

**T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BİLGİSAYAR ORTAMINDA KEMİK MİKRO YAPISININ
MODELLENMESİ VE ANALİZİ**

BARIŞ HULİSİOĞLU

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

BURSA 2006

**T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BİLGİSAYAR ORTAMINDA KEMİK MİKRO YAPISININ
MODELLENMESİ VE ANALİZİ**

BARIŞ HULİSİOĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu Tez 13.10.2006 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği/oy çokluğu ile kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Reşat ÖZCAN
(Danışman)

Doç. Dr. Hüseyin YILDIZ
(Asil Üye)

Yrd. Doç. Dr. Behiye KORKMAZ
(Asil Üye)

BURSA - 2006

ÖZET

Bu çalışmada öncelikle gözenekli kemiğe ait mekanik özelliklerin belirlenmesi hedeflenmiştir. Daha sonra gözenekli kemik ile benzer mekanik özellikleri gösterecek tekrarlı birim eleman modelleri geliştirilmeye çalışılmıştır.

Gözenekli kemiğe ait üç boyutlu modelin oluşturulmasında üst kol kemiğinin mikro-CT tarayıcılar vasıtasıyla elde edilen tomografi görüntüleri kullanılmıştır. Bu görüntüler bilgisayar ortamına alınmış, elde edilen kesit eğrileri yardımıyla Unigraphics programında üç boyutlu katı model oluşturulmuştur. Bu model Unigraphics programında sonlu elemanlara ayrılmış daha sonra bu elemanlar ANSYS'e aktarılmıştır. Ayrıca geliştirilen dört adet tekrarlı birim eleman modelleri ANSYS'de modellenmiş ve sonlu elemanlara ayrılmıştır. Burada uygun sınır şartları ile analiz yapılmış, gerilme ve tepki kuvvetleri tespit edilmiş, diğer mekanik özellikler bu verilere göre hesaplanmıştır.

Yapılan analizlerde mikro-CT görüntüleri kullanılarak oluşturulan modelin X, Y ve Z eksenleri doğrultusundaki elastisite modülleri birbirinden farklı değerler olarak bulunmuştur. Bunun nedeni modelin her doğrultuda farklı rijitliğe sahip olmasından kaynaklanmaktadır. Geliştiren tekrarlı birim eleman modellerinden model1, mikro-CT görüntülerinden oluşturulan model ile benzer özellikler ortaya koymuştur.

Gözenekli kemiğin yapısı canlıdan canlıya, kemikten kemiğe ve kemiğin farklı bölgelerine bağlı olarak değişkenlik göstermesinden dolayı gözenekli kemiğe ait mekanik özellikleri belirlerken, aynı bölgeden çok sayıda kemik numunesi alınıp bunların mikro-CT yöntemiyle modellerinin oluşturulması, analiz edilmesi ve mekanik özelliklere ait ortalama değerlerin tespit edilmesi gerekmektedir. Gözenekli kemik yapısının mekanik özelliklerine ilişkin değerlerin bulunması sonucunda incelenecek kemiğin farklı bölgeleri farklı mekanik özellikleri dikkate alınarak modellenebilecek ve yapılacak analizler daha gerçekçi sonuçlar verecektir.

Anahtar Kelimeler: Gözenekli Kemik, Biyomekanik, Katı Model, Sonlu Elemanlar Analizi

ABSTRACT

The purpose of this study is twofold. First, to determine the mechanical properties of cancellous bone. Second, to develop repeatable microstructure cells which have approximately same mechanical properties as cancellous bone.

Micro-CT images which have taken from humerus were used to develop three dimensional model of cancellous bone. Three dimensional model was modelled in Unigraphics NX3 CAD software by using section curves of micro-CT images. The finite elements were generated also in Unigraphics then elements transferred into ANSYS. Also four repeatable microstructure cells were developed. Repeatable microstructure cells and their finite elements were generated in ANSYS. Several finite elements analysis were performed by using micro-CT model and four repeatable microstructure cells. In analysis reaction forces and stresses were observed and other mechanical properties of micro-CT model and four repeatable microstructure cells were computed using reaction forces.

Results of micro-CT model have different young's modulus in the X,Y and Z directions. The reason of these results is micro-CT model has different density in the different directions. The results of second repeatable microstructure cells were close to micro-CT model's results.

For accordance result when determining mechanical properties of cancellous bone, lots of micro-CT models have to be analyze and average results of analysis have to be determine. Repeatable microstructure cells have to be develop up to these results.

Key Words: Cancellous Bone, Biomechanic, Solid Model, Finite Element Analysis

İÇİNDEKİLER

ÖZET	0
ABSTRACT	İİ
İÇİNDEKİLER	İİİ
ŞEKİLLER DİZİNİ	V
TABLolar DİZİNİ.....	Vİİİ
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI VE KURUMSAL BİLGİLER	3
2.1 KEMİK YAPISI	10
2.1.1 Kortikal Kemik.....	12
2.1.2 Gözenekli Kemik.....	13
2.2 ÜST KOL KEMİĞİ (HUMERUS)	15
2.3 SERBEST YÜZEY MODELLEME TEKNİKLERİ	17
2.3.1 Bezier Eğrileri	17
2.3.2 B-Spline Eğrileri	20
2.3.3 Bezier Yüzeyleri.....	27
2.3.4 B-Spline Yüzeyleri.....	29
2.4 MEKANİK TEMELLER.....	31
2.4.1 Newton Yasaları.....	32
2.4.2 Gerilme	32
2.4.3 Birim Şekil Değişirme	34
2.4.4 Poison Oranı.....	34
2.4.5 Hooke Kanunu	35
2.4.6 Eğilme Gerilmesi.....	39
2.4.7 Mukayese Gerilmesi.....	40
2.5 SONLU ELEMANLAR METODU	41
2.5.1 Sonlu Elemanlar Yönteminin Adımları	42
3. MATERYAL VE YÖNTEM	47
3.1 GEOMETRİK MİKRO MODELİN OLUŞTURULMASI	47
3.1.1 Üst Kol Kemigine Ait Stl Formatındaki Datanın Unigraphics NX3 Yazılımına Aktarılması	47

3.1.2 2x2x2 MM3 Boyutundaki Data Üzerinde 0,05 MM Aralıkla Kesit Çizgilerinin Elde Edilmesi	49
3.1.3 Elde Edilen Kesit Çizgilerinin Düzenlenmesi	51
3.1.4 Kesit Çizgilerini Kullanarak Yüzey Oluşturma İşlemi.....	56
3.1.5 Oluşturulan Yüzeylerin Birleştirilip Katı Modelin Oluşturulması	56
3.2 TEKRARLI BİRİM ELEMAN MODELLERİNİN OLUŞTURULMASI	57
3.3 MODELİ SONLU ELEMANLARINA AYIRMA	59
3.3.1 Sonlu Elemanları ANSYS'e Aktarma	60
3.4 ANALİZ	63
4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI	64
5. TARTIŞMA	70
KAYNAKLAR	72
TEŞEKKÜR.....	74
ÖZGEÇMİŞ	75

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 Ulrich ve ark. (1998)' nin oluşturdukları sol tarafta 84µm çözünürlükte hexahedral(üstte) ve tetrahedral(alta) model,sağ tarafta 164 µm çözünürlükte oluşturulan hexahedral(üstte) ve tetrahedral(alta) model	4
Şekil 2.2 Sol tarafta gözenekli yapıdaki gözeneklerin birleşim bölgelerindeki açısal genişlemenin gösterildiği yapı, sağ tarafta H.S.Kim ve S.T.S. Al-Hassani oluşturduğu gözeneklerin birleşim bölgelerindeki açısal genişlemenin dikkate alındığı birim model	5
Şekil 2.3. Piotr (2003)' nin analizlerinde kullandığı tekrarlı birim eleman yapısı örnekleri	6
Şekil 2.4 Çeşitli gözenekli yapı tiplerine ait yoğunluk-malzeme sabitleri grafiği.a) mikro-FE sonuçları b) Prizmatik hüre tipi için bu çalışmada elde edilen sonuçlar c) Kübik hücre tipi için bu çalışmada elde edilen sonuçlar. 1,2,3 doğrultu indisleri. Kesik gri çizgilerle ifade edilen eğriler Yang. Et Al (1999) tarafından tanımlanan exponansiyel fonksiyon eğrileridir.	7
Şekil 2.5. Emax, E ortalama- Morfolojik parametreler ilişkisi grafiği. R2 ilişki katsayısı. İçi dolu daire 1. seriye ait sonuçlar. İçi boş daire 2. seriye ait sonuçlar.....	8
Şekil 2.6 Gerçek Durum, Yaşlı Kemik ve İyileştirilmiş Kemiğe ait Uzama ve Elastisite Modülü Grafiği.....	9
Şekil 2.7. Tahmin Edilen ve Hesaplanan Sertlik Değerleri Arasındaki İlişki.....	10
Şekil 2.8. Kemik Yapısı	11
Şekil 2.9. Eklem Bölgesinde Kemik Yapısı.....	12
Şekil 2.10. Kortikal Kemik Yapısı	13
Şekil 2.11. Gözenekli Kemik Yapısının Görülebildiği Gerçek Kemik Kesiti	14
Şekil 2.12. Farklı Hacim Oranlarındaki Gözenekli Kemik Yapısı.....	15
Şekil 2.13. Üst Kol Kemiği (Humerus)	16
Şekil 2.14. Bezier eğrileri.....	17
Şekil 2.15. Köşe Noktalarının Yer Değiştirmesinin Bezier Eğrisine Etkisi	20
Şekil 2.18. K Derecesinin Artışına Göre Eğrinin Değişimi	23
Şekil 2.19. Köşe Noktası Tekrarına Göre Eğrinin Değişimi.....	24
Şekil 2.20. P(t) Noktaları ile Oluşan Eğri	26
Şekil 2.21. Bezier yüzeyi	27

Şekil 2.22. Bezier Yüzeyinde Düğüm Noktasının Yer Değiştirmesinin Yüzey Üzerine Etkisi	28
Şekil 2.23. B-Spline Yüzeyinde Düğüm Noktasının Yer Değiştirmesinin Yüzey Üzerine Etkisi	30
Şekil 2.24. B-Spline Yüzeylerde Düğüm Noktasının Yeri Değiştirilerek İstenilen Yüzeyi Elde Etme	31
Şekil 2.25. Gerilme Tanımı	33
Şekil 2.26. Gerilmenin İki Karakteristik Vektörü	33
Şekil 2.27. Her İki Uçundan Çekmeye Maruz Çubuk	34
Şekil 2.28. Omura Ait Yaklaşık Karakteristik Eğri.....	35
Şekil 2.29. Bir Kirişin Eğilmesi.....	39
Şekil 2.30. Elemanlarına Ayrılmış Küp.....	42
Şekil 2.31. İki Boyutlu Eleman Tipleri.....	43
Şekil 2.32. Üç Boyutlu Eleman Tipleri.....	44
Şekil 2.33. Delikli Bir Plağın Elemanlarına Ayrılması	44
Şekil 2.34. a.İki boyutlu cisimde köşe b.Üç boyutlu cisimde köşe oluşumu	46
Şekil 3.1. Import STL Komutunun Çalıştırılması	48
Şekil 3.2. Import STL Menüünde Gerekli Düzenlemelerin Yapılması.....	48
Şekil 3.3. Section Curve Komutunun Çalıştırılması.....	49
Şekil 3.4. Section Curve Menüünde Gerekli Düzenlemelerin Yapılması.....	50
Şekil 3.5. Oluşturulan Kesit Çizgileri	51
Şekil 3.6. “Join Curves” Komutunun Çalıştırılması.....	52
Şekil 3.7. Birleştirilecek Eğrilerin Seçilmesi	53
Şekil 3.8. “Join Curves” Menüünde Gerekli Parametrelerin Seçilmesi	53
Şekil 3.9. Smooth Spline Komutunun Çalıştırılması.....	55
Şekil 3.10. Çizgi Üzerinde Düzgünleştirme İşleminin Gerçekleştirilmesi	55
Şekil 3.11. Kesit Çizgilerinden Oluşturulan Yüzey.....	56
Şekil 3.12. Oluşturulan Mikro Model.....	57
Şekil 3.13. Tekrarlı Birim Eleman Modellerine Ait Birim Elemanlar (Sol Üstte Model1,	

Sağ Üstte Model2, Sol Altta Model3, Sağ Altta Model4)	58
Şekil 3.14. Tekrarlı Birim Eleman Modelleri (Sol Üstte Tekarlı Birim Eleman Modeli1, Sağ Üstte Tekarlı Birim Eleman Modeli2, Sol Altta Tekarlı Birim Eleman Modeli3, Sağ Altta Tekarlı Birim Eleman Modeli4).....	59
Şekil 3.15. Gözenekli Kemiğe Ait Mikro-CT Modelin Mesh Örgüsü	60
Şekil 3.16. ANSYS'e Aktarılan Mikro-CT Model.....	62
Şekil 3.17. Geliştirilen Tekrarlı Birim Model 1'e ait Mesh Yapısı.....	62
Şekil 3.18. Geliştirilen Tekrarlı Birim Model 2'ye ait Mesh Yapısı	63
Şekil 4.1. Mikro-CT Modelde X Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler	64
Şekil 4.2. Mikro-CT Modelde Y Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler	65
Şekil 4.3. Mikro-CT Modelde Z Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler	65
Şekil 4.4. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 1'de X Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler.....	66
Şekil 4.5. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 1'de Y Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler.....	66
Şekil 4.6. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 1'de Z Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler.....	67
Şekil 4.7. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 2'de X Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler.....	67
Şekil 4.8. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 2'de Y Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler.....	68
Şekil 4.9. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 2'de Z Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler.....	68

TABLolar DİZİNİ

Tablo 2.1 Ortalama Sertlik ve Dokularda Von Mises Gerilim Dağılımının Referans Değerleri İle Mikro-FE Analizleri Sonucu Elde Edilen Değerler Arasındaki Sapma Oranları	4
Tablo 2.2. Gözenekli ve Kortikal Kemiğe Ait Bazı Parametrelerin Karşılaştırılması ..	14
Tablo 2.3. Hesaplanan t Değerleri	25
Tablo 2.4. Sonlu Elemanlar Yönteminin Adımları.....	42
Tablo 4.1. Analizler Sonucu Elde Edilen ve Hesaplanan Sonuçlar.....	69

1. GİRİŞ

İnsanlarda ve diğer memeli hayvanlardaki kemik yapısı kortikal (kompakt) ve gözenekli (trabekular) kemik olmak üzere iki tipte sınıflandırılır. Kortikal kemik yoğunluk bakımından daha yoğun bir yapıdadır. Gözeneklilik oranı %5 ila %10 arasındadır. Kortikal kemik uzun kemiklerin shaft bölgesinde, eklem bölgesinde gözenekli kemiğin dış tarafında ve omurlarda bulunur. Gözenekli kemik %50 ila %90 arasındaki gözeneklilik oranı ile daha az yoğunlukta bir yapıya sahiptir. Uzun kemiklerin uçlarında, omurlarda ve yassı kemiklerde bulunur. Gözenekli kemik sahip olduğu karmaşık yapı nedeniyle kortikal kemiğe göre metabolik olarak daha aktiftir. Sahip olduğu bu özellik nedeniyle biomekanik alanında oldukça geniş bir yere sahiptir.

Kemiğin yapısındaki uzama ve gerilme dağılımının analizi biomekanik alanında artan bir ilgi uyandırmaktadır. Ancak kemiğin analizinde kortikal kemiğin mekanik özelliklerinin yanısıra, gözenekli kemiğe ait mekanik özelliklerin de bilinmesi çok büyük önem arz etmektedir. Gözenekli kemiğe ait mekanik özellikler son yıllarda gelişen mikro sonlu elemanlar analizi (mikro-FA) yöntemleri ile belirlenebilmektedir. Yapılan bilgisayar destekli araştırmalarda 3 farklı yöntemle elde edilen kaynak veriler kullanılmaktadır. Bunlar:

- a) Deneysel veriler
- b) Mikro-CT verilerinden oluşturulan sonlu elemanlar modelleri
- c) Gözenekli yapının kopyasını oluşturan tekrarlı birim elemanlar yöntemleridir.

Mikro-CT yöntemi, gelişmiş tomografi cihazları kullanılarak 24 μm 'a kadar çözünürlükte gözenekli yapıya ait kesit görüntüleri elde edilip bu görüntülerden gerçek kemik modellerini oluşturulmasına dayanmaktadır. Fakat bu yöntemle gözenekli yapının modelini oluşturmak oldukça zordur. Ama analizlerde gerçek kemik modeli kullanıldığından daha doğru sonuçlar vermektedir.

Tekrarlı birim eleman yöntemi ise, gerçek kemik ile benzer mekanik özellikleri gösterebilecek bir birim elemanın geliştirilmesi ve bu birim elemanın her üç yönde belli sıra ve dizinlerde kopyalanıp kemik modelinin oluşturulmasına dayanmaktadır. Böylelikle bu yöntemde mikro-CT yöntemindeki model oluşturmadaki zorluk ortadan

kalkmaktadır. Fakat bu yöntemde kritik nokta doğru birim elemanın geliştirilmesidir.

Bu çalışmada üst kol kemiğine (humerus) ait mikro-CT yöntemiyle elde edilen görüntüler kullanılarak üç boyutlu bir model oluşturulmuştur. Daha sonra tekrarlı birim eleman yöntemiyle 4 farklı birim eleman geliştirilip gözenekli kemiğe ait 4 ayrı üç boyutlu model oluşturulmuştur. Bu modeller sonlu elemanlara ayrılmış ve bu elemanlar üzerinden statik analiz yapılmıştır. Bu aşamalarda Unigraphics NX3 ve ANSYS programlarından yararlanılmıştır. Bilgisayar analizleri ile elde edilen sonuçlara göre tekrarlı birim eleman yöntemiyle oluşturulan modellerin mikro-CT yöntemi ile oluşturulan modellerle uygunluğu karşılaştırılmış ayrıca kortikal kemik ile gözenekli kemiğin mekanik özellikleri arasındaki farklar belirtilmiştir.

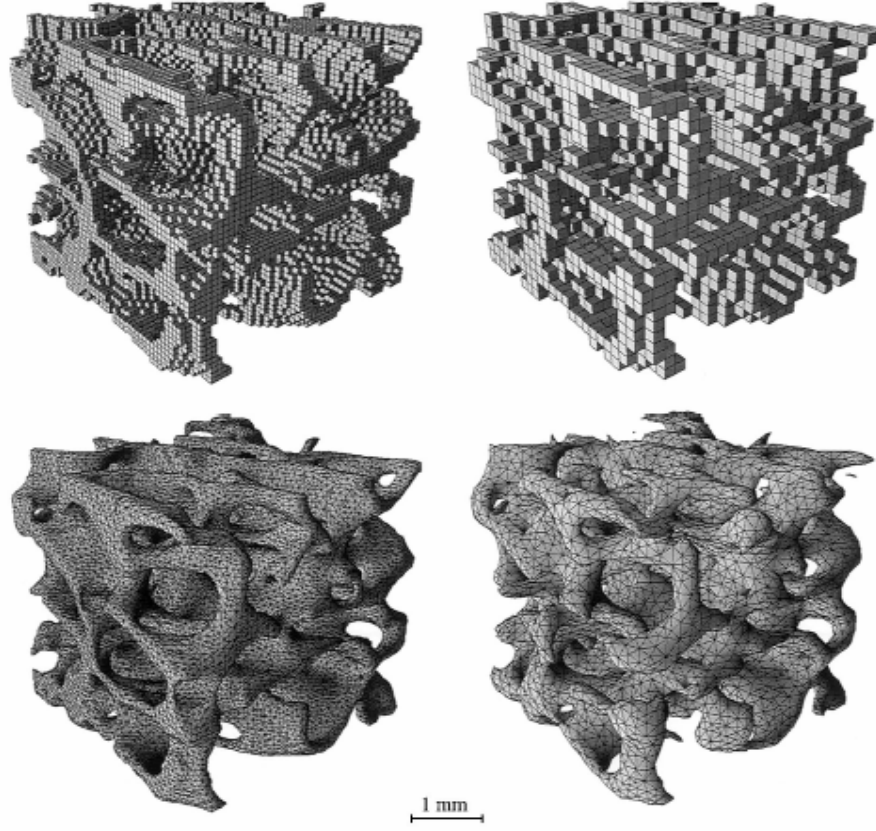
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI VE KURUMSAL BİLGİLER

Sonlu elemanlar metodunun kullanımının yaygınlaşması ile birlikte insana ait bazı uzuvların bilgisayar ortamında modellenmesi, simülasyonu ve analizi gündeme gelmiştir. Özellikle test edilmesi güç olan bölgelerin insansız olarak bilgisayar ortamında simüle edilebilme imkanının doğması bu alanda yeni araştırmalara yol açmıştır. Ancak malzeme özelliklerinin doğru olarak bilgisayara tanıtılması ve sınır şartlarının doğru olarak uygulanması gibi problemler analizi zorlaştırmaktadır. Bu durumda belli kabullere ve basitleştirmelere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu kabuller altında elde edilen yaklaşık sonuçlar iyi değerlendirildiğinde yol gösterici olabilmektedir.

Bu alanda yapılan çalışmalar modelleme tekniği, test tekniği, modelleme ve analizde kullanılan yazılımlar açısından farklılıklar içerir. Burada bu çalışmalardan bazıları ele alınacaktır.

Ulrich ve ark. (1998) yapmış oldukları çalışmada 168 μm boyutundaki görüntülerden oluşturulan gözenekli kemik yapısını sonlu elemanlar yöntemiyle (FEA) analiz ederek ilgili kemiğin mekanik karakteristikleri ile ilgili bilgiler elde etmeye çalışmışlardır. Çalışmalarında femoral head, iliac crest ve lumbar spine bölgelerinden alınan üç farklı kemik örneği kullanmışlardır. Daha sonra bu örneklerin micro-computed tomograph (mikro-CT) yöntemiyle 28 μm çözünürlükte görüntülerini elde etmişlerdir. Görüntüler oluşturulduktan sonra çözünürlük 168 μm 'ye düşürülmüştür. Bu işlemler tamamlandıktan sonra elde edilen görüntülerden, hexahedral birim elemanlardan oluşturulan sonlu elemanlar modelini oluşturmuşlardır. Fakat hexahedral birim elemanlardan oluşan sonlu elemanlar modelinden elde edilen sonuçlar, hexahedral birim elemanlar nedeniyle gözenekli yapıdaki bağlantıların ve yoğunluğun azalmasından dolayı uygun bulunmamıştır. Hexahedral birim eleman yerine tetrahedral birim eleman kullanılarak oluşturulan sonlu elemanlar modelinden elde edilen sonuçlar deneysel verilerle uygunluk göstermiştir. Farklı birim elemanlar kullanılarak oluşturulan modeller Şekil 2.1' de verilmiştir. Böylelikle sonlu elemanlar analizinde gözenekli kemiğe ait yapılan analizlerde daha gerçekçi sonuçlar elde etmek için hexahedral birim eleman yerine tetrahedral birim eleman kullanılması gerektiğini vurgulamışlardır. Tetrahedron mesh tipini kullanarak yapılan analiz sonuçlarında sapma oranının daha az

olduğu Tablo 2.1’de görülmektedir.

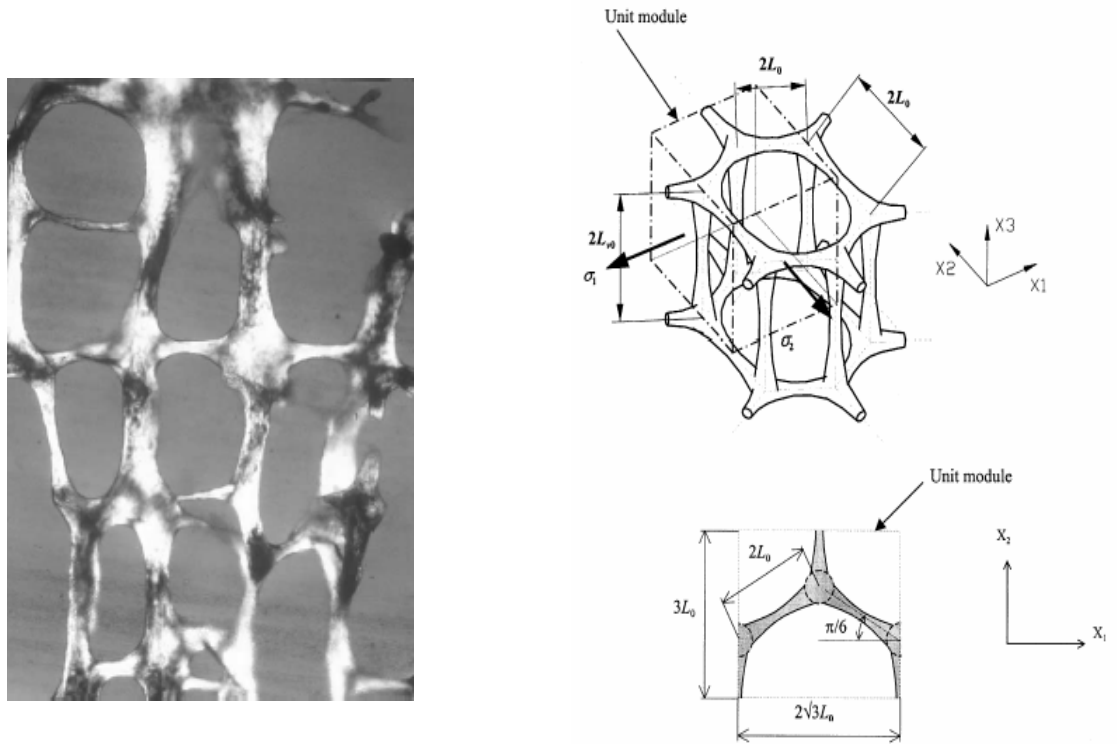


Şekil 2.1 Ulrich ve ark. (1998)’nin oluşturdukları sol tarafta 84 μ m çözünürlükte hexahedral(üstte) ve tetrahedral(alтта) model,sağ tarafta 164 μ m çözünürlükte oluşturulan hexahedral(üstte) ve tetrahedral(alтта) model

Tablo 2.1 Ortalama Sertlik ve Dokularda Von Mises Gerilim Dağılımının Referans Değerleri İle Mikro-FE Analizleri Sonucu Elde Edilen Değerler Arasındaki Sapma Oranları.

