad (3.65)$$

olduğundan

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_{21}} = \frac{\partial}{\partial \omega_{21}} (T_2 + T_3 + T_4) = \frac{\partial T_2}{\partial \omega_{21}} + \frac{\partial T_3}{\partial \omega_{21}} + \frac{\partial T_4}{\partial \omega_{21}} \quad (3.66)$$

yazılabilir. Bu terimleri tek tek hesaplayalım:

$$\frac{\partial T_2}{\partial \omega_{21}} = I_{2,A0} \omega_{21} \quad (3.67)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial \omega_{21}} = m_3 (g_3^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{12}) \omega_{21} \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial T_4}{\partial \omega_{21}} = I_{4,B0} f_4^2 \omega_{21} \quad (3.69)$$

Buna göre

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_2}{\partial \omega_{21}} \right) = I_{2,A0} \alpha_{21} \quad (3.70)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_3}{\partial \omega_{21}} \right) = 2m_3 (g_3 \frac{dg_3}{d\theta_{21}} + f_3 \frac{df_3}{d\theta_{21}} \frac{r_3^2}{12}) \omega_{21}^2 + m_3 (g_3^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{12}) \alpha_{21} \quad (3.71)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_4}{\partial \omega_{21}} \right) = 2I_{4,B0} f_4 \frac{df_4}{d\theta_{21}} \omega_{21}^2 + I_{4,B0} f_4^2 \alpha_{21} \quad (3.72)$$

olacaktır. Lagrange denkleminde soldaki ikinci terim ise aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_{21}} = \frac{\partial}{\partial \theta_{21}} (T_2 + T_3 + T_4) = \frac{\partial T_2}{\partial \theta_{21}} + \frac{\partial T_3}{\partial \theta_{21}} + \frac{\partial T_4}{\partial \theta_{21}} \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \theta_{21}} = 0 \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial \theta_{21}} = m_3 (g_3 \frac{dg_3}{d\theta_{21}} + f_3 \frac{df_3}{d\theta_{21}} \frac{r_3^2}{12}) \omega_{21}^2 \quad (3.75)$$

$$\frac{\partial T_4}{\partial \theta_{21}} = I_{4,B0} f_4 \frac{df_4}{d\theta_{21}} \omega_{21}^2 \quad (3.76)$$

Yukarıda bulunanlar (3.64)'de yerine konursa

$$\begin{aligned}
& I_{2,A0}\alpha_{21} + 2m_3 \left( g_3 \frac{dg_3}{d\theta_{21}} + f_3 \frac{df_3}{d\theta_{21}} \frac{r_3^2}{12} \right) \omega_{21}^2 + m_3 \left( g_3^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{12} \right) \alpha_{21} + \\
& 2I_{4,B0}f_4 \frac{df_4}{d\theta_{21}} \omega_{21}^2 + I_{4,B0}f_4^2 \alpha_{21} - m_3 \left( g_3 \frac{dg_3}{d\theta_{21}} + f_3 \frac{df_3}{d\theta_{21}} \frac{r_3^2}{12} \right) \omega_{21}^2 - \\
& I_{4,B0}f_4 \frac{df_4}{d\theta_{21}} \omega_{21}^2 = M_T - f_4 M_D
\end{aligned} \tag{3.77}$$

bulunur. (3.77)'de sadeleştirmeler yapılır,  $\alpha_{21} = \ddot{\theta}_{21}$ ,  $\omega_{21} = \dot{\theta}_{21}$  konursa hareket denklemleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}
& \left[ I_{2,A0} + m_3 \left( g_3^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{12} \right) + I_{4,B0}f_4^2 \right] \ddot{\theta}_{21} \\
& + \left[ m_3 \left( g_3 \frac{dg_3}{d\theta_{21}} + f_3 \frac{df_3}{d\theta_{21}} \frac{r_3^2}{12} \right) + I_{4,B0}f_4 \frac{df_4}{d\theta_{21}} \right] \dot{\theta}_{21} \\
& = M_T - f_4 M_D
\end{aligned} \tag{3.78}$$

Görüldüğü gibi  $\frac{dg_3}{d\theta_{21}}$ ,  $\frac{df_3}{d\theta_{21}}$  ve  $\frac{df_4}{d\theta_{21}}$  türevlerine ihtiyaç vardır.

Önce  $\frac{df_3}{d\theta_{21}}$  ve  $\frac{df_4}{d\theta_{21}}$  hesaplanmalıdır.

$$\frac{df_3}{d\theta_{21}} = \frac{d}{d\theta_{21}} \left[ -\frac{r_2 \sin(\theta_{41} - \theta_{21})}{r_3 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \right] \tag{3.79}$$

$$\begin{aligned}
\frac{df_3}{d\theta_{21}} &= \frac{d}{d\theta_{21}} \left[ -\frac{r_2 \sin(\theta_{41} - \theta_{21})}{r_3 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \right] \\
&= -\frac{r_2}{r_3} \left[ \frac{\cos(\theta_{41} - \theta_{31}) (f_4 - 1) \sin(\theta_{41} - \theta_{31}) - \sin(\theta_{41} - \theta_{21}) \cos(\theta_{41} - \theta_{31}) (f_4 - f_3)}{\sin^2(\theta_{41} - \theta_{31})} \right]
\end{aligned} \tag{3.79}$$

$$\begin{aligned}
\frac{df_4}{d\theta_{21}} &= \frac{d}{d\theta_{21}} \left[ -\frac{r_2 \sin(\theta_{31} - \theta_{21})}{r_4 \sin(\theta_{41} - \theta_{31})} \right] \\
&= -\frac{r_2}{r_4} \left[ \frac{\cos(\theta_{31} - \theta_{31}) (f_3 - 1) \sin(\theta_{41} - \theta_{31}) - \sin(\theta_{31} - \theta_{21}) \cos(\theta_{41} - \theta_{31}) (f_4 - f_3)}{\sin^2(\theta_{41} - \theta_{31})} \right]
\end{aligned} \tag{3.80}$$

benzer şekilde

$$\begin{aligned}
\frac{dg_3}{d\theta_{21}} &= \frac{d}{d\theta_{21}} \left[ r_2^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{4} + f_3 r_2 r_3 \cos(\theta_{31} - \theta_{21}) \right]^{\frac{1}{2}} \\
&= \frac{f_3 \frac{df_3}{d\theta_{21}} \frac{r_3^2}{2} + \frac{df_3}{d\theta_{21}} r_2 r_3 \cos(\theta_{31} - \theta_{21}) - f_3 r_2 r_3 \sin(\theta_{31} - \theta_{21}) (f_3 - 1)}{2 \left[ r_2^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{4} + f_3 r_2 r_3 \cos(\theta_{31} - \theta_{21}) \right]}
\end{aligned} \tag{3.81}$$

olarak bulunur. Şimdi mekanizmanın tahrik miline indirgenmiş eşdeğer kütle atalet momentini tanımlayalım:

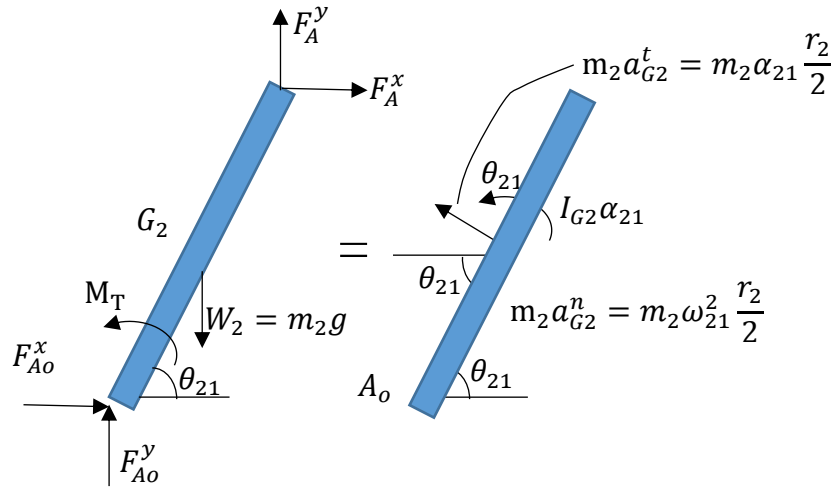
$$I(\theta_{21}) = I_{2,Ao} + m_3(g_3^2 + f_3^2 \frac{r_3^2}{12}) + I_{4,Bo} f_4^2 \quad (3.82)$$

bu durumda (3.78) hareket denklemi şu hale gelir:

$$I(\theta_{21}) \ddot{\theta}_{21} + \frac{1}{2} \frac{dI}{d\theta_{21}} \dot{\theta}_{21}^2 = M_T - f_4 M_D \quad (3.83)$$

### 3.4 Euler-Newton Metodu ile uzuvların hareket denklemlerinin çıkarılışı

Bu alt bölümde mekanizma uzuvlarının hareket denklemleri çıkarılacaktır. Her bir uzuv için üç hareket denklemi yazılabilir. Bu toplamda dokuz hareket denklemi demektir. Bilinmeyenlerimiz ise reaksiyon kuvvetlerinin bileşenleri (sekiz adet) ile tahrik momentidir. Neticede dokuz denklem ve dokuz bilinmeyen mevcuttur. Bu bir lineer denklem takımı olduğundan kolayca çözülür. Şekil 3.5 ile Şekil 3.7’de her bir uzvun serbest cisim ve kinetik diyagramları çizilmiştir.



Şekil 3.5 2 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı.

Şekil 3.5 yardımıyla aşağıdaki denklemler yazılabilir:

$$\rightarrow: F_{A0}^x + F_A^x = m_2 a_{G2}^x \quad (3.84)$$

$$+\uparrow F_{A0}^y + F_A^y = m_2 a_{G2}^y \quad (3.85)$$

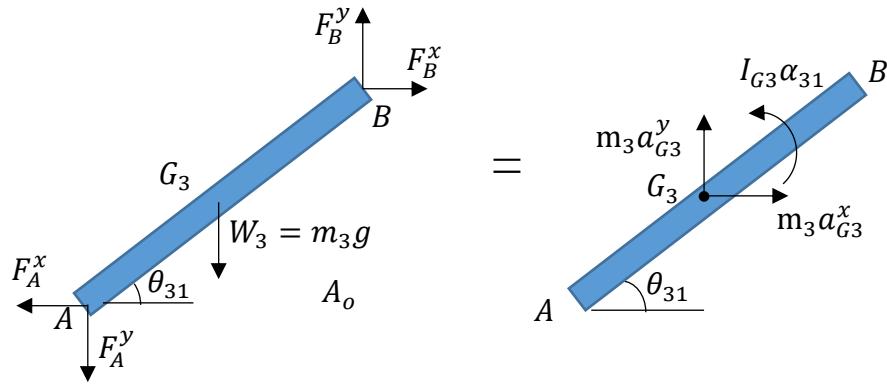
$$M_T - \frac{r_2}{2} m_2 g \cos \theta_{21} - r_2 \sin \theta_{21} F_A^x + r_2 \cos \theta_{21} F_A^y = I_{G2} \alpha_{21} + \frac{r_2}{2} m_2 \alpha_{21} \frac{r_2}{2} = \quad (3.86)$$

$$I_{2,A0} \alpha_{21}$$

Burada  $G_2$  noktasının ivme bileşenleri aşağıdaki gibidir:

$$a_{G2}^x = -\frac{r_2}{2} (\omega_{21}^2 \cos \theta_{21} + \alpha_{21} \sin \theta_{21}) \quad (3.87)$$

$$a_{G2}^y = \frac{r_2}{2} (-\omega_{21}^2 \sin \theta_{21} + \alpha_{21} \cos \theta_{21}) \quad (3.88)$$



Şekil 3.6 3 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı.

Benzer şekilde Şekil 3.6 yardımıyla 3 uzvuna ait aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\rightarrow -F_A^x + F_B^x = m_3 a_{G3}^x \quad (3.89)$$

$$+\uparrow -F_A^y + F_B^y = m_3 a_{G3}^y \quad (3.90)$$

$$-\frac{r_3}{2} m_3 g \cos \theta_{31} - r_3 \sin \theta_{31} F_B^x + r_3 \cos \theta_{31} F_B^y = \quad (3.91)$$

$$I_{G3} \alpha_{31} + \frac{r_3}{2} m_3 (-a_{G3}^x \sin \theta_{31} + a_{G3}^y \cos \theta_{31})$$

Burada  $G_3$  noktanın ivmesi aşağıdaki gibi bulunur:

$$\vec{a}_{G3} = \vec{a}_A + \vec{a}_{G3/A} \quad (3.91)$$



$$\vec{a}_A = -r_2(\omega_{21}^2 \cos \theta_{21} + \alpha_{21} \sin \theta_{21}) \vec{i} + r_2(-\omega_{21}^2 \sin \theta_{21} + \alpha_{21} \cos \theta_{21}) \vec{j} \quad (3.92)$$

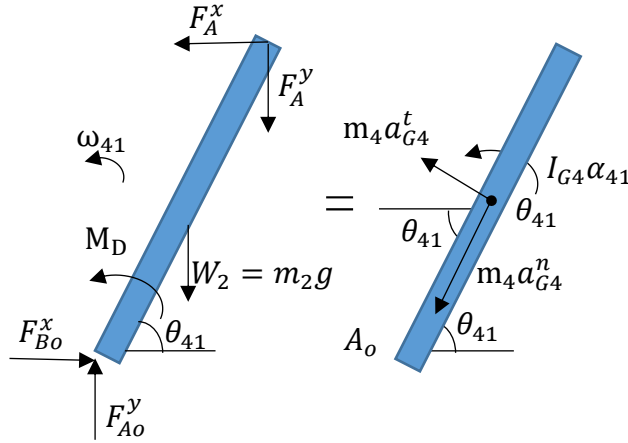
$$\vec{a}_{G_3} = -\frac{r_3}{2}(\omega_{31}^2 \cos \theta_{31} + \alpha_{31} \sin \theta_{31}) \vec{i} + \frac{r_3}{2}(-\omega_{31}^2 \sin \theta_{31} + \alpha_{31} \cos \theta_{31}) \vec{j} \quad (3.93)$$

Neticede  $G_3$  noktasının ivme bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$a_{G_3}^x = -r_2(\omega_{21}^2 \cos \theta_{21} + \alpha_{21} \sin \theta_{21}) - \frac{r_3}{2}(\omega_{31}^2 \cos \theta_{31} + \alpha_{31} \sin \theta_{31}) \quad (3.94)$$

$$a_{G_3}^y = r_2(-\omega_{21}^2 \sin \theta_{21} + \alpha_{21} \cos \theta_{21}) + \frac{r_3}{2}(-\omega_{31}^2 \sin \theta_{31} + \alpha_{31} \cos \theta_{31}) \quad (3.95)$$

Son olarak 4 nolu uzvun hareket denklemleri çıkarılacaktır.



**Şekil 3.7** 4 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı.

Şekil 3.7'den hareketle

$$\rightarrow F_{B_o}^x - F_B^x = m_4 a_{G_4}^x \quad (3.96)$$

$$+\uparrow F_{B_o}^y - F_B^y = m_4 a_{G_4}^y \quad (3.97)$$

$$-sign(\omega_{41})|M_D| - \frac{r_4}{2} m_4 g \cos \theta_{41} + r_4 \sin \theta_{41} F_B^x - r_4 \cos \theta_{41} F_B^y = \quad (3.98)$$

$$I_{G_4} \alpha_{41} + \frac{r_4}{2} m_4 \alpha_{41} \frac{r_4}{2} = I_{4,B_o} \alpha_{41}$$

denklemleri elde edilir. Burada  $G_4$  noktanın ivme bileşenleri aşağıdaki gibidir.

$$a_{G4}^x = -\frac{r_4}{2}(\omega_{41}^2 \cos \theta_{41} + \alpha_{41} \sin \theta_{41}) \quad (3.99)$$

$$a_{G4}^y = \frac{r_4}{2}(-\omega_{41}^2 \sin \theta_{41} + \alpha_{41} \cos \theta_{41}) \quad (3.100)$$

Böylece denklemler eksiksiz çıkarılmış olmaktadır.

### 3.5 Dengelenmiş Dörtçubuk Mekanizması

Önceki bölümlerinde dörtçubuk mekanizmasının kinematik ve kinetik analizleri yapılmıştır. Dinamik analizde iki farklı yöntem kullanılmıştır. Lagrange yöntemiyle dengelenmemiş mekanizmada tahrik momenti hesaplanmıştır. Euler-Newton metoduyla da uzuvların hareket denklemleri çıkarılmıştır. Bu denklemler mekanizmanın belli konumları için çözümlenerek reaksiyon kuvvetlerinin ve tahrik momentinin değişimi bulunmuştur. Bu suretle ihtiyaç duyulan tahrik momenti iki farklı yöntem ile bulunarak doğrulanmıştır. Ele alınan mekanizmada uzuvların ağırlık merkezlerinin mafsalları birleştiren çizgi üzerinde (in-line) oldukları kabul edilmiştir. Atalet kuvvetlerinin dengelenmesi uzuvların yeni ağırlık merkezleri yine mafsalları birleştiren çizgi üzerinde olacak tarzda yapılacaktır.

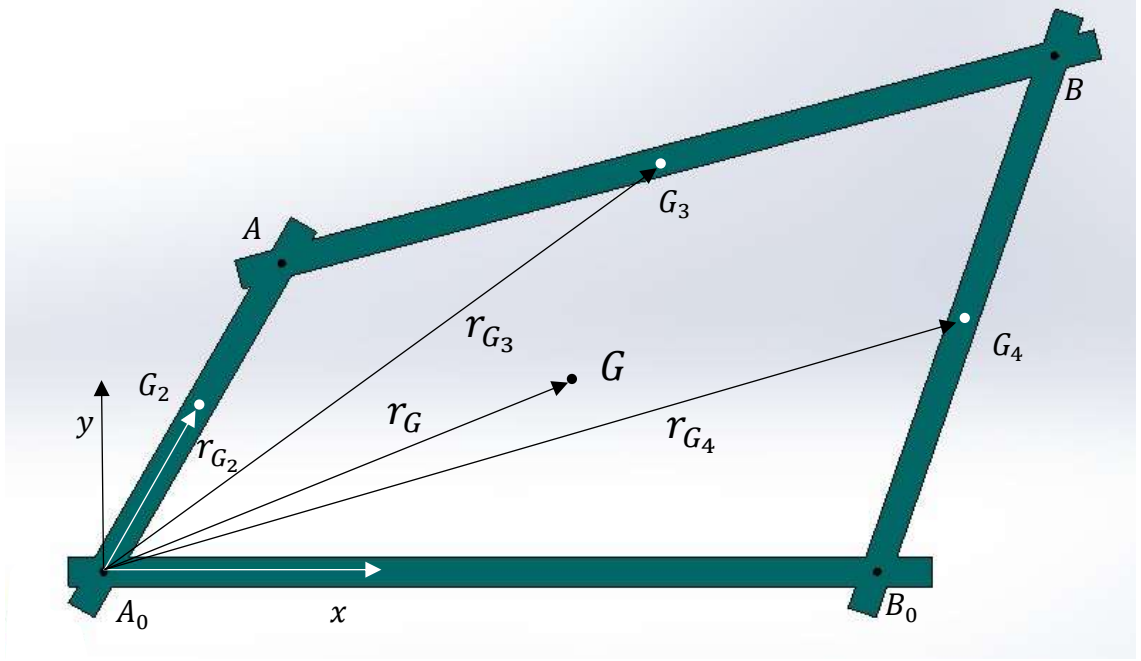
Atalet kuvvetlerinin dengelenmesinden kasıt her an bunların toplamı sıfır olacak tarzda uzuvların yeniden şekillendirilmesidir. Bu iki farklı tarzda yapılabilir. Ya karşı ağırlıklar kullanılır yahut uzuvların kütle ve kütle dağılımlarına müdahale edilir. Burada birinci yöntem tercih edilmiştir. Atalet kuvvetlerin toplamının sıfır olması için teklif edilen yöntemlerden biri Berkof ve Lowen'in geliştirdiği lineer bağımsız vektörler metodudur. Bu metodun temeli mekanizmanın hareketli uzuvlarının toplam ağırlık merkezini durağan (istasyonel) kılmaktır. Aşağıda bu metodun yardımıyla atalet kuvvetlerinin nasıl dengeleneceği açıklanacaktır.

#### 3.5.1 Atalet kuvvetlerinin Dengelenmesi

Ele alınan mekanizmada 2,3 ve 4 uzuvlarının orijini  $A_0$ 'da olan  $xy$  takımındaki yer vektörleri  $\vec{r}_{G2}$ ,  $\vec{r}_{G3}$ , ve  $\vec{r}_{G4}$  olsun. Mekanizmanın göz önüne alınan konumunda toplam ağırlık merkezinin yer vektörü  $\vec{r}_G$  ile gösterilirse:

$$m_2 \vec{r}_{G_2} + m_3 \vec{r}_{G_3} + m_4 \vec{r}_{G_4} = M \vec{r}_G \quad (3.101)$$

bağıntısı mevcuttur, Şekil 3.8.



**Şekil 3.8** Her bir uzvun ağırlık merkezlerinin ve toplam ağırlık merkezinin yer vektörleri

(3.101)'deki \$M\$ hareketli uzuvların toplam kütesidir ve

$$M = m_2 + m_3 + m_4 \quad (3.102)$$

olmaktadır. Şimdi her uzva bağlı birer birim vektör tanımlayalım:

$$\left. \begin{aligned} \vec{U}_1 &= \frac{\vec{A_0B_0}}{\|\vec{A_0B_0}\|} \\ \vec{U}_2 &= \frac{\vec{A_0A}}{\|\vec{A_0A}\|} \\ \vec{U}_3 &= \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|} \\ \vec{U}_4 &= \frac{\vec{B_0B}}{\|\vec{B_0B}\|} \end{aligned} \right\} \quad (3.103)$$

(3.103) yardımıyla (3.102) bağıntısı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$m_2 r_{G2} \vec{U}_2 + m_3 (r_2 \vec{U}_2 + r_{G3} \vec{U}_3) + m_4 (r_1 \vec{U}_1 + r_{G4} \vec{U}_4) = M \vec{r}_G \quad (3.104)$$

Mekanizma kapalı kinematik zincire sahip olduğundan aşağıdaki çevrim denklemi geçerlidir

$$r_2 \vec{U}_2 + r_3 \vec{U}_3 = r_1 \vec{U}_1 + r_4 \vec{U}_4 \quad (3.105)$$

Buradan  $\vec{U}_3$  çekilebilir:

$$\vec{U}_3 = \frac{r_1}{r_3} \vec{U}_1 - \frac{r_2}{r_3} \vec{U}_2 + \frac{r_4}{r_3} \vec{U}_4 \quad (3.106)$$

(3.106), (3.104) bağıntısında kullanılırsa aşağıdaki denklem elde olunur:

$$(m_2 r_{G2} + m_3 r_2 (1 - \frac{\vec{r}_{G3}}{r_3})) \vec{U}_2 + (m_3 \vec{r}_{G3} \frac{r_1}{r_3} + m_4 r_1) \vec{U}_1 + (m_4 \vec{r}_{G4} + m_3 r_4 \frac{\vec{r}_{G3}}{r_3}) \vec{U}_4 = (m_2 + m_3 + m_4) \vec{r}_G \quad (3.107)$$

$\vec{U}_1, \vec{U}_2$  ve  $\vec{U}_4$  lineer bağımsız vektörlerdir.  $\vec{U}_1$  sabit bir vektör olduğundan (3.107)'nin ilk terimi sabit bir vektördür.  $\vec{U}_2$  ve  $\vec{U}_4$  ise doğrultuları zamanla değişen vektörler olduğundan bunların katsayılarını sıfır yapılmasıyla  $\vec{r}_G$ 'nin istasyonier olması garanti edilmiş olur. Bu durumda 2 uzvuna  $-\vec{U}_2$  doğrultusunda şiddeti:

$$m_{2D} \rho_2 = m_2 r_{G2} + m_3 r_2 (1 - \frac{\vec{r}_{G3}}{r_3}) \quad (3.108)$$

olan bir dengesizlik eklenmelidir.  $m_{2D} \rho_2$  sayısı bulunduğunda  $m_{2D}$  ve  $\rho_2$  den biri seçilip değeri bulunabilir. Burada  $m_{2D}$  2 uzvuna  $-\vec{U}_2$  doğrultusunda eklenecek olan karşı ağırlık kütlesi olup.  $\rho_2$  ise bunun ağırlık merkezinin  $A_0$  'dan olan uzaklığıdır. Benzer şekilde 4 uzvuna da  $-\vec{U}_4$  doğrultusunda şiddeti:

$$m_{4D} \rho_4 = m_4 r_{G4} + m_3 r_4 \frac{\vec{r}_{G3}}{r_3} \quad (3.109)$$

olan bir dengesizlik eklenmelidir.  $m_{4D} \rho_4$  sayısı bulununca 2 uzvunda yapıldığı gibi  $m_{4D}$  ve  $\rho_4$  ten biri seçilip diğeri hesaplanır. Burada da  $m_{4D}$  4 uzvuna  $-\vec{U}_4$  doğrultusunda eklenen karşı ağırlık, kütlesi  $\rho_4$  ise bunun ağırlık merkezinin  $B_0$  'dan olan uzaklığıdır. Bu karşı ağırlık eklendiğinde (3.107) denklemi aşağıdaki hali alır.

$$(m_3 \frac{\vec{r}_{G3}}{r_3} + m_4 + m_{4D}) r_1 \vec{U}_1 = (m_2 + m_{2D} + m_3 + m_4 + m_{4D}) \vec{r}_G \quad (3.110)$$

(3.110)'dan toplam ağırlık merkezi  $\vec{r}_G$ 'nin  $\overrightarrow{A_oB_o}$  doğrultusu üzerinde olduğu anlaşılmaktadır.

