



**T.C.  
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**$\beta^-$  PARÇACIKLARININ INTERNAL BREMSSTRAHLUNG  
SPEKTRUMLARININ ANALİZİ**

**EKREM ALMAZ**

**DOKTORA TEZİ  
FİZİK ANABİLİM DALI**

**BURSA 2007**

T.C.  
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

$\beta^-$  PARÇACIKLARININ INTERNAL BREMSSTRAHLUNG  
SPEKTRUMLARININ ANALİZİ

EKREM ALMAZ

DOKTORA TEZİ  
FİZİK ANABİLİM DALI

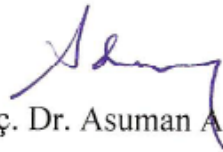
Bu tez 29/ 3/ 2007 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oy çokluğu ile kabul edilmiştir.



Prof. Dr. Ahmet CENGİZ  
(Danışman)



Prof. Dr. Z. Gökay KAYNAK



Doç. Dr. Asuman AYDIN



Doç. Dr. İbrahim GÜNEY



Yrd. Doç. Dr. Orhan GÜRLER

# $\beta^-$ PARÇACIKLARININ INTERNAL BREMSSTRAHLUNG SPEKTRUMLARININ ANALİZİ

EKREM ALMAZ

## ÖZET

$^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  beta kaynağından  $\beta^-$  ve nötrino parçacığı ile birlikte yayınlanan internal bremsstrahlung (**IB**) fotonlarının enerji spektrumu  $2\times 2''$  NaI(Tl) detektörü kullanılarak 10-1710 keV enerji aralığında ölçülmüştür. Detektöre ait cevap fonksiyonlarının oluşturulabilmesi için, detektöre ait ayırma gücü, pik-toplam oranı ve tüm enerji pik verimi  $2\times 2''$  NaI(Tl) sintilasyon detektörü için elde edilmiştir.  $3\times 3''$  NaI(Tl) detektörü için literatürde verilen cevap spektrumları ayrıştırılarak da  $^{32}\text{P}$ ,  $^{85}\text{Kr}$  ve  $^{143}\text{Pr}$ ,  $\beta^-$  kaynaklarının **IB** spektrumları elde edilmiştir.  $3\times 3''$  NaI(Tl) detektöre ait ayırma gücü, pik/toplam oranı literatürden ve toplam verim değerleri analitik olarak tarafımızdan elde edilmiştir.  $2\times 2''$  ve  $3\times 3''$  NaI(Tl) detektör cevap fonksiyonları, detektör verimi, pik-toplam oranı ve ayırma gücü kullanılarak basit bir Monte Carlo yaklaşımı ile oluşturulmuştur. Bu Monte Carlo yaklaşımı kullanılarak elde edilen cevap fonksiyonlarının, 1400 keV'e kadarlık gamma enerjilerinde geçerli olduğu, deneysel cevap fonksiyonları ile karşılaştırılarak görülmüştür.

**IB** spektrumlarının elde edilmesi için uç enerji noktasından geriye doğru soyma işlemi sunulmuştur.  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  beta kaynağından yayınlanan **IB** spektrumları sunulan yöntemle elde edilmiştir. Ayrıca literatürdeki çeşitli soyma iterasyon yöntemleri kullanılarak,  $^{32}\text{P}$ ,  $^{85}\text{Kr}$  ve  $^{143}\text{Pr}$  beta kaynaklarının, literatürde verilen  $3\times 3''$ NaI(Tl) detektörü deneysel cevap spektrumları ayrıştırılarak, **IB** spektrumları elde edilmiştir. Geliştirdiğimiz ve literatürdeki soyma yöntemleri ile elde edilen sonuçlar, Knipp Uhlenbeck ve Bloch (KUB) teorisi ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, spektrumların orta enerji bölgelerine kadar teorik değerlerle uyumaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Internal Bremsstrahlung, NaI(Tl) Detektör Cevap Fonksiyonu, Spektrum Soyma İşlemi.

# THE ANALYSIS OF INTERNAL BREMSSTRAHLUNG SPECTRA OF $\beta^-$ PARTICLES

EKREM ALMAZ

## ABSTRACT

The internal bremsstrahlung (**IB**) photon spectrum accompanying with  $\beta^-$  and neutrino particles emitted from  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  beta source in equilibrium is measured experimentally with the 2x2" NaI(Tl) detector in the energy range of 10-1710 *keV*. The response functions of a 2x2" NaI(Tl) scintillation detector to photons in the energy up to 1400 *keV*, were calculated by means of a simple approximation. Response functions are determined by the detector resolution, peak to total ratios and the full energy peak efficiency for 2x2" NaI(Tl) scintillation detector.

The **IB** spectra are obtained by unfolding the response functions from the beta spectra of  $^{32}\text{P}$ ,  $^{85}\text{Kr}$  and  $^{143}\text{Pr}$  which are taken from the literature for 3x3" NaI(Tl) scintillation detector. Detector resolution, peak to total ratio are taken from the literature and the total efficiency is calculated by analytically for the 3x3" NaI(Tl) scintillation detector. Using the determined detector parameters for 2x2" and 3x3" NaI(Tl) response functions are calculated through a simple Monte Carlo approximation. To approve the validity of this approximation, calculated response functions of various radioactive point source are compared with experiment values for 2x2" NaI(Tl) and the literature values for 3x3" NaI(Tl) detector up to 1400 *keV* energy range.

**IB** spectrum of  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  beta source obtained from a new spectrum stripping technique that we develop for the unfolding of **IB** spectra. Also several iteration techniques are applied to unfold the **IB** spectrum of  $^{32}\text{P}$ ,  $^{85}\text{Kr}$  ve  $^{143}\text{Pr}$  radioactive beta sources. Both obtained unfolded spectra from new stripping and the other iteration techniques are compared with Knipp, Uhlenbeck and Bloch (KUB) theory. Up to intermediate energy range there are agreements, and in the upper energy limits, there are discrepancies between the theory and unfolded spectra.

**Keywords:** Internal Bremsstrahlung, Detector Response Functions of NaI(Tl), Unfolding.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
SİMGELER DİZİNİ.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xii
1. GİRİŞ.....	1
2. TEORİ.....	4
2.1. Beta Parçalanmasında Internal (İç) Bremsstrahlung ( <i>IB</i> ).....	4
2.2. Detektör Cevap Fonksiyonu.....	7
2.3. Gamma Işınlarnın Madde ile Etkileşmesi.....	9
2.3.1. Fotoelektrik Olay.....	12
2.3.2. Compton Saçılması (İnkohherent Saçılma).....	13
2.3.3. Çift Oluşumu.....	17
2.3.4. Rayleigh Saçılması (Koherent Saçılma).....	18
2.4. Detektör Özellikleri.....	19
2.4.1. Detektör Duyarlılığı.....	19
2.4.2. Cevap Zamanı.....	20
2.4.3. Ölü Zaman.....	20
2.4.4. Detektör Ayırma Gücü.....	21
2.4.5. Detektör Verimi.....	22
2.5. NaI(Tl) Sintilasyon Detektörlerinde Cevap Fonksiyonunun Oluşumu.....	26
3. YÖNTEM.....	34
3.1. Internal Bremsstrahlung Spektrumlarının Deneysel Olarak Elde Edilmesi.....	34
3.1.1. IB Spektrumunun 2x2” NaI(Tl) Detektörü ile Elde Edilmesi.....	34
3.1.2. IB Spektrumunun 3x3” NaI(Tl) Detektörü ile Elde Edilmesi.....	42
3.2. Spektrum Analizi.....	45
3.2.1. Soyma İşlemi.....	46

3.2.2. Cevap Fonksiyonunun Compton Bölgesi için Dikdörtgensel Yaklaşım .....	50
3.2.3. 2x2" ve 3x3" NaI(Tl) Detektörleri Cevap Fonksiyonlarının Yaklaşık Olarak Elde Edilmesi .....	51
3.2.4. Cevap Matrisinin Elde Edilmesi.....	58
3.3. Spektrum Soyma Yöntemleri .....	59
3.3.1. Soyma İşlemi İçin Genel Metot.....	60
3.3.2. Tsoufanidis İterasyon Metodu.....	61
3.3.3 En Küçük Kareler ile Soyma İşlemi .....	63
3.3.4. Uç Enerjiden Geriye Doğru Soyma İşlemi.....	65
3.3.5. Gold İterasyon Yöntemi .....	66
3.3.6. Swarup tarafından uygulanan Gold İterasyon Yöntemi .....	69
3.3.7. Giydirme İterasyon Yöntemi.....	70
4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI ve TARTIŞMA .....	72
4.1. 2x2" NaI(Tl) Detektörde Sayılan <sup>90</sup> Sr- <sup>90</sup> Y İzotopundan Yayınlanan IB Spektrumu .....	72
4.2. 3x3" NaI(Tl) Detektörü ile <sup>32</sup> P, <sup>85</sup> Kr ve <sup>143</sup> Pr Beta Kaynaklarının IB Spektrumları .....	76
4.2.1. Swarup Gold İterasyon Yöntemi ile Elde Edilen IB .....	77
4.2.2. Gold İterasyon Yöntemi İle Elde Edilen IB .....	81
4.2.3. Giydirme İterasyon Yöntemi İle Elde Edilen IB .....	83
KAYNAKLAR .....	86
ÖZGEÇMİŞ .....	94
TEŞEKKÜR.....	95

## SİMGELER DİZİNİ

A	: Kütle numarası
$B_i$	: Atomik kabuğa ait bağlanma enerjisi
c	: Işık hızı ( $3 \cdot 10^8$ m/s)
d	: Kaynak-detektör arası uzaklık
$d\Omega$	: Birim katı açısı
e	: Elektron yükü
E	: Gelen foton enerjisi
$E'$	: Saçılan foton enerjisi
$E_c$	: Compton sınırı
$E_e$	: Saçılan elektron enerjisi
$E_p$	: Sayılan puls enerjileri
h $\nu$	: Foton enerjisi
h	: Plank sabiti ( $6.62 \cdot 10^{-34}$ J.s),
i	: Ölçülen spektrumun indisi
j	: Kaynak spektrumun indisi
k	: $mc^2$ biriminde gelen foton enerjisi
$k'$	: $mc^2$ biriminde saçılan foton enerjisi
$k_e$	: $mc^2$ biriminde saçılan elektron enerjisi
m	: Ölçülen enerjinin sayıldığı aralık
M	: Ölçülen spektrum
$mc^2$	: Elektronun durgun kütle enerjisi(511 keV)
$m_N$	: Çekirdek kütlesi
n	: Kaynak enerjisinin bölündüğü aralık
$N(E_p)$	: Detektörde sayılan puls yükseklikleri
$N_0$	: Avogadro sayısı
$N_C$	: Compton bölgesindeki foton sayısı
$N_g$	: Detektöre giren foton sayısı
$N_G$	: Gauss dağılımı
$N_P$	: Tüm enerji pikteki foton sayısı
$N_s$	: Detektörde sayılan foton sayısı

$N_y$	: Kaynaktan yayınlanan foton sayısı
$p$	: Detektöre ait fonksiyonlara yapılan fit parametreleri
$P$	: Gelen fotonun momentumu, fotonun detektörde etkileşme olasılığı
$P'$	: Saçılan fotonunun momentumu
$P_e$	: Saçılan elektronun momentumu
$q$	: (0-1) arasında değişen rasgele sayılar
$\bar{R}$	: Ortalama giriş uzunluğu
$R$	: Detektör ayırma gücü, Cevap matrisi
$R(E,E')$	: Cevap fonksiyonu
$r_d$	: Detektör yarıçapı
$r_e$	: Elektronun klasik yarıçapı
$r_g$	: Giydirilmiş spektrum
$S$	: Kaynak spektrumu
$T$	: Fotoelektronların atomdan yayınlanma enerjisi
$Z$	: Atom numarası
$\alpha$	: İnce yapı sabiti
$\delta$	: Dirac-delta fonksiyonu
$\Delta E$	: Yarı maksimumdaki tam genişlik
$\epsilon_{geom}$	: Geometrik verim
$\epsilon_{int}$	: Öz verim
$\epsilon_P$	: Tüm enerji pik verimi
$\epsilon_T$	: Mutlak verim
$\theta$	: Fotonun saçılma açısı
$\mu$	: Toplam lineer zayıflama katsayısı, Durulma zamanı
$\nu$	: Frekans değeri
$\rho$	: Yoğunluk
$\sigma$	: Tesir kesiti, Standart sapma
$\Phi$	: Azimut açısı



**KISALTMALAR**

”	: 2.54 cm’ye karşılık gelen inch sembolü
EB	: External bremsstrahlung
eV	: Elektron volt
FWHM	: Yarı maksimum tam genişlik
HPGe	: Yüksek saflıkta germanyum detektörü
IB	: Internal bremsstrahlung
keV	: Kilo elektron volt
MCA	: Çok kanallı analizör
MEM	: Maksimum Entropi Metodu
MeV	: Milyon elektron volt
NaI(Tl)	: Sodyum iyodür talyum kristali
P/T	: Pik/Toplam oranı
SVD	: Tekil değer ile soyma işlemi (Singular value decomposition)

**ŞEKİLLER DİZİNİ**

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1. Fotonların madde ile yaptığı etkileşme tipleri ve bu etkileşmelerin baskın olduğu bölgeler .....	12
Şekil 2.2. Compton saçılmasının geometrisi .....	13
Şekil 2.3. $mc^2$ biriminde çeşitli gamma enerji değerleri için Compton sürekliliğinin değişimi .....	16
Şekil 2.4. 76 mm NaI(Tl) ortamı için baskın etkileşme olasılıklarının enerjiye bağlı değişimi( <a href="http://www.amptek.com">www.amptek.com</a> ).....	20
Şekil 2.5. Detektör kaynak geometrisi.....	23
Şekil 2.6. Fotopikin altında kalan net sayma sayısı( $N_p$ )'nin detektördeki toplam saymaya ( $N_s$ ) oranının (Peak-toplam oranı) puls-yükseklik spektrumu üzerinden anlatımı. Net fotopik sayma, fotopikin altında kalan yamuğun çıkarılması ile elde edilmektedir .....	25
Şekil 2.7. NaI(Tl) sintilasyon detektöründe puls oluşum sisteminin blok yapısı .....	26
Şekil 2.8 Bir NaI(Tl) sintilasyon detektörünün genel yapısının ve radyasyonun fiziksel etkileşmelerinin çizimsel olarak gösterimi.....	27
Şekil 2.9. Tek enerjili bir kaynağın ideal spektrumu (kaynak spektrum).....	28
Şekil 2.10. Kaynak spektrumundan elde edilen ideal (mükemmel ayırma gücü için) puls-yükseklik spektrumu .....	28
Şekil 2.11. NaI(Tl) detektörde gözlenen cevap fonksiyonu: (a) $E < 1.4$ MeV, (b) $E > 1.4$ MeV .....	29
Şekil 3.1. Deneyde kullanılan gamma spektrometresinin gösterimi .....	34
Şekil 3.2. IB spektrumunun ölçülmesinde detektör-kaynak geometrisi .....	35
Şekil 3.3. $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$ izotopunun parçalanma şeması.....	36
Şekil 3.4. $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$ kaynağından yayınlanan fotonların NaI(Tl) detektöründen tabi fon düzeltilmesi yapılarak alınmış spektrumu.....	37
Şekil 3.5. $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$ izotopunun, kanal genişliği 38 keV alınarak tabi fon çıkartılmış IB spektrumu .....	37