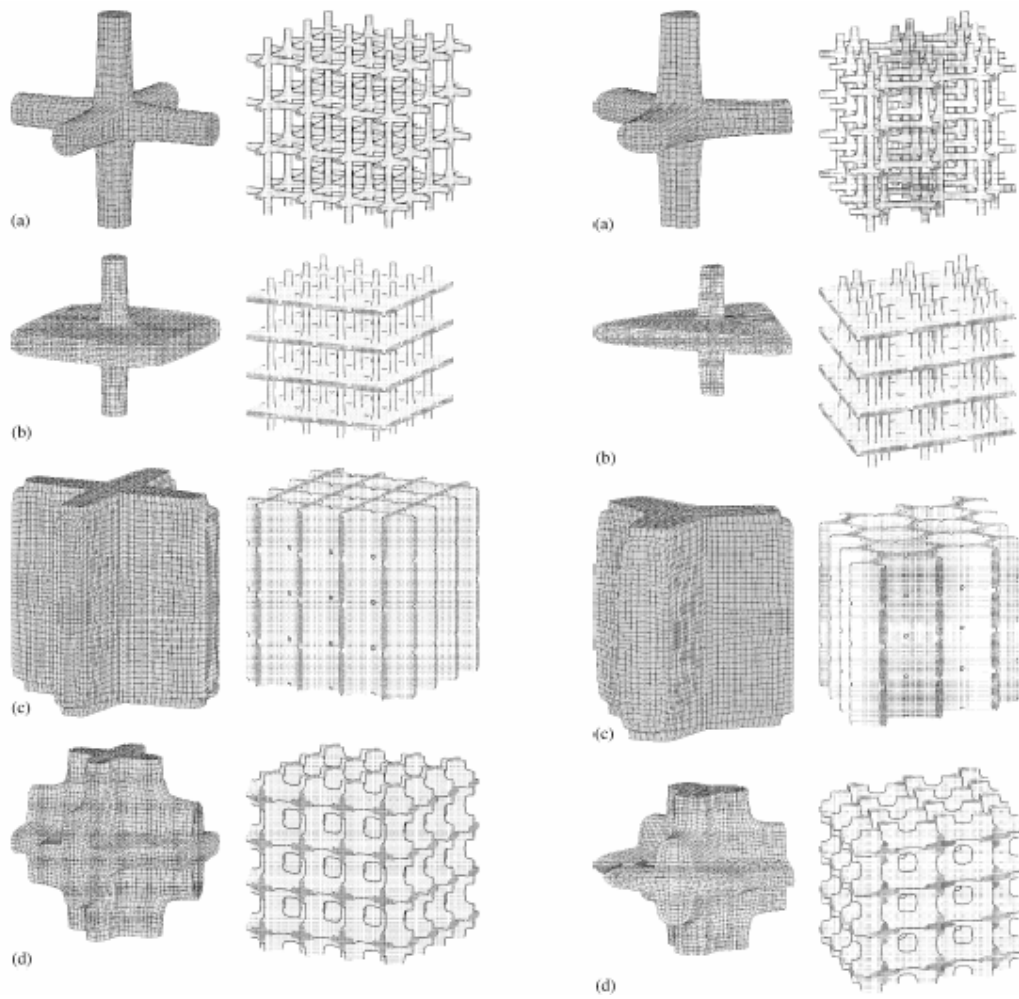
		168 μ m		
		Hexahedron meshing	Compensated hexahedron meshing	Tetrahedron meshing
Specimen 1 (femoral head)	Moduli	- 3%	- 3%	- 6%
	Degree of anisotropy	- 4%	- 4%	+ 9%
	Von Mises stress	Average - 9%	- 9%	- 12%
	St. deviation	- 12%	- 12%	+ 4%
Specimen 2 (iliac crest)	Moduli	- 84%	- 14%	- 40%
	Degree of anisotropy	+ 69%	+ 1%	- 3%
	Von Mises stress	Average - 83%	- 27%	- 38%
	St. deviation	+ 537%	- 1%	- 4%
Specimen 3 (lumbar spine)	Moduli	- 86%	- 8%	- 41%
	Degree of anisotropy	+ 18%	- 19%	+ 22%
	Von Mises stress	Average - 93%	- 26%	- 46%
	St. deviation	+ 1513%	- 11%	- 19%

H.S.Kim ve S.T.S. Al-Hassani (2002) ise yapmış oldukları çalışmada önceki çalışmalarda gözenekli kemiğe ait oluşturulan analitik modellerde dikkate alınmayan, gözenekli yapıdaki gözeneklerin birleşim bölgelerindeki açısız genişlemenin kemiğin mekanik özelliklerine etkisini araştırmışlardır. Yapılan çalışmada gözeneklerin birleşim bölgelerindeki açısız genişlemenin dikkate alınarak oluşturulan modellerin deneysel sonuçlarla çok iyi uyduğu görülmüştür. Bazı durumlarda önceki modele göre elastisite modülünün 1.8 ile 2.2 fazla olduğu gösterilmiştir. Daha gerçekçi analizler için gözeneklerin birleşim bölgelerindeki açısız genişlemenin modeller oluşturulurken dikkate alınması gerekliliğini vurgulamışlardır. Şekil 2.2' de sol tarafta gözenekli yapıdaki gözeneklerin birleşim bölgelerindeki açısız genişlemenin gösterildiği yapı, sağ tarafta H.S.Kim ve S.T.S. Al-Hassani oluşturduğu gözeneklerin birleşim bölgelerindeki açısız genişlemenin dikkate alındığı birim model verilmiştir.

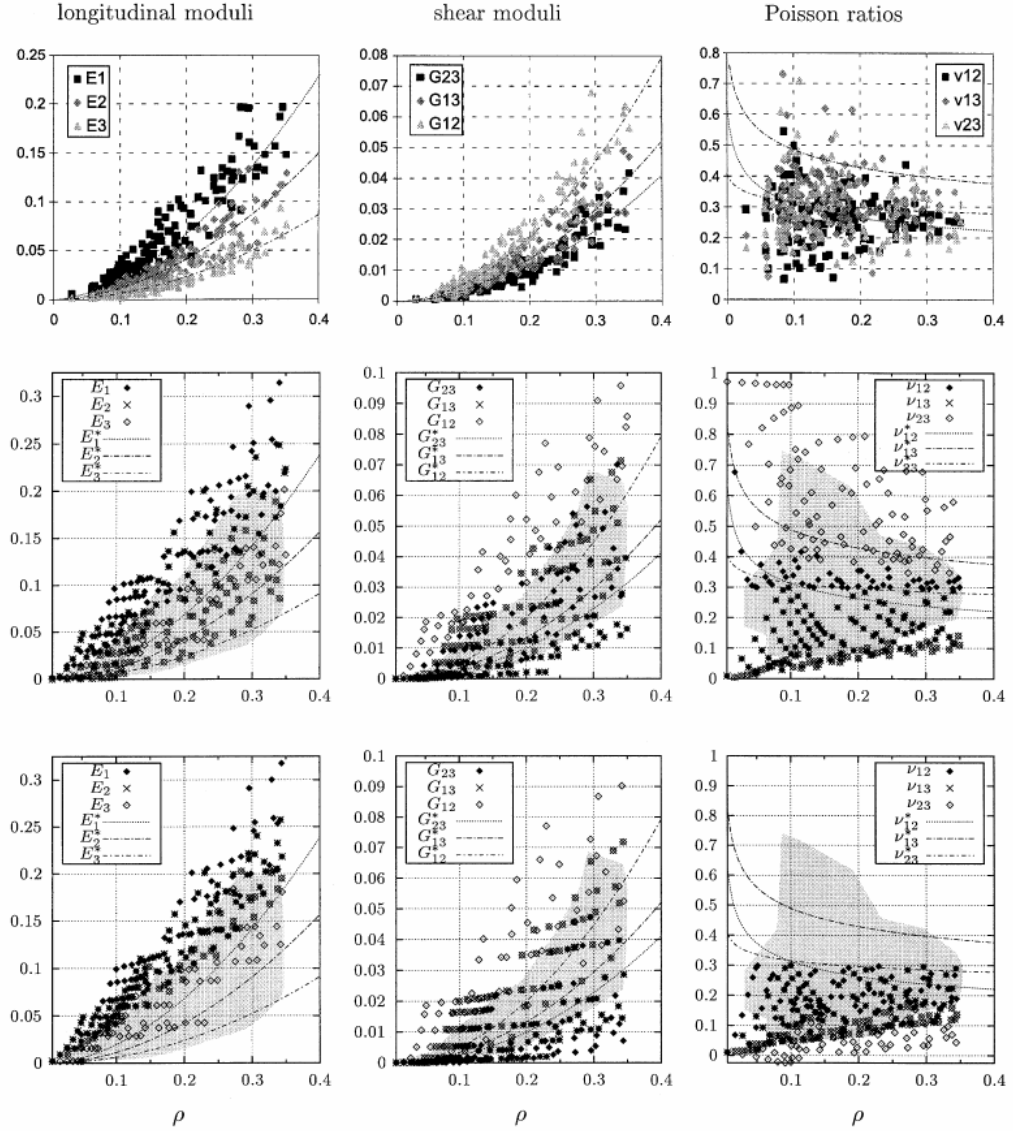


Şekil 2.2 Sol tarafta gözenekli yapıdaki gözeneklerin birleşim bölgelerindeki açısız genişlemenin gösterildiği yapı, sağ tarafta H.S.Kim ve S.T.S. Al-Hassani oluşturduğu gözeneklerin birleşim bölgelerindeki açısız genişlemenin dikkate alındığı birim model.

Piort Kowalczyk çalışmalarında gözenekli kemik yapısına ait parametrelerin, kemiğin analizinde ve yeniden modellenmesinde çok önemli olduğundan bahsetmiştir. Ancak deneysel ve mikro-FE yöntemindeki bilinen sınırlayıcı nedenlerden dolayı gözenekli yapının formülize edilmesinin gözenekli yapının analizi esnasında büyük avantaj sağlayacağına işaret etmiştir. Bunun üzerine iki farklı tekrarlanabilir hücre tipi oluşturup bunlar üzerinde analizler yapmıştır. Sonuçları daha önceki çalışmalarda mikro-FE yöntemiyle yapılan analiz sonuçları ile karşılaştırmış ve tekrarlanabilir hücre tipleriyle elde edilen analiz sonuçlarının mikro-FE ile elde edilen analiz sonuçları ile çok iyi uyduğuna belirtmiştir. Piotr (2003)' nin analizlerinde kullandığı tekrarlı birim eleman yapısı örnekleri Şekil 2.3' de verilmiştir.



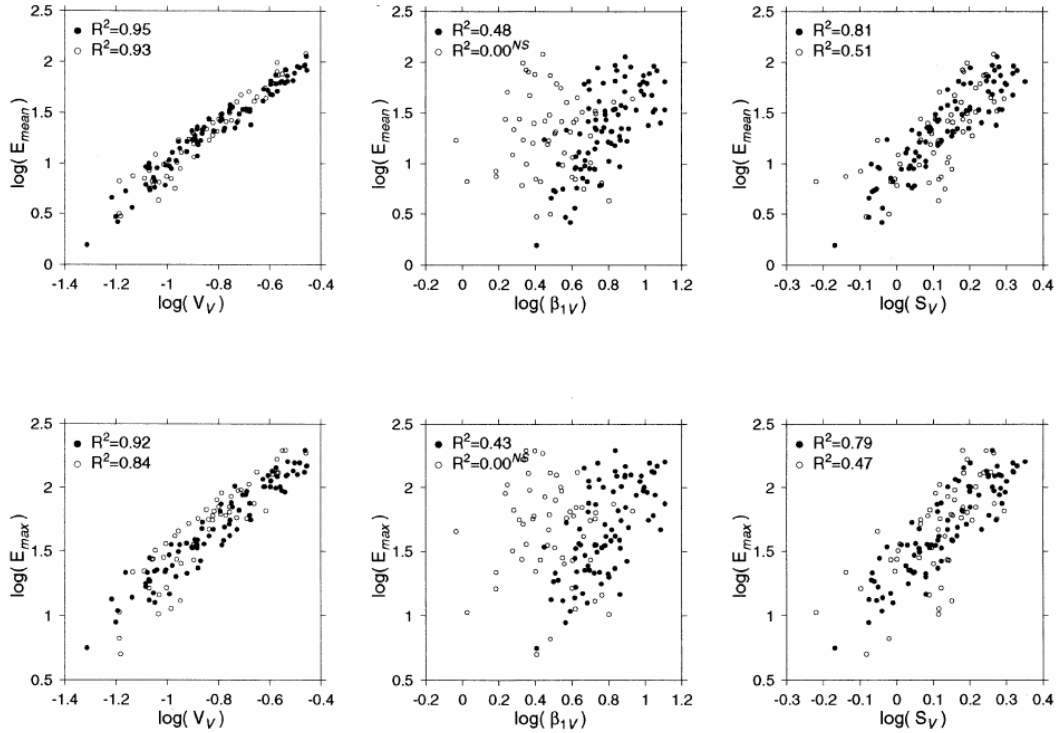
Şekil 2.3. Piotr (2003)' nin analizlerinde kullandığı tekrarlı birim eleman yapısı örnekleri



Şekil 2.4 Çeşitli gözenekli yapı tiplerine ait yoğunluk-malzeme sabitleri grafiği.a) mikro-FE sonuçları b) Prismatik hüre tipi için bu çalışmada elde edilen sonuçlar c) Kübik hüre tipi için bu çalışmada elde edilen sonuçlar. 1,2,3 doğrultu indisleri. Kesik gri çizgilerle ifade edilen eğriler Yang. Et Al (1999) tarafından tanımlanan exponansiyel fonksiyon eğrileridir.

J.Kabel, B. Van Rietbergen ve R.Huiskes (1998) yapmış oldukları çalışmada gözenekli kemik hücrelerinin mekanik kalitesini etkileyen olası önemli gözenekli yapıdaki bağlantı şekillerinden bahsetmişlerdir. Çalışma için 14 ila 91 yaş aralığında, 56 farklı kadavradan, 141 kübik formda kemik numunesi toplanmıştır. Her bir numune 20 – 25 μm çözünürlükte görüntüler kullanılarak 3 boyutlu olarak modellenmiştir. Bu 3

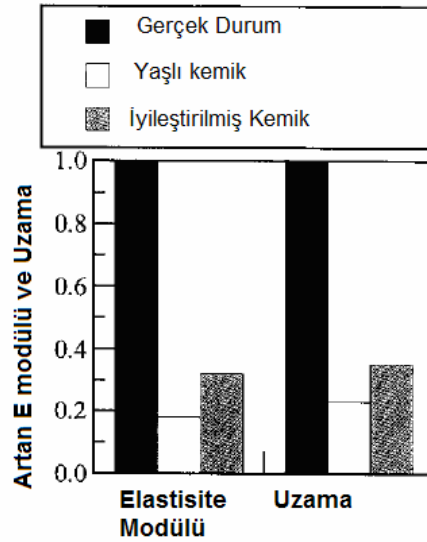
boyutlu modeller kullanılarak gözenekli kemiğe ait sonlu elemanlar modelleri oluşturulmuş, modeller analiz edilerek gözenekli kemiğe ait tüm elastik özellikler elde edilmiş, ayrıca maksimum ve ortalama sertlik değerleri hesaplanmıştır. Hacim katsayısı, hücreler arası bağlantı yoğunluğu ve yüzey yoğunluğu belirlenmiştir. Sonuç olarak hücreler arası bağlantı yoğunluğunun normal gözenekli hücrelerde elastik özellikleri tahmin etmede çok sınırlı bir değer olduğu ortaya konulmuştur. Emax, E ortalama- Morfolojik parametreler ilişkisi grafiği Şekil 2.5’ de verilmiştir. Eğer bir ilişki mevcut ise artan hücreler arası bağlantı yoğunluğu sonucu sertlik değerinin azaldığını belirtmişlerdir.



Şekil 2.5. Emax, E ortalama- Morfolojik parametreler ilişkisi grafiği. R2 ilişki katsayısı. İçi dolu daire 1. seriye ait sonuçlar. İçi boş daire 2. seriye ait sonuçlar.

M.J.Silva ve L.J.Gibson (1997) yapmış oldukları çalışmada gözenekli kemik yapısındaki gözeneklere ait kalınlık ve bağlantı yoğunluğunun azalmasının kemiğin mekanik özellikleri üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Bu çalışmada öncelikle vertebral gözenekli kemiğe ait iki boyutlu bir model oluşturmuşlardır. Daha sonra iki boyutlu modeli sonlu elemanlar analiz yöntemini kullanarak analiz edip mekanik davranışlarını

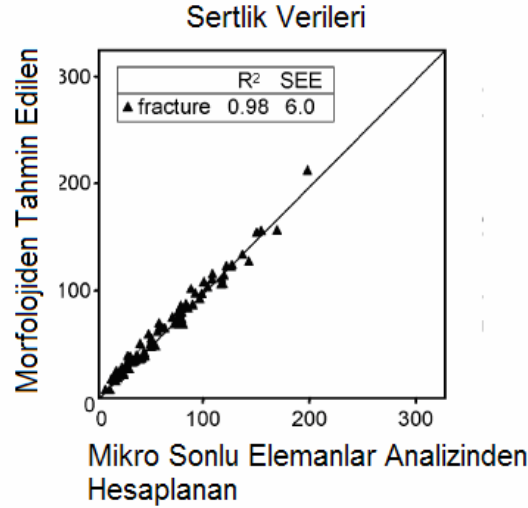
incelemişlerdir. Kemik bağlantı yoğunluğundaki azalmanın, aynı kemik yoğunluğunda, kemiğin gözenek kalınlığının azalmasına oranla kemiğin uzama ve elastisite modülü değerlerinde 2 ila 5 kata varan azalmaya neden olduğunu gözlemlemişlerdir. Yaşlı kemik simulasyonunda kemik gözeneklerinin kalınlığının ve bağlantı yoğunluğunun belirli bir şekilde azaltılmasının kemiğin uzama değerinin gerçek değerinin %23'ne düşmesine neden olduğunu belirtmişlerdir. Kemiğin gözenek kalınlığını arttırıp gerçek kemik yoğunluğuna ulaşıldığı durumda uzama değeri ancak gerçek değerinin % 37'sine ulaştığını belirtmişlerdir. Gerçek durum, yaşlı kemik ve iyileştirilmiş kemiğe ait uzama ve elastisite modülü grafiği Şekil 2.6' de verilmiş ve bu analizlerin birleştirilerek kemiğin uzama açısından kötüleşmesinin engellenmesi ancak bağlantı yoğunluğunun sağlıklı durumdaki yoğunluk ile aynı oranda tutularak sağlanabileceğini belirtmişlerdir.



Şekil 2.6 Gerçek Durum, Yaşlı Kemik ve İyileştirilmiş Kemiğe ait Uzama ve Elastisite Modülü Grafiği

Jasper Homminga, Barbara R. McCreddie ve ark. (2003)' nin yapmış oldukları çalışmada gözenekli kemiğe ait elastik özelliklerin morfolojik parametreler (hacim katsayısı, gözenek yapısı) yardımıyla tahmin edilip edilemeyeceğini araştırmışlardır. Bu çalışmada hastalardan alınan 32 adet kübik formda gözenekli kemik numunesi kullanmışlardır. Kemik numunelerinin elastik özelliklerini mikro sonlu elemanlar yöntemini kullanılarak belirlenmişlerdir. Morfolojik parametreleri ise mikro-CT kullanılarak belirlemişlerdir. Bulmuş oldukları sonuçlara göre gözenekli kemiğe ait

elastik özelliklerin morfolojik parametreler yardımıyla tahmin edilebileceğini belirtmişlerdir. Şekil 2.7' de Morfolojiden tahmin edilen ve mikro sonlu elemanlar analizinden hesaplanan Sertlik değerleri verilmiştir.



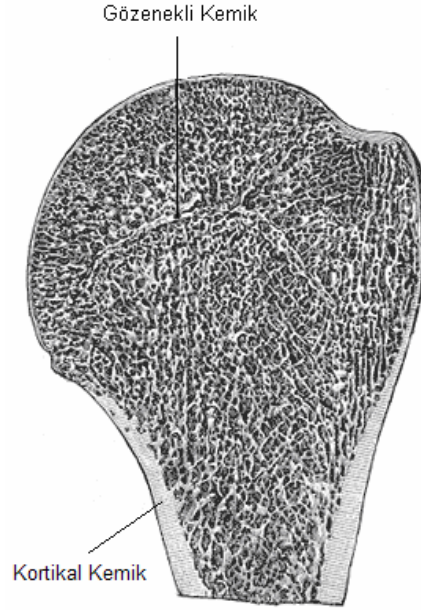
Şekil 2.7. Tahmin Edilen ve Hesaplanan Sertlik Değerleri Arasındaki İlişki

2.1 Kemik Yapısı

Kemik, mineralize kollajen çatisı olan özelleşmiş canlı ve dinamik bir bağ dokusudur. Ana görevi vücut için mekanik destek sağlamak, beyin ve spinal kord gibi önemli yapıları korumak, başta kalsiyum olmak üzere birçok mineral için depo görevi görmektir. Ayrıca hemopoesis ve immün sistem fonksiyonlarında da görev almaktadır.

Kemik, organik ve inorganik materyalden meydana gelir. Ağırlığının %70'ini mineraller veya inorganik madde, %5-8'ini su, geriye kalanını da organik veya ekstrasellüler matriks oluşturur. Organik matriksin %98'ini Tip 1 kollajen ve nonkollajenöz proteinler, %2'sini ise kemik hücreleri oluşturur. Organik matriks kemiğin mekanik ve biyokimyasal özelliklerinin belirleyicisidir. Büyüme faktörleri, sitokinler, osteopontin, osteonektin, osteokalsin, kemik sialoprotein, trombospondin, proteoglikan gibi ekstrasellüler matriks proteinleri, fosfoproteinler ve fosfolipidler total kemik volümünün çok az bir kısmını oluştururken, kemiğin biyolojik fonksiyonda önemli rol oynamaktadır. Şekil 2.8'de kemik yapısı verilmiştir. Kollajen çok düşük çözünürlüğe sahip, her biri 1000 amino asitten oluşan 3 polipeptid zincirinden oluşmuştur ve kemik matriksinin en önemli bileşenidir. Deri ve tendonlardaki tip 1

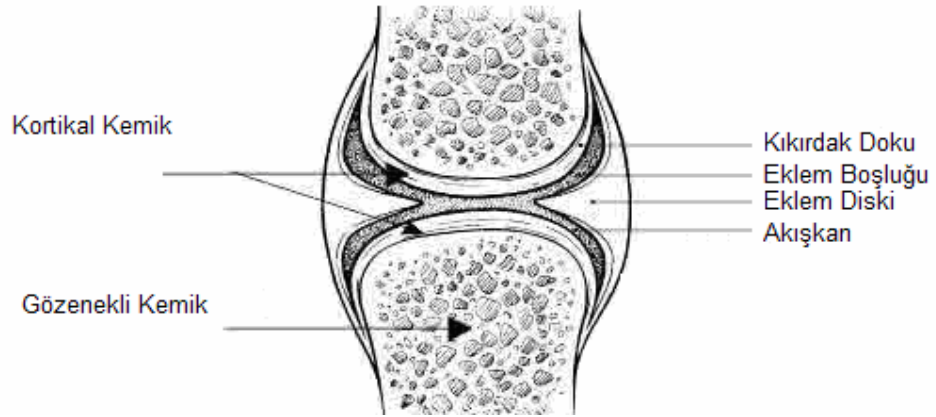
kollajenden farklı olarak kemikteki tip 1 kollajen mineralize olabilme kapasitesine sahiptir.



Şekil 2.8. Kemik Yapısı

İnorganik yapının %95'ini kalsiyum hidroksiapatit kristalleri oluşturur. Temel olarak kalsiyum, fosfat, az miktarda bikarbonat, sitrat, magnezyum, potasyum ve sodyum içerir. Hidroksiapatit kristalleri tip 1 kollajen boyunca belli bir düzende yerleşmişlerdir. Vücudun en sert ve sağlam dokusu olan kemiğin bu özelliği, hidroksiapatit kristalleri ile kollajen arasındaki ilişkiye bağlıdır.

İnsanlarda ve diğer memeli hayvanlardaki kemik yapısı kortikal (kompakt) ve gözenekli (trabekular) kemik olmak üzere iki tipte sınıflandırılır. Kortikal kemik yoğunluk bakımından daha yoğun bir yapıdadır. Gözeneklilik oranı %5 ila %10 arasındadır. Kortikal kemik uzun kemiklerin shaft bölgesinde, eklem bölgelerinde gözenekli kemiğin dış tarafında ve omurlarda bulunur. Şekil 2.9' de eklem bölgesinde gözenekli kemiğin etrafını saran kortikal kemik yapısı şematik olarak gösterilmektedir. Gözenekli kemik %50 ila %90 arasındaki gözeneklilik oranı ile daha az yoğunlukta bir yapıya sahiptir. Uzun kemiklerin uçlarında, omurlarda ve yassı kemiklerde bulunur.



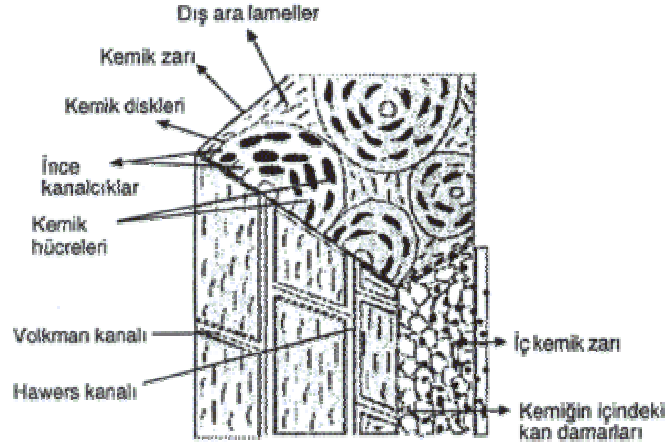
Şekil 2.9. Eklem Bölgesinde Kemik Yapısı

2.1.1 Kortikal Kemik

İskeleti oluşturan bütün kemiklerin dış yüzeyi ile uzun kemiklerin gövdesi, sıkı kemik dokusundan meydana gelir. Kortikal kemik esas olarak mekanik ve koruyucu bir fonksiyon üstlenirken, gözenekli kemik ise metabolik fonksiyonlardan sorumludur.

Kortikal kemiğin (örneğin femurun diyafizi) mikroskopik incelemesinde dokunun havers kanalları etrafında 3-7 µm kalınlıktaki lamellerden, hücrelerden ve sert bir matriksten oluştuğu görülür. Şekil 2.10' da kortikal kemiğin yapısı verilmiştir. Düzgün ve boşluk içermeyen bir tertiplemede olan kortikal kemikteki osteoblastlar (laküna) dallıdır ve kanalikül adını da alır. İçine ise osteositler (kemik hücreleri) yerleşmiştir. Kortikal kemiklerdeki bu kanaliküller her bir lamelde birçok sayıda olduğundan ait olduğu Havers sisteminin en içinden en dış lameline kadar temas kurarlar. Böylece dokuda bir ağ oluşturarak metabolizmanın olaylanmasını sağlarlar. Lamellerin sayısı 4 ile 20 arasında değişmektedir. Özellikle enine yapılmış bir kemik kesitinde bu Havers sistemikonsetrik tertiplenmiş halkalar şeklinde ortaya çıkar. Dokunun incelenmesinde lamel sistemi şöyle sınıflandırılır:

1. Havers Lamelleri
2. Periostun altında dış esas lameller
3. Endosteum etrafındaki iç esas lameller
4. Osteonların arasındaki ara lameller.



Şekil 2.10. Kortikal Kemik Yapısı

Bir Havers kanalıyla onun etrafındaki lamellerin tümüne birden osteon adı verilir. Bir Havers kanalı yan dallarla kemik iliği ve periosteumla bağlantı kurar. Bu yan dallara Volkmann kanalları adı verilir. Haversteki damarlar longitudinal tertiplenmiş olup yan dallarıyla da komşu damarlarla temastadırlar. Havers kanalı 20-100 μm çapındadır ve 1-2 adet damar içerir. Damarlar genellikle kapiller, postkapiller venül veya seyrek olarak arteriol olabilir. Sert bir matrikse sahip olan kemik dokusunda diffüzyon olanağı olmadığından kanal ve kanaliküllerle kemiğin dışından içine kadar ilişki kurulur ve bu şekilde metabolizma için gerekli maddeler damar ve kanaliküllerle hücrelere kadar ulaşır.

Erişkin bir insanın kortikal kemiğinde % 4 oranda yağ, % 24 organik matriks, % 12 kadar su ile % 60 kadar mineraller yer almaktadır.

2.1.2 Gözenekli Kemik

Gözenekli kemik vücutta bulunan ikinci tip kemik yapısıdır. Kırmızı kemik iliği ve düzensiz boşlukların bulunduğu ince kemik lamellerinden oluşmuştur. Uzun kemiklerin uçlarını doldurur ve omurların büyük bir bölümünü oluştururlar. Gözenekli kemiklerde yağ oranı daha çoktur. Bir erişkinin gözenekli kemik yapısında ortalama % 35 kadar yağ, % 20 organik matriks, % 20 kadar mineraller ve % 25 kadar su bulunmaktadır. Şekil 2.11’de gözenekli kemik yapısının görülebildiği gerçek kemik kesiti verilmiştir.



Şekil 2.11. Gözenekli Kemik Yapısının Görülebildiği Gerçek Kemik Kesiti

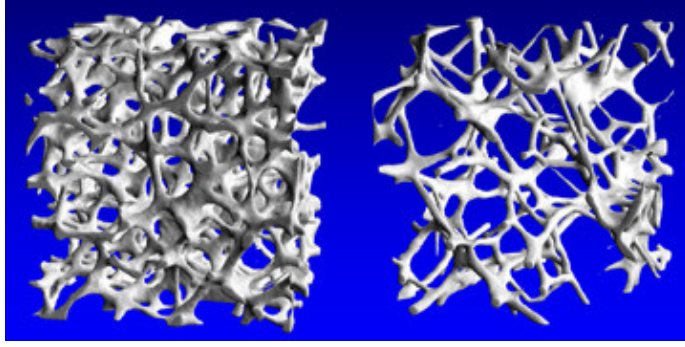
Gözenekli kemik ile kortikal kemiğe ait mekanik özellikler arasındaki en büyük farklılık efektif sertlik değerleridir. Gözenekli kemik kortikal kemikten daha yumuşak bir yapıya sahiptir ve bu yumuşak yapının eklemlerin temas yüzeylerinde oluşan yükleri dağıtıp, yok ettiğine inanılmaktadır. Gözenekli yapı vücuttaki toplam kemik ağırlığının %20' sini oluştururken kortikal yapı, bu ağırlığın %80' nini oluşturmaktadır. Buna rağmen gözenekli kemik kortikal kemikten çok daha fazla yüzey alanına sahiptir. İnsan iskeletinde gözenekli kemiğin toplam yüzey alanı $7.0 \times 10^6 \text{ mm}^2$ iken kortikal kemiğin toplam yüzey alanı $3.5 \times 10^6 \text{ mm}^2$ dir. Gözenekli kemik ile kortikal kemiğe ait genel unsurların karşılaştırıldığı Tablo 2.2 aşağıda gösterilmiştir.