Her ne kadar şimdiye kadar anlatılan yöntemle atalet kuvvetlerinin dengelenmesi sağlandı ise de, diğer yöntemle de değinmek yararlı olacaktır. Uzunların kütle ve kütle dağılımını değiştirmek aslında ağırlık merkezlerinin mafsallar çizgisinden kaydırılmasıyla mümkün olduğu gibi atalet momentleri dengelenmesinde genel düzlemsel hareket yaptığı için sorun çıkaran biyelin formuyla oynayarak A ve B mafsallarını birbirine göre çarpma merkezi (perkasyon merkezi) yapmak diğer bir alternatiftir. Bunu kısaca açıklayalım. 3 uzvunun dinamik eşdeğer maddi noktalar sistemine indirgenmesi konusunu ele alalım. Bir maddi noktalar sisteminin düzlem halde bir rijit cisme dinamik eşdeğer olması için kütleleri eşit, ağırlık merkezleri aynı ve ayrıca ağırlık merkezinden geçen hareket düzlemine dik eksene göre kütle atalet momentleri eşit olmalıdır. Bu üç şart üç maddi nokta göz önüne alınarak sağlanabilir. Kabul edelim ki, 3 uzvunun A ve B mafsallarında ve  $G_3$  ağırlık merkezinde yer alan üç maddi nokta bu uzvu temsil etsin. Bu durumda aşağıdaki şartlar sağlanmalıdır:

$$\left. \begin{aligned} m_A + m_{G_3} + m_B &= m_3 \\ a \cdot m_A &= b \cdot m_B \\ a^2 m_A + b^2 \cdot m_B &= m_3 i_3^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.111)$$

burada  $\overrightarrow{AG_3} = a$ ,  $\overrightarrow{G_3B} = b$  ve  $i_3$  ise atalet yarıçapıdır. Bu üç denklemden  $m_A$ ,  $m_B$  ve  $m_{G_3}$  kütleleri şöyle bulunur:

$$\left. \begin{aligned} m_A &= \frac{i_3^2}{a(a+b)} m_3 \\ m_B &= \frac{i_3^2}{b(a+b)} m_3 \\ m_{G_3} &= \left(1 - \frac{i_3^2}{a \cdot b}\right) m_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.112)$$

3 uzvunun iki maddi nokta ile temsil edilebilmesi için  $m_{G_3} = 0$  olmalıdır; bu ise  $i^2 = a \cdot b$  olmasını gerektirir. Buna göre 3 uzvunda A, B' nin  $G_3$  'e göre , B de A'nın  $G_3$  'e göre çarpma merkezi (percussion center) olmalıdır. Ele alınan örnek mekanizmada  $a = b = L_3/2$  olup. 3 uzvunun  $G_3$  'e göre kütle atalet momenti  $I_{G_3} = \frac{1}{12} m_3 (L_3^2 + b_3^2)$  dir.  $b_3$  uzuv genişliğidir.  $b_3 \ll L_3$  ise  $b_3^2$   $L_3^2$ 'nin yanında ihmal edilebilir ve

$I_{G3} \cong \frac{1}{12} m_3 L_3^2$  alınabilir. Buna göre  $m_3 i_3^2 = \frac{1}{12} m_3 L_3^2$  bağıntısından mevcut haliyle  $i_3 = \sqrt{\frac{L_3^2}{12}} = \frac{L_3}{2\sqrt{3}}$  olduğu anlaşılır.  $a = \frac{L_3}{2}$ ,  $b = \frac{L_3}{2}$  olduğundan  $i_3^2 \neq a \cdot b$  olmadığı anlaşılır  $\left(\frac{L_3^2}{12} \neq \frac{L_3}{2} \cdot \frac{L_3}{2}\right)$ .  $i_3'^2 = \frac{L_3^2}{4}$  olması için 3 uzvunun mevcut kütlelerinin üç kat artırılması gerekir. Bu durumda  $I_3' = \frac{1}{12} m_3' L_3^2 = \frac{1}{12} 3 m_3 \cdot L_3^2 = m_3 \cdot \frac{L_3^2}{4}$  olur ki buradan  $i_3' = \frac{L_3}{2}$  olduğu anlaşılır. Bu noktada böyle bir yola başvurmanın mekanizmada daha dengeleme yapılmadan kütle artışına neden olacağından mahzurlu olduğu düşünülebilir. Atalet kuvvetlerinin dengelenmesi açısından bu itiraz haklıdır. Ancak ileride görüleceği gibi 3 uzvunun atalet momentinin dengelenmesi için lüzumlu dönen dengelenme çarklarına ihtiyaç olmayacaktır. Biyelin iki maddi noktaya indirgenmesinin nasıl sağlanacağını bir örnek üzerinde açıklayalım. Çubuk üniform ve prizmatik olsun.  $i_3 = \frac{L_3}{2}$  şartını sağlamak için cubuğu A ve B' den öteye  $d$  kadar uzattığımızı düşünelim. Bu  $d$  uzatma uzunluğu şöyle bulunur. Cismin yeni kütle  $m_3'$  olsun. Uzvu yeni atalet momenti  $I_{G3}'$  aşağıdaki şartı sağlamalıdır:

$$I_{G3}' = \frac{1}{12} m_3' (L + 2d)^2 = m_3' \left(\frac{L_3}{2}\right)^2 \quad (3.113)$$

Buradan

$$\frac{(L + 2d)^2}{12} = \frac{L^2}{4} \quad (3.114)$$

olması gerektiği anlaşılır. Neticede  $d$  uzunluğunu veren aşağıdaki denkleme ulaşılır:

$$d^2 + Ld - \frac{L^2}{2} = 0 \quad (3.115)$$

Buradan  $d$  uzunluğu:

$$d = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) L \quad (3.116)$$

olarak bulunur (diğer kök negatif olduğu için alınmaz). 3 uzvu aynı kalınlık ve genişlikte A mafsalının sol, B mafsalının sağ tarafına doğru  $d$  kadar uzatıldığında atalet yarıcapı  $\frac{L}{2}$  ye eşit olur ve neticede A ve B'de iki maddi nokta gibi tasavvur edilebilir. Başka bir

deyişle  $m_{3A}$  ve  $m_{3B}$  maddi noktalarının oluşturdukları atalet kuvvetlerinin  $G_3$ 'göre momentini  $-I_{G_3}\vec{\alpha}_{31}$  atalet momentine eşit olurlar. Keza bu atalet kuvvetlerinin toplamı  $-m_3\vec{a}_{G_3}$  vektörüne eşittir. Şimdi bu söylenenleri ispat edelim  $m_{3A}\vec{a}_A$  ve  $m_{3B}\vec{a}_B$  vektörlerini toplayalım:

$$m_{3a}\vec{a}_A + m_{3B}\vec{a}_B = m_{3a}\vec{a}_A + m_{3B}(\vec{a}_A + \vec{\alpha}_{31} \times \vec{AB} - \omega_{31}^2 \vec{AB}) \quad (3.117)$$

$$m_{3a}\vec{a}_A + m_{3B}\vec{a}_B = \frac{m_3}{2}\vec{a}_A + \frac{m_3}{2}(\vec{a}_A + \vec{\alpha}_{31} \times \vec{AB} - \omega_{31}^2 \vec{AB}) \quad (3.117)$$

$$m_{3a}\vec{a}_A + m_{3B}\vec{a}_B = m_3\vec{a}_A + m_3\left(\vec{\alpha}_{31} \times \frac{\vec{AB}}{2} - \omega_{31}^2 \frac{\vec{AB}}{2}\right) \quad (3.117)$$

$$m_{3a}\vec{a}_A + m_{3B}\vec{a}_B = m_3(\vec{a}_A + \vec{\alpha}_{31} \times \vec{AG}_3 - \omega_{31}^2 \vec{AG}_3) = m_3\vec{a}_{G_3} \quad (3.117)$$

atalet kuvvetleri  $m_{3A}\vec{a}_A$  ve  $m_{3B}\vec{a}_B$  olup. Toplamları da  $-m_3\vec{a}_{G_3}$  'e eşit olmaktadır. Şimdi  $m_{3A}\vec{a}_A$  ve  $m_{3B}\vec{a}_B$  vektörlerinin  $G_3$  'e göre momentleri toplamının  $I_{G_3}\vec{\alpha}_{31}$ 'e eşit olduğunu gösterelim  $G_3$  'e göre moment alalım:

$$\vec{G_3A} \times m_{3A}\vec{a}_A + \vec{G_3B} \times m_{3B}\vec{a}_B = \vec{G_3A} \times m_{3A}\vec{a}_A + \vec{G_3B} \times m_{3B}(\vec{a}_A + \vec{\alpha}_{31} \times \vec{AB} - \omega_{31}^2 \vec{AB}) \quad (3.118)$$

$$\vec{G_3A} \times m_{3A}\vec{a}_A + \vec{G_3B} \times m_{3B}\vec{a}_B = \vec{G_3A} \times m_{3A}\vec{a}_A + \vec{G_3B} \times m_{3B}\vec{a}_A + \vec{G_3B} \times (m_{3B}\vec{\alpha}_{31} \times \vec{AB}) - \vec{G_3B} \times m_{3B}\omega_{31}^2 \vec{AB} \quad (3.118)$$

$G_3$ , AB'nın orta noktası olduğundan  $\vec{G_3A} = -\vec{G_3B}$  olup ilk iki terimin toplamı sıfır olur. ( $m_{3A} = m_{3B} = \frac{m_3}{2}$ ). Keza  $\vec{G_3B}$  ve  $\vec{AB}$  çakışık vektorler olduğundan (3,118)'in son terimi de sıfır olur.

Geriye kalan  $\vec{G_3B} \times (m_{3B}\vec{\alpha}_{31} \times \vec{AB}) = m_{3B}\vec{G_3B} \times (\vec{\alpha}_{31} \times \vec{AB})$  olup  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \times (\vec{A} \times \vec{C}) - \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B})$  özdeşliği gereğince

$m_{3B} \overrightarrow{G_3B} \times (\overrightarrow{\alpha_{31}} \times \overrightarrow{AB}) = m_{3B} (\overrightarrow{\alpha_{31}}(\overrightarrow{G_3B} \cdot \overrightarrow{AB}) - \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{G_3B} \cdot \overrightarrow{\alpha_{31}}))$  olmalıdır.  $\overrightarrow{G_3B}$  ve  $\overrightarrow{\alpha_{31}}$  birbirlerine dik olduğundan son terim sıfırdır. Öte yandan  $\overrightarrow{G_3B} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{L_3^2}{2}$  olur.  $m_{3B} = \frac{m_3}{2}$  olduğundan ifadenin  $m_3 \frac{L_3^2}{4} \overrightarrow{\alpha_{31}}$  'e eşit olduğu anlaşılır. Neticede

$$\overrightarrow{G_3A} \times m_{3A} \overrightarrow{a_A} + \overrightarrow{G_3B} \times m_{3B} \overrightarrow{a_B} = m_3 \frac{L_3^2}{4} \overrightarrow{\alpha_{31}} - I_{G_3} \overrightarrow{\alpha_{31}} \quad (3.119)$$

olduğu görülmektedir. Neticede 3 uzvunun bu tarzda yeniden şekillendirilmesiyle onun A ve B'de iki maddi noktaya temsili mümkün olmaktadır. 2 ve 4 numaralı uzuvlar sabit eksenler etrafında döndüğünden karşı ağırlıklar eklemek suretiyle kütle atalet momentlerinin artması pahasına atalet kuvvetlerinin dengelenmesi mümkündür. A ve B'de 3 uzvundan kaynaklanan eşdeğer nokta kütlelerinin oluşturduğu atalet kuvvetleri de yine 2 ve 4 uzuvlarına karşı ağırlık eklemek suretiyle dengelenebilir. Bu durumda 2 ve 4 uzuvlarının ağırlık merkezleri  $A_0$  ve  $B_0$  dönme eksenlerinin dışına kayacaktır; ancak üç hareketli uzuv bir bütün yani sistem olarak düşünüldüğünde tüm atalet kuvvetlerin toplamı sıfır olacaktır.(not: D'Alembert'in tanımına göre atalet kuvvetleri  $-m\vec{a}$  vektörleridir; keza atalet momentleri de  $-I\vec{\alpha}$  ile tanımlanır. Ancak açıktır ki,  $-m\vec{a}$  vektörlerinin toplamının sıfır olması ile  $m\vec{a}$  vektörlerinin birleşkesinin sıfır olması işaret farkıyla aynı anlama gelmektedir. Dolayısıyla metinde bazı formüllerde  $m\vec{a}$  ve  $I\vec{\alpha}$  vektörlerinin kullanılması atalet kuvveti tanımına riayet edilmediği anlamına gelmez). Kabul edelim ki; 2 ve 4 uzvuna eklenen karşı ağırlıkların ağırlık merkezlerinin  $A_0$  ve  $B_0$ ' dan mesafesi sırasıyla  $\rho_2$  ve  $\rho_4$  olsun. Bu durumda bu karşı ağırlıkların miktarları şöyle hesaplanır. 2 uzvunun atalet kuvvetiyle A'daki  $m_{3A}$  kütlelerinin oluşturduğu atalet kuvvetlerinin dengelenmesi için A'de eklenmesi gerekli kütle:

$$m_{2D} = m_2 \frac{\overrightarrow{A_3G_2}}{\overrightarrow{A_0A'}} + m_{3A} \frac{\overrightarrow{A_0A'}}{\overrightarrow{A_0A'}} = m_2 \frac{L_2/2}{\rho_2} + m_{3A} \frac{L_2}{\rho_2} \quad (3.120)$$

olarak bulunur.

Keza 4 uzvunun atalet kuvvetiyle B'deki  $m_{3B}$  kütlelerinden oluşan atalet kuvvetini dengelenmesi için B'deki eklenecek olan karşı ağırlık kütlesi:

$$m_{4D} = m_4 \frac{\overrightarrow{B_3G_4}}{\overrightarrow{B_0B'}} + m_{3B} \frac{\overrightarrow{B_0B'}}{\overrightarrow{B_0B'}} = m_4 \frac{L_4/2}{\rho_4} + m_{3B} \frac{L_4}{\rho_4} \quad (3.121)$$

3 uzvunu temsil eden  $m_{3A}$  ve  $m_{3B}$  kütlelerinden kaynaklanan atalet kuvvetlerinin 2 ve 4 numaralı uzuvlara karşı ağırlıklar eklenerek dengelenebilmesi A noktasının 2 ile 3 uzuvları arasında, B noktasının da 4 ile 3 uzuvları arasında sürekli çakışık nokta olması



nedeniyle mümkündür. Sürekli çakışık noktalarda her iki uzvun lineer deplasmanı daima ortak olduğundan lineer hızları ve ivmeleri de daima eşittir. Bu nedenle 2 ve 4 uzvuna karşı ağırlıklar eklemek suretiyle  $m_{3A}\vec{a}_A$  ve  $m_{3B}\vec{a}_B$  vektörlerinin zıttı vektörler üretilebilir. Karşı ağırlıkları silindirik parçalar olarak tasavvur edelim mekanizma uzvuları alüminyumdan mamul olsun. Karşı ağırlıklar da aynı malzemeden yapılacak olursa kalınlıkları fazla olacaktır. Buna mukabil mesela çelikten yapılırsa kalınlık 1/3'e düşer. Dengelenmiş hale ait değerlerden yola çıkarak bir örnek üzerinde karşı ağırlıkların nasıl tayin edileceğini ve şekillendirilebileceğini burada açıklayalım. Uzvularının kalınlıkları eşit ve  $b=2$  cm; kalınlıkları ise 1.5cm olsun. Bu durumda kolaylık için mafsal boşlukları ihmal edildiğinde alüminyum malzeme için uzuv kütleleri şöyle bulunur:

$$m_2 = 0.3 \times 0.02 \times 0.015 \times 2700 = 0.243 \text{ kg}$$

$$m_3 = 0.6 \times 0.02 \times 0.015 \times 2700 = 0.486 \text{ kg}$$

$$m_4 = 0.7 \times 0.02 \times 0.015 \times 2700 = 0.567 \text{ kg}$$

3 uzvuna müdahale edildikten sonra uzvun yeni uzunluğu  $L_3'$ :

$$L_3' = L_3 + 2d = L_3 + 2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)L_3 = \sqrt{3} * L_3 = \sqrt{3}L_3 = \sqrt{3} * 0.6 = 1.039 \text{ m}$$

olur. Bu durumda uzvun yeni kütlesi  $m_3'$

$$m_3' = L_3 \frac{\overline{L_3'}}{L_3} = 0.486 \frac{1.039}{0.6} L_3 = \sqrt{3} * 0.486 \cong 0.842 \text{ kg}$$

olmaktadır. Çubuk simetrik uzatıldığından  $G_3$  ağırlık merkezinin yeni değişmez ve buradaki örneğimizde AB mesafesinin ortak noktasıdır.

Kontrol amacıyla 3 uzvunun bu yeni haline ait  $I'_{G_3}$  atalet momentini hesaplayalım.

$$I_{G_3} = \frac{1}{12} m_3' (L_3'^2 + b^2) \quad (3.122)$$

$$I_{G_3} = \frac{1}{12} 0.842 ((1.034)^2 + (0.02)^2) = 0.07577 \text{ kg.m}^2 \quad (3.122)$$

olarak bulunur. Bu değerinin  $m_3' \left(\frac{L_3}{2}\right)^2$  ile bulunacak sayıya eşit olması gerekir; zira =

$$i_3' = \frac{L_3}{2} \text{ olması için uzva müdahale edilmişti. } m_3' \left(\frac{L_3}{2}\right)^2 = 0.842 \left(\frac{0.6}{2}\right)^2 =$$

0.07578  $\text{kg.m}^2$  bulunur. Bu beklenen bir sonuç idi. Şimdi 2 ve 4 uzuvlarına eklenecek karşı ağırlık miktarlarını tayin edeceğiz (Not: Karşı kütle demek daha doğru olur. Ancak

yaklaşık yarım asır öncesine kadar SI yerine ağırlık sistemi kullanıldığından bu deyim hala alışkanlık eseri kullanılmaktadır).  $\rho_2 = 0.05 \text{ m}$  ,  $\rho_4 = 0.1 \text{ m}$  olsun. Buna göre  $m_{2D}$  ve  $m_{4D}$  miktarları şöyle bulunur:

$$m_{2D} = \frac{m_{3A}L_2 + m_2 \frac{L_2}{2}}{\rho_2} = \frac{0.421 * 0.3 + 0.3 \frac{0.243}{2}}{0.05} \quad (3.123)$$

$$m_{2D} = 3.255 \text{ kg.m}^2 \quad (3.123)$$

$$m_{4D} = \frac{m_{3B}L_4 + m_4 \frac{L_4}{2}}{\rho_4} = \frac{0.421 * 0.7 + 0.7 \frac{0.567}{2}}{0.1} \quad (3.124)$$

$$m_{4D} = 4.932 \text{ kg.m}^2 \quad (3.124)$$

$\rho_2$  ve  $\rho_4$  'ün farklı alınma sebebi 4 uzvunun daha uzun olmasıdır.  $\rho_4 = 0.05 \text{ m}$  alınsaydı karşı kütle 9.863 kg civarında olacaktı. Karşı ağırlıklar  $\rho_2$  ve  $\rho_4$  yarıçaplı silindirler olsun. Malzeme olarak da çelik kullanılsın. Bu durumda kalınlıklarının ne olması gerektiği aşağıdaki gibi bulunur:

$$m_{2D} = \pi \rho_2^2 h_2 d_{çelik} \quad (3.125)$$

$$m_{2D} = \pi * 0.05^2 h_2 * 7850 = 3.255 \text{ kg} \quad (3.125)$$

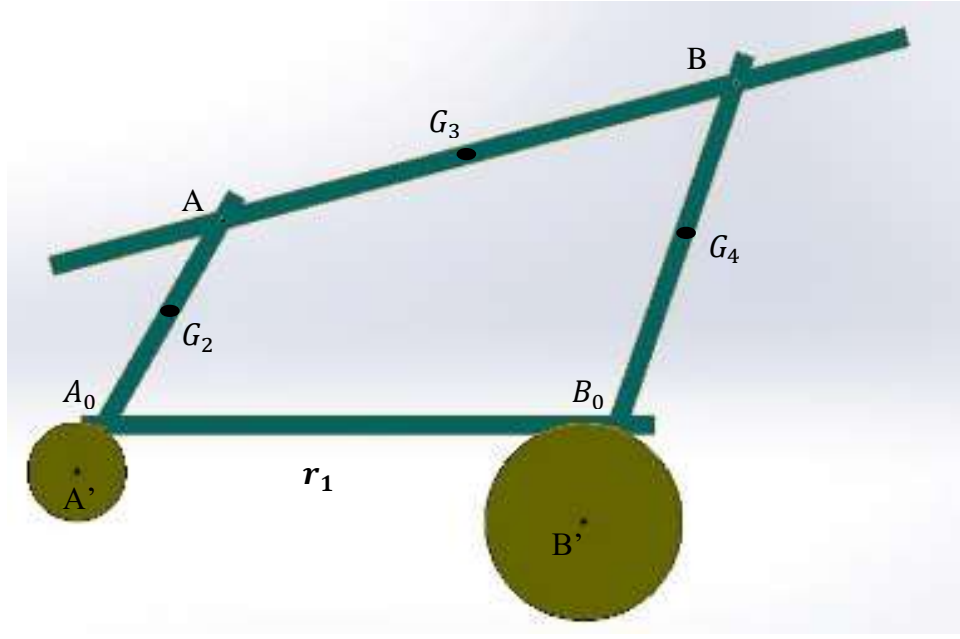
$$h_2 = \frac{3.255}{\pi * 0.05^2 * 7850} = 0.05279 \cong 0.053 \text{ m} = 53 \text{ mm} \quad (3.125)$$

$$m_{4D} = \pi \rho_4^2 h_4 d_{çelik} \quad (3.126)$$

$$m_{4D} = \pi * 0.1^2 h_4 * 7850 = 4.932 \text{ kg} \quad (3.126)$$

$$h_4 = \frac{4.932}{\pi * 0.1^2 * 7850} = 0.01999 \cong 0.02 \text{ m} = 20 \text{ mm}$$

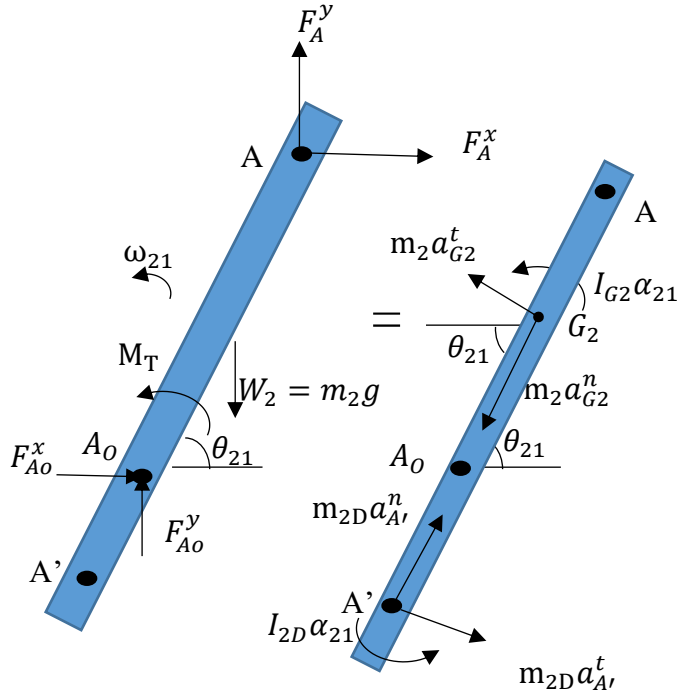
2 ve 4 uzuvlarının yeni formu şekil 3.9'deki gibi olacaktır.