Şekil 3.6	Standart nokta kaynaklar kullanılarak 2x2" NaI(Tl) detektörü için elde edilen kalibrasyon grafiği .....	38
Şekil 3.7.	2x2" 'lik silindirik NaI(Tl) detektörün $\gamma$ -ışınları için deneysel olarak elde edilen enerji ayırma gücü değerleri (•) ve bu değerlere fit edilen en uygun fonksiyon (eğri).....	40
Şekil 3.8.	2x2" 'lik silindirik NaI(Tl) detektörün, simetri ekseninden 10 cm uzaklıkta bulunan nokta kaynaktan yayınlanan $\gamma$ -ışınları için deneysel olarak elde edilen tüm enerji pik verim değerleri (•) ve bu değerlere fit edilen en uygun fonksiyon (eğri).....	40
Şekil 3.9.	2x2" 'lik silindirik NaI(Tl) detektörün, simetri ekseninden 10 cm uzaklıkta bulunan nokta kaynaktan yayınlanan $\gamma$ -ışınları için deneysel olarak elde edilen toplam verim değerleri (•) ve bu değerlere fit edilen en uygun fonksiyon (eğri).....	41
Şekil 3.10.	2x2" 'lik silindirik NaI(Tl) detektörün, simetri ekseninden 10 cm uzaklıkta bulunan nokta kaynaktan yayınlanan $\gamma$ -ışınları için deneysel olarak elde edilen pik/toplam (P/T) oranları (•) ve bu değerlere fit edilen en uygun fonksiyon (eğri) .....	41
Şekil 3.11.	Toplam verim için detektör-kaynak geometrisinin gösterimi .....	43
Şekil 3.12.	Detektörde ölçülen spektrumun her bir kanalındaki saymaların gösterimi .....	47
Şekil 3.13.	Detektörlerde görülen genel foton spektrumu ve dikdörtgensel yaklaşım.....	51
Şekil 3.14.	2x2" NaI(Tl) detektöründen elde edilen, $^{137}\text{Cs}$ (E=661.6 keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu.....	54
Şekil 3.15.	2x2" NaI(Tl) detektöründen elde edilen, $^{60}\text{Co}$ (E <sub>1</sub> =1173, E <sub>2</sub> =1332 keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu.....	55
Şekil 3.16.	3x3" NaI(Tl) detektöründen elde edilen, $^{47}\text{Sc}$ (E=153 keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu .....	55

Şekil 3.17.	3x3" NaI(Tl) detektöründen elde edilen, <sup>51</sup> Cr (E=323 keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu .....	56
Şekil 3.18.	3x3" NaI(Tl) detektöründen elde edilen, <sup>85</sup> Sr (E=515 keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu .....	56
Şekil 3.19.	3x3" NaI(Tl) detektöründen elde edilen, <sup>95</sup> Nb (E=766 keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu .....	57
Şekil 3.20.	3x3"NaI(Tl) detektöründen elde edilen, <sup>137</sup> Cs (E=662 keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu .....	57
Şekil 3.21.	3x3"NaI(Tl) detektöründen elde edilen, <sup>60</sup> Co (E <sub>1</sub> =1173, E <sub>2</sub> =1332 keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu .....	58
Şekil 4.1.	<sup>90</sup> Sr- <sup>90</sup> Y kaynağının uç enerjiden geriye doğru soyma yöntemi ve KUB teorisi ile elde edilmiş IB spektrumları .....	72
Şekil 4.2.	<sup>90</sup> Sr- <sup>90</sup> Y kaynağının Gold iterasyon yöntemi ile ve KUB teorisi ile elde edilmiş IB spektrumları .....	74
Şekil 4.3.	<sup>90</sup> Sr- <sup>90</sup> Y kaynağının doğrudan detektör cevap matrisinin tersinin alınması ile elde edilen IB spektrumunun KUB teorisi ile karşılaştırılması.....	75
Şekil 4.4.	<sup>32</sup> P radyoizotopunun parçalanma şeması.....	76
Şekil 4.5.	<sup>85</sup> Kr radyoizotopunun parçalanma şeması.....	76
Şekil 4.6.	<sup>143</sup> Pr radyoizotopunun parçalanma şeması.....	77
Şekil 4.7.	<sup>32</sup> P kaynağının Swarup tarafından kullanılan Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları .....	78
Şekil 4.8.	<sup>85</sup> Kr kaynağının Swarup tarafından kullanılan Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları .....	79
Şekil 4.9.	<sup>143</sup> Pr kaynağının Swarup tarafından kullanılan Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları .....	80
Şekil 4.10.	<sup>32</sup> P kaynağının Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları .....	81
Şekil 4.11.	<sup>85</sup> Kr kaynağının Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları .....	82

Şekil 4.12.	$^{143}\text{Pr}$ kaynağının Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları .....	83
Şekil 4.13.	$^{32}\text{P}$ kaynağının Giydirme iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.....	84
Şekil 4.14	$^{85}\text{Kr}$ kaynağının Giydirme iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.....	84
Şekil 4.15.	$^{143}\text{Pr}$ kaynağının Giydirme iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.....	85

**ÇİZELGELER DİZİNİ****Sayfa No**

- Çizelge 2.1. Fotonun madde ile etkileşme türleri. Açık gri kutudaki etkileşmeler, madde içinde foton zayıflamasına katkısı büyük olan etkileşmeler, koyu gri kutudakiler ise, belirtilen enerji bölgelerinde toplam etkileşmeye göre katkısı %1 olan diğer etkileşmeleri göstermektedir ..... 10
- Çizelge 3.1. Soyma işlemi için gerekli parametreleri elde etmek amacıyla, kullanılan standart nokta kaynaklar ve bu kaynaklara ait yayınlanma enerjileri ve olasılıkları ..... 39
- Çizelge 3.2. Detektörün enerji ayırma gücü, tüm enerji pik ve toplam verim ve pik/toplam oranı değerlerine fit edilen fonksiyonlar ve bu fonksiyonların parametreleri..... 39

## 1. GİRİŞ

Bir radyasyonun herhangi bir detektörde elde edilen enerji spektrumu ile radyasyonun detektöre girmeden önceki enerji spektrumu birbirinden farklıdır. Çünkü, detektör cevap fonksiyonu deneysel spektruma biner. Kullanılan detektör ne kadar iyi olursa olsun, direkt olarak ölçülmüş spektrumdan, gelen radyasyonun enerji spektrumunu (gerçek veya kaynak spektrum) elde etmek oldukça zordur. Bununla birlikte, radyasyonun gerçek enerji spektrumunun elde edilmesi, dozimetri çalışma alanında, radyasyon miktarı ölçümlerinde büyük önem taşımaktadır. Gerçek enerji spektrumu, X-ve  $\gamma$ -ışınlarının havadaki doz oranları, kütle-enerji soğurulma katsayıları,  $\gamma$ -ışınlarının durdurma gücü, X-ışınları için elektron enerji kaybı mekanizmalarını belirlemek için kullanılan fiziksel sabitlerin elde edilmesinde temel rol oynamaktadır (Chun ve ark. 2006). Bu fiziksel sabitler deneysel olarak doğrudan ölçülemezler. Fakat, detektör sisteminin ve detektör materyalinin tüm karakteristik özelliklerini mümkün olabildiğince yansıtan bilgisayar benzetişim yöntemleri kullanarak, teorik hesaplamalarla direkt olarak bu parametreler belirlenebilir.

Sürekli enerjili gamma ışınları (internal bremsstrahlung (**IB**), external bremsstrahlung (**EB**), veya bir ortamdan saçılmış gamma ışınları)'nın, detektör katkılarında arındırılmış gerçek spektrumu elde etmek çok daha karmaşık bir işlemdir. İlke olarak, detektör cevap fonksiyonu, bazı özel enerji değerleri için deneysel (Heath 1964) ve her enerji değeri için Monte Carlo hesaplamalarıyla (Berger ve Doggett 1956, Zerby 1963) elde edilebilmektedir. Sürekli enerjili gamma ışınlarının ilgili enerji aralığında cevap matrisi R, Monte Carlo yöntemi ile elde edilebilir. Gerçek spektrum S ile ölçülen spektrum M arasında  $M=RS$  matris denklemi yazılabilir. Matris tersinin alınması tekniği ile gerçek spektruma ulaşılabilir. Fakat, bu yöntem birkaç pratik problemle karşı karşıyadır:

I. Cevap matrisleri son derece kararsız (ill-conditioned) bir yapıya sahiptir.

II. Cevap matrisleri, genel olarak, tersinin alındığında sayma spektrumlarında olduğu gibi çok büyük istatistiksel hatalar gösterirler. Buna ek olarak, çözümde çok büyük dalgalanmalar belirmektedir (Hubbell 1958, Hubbell ve Scofield 1958). Sonuç olarak matris tersi çözümlerinin pratik gamma ışını spektrumunda kullanılması oldukça sınırlıdır.

Sürekli enerji spektrumuna sahip **IB**, hem  $\beta^-$  parçalanması sırasında hem de elektron yakalanması sırasında görülen fiziksel bir mekanizmadır. Bu mekanizma proton-antiproton çarpışmalarında,  $\alpha$  ve  $\beta^+$  yayınlanmalarında görülmesi mümkün ise de olasılıkları çok düşüktür. Tarihsel olarak  $\beta^-$  parçalanması sırasında oluşan **IB** spektrumunun teorisi 1930'lu yıllara (Bloch 1936, Knipp ve Uhlenbeck 1936), elektron yakalanması sırasında görülen **IB** spektrumunun teorisi 1940'lı yıllara (Morrison ve Schiff 1940, Bradt 1946) dayanmaktadır. 1950'li yıllarda Sintilasyon detektörlerinin yaygınlaşması ile birlikte **IB** spektrumlarının deneysel çalışmaları başlamıştır (Liden ve Starfelt 1953, 1955, Boehm ve Wu 1953, Novey 1953, Madansky ve Rasetti 1954). 1980'li yıllarda elektron yakalanması sırasında oluşan **IB** spektrumu ile yayınlanan elektron nötrinosunun kütesinin ölçülmesi veya kütleli olup olmadığının ispatlanması problemi **IB** çalışmalarını bu yıllarda yeniden gündeme getirmiştir (De'Rujula 1981, Riisager ve ark. 1985, Borge ve ark. 1986, Naumann 1991). Son zamanlarda da **IB** çalışmaları yapılmaktadır (Cengiz ve Almaz 2004, Raghavendra ve Ramaswamy 2004, Raghavendra ve ark. 2002)

Deneysel **IB** çalışmalarında en büyük problem üstte de anlatılan detektör cevap fonksiyonu katkılarını ölçülmüş spektrumdan çıkarabilmektir. Yapılan deneysel çalışmalar genelde teori ile özellikle spektrumun düşük enerji ile yüksek enerji bölgelerinde sapmalar göstermektedir. Araştırmacılar, bu sapmaları detour etkileri ve yasaklı geçişler ve external bremsstrahlung spektrumuna bağlasalar da biz bu sapmanın aynı zamanda yeterli istatistiksel sayma verimi ve uygun spektrum soyma spektrum yöntemlerinin olmamasına bağlıyoruz. Şimdiye kadar **IB** çalışmalarında yapılan spektral düzeltmeler Liden ve Starfeld (1953, 1955)'in önerdiği düzeltme ile yapılmıştır. Modern kişisel bilgisayarlarının çok güçlü olması çok karmaşık veri-işleme yöntemlerinin kullanılmasına imkan sağlamıştır. Özellikle soyma işlemlerinde ortaya çıkan yüksek boyutlu cevap matrislerinin çözülmesinde bu tür bilgisayara dayalı modern yaklaşımlar teori ile daha uyumlu sonuçların ortaya çıkmasını sağlamıştır.

$^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  beta kaynağına ait gerçek **IB** spektrumunu elde etmek için, U. Ü Fen-Edebiyat Fakültesi Nükleer Fizik laboratuvarında bulunan  $2 \times 2''$  NaI(Tl) sintilasyon detektörü ile bu kaynağın enerji spektrumu ölçülmüştür.  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  beta kaynağının, sürekli enerji dağılımına sahip **IB** spektrumu, deneysel olarak elde edilen ölçülmüş spektrumlarından ayrıştırılmıştır. Bunun için detektör cevap fonksiyonları, basit bir



yaklaşım kullanılarak Monte Carlo yöntemi ile elde edilerek cevap matrisi oluşturulmuştur. 2x2" NaI(Tl) detektörüne ait cevap fonksiyonlarının elde edilmesi için gerekli olan detektör ayırma gücü, pik/toplam oranı ve tüm enerji verimi parametreleri ölçülmüştür.

$\beta^-$  parçalanması yapan  $^{32}\text{P}$ ,  $^{85}\text{Kr}$  ve  $^{143}\text{Pr}$  radyoizotoplarının, 3x3" NaI(Tl) detektörünün ölçülmüş cevap spektrumları (Heath 1964) ayrıştırılarak IB spektrumları elde edilmiştir. 3x3" NaI(Tl) detektörüne ait cevap fonksiyonlarının elde edilmesi için gerekli olan detektör ayırma gücü, pik/toplam oranı literatürden alınmış ve toplam verim analitik olarak elde edilmiştir.

NaI(Tl) detektörlerinin cevap fonksiyonlarının belirlenmesinde kullanılan yaklaşım detektör verimi, pik/toplam oranı ve ayırma gücüne dayanır. Detektör verimi ve pik/toplam oranı ile cevap fonksiyonunun fotopik ve Compton bölgesindeki sayma sayıları belirlenmiştir. Compton bölgesine dikdörtgenel (düzgün) dağılım yaklaşımı yapılmıştır. Compton bölgesinde her bir enerji aralığındaki sayılar ve fotopikteki sayılar detektör ayırma gücü kullanılarak Gauss dağılımına dağıtılmıştır. 1400 keV'e kadarlık enerji aralığında gamma ışınlarının cevap fonksiyonları bu yöntemle elde edilebilmektedir. Bu yaklaşımın doğruluğunu test etmek için nokta kaynaklardan yayınlanan gamma ışınlarının Monte Carlo yöntemi ile elde ettiğimiz cevap fonksiyonları, 2x2" NaI(Tl) detektörü için deneysel olarak elde ettiğimiz ve 3x3"NaI(Tl) detektörü için literatürden alınan deneysel değerlerle karşılaştırılmış ve uyumlu sonuç alınmıştır.

Gerçek **IB** spektrumunun belirlenmesi için, oluşturulan cevap matrisi kullanılarak, bir deneysel spektrum ayrıştırılması (soyulması) yöntemi sunulmuştur. Literatürdeki çeşitli spektrum soyma yöntemleri de farklı kullanım alanlarına göre verilmiştir. Sunulan soyma tekniği ile beraber **IB** spektrumunun elde edilmesine uygun soyma yöntemleri seçilmiş ve bu yöntemlerle de **IB** spektrumları elde edilmiştir.

Sunduğumuz bu spektrum ayrıştırma tekniği, **EB** spektrumları, bir ortamdan saçılan gamma ışınlarının enerji spektrumları, vb. gibi başka spektrumlara da uygulanabilir.