Tablo 2.2. Gözenekli ve Kortikal Kemiğe Ait Bazı Parametrelerin Karşılaştırılması

Yapısal Unsurlar	Kortikal Kemik	Gözenekli Kemik
Hacim Katsayısı (mm^3/mm^3)	0.90 (0.85 - 0.95)	0.20 (0.05 - 0.60)
Yüzey Alanı/ Kemik Hacmi (mm^2/mm^3)	2.5	20
Toplam Kemik Hacmi (mm^3)	1.4×10^6	0.35×10^6
Toplam İç Yüzey Alanı (mm^2)	3.5×10^6	7.0×10^6

Gözenekli kemik kortikal kemiğe oranla çok daha fazla gözeneğe sahiptir. Gözenekli kemikte hacim katsayısı sadece %5 ile %60 arasında değişmektedir. Hacim katsayısı, toplam kemik dokusunun hacminin toplam kemik hacmine oranı olarak tanımlanmaktadır. Hacim katsayısı kemik tipi, yaş ve türe bağlı olarak değişkenlik göstermektedir. Gözenekli kemik genekli çubuk ve levhalardan oluşan bir yapı olarak

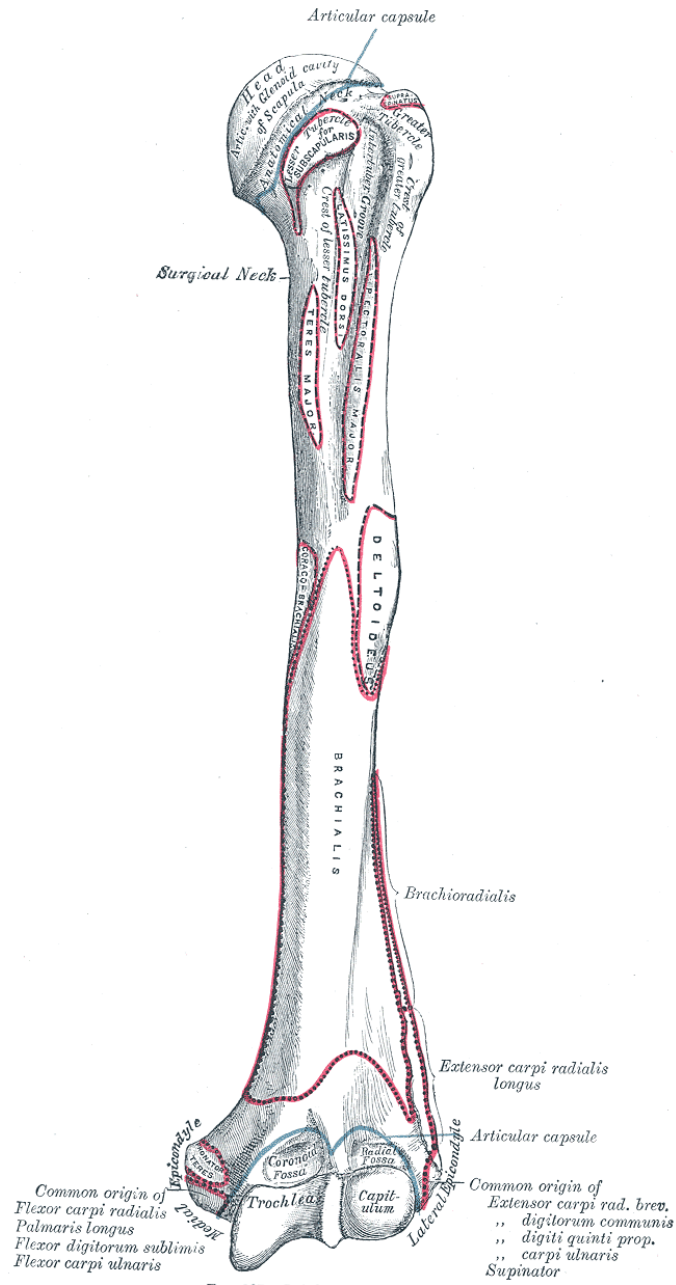
karakterize edilmektedir. Genellikle gözenekli kemikteki çubukların boyutları kalınlık olarak 200 μm , uzunluk olarak ise 1000 μm ' dur. Şekil 2.12' de farklı hacim oranlarındaki gözenekli kemik yapısı verilmiştir.



Şekil 2.12. Farklı Hacim Oranlarındaki Gözenekli Kemik Yapısı

2.2 Üst Kol kemiği (Humerus)

Kişilere göre değişen bir uzunluk gösterir. Uzunluğu yaklaşık 25-30 cm arasındadır. İçi boşluklu bir yapıya sahiptir. İki ucu ve bir gövdesi vardır. Bir ucu ile omuz ekleminin yapısına katılırken (caput humeri), öteki ucu ile de dirsek eklemi oluşturur (trochlea humeri ve capitulum humeri). Şekil 2.13' de üst kol kemiğinin görünümü verilmiştir. Omuz eklemine katılan ucunda, caput humeri'den başka, iki kemik çıkıntı daha bulunur (tuberculum majus ve minus). Bu kemik çıkıntılara bazı kaslar tutunur. İki kemik çıkıntı arasında ise, kolun ön tarafında bulunan büyük pazu kasının uzun kirişinin geçtiği oluk (sulcus intertubercularis) yer alır. Humerus'un dirsek eklemine katılan distal ucunda görülen makara şeklindeki yapı (trochlea humeri) ile, ön kol kemiklerinden ulna eklem yapar. Yine aynı yerde bulunan ve küçük yuvarlak bir küre şeklindeki capitulum humeri ile de yine önkol kemiklerinden radius, eklem yapar. Böylece dirsek eklemi içinde, kol ve önkol kemiklerinin katılması ile üç kemik bulunur.



Şekil 2.13. Üst Kol Kemiği (Humerus)

Ancak bu birleşme sırasında, aynı zamanda önkol kemikleri de (radius ve ulna) ayrıca kendi aralarında bir eklem oluştururlar. Trochlea humeri'nin iç yan tarafında oluşan bir oluktan (sulcus n.ulnaris) nervus ulnaris adı verilen önemli bir sinir geçerek önkola uzanır. Humerus'un gövdesi (corpus humeri) üzerine tutunarak sonlanan önemli kaslar vardır. Bu kaslar, omuz kemeri kas grubunu oluştururlar. Humerus'a kadar gelen diğer

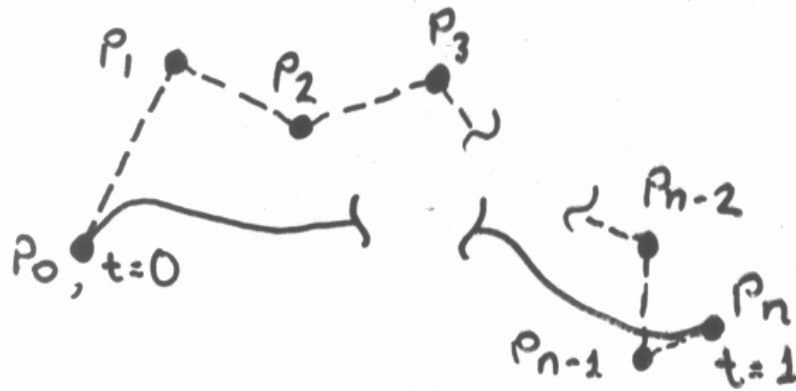
bazı kaslar ise, gövdenin uzak yerlerinden başlayarak buraya uzanırlar. Bu kasların, fonksiyonel izlerini humerus üzerinde görmek mümkündür ve bu izlerin bir kısmında özel adlar alırlar, (örneğin, tuberositas deltoidea gibi). Ayrıca burada, nervus radialis ile humerus'un gövdesi (corpus humeri) arasında, klinik bakımdan önemli bir komşuluğun olduğunu belirtmek gerekir. Sözü edilen sinir, kendi adı ile tarif edilen bir oluk içinde (sulcus nervi radialis) aşağıya doğru devam eder. Özellikle bu bölge kırıklarında, n.radialis'in klinik olaylarına oldukça sık rastlanır.

2.3 Serbest Yüzey Modelleme Teknikleri

Grafik olarak veya resim olarak verilen eğriye veya yüzeye uygun bir fonksiyon bulmak gerekebilir. Buna, özellikle bilgisayar destekli tasarım ve çizim uygulamalarında ihtiyaç duyulur. Bu iş genellikle tasarımcının değişik parametreleri deneyerek uygun bir fonksiyon bulmaya çalışmakla gerçekleştirilir. Bu amaçla geliştirilen Bezier eğrileri bilgisayar grafik işlemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır.

2.3.1 Bezier Eğrileri

Bir poligonun köşe noktaları tarafından tanımlanan eğri şeklindedir. Köşe noktalarının sadece ilk ve sonuncusu eğri üzerindedir, diğer köşe noktaları eğrinin şeklini derecesini ve türevlerini tanımlar. Poligona ilave edilen her bir köşe noktası eğrinin derecesini bir artırır. Şekil 2.14' de Bezier eğrilerine ait gösterim verilmiştir.



Şekil 2.14. Bezier eğrileri

Eğrinin noktalarını veren denklem;

$$P(x) = \sum_{i=0}^n P_i J_{n,i}(t) \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (2.1)$$

$i = 0, \dots, n$ Köşe noktaları indisi

P_i = Köşe noktalarının koordinatları

n = Eğrinin derecesi

t = Kontrol parametresi

$J_{n,i}(t)$ = Bernstein polinomu

Bernstein polinomu:

$$J_{n,i}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \quad (2.2) \quad \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (2.3)$$

Bu denklem (2) yardımıyla P_0, P_1, P_2, P_3 köşe noktalarını kullanarak Bezier eğrisi elde edilmek istenirse;

Eğrinin derecesi $n = 4 - 1 = 3$

Köşe noktası indisleri $i = 0, 1, 2, 3$

Kontrol parametresi $t = 0, 1/3, 2/3, 1$

$$J_{3,0}(t) = (1-t)^3$$

$$J_{3,1}(t) = 3t(1-t)^2$$

$$J_{3,2}(t) = 3t^2(1-t)$$

$$J_{3,3}(t) = t^3$$

t	0	1/3	2/3	1
$J_{ni}(t)$				
$J_{3,0}$	1	8/27	1/27	0
$J_{3,1}$	0	4/9	2/9	0
$J_{3,2}$	0	2/9	4/9	0
$J_{3,3}$	0	1/27	8/27	1

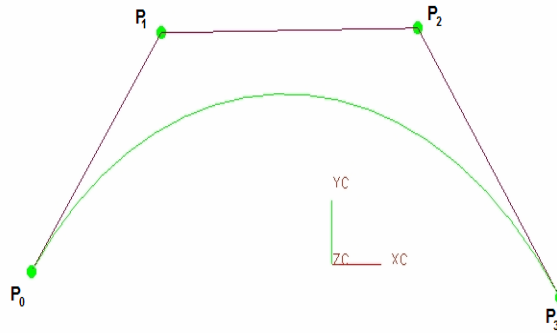
$$P(0)=P_0$$

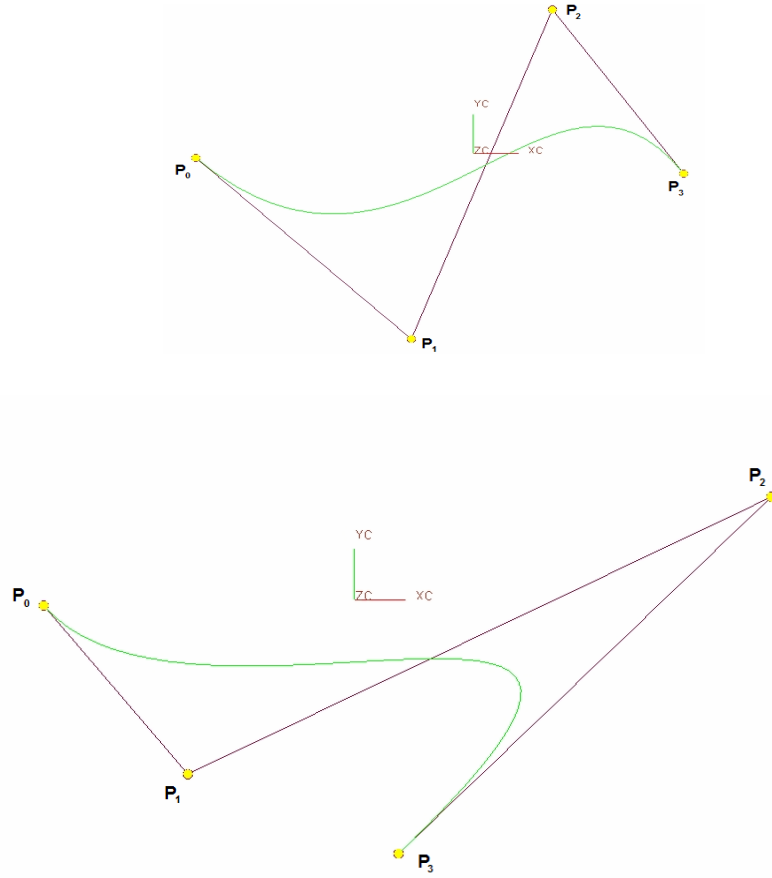
$$P(1/3)= (8/27)P_0 + (4/9)P_1 + (2/9)P_2 + (1/27)P_3$$

$$P(2/3)= (1/27)P_0 + (2/9)P_1 + (4/9)P_2 + (8/27)P_3$$

$$P(1)=P_3$$

Şekil 2.15' de görüldüğü gibi eğrinin şekli köşe noktalarına bağlı olarak değişmektedir. Ayrıca köşe noktalarının birindeki değişim eğrinin üzerindeki tüm bölgeleri tamamen etkilemektedir.





Şekil 2.15. Köşe Noktalarının Yer Değiştirmesinin Bezier Eğrisine Etkisi

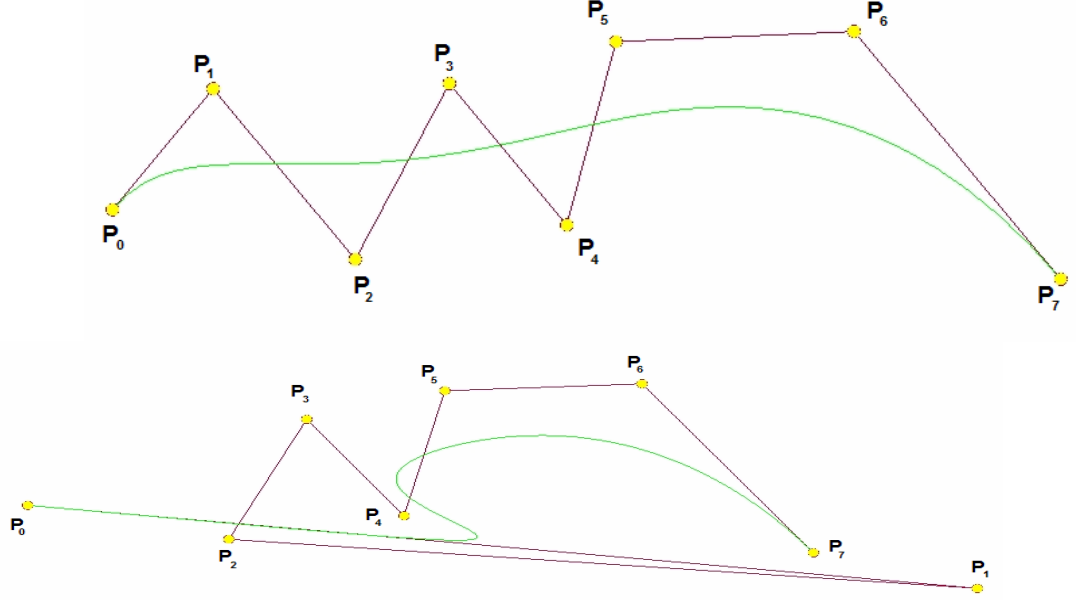
2.3.2 B-Spline Eğrileri

Matematiksel açıdan verilen köşe noktalarını kullanarak oluşturulan eğriler seçilen yaklaşıma göre değişik şekillerde oluşurlar. Bu şekilleri belirleyen temel faktör kullanılan ağırlık, karışım fonksiyonudur. Örneğin Bezier eğrisinin çiziminde Bernstein polinomu kullanılır. Bezier eğrisinin çiziminde bazı sınırlamalar mevcuttur.

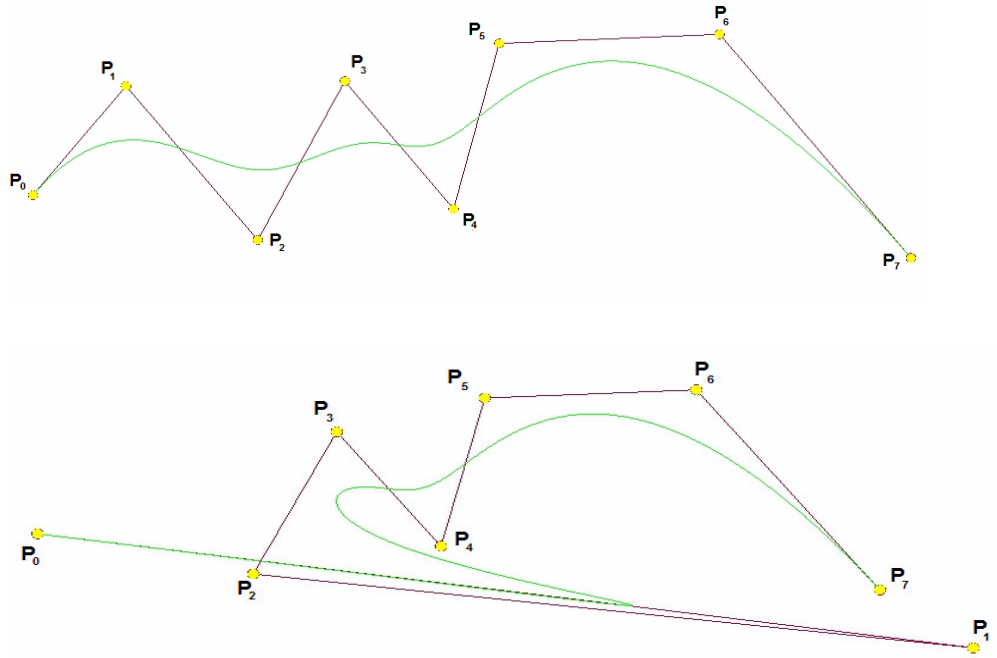
1- Eğrinin derecesi köşe noktası sayısına bağlıdır. Örneğin 4 noktadan geçen eğrinin derecesi 3'tür. Eğrinin derecesini düşürmenin tek yolu köşe noktası sayısının azaltılmasıdır.

2- Ağırlık fonksiyonu olarak kullanılan Bernstein polinomunun $[J_{n,i}(t)]$ tüm eğri üzerinde farklı etkileri vardır. Tüm eğri üzerinde etkisinin sıfır olduğu bir bölge yoktur. Bir köşe noktasının değişiminin eğrinin tümünde etkisi vardır.

3- B-Spline eğrilerinde köşe noktalarındaki değişim sadece o bölgeyi etkiler. Köşe noktalarının sayısı değişmeden eğrinin derecesi değiştirilebilir.



Şekil 2.16. Bezier Eğrilerinde Köşe Noktasının Yer Değiştirmesinin Eğri Üzerine Etkisi



Şekil 2.17. B-Spline Eğrilerinde Köşe Noktasının Yer Değiştirmesinin Eğri Üzerine Etkisi

$$P(t) = \sum_{i=0}^n P_i N_{i,k}(t) \quad (2.4)$$

$i = 0, \dots, n$ Köşe noktaları indisi

P_i = Köşe noktalarının koordinatları

n = Köşe noktalarının sayısı – 1

k = Eğrinin derecesi

$N_{i,k}(t)$ = Ağırlık fonksiyonu

k . dereceden B-Spline eğrisi için ağırlık fonksiyonu

$$N_{i,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{eğer} & x_i \leq t \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases}$$

$$N_{i,k}(t) = \frac{(t - x_i)N_{i,k-1}(t)}{x_{i+k-1} - x_i} + \frac{(x_{i+k} - t)N_{i+1,k-1}(t)}{x_{i+k} - x_{i+1}} \quad (2.5)$$

x_i = Düğüm vektörü elemanları

t = Kontrol parametresi

Düğüm vektörü = Tamsayılardan oluşan bir seri

Kurallar:

1- Düğüm vektörü eleman sayısı poligonu oluşturan aralık sayısına bağlıdır. Aynı düğüm değerinin tekrar etmesi, sıfır uzunluğu da bir aralık olarak nitelendirilir. B-Spline eğrisi üzerinde bulunan $t=x_i$ noktası geometrik düğüm noktası adını alır. Eğrinin k derecesi poligonun köşe nokta sayısından bir eksik ise ve tekrarlı düğüm noktası yok ise Bezier eğrisi elde edilir.

k derecesi arttıkça eğri poligondan uzaklaşır.

$k=1$ ise eğri çizgilerden oluşan ve köşe noktalarından geçen bir polinomdur.

Örnek olarak $n + 1 = 5$ noktalarından geçen ve tekrarlı düğüme sahip olmayan bir poligon ele alalım.

$$[0 \dots \dots \dots t_{\max}] \longrightarrow t_{\max} = n - k + 1$$

5 köşe noktası ve $k = 2$ dereceden eğri için

$$t_{\max} = 4 - 2 + 1 = 3$$

Eğrinin derecesi 2 olduğundan baştaki ve sondaki değerler 2+1 defa tekrar edilir.

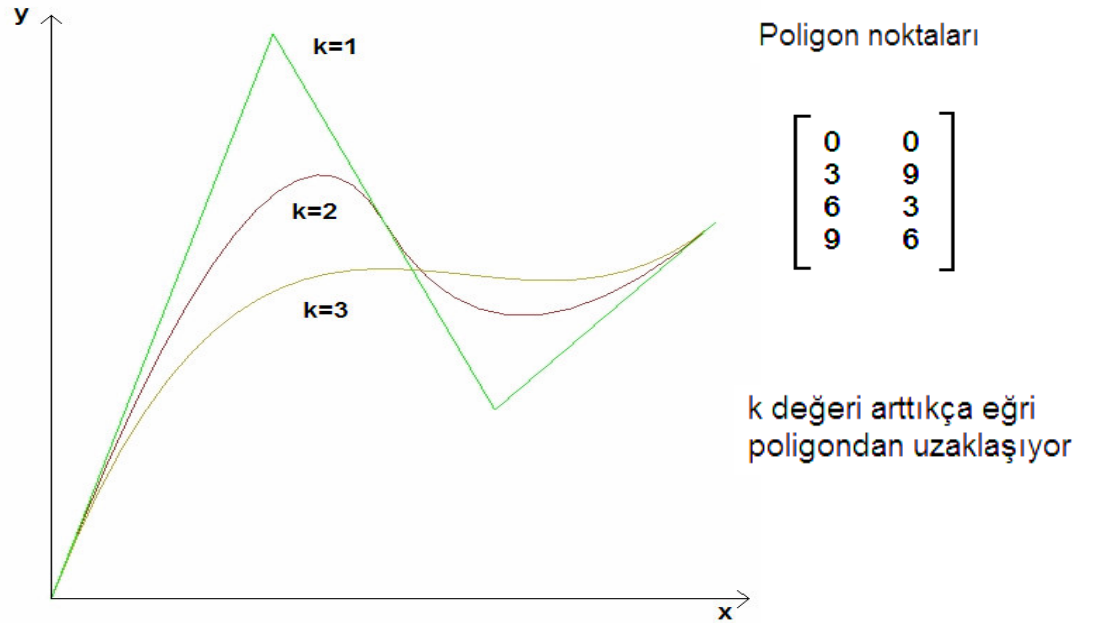
$$\text{Düğüm vektörü} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 3 \ 3]$$

Benzer şekilde

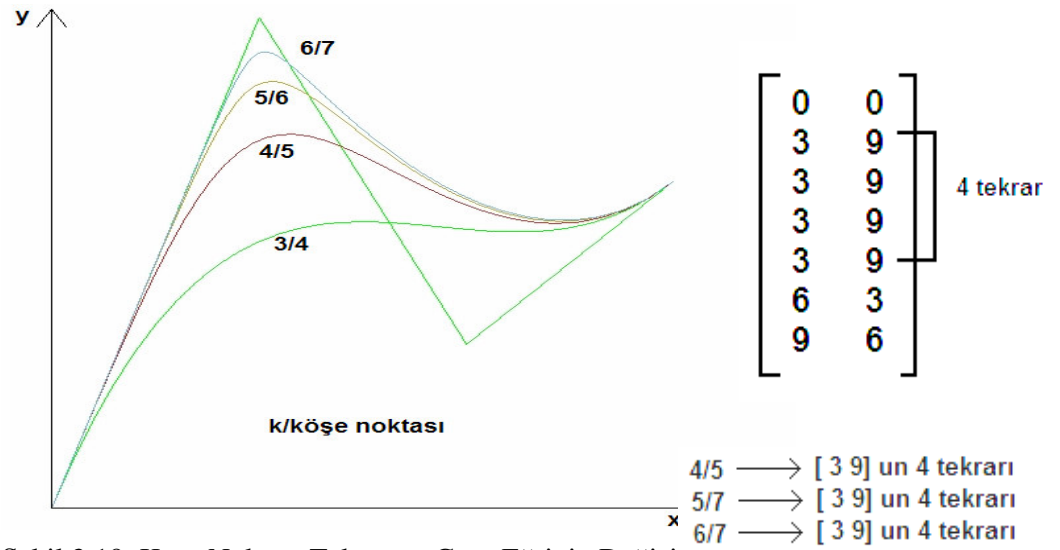
$$n = 4, k = 1 \longrightarrow t_{\max} = 4 - 1 + 1 = 4 \quad [0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 4]$$

$$n = 4, k = 3 \longrightarrow t_{\max} = 4 - 3 + 1 = 2 \quad [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2]$$

Yukarıdaki örneklerde gösterildiği gibi düğüm vektörleri oluşturulur.



Şekil 2.18. K Derecesinin Artışına Göre Eğrinin Değişimi



Şekil 2.19. Köşe Noktası Tekrarına Göre Eğrinin Değişimi

Yukarıdaki veriler ışığında $P_0[1,1]$, $P_1[2,3]$, $P_2[4,3]$, $P_3[3,1]$ köşe noktaları kullanarak 1. dereceden bir B-Spline eğrisi oluşturulmak istenirse

$$P(t) = \sum_{i=0}^n P_i N_{i,k}(t) \quad (2.4)$$

$$N_{i,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } x_i \leq t \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases}$$

$$N_{i,k}(t) = \frac{(t-x_i)N_{i,k-1}(t)}{x_{i+k}-x_i} + \frac{(x_{i+k+1}-t)N_{i+1,k-1}(t)}{x_{i+k+1}-x_{i+1}} \quad (2.5)$$

$k=1$;

köşe noktası sayısı = 4 ;

n = köşe noktası sayısı-1 ;

$t_{\max} = n - k + 1 = 3 - 1 + 1 = 3$;

Düğüm vektörü = [0 0 1 2 3 3] ;

$x_0 = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$; $x_4 = 3$; $x_5 = 3$;

(2.5) nolu denklemden;

$$N_{0,1}(t) = \frac{(t-0)N_{0,0}(t)}{x_1-x_0} + \frac{(x_2-t)N_{1,0}(t)}{x_2-x_1}$$

$$N_{1,1}(t) = \frac{(t-0)N_{1,0}(t)}{x_2 - x_1} + \frac{(x_3 - t)N_{2,0}(t)}{x_3 - x_2}$$

$$N_{2,1}(t) = \frac{(t-1)N_{2,0}(t)}{x_3 - x_2} + \frac{(x_4 - t)N_{3,0}(t)}{x_4 - x_3}$$

$$N_{3,1}(t) = \frac{(t-2)N_{3,0}(t)}{x_4 - x_3} + \frac{(x_5 - t)N_{4,0}(t)}{x_5 - x_4}$$

$$t = 0 \Rightarrow N_{0,1}(0) = 0 + (1-0)1/1 = 1$$

$$N_{1,1}(0) = 0$$

$$N_{2,1}(0) = 0$$

$$N_{3,1}(0) = 0$$

$$t = 0.5 \Rightarrow N_{0,1}(0) = 0 + (1-0.5)1/1 = 0.5$$

$$N_{1,1}(0) = 0.5$$

$$N_{2,1}(0) = 0$$

$$N_{3,1}(0) = 0$$

$$t = 1 \Rightarrow N_{0,1}(0) = 0$$

$$N_{1,1}(0) = 0.5$$

$$N_{2,1}(0) = 0.5$$

$$N_{3,1}(0) = 0$$

Benzer şekilde diğer t'ler hesaplanıp aşağıdaki tablo oluşturulur.