**Şekil 3.9** Atalet Kuvvetlerinin dengelemesinden sonra Mekanizmanın Görünümü.

Mekanizmanın yeni fiziki değerleri gözönüne alınırsa uzuvların hareket denklemleri aşağıdaki gibi olur:

2 uzvu için



Şekil 3.10 Kısmi dengelenmiş mekanizmada 2 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı.

2 numaralı uzvun (kol) Hareket denklemleri:

$$\begin{aligned} \rightarrow: \quad F_{A_0}^x + F_A^x &= -m_2 a_{G_2}^t \sin \theta_{21} - m_2 a_{G_2}^n \cos \theta_{21} \\ + m_{2D} a_{A'}^t \sin \theta_{21} + m_{2D} a_{A'}^n \cos \theta_{21} \end{aligned} \quad (3.127)$$

$$\begin{aligned} + \uparrow: \quad F_{A_0}^y + F_A^y &= m_2 a_{G_2}^t \cos \theta_{21} - m_2 a_{G_2}^n \sin \theta_{21} \\ - m_{2D} a_{A'}^t \cos \theta_{21} + m_{2D} a_{A'}^n \sin \theta_{21} \end{aligned} \quad (3.128)$$

Ao noktasına göre alınan moment denklemi:

$$-L_2 \sin \theta_{21} F_A^x + L_2 \cos \theta_{21} F_A^y = I_{2,A_0} \alpha_{21} \quad (3.129)$$

Bu denklemlerde:

$$\left. \begin{aligned} a_{G_2}^n &= \omega_{21}^2 \frac{L_2}{2} \\ a_{G_2}^t &= \alpha_{21} \frac{L_2}{2} \\ a_{A'}^n &= \omega_{21}^2 \rho_2 \\ a_{A'}^t &= \alpha_{21} \rho_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.130)$$

olup

$$I_{2,A_0} = I_{G_2} + m_2 \left( \frac{L_2}{2} \right)^2 + I_{2D} + m_{2D} \rho_2^2 \quad (3.131)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada  $I_{2D}$  silindirik karşı ağırlığın ağırlık merkezine göre kütle atalet momenti olup

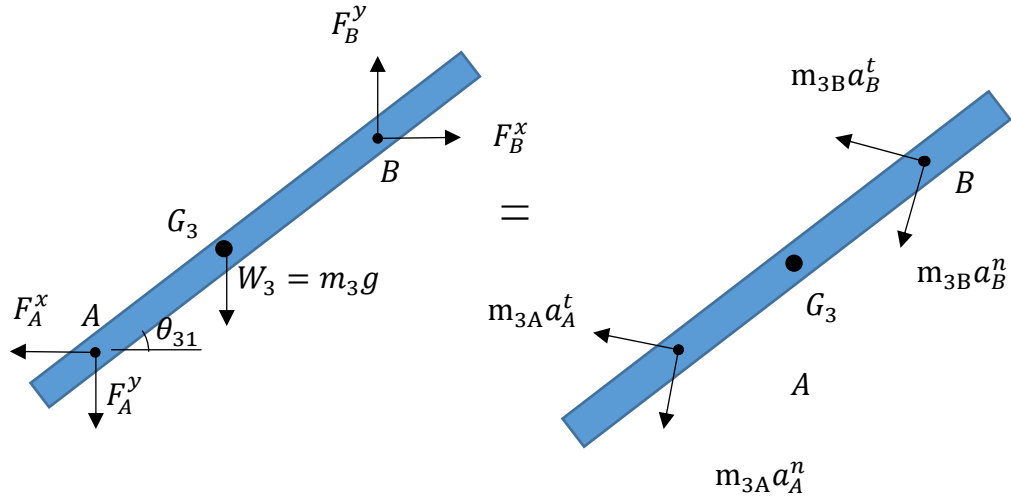
$$I_{2D} = \frac{1}{2} m_{2D} \rho_2^2 \quad (3.132)$$

bağıntısıyla bulunur. Yukarıda kabul edilen değerler kullanıldığında  $I_{2D}$

$$I_{2D} = \frac{1}{2} m_{2D} \rho_2^2 = \frac{1}{2} * 3.255 * (0.05)^2 = 0.004069 \text{ kg.m}^2 \quad (3.132)$$

olarak hesaplanır.

### 3 uzvu için



**Şekil 3.11** Kısmi dengelenmiş mekanizmada 3 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı

$$\begin{aligned} \rightarrow: \quad -F_A^x + F_B^x &= -m_{3A} a_A^t \sin \theta_{21} - m_{3A} a_A^n \cos \theta_{21} \quad (3.133) \\ -m_{3B} a_B^t \sin \theta_{41} - m_{3B} a_B^n \cos \theta_{41} \end{aligned}$$

$$+\uparrow: \quad -F_A^x + F_B^x = +m_{3A} a_B^t \cos \theta_{21} - m_{3A} a_A^n \sin \theta_{21} \quad (3.134)$$

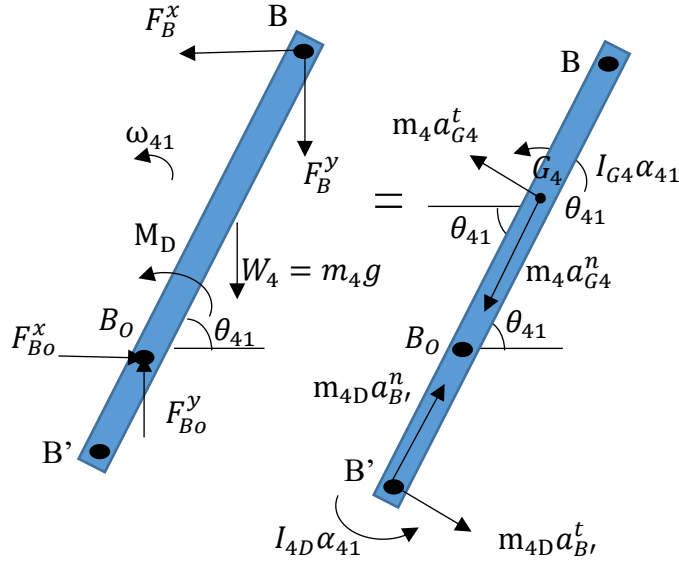
$$+m_{3B} a_B^t \cos \theta_{41} - m_{3B} a_B^n \sin \theta_{41}$$

Bo noktasına göre alınan moment denklemi:

$$-L_3 \sin \theta_{31} F_B^x + L_3 \cos \theta_{31} F_B^y = +L_3 m_{3B} \cos(\theta_{31} - \theta_{21}) a_B^n - \quad (3.135)$$

$$L_3 m_{3B} \sin(\theta_{31} - \theta_{21}) a_B^t$$

#### 4 uzvu için



**Şekil 3.12** Kısmi dengelenmiş mekanizmada 4 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı.

4 numaralı uzvun (sarkaçkol) hareket denklemleri:

$$\begin{aligned} \rightarrow: \quad -F_B^x + F_{B_0}^x &= -m_4 a_{G_4}^n \cos \theta_{41} - m_4 a_{G_4}^t \sin \theta_{41} \quad (3.136) \\ + m_{4D} a_{B'}^t \sin \theta_{41} + m_{4D} a_{B'}^n \cos \theta_{41} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + \uparrow: \quad -F_B^y + F_{B_0}^y &= -m_4 a_{G_4}^n \sin \theta_{41} + m_4 a_{G_4}^t \cos \theta_{41} \quad (3.137) \\ + m_{4D} a_{B'}^n \sin \theta_{41} - m_{4D} a_{B'}^t \cos \theta_{41} & \end{aligned}$$

$B_0$  noktasına göre alınan moment denklemi:

$$-L_4 \cos \theta_{41} F_B^y + L_4 \sin \theta_{41} F_B^x = I_{4,B_0} \alpha_{41} \quad (3.138)$$

Bu denklemlerde

$$\left. \begin{aligned} a_{G_4}^n &= \omega_{41}^2 \frac{L_4}{2} \\ a_{G_4}^t &= \alpha_{41} \frac{L_4}{2} \\ a_{B'}^n &= \omega_{41}^2 \rho_4 \\ a_{B'}^t &= \alpha_{41} \rho_4 \end{aligned} \right\} \quad (3.139)$$

olup

$$I_{4,B_0} = I_{G_4} + m_4 \left( \frac{L_4}{2} \right)^2 + I_{4D} + m_{4D} \rho_4^2 \quad (3.140)$$

ifadesiyle bulunur. Burada  $I_{4D}$ , 4 uzvunun karşı ağırlığının kendi ağırlık merkezine göre kütle atalet momenti olup

$$I_{4D} = \frac{1}{2} m_{4D} \rho_4^2 \quad (3.141)$$

ile bulunur.  $I_{4D}$  verilen fiziki değerlerle şöyle hesaplanır:

$$I_{4D} = \frac{1}{2} m_{4D} \rho_4^2 = \frac{1}{2} \times 4.932 \times (0.1)^2 = 0.02466 \text{ kg.m}^2 \quad (3.142)$$

Yukarıdaki hareket denklemleri çözüldüğünde bulunan reaksiyon kuvvetleri ve tahrik momentinin  $\theta_{21}$  açısı üzerinde değişimi Şekil 4.9 ile Şekil 4.15'te gösterilmektedir.

(3.122) ile (3.134) denklemlerinin nümerik çözümünü yapmadan da bazı sonuçlar çıkarılabilir. Mesela 3 uzvunu ele alalım. A'da ve B'de etkiyen reaksiyon kuvvetlerini  $\vec{F}_{A'}$  ve  $\vec{F}_B$  ile gösterelim. Bu durumda uzvun ötelenme hareket denklemleri vektör formunda :

$$\vec{F}_{A'} + \vec{F}_B = m_{3A} \vec{a}_A + m_{3B} \vec{a}_B \quad (3.137)$$

şeklinde olacaktır. A noktasına göre moment alındığında :

$$\vec{AB} \times \vec{F}_B = \vec{AB} \times m_{3B} \vec{a}_B \quad (3.138)$$

ve B noktasına göre moment alındığında :

$$\vec{BA} \times \vec{F}_{A'} = \vec{BA} \times m_{3A} \vec{a}_A \quad (3.138)$$

olacağı açıktır. (3.138) ve (3.139)'dan

$$\vec{F}_B = m_{3B} \vec{a}_B \quad (3.140)$$

$$\vec{F}_{A'} = m_{3A} \vec{a}_A \quad (3.141)$$

olması gerektiği görülmektedir.  $\vec{F}_{A'} = -\vec{F}_A$  olduğundan

$$\vec{F}_A = -m_{3A} \vec{a}_A \quad (3.142)$$

olacağı anlaşılır; yani A'daki mafsaldan ( $-m_{3A} \vec{a}_A$ ) atalet kuvveti doğrudan 2 uzvuna aktarılmaktadır. Öte yandan 3 uzvundan 4 uzvuna B mafsalında etkiyen reaksiyon kuvveti  $\vec{F}_{B'}$  olsun. Halbuki  $\vec{F}_{B'} = -\vec{F}_B$  olmalıdır. Buradan B mafsalında 4 uzvuna aktarılan kuvvet:

$$\vec{F}_{B'} = -m_{3B} \vec{a}_B \quad (3.143)$$

atalet kuvvetidir. (not: 3 uzvunun A ve B'yi birbirlerinin çarpma merkezi yapacak tarzda yeniden şekillendirilmesinin böyle bir analize imkân verdiği hatırlansın!)

### 3.5.2 Atalet Momentlerinin Dengelenmesi ve Tam Dengeleme Hali

Önceki alt bölümde atalet kuvvetlerinin 3 uzvuna müdahale ve lineer bağımsız vektörler yardımıyla tam dengelenmesi husunu irdelenecektir. Sarsma momenti literatürde genellikle sabit bir noktaya göre bulunan açısal momentumun türevinin ters işaretlisi olarak tanımlanmaktadır. Bu nokta koordinat merkezinin orijini olan  $A_0$  noktası alınabilir. Dolayısıyla sarsma momenti :

$$\overrightarrow{M_{S.A_0}} = -\dot{\overrightarrow{H_{A_0}}} = -\overrightarrow{M}_t - \overrightarrow{M}_d - \overrightarrow{M}_r \quad (3.144)$$

olarak tanımlanmaktadır.  $\dot{\overrightarrow{H_{A_0}}}$ 'ın açık yazılımı şöyledir:

$$\begin{aligned} -\dot{\overrightarrow{H_{A_0}}} &= \overrightarrow{A_0G_2} \times m_2 \overrightarrow{a_{G_2}} + \overrightarrow{A_0A'} \times m_{2D} \overrightarrow{a_{A'}} + \overrightarrow{A_0A} \times m_{3A} \overrightarrow{a_A} + (\overrightarrow{A_0B_0} \\ &+ \overrightarrow{B_0G_4}) \times m_4 \overrightarrow{a_{G_4}} + (\overrightarrow{A_0B_0} + \overrightarrow{B_0B'}) \times m_{4D} \overrightarrow{a_{B'}} + (\overrightarrow{A_0B_0} \\ &+ \overrightarrow{B_0B}) \times m_{3B} \overrightarrow{a_B} + I_{G_2} \times \overrightarrow{\alpha_{21}} + I_{2D} \times \overrightarrow{\alpha_{21}} + I_{G_4} \times \overrightarrow{\alpha_{41}} \\ &+ I_{4D} \times \overrightarrow{\alpha_{41}} \end{aligned} \quad (3.145)$$

vektörel çarpımların toplamının ne olacağını incelemek için yer vektörlerinin uzunlarının birim vektörleri olan  $\overrightarrow{U_2}$ ,  $\overrightarrow{U_3}$  ve  $\overrightarrow{U_4}$ 'ü kullanalım. Bu durumda:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{A_0G_2} &= \frac{L_2}{2} \overrightarrow{U_2}, \overrightarrow{A_0A'} = -\rho_2 \overrightarrow{U_2}, \overrightarrow{A_0A} = L_2 \overrightarrow{U_2}, \overrightarrow{A_0B_0} = L_1 \overrightarrow{U_1}, \\ \overrightarrow{B_0G_4} &= \frac{L_4}{2} \overrightarrow{U_4}, \overrightarrow{B_0B'} = -\rho_4 \overrightarrow{U_4}, \overrightarrow{B_0B} = L_4 \overrightarrow{U_4} \end{aligned} \quad (3.146)$$

şeklinde yazılır ve ayrıca:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a_{A'}} &= -\frac{\rho_2}{L_2} \overrightarrow{a_A} = -\frac{\rho_2}{2L_2} \overrightarrow{a_{G_2}} \\ \overrightarrow{a_{B'}} &= -\frac{\rho_4}{L_4} \overrightarrow{a_B} = -\frac{\rho_4}{2L_4} \overrightarrow{a_{G_4}} \end{aligned} \quad (3.147)$$

olduğu göz önüne alınır ve eşitlikler (3.145)'te vektörel çarpımlarda kullanılır, ayrıca:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a_A} &= \alpha_{21} \vec{k} \times L_2 \overrightarrow{U_2} - \omega_{21}^2 L_2 \overrightarrow{U_2} \\ \overrightarrow{a_B} &= \alpha_{41} \vec{k} \times L_4 \overrightarrow{U_4} - \omega_{41}^2 L_4 \end{aligned} \quad (3.148)$$

olduğu hatırd tutulursa (3.145) bağıntısının ilk altı teriminin açık ifadeleri aşağıdaki gibi olur:



$$\overrightarrow{A_oG_2} \times m_2 \overrightarrow{a_{G_2}} = \frac{L_2}{2} \overrightarrow{U_2} \times m_2 \frac{\overrightarrow{a_A}}{2} \quad (3.149)$$

$$= \frac{m_2 L_2}{2} \overrightarrow{U_2} \times \frac{1}{2} (\alpha_{21} \vec{k} \times L_2 \overrightarrow{U_2} - \omega_{21}^2 L_2 \overrightarrow{U_2})$$

$$\overrightarrow{A_oG_2} \times m_2 \overrightarrow{a_{G_2}} = \frac{m_2 L_2^2}{4} \alpha_{21} \vec{k} \quad (3.149)$$

$$\overrightarrow{A_oA'} \times m_{2D} \overrightarrow{a_{A'}} = (-\rho_2 \overrightarrow{U_2}) \times \left( \frac{m_2 L_2}{2\rho_2} + m_{3A} \frac{L_2}{\rho_2} \right) \left( -\frac{\rho_2}{L_2} \overrightarrow{a_A} \right) \quad (3.150)$$

$$\overrightarrow{A_oA'} \times m_{2D} \overrightarrow{a_{A'}} = \rho_2^2 \left( m_2 \frac{L_2}{2\rho_2} + m_{3A} \frac{L_2}{\rho_2} \right) \overrightarrow{U_2} \times (\alpha_{21} \vec{k} \times L_2 \overrightarrow{U_2} - \omega_{21}^2 L_2 \overrightarrow{U_2}) \quad (3.150)$$

$$\overrightarrow{A_oA'} \times m_{2D} \overrightarrow{a_{A'}} = \left( m_2 \frac{L_2}{2\rho_2} + m_{3A} \frac{L_2}{\rho_2} \right) \rho_2^2 \alpha_{21} \vec{k} \quad (3.150)$$

$$\overrightarrow{A_oA} \times m_{3A} \overrightarrow{a_A} = L_2 \overrightarrow{U_2} \times m_{3A} (\alpha_{21} \vec{k} \times L_2 \overrightarrow{U_2} - \omega_{21}^2 L_2 \overrightarrow{U_2}) = m_{3A} L_2 \alpha_{21} \vec{k} \quad (3.151)$$

$$(\overrightarrow{A_oB_o} + \overrightarrow{B_oG_4}) \times m_4 \overrightarrow{a_{G_4}} = \left( L_1 \overrightarrow{U_1} + \frac{L_4}{2} \overrightarrow{U_4} \right) m_4 \frac{\overrightarrow{a_B}}{2} \quad (3.152)$$

$$(\overrightarrow{A_oB_o} + \overrightarrow{B_oG_4}) \times m_4 \overrightarrow{a_{G_4}} \quad (3.152)$$

$$= \left( L_1 \overrightarrow{U_1} \times m_4 \frac{\overrightarrow{a_B}}{2} \right) + \left( \frac{L_4}{2} \overrightarrow{U_4} \times m_4 \frac{1}{2} (\alpha_{41} \vec{k} \times L_4 \overrightarrow{U_4} - \omega_{41}^2 L_4) \right)$$

$$(\overrightarrow{A_oB_o} + \overrightarrow{B_oG_4}) \times m_4 \overrightarrow{a_{G_4}} = \frac{m_4 L_1}{2} \overrightarrow{U_1} \times \overrightarrow{a_B} + \frac{m_4 L_4^2}{4} \alpha_{41} \vec{k} \quad (3.152)$$

$$(\overrightarrow{A_oB_o} + \overrightarrow{B_oB}) \times m_{3B} \overrightarrow{a_B} = (L_1 \overrightarrow{U_1} + L_4 \overrightarrow{U_4}) m_{3B} \overrightarrow{a_B} \quad (3.153)$$

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{A_oB_o} + \overrightarrow{B_oB}) \times m_{3B} \overrightarrow{a_B} & \quad (3.153) \\ & = m_{3B} L_1 \overrightarrow{U_1} \times \overrightarrow{a_B} + m_{3B} L_4 \overrightarrow{U_4} \times (\alpha_{41} \vec{k} \times L_4 \overrightarrow{U_4} - \omega_{41}^2 \overrightarrow{U_4}) \end{aligned}$$

$$(\overrightarrow{A_oB_o} + \overrightarrow{B_oB}) \times m_{3B} \overrightarrow{a_B} = m_{3B} L_1 \overrightarrow{U_1} \times \overrightarrow{a_B} + m_{3B} L_4^2 \alpha_{41} \vec{k} \quad (3.153)$$

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{A_oB_o} + \overrightarrow{B_oB'}) \times m_{4D} \overrightarrow{a_{B'}} & \quad (3.154) \\ & = (L_1 \overrightarrow{U_1} + (-\rho_4 \overrightarrow{U_4})) \times \left( m_4 \frac{L_4}{2\rho_4} + m_{3B} \frac{L_4}{\rho_4} \right) \left( -\frac{\rho_4}{L_4} \overrightarrow{a_B} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{A_oB_o} + \overrightarrow{B_oB'}) \times m_{4D} \overrightarrow{a_{B'}} & \quad (3.154) \\ & = -L_1 \overrightarrow{U_1} \times \left( m_4 \frac{L_4}{2\rho_4} + m_{3B} \frac{L_4}{\rho_4} \right) \left( -\frac{\rho_4}{L_4} \overrightarrow{a_B} \right) + (-\rho_4 \overrightarrow{U_4}) \\ & \quad \times \left( m_4 \frac{L_4}{2\rho_4} + m_{3B} \frac{L_4}{\rho_4} \right) \left( \frac{\rho_4}{L_4} \right) (\alpha_{41} \vec{k} \times L_4 \overrightarrow{U_4} - \omega_{41}^2 L_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{A_oB_o} + \overrightarrow{B_oB'}) \times m_{4D} \overrightarrow{a_{B'}} & \quad (3.154) \\ & = -m_4 \frac{L_1}{2} \overrightarrow{U_1} \times \overrightarrow{a_B} - m_{3B} \overrightarrow{U_1} \times \overrightarrow{a_B} + \left( m_4 \frac{L_4}{2\rho_4} + m_{3B} \frac{L_4}{\rho_4} \right) \rho_4^2 \alpha_{21} \vec{k} \end{aligned}$$

(3.149) ile (3.154)'ün sağ tarafları toplandığında  $L_1 \overrightarrow{U_1}$  vektörünün içeren terimleri birbirlerini sadeleştirdiğini görmek mümkündür.