## 2. TEORİ

### 2.1. Beta Parçalanmasında Internal (İç) Bremsstrahlung (IB)

Üç tür olay, beta parçalanması olarak adlandırılmaktadır:

1. Çekirdeğin elektron yayınlarak bozunması:  $\beta^-$  parçalanması.
2. Çekirdeğin pozitron yayınlarak bozunması:  $\beta^+$  parçalanması.
3. Çekirdeğin çevresindeki elektronlardan birini yakalaması: Elektron Yakalanması.

Bu üç etkileşmeye paralel olarak çekirdeğin Beta parçalanması ile birlikte oluşan zayıf sürekli foton spektrumunun varlığını, ilk olarak Aston, (1927) RaE ( $^{210}\text{Bi}$ ) izotopu ile yaptığı ölçümlerde deneysel olarak keşfetti. Takip eden yıllarda, çeşitli radyoaktif elementlerle bu olay pek çok araştırmacı tarafından gözlenmiştir. Düşük şiddetli ve sürekli olan bu ışımının teorisi, Knipp, Uhlenbeck (1936) ve bağımsız olarak Bloch (1936) tarafından verildi. Teoride; kuantum mekaniksel olarak, sürekli bir ışımının, parçalanma başına yaklaşık olarak alfa ince yapı sabiti ( $\alpha=1/137$ ) kadar bir olasılıkla, beta parçacığının çekirdekte oluşup, çekirdekten ayrılırken nükleer yükteki ani değişme ile oluştuğu ortaya konmuştur. Coulomb etkilerinin ele alınmadığı bu teori, **KUB** teorisi olarak adlandırılır. Bu ışıma; klasik olarak, çekirdeğin Coulomb alanı etkisiyle ivmelenen bir elektronun oluşturduğu sürekli elektromanyetik radyasyon; external bremsstrahlung (**EB**), spektrumundan farklı olarak, internal bremsstrahlung (**IB**) şeklinde adlandırılmaktadır.

$W$  enerjili bir beta parçacığının,  $E$  enerjili bir foton ve  $W_0 - E/mc^2 - W$  enerjili bir nötrino ile birlikte yayınlanma olasılığı,

$$N(W, E) = \frac{2\pi}{\hbar} \rho_e \rho_\nu \rho_k |P|^2 \quad (2.1)$$

ile verilir. Buradaki  $\rho_e, \rho_\nu, \rho_k$  sırasıyla elektron, foton ve nötrino için son durum yoğunlukları,  $P$ , geçiş matrisi,  $W_0, mc^2$  biriminde toplam parçalanma enerjisi,  $W$ , ise  $mc^2$  biriminde beta parçacığının parçalanma sonrası aldığı enerjidir.  $\beta^-$  parçalanmasında temel özellikler bakımından bazı farklılıklar bulunmaktadır. Denk.(2.1)'de görülen geçiş matrisinin karesi,  $|P|^2$  ne kadar küçükse göz önüne alınan geçiş o kadar imkansızdır, yasaklanmıştır. Bu tür geçişlere, yasak geçişler denir.  $|P|^2$  ne kadar büyükse geçiş o kadar mümkündür, izinlidir. Bu tür geçişlere de izinli geçişler denir. **KUB** teorisinde beta parçacığı ile birlikte ortaya çıkan fotonun  $E$  ile  $E+dE$  arasında yayınlanma olasılığı ifadesi,

$$S(E) dE = \int_{1+k}^{W_0} N(W) dW \Phi(W, E) dE \quad (2.2)$$

olarak verilmiştir. Burada,  $k = E / mc^2$ ,  $mc^2$  biriminde yayınlanan fotonun enerjisidir. Bu ifade izinli geçişler için geçerli bir ifadedir. Bu ifadenin elde edilmesinde, Denk. (2.2)'deki  $\Phi(W, E)$ , çekirdekte  $W$  enerjili bir elektron oluşurken aynı anda  $E$  enerjili bir foton yayınlanma olasılığı ve  $N(W)dW$ , beta parçacıklarının enerji dağılımıdır.  $\Phi(W, E)$  fonksiyonu analitik olarak,

$$\Phi(W, E) = \frac{\alpha p_f}{\pi p k} \left\{ \frac{W^2 + W_f^2}{W p_f} \ln(W_f + p_f) - 2 \right\} \quad (2.3)$$

şeklinde ifade edilmiştir (Cengiz ve Almaz 2004). Burada,  $W$  ve  $W_f = W - k$  sırasıyla beta parçacığının  $E$  enerjili bir foton yayınlanmadan önce ve yayınlandıktan sonra enerji değerleridir.  $p$  ve  $p_f$ ,  $mc$  biriminde, beta parçacığının  $E$  enerjili bir foton yayınlanmadan önce ve yayınlandıktan sonraki momentumları olup,

$$p = \sqrt{W^2 - 1} \quad (2.4)$$

$$p_f = \sqrt{(W - k)^2 - 1} \quad (2.5)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadeler Denk. (2.3)'de yerine yazılırsa,

$$\Phi(W, E) = \frac{\alpha \sqrt{(W - k)^2 - 1}}{\pi \sqrt{W^2 - 1} k} \left\{ \frac{W^2 + (W - k)^2}{W \sqrt{(W - k)^2 - 1}} \times \left[ \ln \left[ (W - k) + \sqrt{(W - k)^2 - 1} \right] - 2 \right] \right\} \quad (2.6)$$

olarak elde edilir (Cengiz ve Almaz 2004).  $\beta^-$  parçacıklarının enerji dağılımında  $W$  enerjili bir elektronun,  $E$  enerjili bir fotonla birlikte yayınlama olasılığı, Denk. (2.6), Denk. (2.2) ile verilen integral ifadede yerine yazılarak,  $\beta^-$  parçalanması sırasında, enerjisi  $E$  ile  $E+dE$  arasında değer alan **IB** fotonlarının sayısı,

$$S(k) = C \int_{1+w}^{w_0} \frac{\sqrt{(W - k)^2 - 1}}{\sqrt{W^2 - 1} k} (W_0 - W)^2 W^2 \times \left[ \frac{W^2 + (W - k)^2}{W \sqrt{(W - k)^2 - 1}} \ln \left( (W - k) + \sqrt{(W - k)^2 - 1} \right) - 2 \right] \quad (2.7)$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada,

$$C = \frac{|P|^2}{\tau_0} 2\alpha^2 Z = \text{sabit} \quad (2.8)$$

'dir. Bu şekilde sürekli enerji spektrumuna sahip fotonların enerji dağılımı yani **IB** enerji spektrumu, KUB teorisi ile elde edilmiştir. Çeşitli  $\beta^-$  parçacığı yayınlayan kaynakların **IB** spektrumu KUB Teorisi ve Monte Carlo yöntemi ile elde edilmiş ve birbirleri ile karşılaştırılmıştır (Cengiz ve Almaz, 2004).

Genel olarak, izinli beta geçişlerine sahip izotoplarla yapılan ölçümlerde deneysel **IB** spektrumları ile teorik hesaplamalar birbiriyle uyumlu gözlenmektedir. Bununla birlikte, yasak geçişli beta parçalanması yapan izotoplarda deneysel **IB** spektrumları ile teorik hesaplamalar arasında, özellikle spektrumun yüksek enerji bölgesinde büyük sapmalar gözlenmiştir. Bu sapmaları açıklamak için, **IB** teorisinde Coulomb etkilerini de içeren çalışmalar, Nilsson (1956), Lewis ve Ford (1957) ve Spruch ve Gold (1959) tarafından yapıldı. Wang Chang ve Falkoff (1949), Madansky ve ark. (1951) ve daha sonra Ford ve Martin (1969) yasak beta geçişleri için bu teoriyi tekrar ele aldılar. Ford ve Martin, özellikle yasak beta geçişlerinde, **IB** spektrumuna katkıda bulunan çekirdeğin virtuel uyarılmaları ile ortaya çıkan ve detour etki olarak adlandırılan etkiyi teoriye ekledi.

**IB** spektrumunun, deneysel olarak elde edilmesinde detektör cevap fonksiyonu, detektör veriminin bilinmesi ve cevap fonksiyonunun deneysel spektrumdan ayrıştırılması gerekmektedir. Deneysel **IB** spektrumu NaI(Tl) detektörü kullanarak elde edilmiştir. **IB** spektrumunun enerji aralığında, NaI(Tl) detektör cevap fonksiyonu basit bir yaklaşım kullanılarak Monte Carlo yöntemi ile elde edilmiştir.

## 2.2. Detektör Cevap Fonksiyonu

Nükleer fizikte radyasyon tanımı iki alt kategoriye ayrılır: Yüklü parçacıklar ve yüksüz parçacıklar. Yüklü parçacıkları, hızlı elektronlar ve ağır yüklü parçacıklar, yüksüz parçacıkları, elektromanyetik ışınlar ve nötronlar oluşturur (Knoll 2000).  $E$  enerjisi ile detektör ortamına giren bir radyasyon, detektör ortamıyla çeşitli etkileşmeler yaparak ortam elektronlarına, radyasyon tipine ve yaptığı etkileşmeye göre enerjisinin bir kısmını veya tamamını aktarır. Yüklü parçacıklar atomik elektronlarla etkileşerek

detektör ortamına enerjilerini aktarırlar. Bu şekilde atomların uyarılmasına veya iyonlaşmasına yol açarlar. Bununla birlikte, yüksüz radyasyonlar, detektör içinde çeşitli etkileşmeler yapmakta ve bu etkileşmeler sonucunda detektörün atomlarını iyonlaştıran ve uyarabilen yüklü parçacıklar oluşturmaktadırlar.

Pek çok detektör, gelen radyasyonun enerjisi hakkında bilgi verme kapasitesine sahiptir. Bu özellik, gelen radyasyon tarafından üretilen iyonizasyon sayısının, radyasyonun detektörün duyarlı hacminde kaybettiği enerjiyle orantılı olmasından kaynaklanır. Biz burada, gamma kaynaklarına NaI(Tl) detektörün verdiği cevap fonksiyonunun oluşumundan bahsedeceğiz.

Genel olarak, elektriksel detektörlerin çıkış sinyali bir akım pulsu şeklindedir. Bu pulsun oluşumu ve büyüklüğü gelen radyasyonun oluşturduğu iyonizasyon ve eksitasyon sayısına bağlıdır. Detektöre gelen aynı enerjili her foton, yaptığı etkileşmeler, bu etkileşmelerin yerleri, oluşan ikincil parçacıkların, sayıları ve yaptığı etkileşmeler ve etkileşme yerlerine bağlı olarak aynı sayıda eksitasyon ve iyonizasyon oluşturmazlar. Dolayısıyla, aynı enerjili fotonların detektöre aktardıkları enerjiler farklı olacaktır. Ayrıca detektöre aktarılan enerji aynı olsa bile detektör elektroniği aynı büyüklükte puls üretmez. Böylece  $E$  enerjisi ile gelen fotonların oluşturacağı puls boyları eşit olmayacak, belirli bir değer etrafında dalgalanma gösterecektir. Bu etkilerin tümünün oluşturduğu dalgalanma, detektörün ayırma gücünü oluşturmaktadır. Dalgalanma miktarı ne kadar az ise detektörün iki farklı enerjide gelen fotonları birbirinden ayırma gücü o kadar yüksektir. Dalgalanma miktarı ne kadar yüksekse detektörün ayırma gücü de o kadar düşüktür.

Böylece aynı enerji ile detektöre giren gamma ışınları, yaptığı etkileşmelere bağlı olarak, detektörde aynı büyüklükte puls oluşturmazlar ve oluşan pulslar da detektör ayırma gücü nedeniyle farklılık gösterirler ve bunların sonucu olarak bir puls yüksekliği dağılımı ortaya çıkar. Buna detektör cevap fonksiyonu denir.

Detektör cevap fonksiyonunun belirlenebilmesi için, fotonların madde ile yaptığı etkileşmelerin ve detektör karakteristiklerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu etkileşmeler

ve detektör özellikleri verildikten sonra NaI(Tl) detektörlerinin cevap fonksiyonunun oluşumu açıklanacaktır.

### 2.3. Gamma Işınlmasının Madde ile Etkileşmesi

$X$ -ışını ve  $\gamma$ -ışını gibi elektromanyetik radyasyonlar ikili yapıya sahiptirler. Etkileşme ve enerji durumlarına göre hem parçacık hem de dalga özelliği gösterirler. Elektromanyetik radyasyonlar, ışık hızıyla hareket eden, durgun kütleleri sıfır, enerji ve momentum taşıyan parçacıklardır ve parçacık özelliğinden dolayı bunlara foton da denir. Foton enerjisi,  $E = h\nu$  olarak ifade edilir. Burada  $\nu$  frekans ve  $h$  Plank sabitidir.

$X$ - ve  $\gamma$ -ışınları arasında özellik bakımından hiçbir fark yoktur. Bu radyasyonları, oluşma biçimlerine göre sınıflandırdığımızda;  $\gamma$ -ışınları, nükleer geçişlere eşlik eden elektromanyetik fotonlar, bremsstrahlung veya sürekli  $X$ -ışınları, elektronların veya diğer yüklü parçacıkların ivmeli hareketi sonucu oluşan fotonlardır. Karakteristik  $X$ -ışınları ise atomik elektronların  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ... kabukları arasındaki geçişleri sırasında yayınlanan fotonlardır. Oluşumları farklı olmakla beraber tüm fotonlar, aynı özelliklere sahiptir ve enerjilerine göre madde ile aynı etkileşmeleri yapabilirler. Bundan sonra foton veya  $\gamma$ -ışını deyiimi ile tüm elektromanyetik dalgaları kast etmiş olacağız.

Fotonlar madde ile çok çeşitli etkileşmeler yapabilir. Bu etkileşmeler Çizelge 2.1'de görülmektedir (Hubbell 1969).

Bu çizelgede görüldüğü gibi tüm etkileşmeler, etkileşme parçacığına göre;

- Atomik elektronlar ile etkileşmeler
- Nükleonlar ile etkileşmeler
- Çekirdek veya elektronu çevreleyen elektrik alan ile etkileşmeler
- Nükleon-nükleon kuvvetlerinin ara parçacıkları olan mezonlar ile etkileşmeler

Etkileşmenin etkisine göre;

- Tamamen soğurulma
- Saçılma
- Çoklu foton etkileri

şeklinde sınıflandırılabilir.

Çizelge 2.1. Fotonun madde ile etkileşme türleri. Açık mavi kutulardaki etkileşmeler, madde içinde foton zayıflamasına katkısı büyük olan etkileşmeler, eflatun renkli kutudakiler ise, belirtilen enerji bölgelerinde toplam etkileşmeye göre katkısı %1 olan diğer etkileşmeleri göstermektedir.