Tablo 2.3. Hesaplanan t Değerleri

t	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$N_{i,k}(t)$							
$N_{0,1}$	1	0.5	0	0	0	0	0
$N_{1,1}$	0	0.5	1	0.5	0	0	0
$N_{2,1}$	0	0	0	0.5	1	0.5	0
$N_{3,1}$	0	0	0	0	0	0.5	1

$$P(t) = P_0 N_{0,1}(t) + P_1 N_{1,1}(t) + P_2 N_{2,1}(t) + P_3 N_{3,1}(t)$$

$$P(0) = P_0$$

$$P(0.5) = P_0^*(0.5) + P_1^*(0.5) + P_2^*(0) + P_3^*(0) = 0.5^*(P_0 + P_1)$$

$$P(1) = P_0^*(0) + P_1^*(1) + P_2^*(0) + P_3^*(0) = (P_1)$$

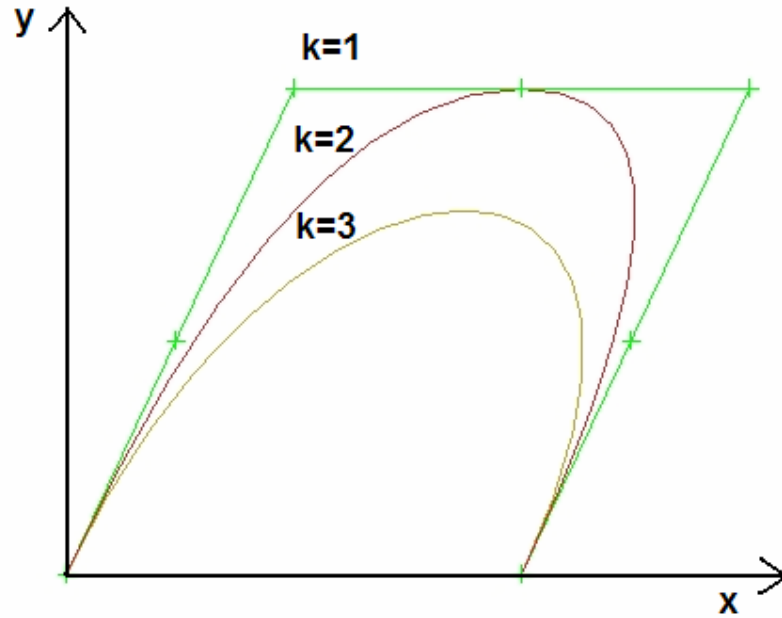
$$P(1.5) = P_0^*(0) + P_1^*(0.5) + P_2^*(0.5) + P_3^*(0) = 0.5^*(P_1 + P_2)$$

$$P(2) = P_0^*(0) + P_1^*(0) + P_2^*(1) + P_3^*(0) = (P_2)$$

$$P(2.5) = P_0^*(0) + P_1^*(0) + P_2^*(0.5) + P_3^*(0.5) = 0.5^*(P_2 + P_3)$$

$$P(3) = P_0^*(0) + P_1^*(0) + P_2^*(0) + P_3^*(1) = (P_3)$$

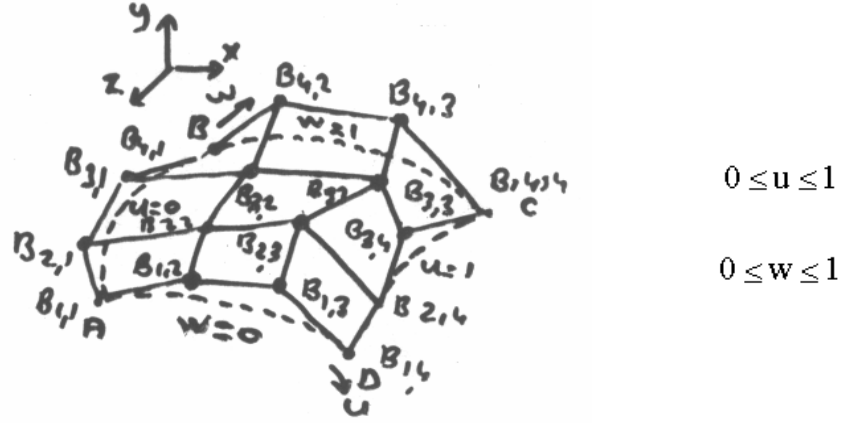
Bu noktalar ile oluşan eğri ayrıca eğrinin derecesi arttıkça eğrinin değişimi Şekil 2.20' de gösterilmiştir.



Şekil 2.20. $P(t)$ Noktaları ile Oluşan Eğri

2.3.3 Bezier Yüzeyleri

Bezier yüzeyleri Bezier eğrilerinin birleşiminden oluşan, kontrol özellikleri fazla yüzeylerdir. Şekil 2.21' de görülen yüzey 4x4 noktası olan Bezier yüzeyidir.



Şekil 2.21. Bezier yüzeyi

Yüzeyin köşe noktaları;

$$B = \begin{bmatrix} B(1,1) & B(1,2) & B(1,3) & B(1,4) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B(4,1) & B(4,2) & B(4,3) & B(4,4) \end{bmatrix}$$

Bezier yüzeylerinin genel ifadesi;

$$Q(u, w) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i+1,j+1} J_{n,i}(u) K_{m,j}(w) \quad (2.6)$$

u yönündeki ağırlık fonksiyonu;

$$J_{n,i} = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} \quad (2.7)$$

w yönündeki ağırlık fonksiyonu;

$$K_{m,j} = \binom{m}{j} w^j (1-w)^{m-j} \quad (2.8)$$

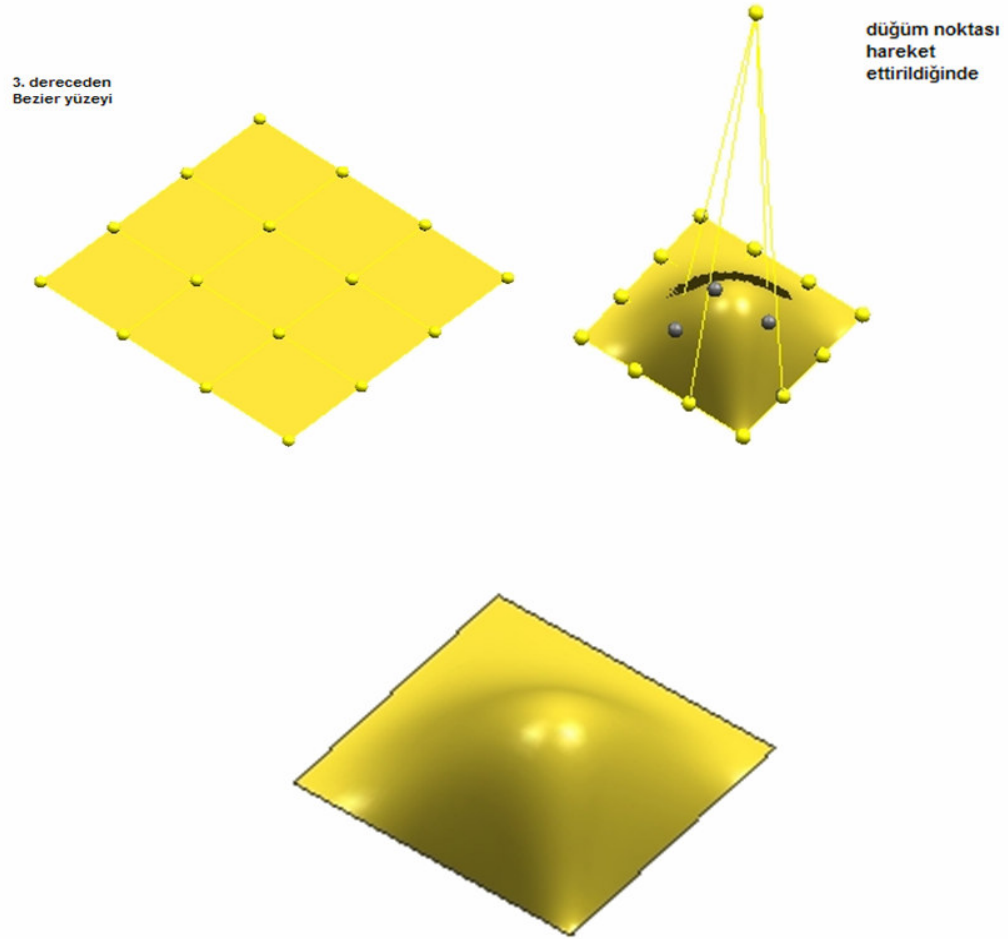
u: x yönündeki kontrol parametresi

w: z yönündeki kontrol parametresi

m,n : Poligon köşe noktalarının u ve w yönlerindeki indislerinin 1 eksiği.

Bezier yüzeyinde düğüm noktasının yer değiştirmesinin yüzey üzerine etkisi

Şekil 2.22' de verilmiştir.



Şekil 2.22. Bezier Yüzeyinde Düğüm Noktasının Yer Değiştirmesinin Yüzey Üzerine Etkisi

2.3.4 B-Spline Yüzeyleri

Yüzeyin köşe noktaları;

$$B = \begin{bmatrix} B(1,1) & B(1,2) & B(1,3) & B(1,4) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B(4,1) & B(4,2) & B(4,3) & B(4,4) \end{bmatrix}$$

B-Spline yüzeylerinin genel ifadesi;

$$Q(u, w) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i+1, j+1} N_{i, k}(u) M_{j, l}(w) \quad (2.9)$$

u yönündeki ağırlık fonksiyonu;

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{eğer} & x_i \leq u \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases}$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u - x_i)N_{i,k-1}(u)}{x_{i+k} - x_i} + \frac{(x_{i+k+1} - u)N_{i+1,k-1}(u)}{x_{i+k+1} - x_{i+1}} \quad (2.10)$$

w yönündeki ağırlık fonksiyonu;

$$M_{j,0}(w) = \begin{cases} 1 & \text{eğer} & y_j \leq w \leq y_{j+1} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases}$$

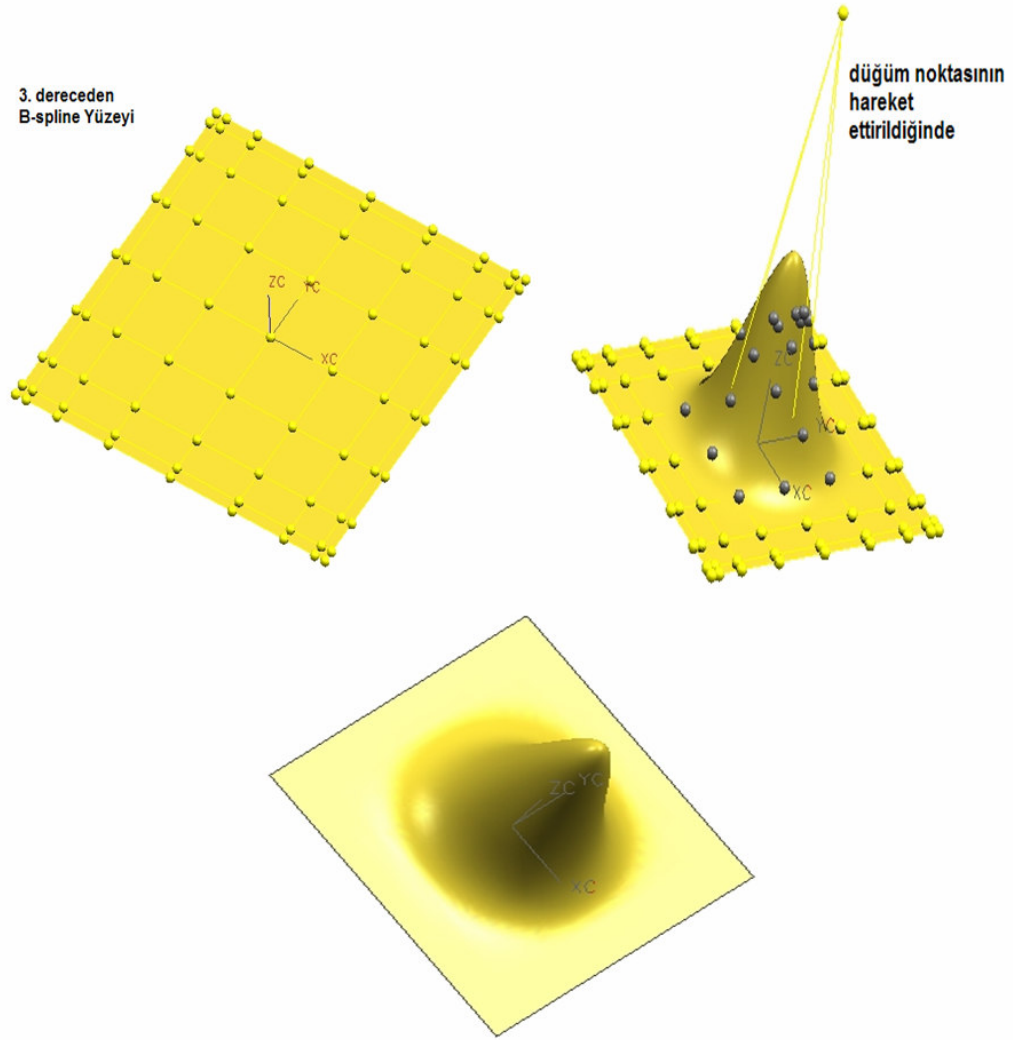
$$M_{j,l}(w) = \frac{(w - y_j)M_{j,l-1}(w)}{y_{j+l} - y_j} + \frac{(y_{j+l+1} - w)M_{j+1,l-1}(w)}{y_{j+l+1} - y_{j+1}} \quad (2.11)$$

x_i, y_i : Dügüm vektörü

u: x yönündeki kontrol parametresi

w: z yönündeki kontrol parametresi

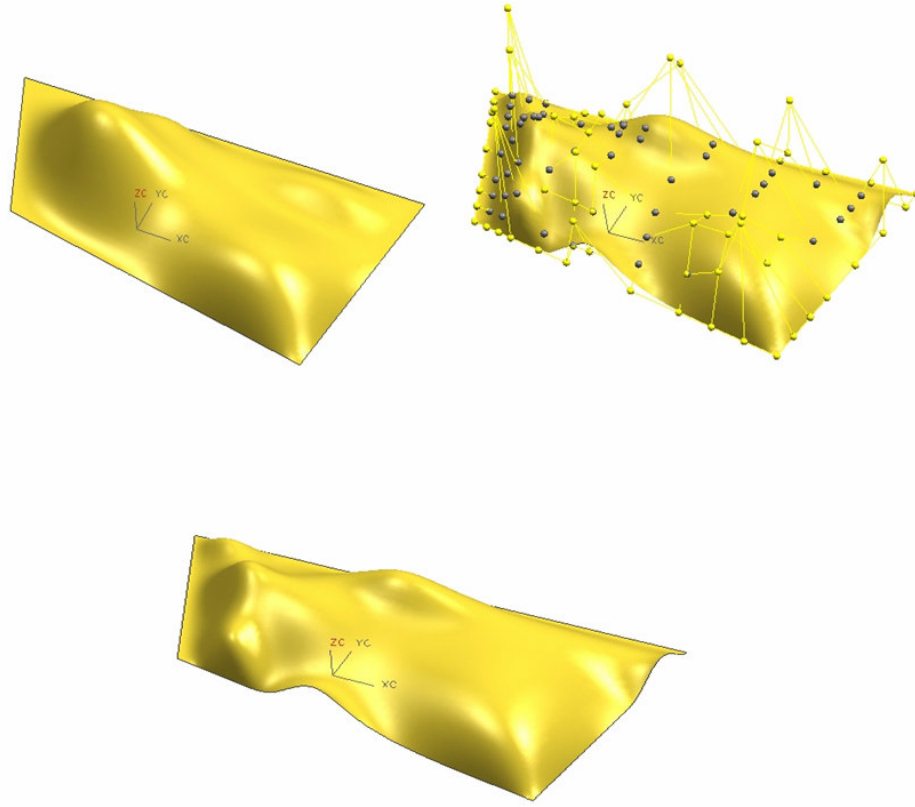
m,n : Poligon köşe noktalarının u ve w yönlerindeki indislerinin 1 eksiği.



Şekil 2.23. B-Spline Yüzeyinde Dügüm Noktasının Yer Değiştirmesinin Yüzey Üzerine Etkisi

Şekil 2.23' de görüldüğü gibi B-Spline yüzeylerinde düğüm noktasının yer değiştirmesi sadece yer değiştiren düğümün bulunduğu noktayı etkiler. Bu özelliğinden

dolayı B-Spline yüzeyler serbest yüzey modellemede yaygın olarak kullanılmaktadır. Tasarımcı düğüm noktalarının yerlerini değiştirerek istenilen yüzey şeklini elde edebilmektedir (Şekil 2.24).



Şekil 2.24. B-Spline Yüzeylerde Düğüm Noktasının Yeri Değiştirilerek İstenilen Yüzeyi Elde Etme

2.4 Mekanik Temeller

Mekanik bilimi kuvvetlerin cisimler üzerindeki etkilerini inceler. Ancak çoğu zaman belli kabuller altında bu etkiler denklemlendirilebilir. Örneğin cisimler için rijitlik kabulü yapılır ki doğada hiçbir cisim tam anlamıyla rijit değildir. Bunun anlamı her cisim kuvvetler etkisi altında şekil değiştirir. Ancak bu değişim bazen gözle görülmeyecek kadar azdır. Aynı şekilde çoğu zaman homojen cisim kabulü yapılır ki bunun anlamı cismin özellikleri yönden bağımsız olarak her yerde aynıdır. Bu tip cisimlere izotropik cisim denir. Ancak bazı cisimler bazı doğrultularda farklı malzeme özellikleri sergiler. Bu tip cisimlere de anizotropik cisim denir. Bu tip cisimlere en güzel örnek ağaçtır. Yaş halkaları civarında farklı diğer bölgelerde farklı özellikler gösterirler.

Newton ve Hooke yasaları elastik bir cismin mekaniğinin temellerini teşkil etmektedir. Kemikler elastik cisimlerin davranışlarına benzer davranış özelliklerine sahiptirler.

2.4.1 Newton Yasaları

Newton klasik mekaniğin yasalarını üç madde altında toplamıştır:

1. Bir cisim üzerine etki eden kuvvetlerin bileşkeleri sıfır ise sabit hızla hareketini yada hareketsizliğini koruma eğilimindedir-Eylemsizlik
2. Bir cismin üzerine etki eden kuvvetlerin bileşkesi sıfırdan farklı ise cisim kütlesiyle ters orantılı olarak ivmelenir:

$$f = m.(dv/dt) \quad (2.12)$$

3. Bir cisim eğer ikinci bir cisme kuvvet uyguluyorsa ikinci cisim de birinci cisme aynı şiddette ve zıt yönde kuvvet uygular-Etki Tepki

2.4.2 Gerilme

Gerilme , birim alana etkiyen kuvvet yoğunluğudur.

A-P noktası civarında bir düzlem tarafından kesilmiş yüklü bir cisim

B-Kalan soldaki parça ve düzlem civarında oluşan kuvvetler

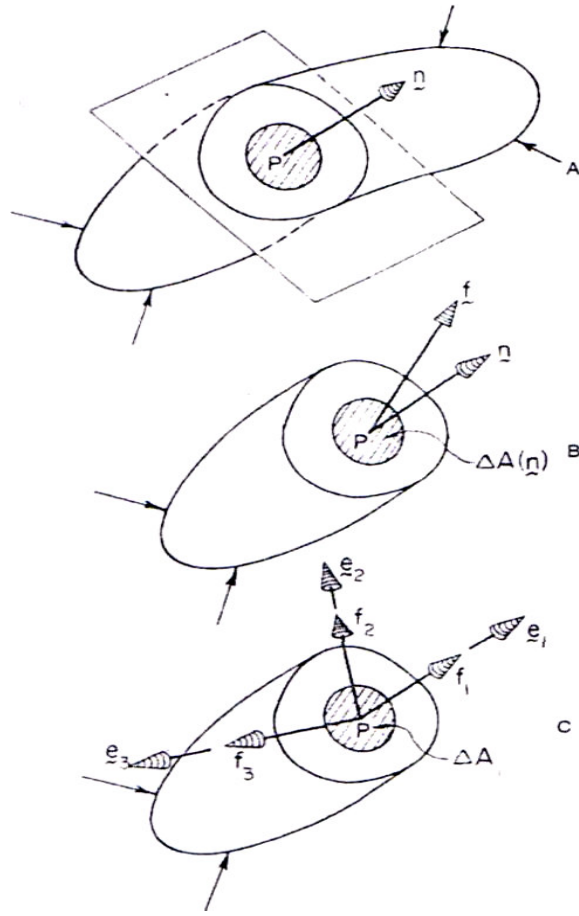
C-f kuvvetinin düzleme teğet ve normal bileşenleri

Gerilme alanın yönelimini belirleyen vektör ve kuvvet vektörlerinin ikisine birden bağlıdır. Şekil 2.25 ve Şekil 2.26' da gerilme vektörleri verilmiştir. Bu iki vektör aynı doğrultuda ise gerilme normal gerilme adını alır. Eğer iki vektör birbirine dik ise bu gerilme kayma gerilmesi adını alır.

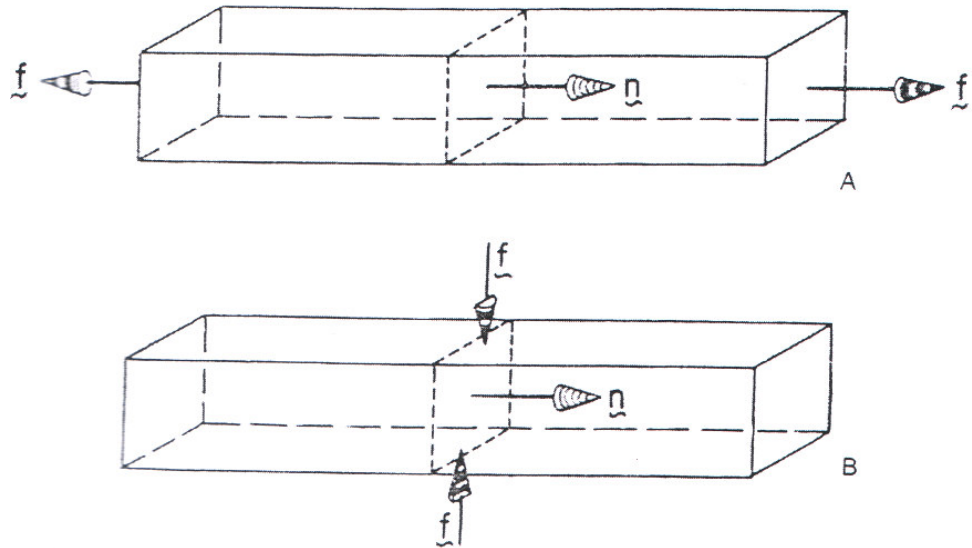
A- Normal gerilme vektörü

B- Kayma gerilmesi vektörü

Gerilmenin birimi Paskal(N/m²)'dir. Kısaca **Pa** ile gösterilir. Biyomekanikte genellikle MPa(10⁶ Pa) kullanılır. Çünkü kemiklerin dayanımları MPa değerindedir (Cowin).



Şekil 2.25. Gerilme Tanımı



Şekil 2.26. Gerilmenin İki Karakteristik Vektörü

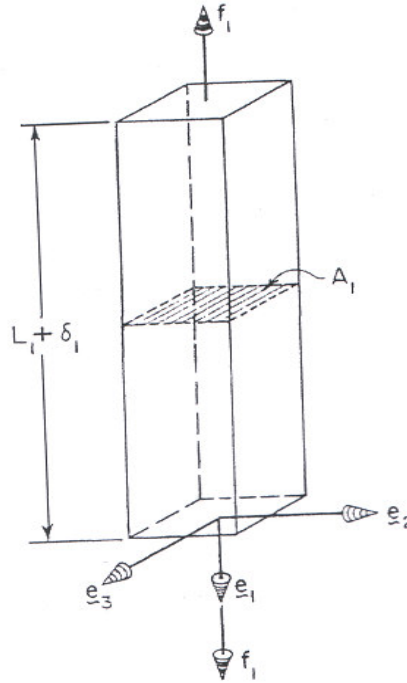
2.4.3 Birim Şekil Değişirme

Bir cismin geometrik şekil değişimini ifade eden boyutsuz büyüklüktür. Bir cisimde meydana gelen boyut değişiminin cismin ilk boyutuna oranıdır. İlk boyu L olan ve boydaki değişim miktarı δ olan bir cisimde birim şekil değişirme şöyle tanımlanabilir:

$$\varepsilon = \delta / L \quad (2.13)$$

2.4.4 Poisson Oranı

Tüm katı cisimler toplam şekil değişimi altında toplam hacmini koruma eğilimindedir. İki uçundan çekmeye maruz bırakılan bir cisim (Şekil 2.27) çekme doğrultusundaki uzamayı diğer doğrultulardaki kısıalma ile telafi etmeye çalışacaktır, işte bu çekme doğrultusundaki uzamanın diğer doğrultulardaki kısıalmaya oranına poisson oranı denir. ν_{xy} ile gösterilir. Bunun anlamı y doğrultusundaki uzamanın x doğrultusundaki uzamaya oranıdır.



Şekil 2.27. Her İki Uçundan Çekmeye Maruz Çubuk

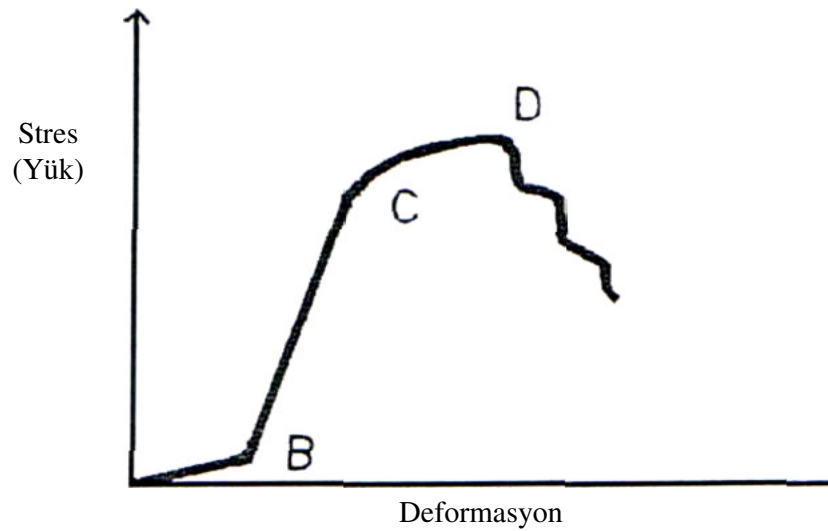
$$\left. \begin{aligned} \nu_{12} &= \varepsilon_2 / \varepsilon_1 \\ \nu_{13} &= \varepsilon_3 / \varepsilon_1 \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

2.4.5 Hooke Kanunu

Her malzemenin şekil değiştirmeye karşı bir direnç karakteristiği vardır. Ancak bu karakteristikler birbirinden çok farklı değildir. Her malzeme belli bir sınıra kadar yaptığı şekil değişikliğini geri kazanır. Bu sınıra orantı sınırı adı verilir. Çünkü buraya kadar olan tüm yüklemelerde uygulanan gerilme ile birim şekil değişimi arasında sabit bir oran vardır. Bu durum Hooke Yasası ile ifade edilmiştir. Ufak ötelenmeler için deformasyon büyüklüğü deforme eden kuvvetle orantılıdır. Bu orana Elastisite Modülü adı verilir. Bu değer malzemeye ait karakteristik bir özelliktir.

$$E = \text{sabit} = \sigma / \varepsilon \quad (2.15)$$

Kemiğe elastik sınırın üzerinde bir kuvvet uygulandığı takdirde nöral zor aşınır, kemikte kalıcı şekil değişimleri meydana gelir (Benzel,1998). Bu kuvvetinde üzerinde bir kuvvet uygulanması halinde kemik kırılır. Omura ait yaklaşık karakteristik eğri şekil 2.28' de verimiştir.