Bu ifadeler (3.145)'teki diğer terimlerle bir arada ele alındığında (3.144) ile (3.145)'in yedinci teriminin toplamı 2 uzvunun orijinal halinin  $A_0$ 'a göre kütle atalet momentini verdiğini anlaşılır:

$$I_{2,A_0} = I_{G2} + m_2 \frac{L_2^2}{4} \quad (3.155)$$

Keza sekizinci terimle (3.150)'nin toplamı 2 uzvuna eklenen silindirik parçanın  $A_0$ 'a indirgenmiş kütle atalet momentidir:

Benzer şekilde dokuzuncu terimle (3.152)'nin sonucundaki ikinci teriminin toplamı  $I_{4,B_0}$ 'ı verir:

$$I_{4,B_0} = I_{G4} + m_4 \frac{L_4^2}{4} \quad (3.157)$$

Nihayet (3.155)'in son terimi ile (3.154)'in sonucundaki ikinci terimin toplamı 4 uzvuna eklenen silindirik parçanın  $B_0$ 'a indirgenmiş kütle atalet momentidir:

$$I_{4D,B_0} = I_{4D} + \left( m_4 \frac{L_4}{2\rho_4} + m_{3B} \frac{L_4}{\rho_4} \right) \rho_4^2 \quad (3.158)$$

(3.151), 3 uzvunun  $A'$ 'daki eşdeğer kütesinin 2 uzvunun dönme eksenine göre atalet momentidir ve

$$I_{3A,A_0} = m_{3A} L_2^2 \quad (3.159)$$

olur. Keza (3.153)'ün sonucundaki ikinci terimde 3 uzvunun  $B'$ 'deki eşdeğer kütesinin 4 uzvunun dönme eksenine göre atalet momentidir:

$$I_{3B,B_0} = m_{3B} L_4^2 \quad (3.160)$$

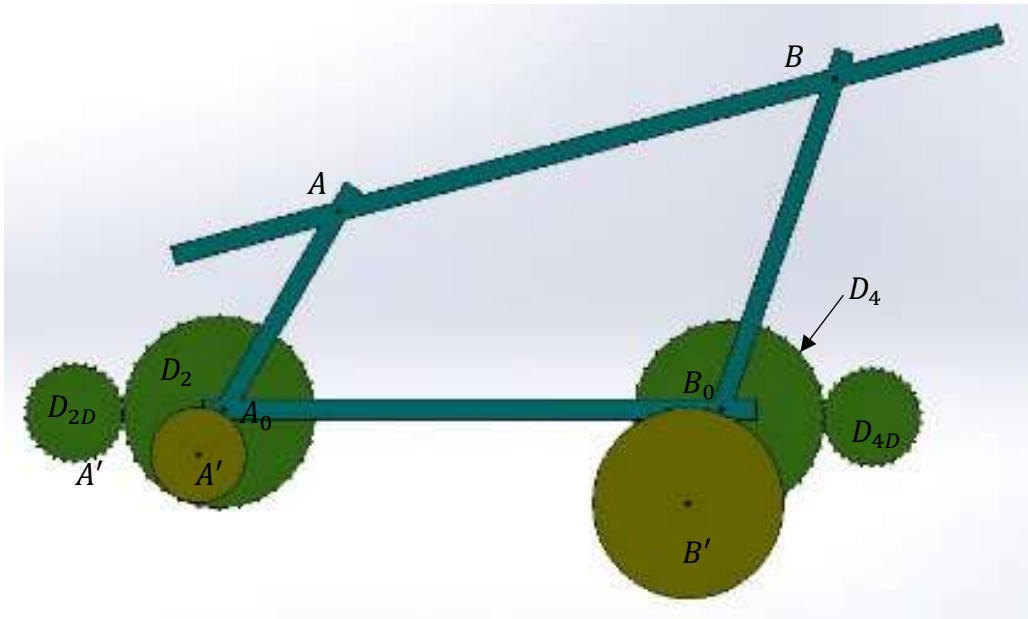
Neticede mekanizmanın  $A_0$  noktasına göre açısal momentumunun değişimi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\dot{\vec{H}}_{A_0} = (I_{2,A_0} + I_{2D,A_0} + I_{3A,A_0}) \vec{\alpha}_{21} + (I_{4,B_0} + I_{4D,B_0} + I_{3B,B_0}) \vec{\alpha}_{41} \quad (3.161)$$

Bu durumda mekanizmadaki atalet momentlerin toplamı:

$$\vec{M}_a = \dot{\vec{H}}_{A_0} \quad (3.162)$$

olmaktadır. (3.161) incelendiğinde atalet momentlerinin toplamını sıfır yapmanın 2 ve 4 uzuvlarından bu uzuvlarla rijit bağlı iki dişli (veya kasnak) yardımıyla sisteme eklenecek ve üretecekleri atalet momentlerinin toplamı mevcut değerlerin eksi işaretlisi olacak iki dişli yardımıyla yok edilebilir. Böyle bir düzenek şematik olarak Şekil 3.13'deki gibi gösterilebilir:



Şekil 3.13 Atalet momentlerini dengeleme tertibatı

Şekil 3.13’de  $D_2$  2 uzvuna rijit bağlı dişliyi,  $D_{2D}$  dengeleme dişlisini, keza  $D_4$  4 uzvuna rijit bağlı dişliyi ve  $D_{4D}$  de bu uzva ait dengeleme dişlisini göstermektedir. Tam dengelenmeden sonra 2 ve 4 uzuvlarının  $A_o$  ve  $B_o$ ’a göre kütle atalet momentleri.

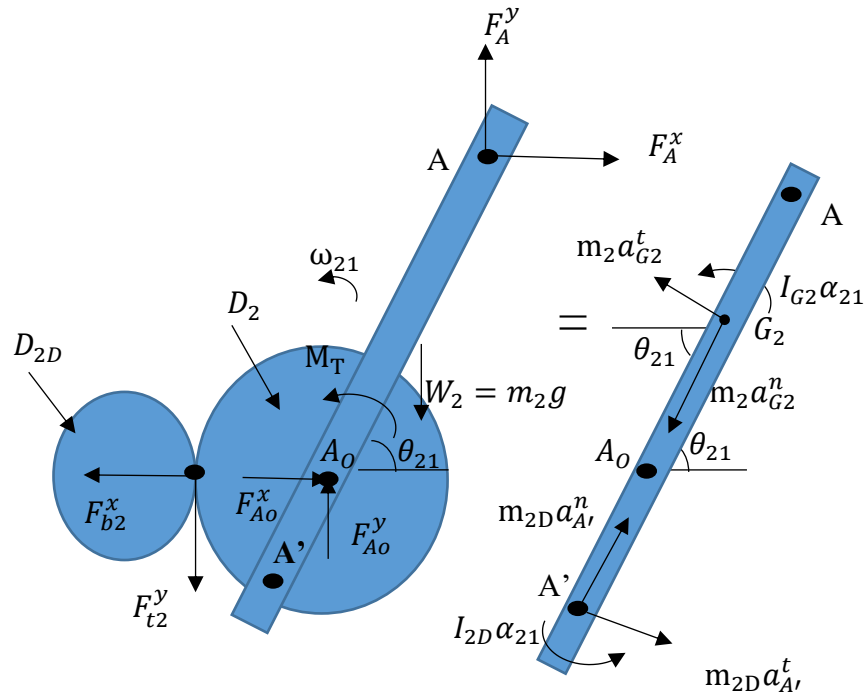
$$I_{2d} = \eta_2 (I_{2,A_o} + I_{2D,A_o} + I_{3A,A_o} + I_{D2}) \quad (3.163)$$

$$I_{4d} = \eta_4 (I_{4,B_o} + I_{4D,B_o} + I_{3B,B_o} + I_{4D}) \quad (3.164)$$

Burada  $\eta_2$  ve  $\eta_4$  (bunlar eta harfi olacak) ise çevrim oranlarıdır,  $\eta_2$  ve  $\eta_4$  1’den küçük alınırsa  $D_{2D}$  ve  $D_{4D}$  dişlilerinin açsal ivmeleri  $\alpha_{2d}$  ve  $\alpha_{4d}$ ,  $\alpha_{21}$  ve  $\alpha_{41}$ ’den büyük olur ve  $I_{2d}$  ve  $I_{4d}$  değerleri (3.163) ve (3.164)’le verilenden küçük olurlar. Ayrıca dengeleme dişlilerine bağlı dengeleme kütleleri çelikten yapılmak suretiyle boyutları küçültülebilir. Bu aşamada irdelenmesi gereken önemli bir husus da dengeleme çarklarından gövdeye intikal edecek ilave reaksiyon kuvvetlerinin ne olacağıdır. Eğer dişli çark mekanizması kullanılırsa dişlilerin temas bölgesinde  $F_{ti} = \frac{M_{id}}{r_{id}}$  şiddetinde bir teğetsel kuvveti ile  $F_{bi} = F_{ti} \tan 20^\circ$  ( $i=1,2$ ) şiddetinde bir bası kuvveti ortaya çıkacaktır. Bu kuvvetler döndüren ve döndürülen dişlilerde şiddetçe eşit, fakat zıt yönlüdürler.

Bu yeni mekanizmada hareket denklemleri şöyle olur:

### 2 uzvu için



Şekil 3.14 Tam dengelenmiş mekanizmada 2 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı.

2 numaralı uzvun (kol) Hareket denklemleri:

$$\begin{aligned} \rightarrow: \quad F_{A0}^x + F_A^x &= -F_b - m_2 a_{G2}^t \sin \theta_{21} - m_2 a_{G2}^n \cos \theta_{21} \quad (3.165) \\ + m_{2D} a_{A'}^t \sin \theta_{21} + m_{2D} a_{A'}^n \cos \theta_{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + \uparrow: \quad F_{A0}^y + F_A^y &= -F_t + m_2 a_{G2}^t \cos \theta_{21} - m_2 a_{G2}^n \sin \theta_{21} \quad (3.166) \\ - m_{2D} a_{A'}^t \cos \theta_{21} + m_{2D} a_{A'}^n \sin \theta_{21} \end{aligned}$$

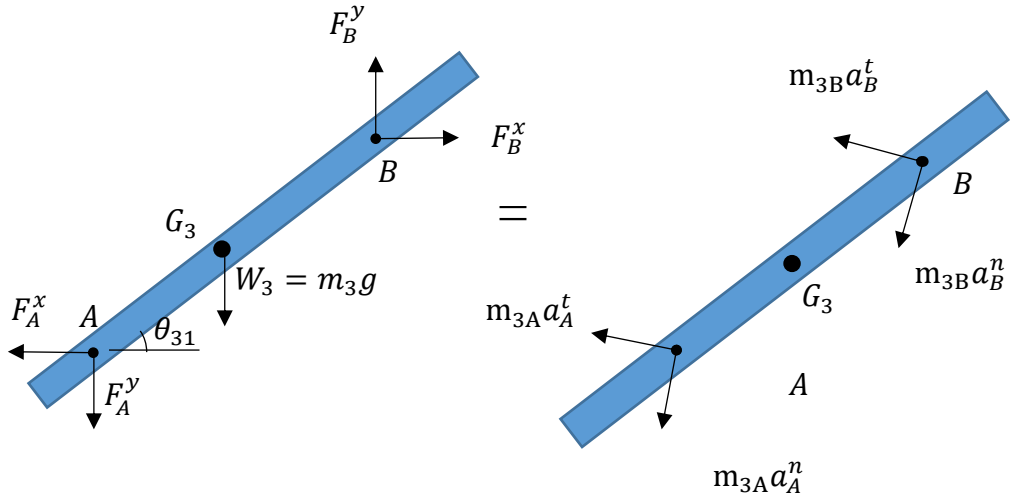
Ao noktasına göre alınan moment denklemi:

$$-L_2 \sin \theta_{21} F_A^x + L_2 \cos \theta_{21} F_A^y = F_t r_{D2} + I_{2,A0} \alpha_{21} \quad (3.167)$$

Bu denklemlerde:

$$\left. \begin{aligned} a_{G2}^n &= \omega_{21}^2 \frac{L_2}{2} \\ a_{G2}^t &= \alpha_{21} \frac{L_2}{2} \\ a_{A'}^n &= \omega_{21}^2 \rho_2 \\ a_{A'}^t &= \alpha_{21} \rho_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.168)$$

### 3 uzvu için



Şekil 3.15 Tam dengelenmiş mekanizmada 3 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı

$$\begin{aligned} \rightarrow: \quad -F_A^x + F_B^x &= -m_{3A} a_A^t \sin \theta_{21} - m_{3A} a_A^n \cos \theta_{21} \quad (3.169) \\ -m_{3B} a_B^t \sin \theta_{41} - m_{3B} a_B^n \cos \theta_{41} \end{aligned}$$

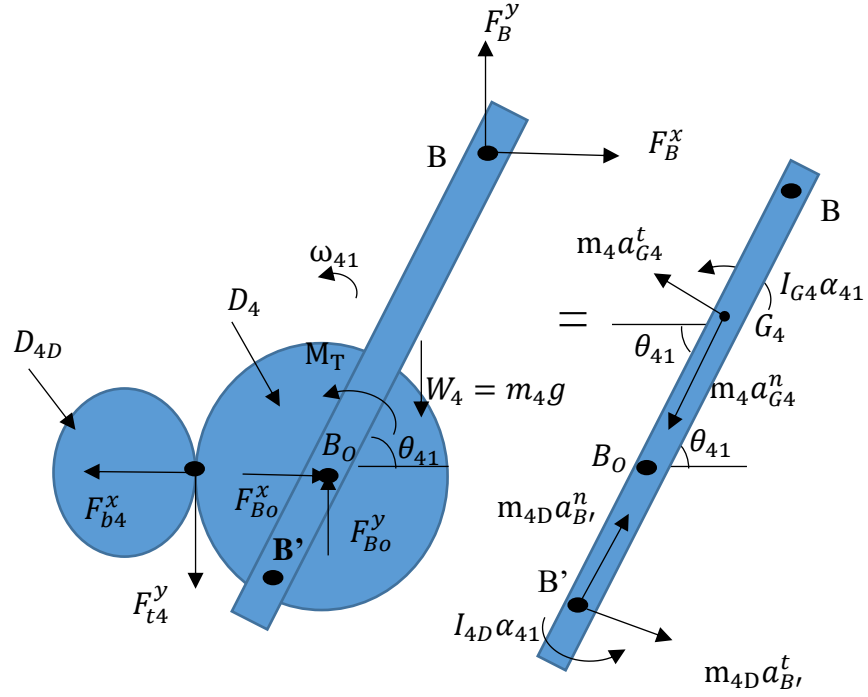
$$\begin{aligned} + \uparrow: \quad -F_A^y + F_B^y &= +m_{3A} a_B^t \cos \theta_{21} - m_{3A} a_A^n \sin \theta_{21} \quad (3.170) \\ +m_{3B} a_B^t \cos \theta_{41} - m_{3B} a_B^n \sin \theta_{41} \end{aligned}$$

Bo noktasına göre alınan moment denklemi:

$$-L_3 \sin \theta_{31} F_B^x + L_3 \cos \theta_{31} F_B^y = +L_3 m_{3B} \cos(\theta_{31} - \theta_{21}) a_B^n - (3.171)$$

$$L_3 m_{3B} \sin(\theta_{31} - \theta_{21}) a_B^t$$

**4 uzvu için**



**Şekil 3.16** Tam dengelenmiş mekanizmada 4 numaralı uzvun serbest cisim diyagramı.

4 numaralı uzvun (sarkaçkol) hareket denklemleri:

$$\begin{aligned} \rightarrow: \quad -F_B^x + F_{B_0}^x &= -F_b - m_4 a_{G_4}^n \cos \theta_{41} - m_4 a_{G_4}^t \sin \theta_{41} \quad (3.172) \\ + m_{4D} a_{B'}^t \sin \theta_{41} + m_{4D} a_{B'}^n \cos \theta_{41} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + \uparrow: \quad -F_B^y + F_{B_0}^y &= -F_t - m_4 a_{G_4}^n \sin \theta_{41} + m_4 a_{G_4}^t \cos \theta_{41} \quad (3.173) \\ + m_{4D} a_{B'}^n \sin \theta_{41} - m_{4D} a_{B'}^t \cos \theta_{41} \end{aligned}$$

B<sub>0</sub> noktasına göre alınan moment denklemi:

$$-L_4 \cos \theta_{41} F_B^y + L_4 \sin \theta_{41} F_B^x = F_t r_{D_4} + I_{4,B_0} \alpha_{41} \quad (3.174)$$

Bu denklemlerde

$$\left. \begin{aligned} a_{G4}^n &= \omega_{41}^2 \frac{L_4}{2} \\ a_{G4}^t &= \alpha_{41} \frac{L_4}{2} \\ a_{B'}^n &= \omega_{41}^2 \rho_4 \\ a_{B'}^t &= \alpha_{41} \rho_4 \end{aligned} \right\} \quad (3.139)$$

Netice itibarıyla gövdeye dengeleme dişlilerinin merkezlerinden ilave reaksiyon kuvvetleri intikal edecektir. Dolayısıyla mekanizmadan gövdeye veya gövdeden mekanizmaya aktarılan toplam yatay ve düşey kuvveti hesaplariken bu kuvvetler de hesaba katılmalıdır. Açıktır ki, bu durumda sadece  $A_0$  ve  $B_0$  mafsallarındaki reaksiyon kuvvetlerinin yatay ve düşey bileşenleri toplandığında sonuç sıfır çıkmayacaktır. Hâlbuki mekanizmada atalet kuvvetleri dengelenmiştir. Ancak mekanizma sadece üç hareketli uzvu kapsayan bir sistem olarak ele alındığında yani dengeleme dişlileri sistem harici bırakıldığında bu dişlilerden 2 ve 4 uzuvlarına gelen dişli kuvvetleri  $A_0$  ve  $B_0$ 'daki mafsal kuvvetlerinin vektörel toplamının sıfır olma şartını bozacaktır. Unutmamak lazımdır ki,  $D_{2d}$  ve  $D_{4d}$  dengeleme dişlileriyle mevcut mekanizmanın gövdeyle olan mafsal sayısı dörde çıkmış olmaktadır. Neticede  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  ve  $D_0$  mesnetlerindeki reaksiyon kuvvetlerinin vektörel toplamı gözönüne alınmalıdır ki, bu toplam da sıfır çıkmaktadır. Buna mukabil tahrik momentinde belli miktarda artış olacaktır. Zira sistemin ataleti kısmi dengelemeye göre mekanizmaya eklenen dört dişli nedeniyle artmıştır.

#### 4. BULGULAR

Bu çalışmada kol-sarkaçkol tipi bir dörtçubuk mekanizmasında atalet kuvvetleri ve atalet momentlerinin dengelenmesi konusu ele alınmıştır. Sırasıyla dengelenmemiş, atalet kuvvetleri bakımından dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) ve hem atalet kuvvetleri hem de atalet momentleri bakımından dengelenmiş (tam dengelenmiş) mekanizma halleri incelenmiş olup, bu bölümde her bir hal için reaksiyon kuvvetlerinin, tahrik momentinin ve özellikle gövdeye intikal eden kuvvetlerin krank açısına göre değişimleri verilecek ve gerekli açıklamalar yapılacaktır.

##### 4.1 Dengelenmemiş Mekanizmada Sayısal Sonuçlar

**Çizelge 4.1:**Dengelenmemiş mekanizmaya ait fiziki değerler aşağıda listelenmiştir:

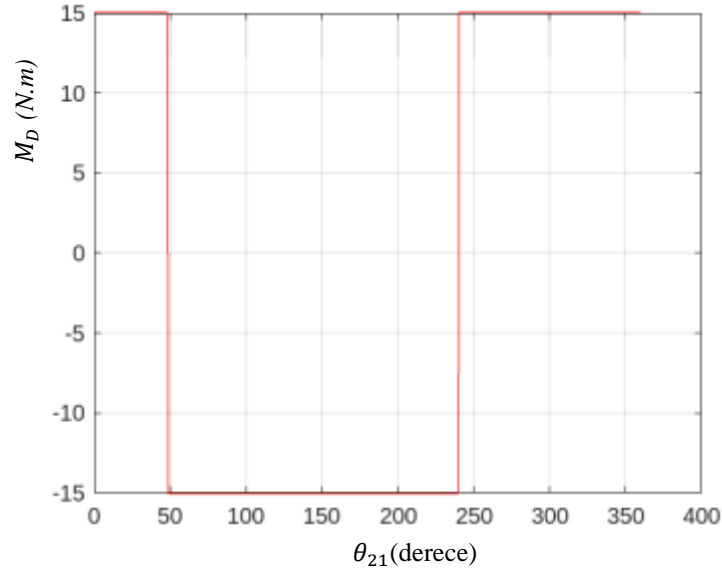
Uzuvların özellikleri	1.uzuv	2.uzuv	3.uzuv	4.uzuv
Uzunluk [m]	$r_1=0,8$	$r_2=0,3$	$r_3=0,6$	$r_4=0,7$
Ağırlık merkezi	-	$A_0G_2=r_{G2}=0,15$	$AG_3=r_{G3}=0,3$	$B_0G_4=r_{G4}=0,35$
Kütle [Kg]	-	$m_2=0,243$	$m_3=0,486$	$m_4=0,567$

Kütle atalet momentleri metinde verilen formüllerle şöyle bulunmuştur:

$$I_{G2} = 0.00183 \text{ kgm}^2, \quad I_{G3} = 0,01459 \text{ kgm}^2, \quad I_{G4} = 0,02317 \text{ kgm}^2$$

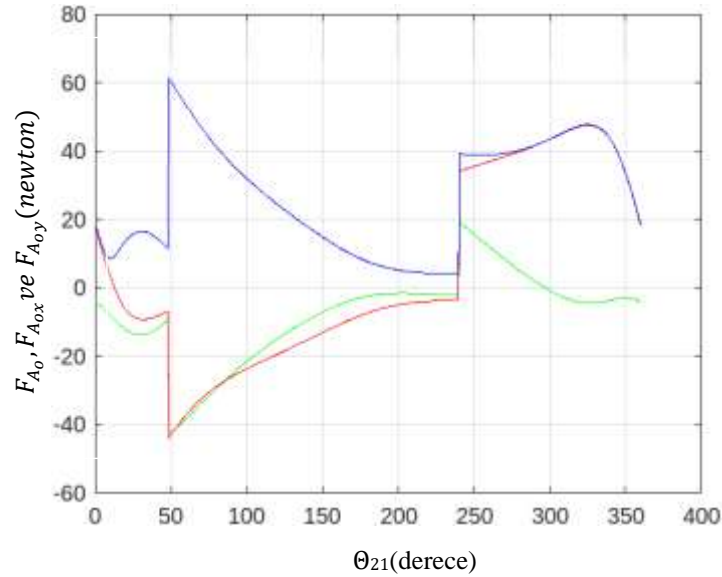
Şekil 4.1'de sarkaçkola etkiyen direnç momentinin tahrik uzvunun, yani 2 uzvunun konumuna göre değişimi bir devir için verilmiştir. Direnç momenti incelenen tüm hallerde aynıdır.



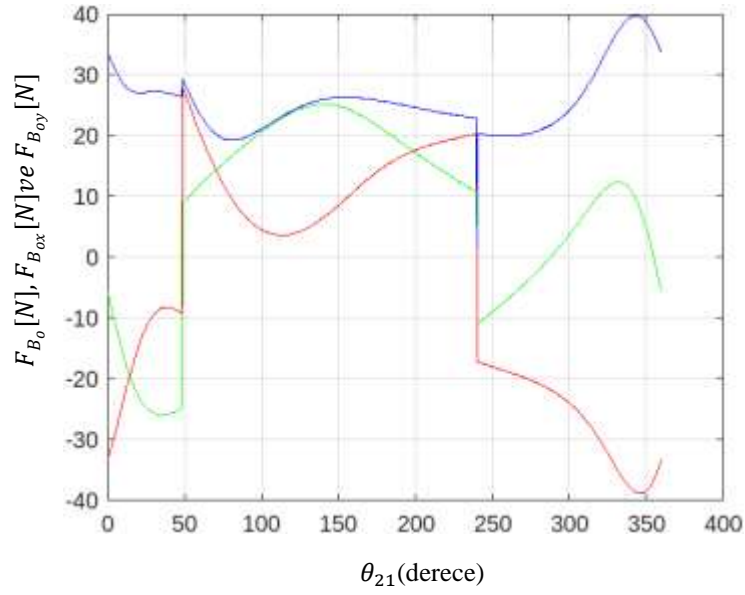


**Şekil 4.1** Mekanizmada sarkaçkola etkiyen direnç momenti. Bu moment dengeleme durumundan bağımsızdır.

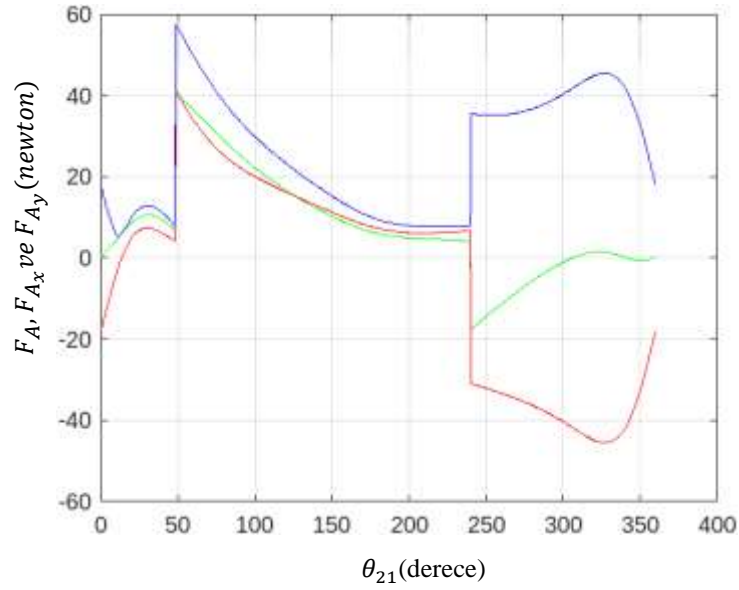
Şekil 4.2 ila 4.5'te sırasıyla  $A_0$  mafsalında gövdeden 2 uzvuna etkiyen,  $B_0$  mafsalında gövdeden 4 uzvuna etkiyen,  $A$  mafsalında 3 uzvundan 2 uzvuna ve nihayet  $B$  mafsalında 4 uzvundan 3 uzvuna etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin bileşenleri ve bileşkelerinin tahrik uzvu açısına göre değişimleri verilmiştir.