ETKİLEŞME TİPİ ...İLE ETKİLEŞME	SOĞURULMA (A)	SAÇILMA		ÇOKLU FOTON ETKİLERİ (D)
		ELASTİK (COHERENT) (B)	İNELASTİK (İNCOHERENT) (C)	
1)ATOMİK ELEKTRONLAR	FOTOELEKTRİK ETKİ $\sim Z^4$ (Düşük Enerjili.) $\sigma_p$ $\sim Z^5$ (Yüksek Enerjili.)	RAYLEIGH SAÇILMASI $\sigma_R \sim Z^2$ (Düşük Enerji Limitinde)	RAMAN SAÇILMASI COMPTON SAÇILMASI $\sigma_c \sim Z$	İKİ FOTON COMPTON SAÇILMASI $\sim Z$
2)NÜKLEONLAR	FOTONÜKLEER REAKSİYONLAR $\sigma_{fn} \sim Z$ ( $E \geq 10$ MeV)	ELASTİK NÜKLEER SAÇILMA ( $\gamma, \gamma) \sim Z^2$	İNELASTİK NÜKLEER SAÇILMA ( $\gamma, \gamma)$	
3)YÜKLÜ PARÇACIKLARI ÇEVRELEYEN ELEKTRİK ALAN	1) Çek.Ala.Elek-Pozit. Çift oluşumu $\chi_n \sim Z^2$ ( $E \geq 1,02$ MeV) 2) Elektron Alanında Elek.-Pozit. Çift Oluşumu $\chi_e \sim Z$ ( $E \geq 2,04$ MeV) 3)Nükleon_Antinükleon Oluşumu ( $E \geq 4$ BeV)	DELBURK SAÇILMASI $\sim Z^4$		
4) MEZONLAR	FOTOMEZON OLUŞUMU ( $E \geq 150$ MeV)	DEĞİŞTİRME ( $\gamma, \gamma)$		

$\gamma$ -ışınların madde ile etkileşmesi 14 farklı yolla olmaktadır. Bu olayların çoğu nadiren ortaya çıkar. Bu olaylardan bazıları şunlardır:

**Delbruck Saçılması:** Delbruck saçılması veya elastik nükleer potansiyel saçılması, çekirdek alanında sezilgen elektron çift oluşumundan kaynaklanmaktadır. Bu saçılmanın olma ihtimali son derece düşüktür.



**Nükleer Rezonans Saçılması:** Bu olayda çekirdek, iki nükleer enerji seviyesi arasındaki farka eşit enerjiye sahip olan bir fotonun soğurulmasıyla uyarılır, uyarılan çekirdek foton yayınlamak, kararlı hale geçer.

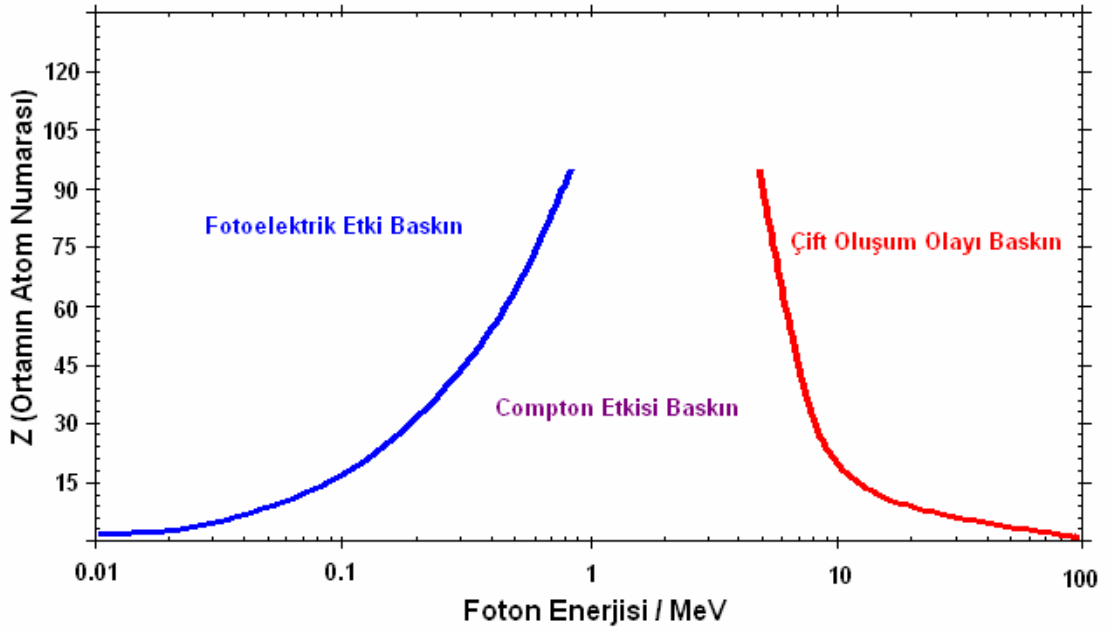
**Nükleer Fotoelektrik Olay:** Bu olayda yüksek enerjili bir foton çekirdek tarafından soğurulur ve sonuçta bir nükleon dışarı atılır. Buna fotoparçalanma adı verilir. Bu olay büyük atom numaralı ortamlarda daha çok meydana gelir.

**Mezon Oluşumu:** Fotonun, çekirdekten bir mezon koparabilmesi için enerjisinin yaklaşık  $150 \text{ MeV}$ 'in üzerinde olması gerekir. Mezon oluşumu tesir kesiti çok küçük ( $\approx 10^{-3} \text{ barn/atom}$ ) olduğundan diğer olaylar ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilir (Evans 1955).

Çekirdekten yayımlanan  $\gamma$ -ışınları dört temel etkileşme yapabilirler.

- i) Fotoelektrik Olay
- ii) Compton Saçılması (İnkohorent Saçılma)
- iii) Çift Oluşum
- iv) Rayleigh Saçılması (Kohorent Saçılma)

Temel etkileşmeler, kendi aralarında saçılma ve soğurulma olarak gruplandırılabilir. Fotoelektrik etki ve çift oluşum, soğurulma etkileşmelerini, Compton ve Rayleigh saçılma etkileşmelerini oluşturur. Saçılma etkileşmeleri kohorent ve inkohorent olarak ikiye ayrılır. Enerji değişimi olmadan oluşan saçılma etkileşmelerine kohorent, eğer gelen fotonla saçılan fotonun dalga boyları birbirinden farklı ise diğer bir deyişle, gelen fotonla, saçılan foton arasında, saçılma açısına bağlı olarak bir enerji farkı meydana geliyorsa bu tip saçılmalara inkohorent saçılma denir. İlk üç temel etkileşmenin baskın olduğu bölgeler Şekil 2.1'de gösterilmiştir. Bu olayların olma olasılığı atom numarası  $Z$  ve gamma enerjisi  $E$  ile değişir. Ayrıca Rayleigh saçılması düşük enerji limitinde bu üç etkileşme kadar baskın olmayan kohorent bir saçılmadır.



Şekil 2.1. Fotonların madde ile yaptığı etkileşme tipleri ve bu etkileşmelerin baskın olduğu bölgeler.

### 2.3.1. Fotoelektrik Olay

Fotoelektrik olay, düşük enerjili bir fotonun, atomik elektron ile etkileşmesi sonucunda elektronu yörüngesinden koparmasıdır. Burada yayınlanan elektrona fotoelektron denir. Fotoelektronun atomdan yayınlanma enerjisi,  $T=E-B_i$ 'dir. Burada  $B_i$   $i$ -inci kabukta bulunan elektronların bağlanma enerjisidir.

Bu olay, momentum korunumu sebebiyle serbest elektronlar için imkansızdır ve sıkı bağlı elektronlarla (özellikle  $K$ -kabuğu elektronları) olma olasılığı oldukça yüksektir.  $E$  enerjili bir fotonun  $K$ -kabuğundaki elektronlar tarafından fotoelektrik olay tesir kesiti, diğer kabuklara göre çok büyüktür (toplam tesir kesitinin yaklaşık % 80'i).

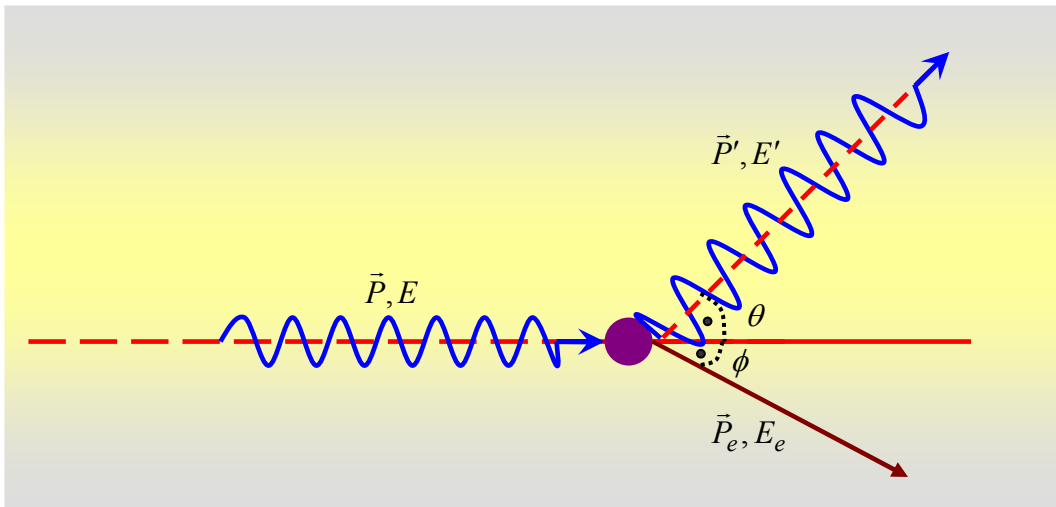
İç dönüşüm, elektron yakalanması ve fotoelektrik olay veya diğer bazı geçişlerde, olaydan sonra oluşan boşluk doldurulurken atom, uyarılmış iç yörünge enerjisini  $X$ -ışını yayınlamak yerine, düşük enerjili kabuktaki elektrona vermek suretiyle de başından atabilir. Bu elektronlara olayın kaşifi Pierre Auger'e atfen Auger elektronları denir. Bu olay iç dönüşüme benzemektedir; ancak bu, iç dönüşümün aksine atomik bir olaydır. Söz gelişi  $K$ -kabuğunda bir boşluk varsa,  $L$ -kabuğundan  $K$ -kabuğuna bir elektron geçişi,

$K$ -kabuğunun,  $K$  ve  $L$ -kabuklarının bağlanma enerjileri arasındaki farka eşit bir enerji ile uyarılmasını sağlar, yani  $\Delta E_u = B_K - B_L$  'dir. Uyarılmış  $K$ -kabuğu, enerjisini, ya  $h\nu_K = \Delta E_u = B_K - B_L$  enerjili bir  $X$ -ışını ya da kinetik enerjisi  $E_L = \Delta E_u - B_L = B_K - 2B_L$  olan bir  $L$ -Auger elektronu yayınlamaya atar.  $L$ - kabuğunda meydana gelen boşluk, ek olarak  $L$   $X$ -ışınlarının ya da  $M$ -Auger elektronlarının yayınlanmasını sağlar. Auger elektronları,  $X$ -ışınları ile yarışır ve bir iç fotoelektrik olay değildir. Tabaka boşluğu başına yayınlanan  $X$ -ışını sayısına Fluöresan verim denir. Söz gelişi,  $K$ -kabuğunun  $K$ -fluöresan verimi,  $Y_K = KX$ -ışını sayısı/ $K$ -kabuğu boşluk sayısı şeklinde tanımlanır.

Fotoelektrik tesir kesiti  $\sigma_p$ , düşük enerjilerde  $Z^4$  yüksek enerjilerde  $Z^5$  ile orantılıdır.

### 2.3.2. Compton Saçılması (İnkoherent Saçılma)

Fotonlar, zayıf bağlı atomik elektronlardan enerji kaybederek saçılabilirler. Bu saçılma, Compton Saçılması olarak bilinir ve literatürde inelastik saçılma olarak da adlandırılır. Saçılmada  $E > 100 \text{ keV}$  enerji bölgesinde, atomik elektronların, kinetik enerjilerinin ve bağlanma enerjilerinin etkileri ihmal edilebilir.  $E$  enerjisi ile gelen foton,  $m$  kütleli durgun ve serbest bir elektrona çarptığında, Şekil 2.2'de görüldüğü gibi, etkileşme sonucunda foton ve elektron sırasıyla,  $E'$  ( $< E$ ) ve  $E_e$  enerjisiyle, geliş doğrultusu ile  $\theta$  ve  $\phi$  açısı yaparak saçılırlar:



Şekil 2.2. Compton saçılmasının geometrisi.

Momentum ve enerji korunumundan,

$$\text{Momentum Korunumu:} \quad \vec{P} = \vec{P}' + \vec{P}_e$$

$$\text{Enerjinin Korunumu:} \quad E = E' + E_e$$

$$E' = \frac{E}{1 + k(1 - \cos \theta)} \Rightarrow k' = \frac{k}{1 + k(1 - \cos \theta)} \quad (2.9)$$

olarak elde edilir. Burada  $k = \frac{E}{mc^2}$ ,  $k' = \frac{E'}{mc^2}$  'dir.  $k_e = \frac{E_e}{mc^2}$  olmak üzere,

$E_e = E - E'$  ifadesi ve Denk. (2.9) kullanılarak elektronun kinetik enerjisi için,

$$E_e = E \left( \frac{(1 - \cos \theta)E / mc^2}{1 + E / mc^2 (1 - \cos \theta)} \right) \quad (2.10)$$

ifadesi elde edilir. Bu denklemden elektronun çarpışmadan sonra alabileceği maksimum ve minimum enerji belirlenir. Saçılmış fotonun minimum enerjisi saçılma açısı  $\theta = \pi$  olduğunda gerçekleşir. Bu durumda elektron maksimum enerji alır.  $\theta = 0$  olduğunda fotonun enerji kaybı yoktur; dolayısıyla elektrona aktarılan enerji sıfırdır. Denk (2.9)'dan saçılmadan sonra saçılan fotonun alabileceği minimum enerji

$$E_g = \frac{E}{1 + 2E / mc^2} \quad (2.11)$$

ve elektrona aktarılan maksimum enerji,

$$E_c = E \frac{2E / mc^2}{1 + 2E / mc^2} \quad (2.12)$$

'dir. Böylece Compton saçılmasında geri tepen elektronların enerjileri 0 ile  $E_c$  arasında bir dağılım gösterir.  $E_c$ 'ye Compton sınırı denir.

Polarize edilmemiş fotonların serbest elektronlardan yapacağı inkoherent saçılma için açısal diferansiyel tesir kesiti Klein ve Nishina tarafından şu şekilde elde edilmiştir (Hubbell 1969):

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 \frac{1 + \cos^2 \theta + \frac{k^2 [1 - \cos \theta]^2}{1 + k[1 - \cos \theta]}}{[1 + k(1 - \cos \theta)]^2} \quad (2.13)$$

Burada  $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$  birim katı açıdır. Klein-Nishina diferansiyel tesir kesitinin tüm yönelişler üzerinden integrali,

$$\sigma_c^e = \int_0^\pi \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} 2\pi \sin \theta d\theta \quad (2.14)$$

Compton saçılması için elektron başına toplam Klein-Nishina tesir kesitini verir. Bu integral,  $\cos \theta = u$  dönüşümü yapılarak kolayca hesaplanabilir. Toplam Klein-Nishina tesir kesiti,

$$\sigma_c^e = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+k}{k^2} \left[ \frac{2(1+k)}{1+2k} - \frac{\ln(1+2k)}{k} \right] + \frac{\ln(1+2k)}{2k} - \frac{1+3k}{(1+2k)^2} \right\} \left( \frac{cm^2}{elektron} \right) \quad (2.15)$$

şeklinde elde edilir. Atom başına toplam Klein-Nishina tesir kesiti,

$$\sigma = Z \sigma_c^e \quad (2.16)$$

'dir. Doğal olarak Compton saçılması yalnızca elektronlarla değil, diğer parçacıklarla da olabilir. Bununla birlikte çekirdekten yayınlanan fotonların bir ortamda yaptığı etkileşmelerde atomik elektronlardan Compton saçılması söz konusudur.