Şekil 2.28. Omura Ait Yaklaşık Karakteristik Eğri

- B :Orantı sınırı
 C :Akma Noktası
 D :Kırılma Noktası

Bu noktada daha ileride görülecek olan sonlu elemanlara temel oluşturması için ortotropik malzemeler için Hooke Kanununun matris notasyonu ile gösterimi ele alınmıştır

Daha önce üzerinde durulan gerilme ve birim şekil değiştirme için indis kullanarak tanımlama yapılırsa

$$\sigma_{11} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{f_1}{\Delta A_1} \quad (2.16)$$

Bu eşitlikte σ_{11} , 1 doğrultusundaki kuvvetin ΔA_1 alanı üzerinde oluşturduğu gerilmeyi ifade eder. Benzer şekilde

$$\sigma_{12} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{f_2}{\Delta A_1} \quad (2.17)$$

$$\sigma_{13} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{f_3}{\Delta A_1} \quad (2.18)$$

Aynı şekilde diğer iki doğrultu içinde gerilme denklemleri yazılır. Tüm bu eşitlikler bir matris ile gösterilebilir:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Benzer şekilde birim şekil değiştirme matrisi ifade edilebilir :

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{11} & \mathcal{E}_{12} & \mathcal{E}_{13} \\ \mathcal{E}_{21} & \mathcal{E}_{22} & \mathcal{E}_{23} \\ \mathcal{E}_{31} & \mathcal{E}_{32} & \mathcal{E}_{33} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Çok eksenli bir yükleme halinde bir doğrultudaki yüklemenin diğer iki (doğrultudaki şekil değişimini etkilediğini poisson oranı kavramından biliyoruz. Bu durumda 1 doğrultusundaki bir kuvveti ve onun diğer doğrultulardaki şekil değişimine etkisini dikkate alarak birim şekil değiştirmeyi verecek şekilde Hooke denkliklerim yazabiliriz:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \sigma_{11} / E_1 \\ \varepsilon_2 &= -\nu_{12} (\sigma_{11} / E_1) \\ \varepsilon_3 &= -\nu_{13} (\sigma_{11} / E_1)\end{aligned}\quad (2.21)$$

21 ifadesinin anlamı 1 doğrultusundaki kuvvetten dolayı 1 doğrultusunda σ_{11}/E_1 kadarlık bir şekil değişimi olurken aynı kuvvetten dolayı 2 doğrultusunda $-\nu_{12}(\sigma_{11} / E_1)$ kadarlık bir kısalma meydana geleceğidir.

Benzer şekilde 2 ve 3 doğrultuları için Hooke denkliklerini yazabiliriz:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -\nu_2 (\sigma_{22} / E_2) \\ \varepsilon_2 &= \sigma_{22} / E_2 \\ \varepsilon_3 &= -\nu_{23} (\sigma_{22} / E_2)\end{aligned}\quad (2.22)$$

3 Doğrultusu için denklikler :

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= -\nu_{31} (\sigma_{33} / E_3) \\ \varepsilon_2 &= -\nu_{32} (\sigma_{33} / E_3) \\ \varepsilon_3 &= \sigma_{33} / E_3\end{aligned}\quad (2.23)$$

Bu denklemleri bir matris formunda ifade edebiliriz:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Eğer kayma modülü G yi de dikkate alacak olursak 24 ifadesi 6×6 bir matris denkleği olur. Ancak bu durumda birim şekil değiştirmeyi de çift indisli göstermek zorundayız:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Bu matrisi matris notasyonu ile gösterebiliriz:

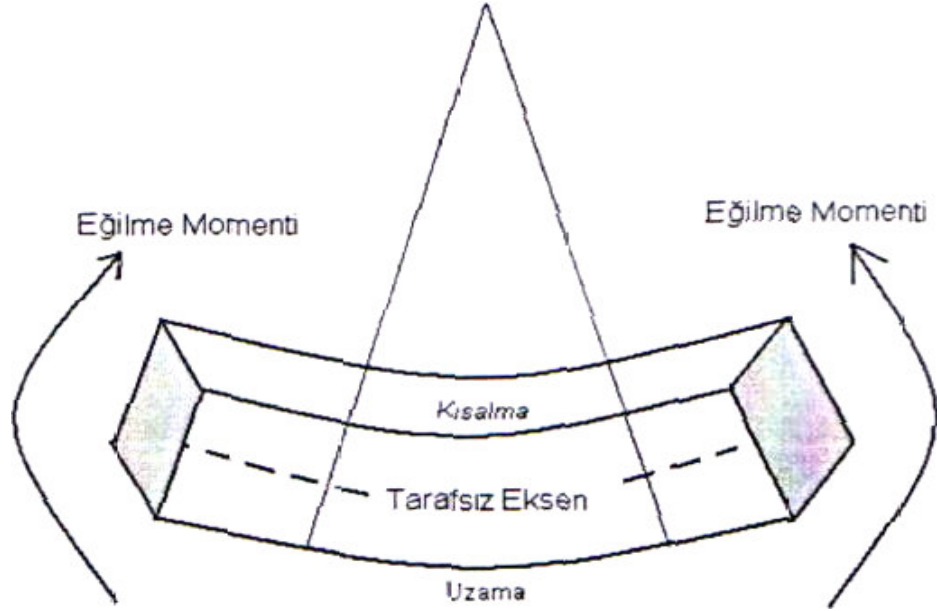
$$\varepsilon = K \cdot [\sigma] \quad (2.26)$$

Burada K katsayılar matrisidir. 28 ifadesi bazı ara işlemlerle Hooke kanununa benzetebiliriz:

$$\sigma = E \cdot [\varepsilon] \quad (2.27)$$

2.4.6 Eğilme Gerilmesi

Bir cisme uygulanan eğilme momenti o cisim üzerinde gerilmelere yol açar. Bu gerilmenin maksimum değeri önemlidir. Çünkü bu değer eğer yeteri kadar büyükse cismin parçalanmasına neden olabilir. Şekil 2.29' da bir kirişin eğilmesi gösterilmektedir.



Şekil 2.29. Bir Kirişin Eğilmesi

Belli basitleştirmeler ve kabuller altında eğilme sonucu oluşan gerilme ifade edilebilir:

$$\sigma = M / I_z \cdot y \quad (2.28)$$

Burada

M : Kesitteki eğilme momenti

I : Kesitin tarafsız eksene göre atalet momenti

$$I = \int y^2 dA \quad (2.29)$$

y : Gerilmenin hesaplandığı noktanın tarafsız eksenden uzaklığını ifade

eder. Bu durumda maksimum gerilme:

$$\sigma_{\max} = M / I_z \cdot y_{\max} \quad (2.30)$$

Literatürde I / y_{\max} değerine çeşitli adlar verilmektedir. Bazı kitaplarda W ile gösterilen bu değer Mukavemet Momenti adını almaktadır (Yayla,1998). Bazı kitaplarda ise bu değer Z ile gösterilip kesit sabiti adını almaktadır (Sayman ,1994). Çünkü bu değer tamamen kesite ait bir özelliktir. Örneğin daire için bu değer

$$Z_{\text{daire}} = \pi \cdot D^3 / 32 \quad (2.31)$$

olmaktadır. Burada D çaptır.

2.4.7 Mukayese Gerilmesi

Bir cisim sadece normal gerilme yada sadece kayma gerilmesine maruz kalacağı gibi bu iki gerilmeye birden maruz kalabilir. Böyle bir durumda elemanın hangi değere kadar dayanacağını kestirmek zorlaşır. Çünkü bizim bildiğimiz mukavemet değerleri çekme deneyinden elde edilen değerlerdir. Bu değerleri çok eksenli gerilme haliyle mukayese etmek doğru değildir. Bu durumda bazı hipotezler yardımıyla çok eksenli gerilme halinden bir mukayese gerilmesi değeri (σ_{muk}) hesaplanır. Bu değer malzemenin emniyet değerleri ile karşılaştırılabilir. Bu hipotezler:

1. Maksimum Normal Gerilme Hipotezi (Rankine Teorisi)
2. Maksimum Kayma Gerilmesi Hipotezi (Tresca Teorisi)
3. Maksimum Kayma-Şekil Değiştirme Enerjisi Hipotezi(Von Misses Teorisi)

Bu hipotezlerin hepsinde temel aynı olup kullanılan denklemler farklıdır. Örneğin Maksimum Normal Gerilme hipotezine göre üç doğrultuda oluşan asal gerilmeler σ_1 , σ_2 ve σ_3 arasında $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ bağıntısı olacağından malzemede oluşan maksimum gerilme σ_1 malzemenin mukavemetini aşmamalıdır. Maksimum kayma gerilmesi teorisine göre ise oluşacak maksimum kayma gerilmesi kritik değerdir ve malzemenin dayanımı bu değeri aşmamalıdır. En çok kullanılan hipotez olan Von Misses hipotezine göre ise şekil değiştirme enerjisi belli bir sınırı aştığında hasar meydana gelir. Von Misses hipotezi 2.22 denklemi ile ifade edilir.

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 = 2 (\sigma_{ak})^2 \quad (2.32)$$

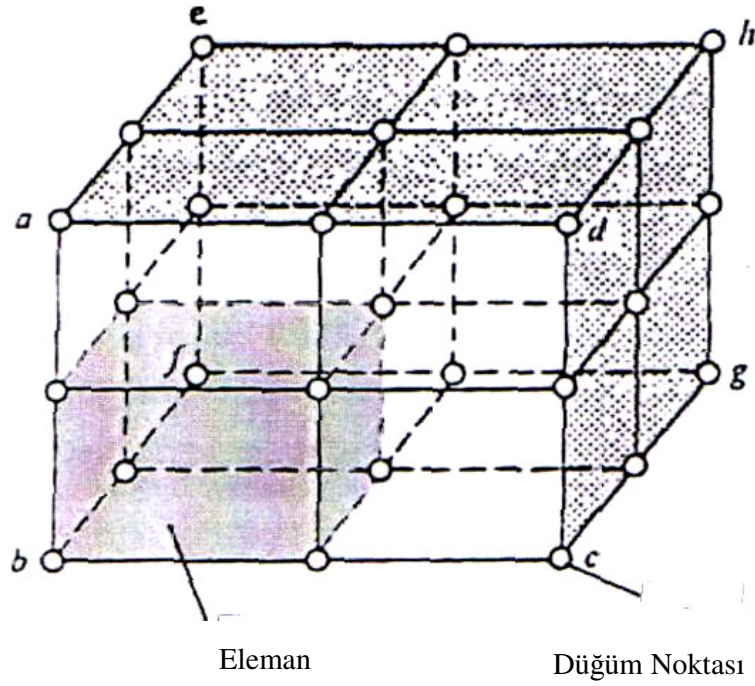
Von Misses Hipotezi ile Tresca Hipotezi birbirine çok yakın sonuçlar vermektedir. Ancak sünek malzemeler için Von Misses kriterinin deneylerle uyumlu sonuç verdiği bilinmektedir.

2.5 Sonlu Elemanlar Metodu

Bazı durumlarda bilim adamları analitik olarak çözülmesi imkansız problemlerle karşılaşılır. Bu gibi durumlarda eğer probleme uygunsay sayısal yöntemlerden yararlanılır. Örneğin dış kuvvet etkisi altındaki karmaşık şekilli bir cisimde nasıl bir deformasyon oluşacağını analitik olarak hesaplamak çok zordur. Bunu yapabilmek için şekil değiştirme bağıntılarını yazıp bağlı denklemler takımı çözümlenmelidir ki bu hemen hemen imkansızdır. Bu gibi durumlarda sayısal bir metoda gerek duyulmaktadır. Bu gereksinim bilgisayar yardımıyla basit bir rutine dönüştüğünden sayısal metod kullanmak kaçınılmaz olur. Ayrıca bazı durumlarda bu işlemlerin defalarca yapılması gerekebilir. Örneğin bir tasarım değişkenini sınamak için her seferinde yeni bir çözüm yapılmalıdır. Bu durumu da göze aldığımızda doğru kurulmuş sayısal bir metod bize büyük bir zaman kazancı sağlar.

Sonlu Elemanlar Metodu mühendislik problemlerinin çözümünde oldukça etkili bir metottur. Çünkü ısı iletimi için yazılan ikinci dereceden denklemler yardımıyla geliştirilen basit bir yöntem oldukça karmaşık otomobil karoseri problemine uygulanabilir (Allire, 1985).

Bu metotta cisim sonlu sayıda elemana ayrılır. Bu elemanlar birbirine düğüm noktaları ile bağlıdır. Bu şekilde oluşturulan eleman ağı gerçek cismin yerini alır. Daha doğru deyişle cismi temsil eder. Şekil 2.30' da elemanlarına ayrılmış bir küp örneği verilmiştir. Bu yöntemde incelenen probleme göre her bir elemana ait katsayılar matrisi tanımlanır. Daha sonra bu matris birleştirilerek tüm sisteme ait bir matris elde edilir.



Şekil 2.30. Elemanlarına Ayrılmış Küp

Örneğin mühendislikte en çok karşılaşılan problem tipi olan gerilme dağılımının tespitinde katsayılar matrisi katılık matrisi olmaktadır. Son olarak bu matris sistemi çözümlenerek sonuca gidilir. Daha ayrıntılı olarak yöntemin adımları bu kısımda incelenecektir.

2.5.1 Sonlu Elemanlar Yönteminin Adımları

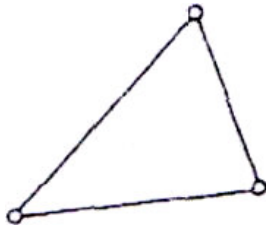
Sonlu elemanlar yönteminin adımları aşağıdaki Tablo 2.4' da verilmiş ve sırasıyla anlatılmıştır.

Tablo 2.4. Sonlu Elemanlar Yönteminin Adımları

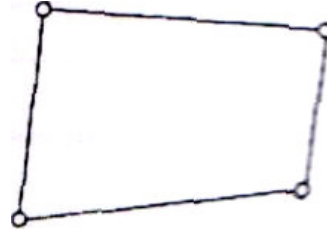
Adım	İşlem
1	Sisteme ve sınır şartlarına ait denklemlerin yazılması
2	Analiz edilecek kısmın elemanlara ayrılması
3	İnterpolasyon fonksiyonunun seçilmesi
4	Eleman Özelliklerinin tespit edilmesi ve eleman matrislerinin oluşturulması
5	Tüm eleman matrislerinin birleştirilip sistem matrisinin oluşturulması
6	Sistem matrisinin çözülmesi
7	Ek sonuçların elde edilmesi

1. Sisteme ve sınır şartlarına ait denklemlerin yazılması : Genellikle bir mühendislik problemi diferansiyel denklemlerle ifade edilir. Bu denklem yazıldığında sonlu elemanlar yöntemiyle çözüm mümkün hale gelir.

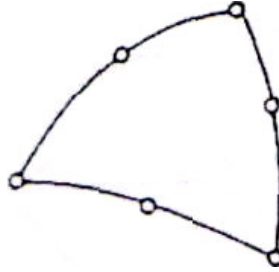
2. Analiz edilecek kısmın elemanlara ayrılması : Bu aşamada problemin yapısına uygun bir eleman seçilmelidir. Tek boyutlu analizde elemanlara ayırmak doğrultuyu uygun uzunluklara bölmek anlamına gelir. İki boyutlu bir analizde alan üçgenlere, dörtgenlere veya daha değişik şekilli elemanlara bölünebilir (Şekil 2.31).



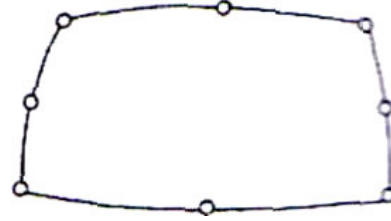
3 Düğümlü Üçgen eleman



4 Düğümlü Yamuk eleman



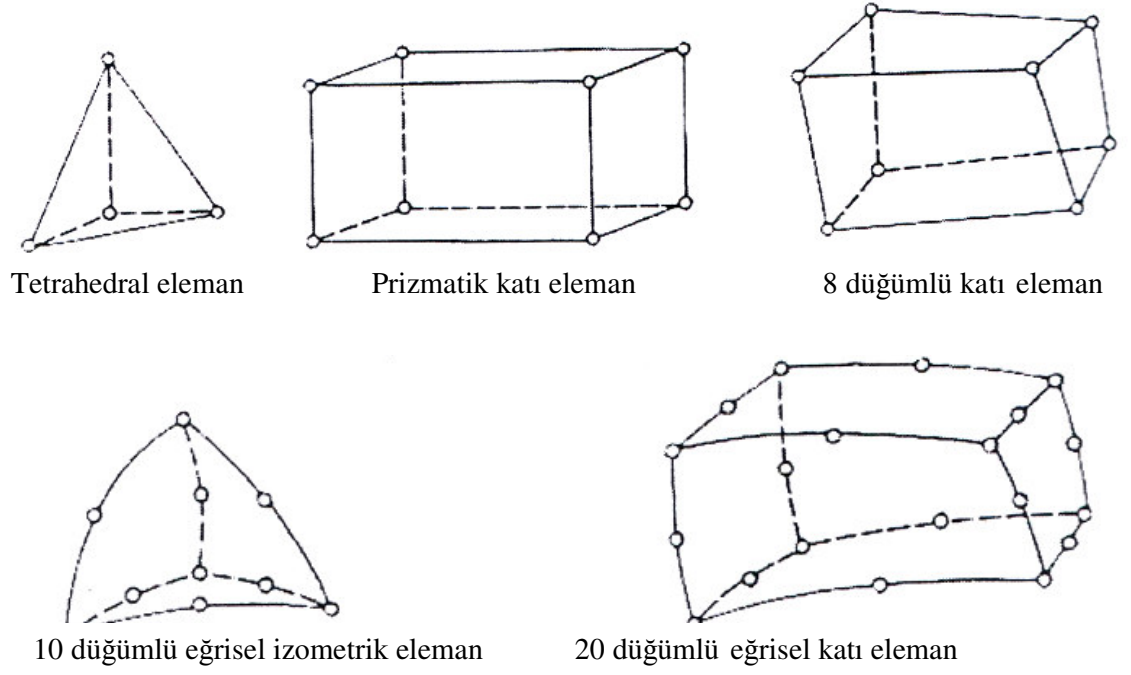
6 Düğümlü eğrisel izometrik eleman



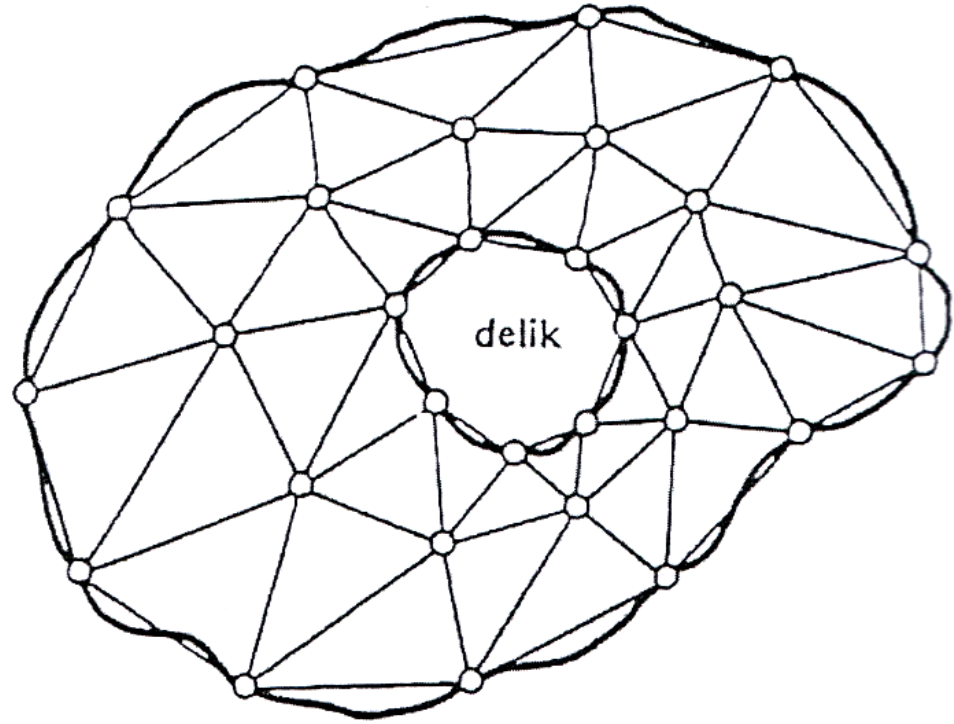
8 Düğümlü eğrisel izometrik dörtgen eleman

Şekil 2.31. İki Boyutlu Eleman Tipleri

Üç boyutlu analizde bir çok seçenek vardır. Tetrahedron, piramid, dörtgen prizma veya daha karmaşık şekilli elemanlar seçilebilir (Şekil 2.32). Aynı cisim içerisinde birden fazla eleman kullanılabilir. Ayrıca kritik olan bölgelerde eleman boyutlarını küçültüp fazla eleman kullanılması önemlidir. Çünkü kritik bölgelerde daha hassas çözüme ihtiyaç vardır, örneğin bir delikli plakta (Şekil 2.33) delik civarı veya içinden yoğun akış olan bir boruda dirsek kısımları kritik bölgelerdir bu bölgelerde eleman yoğunluğu artırılmalıdır.



Şekil 2.32. Üç Boyutlu Eleman Tipleri



Şekil 2.33. Delikli Bir Plağın Elemanlarına Ayrılması

3. İnterpolasyon fonksiyonunun seçilmesi : Her bir eleman için yer değiştirme, sıcaklık gibi değişkenlere bir interpolasyon polinomu atanmalıdır. Polinom seçilmesinin nedeni kolayca türevlenebilir ve integrallenebilir olmasıdır. Polinomun derecesi çözümün hassasiyetini etkiler.

4. Eleman özelliklerinin tespit edilmesi ve eleman matrislerinin oluşturulması: Her bir eleman geometrisine, malzeme özelliklerine (Elastisite modülü, ısı iletim katsayısı gibi) düğüm sayısına ve interpolasyon polinomunun derecesine bağlı olarak sistemin davranışını belli eder. Bu yüzden malzeme özelliklerine bağlı olarak eleman matrisleri oluşturulmalıdır.

5. Tüm eleman matrislerinin birleştirilip sistem matrisinin oluşturulması : Bütün eleman matrisleri tek bir sistem matrisi içinde birleştirilmelidir. Bu matris sistemin davranışını belirleyen katsayılar matrisini oluşturmaktadır. Genellikle doğrusal matris takımları tercih edilir. Doğrusal olmayan matris takımları için bilinen çözüm yöntemleri yeterli olmayabilir.

6. Sistem matrisinin çözülmesi: Gauss eliminasyonu gibi iteratif metotlar yardımıyla sistemin matris takımı çözülür.

7. Ek sonuçların elde edilmesi: Elde edilen sonuçlardan ve bilinen denklemlerden yararlanarak ek sonuçlar elde edilir. Örneğin çözüm sonucu elde edilen deplasman değerleri Hooke denkliklerinden yararlanarak gerilme değerlerine dönüştürülebilir. Burada kullanacağımız denklemlerde yaptığımız kabuller önem taşır. Hooke denkliği elastik sınır altındaki bölgelerde geçerlidir. Bunun gibi hususlara dikkat edilmelidir.

Bu adımlar bütün sonlu elemanlar uygulamalarında kullanılabilir. Ancak bazı durumlarda örneğin seri bağlı yaylarda her bir yay ucunun yer değiştirmelerinin hesaplanması gerektiğinde direk metotlar da uygulanabilir. Çünkü bildiğimiz formüllerle her bir düğüme ait yer değiştirmeleri ifade edebiliriz.

Sonlu Elemanlar metodu bir çok açıdan ayrıcalıklara sahiptir:

1. Sonlu elemanlar, boyutları ve şekillerinin esnekliği nedeniyle, verilen bir cisimi temsil edebilir, hatta karmaşık şekilli bir cisimde daha güvenilir olabilir.

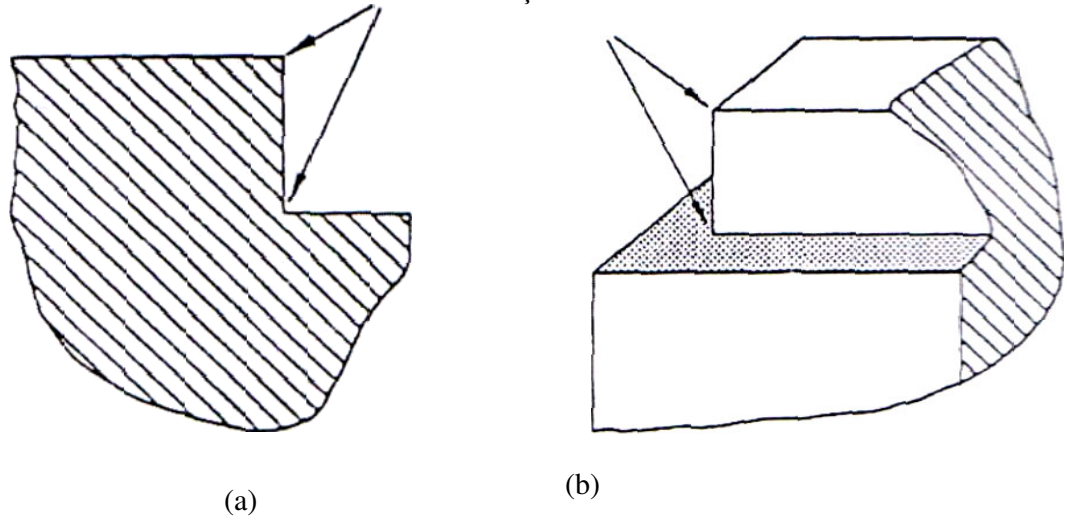
2. Çok bağlantılı bölgeler (yanı bir veya çok delikli cisimler) veya köşeleri olan bölgeler zorluk çekilmeksizin incelenebilir.

3. Değişik malzeme veya geometrik özellikleri bulunan problemler ek bir zorluk göstermez. Geometri ve malzemede doğrusal olmayan özellikler, kalıtsal olsa bile (Örneğin zamana bağlı) malzeme özellikleri, kolaylıkla göz önüne alınabilir.

4. Sebep-sonuç bağıntılarına ait problemler sistem matrisi ile birbirine bağlanan genelleştirilmiş kuvvetler ve yer değiştirmeler cinsinden formüle edilebilir. Sonlu eleman metodunun bu özelliği problemin anlaşılması ve çözülmesini hem mümkün kılar hem de basitleştirir.

5. Sınır şartları kolayca uygulanır.

6. Sonlu elemanlar yönteminin çok yönlülük ve esnekliği karmaşık yapılarda, sürekli ortam, alan ve diğer problemlerde sebep-sonuç ilişkisini incelemek için çok etkin bir şekilde kullanılabilir. Analitik veya deneysel metotlardan daha hassas sonuç verir (Nath, 1993).



Şekil 2.34. a.İki boyutlu cisimde köşe

b.Üç boyutlu cisimde köşe oluşumu

3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu çalışmada öncelikle üst kol kemiğinden alınan numunenin mikro-CT tarayıcı ile taranmasıyla elde edilen stl formatındaki data üzerinden, üst kol kemiğinin içerisindeki gözenekli yapının gerçek geometrik bir mikro modeli oluşturulmuştur. Bu gerçek mikro modele ilave olarak dört adet tekrarlı birim eleman modelleri geliştirilmiştir. Her bir model sonlu elemanlara ayrılmış ve bilgisayar ortamında analiz edilmiştir. Böylelikle gözenekli kemiğe ait mekanik özellikleri tespit edilmeye çalışılmış ayrıca geliştirilen tekrarlı birim eleman modellerinin mikro-CT modele uygunluğu araştırılmıştır. Tüm bu aşamalar bu kısımda detaylı olarak anlatılmıştır.