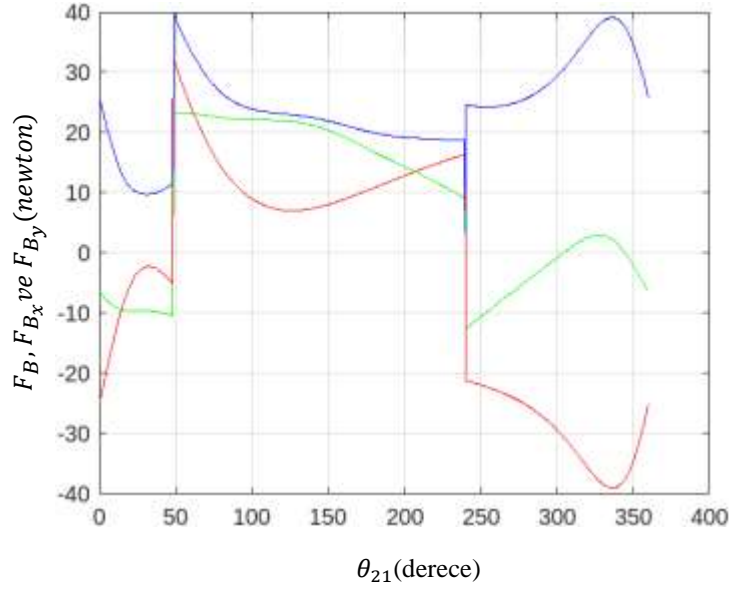
**Şekil 4.2** Dengelenmemiş mekanizmada  $A_0$  mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 2 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{A_0x}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{A_0y}$ :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_{A_0}$ :Bileşke kuvvet (mavi eğri).



**Şekil 4.3** Dengelenmemiş mekanizmada B<sub>0</sub> mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 4 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{B_{0x}}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{B_{0y}}$  : Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_{B_0}$  : Bileşke Kuvvet (mavi eğri).



**Şekil 4.4** Dengelenmemiş mekanizmada A mafsalında 2 uzvundan 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{A_x}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{A_y}$  : Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_A$  : Bileşke Kuvvet (mavi eğri).

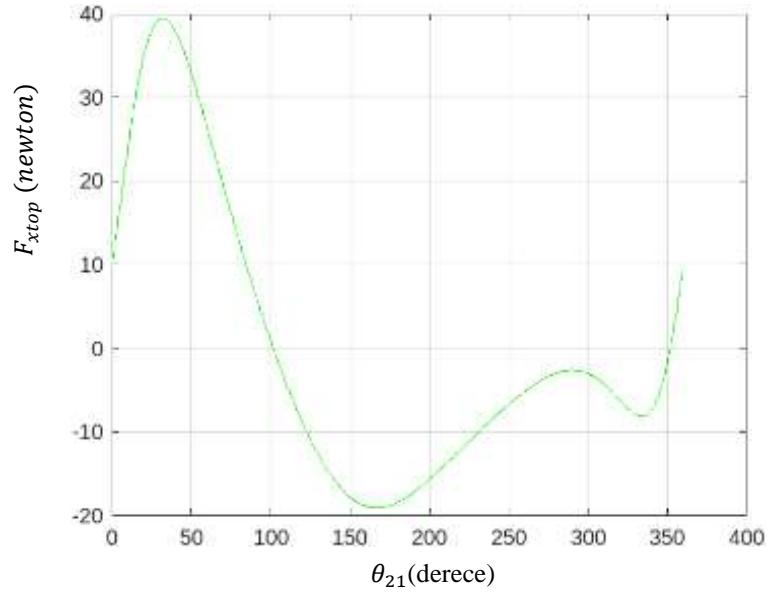


**Şekil 4.5** Dengelenmemiş mekanizmanın B noktasında 4 uzvundan 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{B_x}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{B_y}$  : Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_B$  : Bileşke Kuvvet (mavi eğri).

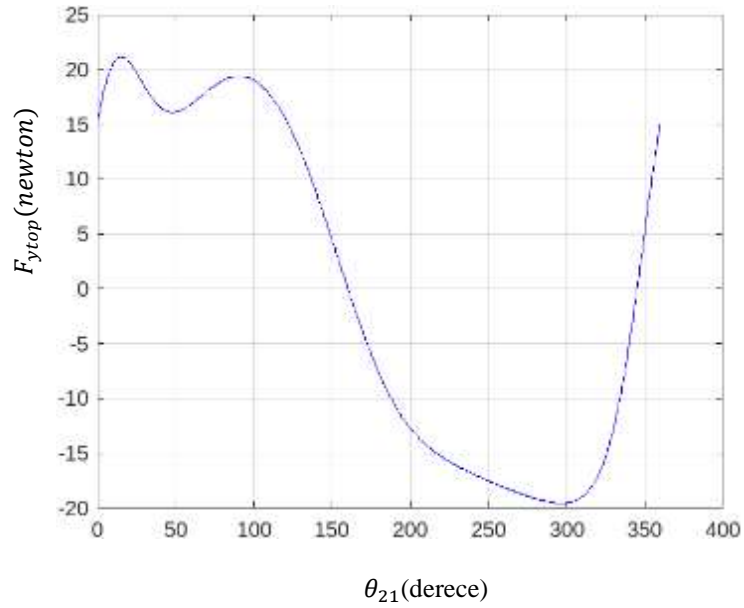
Şekil 4.2 ve Şekil 4.3 incelendiğinde mekanizmadan gövdeye gelen (ve dolayısıyla mutlak değer itibariyle gövdeden mekanizma etkileyen) reaksiyon kuvvetlerinin bileşkelerinin  $A_0$  mafsalında en fazla 60 N,  $B_0$  mafsalında ise 40 N mertebesinde olduğu görülmektedir.

Şekil 4.6’da mekanizmanın gövdeden gelen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin cebrik toplamının tahrik uzvu açısına göre değişimi gösterilmiştir. Yataydaki toplam reaksiyon kuvvetinin şiddetinin azami 40 N civarında olduğu görülmektedir.

Şekil 4.7’de ise mekanizmanın gövdeden gelen reaksiyon kuvvetlerinin dikey bileşenlerinin cebrik toplamının tahrik uzvu açısına göre değişimi gösterilmiştir. Dikeydeki reaksiyon kuvvetinin şiddetinin azami 20 N civarında olduğu görülmektedir.

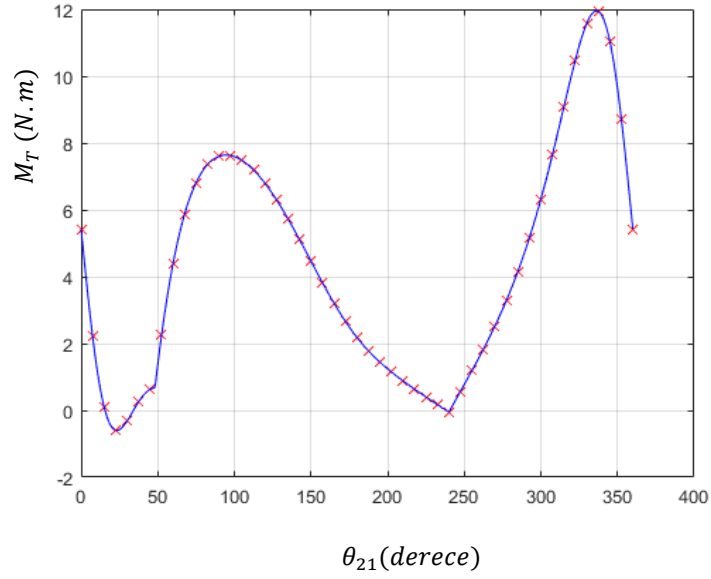


**Şekil 4.6** Dengelenmemiş mekanizmada mekanizmadan gövdeye etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamının tahrik uzvu açısına göre değişimi.



**Şekil 4.7** Dengelenmemiş mekanizmada mekanizmadan gövdeye etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin dikey bileşenlerinin toplamının tahrik uzvu açısına göre değişimi.

Şekil 4.8’de dengelenmemiş mekanizma için hem Lagrange hem de Euler-Newton metoduyla hesaplanan tahrik momenti eğrileri gösterilmiştir.

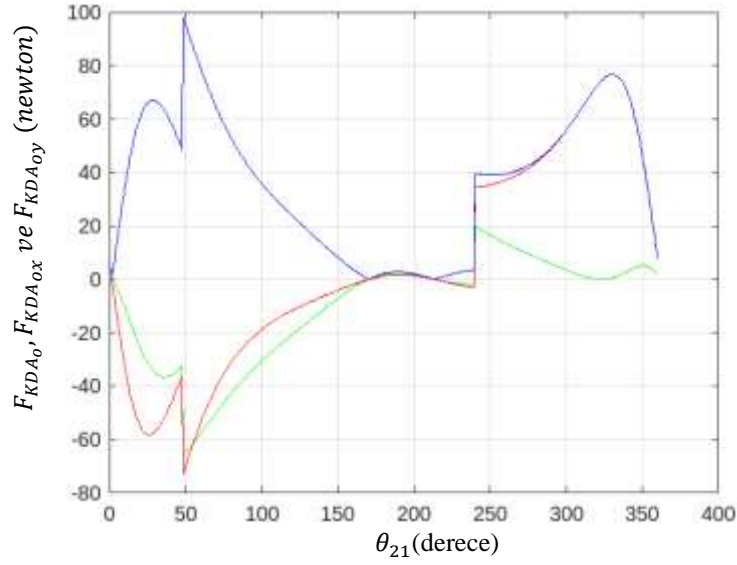


**Şekil 4.8** Dengelenmemiş mekanizmada Euler-Newton (mavi eğri) ve Lagrange(\*) işaretli eğri) metodlarına göre elde edilen tahrik momentlerinin tahrik uzvu açısına göre değişimi.

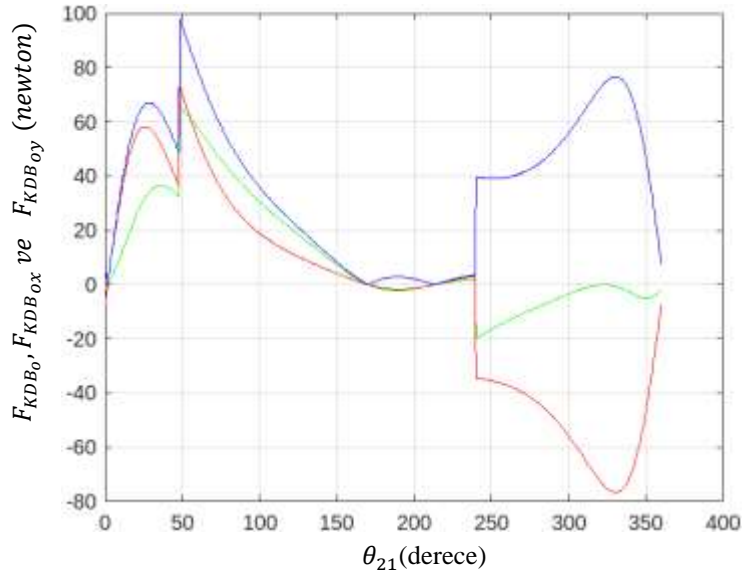
Şekil 4.8'den görüleceği üzere iki eğri birbiriyle çakışmıştır; böylece her iki metotta çıkarılan denklemlerin doğruluğu çapraz kontrole tabi tutulmuş olmaktadır. Ayrıca tahrik momentinin azami değerinin 12 N.m civarında olduğu dikkat çekmektedir.

#### 4.2 Atalet Kuvveti Dengelenmiş (Kısmi Dengelenmiş) Mekanizmada Sayısal Sonuçlar

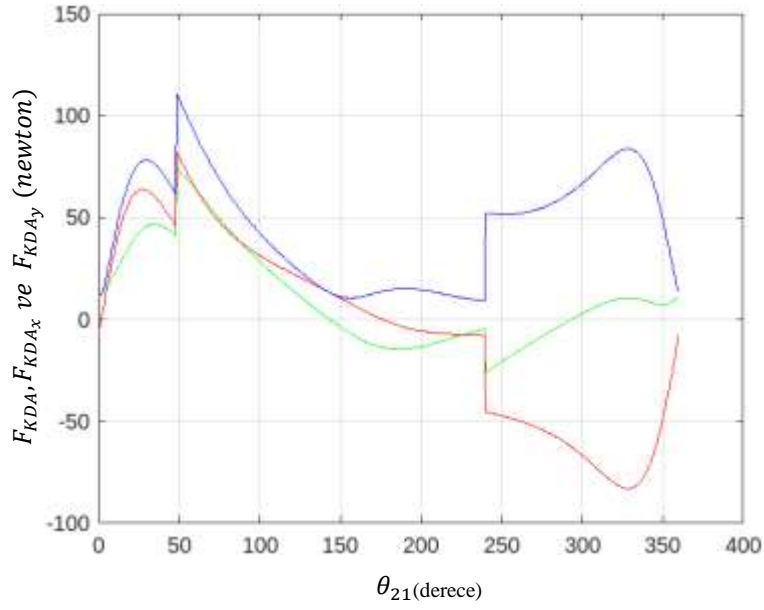
Bu alt bölümde atalet kuvvetleri dengelenmiş olan mekanizmaya ait gösterilecektir. Mekanizmanın 2 ve 4 numaralı uzuvlarına karşı ağırlık ekleyerek gövdeye intikal eden atalet kuvvetleri yok edilmeye çalışılmıştır. Dengelenmemiş halde olduğu gibi Şekil 4.9 ila 4.12'de sırasıyla  $A_0$  mafsalında gövdeden 2 uzvuna etkiyen,  $B_0$  mafsalında gövdeden 4 uzvuna etkiyen,  $A$  mafsalında 3 uzvundan 2 uzvuna ve nihayet  $B$  mafsalında 4 zvundan 3 uzvuna etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin bileşenleri ve bileşkelerinin tahrik uzvu açısına göre değişimleri verilmiştir. Kuvvetlerdeki KD indisi kısmi dengelenmiş mekanizmaya işaret etmektedir.



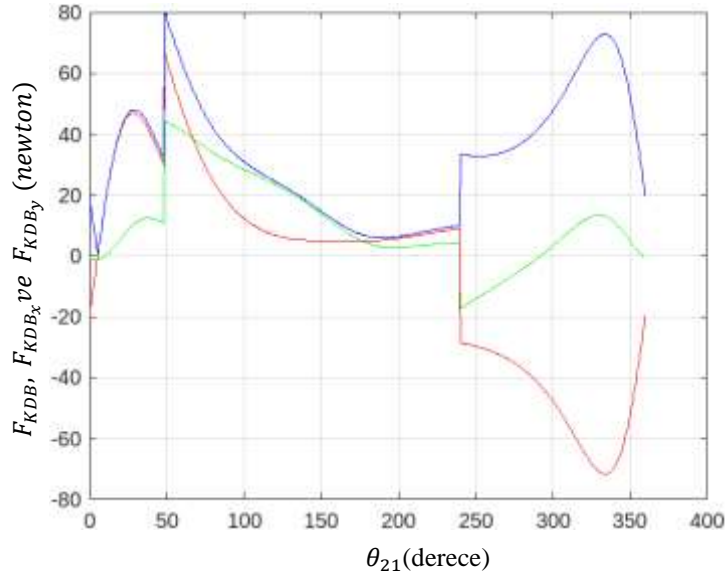
**Şekil 4.9** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) mekanizmada  $A_0$  mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 2 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{KDA_{ox}}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{KDA_{oy}}$ :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_{KDA_0}$ :Bileşke kuvvet (mavi eğri).



**Şekil 4.10** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) mekanizmada  $B_0$  mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 4 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{KDB_{ox}}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{KDB_{oy}}$ :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_{KDB_0}$ :Bileşke kuvvet (mavi eğri).

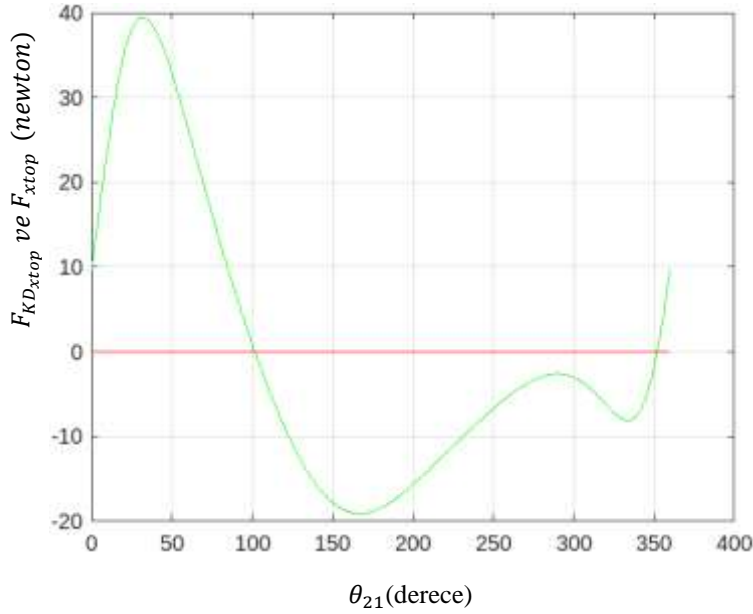


**Şekil 4.11** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) mekanizmada A mafsalında gövdeden (2 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{KDA_x}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{KDA_y}$ :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_{KDA}$ :Bileşke kuvvet (mavi eğri).



**Şekil 4.12** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) mekanizmada B mafsalında gövdeden (4 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{KDB_x}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{KDB_y}$ :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_{KDB}$ :Bileşke kuvvet (mavi eğri).

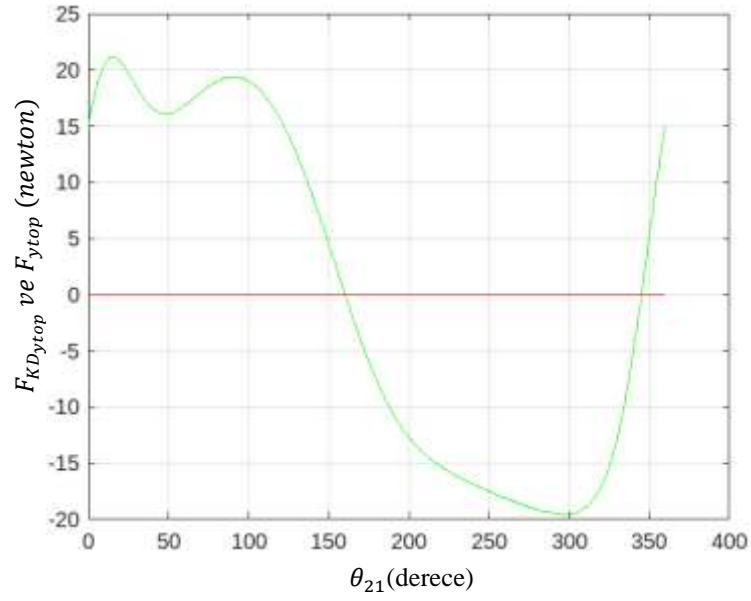
Şekil 4.13'te atalet kuvvetlerinin dengelendiği (kısmi dengelenmiş) mekanizmada mekanizmadan gövdeye intikal eden reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamının grafiği verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi bu değer sıfırdan geçen yatay bir çizgiden ibarettir (kırmızı çizgi). Mukayese amacıyla aynı bileşkenin dengelenmemiş hale ait grafiği de verilmiştir (yeşil çizgi).  $A_0$  ve  $B_0$ 'da etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenleri aynı doğrultuda olduklarından bir kuvvet çifti oluşturmazlar.



**Şekil 4.13** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) ve dengelenmemiş mekanizmada gövdeden mekanizmaya etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamının krank açısına göre değişimi.  $F_{KD_{x_{top}}}$  : Kısmi dengelenmiş mekanizma (kırmızı eğri),  $F_{x_{top}}$  : Dengelenmemiş mekanizma (yeşil eğri).

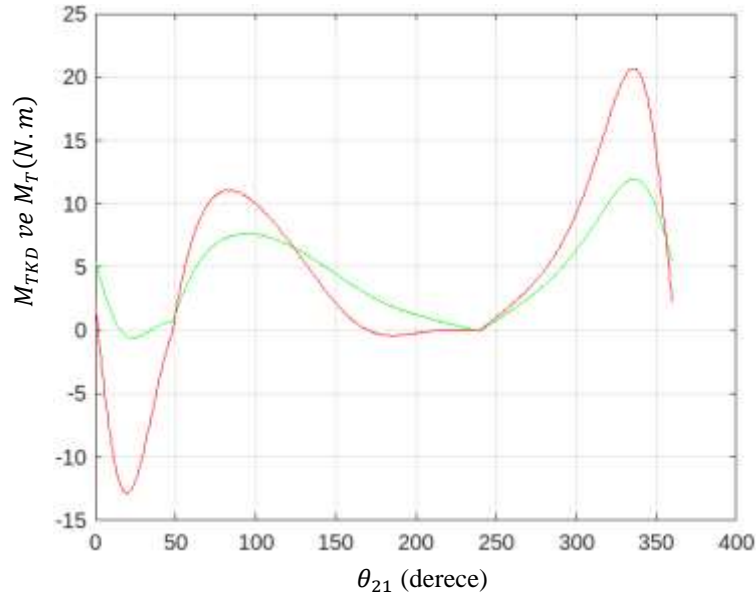
Keza Şekil 4.14'te gövdeden mekanizmaya gelen reaksiyon kuvvetlerinin düşey bileşenlerinin toplamı (kırmızı çizgi) yine mukayese amacıyla dengelenmemiş hale ait eğri (yeşil çizgi) ile beraber verilmiştir. Burada da toplam düşey kuvvetin sürekli sıfır olduğu dikkat çekmektedir. Ne var ki, bu kuvvetler paralel kuvvetler olduğundan kuvvet çifti oluştururlar. Böylece atalet kuvvetlerinin sıfırlandığı ve gövdeden mekanizmaya gelen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamının sıfır olduğu, buna mukabil düşey bileşenlerin de tahrik momenti, direnç momenti ve atalet momentlerinin toplamını dengeleyecek şekilde bir kuvvet çifti oluşturduğu görülmektedir.





**Şekil 4.14** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) ve dengelenmemiş mekanizmada gövdeden mekanizmaya etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin düşey bileşenlerinin toplamının krank açısına göre değişimi.  $F_{KD_{ytop}}$  : Kısmi dengelenmiş mekanizma (kırmızı eğri),  $F_{ytop}$  : Dengelenmemiş mekanizma (yeşil eğri).