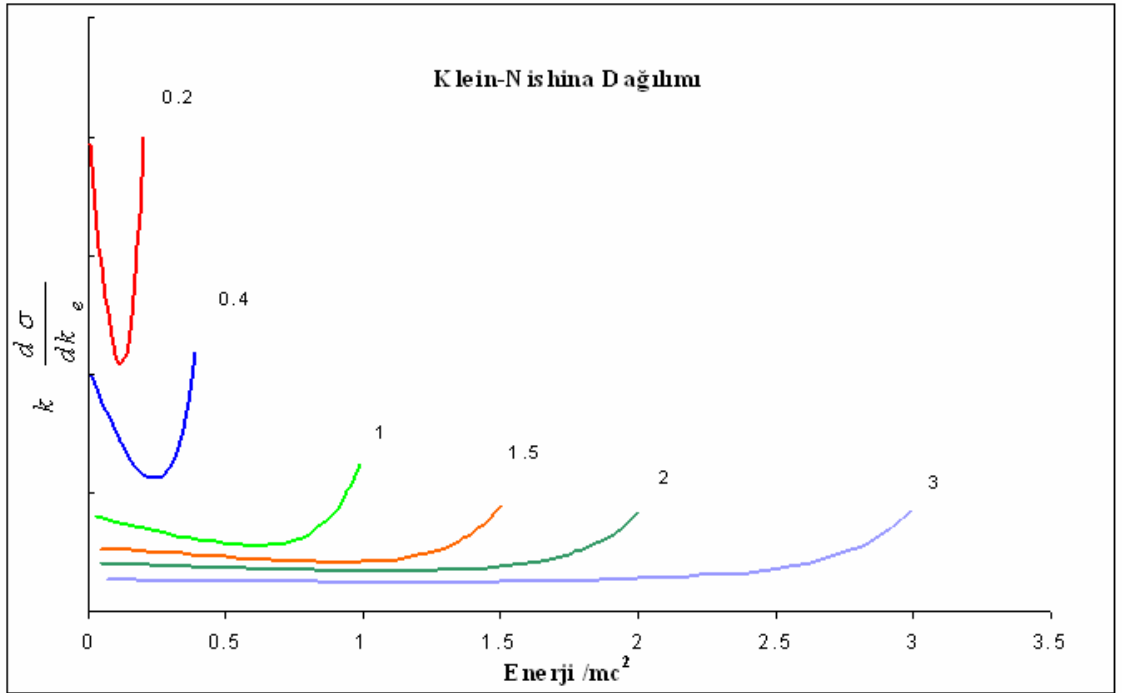
$E$  enerjili gamma ışını detektör ortamında tek bir Compton etkileşmesi sonucu elektrona başına diferansiyel Klein-Nishina enerji olasılığı için Denk.(2.13) açısal diferansiyel tesir kesitinde,  $u=1-\cos\theta$  değişken değiştirmesi yapılırsa  $mc^2$  biriminde  $u$  ifadesi

$$u = \frac{1}{k} \frac{k_e}{k - k_e} \quad \text{ve} \quad du = \frac{k_e}{(k - k_e)^2} dk_e \quad (2.17)$$

şeklinde elde edilir. Geri tepen elektronların  $k_e$  ile  $k_e + dk_e$  aralığından değer alanlarının sayısı, bu ifadelerin Klein-Nishina tesir kesitinde yerine yazılması ile

$$\frac{d\sigma}{dk_e} = \frac{\pi r_e^2}{k^2} \left[ 1 + \left( 1 - \frac{1}{k} \frac{k_e}{k - k_e} \right)^2 + \frac{k_e^2}{k(k - k_e)} \right] \quad (2.18)$$

olarak elde edilmiştir. Bu ifade bir tek Compton saçılması sonrası elektronların enerji dağılımlarıdır ve bu dağılımlar çeşitli  $k$  değerleri için Şekil 2.3'te verilmiştir.



Şekil 2.3.  $mc^2$  biriminde çeşitli gamma enerji değerleri için Compton sürekliliğinin değişimi.

Şekil 2.3'te görüldüğü gibi, düşük enerjilerde ( $k < 0.8$ ), Compton bölgesinin sol (0) ve sağ ( $E_C$ ) uçlarında sivrilikler görülmektedir. Bu dağılımın sol ucunda yani sıfır enerji yakınlarında enerji bırakan fotonlar, daha büyük enerji ile kaldıkları için büyük

bir olasılıkla, detektörde ikinci etkileşme olarak Compton saçılması ve fotoelektrik olay yaparak Compton bölgesinin ortalarında ve fotopikte enerji bırakırlar.  $E_C$  yakınlarında enerji bırakan fotonlar, daha düşük enerji ile kaldıkları için büyük bir olasılıkla, detektörde ikinci etkileşme olarak fotoelektrik olay yaparak fotopikte enerji bırakırlar.

Şekil 2.3'te görüldüğü gibi, yüksek enerjilerde ( $0.8 < k < 1.5$ ), Compton bölgesinin sağ ( $E_C$ ) ucunda sivrilik görülmektedir.  $E_C$  yakınlarında enerji bırakan fotonlar, kendileri saçılmadan önce enerjik oldukları için, saçılmadan sonra belli bir enerji ile kalırlar. Bu nedenle bu fotonlar, ikinci etkileşme olarak Compton saçılması, ardışık Compton saçılması ve fotoelektrik olay yaparak Compton bölgesi ile fotopikin arasında veya fotopikte enerji bırakırlar.

Bütün bu çoklu etkileşmeler nedeniyle,  $1.5 \text{ MeV}$ 'e kadar olan fotonların cevap fonksiyonlarının Compton bölgesi düzleşir. Yalnız  $1.5 \text{ MeV}$ 'den büyük olan fotonların ilk saçılmadan sonra detektörden kaçma olasılıkları arttığı için, Compton bölgesi biraz tümsek kalır. Bundan dolayı, cevap fonksiyonunun 0 ile  $E_c$  arasında değer alan Compton bölgesine düzgün dikdörtgensel dağılım yaklaşımı yapılmıştır.

### 2.3.3. Çift Oluşumu

Bir çekirdeğin Coulomb alanında elektron-pozitron çifti oluşumu, yalnızca foton enerjisi belli bir eşik enerjisini aştığında mümkün olur. Bu eşik enerjisi iki elektronun durgun kütle enerjisine ek olarak çekirdeğe transfer edilen geri tepme enerjisi ile verilir. Enerji ve momentum korunumundan bu eşik enerjisi;

$$E \geq 2mc^2 + 2m^2 c^2 / m_N \quad (2.19)$$

olarak hesaplanabilir. Burada  $m_N$  çekirdeğin kütlesidir.  $m_N \gg m$  olduğundan etkin eşik enerjisi yaklaşık olarak;

$$E \geq 2mc^2 \quad (2.20)$$

'dir. Bununla birlikte eğer elektron-pozitron çift oluşumu elektronun Coulomb alanında oluyorsa, eşik enerjisi;

$$E \geq 4mc^2 \quad (2.21)$$

olur. Bir çekirdeğin Coulomb alanında elektron-pozitron çifti oluşumu, elektronun Coulomb alanında elektron-pozitron çift oluşumuna göre daha baskındır, bundan dolayı elektron alanında elektron-pozitron çifti oluşumu genellikle dikkate alınmaz. Nükleer yükün atomik elektronlar tarafından perdelenmediği durumda  $[1 \ll k < \frac{1}{\alpha Z^{1/3}}]$  çift oluşum tesir kesiti,

$$\sigma_{pp} = 4 \alpha r_e^2 Z^2 \left[ \frac{7}{9} \ln 2k - \left( \frac{109}{54} \right) \right] \quad [cm^2 / atom] \quad (2.22)$$

ile verilir. Burada  $\alpha=1/137$  olmak üzere ince yapı sabitidir. Nükleer yükün tam perdelemesi  $[k \gg \frac{1}{\alpha Z^{1/3}}]$  durumunda çift oluşum tesir kesiti,

$$\sigma_{pp} = 4 \alpha r_e^2 Z^2 \left[ \frac{7}{9} \ln \left( \frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{54} \right] \quad [cm^2 / atom] \quad (2.23)$$

şeklinde olur (Grupe 1996).

#### 2.3.4. Rayleigh Saçılması (Koherent Saçılma)

Fotonlar, sıkı bağlı atomik elektronlardan enerji kaybetmeden (atomu uyarmadan veya iyonlaştırmadan) saçılabilirler. Bu saçılma, Rayleigh Saçılması (Koherent Saçılma) olarak bilinir ve literatürde elastik saçılma olarak da adlandırılır. Bu olay çoğunlukla düşük enerjilerde ve yüksek  $Z$ 'li ortamlarda meydana gelir. Rayleigh diferansiyel saçılma tesir kesiti;



$$\frac{d\sigma_R(\theta)}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} [1 + \cos^2(\theta)] [F(q, Z)]^2 \left[ \frac{cm^2 / atom}{steradyan} \right] \quad (2.24)$$

ile verilir (Hubbell 1969). Burada  $F(q, Z)$  atomik form faktörüdür. Toplam tesir kesiti  $\sigma = \sigma_p + \sigma_C + \sigma_R + \sigma_{pp}$  'dir.

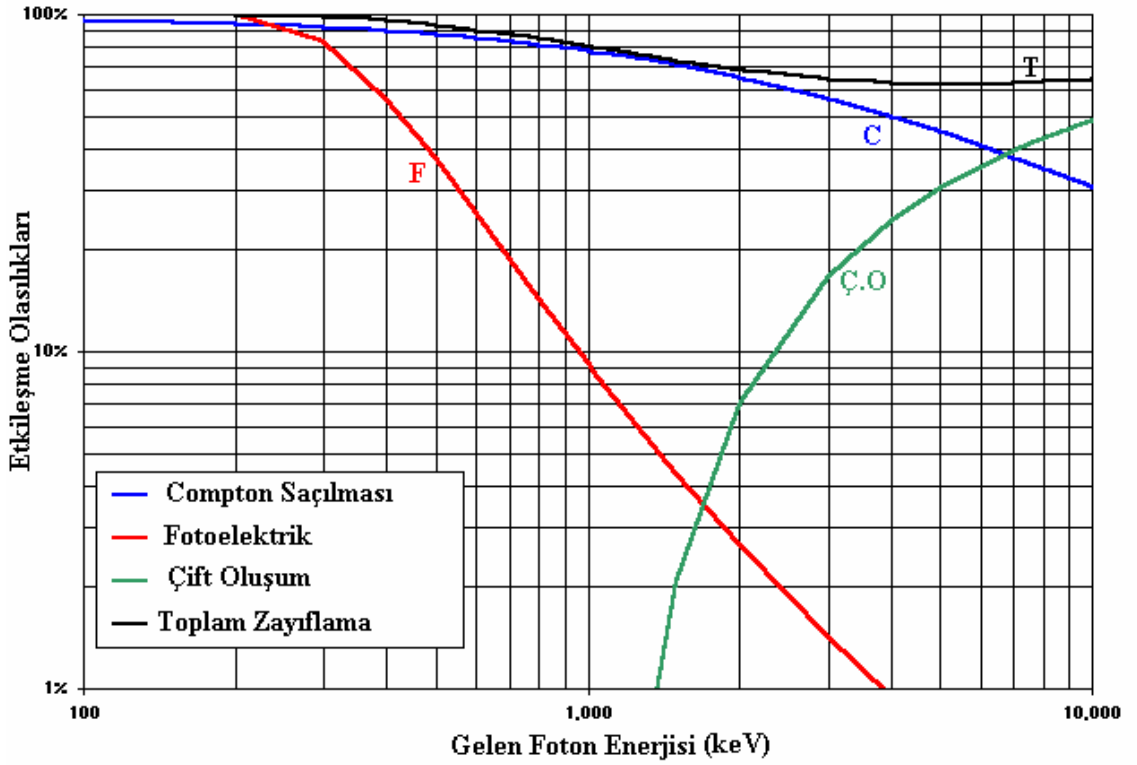
## 2.4. Detektör Özellikleri

### 2.4.1. Detektör Duyarlılığı

Duyarlılık, detektörün verilen bir radyasyon tipi ve enerjisi için kullanışlı sinyal üretme kapasitesidir. Farklı enerjilerdeki tüm radyasyon tiplerine duyarlı olabilen detektör yoktur. Bunun yerine, verilen enerji bölgesinde belli radyasyon tiplerine duyarlı olabilen detektörler dizayn edilmektedir. Bu sınırın dışına çıkıldığında, kullanışsız sinyal veya aşırı derecede azalan verimle karşılaşmaktadır. Verilen bir radyasyon tipi ve enerjisi için detektör duyarlılığı birkaç faktöre bağlıdır (Leo 1987):

- Detektörde iyonlaşma reaksiyonları için tesir kesiti.
- Detektör kütlesi.
- Detektörün doğasından kaynaklanan gürültü.
- Detektörün duyarlı hacminin etrafını saran koruyucu materyal.

**IB** çalışmalarında genellikle NaI(Tl) ve HPGe detektörleri kullanılmaktadır. NaI(Tl) detektörleri yüksek sayma verimine zayıf ayırma gücüne, HPGe detektörleri ise yüksek ayırma gücüne ve düşük sayma verimine sahiptir. Bu çalışmada NaI(Tl) detektörü kullanıldığından, Şekil 2.4.'te NaI(Tl) detektörünün aktif hacmi içerisinde olabilecek etkileşme olasılıkları (tesir kesitleri) ve bu olasılıkların toplamının enerjiye göre değişimi görülmektedir.



Şekil 2.4. 76 mm NaI(Tl) ortamı için baskın etkileşme olasılıklarının enerjiye bağlı değişimi(www.amptek.com).

#### 2.4.2. Cevap Zamanı

Cevap zamanı, radyasyonun detektöre ulaştıktan sonra sinyal şeklini alma zamanıdır. Bu detektörün zamanlama özelliklerinin en önemlisidir. İyi bir zamanlama için, sinyalin, mümkün olan dikey yakınlıkta yan bir artışla çabucak bir puls biçimine dönüşmüş olması gereklidir. Bu yolda zamanda çok kesin bir an sinyal tarafından işaretlenmiştir.

Sinyalin devamı da önemlidir. Bu periyot sırasında, ikinci bir olay, ya detektör duyarsız ya da ikinci sinyal ilki üzerine toplanacağından kabul edilemez. Bu, detektörün ölü zamanına ve işlenebilen sayma hızı limitlerine katkı yapar.

#### 2.4.3. Ölü Zaman

Ölü zaman, detektör tarafından, bir olayın işlenip pulsün oluşturulması için gerekli sonlu zamandır. Detektör cinsine bağlı olarak, detektör, bu zaman periyodu

sırasında başka bir olaya ya duyarlı ya da duyarsız kalabilir. Detektör duyarsız kalırsa, bu periyot içinde detektöre ulaşan her ilave olay kaybolacak yani sayılmayacaktır. Detektör duyarlı kalırsa bu olaylar, ilkinin üzerine üst üste yığılarak, sinyalin bozulmasına neden olacaktır. Detektörün duyarlı ya da duyarsız kaldığı her iki durumda da bilgi kaybı olacaktır. Bu kayıplar, gözlenen sayma hızını etkiler ve olayların geliştiği arasındaki zaman dağılımını bozar.