3.1 Geometrik Mikro Modelin Oluşturulması

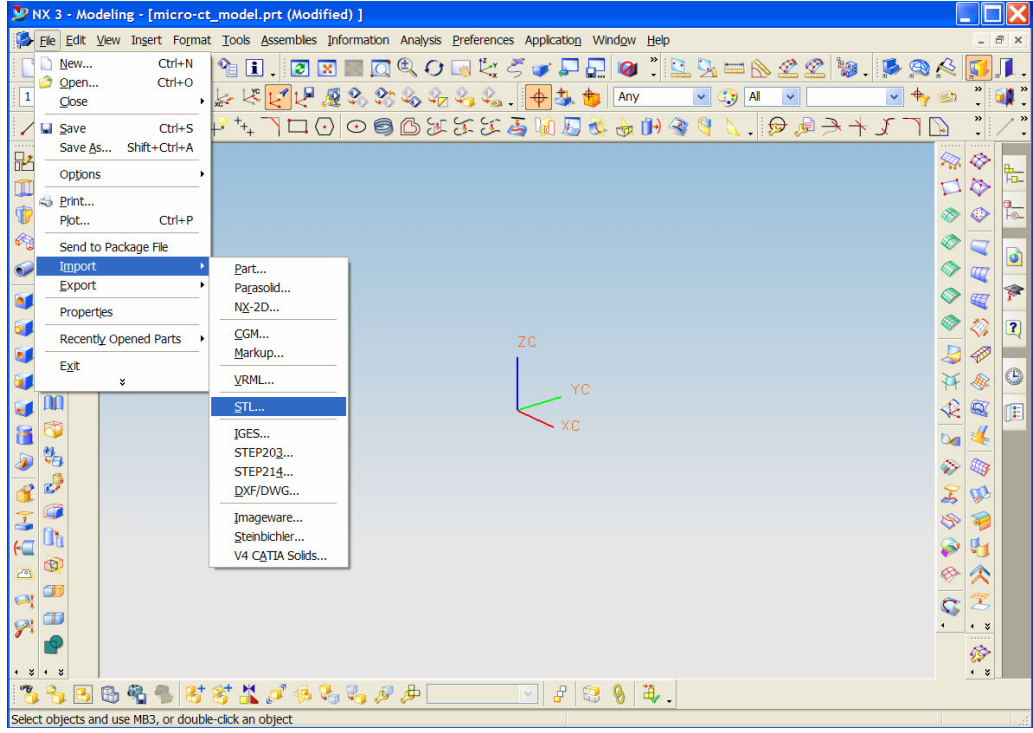
Üst kol kemiğinden alınan numunenin mikro-CT tarayıcılar tarafından taranarak elde edilen $2 \times 2 \times 2 \text{ mm}^3$ boyutundaki stl formatındaki datanın, geometrik mikro modelin oluşturulması altı aşamada gerçekleştirilmektedir:

- 1- Üst kol kemiğine ait stl formatındaki datanın Unigraphics NX3 yazılımına aktarılması.
- 2- $2 \times 2 \times 2 \text{ mm}^3$ boyutundaki data üzerinde 0,05 mm aralıkla kesit çizgilerinin elde edilmesi.
- 3- Elde edilen kesit çizgilerinin düzenlenmesi.
- 4- Kesit çizgilerini kullanarak yüzey oluşturma işlemi.
- 5- Oluşturulan yüzeylerin birleştirilip katı modelin oluşturulması.

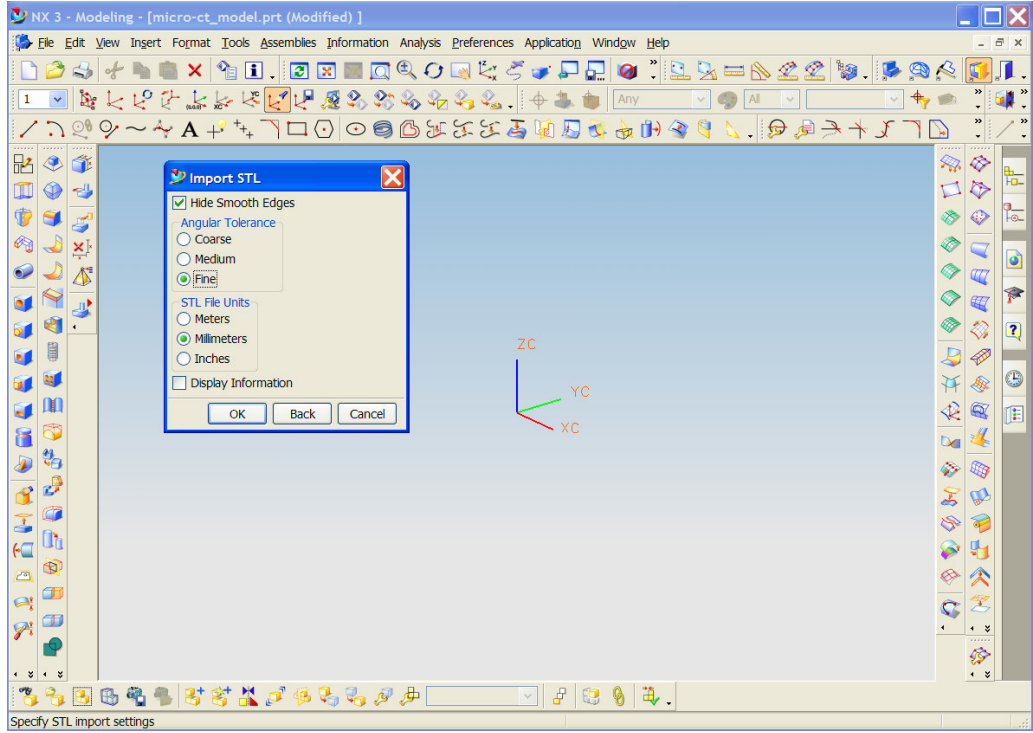
3.1.1 Üst Kol Kemiğine Ait Stl Formatındaki Datanın Unigraphics NX3 Yazılımına Aktarılması

Stl formatındaki data Unigraphics NX3 yazılımına “Import STL” komutu ile aktarılır.

“Import STL” komutu çalıştırıldıktan sonra ekranda “Import STL” menüsü görüntülenir (Şekil 3.1). Görüntülenen bu menüde yazılım içine aktarılan stl datanın biriminin seçilebileceği bir bölüm ve ayrıca aktarılan datanın hassasiyet derecesini belirlenebileceği ayrı bir bölüm mevcuttur.



Şekil 3.1. Import STL Komutunun Çalıştırılması

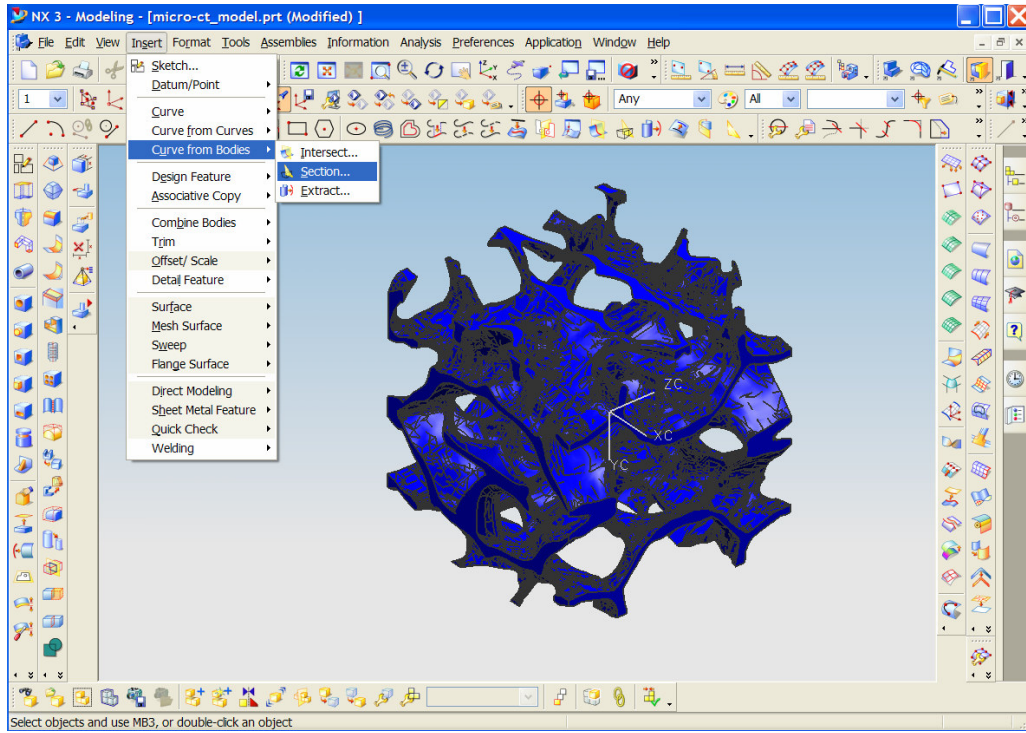


Şekil 3.2. Import STL Menüsünde Gerekli Düzenlemelerin Yapılması

Datanın biriminin belirtildiği “STL File Units” kısmında “mm” seçeneği seçilir. Ayrıca aktarılan datanın hassasiyet derecesinin belirlendiği “Angular Tolerance” kısmında “Fine” seçeneği seçilerek datanın maksimum hassasiyet derecesinde yazılıma aktarılması sağlanır. Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra Şekil 3.2’ de gösterildiği gibi “OK” butonu seçilerek STL formatındaki datanın Unigraphics NX3 yazılımına aktarılması sağlanır.

3.1.2 2x2x2 MM3 Boyutundaki Data Üzerinde 0,05 MM Aralıkla Kesit Çizgilerinin Elde Edilmesi

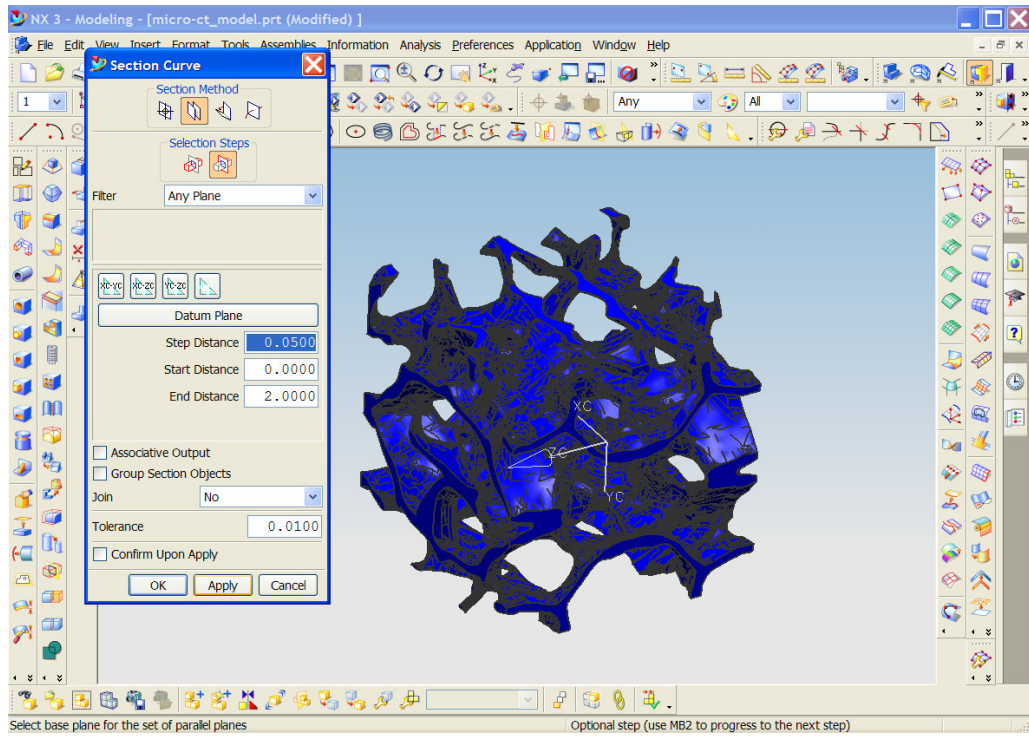
Bu aşamada yazılıma aktarılan data üzerinde yüzey modellemede kullanılacak kesit eğrileri oluşturulur. Kesit eğrilerini oluşturmak için şekil 3.3’ de gösterildiği gibi “Section Curve” komutu kullanılır.



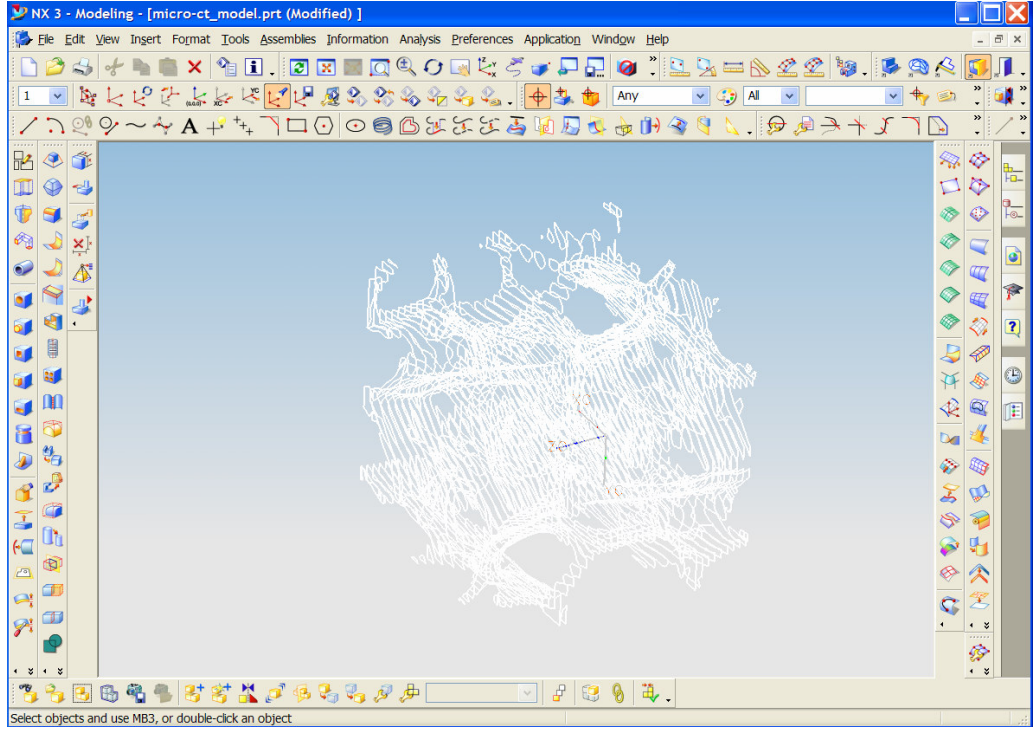
Şekil 3.3. Section Curve Komutunun Çalıştırılması

“Section Curve” komutu çalıştırıldıktan sonra 0.1 mm aralıkla paralel düzlemleri kullanarak kesit çizgileri oluşturmak için “Section Method” kısmında “Paralel Planes” seçeneği seçilir. Daha sonra “Filter” kısmında “Facet Body” seçeneği aktif hale getirilip

stl data ekranda kursör yardımıyla seçilir. Bir sonraki adımda “Selection Steps” kısmında “Base Plane” seçeneği seçilerek kesit düzleminin tanımlanacağı kısmın aktif hale gelmesi sağlanır. Bu kısımda koordinat eksenlerine göre kesit düzlemlerinin paralel olacağı XC-YC düzlemi seçilir. “Step Distance” hanesine 0,05 değeri girilerek 0,05 mm aralıkla kesit düzlemlerinin oluşturulması sağlanır. “Start Distance” hanesine kesit alınmaya başlamak üzere düzlem mesafesi ve “End Distance” hanesine ise kesit alma işleminin sona ereceği düzlem mesafesi girilir. “Section Curve” fonksiyonuna ait menü şekil 3.4’de gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Section Curve Menüünde Gerekli Düzenlemelerin Yapılması



Şekil 3.5. Oluşturulan Kesit Çizgileri

Ayrıca “Associative Output” seçeneği “Off” duruma getirilerek kesit çizgisi oluşturma işleminin STL datadan bağımsız olması sağlanır. Gerekli parametreler tanımlandıktan sonra “OK” butonuna basılarak kesit alma işlemi gerçekleştirilir. Oluşturulan kesit çizgileri Şekil 3.5’de verilmiştir.

3.1.3 Elde Edilen Kesit Çizgilerinin Düzenlenmesi

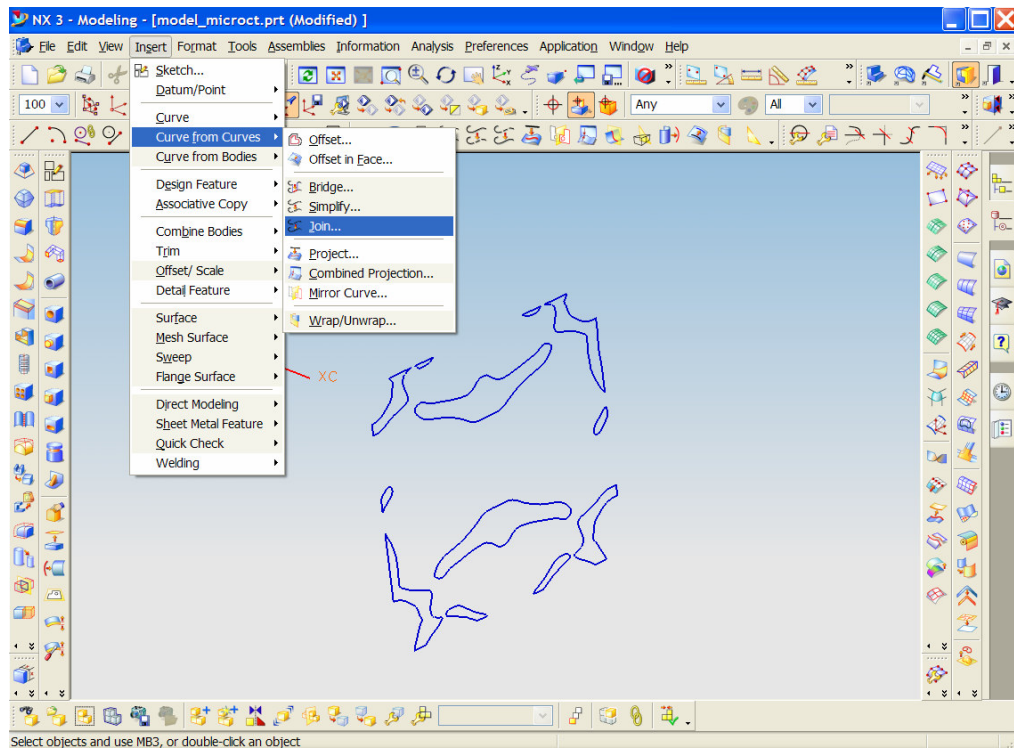
Yazılım içerisinde oluşturulan kesit çizgileri incelendiğinde bunların herbirinin 1. dereceden çok sayıda çizgilerden (doğrulardan) oluştuğu görülür. Yüzey modelleme aşamasına geçmeden önce bu çizgilerin çeşitli fonksiyonlar kullanılarak düzenlenmesi gerekmektedir. Eğer bu düzenleme işlemleri yapılmadan çizgiler üzerinden direkt yüzey oluşturulursa, birinci dereceden ve istenilen sürekliliğe sahip olmayan yüzeyler elde edilir. Bu yüzeyler görsel, teknik ve modelin sonlu elemanlara ayrılması açısından uygun olmayacaktır. Bu aşamada sınır çizgileri üzerinde yapılacak düzenleme işlemleri şu şekilde sıralanabilir:

- 1- Sınır çizgilerinin birleştirilmesi ve mertebelerinin belirlenmesi (Join Curves)

2- Sınır çizgilerinin düzgünleştirilmesi (Smooth Spline)

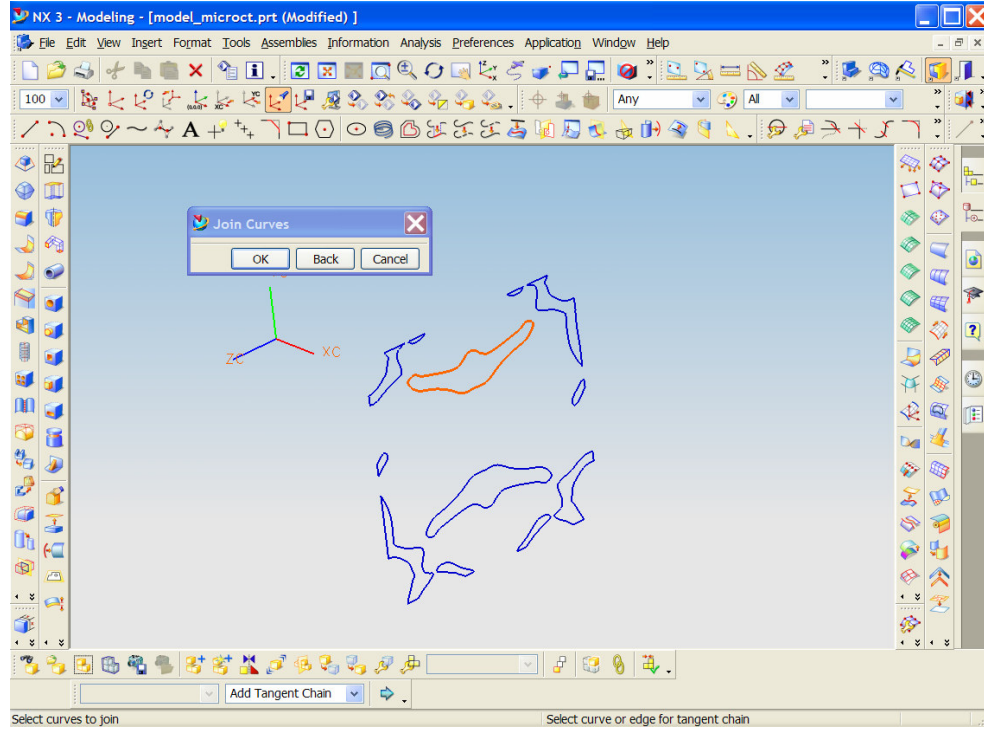
3.1.3.1 Sınır Çizgilerinin Birleştirilmesi ve Mertebelerinin Belirlenmesi (Join Curves)

Kesit sınır çizgileri çok sayıda 1.derecen çizgilerden (doğrulardan) oluşmaktadır. Bu çizgilerin daha sonraki aşamalarda kullanabilmeleri için birleştirilip tek bir çizgi olarak elde edilmesi gerekmektedir. Bu işlem Unigraphics NX3 yazılımının “Join Curves” komutu kullanılarak gerçekleştirilir (Şekil 3.6).

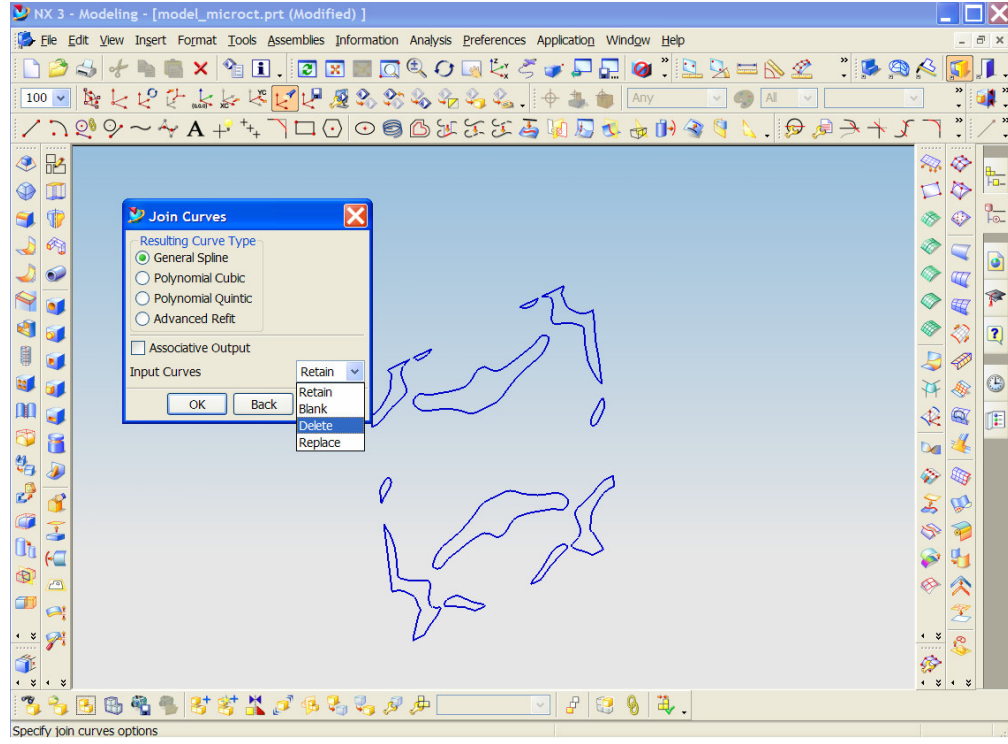


Şekil 3.6. “Join Curves” Komutunun Çalıştırılması

“Join Curves” komutu çalıştırıldıktan sonra kursör yardımıyla ekranda birleştirilecek çizgiler seçilir ve seçim tamamlandıktan sonra “OK” butonu seçilerek bir sonraki aşamaya geçilir (Şekil 3.7). Bu aşamada ise ekranda beliren menüde birleştirme işlemi sonucu oluşacak eğrinin orjinal eğrilere bağımlı olup olmayacağına dair parametreler ve birleştirme işlemi sonucu oluşacak eğrinin mertebelerini belirleyen parametreler bulunmaktadır.



Şekil 3.7. Birleştirilecek Eğrilerin Seçilmesi



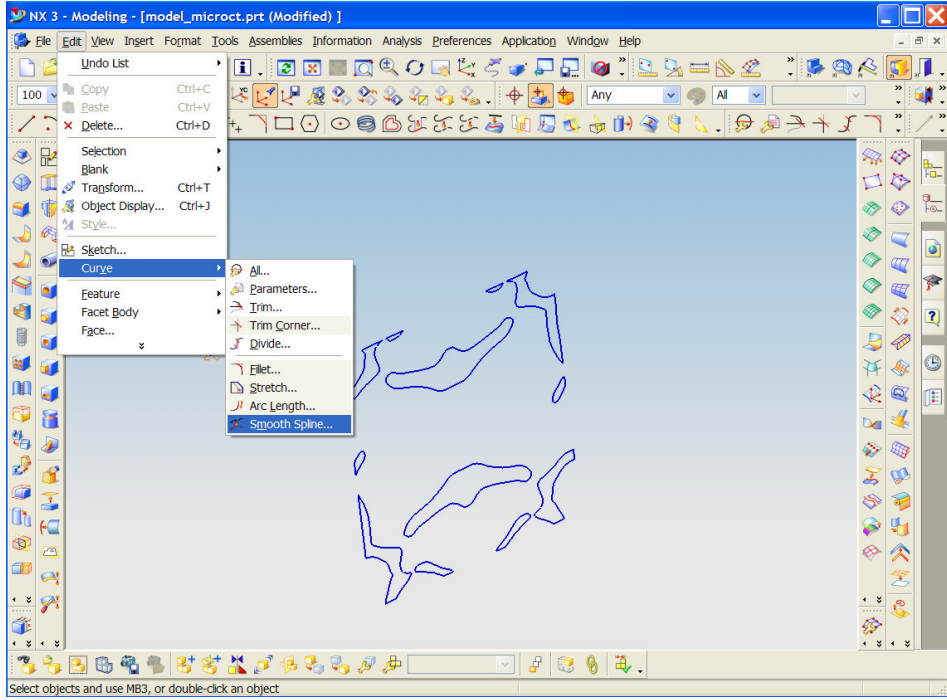
Şekil 3.8. "Join Curves" Menüünde Gerekli Parametrelerin Seçilmesi

Burada birleştirilecek çok sayıda eğri olması, işlem sonucu oluşacak eğrilerin orjinal eğrilere bağımlılığına gerek olmaması nedeniyle Associative Output seçeneği kapalı ve “Input Curves” kısmında “Delete” seçeneği seçili olarak işlem gerçekleştirilir. Ayrıca “Resulting Curve Type” kısmında “Polynominal Cubic” seçeneği seçilerek işlem sonucu oluşacak eğrinin 3. mertebeden olması sağlanır. Burada 3. mertebe, eğriler ve dolayısıyla oluşturulacak yüzeyler üzerinde kontrolü arttırmak ayrıca bu yüzeylerin analiz için başka bir programa aktarılacağından dolayı data kaybını önlemek amacıyla seçilmiştir. “Join Curves” fonksiyonuna ait menü Şekil 3.8’de gösterilmiştir. Bu işlem her bir kesit için tekrarlanır.