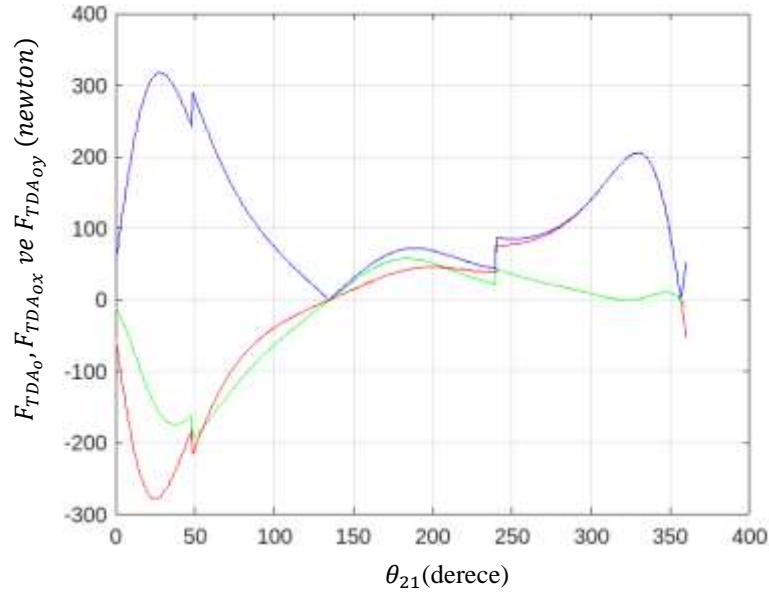
Şekil 4.15'te ise kısmi dengelenmiş mekanizmada ihtiyaç duyulan tahrik momentinin değişimi (kırmızı çizgi) mukayese amacıyla dengelenmemiş hale ait grafikte birlikte (yeşil çizgi) verilmiştir. Buradaki incelemede dinamiğin ikinci esas problemi yani ters problem ele alındığından, başka bir ifadeyle her an tahrik uzvunun ivmesinin sıfır olması şartı koşulduğundan iki eğri arasında fark fazla değildir; zira kranka yani tahrik uzvuna ait atalet momentleri sıfır olmaktadır.



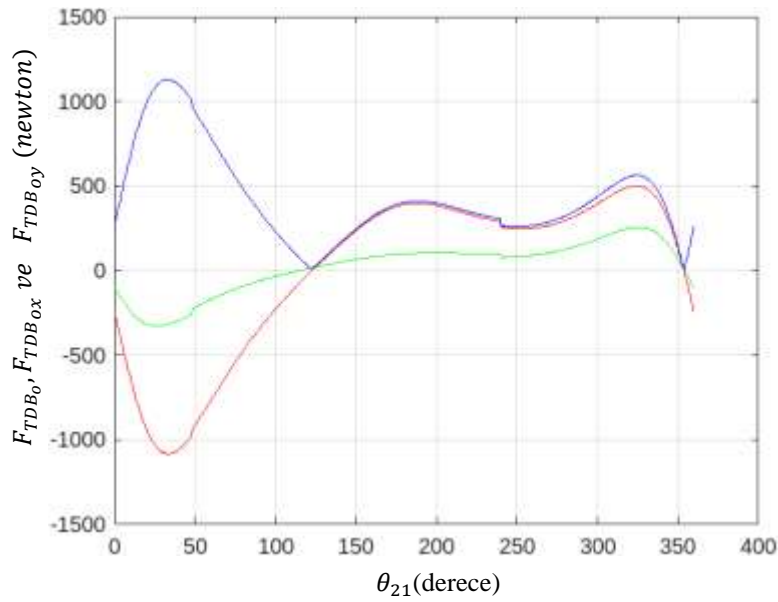
**Şekil 4.15** Atalet Kuvveti Dengelenmiş ve Dengelenmemiş Mekanizmada Euler-Newton metodu ile hesaplanan Tahrik Momenti.  $M_{TKD}$  :Kısmi dengelenmiş mekanizmada tahrik momenti (kırmızı çizgi),  $M_T$  : Dengelenmemiş mekanizmada tahrik momenti (yeşil çizgi).

### 4.3 Tam Dengelenmiş Mekanizmada Sayısal Sonuçlar

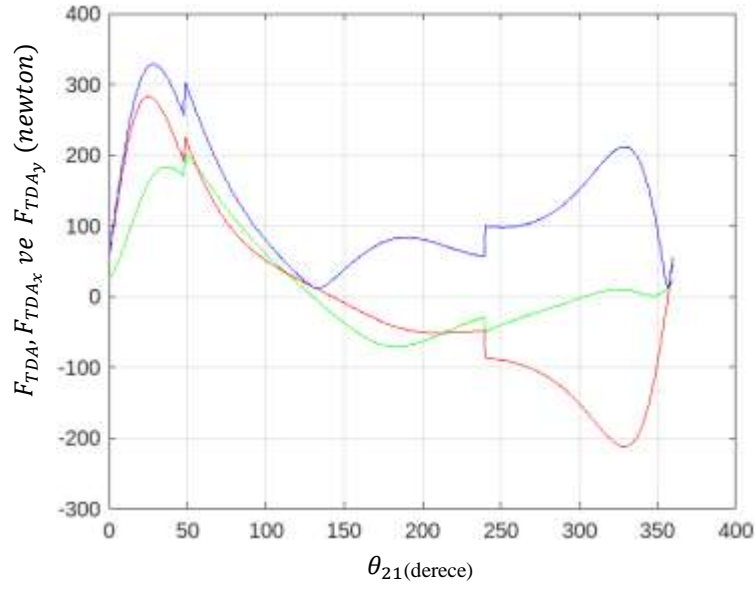
Şekil 4.16 ila Şekil 4.19’da tam dengelenmiş mekanizma için sırasıyla  $A_0$  mafsalında gövdeden 2 uzvuna etkiyen,  $B_0$  mafsalında gövdeden 4 uzvuna etkiyen, A mafsalında 3 uzvundan 2 uzvuna ve nihayet B mafsalında 4 zvundan 3 uzvuna etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin bileşenleri ve bileşkelerinin tahrik uzvu açısına göre değişimleri verilmiştir. Kuvvetlerdeki TD indisi tam dengelenmiş mekanizmaya işaret etmektedir.



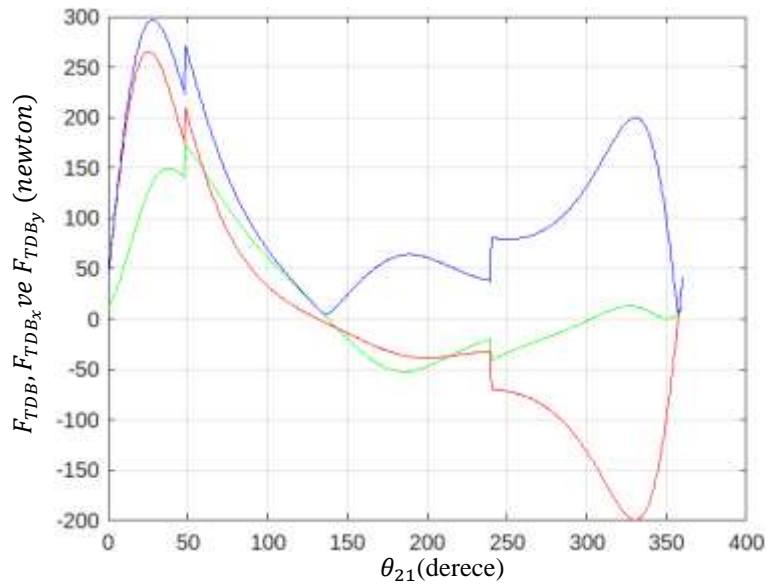
**Şekil 4.16** Tam dengelenmiş mekanizmada  $A_0$  mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 2 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{TDA_{0x}}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{TDA_{0y}}$  : Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_{TDA_0}$  : Bileşke kuvvet (mavi eğri).



**Şekil 4.17** Tam dengelenmiş mekanizmada  $B_0$  mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 4 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{TDB_{0x}}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{TDB_{0y}}$  : Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_{TDB_0}$  : Bileşke kuvvet (mavi eğri).



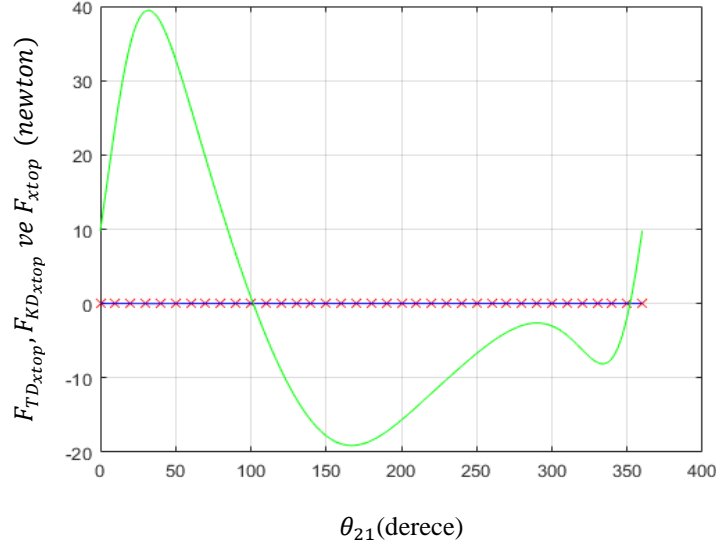
**Şekil 4.18** Tam dengelenmiş mekanizmada A mafsalında gövdeden (2 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{TDA_x}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{TDA_y}$ :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_{TDA}$ :Bileşke kuvvet (mavi eğri).



**Şekil 4.19** Tam dengelenmiş mekanizmada B mafsalında gövdeden (4 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetinin bileşenleri ve bileşkesi.  $F_{TDB_x}$  : Kuvvetin x-bileşeni (yeşil eğri),  $F_{TDB_y}$ :Kuvvetin y-bileşeni (kırmızı eğri),  $F_{TDB}$ :Bileşke kuvvet (mavi eğri).

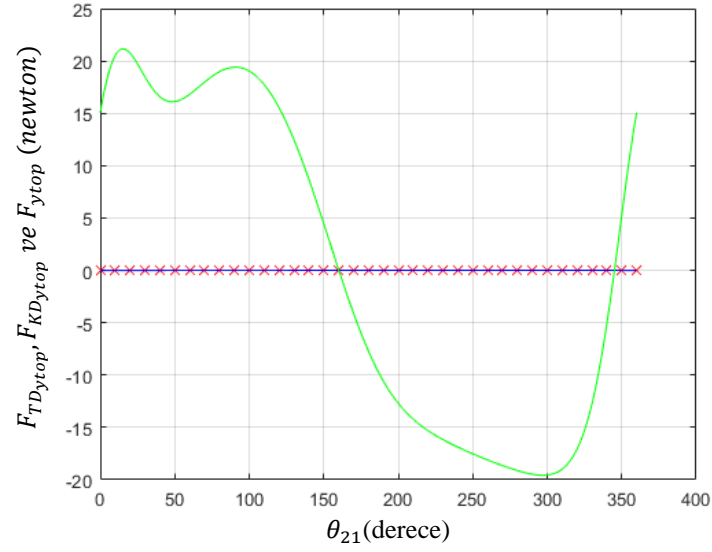
Şekil 4.20'de dengelenmemiş, kısmi dengelenmiş ve tam dengelenmiş mekanizmada gövdeden mekanizmaya gelen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamının grafiği verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi kısmi dengeleme ve tam dengeleme

hallerinde bu değer sıfırdan geçen yatay bir çizgiden ibarettir (kırmızı çizgi ve \* işaretli çizgi). Unutmamak lazımdır ki, buradaki yatay kuvvetler  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  ve  $D_0$  mafsallarından gövdeye etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenleri toplamıdır. Mukayese amacıyla aynı bileşenin dengelenmemiş hale ait grafiği de verilmiştir (yeşil çizgi). Bu dört mafsalda etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenleri aynı doğrultuda olduklarından bir kuvvet çifti oluşturmazlar.

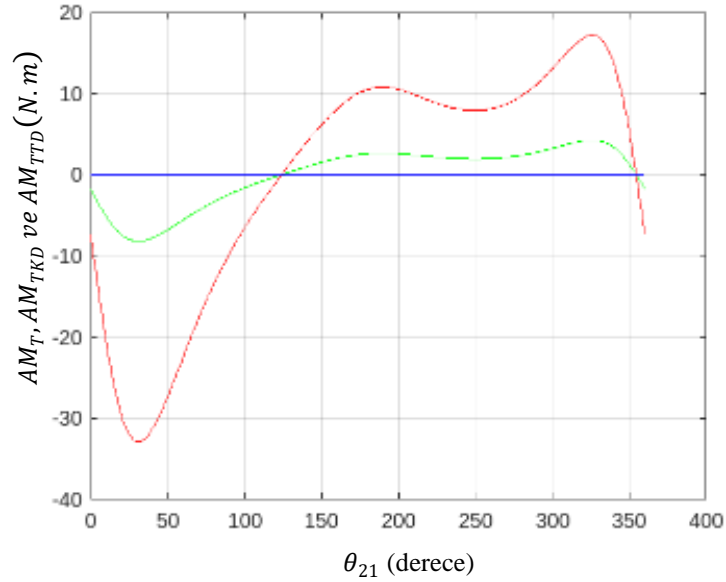


**Şekil 4.20** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) ve dengelenmemiş mekanizmada gövdeden mekanizmaya etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamının krank açısına göre değişimi.  $F_{KD_{x_{top}}}$  : Kısmi dengelenmiş mekanizma (kırmızı eğri),  $F_{TD_{x_{top}}}$  : Tam dengelenmiş mekanizma (\* eğri),  $F_{x_{top}}$  : Dengelenmemiş mekanizma (yeşil eğri).

Keza Şekil 4.21’de kısmi ve tam dengelenmiş mekanizmadan gövdeye gelen reaksiyon kuvvetlerinin düşey bileşenlerinin toplamı (kırmızı çizgi ve \* işaretli çizgi) yine mukayese amacıyla dengelenmemiş hale ait eğri (yeşil çizgi) ile beraber verilmiştir. Burada da toplam düşey kuvvetin sürekli sıfır olduğu dikkat çekmektedir. Ne var ki, bu kuvvetler paralel kuvvetler olduğundan kuvvet çiftleri oluştururlar. Böylece atalet kuvvetlerinin sıfırlandığı ve gövdeden mekanizmaya gelen reaksiyon kuvvetlerinin yatay bileşenlerinin toplamının sıfır olduğu, buna mukabil düşey bileşenlerin de tahrik momenti ve direnç momentinin toplamını dengeleyecek şekilde bir kuvvet çifti oluşturduğu görülmektedir.



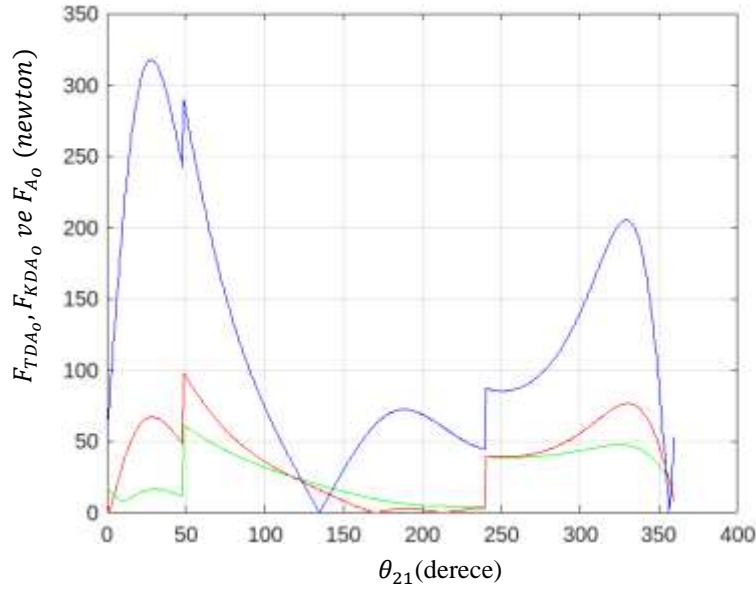
**Şekil 4.21** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş) ve dengelenmemiş mekanizmada gövdeden mekanizmaya etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin düşey bileşenlerinin toplamının krank açısına göre değişimi.  $F_{KD_{ytop}}$  : Kısmi dengelenmiş mekanizma (kırmızı eğri),  $F_{TD_{ytop}}$  : Tam dengelenmiş mekanizma (\* eğri)  $F_{ytop}$  : Dengelenmemiş mekanizma (yeşil eğri).



**Şekil 4.22** Dengelenmemiş, Kısmi dengelenmiş (Atalet Kuvvetleri Dengelenmiş) ve tam dengelenmiş mekanizmaların ürettikleri toplam atalet momentleri.  $AM_{TKD}$  :Kısmi dengelenmiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (kırmızı çizgi),  $AM_{TTD}$  : Tam Dengelenmiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (mavi çizgi).  $AM_T$  : Dengelenmemiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (yeşil çizgi).

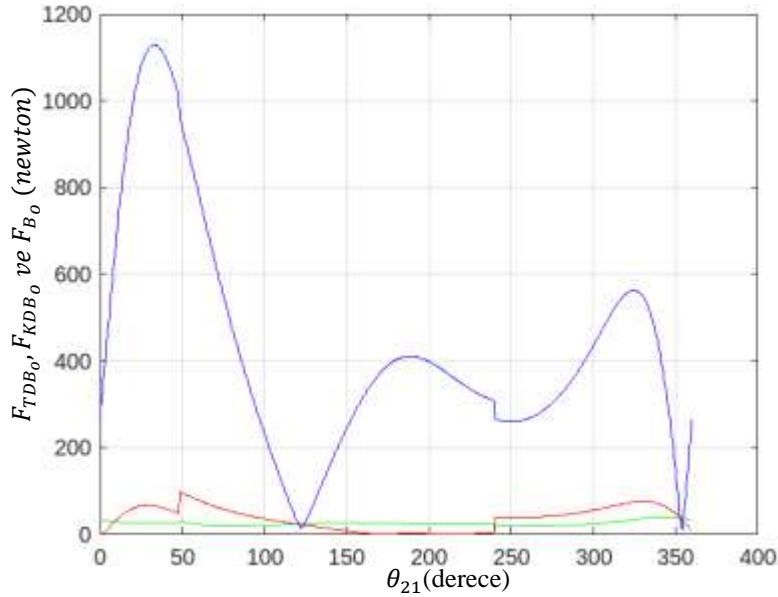
#### 4.4 Dengelenmemiş, Kısmi Dengelenmiş ve Tam Dengelenmiş Mekanizmaya Ait Sonuçların Mukayesesi

Bu alt bölümde yukarıda ele alınan üç hal için reaksiyon kuvvetlerinin bileşkelerinin ve ayrıca ihtiyaç duyulan tahrik momentlerinin grafiği bir arada verilecektir. Bu analiz neticesinde önem atfedilen kriterlere göre ( motor gücü, sistemin hacmi, maliyet v.s.) dengeleme stratejisinin ne olacağına karar verilebilir. Bu çalışmada konvansiyonel dengeleme yolu tercih edildiğinden yapılan dengeleme mekanizmanın çalıştırılmak istendiği tüm dinamik şartlar için geçerli olacaktır. Şekil 4.23 ila 4.26'da her üç hal için sırasıyla  $A_0$  mafsalında gövdeden 2 uzvuna etkiyen,  $B_0$  mafsalında gövdeden 4 uzvuna etkiyen,  $A$  mafsalında 3 uzvundan 2 uzvuna ve nihayet  $B$  mafsalında 4 zvundan 3 uzvuna etkiyen reaksiyon kuvvetlerinin bileşkelerinin tahrik uzvu açısına göre değişimleri verilmiştir. Son olarak Şekil 4.27'de her üç hal için ihtiyaç duyulan tahrik momenti eğrileri bir arada verilmektedir.



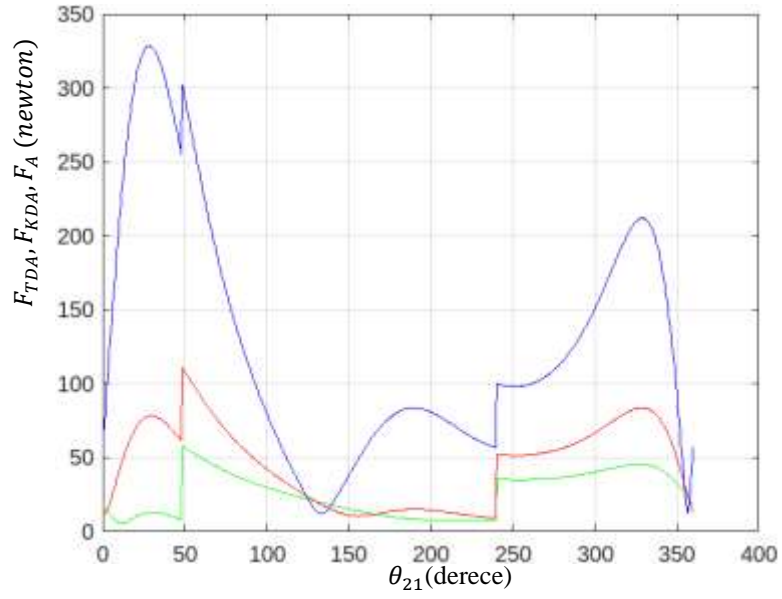
**Şekil 4.23** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş), tam dengelenmiş ve dengelenmemiş mekanizmalarda  $A_0$  mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 2 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetlerinin bileşkeleri.  $F_{TDA_0}$  : Tam dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (mavi eğri),  $F_{KDA_0}$  : Kısmi dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (kırmızı eğri),  $F_{A_0}$  : Dengelenmemiş mekanizmanın bileşke kuvveti (yeşil eğri).

Şekil 4.23 incelendiğinde  $A_0$ 'daki reaksiyon kuvvetinin şiddetinin kısmi dengelemeye nazaran üç misli arttığı gözlenmektedir. Şekil 4.24'te verilen  $B_0$ 'daki reaksiyon kuvvetleri mukayese edildiğinde tam dengeleme halinde ciddi oranda yüksektir. Bunun sebebi dengeleme dişlisinden gelen teğetsel kuvvettir. Buna mukabil Şekil 4.25 ile Şekil 4.26'ten görüleceği üzere  $A$  ve  $B$  mafsallarındaki reaksiyon kuvvetlerinin şiddeti  $A_0$ 'daki ile aynı mertebededir. Tahrik momenti eğrileri incelendiğinde beklendiği üzere dengeleme amaçlı müdahaleler mekanizmadaki kütleği değiştirmekte ve atalet momentlerini artırmaktadır. Burada karıştırılmaması gereken husus şudur: Atalet momentleri sıfırlanıyorsa niçin tahrik momenti ihtiyacı artmaktadır diye sormak anlamlı olmaz. Atalet momentleri bizatihi kendileri sıfırlanmamakta, toplamaları sıfırlanmaktadır. Dolayısıyla gövdeye intikal eden atalet kuvvetleriyle atalet momentlerinin toplamı sıfır olmaktadır.

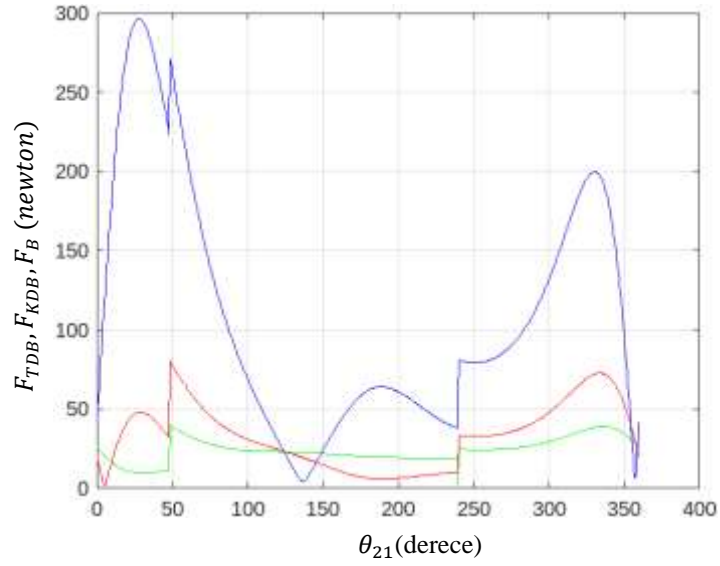


**Şekil 4.24** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş), Tam dengelenmiş ve dengelenmemiş mekanizmalarda  $B_0$  mafsalında gövdeden (1 uzvundan) 4 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetlerinin bileşkeleri.  $F_{TDB_0}$  : Tam dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (mavi eğri),  $F_{KDB_0}$  : Kısmi dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (kırmızı eğri),  $F_{B_0}$  : Dengelenmemiş mekanizmanın bileşke kuvveti (yeşil eğri).