#### **2.4.4. Detektör Ayırma Gücü**

Gelen bir radyasyonun enerjisini ölçmek amacıyla dizayn edilmiş detektörler için, en önemli faktör enerji ayırma gücüdür. Ayırma gücü, detektörün birbirine çok yakın iki enerjiyi ayırt edebilme kapasitesidir. Genel olarak, ayırma gücü, detektöre tek enerjili bir radyasyon gönderilip, spektrumun gözlenmesi ile ölçülür. İdeal olarak, görülmesi gereken keskin bir Dirac-delta fonksiyon tepesidir. Gerçekte, durum asla böyle değildir, tepe yapısı genelde Gaussiyen biçimli olmakla birlikte sonlu bir genişliğe sahiptir. Bu genişlik üretilen uyarılmış ve iyonlaşmış atom sayısındaki dalgalanmaya bağlıdır.

Detektöre giren aynı enerjili gamma ışınlarının yaptığı etkileşmeler ve bu etkileşmeler sonucunda oluşan ikincil radyasyonlarında yaptığı etkileşmeler ve bu etkileşmelerin yerleri ve sayıları farklılık göstermektedir. Bundan dolayı detektöre aktarılan enerji ve dolayısıyla oluşan sintilasyon (parıldama) şiddeti aynı değildir ve bir dağılım gösterir. Detektör kristalinin etrafında bulunan yansıtıcılarla fotokatoda düşürülen bu ışık şiddetinin oluşturduğu fotoelektronların sayıları da farklılık gösterir. Fotoçoğaltıcı tüpe gönderilen fotoelektronların dynodlardan çoğalttığı elektronların sayıları dolayısı oluşan puls yükseklikleri de farklılık gösterir. Ayırma gücünü etkileyen faktörler literatürde ayrıntılı bir şekilde verilmiştir (Knoll 2000). Bütün bu fiziksel ve elektronik etkilerin üst üste binmesi sonucu aynı enerjili gamma ışınlarının puls yükseklikleri her zaman aynı olmaz ve yaklaşık Gaussiyen bir dağılım gösterir.

Ayırma gücü, Gaussiyen tepenin yarı maksimum tam genişliği (FWHM) olarak tanımlanmaktadır. Bu enerji sınırından daha yakın enerjilerdeki durumlarda ayırt

edilemez kabul edilmektedir. Bu genişlik  $\Delta E$  olmak üzere,  $E$  enerjisindeki bağıl ayırma gücü

$$R = \Delta E / E \quad (2.25)$$

ile verilmektedir. Denk. (2.25) genel olarak yüzde ile verilir. Bir NaI(Tl) detektörü 1 MeV enerjili bir  $\gamma$ -ışını için yaklaşık olarak % 8 veya % 9 ayırma gücüne sahiptir. Buna karşın germanyum detektörleri aynı enerji için ayırma gücü % 0.1 civarındadır (Leo 1987, Tsoulfanidis 1983).

#### 2.4.5. Detektör Verimi

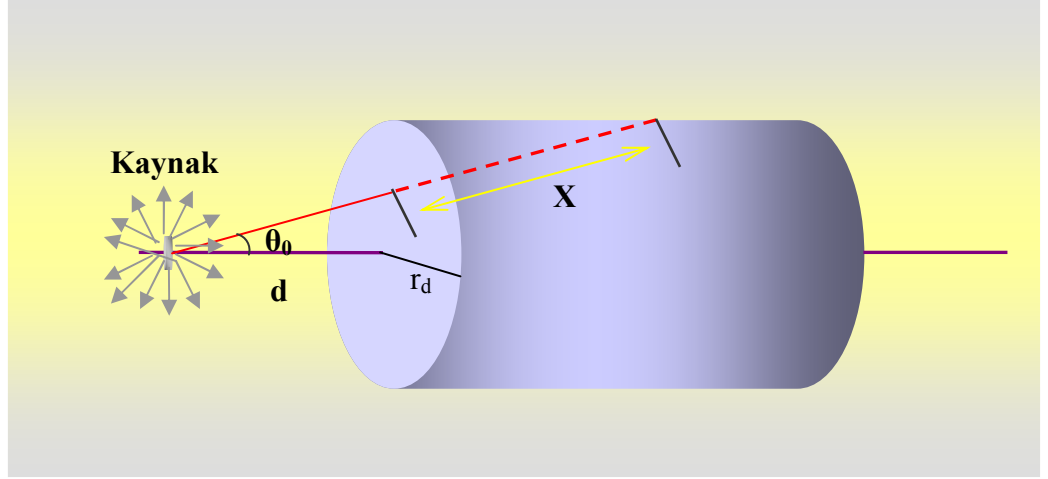
Detektör verimi genel olarak, mutlak verim ve öz (intrinsic) verim olarak iki kısma ayrılır. Mutlak veya toplam verim, detektörde sayılan foton sayısının ( $N_s$ ) kaynaktan yayınlanan foton sayısına ( $N_y$ ) oranı olarak tanımlanır:

$$\varepsilon_t = \frac{N_s}{N_y} \quad (2.26)$$

Mutlak verim, detektör geometrisinin bir fonksiyonu ve detektör içinde sayılma olasılığıdır. Silindirik bir detektörün eksenine  $d$  kadar uzaklıkta bulunan izotropik bir nokta kaynaktan,  $\theta$  açısında parçacık yayınlanma olasılığı

$$P(\theta) d\Omega = d\Omega / 4\pi \quad (2.27)$$

ifadesiyle verilir (Şekil 2.5).



Şekil 2.5. Detektör kaynak geometrisi.

Bir parçacığın detektöre çarpıp detektörde etkileşme olasılığı,

$$P_{etk}(x) = 1 - e^{-\mu x} \quad (2.28)$$

'dir. Burada  $\mu = N \sigma$  ( $N = \frac{\rho N_0}{A}$ ,  $cm^3$ 'deki atom sayısı,  $\rho$ : ortamın yoğunluğu,  $N_0$ : Avagadro sayısı,  $A$ : ortamın kütle numarası) fotonun birim uzunluktaki etkileşme sayısıdır. Son iki eşitlik kullanılarak

$$d\varepsilon_t = (1 - e^{-\mu x}) \frac{d\Omega}{4\pi} \quad (2.29)$$

ifadesi elde edilir. Burada  $x$  detektör içindeki yol uzunluğudur. Toplam verim Denk. (2.29) ifadesinin tüm hacim üzerinden integrali alınarak bulunabilir. Pek çok durumda,  $x$  değeri detektör için çok fazla değişiklik göstermez veya  $\mu$  değeri, üstel değer sıfıra gidecek biçimde, çok büyük olabilir. Böylece toplam verim iki çarpan şeklinde ayrılabilir: öz verim ( $\varepsilon_{int}$ ) ve geometrik veya akseptans verim ( $\varepsilon_{geom}$ ) Toplam veya mutlak verim,

$$\varepsilon_t \cong \varepsilon_{int} \varepsilon_{geom} \quad (2.30)$$

çarpımıyla tanımlanabilir.  $\varepsilon_{geom}$ , fotonların detektörün ön yüzüne yönelme olasılığıdır ve geometrik çarpan olarak da adlandırılır. Şekil 2.5'te görülen nokta kaynak-silindirik detektör geometri için  $\varepsilon_{geom}$

$$\varepsilon_{geom} = \frac{\int_0^{\theta_0} d\Omega}{\int_0^{\pi} d\Omega} \quad (2.31)$$

'dir. Burada birim katı açı  $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$  olarak yerine konulduğunda

$$\varepsilon_{geom} = \frac{\int_0^{\theta_0} 2\pi \sin \theta d\theta}{\int_0^{\pi} 2\pi \sin \theta d\theta} = \frac{2\pi(1 - \cos \theta_0)}{4\pi} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta_0) \quad (2.32)$$

olarak bulunur. Böylece, detektöre giren fotonların sayısı,  $N_g = \varepsilon_{geom} N_y$  şeklinde yazılabilir.

Öz (intrinsic) verim, detektörde sayılan fotonların detektöre girenlere ( $N_g$ ) oranı olarak tanımlanır:

$$\varepsilon_{int} = \frac{N_s}{N_g} \quad (2.33)$$

Bu olasılık, gelen radyasyonun detektör ortamındaki etkileşme tesir kesitine bağlıdır. Öz verim radyasyon tipinin, enerjisinin ve detektör materyalinin bir fonksiyonudur. Bir yüklü parçacık için detektör içinde iyonlaşma üretmemesi gibi bir durum çok seyrek olduğundan, yüklü parçacıklar için, öz verimin kullanılması pek çok detektör için daha kullanışlıdır (Leo 1987, Knoll 2000). NaI(Tl) detektörü ile yapılan spektrum analizlerinde sıkça kullanılan bir diğer verim tanımı ise tüm enerji pik verimidir ve tüm enerji pikte sayılan fotonların ( $N_P$ ) yayınlanan fotonlara oranı şekilde tanımlanır:

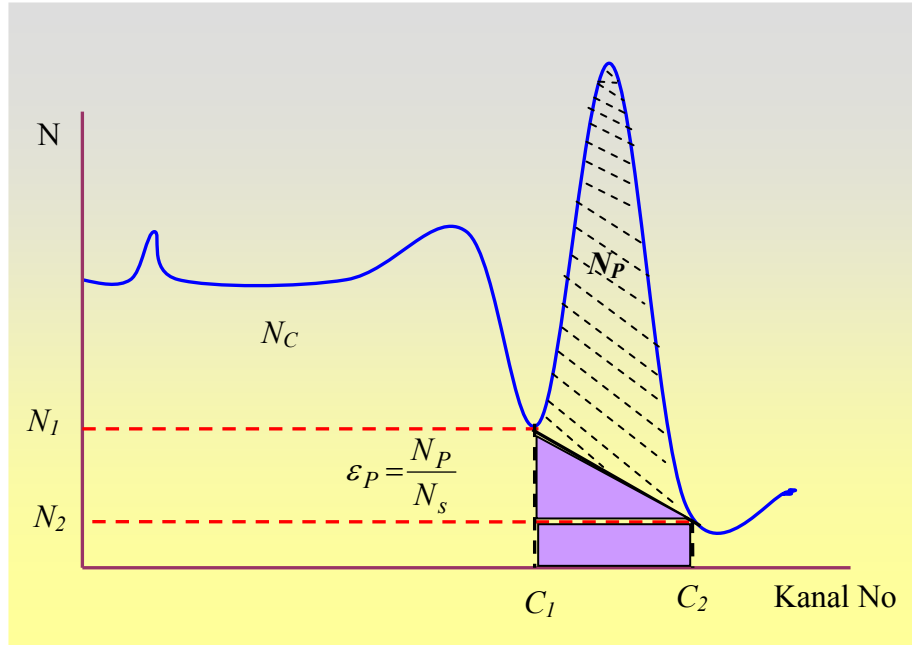
$$\varepsilon_P = \frac{N_P}{N_y} \quad (2.34)$$

Tüm enerji pikte sayılan fotonların sayısı, Şekil 2.6'de görüldüğü gibi, fotopik altında kalan net alana eşittir.

Tüm enerji pikte sayılan fotonların toplam sayılarına oranı pik/toplam (peak to total) oranı olarak tanımlanmaktadır:

$$\varepsilon_{PT} = \frac{N_P}{N_s} \quad (2.35)$$

burada Compton bölgesinde sayılanlar  $N_C$  olmak üzere,  $N_s = N_C + N_P$ 'dir.

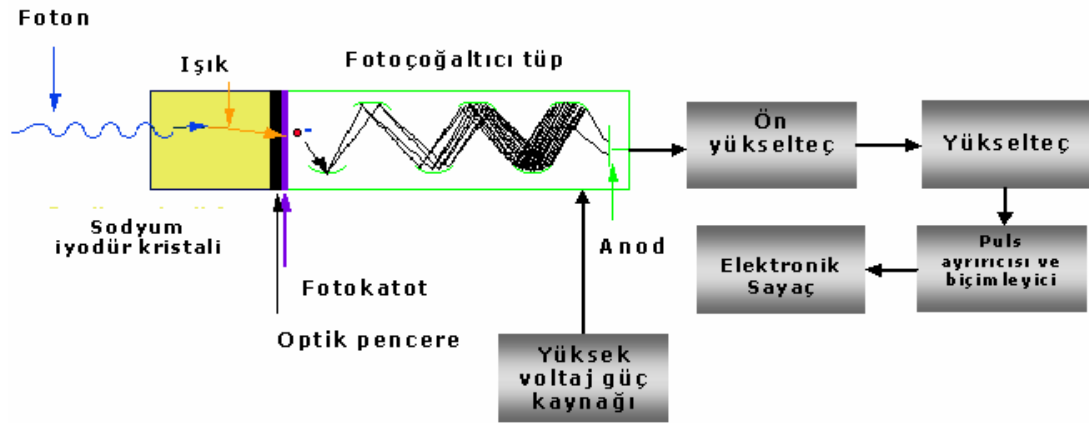


Şekil 2.6. Fotopik altında kalan net sayma sayısı ( $N_P$ )'nin detektördeki toplam saymaya ( $N_s$ ) oranının (Peak-toplam oranı) puls-yükseklik spektrumu üzerinden anlatımı. Net fotopik sayma, fotopik altında kalan yamuğun çıkarılması ile elde edilmektedir.

Pik/toplam oranı detektör cevap fonksiyonunun biçimini belirleyen en önemli deneysel parametredir.

## 2.5. NaI(Tl) Sintilasyon Detektörlerinde Cevap Fonksiyonunun Oluşumu

Sintilasyon detektörleri bugünün fiziğinde şüphesiz en sık ve büyük çapta kullanılan nükleer deteksiyon cihazlarının içinde yer alır. Bazı materyallere nükleer parçacık veya radyasyon vurduğunda küçük ışıldamalar yani, sintilasyon oluşturması bu detektörlerin kullanılmasını sağlamıştır. Genel olarak sintilasyon sistemi, direkt veya ışık kılavuzu ile bir fotoçoğaltıcıya optik olarak bağlanmış sintilasyon materyalinden oluşur. Sintilatörden radyasyon geçerken, atomları ve molekülleri uyarır ve sintilatörde görünür bölgede ışık yayınlanmasına neden olur. Bu ışıklar fotoelektronlardan oluşan zayıf bir akım pulsuna dönüştürülmek üzere fotoçoğaltıcıya taşınır. Daha sonra elektron-çoğaltıcı sistemlerde yükseltilir. Sonuçtaki akım sinyali çok kanallı analizör tarafından analiz edilir yani, puls yüksekliklerine göre ilgili kanallara kaydedilir (Şekil 2.7).