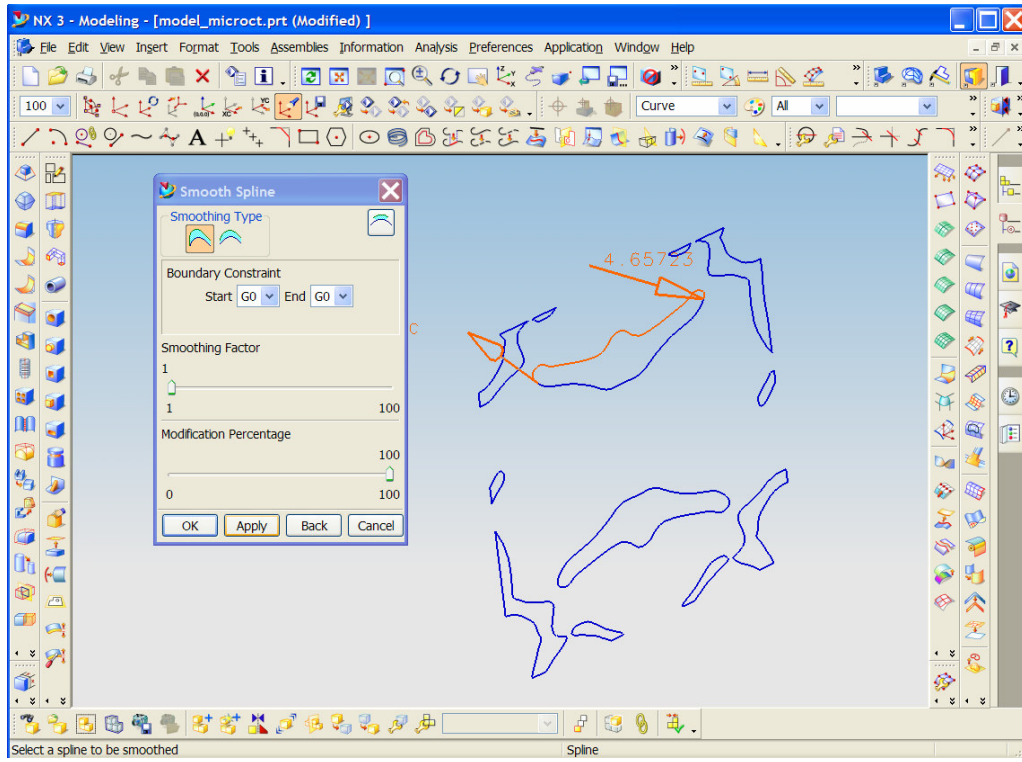
3.1.1.2 Sınır izgilerinin Dzgnleştirilmesi (Smooth Spline)

Sınır çizgileri birleştirildikten sonra sınır çizgilerinin eğriliğinin incelenmesi gerekir. Sınır çizgileri incelendiğinde çizgi boyunca eğriliğinin çok sık ve ani olarak değişiklik gösterdiği gözlenebilir. Eğriliğin çok sık ve ani olarak değişimi yüzey oluşturulurken istenilmeyen ana unsurlardan biridir. Çizginin eğriliği ne kadar az ve yumuşak değişim gösterirse oluşturulacak yüzeyin kalitesi o kadar iyi olmaktadır. Şekil 3.9’ de gösterilen yazılımın düzgünleştirme (Smooth Spline) komutu kullanılarak sınır eğrilerinin eğrilik değişimi düzenlenebilir. Ancak bu işlem gerçekleştirilirken çizgi orjinal çizgilerden uzaklaştığından belirli bir tolerans değerine kadar bu işlem çizgi üzerine uygulanmalıdır.

Düzgünleştirme işlemi için “Smooth Spline” komutu çalıştırılır. Daha sonra görüntülenen menu içerisinden düzgünleştirme oranı ayarlanıp “Apply” butonu seçilerek düzgünleştirme işlemi gerçekleştirilir (Şekil 3.10).



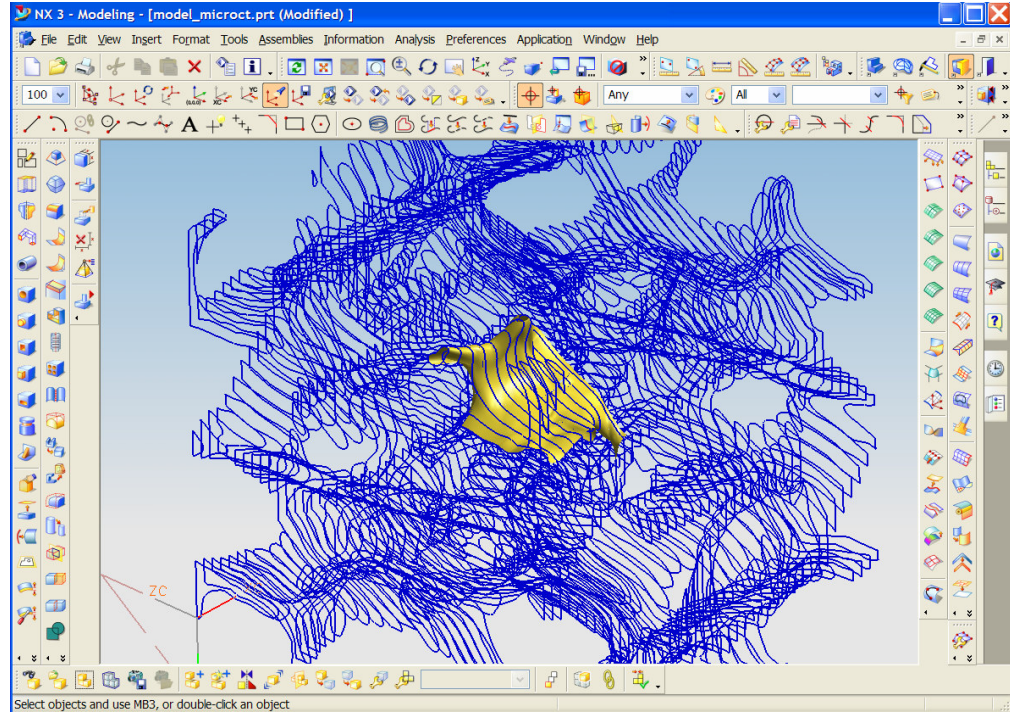
Şekil 3.9. Smooth Spline Komutunun Çalıştırılması



Şekil 3.10. Çizgi Üzerinde Düzgünleştirme İşleminin Gerçekleştirilmesi

3.1.4 Kesit Çizgilerini Kullanarak Yüzey Oluşturma İşlemi

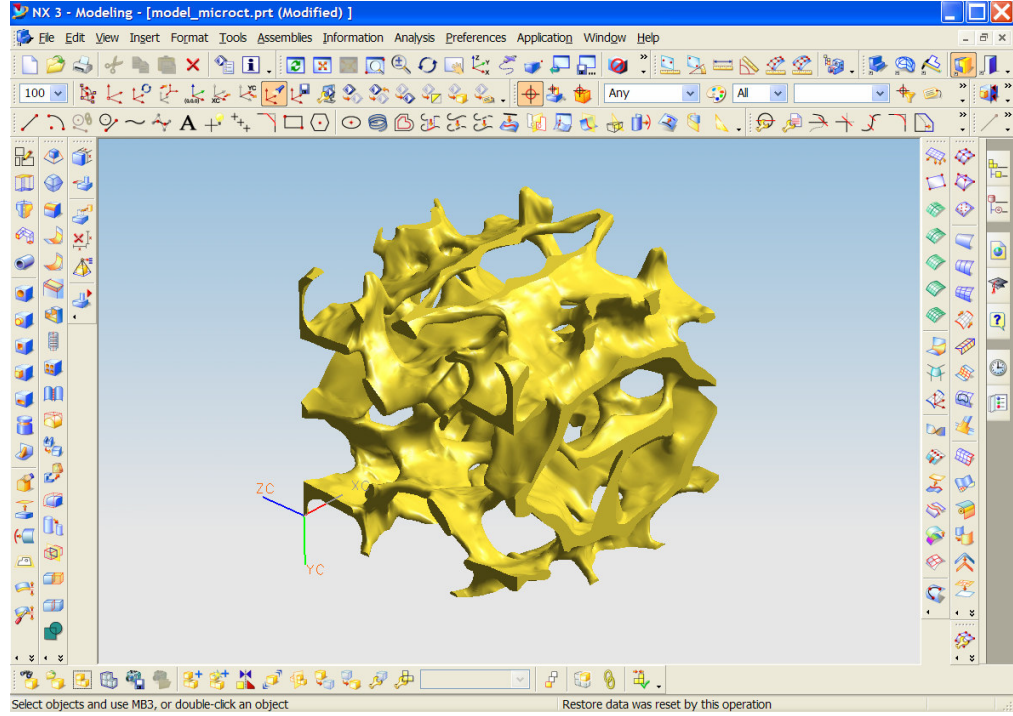
Kesit çizgilerinden yüzey oluşturmaya geçmeden önce patch yapısına karar verilir. Daha sonra “Through Curve” komutu kullanılarak yüzeyler modellenir. Şekil 3.11’de kesit çizgilerinden oluşturulan yüzey verilmiştir.



Şekil 3.11. Kesit Çizgilerinden Oluşturulan Yüzey

3.1.5 Oluşturulan Yüzeylerin Birleştirilip Katı Modelin Oluşturulması

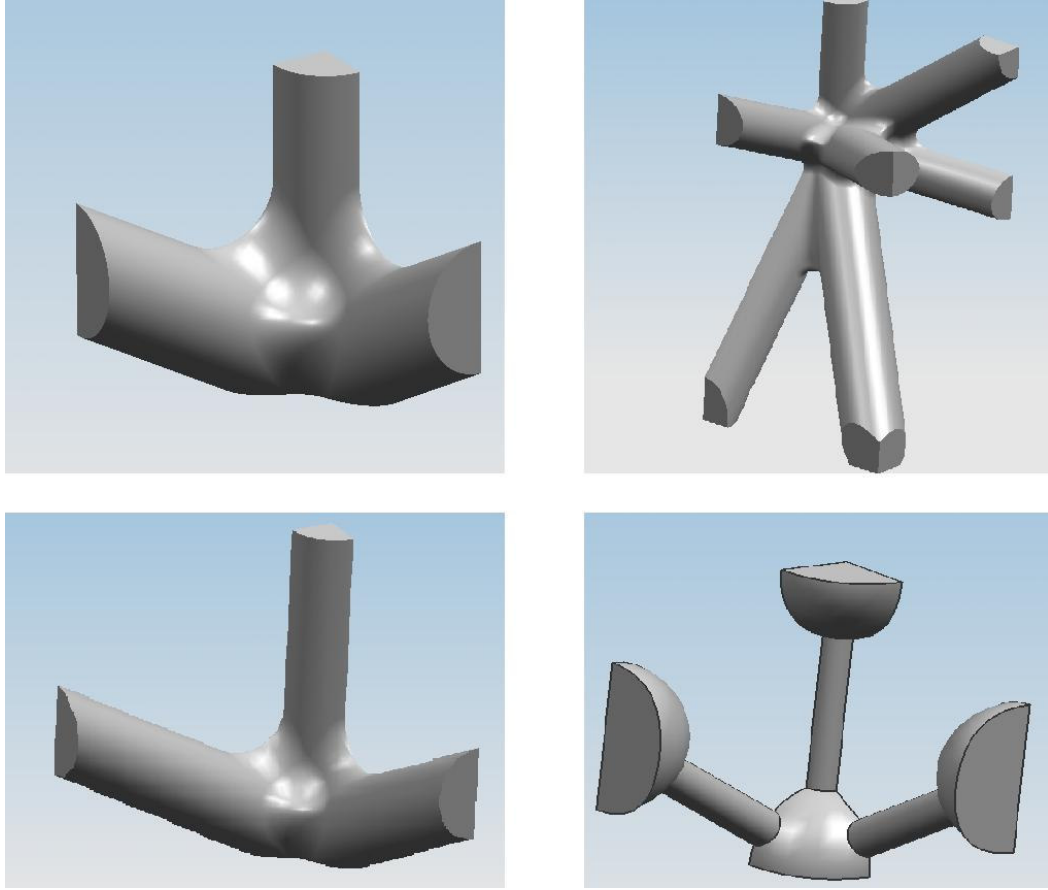
Bu aşamada “Sew” komutu kullanılarak yüzeyler birbirine birleştirilir. Yüzeyler kapalı bir hacim oluşturuyorsa katı model oluşur. Bu işlemin sonucunda mikro-CT tarayıcılar tarafından taranan numuneye ait STL data üzerinden kemiğin gözenekli yapısını temsil eden gerçek mikro model Şekil 3.12’te gösterilen biçimde oluşturulur.



Şekil 3.12. Oluşturulan Mikro Model

3.2 Tekrarlı Birim Eleman Modellerinin Oluşturulması

Kemiğin gerçek gözenekli yapısını temsil eden modelleri oluşturmak oldukça zordur. Bu gibi durumlarda kemiğin gözenekli yapısını temsil eden yaklaşık modeller oluşturulabilir. Bu yaklaşımdan yola çıkılarak dört adet tekrarlı birim eleman modelleri geliştirilmiştir. Geliştirilen tekrarlı birim eleman modellerinin birim elemanları şekil 3.13' de gösterilmiştir.



Şekil 3.13. Tekrarlı Birim Eleman Modellerine Ait Birim Elemanlar (Sol Üstte Model1, Sağ Üstte Model2, Sol Altta Model3, Sağ Altta Model4)

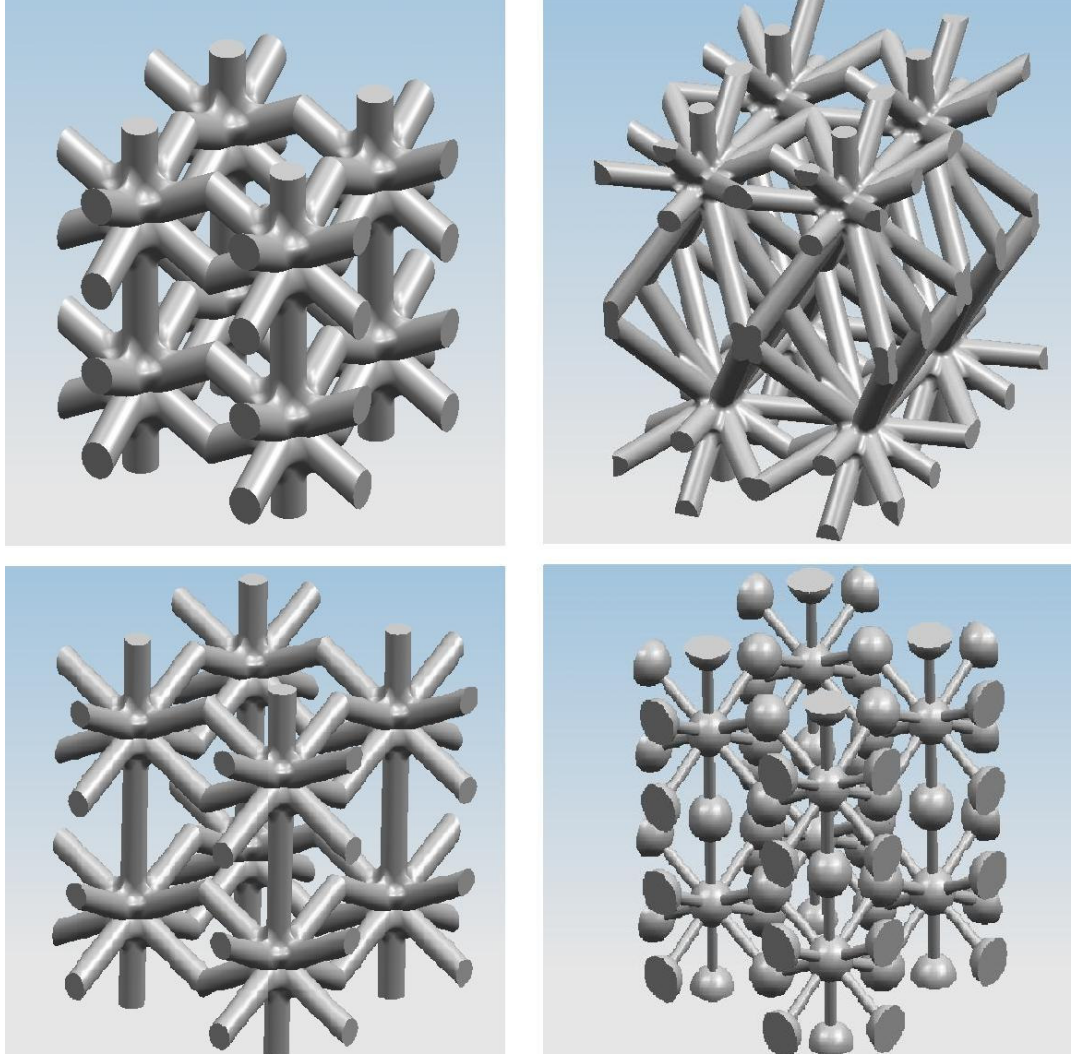
Geliştirilen birim eleman model1 0.15 mm çapında 3 adet silindirden oluşmaktadır. Silindirlerin birleşim noktalarında 0.075 mm yarıçapında yuvarlatmalar mevcuttur.

Birim eleman model2 0.115 mm çapında 7 adet silindirden oluşmaktadır. Silindirlerin birleşim noktalarında 0.03 mm yarıçapında yuvarlatmalar mevcuttur.

Birim eleman model3 0.1 mm çapında 3 adet silindirden oluşmaktadır. Silindirlerin birleşim noktalarında 0.025 mm yarıçapında yuvarlatmalar mevcuttur.

Birim eleman model4 0.05 mm çapında 3 adet silindirden oluşmaktadır. Ayrıca her silindir uçunda 0.2 mm çapında küreler bulunmaktadır.

Bu birim eleman model1,model3 ve model4 X,Y,Z eksenleri doğrultusunda 4 defa, model2 X ve Y eksenleri doğrultusunda 4 defa Z eksni doğrultusunda ise 2 defa kopyalanarak gözenekli yapıya ait tekrarlı birim eleman modelleri oluşturulmuştur. (Şekil 3.14)



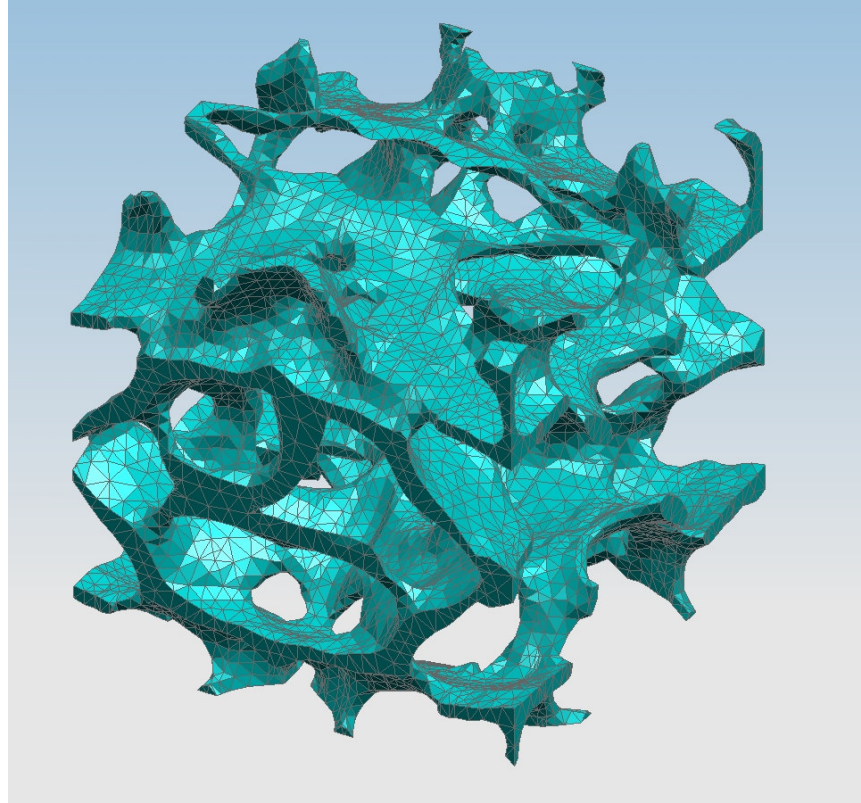
Şekil 3.14. Tekrarlı Birim Eleman Modelleri (Sol Üstte Tekarlı Birim Eleman Modeli1, Sağ Üstte Tekarlı Birim Eleman Modeli2, Sol Altta Tekarlı Birim Eleman Modeli3, Sağ Altta Tekarlı Birim Eleman Modeli4)

3.3 Modeli Sonlu Elemanlarına Ayırma

Modeli sonlu elemanlara ayırmak için ‘Structures’ modülüne geçilir. Burada çözümleyici olarak ‘Ansys’ analiz tipi olarak ‘Structural’ ve çözüm tipi olarak da

'Linear Statics' seçilir. Daha sonra '3D Tetrahedral Mesh' fonksiyonu seçilerek modellenen katı elemanlarına ayrılır. Burada eleman tipi olarak 'Tetrahedral 4 Node' ve eleman boyutu olarak modelin boyutları da göz önünde bulundurularak 0.1 seçilir.

Tüm bu seçimler uygulandıktan sonra 'OK' komutu seçilerek elemanlara ayırma işlemi başlatılır. İşlem bittiğinde mesh yapı Şekil 3.15 deki gibi ekranda görüntülenecektir.



Şekil 3.15. Gözenekli Kemiğe Ait Mikro-CT Modelin Mesh Örgüsü

3.3.1 Sonlu Elemanları ANSYS'e Aktarma

Analizin daha sağlıklı yapılabilmesi amacıyla modelin ANSYS programına aktarılmasında yarar vardır. Ancak model ANSYS'e direk olarak alınamamıştır. Çünkü aktarılan model çok sayıda karmaşık yüzeylere sahiptir ve bu yüzeyler ANSYS'de görüntülenememiştir. Bu amaçla elemanların ANSYS'e aktarılmasına karar verilmiştir. Bunun için Unigraphics programında 'Information-Scenario-Identify-Element' ve 'Information-Scenario-Identify-Node' komutlarından yararlanılmıştır. Bu komutla mesh

yapısına ait elemanların ve nodların bilgileri ayrı ayrı .txt dosyası olarak kaydedilmiştir. Bu dosya MS Excel ortamında açılmıştır. Bu dosyayı ANSYS programının kullanmış olduğu eleman ve nod formatına dönüştürmek gerekmektedir. ANSYS’de nod tanımı şöyledir

N,o,x,y,z

Burada N nodu temsil eden genel koddur. “o” nod ait sıra numarası, x,y,z ise nod ait koordinatlardır. Eleman için de benzer şekilde tanımlama satırı mevcuttur:

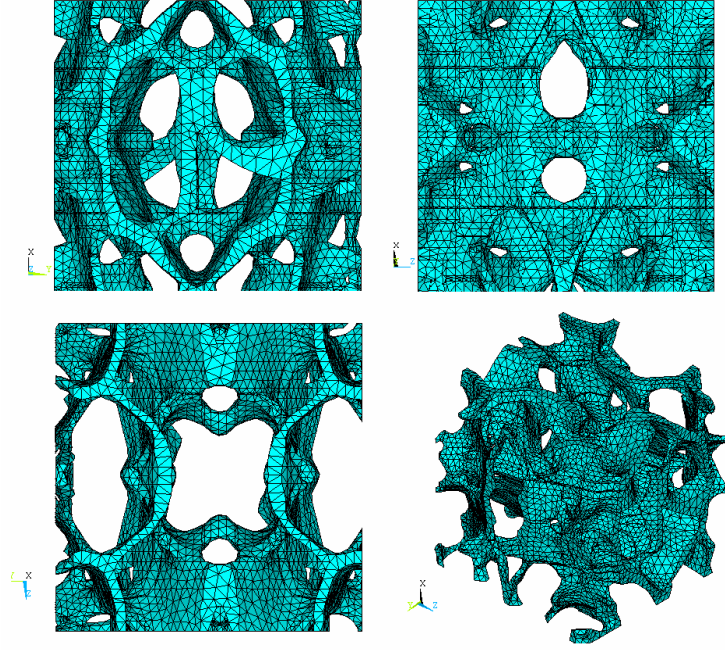
E,n1,n2,n3,n4

Burada E elemanı temsil eden genel kod, n1,n2,n3,n4 o elemanın bağlı olduğu nodları ifade etmektedir.

Excel’de açılan bu dosyanın yukarıdaki şekilde düzenlenmesi gerekir. Düzenleme sonucu elde edilen nodlara ve elemanlara ait dosyanın ilk üç satırın tanımları şöyledir:

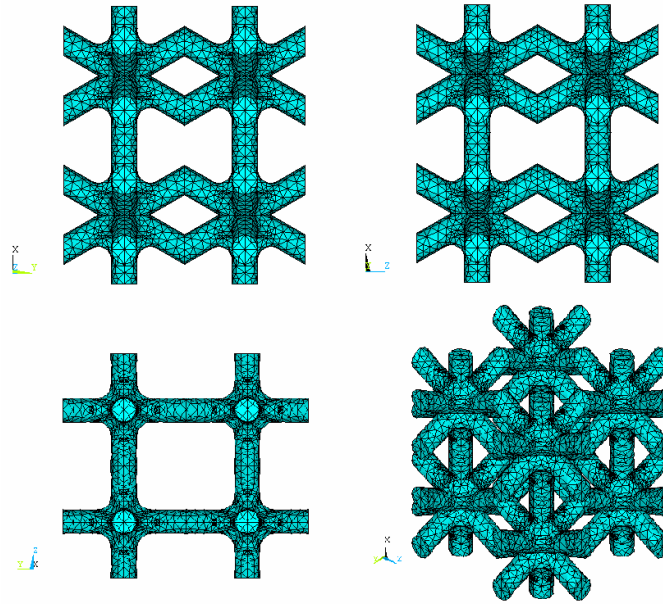
N	,	1	,	2.440765	,	1.342792	,	1.129481
N	,	2	,	2.476326	,	1.304733	,	1.101944
N	,	3	,	2.387571	,	1.306737	,	1.107936
E	,	1	,	2	,	3	,	4
E	,	5	,	6	,	7	,	8
E	,	5	,	9	,	10	,	11

ANSYS ortamı açılarak ‘read input from’ komutuyla oluşturulan text dosyalarındaki veriler alınır. Böylece sırasıyla nodlar ve elemanlar ANSYS’e aktarılmış olur. Şekil 3.16’ te ANSYS’e aktarılan mikro-CT model örneği verilmiştir.

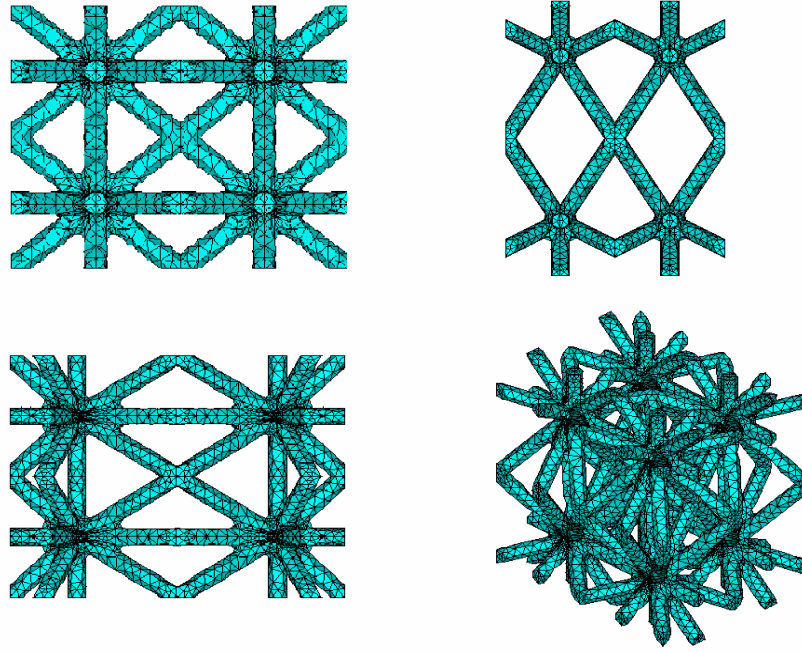


Şekil 3.16. ANSYS'e Aktarılan Mikro-CT Model

Diğer geliştirilen tekrarlı birim modellerin ANSYS programında oluşturulması basit olduğundan direk ANSYS ortamında modellenmiş ve elemanlara ayrılmıştır. Modellere ait mesh yapısı şekil 3.17 ve şekil 3.18'de gösterilmiştir.



Şekil 3.17. Geliştirilen Tekrarlı Birim Model 1'e ait Mesh Yapısı



Şekil 3.18. Geliştirilen Tekrarlı Birim Model 2'ye ait Mesh Yapısı

3.4 Analiz

Analiz yapabilmek için öncelikle sınır şartlarının ve malzeme özelliklerinin ANSYS'e tanıtılması gerekir. Yapacağımız analizlerde her bir modele 3 ayrı yön doğrultusunda (x,y,z) bir miktar yer değiştirme uygulanarak 3 ayrı yönde reaksiyon kuvvetleri ve gerilmeler hesaplanacaktır. Örneğin X doğrultusunda en üst seviyelerdeki nodlara $-X$ doğrultusunda bir miktar yer değiştirme uygulanıp en alt seviyedeki nodların X doğrultusundaki hareketi sabitlenecektir. Ayrıca en alt seviyedeki nodların bazılarının, analiz sırasında dönme hareketini engellemek amacıyla, Y ve Z yönünde hareketi sabitlenecektir.

Bahsedilen sınır şartlarını oluşturmak için 'Solution' modülünün altındaki 'Apply' komutundaki 'Displacement' komutu kullanılır. X doğrultusunda en alt seviyedeki nodların X yönündeki hareketi sabitlenirken 'DOF to be Constrained' seçeneği 'X' yapılmalıdır. Ayrıca X doğrultusunda en üst seviyedeki nodlara X yönünde yer değiştirme uygulanırken 'DOF to be Constrained' seçeneği 'X' yapıp 'Displacement' seçeneğine yer değiştirme değeri yazılmalıdır.