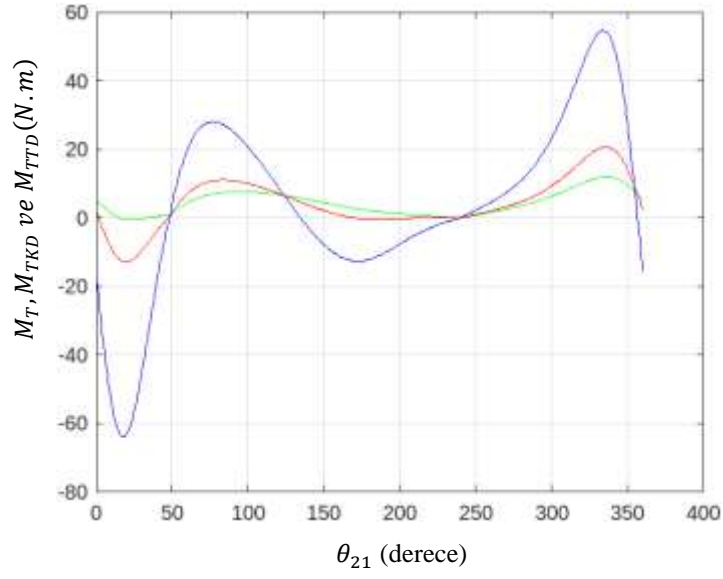




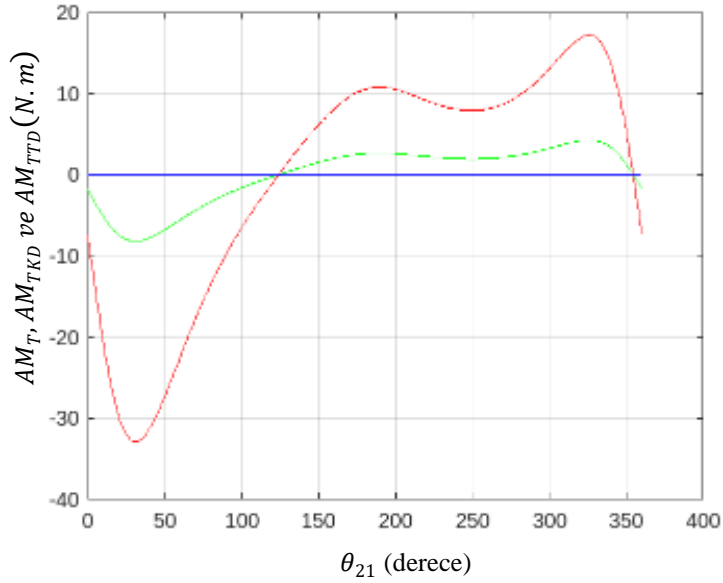
**Şekil 4.25** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş), Tam dengelenmiş ve dengelenmemiş mekanizmalarda A mafsalında gövdeden (2 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetlerinin bileşkeleri.  $F_{TDA}$  : Tam dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (mavi eğri),  $F_{KDA}$ : Kısmi dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (kırmızı eğri),  $F_A$ : Dengelenmemiş mekanizmanın bileşke kuvveti (yeşil eğri).



**Şekil 4.26** Atalet kuvvetleri dengelenmiş (kısmi dengelenmiş), Tam dengelenmiş ve dengelenmemiş mekanizmalarda B mafsalında gövdeden (4 uzvundan) 3 uzvuna gelen reaksiyon kuvvetlerinin bileşkeleri.  $F_{TDB}$  : Tam dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (mavi eğri),  $F_{KDB}$ : Kısmi dengelenmiş mekanizmanın bileşke kuvveti (kırmızı eğri),  $F_B$ : Dengelenmemiş mekanizmanın bileşke kuvveti (yeşil eğri).



**Şekil 4.27** Dengelememiş, Kısmi dengelenmiş (Atalet Kuvvetleri Dengelenmiş) ve tam dengelenmiş mekanizmada ihtiyaç duyulan tahrik momentleri.  $M_{TKD}$  :Kısmi dengelenmiş mekanizmada tahrik momenti (kırmızı çizgi),  $M_{TTD}$  : Tam Dengelenmiş mekanizmada tahrik momenti (mavi çizgi).  $M_T$  : Dengelememiş mekanizmada tahrik momenti (yeşil çizgi).



**Şekil 4.28** Dengelememiş, Kısmi dengelenmiş (Atalet Kuvvetleri Dengelenmiş) ve tam dengelenmiş mekanizmaların ürettikleri toplam atalet momentleri.  $AM_{TKD}$  :Kısmi dengelenmiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (kırmızı çizgi),  $AM_{TTD}$  : Tam Dengelenmiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (mavi çizgi).  $AM_T$  : Dengelememiş mekanizmanın ürettiği toplam atalet momenti (yeşil çizgi).

**Çizelge 4.2:** Üç mekanizma için önemli parametreler.

Parametreler	Dengelenmemiş Mekanizmadaki azami değeri	Kısmi Dengelenmiş Mekanizmadaki azami değeri	Tam Dengelenmiş Mekanizmadaki Azami değeri
A <sub>0</sub> mafsalındaki reaksiyon kuvveti [N]	65	100	320
B <sub>0</sub> mafsalındaki reaksiyon kuvveti [N]	40	90	1150
A mafsalındaki reaksiyon kuvveti [N]	55	110	330
B mafsalındaki reaksiyon kuvveti [N]	40	75	300
F <sub>xtop</sub> : toplam yataydaki reaksiyon kuvveti [N]	40	0	0
F <sub>ytop</sub> : toplam yataydaki reaksiyon kuvveti [N]	21	0	0
M <sub>i</sub> : Tahrik momenti [N.m]	12	20	62
TAM: Toplam atalet momenti [N.m]	8	33	0

## 5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu tezde bir dörtçubuk mekanizmasının tam dengelenmesi konusu ele alınmıştır. Daha önceki çalışmalarda bu konuda muhtelif metotlar önerilmiştir. Bu çalışmanın amacı bir dörtçubuk mekanizmasının karşı ağırlıklar ve dönen kütleler yardımıyla nasıl dengelenebileceğini göstermektir. Bunun için mekanizmanın hareket denklemleri iki farklı yöntemle; yani Lagrange ve Euler-Newton yöntemleri ile çıkarılmıştır. Mafsallarda sürtünme olmadığı ve tüm kinematik taleplerin karşılandığı kabulü altında doğrudan tahrik momentinin değişimi isteniyorsa Lagrange denklemi yeterlidir. Ancak reaksiyon kuvvetlerinin değişimi de isteniyorsa –ki burada şasiye intikal eden kuvvetlerin tayini için lazımdır- Euler-Newton denklemleri kaçınılmaz olmaktadır. İki farklı yaklaşım hareket denklemlerinin doğru çıkarılıp çıkarılmadığının çapraz kontrolü için de yararlı olmaktadır. Neticede ele alınan mekanizmada dengeleme yapılmadan ve yapıldıktan sonra gövdeye aktarılan sarsma kuvveti ve sarsma momentinin değişimi ile tahrik momenti ihtiyacı bulunarak karşılaştırılmıştır. Hesaplar atalet kuvvetlerinin ve atalet momentlerinin tamamen dengelendiğini, buna mukabil mekanizmada kütle artışından ötürü gerekli tahrik momentinin arttığı gözlenmiştir.

Sonuç olarak mekanizmalarda genel olarak çalışma hızında düzgünsüzlük, titreşim ve gürültü gibi olumsuz etkilere yol açmaları nedeniyle atalet kuvvetlerinin ve atalet momentlerinin dengelenmesi önem arz etmektedir. Atalet momentleri kapalı kinematik zinciri haiz bu mekanizmada ancak dengeleme çarkları kullanılarak dengelenebilir. Yukarıda da bahsedildiği üzere tam dengelenmenin bir maliyeti vardır ve bu da daha güçlü bir motordur. Buna göre tasarımı yapan kısmi veya tam dengeleme arasında bir tercihte bulunmak zorundadır.

## KAYNAKLAR

- Acevedo, M., Ceccarelli, M., & Carbone, G. (2012). Application of Counter-Rotary Counterweights to the dynamic balancing of a spatial parallel manipulator. *Applied Mechanics and Materials*, 162(2012), 224–233. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.162.224>
- Arakelian, V., Briot, S. (2015). Shaking force and shaking moment balancing of robot manipulators. In *Mechanisms and Machine Science* (Vol. 27). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-12490-2\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-12490-2_7)
- Arakelian, V. H., & Smith, M. R. (1999). Complete shaking force and shaking moment balancing of linkages. *Mechanism and Machine Theory*, 34(8), 1141–1153. [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(98\)00067-6](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(98)00067-6)
- Arakelian, V. H., & Smith, M. R. (2005). Shaking force and shaking moment balancing of mechanisms: A historical review with new examples. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 127(2), 334–339. <https://doi.org/10.1115/1.1829067>
- Bagci, C. (1982). Complete shaking force and shaking moment balancing of link mechanisms using balancing idler loops. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 104(2), 482–493. <https://doi.org/10.1115/1.3256371>
- Berkof, R. S. (1973). Complete force and moment balancing of inline four-bar linkages. *Mechanism and Machine Theory*, 8(3), 397–410. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(73\)90076-1](https://doi.org/10.1016/0094-114X(73)90076-1)
- Berkof, R. S. (1979). The input torque in linkages. *Mechanism and Machine Theory*, 14(1), 61–73. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(79\)90042-9](https://doi.org/10.1016/0094-114X(79)90042-9)
- Briot, S., & Arakelian, V. (2012). Complete shaking force and shaking moment balancing of in-line four-bar linkages by adding a class-two RRR or RRP Assur group. *Mechanism and Machine Theory*, 57, 13–26. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2012.06.004>
- Briot, S., Bonev, I. A., Gosselin, C. M., & Arakelian, V. (2009). Complete shaking force and shaking moment balancing of planar parallel manipulators with prismatic pairs. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics*, 223(1), 43–52. <https://doi.org/10.1243/14644193JMBD161>
- Ceccarelli, M., & Glazunov, V. A. (2014). Advances on theory and practice of robots and manipulators: Proceedings of ROMANSY 2014 XX CISM-IFTToMM symposium on theory and practice of robots and manipulators. *Mechanisms and Machine Science*, 22, 149–157. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-07058-2>
- Demeulenaere, B., & Berkof, R. S. (2008). Improving machine drive dynamics: A structured design approach toward balancing. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 130(8), 0823021–0823029. <https://doi.org/10.1115/1.2920473>
- Elliott, J. L., & Tesar, D. (1976). Theory of Torque, Shaking Force, and Shaking Moment Balancing of Four Link Mechanisms. *American Society of Mechanical Engineers (Paper)*, 76-WA/DE-24, 715–722.
- Esat, I., & Bahai, H. (1999). Theory of complete force and moment balancing of planer linkage mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, 34(6), 903–922. [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(98\)00073-1](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(98)00073-1)
- Feng, G. (1990). Complete shaking force and shaking moment balancing of 26 types of four-, five- and six-bar linkages with prismatic pairs. *Mechanism and Machine*

- Theory*, 25(2), 183–192. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(90\)90120-9](https://doi.org/10.1016/0094-114X(90)90120-9)
- Feng, G. (1991). Complete shaking force and shaking moment balancing of 17 types of eight-bar linkages only with revolute pairs. *Mechanism and Machine Theory*, 26(2), 197–206. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(91\)90083-G](https://doi.org/10.1016/0094-114X(91)90083-G)
- Haines, R. S. (1981). Minimum RMS shaking moment or driving torque of a force-balanced 4-bar linkage using feasible counterweights. *Mechanism and Machine Theory*, 16(3), 185–195. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(81\)90034-3](https://doi.org/10.1016/0094-114X(81)90034-3)
- Herder, J. L., & Gosselin, C. M. (2017). *A Counter-Rotary Counterweight (CRCW) for Light-Weight Dynamic Balancing*. 1–9.
- Kochev, I. S. (1990a). Full shaking moment balancing of planar linkages by a prescribed input speed fluctuation. *Mechanism and Machine Theory*, 25(4), 459–466. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(90\)90082-U](https://doi.org/10.1016/0094-114X(90)90082-U)
- Kochev, I. S. (1990b). General method for active balancing of combined shaking moment and torque fluctuations in planar linkages. *Mechanism and Machine Theory*, 25(6), 679–687. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(90\)90010-H](https://doi.org/10.1016/0094-114X(90)90010-H)
- Kochev, I. S. (2000). General theory of complete shaking moment balancing of planar linkages: A critical review. *Mechanism and Machine Theory*, 35(11), 1501–1514. [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(00\)00015-X](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(00)00015-X)
- Lowen, G. G., & Berkof, R. S. (1968). Survey of investigations into the balancing of linkages. *Journal of Mechanisms*, 3(4), 221–231. [https://doi.org/10.1016/0022-2569\(68\)90001-3](https://doi.org/10.1016/0022-2569(68)90001-3)
- Lowen, G. G., Tepper, F. R., & Berkof, R. S. (1983). Balancing of linkages-an update. *Mechanism and Machine Theory*, 18(3), 213–220. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(83\)90092-7](https://doi.org/10.1016/0094-114X(83)90092-7)
- Moore, B. (2016). *DETC2012-70034*. 1–8.
- Moore, B., Schicho, J., & Gosselin, C. M. (2009). Determination of the complete set of shaking force and shaking moment balanced planar four-bar linkages. *Mechanism and Machine Theory*, 44(7), 1338–1347. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2008.10.004>
- Van der Wijk, V., Demeulenaere, B., Gosselin, C., & Herder, J. L. (2012). Comparative Analysis for Low-Mass and Low-Inertia Dynamic Balancing of Mechanisms. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 4(3), 1–8. <https://doi.org/10.1115/1.4006744>
- van der Wijk, V., Herder, J. L., & Demeulenaere, B. (2009). Comparison of various dynamic balancing principles regarding additional mass and additional inertia. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 1(4), 1–9. <https://doi.org/10.1115/1.3211022>
- Vectors, L. I. (2015). *A new Method for Complete!! Force Balancing Simple Linkages*. 1–6.
- Ye, Z., & Smith, M. R. (1994). Complete balancing of planar linkages by an equivalence method. *Mechanism and Machine Theory*, 29(5), 701–712. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(94\)90112-0](https://doi.org/10.1016/0094-114X(94)90112-0)
- Yin, B., He, J., Xu, Y., & Li, Y. (2010). The novel design of full-balancing mechanism for single-cylinder diesel engine. *Applied Mechanics and Materials*, 37–38(2010), 1520–1524. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.37-38.1520>

EKLER

**EK 1**          Matlab programi

## EK 1. Matlab Programı

```
%eulernewton_duz
clear all
close all
r1=0.8;r2=0.3;r3=0.6;r4=0.7;r3D=1.0392; % uzuv uzunluklari metre
ah2=10;ai2=0;
m2=0.243;m3=0.486;m4=0.567;% uzuv kutleleri Kg
m3D=0.842;m2D=3.255;m4D=4.932;m3A=0.421;m3B=0.421;
g=0;b=0.02;k=0.015;A=b*k;
eta2=0.5;eta4=0.25;
IG2=(1/12)*m2*(r2^2+b^2);
IG3=(1/12)*m3*(r3^2+b^2);
IG4=(1/12)*m4*(r4^2+b^2);MD=15;
I2A0=IG2+m2*r2^2/4;
I4B0=IG4+m4*r4^2/4;
I3G3=(1/12)*m3D*(r3D^2+b^2);
I2D=0.004069;I4D=0.02466;rho2=0.05;rho4=0.1;
I2DA0=I2D+m2D*rho2^2;
I3AA0=m3A*r2^2;
ID2=0.00848;
I2KDA0=I2A0+I2DA0+I3AA0;
I2TDA0=I2KDA0+ID2;
I2d=eta2*I2TDA0;

I4DB0=I4D+m4D*rho4^2;
I3BB0=m3B*r4^2;
ID4=0.00848;
I4KDB0=I4B0+I4DB0+I3BB0;
I4TDB0=I4KDB0+ID4;
I4d=eta4*I4TDB0;

rD2=0.1;
r2d=eta2*rD2;
rD4=0.1;
r4d=eta4*rD4;
```

## % KİNEMATİK ANALİZ

```
dteta21=0.5;%teta21 acisindaki artim miktarı derece
n=360/0.5;% 2 uzvunun bir turundaki taksimat sayisi
```

```
% *****KİNEMATİK ANALİZ*****
```

## % ACILARIN HESABI

```
for i=1:n+1
    teta21=(i-1)*dteta21;
    teta21d(i)=teta21;

    a=2*r4*(r1-r2*cosd(teta21));
    b=-2*r2*r4*sind(teta21);
    c=r1^2+r2^2-r3^2+r4^2-2*r1*r2*cosd(teta21);

    A=c-a;
    B=b;
    C=c+a;
```



```

lambda1=(-B-sqrt(B^2-A*C))/A;
lambda2=(-B+sqrt(B^2-A*C))/A;

teta41_1=2*atand(lambda1);
teta41_2=2*atand(lambda2);

teta41_1d(i)=teta41_1; %teta41 degeri diziye yukleniyor
teta41_2d(i)=teta41_2; %teta42 degeri diziye yukleniyor

% teta41_1dd(i)=teta41_1d(i)+360;
% teta41_2dd(i)=teta41_2d(i)+360;

teta31_1=atan2d((-r2*sind(teta21)+r4*sind(teta41_1)),(r1-
r2*cosd(teta21)+r4*cosd(teta41_1)));
teta31_2=atan2d((-r2*sind(teta21)+r4*sind(teta41_2)),(r1-
r2*cosd(teta21)+r4*cosd(teta41_2)));

teta31_1d(i)=teta31_1;%teta31degerleri diziye yukleniyor
teta31_2d(i)=teta31_2;%teta32degerleri diziye yukleniyor

% ACISAL HIZLARIN HESABI

%Hiz tesir katsayilari yukleniyor

%f3 tesir katsayilarinin hesabi
f3_1=(-r2/r3)*(sind(teta41_1-teta21)/sind(teta41_1-teta31_1));
f3_2=(-r2/r3)*(sind(teta41_2-teta21)/sind(teta41_2-teta31_2));
%f3 tesir katsayilari yuklendi
f3_1d(i)=f3_1;
f3_2d(i)=f3_2;

%f4 tesir katsayilarinin hesabi
f4_1=(-r2/r4)*(sind(teta31_1-teta21)/sind(teta41_1-teta31_1));
f4_2=(-r2/r4)*(sind(teta31_2-teta21)/sind(teta41_2-teta31_2));
%f4 tesir katsayilari yuklendi
f4_1d(i)=f4_1;
f4_2d(i)=f4_2;

% Tesir katsayilarinin turevlerinin hesabi

f3t_1=(-r2/r3)*(cosd(teta41_1-teta21)*sind(teta41_1-teta31_1)*(f4_1-1)-
sind(teta41_1-teta21)*cosd(teta41_1-teta31_1)*(f4_1-f3_1))/(sind(teta41_1-
teta31_1))^2;
f3t_2=(-r2/r3)*(cosd(teta41_2-teta21)*sind(teta41_2-teta31_2)*(f4_2-1)-
sind(teta41_2-teta21)*cosd(teta41_2-teta31_2)*(f4_2-f3_2))/(sind(teta41_2-
teta31_2))^2;
f3t_1d(i)=f3t_1;%f3 tesir fonksiyonunun turevi diziye yukleniyor
f3t_2d(i)=f3t_2;
f4t_1=(-r2/r4)*(cosd(teta31_1-teta21)*sind(teta41_1-teta31_1)*(f3_1-1)-
sind(teta31_1-teta21)*cosd(teta41_1-teta31_1)*(f4_1-f3_1))/(sind(teta41_1-
teta31_1))^2;
f4t_2=(-r2/r4)*(cosd(teta31_2-teta21)*sind(teta41_2-teta31_2)*(f3_2-1)-
sind(teta31_2-teta21)*cosd(teta41_2-teta31_2)*(f4_2-f3_2))/(sind(teta41_2-
teta31_2))^2;
f4t_1d(i)=f4t_1;%f4 tesir fonksiyonunun turevleri diziye yukleniyor

```

```

f4t_2d(i)=f4t_2;

% Biyelin agirlik merkezinin linear hizi icin tesir katsayisinin ve
turevinin hesabi

g3_1=sqrt(r2^2+f3_1^2*r3^2/4+f3_1*r2*r3*cosd(teta31_1-teta21));
g3_2=sqrt(r2^2+f3_2^2*r3^2/4+f3_2*r2*r3*cosd(teta31_2-teta21));
g3_1d(i)=g3_1;% g3 tesir fonksiyonunun yuklenmesi;
g3_2d(i)=g3_2;
g3t_1=(f3_1*f3t_1*r3^2/2+f3t_1*r2*r3*cosd(teta31_1-teta21)-
f3_1*r2*r3*sind(teta31_1-teta21))*(f3_1-
1)/(2*sqrt(r2^2+f3_1^2*r3^2/4+f3_1*r2*r3*cosd(teta31_1-teta21)));
g3t_2=(f3_2*f3t_2*r3^2/2+f3t_2*r2*r3*cosd(teta31_2-teta21)-
f3_2*r2*r3*sind(teta31_2-teta21))*(f3_2-
1)/(2*sqrt(r2^2+f3_2^2*r3^2/4+f3_2*r2*r3*cosd(teta31_2-teta21)));
g3t_1d(i)=g3t_1;% g3 tesir fonksiyonunun turevinin yuklenmesi;
g3t_2d(i)=g3t_2;

ah3_1=f3_1*ah2;
ah3_2=f3_2*ah2;

ah3_1d(i)=ah3_1; % omega31_1 hizlari yuklendi
ah3_2d(i)=ah3_2; % omega31_2 hizlari yuklendi

ah4_1=f4_1*ah2;
ah4_2=f4_2*ah2;

ah4_1d(i)=ah4_1; % omega41_1 hizlari yuklendi
ah4_2d(i)=ah4_2; % omega31_2 hizlari yuklendi

%ACISAL IVMELERIN HESABI

% S1_1=r2*cosd(teta21)*ah2^2+r3*cosd(teta31_1)*ah3_1^2-
r4*cosd(teta41_1)*ah4_1^2+r2*sind(teta21)*ai2;
% S1_2=r2*cosd(teta21)*ah2^2+r3*cosd(teta31_2)*ah3_2^2-
r4*cosd(teta41_2)*ah4_2^2+r2*sind(teta21)*ai2;
% S2_1=r2*sind(teta21)*ah2^2+r3*sind(teta31_1)*ah3_1^2-
r4*sind(teta41_1)*ah4_1^2-r2*cosd(teta21)*ai2;
% S2_2=r2*sind(teta21)*ah2^2+r3*sind(teta31_2)*ah3_2^2-
r4*sind(teta41_2)*ah4_2^2-r2*cosd(teta21)*ai2;
%
% ai3_1=(1/r3)*(S1_1*cosd(teta41_1)+S2_1*sind(teta41_1))/sind(teta41_1-
teta31_1);
% ai3_2=(1/r3)*(S1_2*cosd(teta41_2)+S2_2*sind(teta41_2))/sind(teta41_2-
teta31_2);

ai3_1=f3t_1*ah2^2+f3_1*ai2;
ai3_2=f3t_2*ah2^2+f3_2*ai2;

ai3_1d(i)=ai3_1; % alfa31_1 acisal ivmesi diziye yukleniyor
ai3_2d(i)=ai3_2; % alfa31_2 acisal ivmesi diziye yukleniyor

% ai3_11d(i)=ai3_1; % alfa31_1 acisal ivmesi diziye yukleniyor