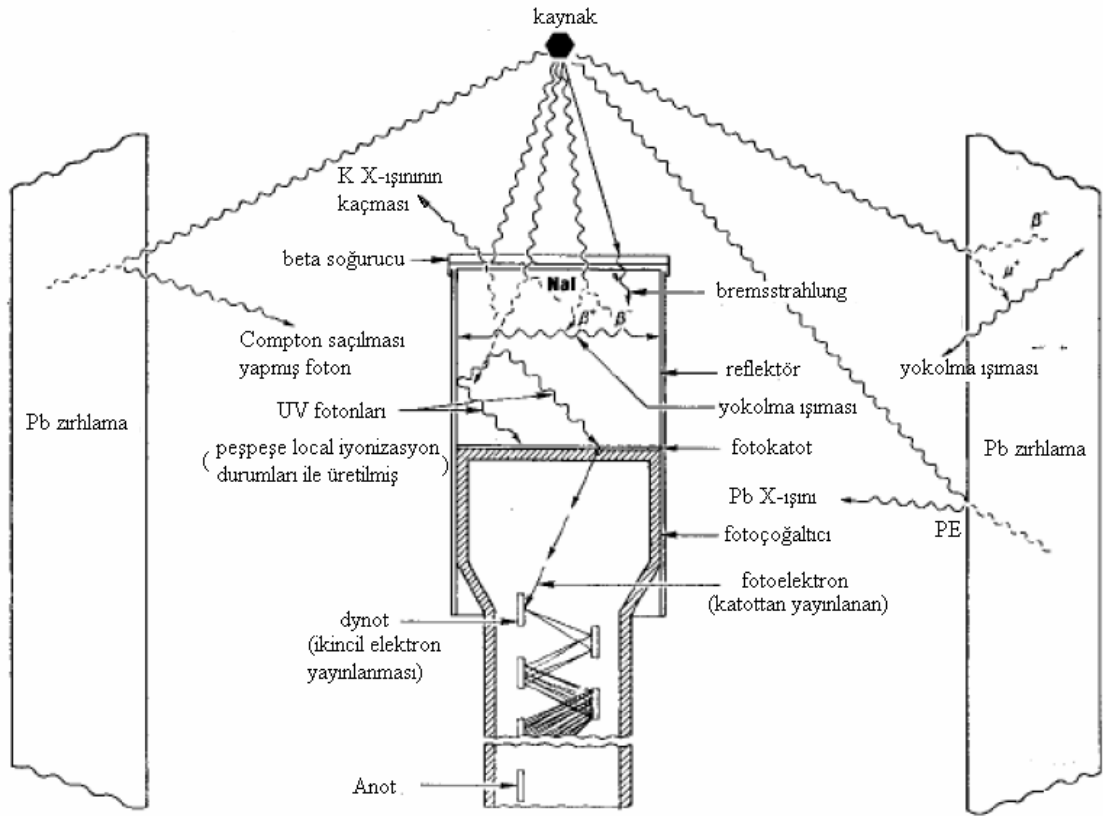
Şekil 2.7. NaI(Tl) sintilasyon detektöründe puls oluşum sisteminin blok yapısı.

Sintilatör materyalleri lüminesans özelliği göstermektedir. Lüminesant materyaller ışık, ısı, radyasyon, vb. belli enerji formları uygulandığında bu enerjileri soğurup sonra görünür bölgede ışık yayma özelliğine sahiptirler. Eğer tekrar yayınlanma soğurulmadan hemen sonra gerçekleşirse veya daha kesin olarak  $10^{-8}$  s civarında ise ( $10^{-8}$  s kabaca atomik geçişler için alınan zamandır) bu işlem genel olarak floresans olarak adlandırılır. Bununla birlikte uyarılmış seviye yarı kararlı ise tekrar yayınlanma gecikecektir. Bu işlem fosforesans veya afterglow olarak adlandırılmaktadır. Gecikme



zamanı kullanılan materyale bağlı olarak birkaç mikrosaniyeden saatlere kadar değişebilir.

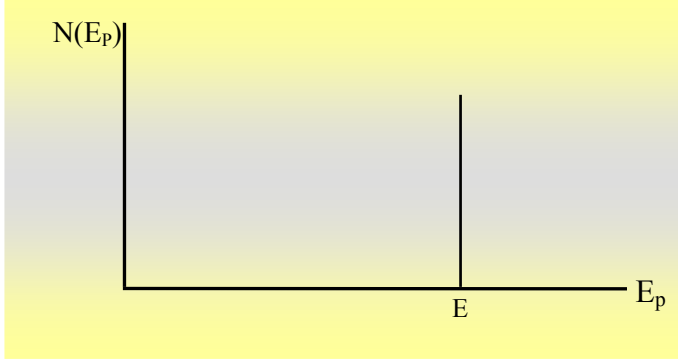
Günümüzde kullanılmakta olan altı tip sintilatör materyal vardır: organik kristaller, organik sıvılar, plastikler, inorganik kristaller, gazlar ve camlar (Leo 1987, Tsoufanidis 1983, Knoll 2000). Bir NaI(Tl) sintilasyon detektörünün iç yapısı ve detektörde olan temel etkileşmeler Şek. 2.8’de verilmiştir.



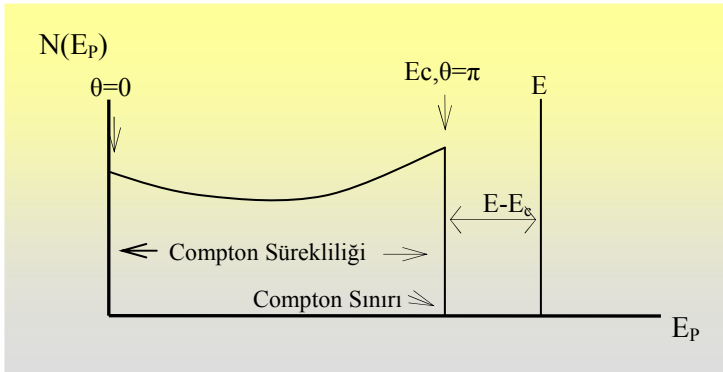
Şekil 2.8 Bir NaI(Tl) Sintilasyon detektörünün genel yapısının ve radyasyonun fiziksel etkileşmelerinin çizimsel olarak gösterimi.

Detektörde bir anlığına sonlu kalınlık ihmal edildiğinde (detektör boyutları sonsuz kabul edildiğinde),  $E$  enerjili bir foton için çıkış sinyali, ideal ayırma gücünde, Dirac-deltası şeklinde sabit tek bir genliğe sahip olacaktır. Cevap lineer ise, detektörden ölçülen puls yükseklik spektrumu gelen radyasyonun enerji spektrumuyla doğrudan bağlantılı olacaktır (Şekil 2.9). Pratikte durum farklıdır. Detektörün aktif hacmi sınırlı olduğundan gelen gamma ışınının tamamını durduramayacak, gamma ışını bir şekilde

detektörden kaçabilecektir. Sınırlı hacimden dolayı detektörde Compton bölgesi oluşmaktadır. Sınırlı hacme sahip detektörün ayırma gücünün ideal olduğu durumda elde edilecek cevap spektrum Şekil 2.10.'da görülmektedir.



Şekil 2.9. Tek enerjili bir kaynağın ideal spektrumu (kaynak spektrum)



Şekil 2.10. Kaynak spektrumundan elde edilen ideal (mükemmel ayırma gücü için) puls-yükseklik spektrumu.

Ayırma gücüne bağlı olarak  $E$  enerjili fotonun cevap spektrumunda oluşturacağı pulsun bir ortalama değer etrafında gösterdiği dalgalanma normal dağılım veya Gauss dağılım şeklinde oluşmaktadır.

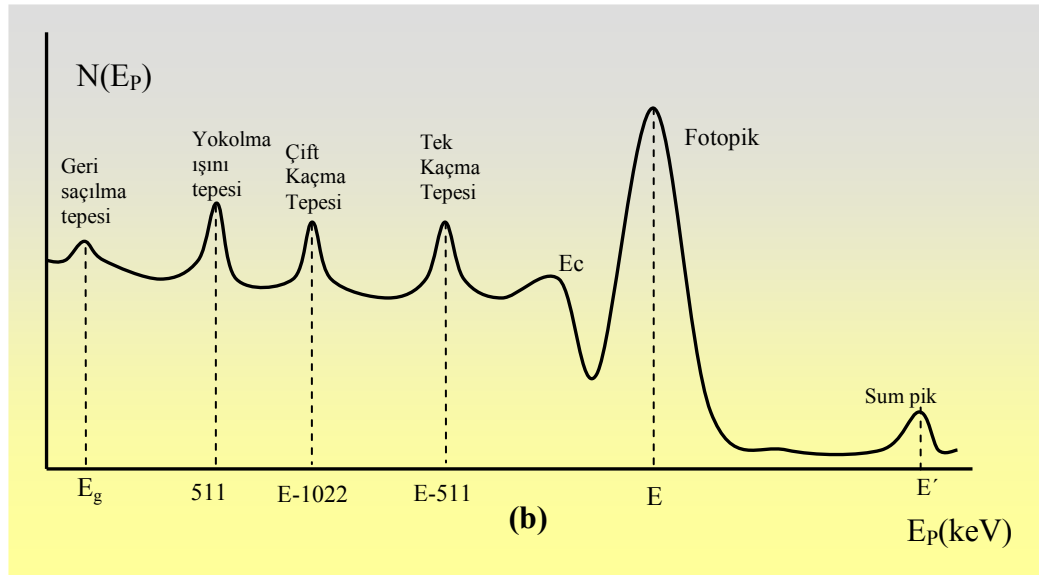
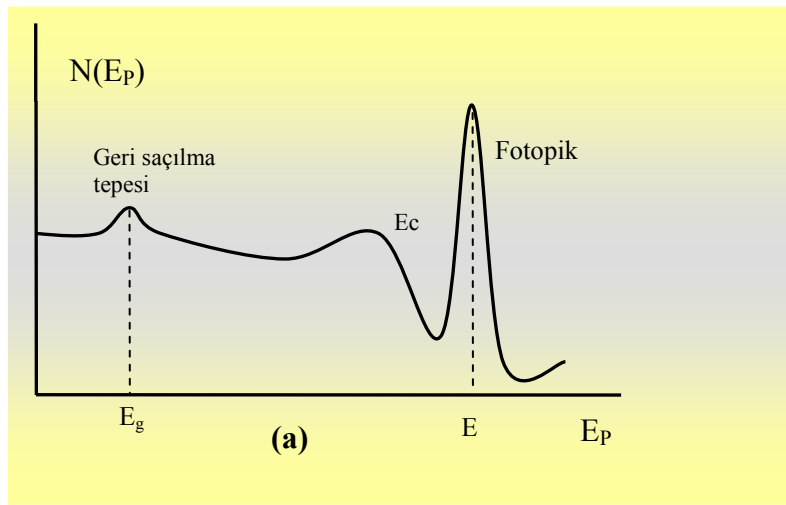
Gauss dağılımı sürekli, simetrik bir dağılımdır. Fotonun detektöre bıraktığı enerji  $E_e$  olmak üzere, ayırma gücü nedeniyle oluşturduğu puls yüksekliği dağılımını veren Gauss dağılımı,

$$N_G(E_P) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(E_P - E_e)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.36)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki  $\sigma$  dağılımın standart sapması ve  $E_p$ , oluşan puls yüksekliğidir. Standart sapma ayırma gücüne bağlı olarak

$$\sigma = E_e \frac{R}{2.35482} \quad (2.37)$$

şeklinde ifade edilebilir. Detektör ayırma gücünden dolayı, Şekil 2.10'daki gibi beklenen cevap fonksiyonu, Şekil 2.11'deki gibi gözlenir.



Şekil 2.11. NaI(Tl) detektörde gözlenen cevap fonksiyonu:(a)  $E < 1.4$  MeV, (b)  $E > 1.4$  MeV.

$E$  enerjili bir foton, sintilatörün aktif hacmine girdiğinde belli bir serbest yol gittikten sonra bu serbest yol detektöre giriş doğrultusunda gördüğü giriş uzunluğundan küçükse, detektör içinde kalır ve temel etkileşmelerden birini yapar, aksi halde detektörden kaçar.

Etkileşme fotoelektrik olay ise, foton, tüm enerjisini elektrona aktarır. Elektron, aldığı enerji ile, belli bir serbest yol gittikten sonra, detektör içinde kalırsa, detektörde, elastik saçılma, inelastik saçılma ve bremsstrahlung etkileşmelerinden birini yapabilir. Etkileşme elastik saçılma ise elektron, enerji kaybetmeksizin geliş enerjisi ile saçılır. Etkileşme inelastik saçılma ise, gelen elektron, enerjisinin bir kısmını atomik elektronlardan birine aktararak saçılır. Etkileşme bremsstrahlung olayı ise, elektronun enerjisinden daha küçük enerjili bir foton yayınlanır ve bu foton yine gelen gamma ışını gibi yukarıda bahsedilen etkileşmeleri yapabilir. Elektronların, geliş doğrultusunda gidebildikleri uzaklıkları yani, menzilleri birkaç  $mm$  basamağındadır. Elektronların, menzilleri detektör boyutlarına göre çok küçük olduğundan elastik ve inelastik saçılmalar sonucunda oluşan birincil ve ikincil elektronların, hemen hemen tamamı detektörde kalır, çok az bir kısmı detektörden kaçabilir. Fotonların serbest yolları elektronlara göre çok çok büyüktür ve detektör boyutlarıyla da boy ölçüşebilir. Dolayısıyla bremsstrahlung fotonları detektörden kaçabilir. Böylece oluşan bremsstrahlung olaylarına bağlı olarak detektöre aktarılan enerjide bir azalma olur. Bu azalma ayırma gücüne katkı yapar.

Etkileşme Rayleigh saçılması ise, gelen foton enerji kaybetmeksizin saçılır ve saçılan foton belli bir serbest yol gittikten yukarıda bahsedilen etkileşmeleri yapabilir. Bu etkileşmede detektöre enerji aktarımı yoktur. Ancak, bu olay sonucunda gelen foton detektörün başka bir bölgesine taşınmış olur. Bu da, bundan sonra olabilecek olaylara bağlı olarak detektöre aktarılan enerjiyi etkiler.

Etkileşme Compton saçılması ise, gelen foton enerjisinin bir kısmını atomik elektrona aktararak daha düşük enerji ile saçılır. Atomik elektronun yapacağı etkileşmeler yukarıda anlatıldığı gibidir.

Saçılan fotonun belli bir serbest yol gittikten sonra yaptığı etkileşme fotoelektrik olay ise, foton geri kalan enerjisini atomik elektrona aktarır. Böylece bu iki olay sonucunda ortama aktarılan toplam enerji, gelen fotonun enerjisine eşittir. Fotonlar ışık hızı ile hareket ettikleri için, bu ardışık iki olay sonucunda detektöre aktarılan enerji, detektörün cevap zamanı içerisinde olduğundan, tek bir puls oluşturur, ayrı ayrı iki puls oluşturmaz. Dolayısıyla Compton saçılmasından sonra fotoelektrik olay olmuşsa, bu foton, tüm enerjisini detektöre aktarmıştır ve fotopik bölgesinde sayılır.