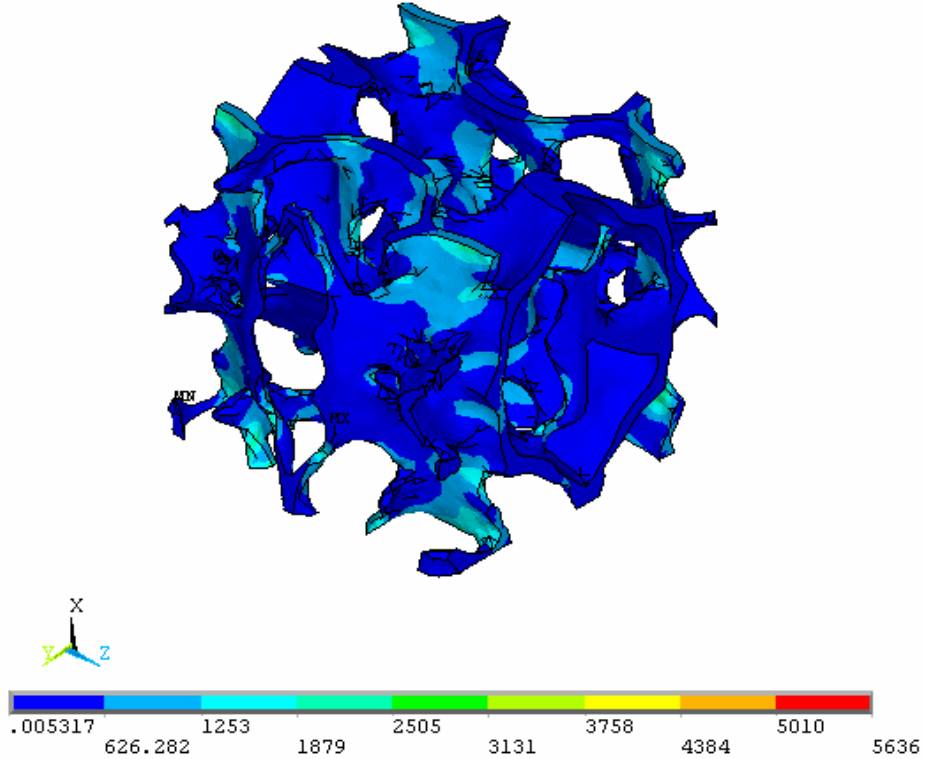
Malzeme özelliklerini ANSYS'e tanımlamak için 'Preprocessor' altındaki

'Material Props' komutu kullanılır. Burada gözenekli kemiğe ait malzeme özellikleri bilinmediğinden malzeme kortikal kemikmiş gibi kabul edilip kortikal kemiğe ait özellikler girilecektir.

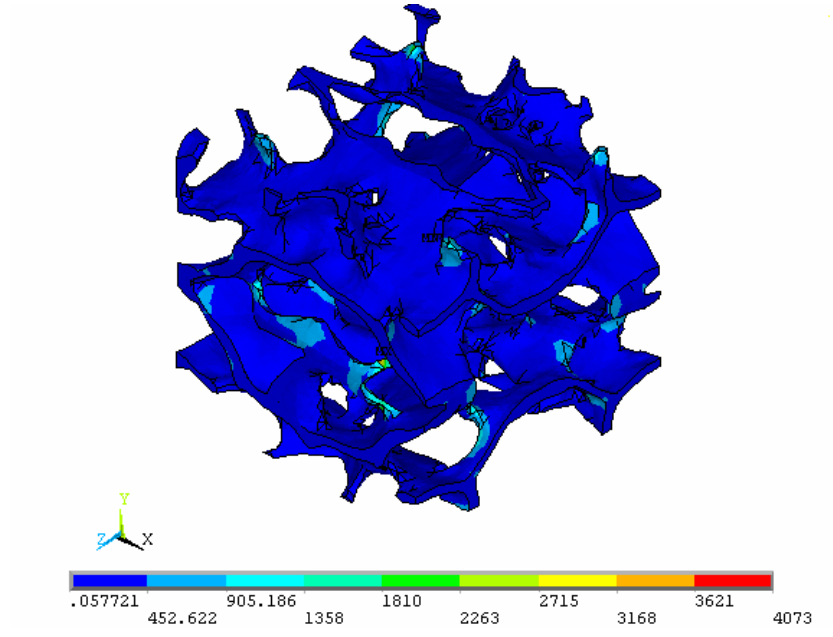
Sınır şartları uygulandıktan ve malzeme özellikleri tanımlandıktan sonra sistemi çözdürmek için 'Solution' altında 'Current Ls' komutu kullanılır. Çözdürme işleminin süresi eleman sayısına ve sistemin lineer ya da non-lineer olarak tanımlanmasına bağlıdır. Ayrıca eleman boyutlarının küçük seçilmesi çözümün hassasiyetini de etkiler.

4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI

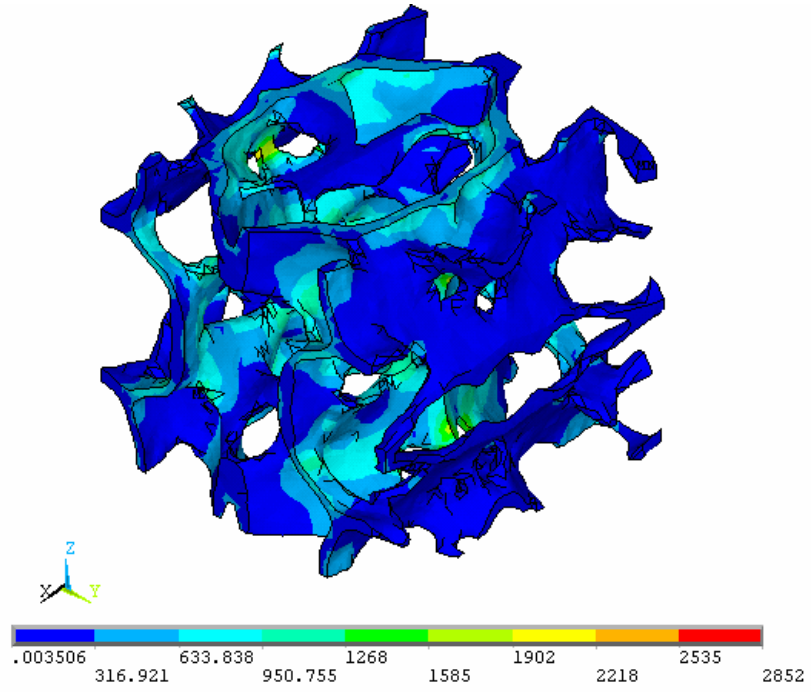
Bilgisayar ortamında verilen sınır şartları altında ortaya çıkan gerilmeler aşağıda Şekil 4.1, Şekil 4.2, Şekil 4.3, Şekil 4.4, Şekil 4.5, Şekil 4.6, Şekil 4.7, Şekil 4.8 ve Şekil 4.9 da verilmiştir. Şekillerin altındaki cetvelde verilen gerilme değerleri Mpa cinsindedir.



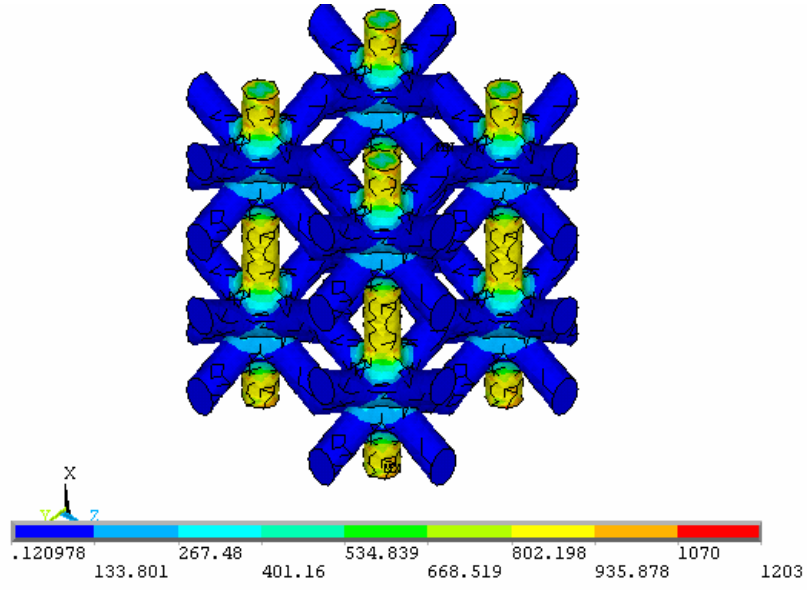
Şekil 4.1. Mikro-CT Modelde X Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler



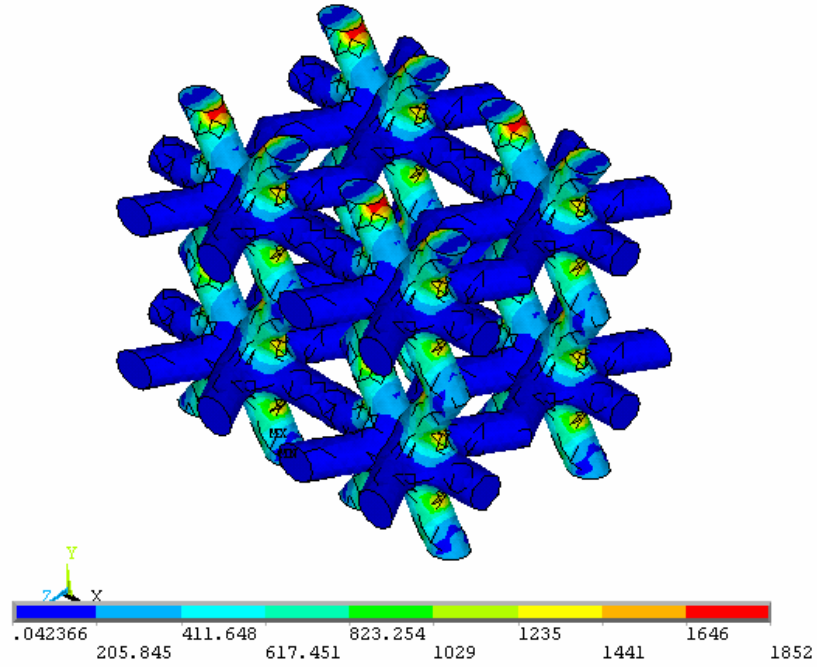
Şekil 4.2. Mikro-CT Modelde Y Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler



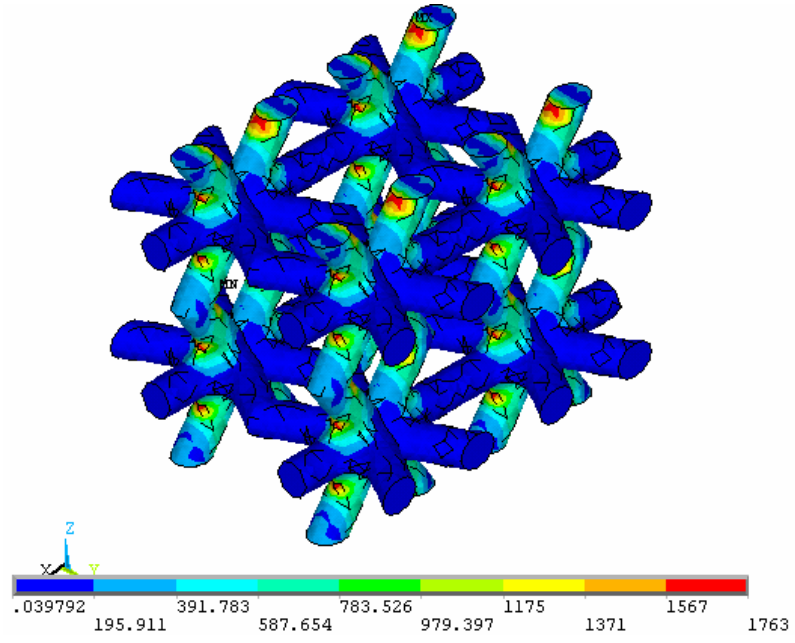
Şekil 4.3. Mikro-CT Modelde Z Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler



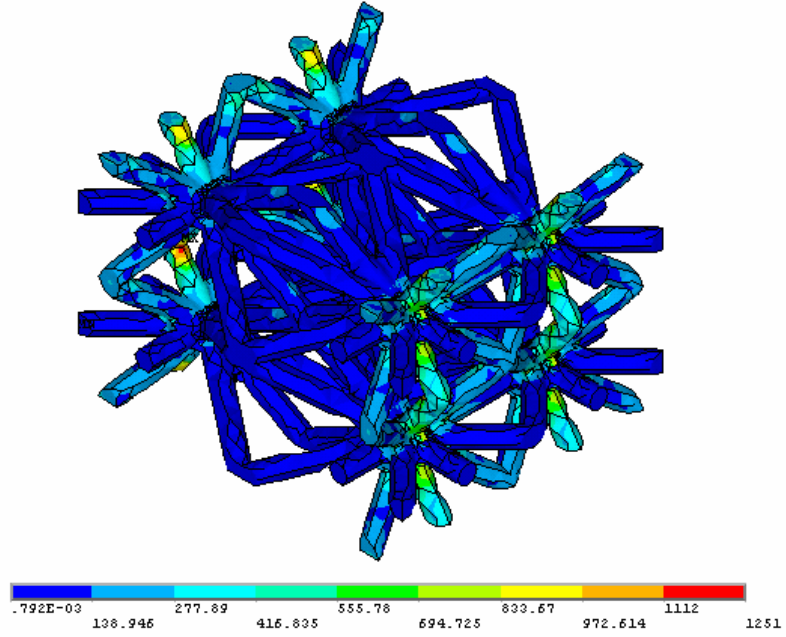
Şekil 4.4. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 1’de X Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler



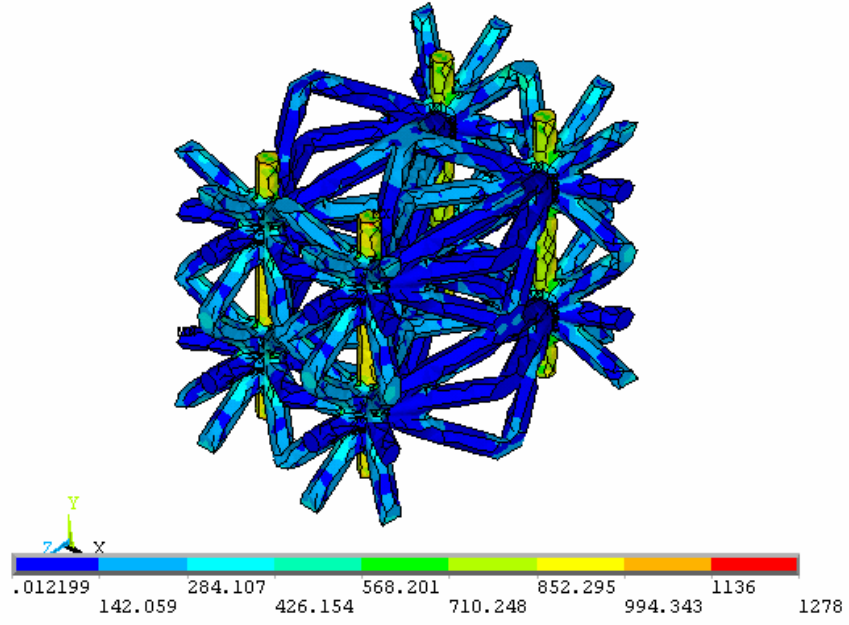
Şekil 4.5. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 1’de Y Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler



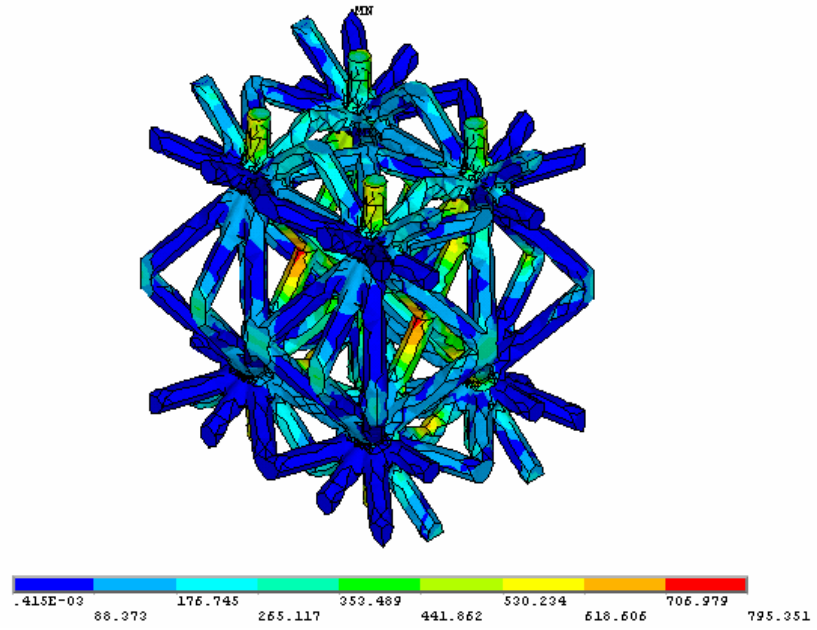
Şekil 4.6. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 1’de Z Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler



Şekil 4.7. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 2’de X Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler



Şekil 4.8. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 2’de Y Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler



Şekil 4.9. Tekrarlı Birim Elemanlar Modeli 2’de Z Yönünde Uygulanan Yer Değiştirme Sonucu Meydana Gelen Gerilmeler

Analizler sonucu elde edilen ve hesaplanan diğer sonuçlar aşağıdaki Tablo 4.1’de verilmiştir:

Tablo 4.1. Analizler Sonucu Elde Edilen ve Hesaplanan Sonuçlar

MODEL	Mikro-CT	model1	model2	model3	model4	kortikal kemik
Modelin X Uzunluğu L_x (mm)	2,00	1,60	1,39	1,60	1,60	2,00
Modelin Y Uzunluğu L_y (mm)	2,00	1,39	1,60	1,39	1,39	2,00
Modelin Z Uzunluğu L_z (mm)	2,00	1,39	2,00	1,39	1,39	2,00
Model Dış Hacim V_0 (mm ³)	8,00	3,07	4,43	3,07	3,07	8,00
Model Kemik Hacmi V (mm ³)	1,26	0,49	0,69	0,23	0,23	8,00
Hacim Katsayısı (V_0/V)	0,16	0,16	0,16	0,08	0,08	1,00
X doğrultusundaki birim şekil değiştirme(ϵ_x)	0,05	0,03	0,04	0,03	0,03	0,05
Y doğrultusundaki birim şekil değiştirme(ϵ_y)	0,05	0,04	0,03	0,04	0,04	0,05
Z doğrultusundaki birim şekil değiştirme(ϵ_z)	0,05	0,04	0,03	0,04	0,04	0,05
X doğrultusundaki tepki kuvveti R_x (N)	174,42	56,61	18,37	23,40	7,06	3827,20
Y doğrultusundaki tepki kuvveti R_y (N)	27,47	70,22	41,74	18,09	3,35	3827,20
Z doğrultusundaki tepki kuvveti R_z (N)	135,05	69,79	21,87	18,13	3,17	3827,20
X Doğrultusunda Maksimum Gerilme σ_x (Mpa)	5636,00	1203,00	1251,00	924,74	1148,00	962,78
Y Doğrultusunda Maksimum Gerilme σ_y (Mpa)	4073,00	1852,00	1278,00	1318,00	928,30	962,78
Z Doğrultusunda Maksimum Gerilme σ_z (Mpa)	2852,00	1763,00	795,35	1286,00	964,55	962,78
X Doğrultusunda Elastisite Modülü E_x (Mpa)	872,00	944,00	159,00	390,00	118,00	19136,00
Y Doğrultusunda Elastisite Modülü E_y (Mpa)	137,00	878,00	482,00	226,00	42,00	19136,00
Z Doğrultusunda Elastisite Modülü E_z (Mpa)	675,00	872,00	394,00	227,00	40,00	19136,00

5. TARTIŞMA

ANSYS ile yapılan FEM analizinde mikro-CT modelin sırasıyla X,Y ve Z doğrultusundaki en üst seviyedeki nodların 0.1 mm yerdeğiştirmesi sonucunda maksimum gerilmeler 5636, 4073 ve 2852 Mpa olarak bulunmuştur. Bu bulunan değerler oldukça yüksek değerlerdir. Bunların nedeni maksimum gerilmelerin olduğu bölgeler aslında çok keskin köşelerdir. Bu köşeler modellemedeki hatalardan ileri gelmektedir. Daha doğru bir deyişle modelin o bölgede yeterince küçük elemanlarına ayırlamamasından ileri gelmektedir. Katı modelde o noktada keskin bir köşe yoktur. Köşe oluşumu elemanlara ayırmadan sonra oluşmaktadır ve o nokta aslında bir düğüm noktasıdır. Ancak ANSYS ortamına sadece elemanlar alınabildiğinden o nokta keskin köşe kalmaktadır. Ayrıca verilen düşey doğrultudaki yer değiştirme miktarı oldukça büyük tutulmuştur. Bu nedenle şekil değiştirme değerleri de büyüktür. Şekil değiştirme değerlerinin büyük olması gerilmelerin de büyük olması anlamına gelir. Sistem elastik olarak kabul edildiği için gerilmelerden ziyade yer değiştirmeler ve bunlara karşılık gelen reaksiyon kuvvetleri dikkate alınarak eşdeğer elastisite modülleri hesaplanmıştır. FEM analizinde mikro-CT modelin sırasıyla X,Y ve Z doğrultusundaki en üst seviyedeki nodların 0.1 mm yerdeğiştirmesi sonucunda oluşan tepki kuvvetleri R_x 174.42, R_y 27.47 ve R_z 135.05 N olarak bulunmuştur. Bunlara bağlı olarak Modelin X Doğrultusundaki Uzunluğu leri X, Y ve Z doğrultularında sırasıyla E_x 872, E_y 137 ve E_z 675 Mpa olarak hesaplanmıştır.

Tepki kuvvetlerinin dolayısıyla elastisite modüllerinin X, Y ve Z eksenleri doğrultusunda farklı değerlerde olması beklenen bir sonuçtur. Çünkü model incelendiğinde X doğrultusunda en az rijitliği, Y doğrultusunda en fazla rijitliği ve Z doğrultusunda ise ortalama rijitliğe sahiptir.

Kortikal kemiğe ait özelliklerin belirlenmesi sebebiyle oluşturulan modelin FEM analizinde her 3 doğrultuda oluşan tepki kuvvetleri 3827.2 N olarak bulunmuştur. Bunlara bağlı olarak elastisite modülleri her 3 doğrultuda 19136 Mpa olarak hesaplanmıştır. Bu değerler literatürdeki değerlerle oldukça yakın değerlerdir.

Tekrarlı birim elemanlardan oluşturulan modellerin FEM analizinde elde edilen sonuçlara göre mikro-CT modele en yakın sonuçları model1 vermektedir. Model1' in

sırasıyla X, Y ve Z eksenleri doğrultusunda tepki kuvvetleri R_x 56,61, R_y 70,22 ve R_z 69,79 N olarak bulunmuştur. Bu değerleri mikro-CT modele ait sonuçlarla karşılaştırdığımızda Y doğrultusundaki tepki kuvvetinin farklı olduğu, diğer sonuçların ise birbirlerine yakın olduğu görülmektedir. Bunun nedeni tekrarlı birim elemanlardan oluşan modelin Y yönünde mikro-CT modele göre daha az rijitlikte olmasından kaynaklanmaktadır. Bu yön doğrultusunda birim modeldeki silindirlerin çapı artırılarak rijitlik daha da artırılabilir.

Gözenekli kemiğin yapısı canlıdan canlıya, kemikten kemiğe ve kemiğin farklı bölgelerine bağlı olarak değişmektedir. Dolayısıyla bir kemiğin bir bölgesinde gözenekli yapıya ait mekanik özellikleri tanımlamak için çok sayıda mikro-CT model oluşturup bunların analiz edilmesi gerekmektedir. Analiz sonucu bulunan ortalama değerler gözenekli yapıya ait mekanik özellikleri belirlemede daha gerçekçi olacaktır. Bu ortalama değerler belirlendikten sonra tekrarlı birim elemanlardan oluşan modellerin geliştirilmesi bundan sonraki çalışmalar için çok daha yararlı olacaktır. Böylelikle gerçeğe oldukça yakın sonuçlar elde edilebilir. Gözenekli kemik yapısının mekanik özelliklerine ilişkin değerlerin bulunması sonucunda incelenecek kemiğin farklı bölgeleri farklı mekanik özellikleri dikkate alınarak modellenebilecek ve yapılacak analizler daha gerçekçi sonuçlar verecektir.

KAYNAKLAR

D.ULRICH, B.VAN RIETBERGEN, H. WEINANS, P.RÜEGSEGGER 1998. Finite Element Analysis Of Trabecular Bone Structure: A Comparison Of Image-Based Meshing Techniques.

H.S. KIM, S.T.S. AL-HASSANI 2002. A Morphological Model Of Vertebral Trabecular Bone.

PIOTR KOWALCZYK 2003. Elastic Properties Of Cancellous Bone Derived From Finite Element Models Of Parameterized Microstructure Cells.

J. KABEL, A. ODGAARD, B.VAN RIETBERGEN, R. HUISKES 1999. Connectivity And The Elastic Properties Of Cancellous Bone.

JASPER HOMMINGA, BARBARA R. MCCREADIE, HARRIE WEINANS, RIK HUISKES 2003. The Dependence Of The Elastic Properties Of Osteoporotic Cancellous Bone On Volume Fraction and Fabric.

GORDON W., RIESENFELD R. 1974. B-Spline Curves and Surfaces, In Computer Aided Geometric Design, R.E. Barnhill and R.F. Riesenfeld (eds.), Academic Press, New York, 95-126.

CHRISTOPHER R. JACOBS 2000. The Mechanobiology Of Cancellous Bone Structural Adaptation.

M.J.SILVA, L.J.GIBSON 1997. Modeling The Mechanical Behavior Of Vertebral Trabecular Bone: Effects Of Age-Related Changes in Microstructure.

T. VAN CLEYNENBREUGEL, J. SCHROOTEN, H. VAN OOSTERWYCK , J. VANDER SLOTEN 2003. Biomechanical Design Of Porous Structures For Bone Growth Stimulation.

HARUN H. BAYRAKTAR, TONY M. KEAVENY 2004. A Computational Investigation Of The Nonlinear Behavior Of Human Trabecular Bone.

XIANGYI LIU, XIANG WANG, GLEN L. NIEBUR 2004. Nonlinear High-Resolution

Finite Element Modeling of Creep in Bovine Trabecular Bone.

NATH, B. 1993. Mühendisler İçin Sonlu Elemanlar Metodunun Temelleri. Sakarya Üniversitesi Yayınları, Sakarya. 236 s.

VERSPRILLE K.J. 1975. Computer Aided Design Applications of the Rational B-Spline Form, *Ph.D. Thesis*, Department of Computer Science, Syracuse University.

ALLAIRE, P.E. 1985. Basics of Finite Element Method. Wm. C. Brown Publishers, U.S.A 691 s.

COWIN, S. Bone Mechanics. CRC Press, New York. 313 s.

J. KABEL, B. VAN RIETBERGEN, A. ODGAARD, R. HUISKES 1999. Constitutive Relationships of Fabric, Density, and Elastic Properties in Cancellous Bone Architecture.

COONS S.A. 1964. Surfaces for Computer Aided Design, MIT, Project MAC-TR-41.

YAMAGUCHI F. 1988. Curves and Surfaces in Computer Aided Geometric Design, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.

TEŞEKKÜR

Yapıcı ve yönlendirici tavrıyla derin bilgi birikimini çekinmeden paylaşan danışmanım Doç.Dr. Reşat ÖZCAN'a, tez ilgili yapmış olduğum araştırmalarda bana yardımcı olan Elif ODABAŐ'a, ANSYS programı ile ilgili yardımlarından dolayı ayrıca danışmanım Doç. Dr. Reşat ÖZCAN'a teşekkür ederim.

ÖZGEÇMİŞ

Tez çalışmasını yapan Barış Hulisioglu 05.05.1979 Bursa doğumludur. İlk öğrenimini Mehmet Akif Ersoy İlkokulu, orta öğrenimini Yunus Emre İlköğretimokulu ve lise öğrenimini Bursa Erkek Lisesinde tamamlamıştır. 1997 yılında Uludağ Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümünde lisans eğitimine başlamıştır. Haziran 2001’de lisans eğitimini tamamlamıştır.

2003-2006 yılları arasında BİLTİM LTD. ŞTİ firmasında CAD/CAM/CAE uzmanı olarak görev yapmıştır. Mayıs 2006 dan itibaren Heksagonstudio A.Ş’de tasarım mühendisi olarak görev yapmaktadır.