```

```

% ai3_21d(i)=ai3_2; % alfa31_2 acisal ivmesi diziyeye yukleniyor

% ai4_1=(1/r4)*(S1_1*cosd(teta31_1)+S2_1*sind(teta31_1))/sind(teta41_1-
teta31_1);
% ai4_2=(1/r4)*(S1_2*cosd(teta31_2)+S2_2*sind(teta31_2))/sind(teta41_2-
teta31_2);

ai4_1=f4t_1*ah2^2+f4_1*ai2;
ai4_2=f4t_2*ah2^2+f4_2*ai2;

ai4_1d(i)=ai4_1; % alfa41_1 acisal ivmesi diziyeye yukleniyor
ai4_2d(i)=ai4_2; % alfa41_2 acisal ivmesi diziyeye yukleniyor

% DENGELENMEMİŞ HAL İÇİN DİNAMİK ANALİZ

% LAGRANGE YÖNTEMİ

% Esdeger kutle atalet momentinin hesabi

I_1=I2A0+m3*(g3_1^2+f3_1^2*(r3^2)/12)+I4B0*f4_1^2; % Birinci kurulum
varyanti icin esdeger atalet momentini
%I_2=I2A0+m3*(g3_2^2+f3_2^2*(r3^2)/12)+I4B0*f4_2^2; % İkinci kurulum
varyanti icin esdeger atalet momentini

I_1d(i)=I_1; % Birinci varyant icin esdeger atalet momentini diziyeye
yukleniyor
%I_2d(i)=I_2; % İkinci varyant icin esdeger atalet momentini diziyeye
yukleniyor

% Esdeger kutle atalet momentinin turevinin hesabi

It_1=2*m3*(g3_1*g3t_1+f3_1*f3t_1*(r3^2)/12)+2*I4B0*f4_1*f4t_1; % Birinci
varyant icin atalet teriminin turevi
%It_2=2*m3*(g3_2*g3t_2+f3_2*f3t_2*(r3^2)/12)+2*I4B0*f4_2*f4t_2; % İkinci
varyant icin atalet teriminin turevi

It_1d(i)=It_1;%Birinci varyant icin atalet teriminin turevi diziyeye
yukleniyor
%It_2d(i)=It_2;%İkinci varyant icin atalet teriminin turevi diziyeye
yukleniyor

%Direnc momentinin tanimlanmasi

MD_1d(i)=-sign(f4_1d(i))*MD;
%MD_2d(i)=-sign(f4_2d(i))*MD;

% Gerekli tahrik momentinin hesabi

MT_1=I_1*ai2+0.5*It_1*ah2^2-f4_1*MD_1d(i);%Birinci varyant icin tahrik
momentini
%MT_2=I_2*ai2+0.5*It_2*ah2^2-f4_2*MD_2d(i);%İkinci varyant icin tahrik
momentini

MT_1d(i)=MT_1;%Birinci varyant icin tahrik momentini diziyeye yukleniyor
%MT_2d(i)=MT_2;%İkinci varyant icin tahrik momentini diziyeye yukleniyor

```

```

% Gerekli motor gucunun hesabi

P_1d(i)=MT_1d(i)*ah2/1000;
%P_2d(i)=MT_2d(i)*ah2/1000;

% EULER-NEWTON METODU

% TAHRIK MOMENTI VE MAFSAL KUVVETLERININ
% BULUNMASI ( BIRINCI KINEMATIK VARYANT ICIN )

% Agirlik merkezlerinin ivmelerinin hesabi

aG2x=-(1/2)*r2*(ah2^2*cosd(teta21)+ai2*sind(teta21));
aG2y=(1/2)*r2*(-ah2^2*sind(teta21)+ai2*cosd(teta21));
aG3x=-r2*(ah2^2*cosd(teta21)+ai2*sind(teta21))-
(1/2)*r3*(ah3_1^2*cosd(teta31_1)+ai3_1*sind(teta31_1));
aG3y=r2*(-ah2^2*sind(teta21)+ai2*cosd(teta21))+(1/2)*r3*(-
ah3_1^2*sind(teta31_1)+ai3_1*cosd(teta31_1));
aG4x=-(1/2)*r4*(ah4_1^2*cosd(teta41_1)+ai4_1*sind(teta41_1));
aG4y=(1/2)*r4*(-ah4_1^2*sind(teta41_1)+ai4_1*cosd(teta41_1));

% Uzuvarin hareket denklemlerindeki bilinmeyenlerin katsayilarinin
% katsayÄlar matrisi K'ya yuklenmesi (Bilinmeyenler: 8 adet reaksiyon
% kuvveti ve 1 adet tahrik moment; toplam 9 bilinmeyen)

K=zeros(9,9);

K(1,1)=1;K(1,3)=1;
K(2,2)=1;K(2,4)=1;
K(3,3)=-r2*sind(teta21);
K(3,4)=r2*cosd(teta21);
K(3,9)=1;
K(4,3)=-1;K(4,5)=1;
K(5,4)=-1;K(5,6)=1;
K(6,5)=-r3*sind(teta31_1);
K(6,6)=r3*cosd(teta31_1);
K(7,5)=-1;K(7,7)=1;
K(8,6)=-1;K(8,8)=1;
K(9,5)=r4*sind(teta41_1);
K(9,6)=-r4*cosd(teta41_1);

% Sag taraf vektorunun yuklenmesi

s(1,1)=m2*aG2x;
s(2,1)=m2*g+m2*aG2y;
s(3,1)=(1/2)*r2*cosd(teta21)*m2*g+I2A0*ai2;
s(4,1)=m3*aG3x;
s(5,1)=m3*g+m3*aG3y;
s(6,1)=(1/2)*r3*cosd(teta31_1)*m3*g+IG3*ai3_1+...
(1/2)*r3*m3*(aG3y*cosd(teta31_1)-aG3x*sind(teta31_1));
s(7,1)=m4*aG4x;
s(8,1)=m4*g+m4*aG4y;
s(9,1)=sign(ah4_1)*MD+(1/2)*r4*cosd(teta41_1)*m4*g+I4B0*ai4_1;

% Cozum vektorunun bulunmasi

```

```

detKd(i)=det(K);

f=inv(K)*s;

% Grafikler icin cozum vektörünü bileşenlerinin dizilere yuklenmesi

FA0x=f(1,1);
FA0xd(i)=FA0x;%Ao noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
FA0y=f(2,1);
FA0yd(i)=FA0y;%Ao noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
FAx=f(3,1);
FAxd(i)=FAx;%A noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
FAy=f(4,1);
FAyd(i)=FAy;%A noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
FBx=f(5,1);
FBxd(i)=FBx;%B noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
FBy=f(6);
FByd(i)=FBy;%B noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
FB0x=f(7,1);
FB0xd(i)=FB0x;%Bo noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
FB0y=f(8,1);
FB0yd(i)=FB0y;%Bo noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
MT_EN=f(9,1);
MT_ENd(i)=MT_EN;%Birinci kinematik varyant icin tahrik momenti diziye yukleniyor

%MT_EN Euler_Newton metoduna gore bulunan tahrik momentini
% gostermektedir

% Bileske reaksiyon kuvvetlerinin diziye yuklenmesi

FA0=sqrt(FA0x^2+FA0y^2);
FA0d(i)=FA0; % FA0 kuvveti diziye yukleniyor
FA=sqrt(FAx^2+FAy^2);
FAd(i)=FA; % FA kuvveti diziye yukleniyor
FB=sqrt(FBx^2+FBy^2);
FBd(i)=FB; % FB kuvveti diziye yukleniyor
FB0=sqrt(FB0x^2+FB0y^2);
FB0d(i)=FB0; % FB0 kuvveti diziye yukleniyor

%Toplam yataydaki ve duseyedeki Reaksiyon kuvvetlerin hesabi

Fx=FA0xd+FB0xd;
Fy=FA0yd+FB0yd;

Fxtop=-Fx;
Fytop=-Fy;

```

```
% KISMI DENGELENMIS ( ATALET KUVVETLERI DENGELENMIS) MEKANIZMA
```

```
% Uzuvların hareket denklemlerindeki bilinmeyenlerin katsayılarının  
% katsayılar matrisi KS'ye yüklenmesi (Bilinmeyenler: 8 adet reaksiyon  
% kuvveti ve tahrik momenti
```

```
KS=zeros(9,9);
```

```
KS(1,1)=1;KS(1,3)=1;  
KS(2,2)=1;KS(2,4)=1;  
KS(3,3)=-r2*sind(teta21);  
KS(3,4)=r2*cosd(teta21);  
KS(3,9)=1;  
KS(4,3)=-1;KS(4,5)=1;  
KS(5,4)=-1;KS(5,6)=1;  
KS(6,5)=-r3*sind(teta31_1);  
KS(6,6)=r3*cosd(teta31_1);  
KS(7,5)=-1;KS(7,7)=1;  
KS(8,6)=-1;KS(8,8)=1;  
KS(9,5)=r4*sind(teta41_1);  
KS(9,6)=-r4*cosd(teta41_1);
```

```
% Sağ taraf vektorunun yüklenmesi
```

```
ss(1,1)=-m2*ah2^2*(r2/2)*cosd(teta21)-m2*ai2*(r2/2)*sind(teta21)+...  
m2D*ah2^2*rho2*cosd(teta21)+m2D*ai2*rho2*sind(teta21);  
ss(2,1)=-m2*ah2^2*(r2/2)*sind(teta21)+m2*ai2*(r2/2)*cosd(teta21)+...  
m2D*ah2^2*rho2*sind(teta21)-m2D*ai2*rho2*cosd(teta21);  
ss(3,1)=I2KDA0*ai2;  
ss(4,1)=-m3A*ah2^2*r2*cosd(teta21)-m3A*ai2*r2*sind(teta21)-...  
m3B*ah4_1^2*r4*cosd(teta41_1)-m3B*ai4_1*r4*sind(teta41_1);  
ss(5,1)=-m3A*ah2^2*r2*sind(teta21)+m3A*ai2*r2*cosd(teta21)-...  
m3B*ah4_1^2*r4*sind(teta41_1)+m3B*ai4_1*r4*cosd(teta41_1);  
ss(6,1)=r3*m3B*cosd(teta41_1-teta31_1)*ai4_1*r4-...  
r3*m3B*sind(teta41_1-teta31_1)*ah4_1^2*r4;  
ss(7,1)=-m4*ah4_1^2*(r4/2)*cosd(teta41_1)-  
m4*ai4_1*(r4/2)*sind(teta41_1)+...  
m4D*ah4_1^2*rho4*cosd(teta41_1)+m4D*ai4_1*rho4*sind(teta41_1);  
ss(8,1)=-  
m4*ah4_1^2*(r4/2)*sind(teta41_1)+m4*ai4_1*(r4/2)*cosd(teta41_1)+...  
m4D*ah4_1^2*rho4*sind(teta41_1)-m4D*ai4_1*rho4*cosd(teta41_1);  
ss(9,1)=sign(ah4_1)*MD+I4KDB0*ai4_1;
```

```
% Cozum vektorunun bulunması
```

```
detKSd(i)=det(KS);
```

```
fS=inv(KS)*ss;
```

```
% Grafikler için çözüm vektörü bileşenlerinin dizilere yüklenmesi
```

```
FKDA0x=fS(1,1);  
FKDA0xd(i)=FKDA0x; % Ao noktasındaki reaksiyon kuvvetinin yatay bileşeni  
diziye yükleniyor
```

```

FKDA0y=fS(2,1);
FKDA0yd(i)=FKDA0y; % Ao noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
FKDAx=fS(3,1);
FKDAxd(i)=FKDAx; % A noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
FKDAy=fS(4,1);
FKDAyd(i)=FKDAy; % A noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
FKDBx=fS(5,1);
FKDBxd(i)=FKDBx; % B noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
FKDBy=fS(6);
FKDByd(i)=FKDBy; % B noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
FKDB0x=fS(7,1);
FKDB0xd(i)=FKDB0x; % Bo noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
FKDB0y=fS(8,1);
FKDB0yd(i)=FKDB0y; % Bo noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
MT_ENKD=fS(9,1);
MT_ENKd(i)=MT_ENKD; % Birinci kinematik varyant icin tahrik momenti diziye yukleniyor

```

```

%MT_EN Euler_Newton metoduna gore bulunan tahrik momentini
%gostermektedir

```

```

% Bileske reaksiyon kuvvetlerinin diziye yuklenmesi

```

```

FKDA0=sqrt(FKDA0x^2+FKDA0y^2);
FKDA0d(i)=FKDA0; % FA0 kuvveti diziye yukleniyor
FKDA=sqrt(FKDAx^2+FKDAy^2);
FKDA d(i)=FKDA; % FA kuvveti diziye yukleniyor
FKDB=sqrt(FKDBx^2+FKDBy^2);
FKDB d(i)=FKDB; % FB kuvveti diziye yukleniyor
FKDB0=sqrt(FKDB0x^2+FKDB0y^2);
FKDB0 d(i)=FKDB0; % FB0 kuvveti diziye yukleniyor

```

```

%Toplam yataydaki ve duseydeki Reaksiyon kuvvetlerin hesabi

```

```

FKDx=FKDA0xd+FKDB0xd;
FKDy=FKDA0yd+FKDB0yd;

```

```

FKDxtop=-FKDx;
FKDytop=-FKDy;

```

```

% TAM DENGELENMIS MEKANIZMADA DİNAMİK ANALİZ

```

```

% Uzuvarin hareket denklemlerindeki bilinmeyenlerin katsayilarinin
% katsayilar matrisi KS'ye yuklenmesi (Bilinmeyenler: 8 adet reaksiyon
% kuvveti ve tahrik momenti

```

```

Ft2=I2TDA0*ai2/r2d;

```

```

Ft2d(i)=Ft2;
Fb2=Ft2*tand(20);
Fb2d(i)=Fb2;
Ft4=I4TDB0*ai4_1/r4d;
Ft4d(i)=Ft4;
Fb4=Ft4*tand(20);
Fb4d(i)=Fb4;

KSS=zeros(9,9);

KSS(1,1)=1;KSS(1,3)=1;
KSS(2,2)=1;KSS(2,4)=1;
KSS(3,3)=-r2*sind(teta21);
KSS(3,4)=r2*cosd(teta21);
KSS(3,9)=1;
KSS(4,3)=-1;KSS(4,5)=1;
KSS(5,4)=-1;KSS(5,6)=1;
KSS(6,5)=-r3*sind(teta31_1);
KSS(6,6)=r3*cosd(teta31_1);
KSS(7,5)=-1;KSS(7,7)=1;
KSS(8,6)=-1;KSS(8,8)=1;
KSS(9,5)=r4*sind(teta41_1);
KSS(9,6)=-r4*cosd(teta41_1);

% Sag taraf vektorunun yuklenmesi

sss(1,1)=-Fb2-m2*ah2^2*(r2/2)*cosd(teta21)-m2*ai2*(r2/2)*sind(teta21)+...
m2D*ah2^2*rho2*cosd(teta21)+m2D*ai2*rho2*sind(teta21);
sss(2,1)=-Ft2-m2*ah2^2*(r2/2)*sind(teta21)+m2*ai2*(r2/2)*cosd(teta21)+...
m2D*ah2^2*rho2*sind(teta21)-m2D*ai2*rho2*cosd(teta21);
sss(3,1)=Ft2*rD2+I2KDA0*ai2;
sss(4,1)=-m3A*ah2^2*r2*cosd(teta21)-m3A*ai2*r2*sind(teta21)-...
m3B*ah4_1^2*r4*cosd(teta41_1)-m3B*ai4_1*r4*sind(teta41_1);
sss(5,1)=-m3A*ah2^2*r2*sind(teta21)+m3A*ai2*r2*cosd(teta21)-...
m3B*ah4_1^2*r4*sind(teta41_1)+m3B*ai4_1*r4*cosd(teta41_1);
sss(6,1)=r3*m3B*cosd(teta41_1-teta31_1)*ai4_1*r4-...
r3*m3B*sind(teta41_1-teta31_1)*ah4_1^2*r4;
sss(7,1)=-Fb4-m4*ah4_1^2*(r4/2)*cosd(teta41_1)-
m4*ai4_1*(r4/2)*sind(teta41_1)+...
m4D*ah4_1^2*rho4*cosd(teta41_1)+m4D*ai4_1*rho4*sind(teta41_1);
sss(8,1)=-Ft4-
m4*ah4_1^2*(r4/2)*sind(teta41_1)+m4*ai4_1*(r4/2)*cosd(teta41_1)+...
m4D*ah4_1^2*rho4*sind(teta41_1)-m4D*ai4_1*rho4*cosd(teta41_1);
sss(9,1)=Ft4*rD4+sign(ah4_1)*MD+I4KDB0*ai4_1;

% Cozum vektorunun bulunmasi

detKSSd(i)=det(KSS);

fSS=inv(KSS)*sss;

% Grafikler icin cozum vektoru bileşenlerinin dizilere yuklenmesi

FTDA0x=fSS(1,1);

```



```

    FTDA0xd(i)=FTDA0x; % Ao noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
    FTDA0y=fSS(2,1);
    FTDA0yd(i)=FTDA0y; % Ao noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
    FTDAx=fSS(3,1);
    FTDAxd(i)=FTDAx; % A noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
    FTDAy=fSS(4,1);
    FTDAyd(i)=FTDAy; % A noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
    FTDBx=fSS(5,1);
    FTDBxd(i)=FTDBx; % B noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
    FTDBy=fSS(6);
    FTDByd(i)=FTDBy; % B noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
    FTDB0x=fSS(7,1);
    FTDB0xd(i)=FTDB0x; % Bo noktasındaki reaksiyon kuvvetin yatay bileşeni diziye yukleniyor
    FTDB0y=fSS(8,1);
    FTDB0yd(i)=FTDB0y; % Bo noktasındaki reaksiyon kuvvetin dikey bileşeni diziye yukleniyor
    MT_ENTD=fSS(9,1);
    MT_ENTDd(i)=MT_ENTD; % Birinci kinematik varyant icin tahrik momenti diziye yukleniyor

```

```

%MT_EN Euler_Newton metoduna gore bulunan tahrik momentini
% gostermektedir

```

```

% Bileske reaksiyon kuvvetlerinin diziye yuklenmesi

```

```

FTDA0=sqrt(FTDA0x^2+FTDA0y^2);
FTDA0d(i)=FTDA0; % FA0 kuvveti diziye yukleniyor
FTDA=sqrt(FTDAx^2+FTDAy^2);
FTDAd(i)=FTDA; % FA kuvveti diziye yukleniyor
FTDB=sqrt(FTDBx^2+FTDBy^2);
FTDBd(i)=FTDB; % FB kuvveti diziye yukleniyor
FTDB0=sqrt(FTDB0x^2+FTDB0y^2);
FTDB0d(i)=FTDB0; % FB0 kuvveti diziye yukleniyor

```

```

%Toplam yataydaki ve duseydeki Reaksiyon kuvvetlerin hesabi

```

```

FTDx=FTDA0xd+FTDB0xd+Fb4d+Fb2d;
FTDy=FTDA0yd+FTDB0yd+Ft4d+Ft2d;

```

```

FTDxtop=-FTDx;
FTDytop=-FTDy;

```

```

av2=0; % küçük dislinin acisal ivmesi
av2d(i)=av2;
av4=ai4_1/eta4; %kucuk dislinin acisal ivmesi
av4d(i)=av4;

```

```

% Dengelenmemis Mekanizmanın atalet momenti

```

```

AM=- (I2A0*ai2+I4B0*ai4_1);
AMd(i)=AM;

% Kısmi Dengelenmis Mekanizmanın atalet momenti

AMKD=- ((I2A0+I2DA0+I3AA0)*ai2+(I4B0+I4DB0+I3BB0)*ai4_1);
AMKDd(i)=AMKD;

% Tam Dengelenmis Mekanizmanın atalet momenti

AMTD=- ((I2A0+I2DA0+I3AA0+ID2)*ai2+(I4B0+I4DB0+I3BB0+ID4)*ai4_1)+...
        I2d*av2+I4d*av4;
AMTDd(i)=AMTD;

end

figure
plot(teta21d,FA0xd, 'g',teta21d,FA0yd,'r',teta21d,FA0d,'b')
grid

figure
plot(teta21d,FB0xd, 'g',teta21d,FB0yd,'r',teta21d,FB0d,'b')
grid

figure
plot(teta21d,FAxd, 'g',teta21d,FAyd,'r',teta21d,FAd,'b')
grid

figure
plot(teta21d,FBxd, 'g',teta21d,FByd,'r',teta21d,FBd,'b')
grid

figure
plot(teta21d,MD_1d,'r')
grid

figure
plot(teta21d,MT_1d,'r')
grid

figure
plot(teta21d,MT_END,'r')
grid

figure
plot(teta21d,MT_END, 'b',teta21d,MT_1d,'r*','MarkerSize',1)
grid

```

```
figure
plot(teta21d,Fxtop, 'g')
grid
```

```
figure
plot(teta21d,Fytop, 'b')
grid
```

#### % KİSMİ DENGELENMİS MEKANİZMANIN GRAFİKLERİ

```
figure
plot(teta21d,FKDA0xd, 'g',teta21d,FKDA0yd,'r',teta21d,FKDA0d,'b')
grid
```

```
figure
plot(teta21d,FKDB0xd, 'g',teta21d,FKDB0yd,'r',teta21d,FKDB0d,'b')
grid
```

```
figure
plot(teta21d,FKDAxd, 'g',teta21d,FKDAyd,'r',teta21d,FKDAAd,'b')
grid
```

```
figure
plot(teta21d,FKDBxd, 'g',teta21d,FKDByd,'r',teta21d,FKDBd,'b')
grid
```

```
figure
plot(teta21d,Fxtop, 'g',teta21d,FKDxtp,'r')
grid
```

```
figure
plot(teta21d,Fytop, 'g',teta21d,FKDytp,'r')
grid
```

```
dizi1=[1:15:length(teta21d)]
dizi2=[1:15:length(MT_1d)]
teta21d_azaltilmis=teta21d(dizi1)
MT_1d_azaltilmis=MT_1d(dizi2)
figure
plot(teta21d_azaltilmis,MT_1d_azaltilmis,'rx','MarkerSize',6);grid on;
hold on
plot(teta21d,MT_END, 'b')
```

#### % TAM DENGELENMİS MEKANİZMANIN GRAFİKLERİ

```
figure
plot(teta21d,FTDA0xd, 'g',teta21d,FTDA0yd,'r',teta21d,FTDA0d,'b')
grid
```

```
figure
plot(teta21d,FTDB0xd, 'g',teta21d,FTDB0yd,'r',teta21d,FTDB0d,'b')
```

```
grid
```

```
figure  
plot(teta21d,FTDAxd, 'g',teta21d,FTDAyd, 'r',teta21d,FTDA0d, 'b')  
grid
```

```
figure  
plot(teta21d,FTDBxd, 'g',teta21d,FTDByd, 'r',teta21d,FTDB0d, 'b')  
grid
```

```
teta21d_azaltilmisdizi3=teta21d([1:20:length(teta21d)])  
FKDxtop_azaltilmis=FKDxtop([1:20:length(FKDxtop)])  
figure  
plot(teta21d_azaltilmisdizi3,FKDxtop_azaltilmis, 'rx', 'MarkerSize',6);grid on;  
hold on  
plot(teta21d,FTDxtop, 'b')  
plot(teta21d,Fxtop, 'g')
```

```
teta21d_azaltilmisdizi5=teta21d([1:20:length(teta21d)])  
FKDytop_azaltilmis=FKDytop([1:20:length(FKDytop)])  
figure  
plot(teta21d_azaltilmisdizi5,FKDytop_azaltilmis, 'rx', 'MarkerSize',6);grid on;  
hold on  
plot(teta21d,FTDytop, 'b')  
plot(teta21d,Fytop, 'g')
```

```
figure  
plot(teta21d,MT_END, 'g',teta21d,MT_ENKDD, 'r',teta21d,MT_ENTDD, 'b')  
grid
```

```
figure  
plot(teta21d,Ft2d, 'g',teta21d,Fb2d, 'r')  
grid
```

```
figure  
plot(teta21d,Ft4d, 'g',teta21d,Fb4d, 'r')  
grid
```

```
figure  
plot(teta21d,FA0d, 'g',teta21d,FKDA0d, 'r',teta21d,FTDA0d, 'b')  
grid
```

```
figure  
plot(teta21d,FB0d, 'g',teta21d,FKDB0d, 'r',teta21d,FTDB0d, 'b')  
grid
```

```
figure  
plot(teta21d,FAd, 'g',teta21d,FKDAd, 'r',teta21d,FTDAd, 'b')  
grid
```

```
figure  
plot(teta21d,FBd, 'g',teta21d,FKDBd, 'r',teta21d,FTDBd, 'b')  
grid
```

```
figure
plot(teta21d,AMd, 'g',teta21d,AMKd,'r',teta21d,AMTd,'b')
grid
```

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Mohamed AWALEH ALI  
Doğum Yeri ve Tarihi : CİBUTİ / 27-08-1996  
Yabancı Dil : Fransızca

Eğitim Durumu  
Lise : Cibuti  
Lisans : Bursa Uludağ Üniversitesi  
Yüksek Lisans : Bursa Uludağ Üniversitesi

Çalıştığı Kurum/Kurumlar : Kametsan

İletişim (e-posta) : mohamedawalehali2@gmail.com

Yayınları :