Saçılan fotonun belli bir serbest yol gittikten sonra yaptığı etkileşme Compton saçılması ise, foton enerjisinin bir kısmını atomik elektrona aktararak daha düşük enerji ile saçılır. Saçılan foton detektörden kaçarsa, detektöre aktarılan toplam enerji, bu iki ardışık Compton saçılması sonucunda elektronlara aktarılan enerjilerin toplamıdır. Fotonlar ışık hızı ile hareket ettikleri için, bu ardışık iki olay sonucunda detektöre aktarılan enerji, tek bir puls oluşturur, ayrı ayrı iki puls oluşturmaz. Detektöre aktarılan enerjinin büyüklüğüne bağlı olarak, bu foton Compton bölgesinde, Compton sınırı ile fotopik arasındaki bölgede sayılabilir. İkinci Compton saçılmasından sonra saçılan foton, belli bir serbest yol gittikten sonra detektörde kalmışsa, tekrar Compton saçılması veya diğer etkileşmeleri yapabilir ve böylece devam eder. Ardışık çoklu saçılmalar (Compton, Rayleigh)'dan sonra son etkileşme fotoelektrik olay ya da son saçılan fotonun enerjisi belli bir değerin altına düşmüşse ( $10 \text{ keV}$ ) başlangıçta gelen foton, tüm enerjisini detektöre aktarmıştır ve fotopik bölgesinde sayılır.  $10 \text{ keV}$ 'in altında enerjiye sahip fotonların, NaI(Tl) detektörü içinde soğurulduğu kabul edilir. Ardışık çoklu saçılmalar (Compton, Rayleigh)'dan sonra detektöre aktarılan toplam enerji, bu ardışık saçılmaların sonucunda elektronlara aktarılan enerjilerin toplamıdır. Bu ardışık saçılmalar sonucunda detektöre aktarılan enerji, tek bir puls oluşturur, ayrı ayrı pulsalar oluşturmaz. Detektöre aktarılan enerjinin büyüklüğüne bağlı olarak, bu foton Compton bölgesinde, Compton sınırı ile fotopik arasındaki bölgede yada fotopikin sol ucunda sayılabilir.

$E > 1.022 \text{ MeV}$  ise, çift oluşum olayı sonucu elektron-pozitron çifti oluşur. Enerjinin  $1.022 \text{ MeV}$ 'lik kısmı elektron-pozitron çiftinin oluşumuna harcanır geri kalan enerji elektron ve pozitron arasında gelişigüzel şekilde paylaşılır. Elektron ve pozitron

etkileşmeleri yukarıda anlatılan elektron etkileşmeleri gibidir. Pozitronların etkileşme tesir kesitlerinin elektronlarınkinden farkı çok fazla değildir. Pozitronlar etkileşmeler sonucunda enerjilerini kaybettiklerinden ortamda serbest olarak bulunamazlar ve çevrede mevcut bir elektronla birleşerek yok olurlar. Bu yokolma olayı sonucunda momentum korunumundan dolayı zıt doğrultularda her biri elektronların durgun kütle enerjisi olan  $0.511 \text{ MeV}$  enerjili iki tane foton yayınlanır. Yokolma olayı detektörde meydana gelmişse oluşan iki tane foton yukarıda anlatıldığı şekilde etkileşmeler yapar. Yokolma fotonlarının her ikisi de detektörde tüm enerjisini bırakmışsa, gelen foton fotopikte sayılır. Fotonlardan biri detektörden kaçmış, diğeri tüm enerjisini detektörde bırakmışsa, detektöre aktarılan enerji  $E-0.511 \text{ MeV}$  dir ve bu enerjinin oluşturduğu pulsa karşılık gelen kanalda sayılır (tek kaçma piki). Fotonlardan her ikisi de detektörden kaçmışsa, detektöre aktarılan enerji  $E-1.022 \text{ MeV}$  dir ve bu enerjinin oluşturduğu pulsa karşılık gelen kanalda sayılır (çift kaçma piki). Böylece cevap fonksiyonunun üzerinde tek kaçma piki ve çift kaçma piki oluşur (Şekil 2.11.(b)). Yokolma fotonları ardışık saçılmalar yaptığında da detektöre aktarılan enerjiye bağlı olarak ilgili kanalda sayılırlar. Çift oluşumu olayı sonucu sanki cevap fonksiyonu üzerine,  $E-0.511 \text{ MeV}$  ve  $E-1.022 \text{ MeV}$  enerjilerde fotonlara karşılık gelen küçük şiddette iki tane cevap fonksiyonu biner.

Compton saçılması, detektör yüzeyine yakın bir noktada, kaynağın kendi içinde, detektör dışında bulunan çevredeki materyallerde veya detektörü çevreleyen zırhlarda da meydana gelebilir. Ancak bu saçılan gamma ışınlarından, kaynaktan detektöre zıt doğrultuda yayınlanan gamma ışınlarının  $180^\circ$  geriye saçılarak detektöre girme ihtimali en yüksektir. Diğer çevreden saçılarak detektöre giren gamma ışınlarının cevap fonksiyonu üzerinde bir etkisi yoktur.  $180^\circ$  geriye saçılarak detektöre giren gamma ışınlarının enerjisi  $E_g$ , Denk. (2.11) ile verilmiştir. Bu durumda sanki detektöre  $E_g$  enerjili ikinci bir kaynaktan yayınlanan gamma ışınları girmektedir. Böylece, detektör cevap fonksiyonu üzerine  $E_g$  enerjili gamma ışınlarının oluşturduğu cevap fonksiyonu biner. Bu cevap fonksiyonunun fotopiki cevap fonksiyonu üzerinde Şekil 2.11'de görüldüğü gibi küçük bir pik olarak görünür.

Denk. (2.11) eşitliğinde, gelen gamma enerjisinin yüksek enerjili olduğu ( $h\nu \gg m_0 c^2 / 2$ ) sınırdaki eşitlik  $E_g \approx m_0 c^2 / 2$ 'ye indirgenir. Böylece, geri saçılma piki her zaman  $250 \text{ keV}$  veya daha aşağı enerji değerlerinde oluşur.

$\beta^+$  yayınladıktan sonra gamma yayınlayan kaynaklardan çıkan pozitronlar kaynak kılıfında veya çevredeki herhangi bir ortamda yokolma olayı sonucu zıt yönlerde iki tane gamma ışını yayınlamaktadır. Dolayısıyla bu kaynak sanki  $0.511 \text{ MeV}$  enerjili ikinci bir gamma ışını yayınlamaktadır. Böylece, detektör cevap fonksiyonu üzerine  $0.511 \text{ MeV}$  enerjili yokolma ışınlarının oluşturduğu cevap fonksiyonu biner. Bu cevap fonksiyonunun fotopiki, cevap fonksiyonu üzerinde Şekil 2.11'de görüldüğü gibi belirgin bir pik olarak görünür. Buna yokolma piki denir.

Compton saçılmasına ek olarak, gelen gamma ışınlarının yaptığı diğer etkileşimler de cevap spektrumu üzerinde fark edilebilir pikler oluştururlar. Detektörün aktif hacminin dışında detektörü çevreleyen materyallerde fotoelektrik olay meydana gelmişse atomik geçişler sonucu X-ışınları meydana gelir. Ortama salınan bu ışınlar detektörde sayılırsa cevap spektrumu üzerine binen karakteristik X-ışını pikleri görülür. Gelen foton yüksek enerjili ise çevreleyen materyallerde çift oluşum olayı olasılığı yüksektir. Daha önce anlatıldığı gibi, bu olay sonucu zıt yönde oluşan  $511 \text{ keV}$  lik fotonlardan birinin detektöre girip sayılma ihtimali yüksek olduğundan  $511 \text{ keV}$ 'de bir pik gözlenir. Bu pikin, pozitron yayınlayıcı kaynaklardan yayınlanan yokolma ışınları ile karıştırılmamasına dikkat edilmesi gerekmektedir.

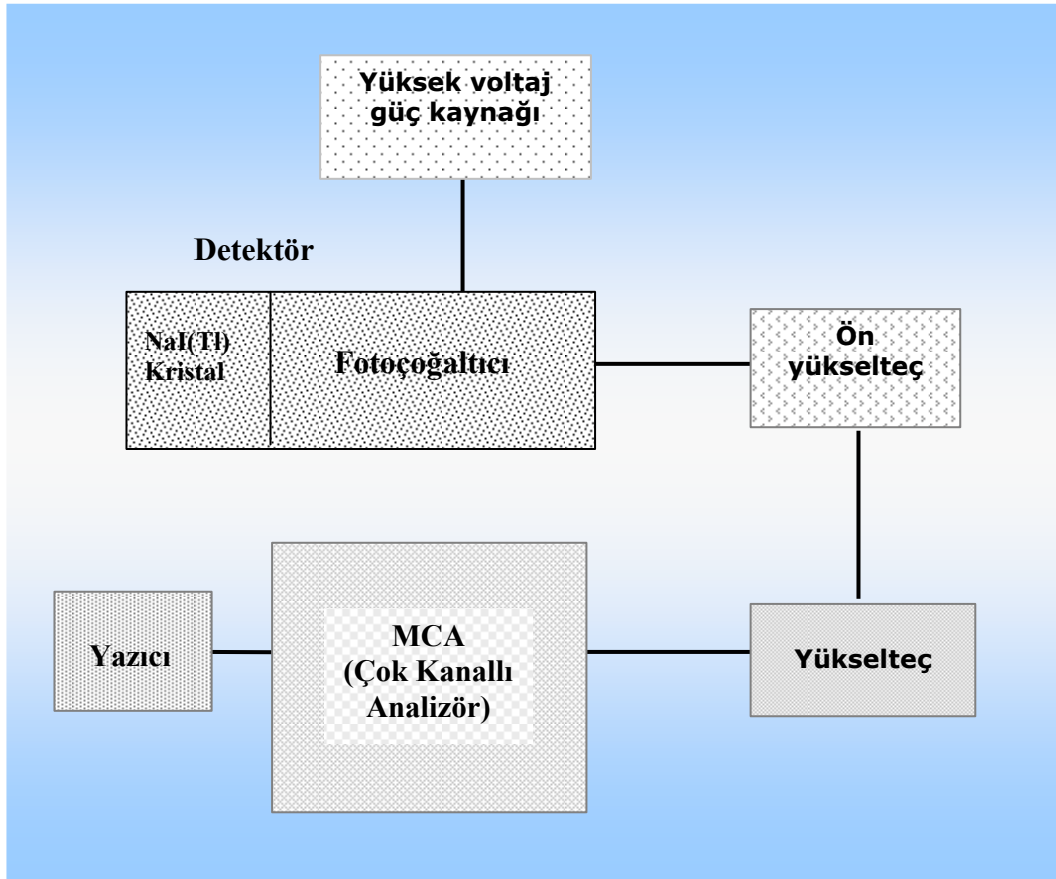
Cevap spektrumunda fotopikin sağında oluşan ufak uydu pikler toplam (sum) pik olarak adlandırılır. Detektörün bir fotonu sayarken sayma zamanı içerisinde detektöre giren diğer fotonlar ölü zamandan dolayı sayılmazlar. Detektör, bu zaman içinde gelen fotonlara sağır kalmaktadır. Sayma zamanı içinde ardışık gelen iki foton tek foton olarak algılanır. Bu iki foton detektörde tüm enerjilerini bırakmışlarsa, fotopikin sağında bu iki fotonun enerjisinin toplamı kadar olan bölgede bir toplam (sum) pik oluşur. Fotonlardan her ikisi de detektörde belli bir enerji bırakıp detektörden kaçmışsa yine bırakılan toplam enerjiye karşılık gelen yerde (fotopik ile toplam pik arası bölgede) saymalar oluşur.

### 3. YÖNTEM

#### 3.1. Internal Bremsstrahlung Spektrumlarının Deneysel Olarak Elde Edilmesi

##### 3.1.1. IB Spektrumunun 2x2" NaI(Tl) Detektörü ile Elde Edilmesi

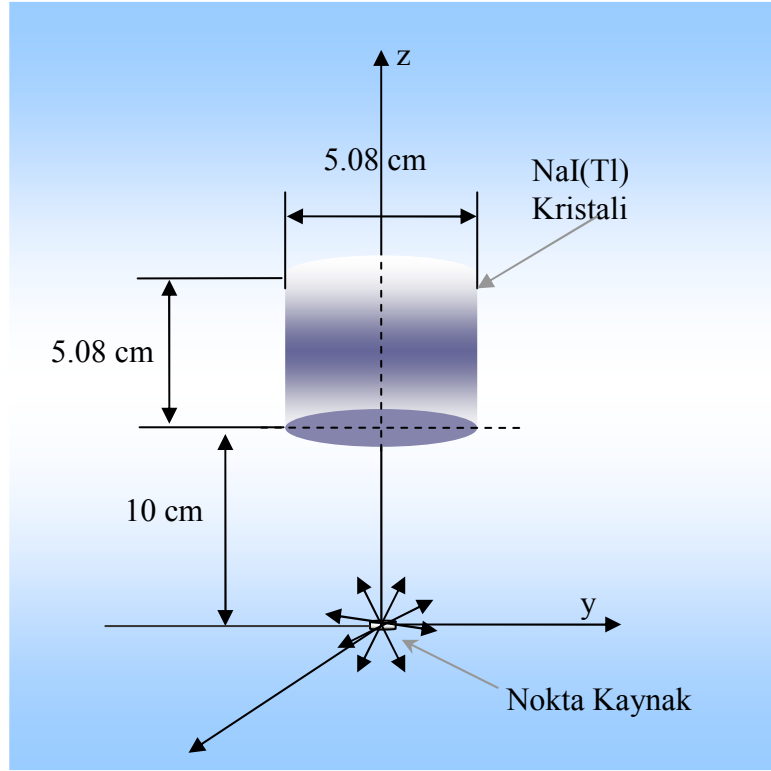
Bu deney Uludağ Üniversitesi Nükleer Fizik laboratuvarında 2x2" NaI(Tl) detektörü ile yapılmıştır. Gamma spektrometresi (Canberra 40 MCA) Şekil 3.1'de görülmektedir.



Şekil 3.1. Deneysel gamma spektrometresinin gösterimi.

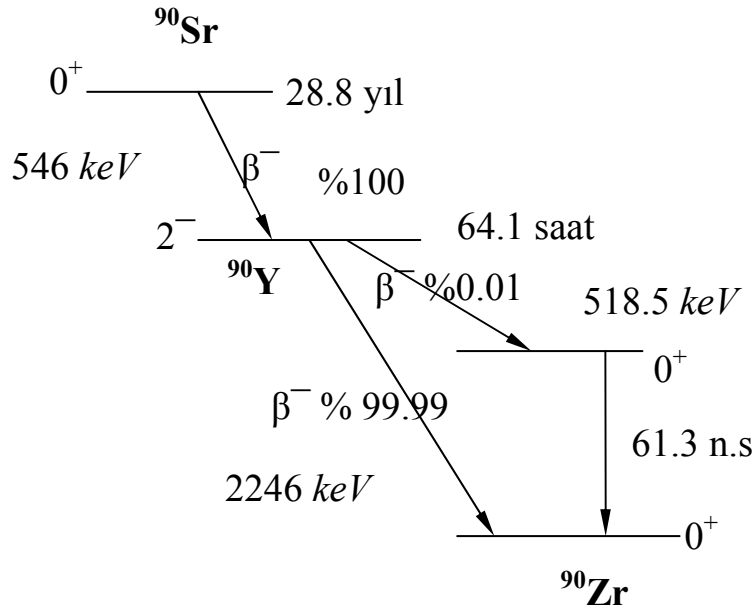
Deneyde  $^{90}\text{Sr}$  kaynağı kullanılmıştır. 2x2"lik silindirik NaI(Tl) detektörün ön yüzünden 10 cm uzaklığa  $\beta^-$  kaynağı yerleştirilmiştir (Şekil 3.2). EB katkılarını en aza indirmek için detektör çevresine zırlama materyali kullanılmamış, ayrıca detektör kaynak geometrisi, geri saçılmaları önlemek için kaynağın detektörü görmeyen yüzü boşluğa gelecek şekilde kurulmuştur.





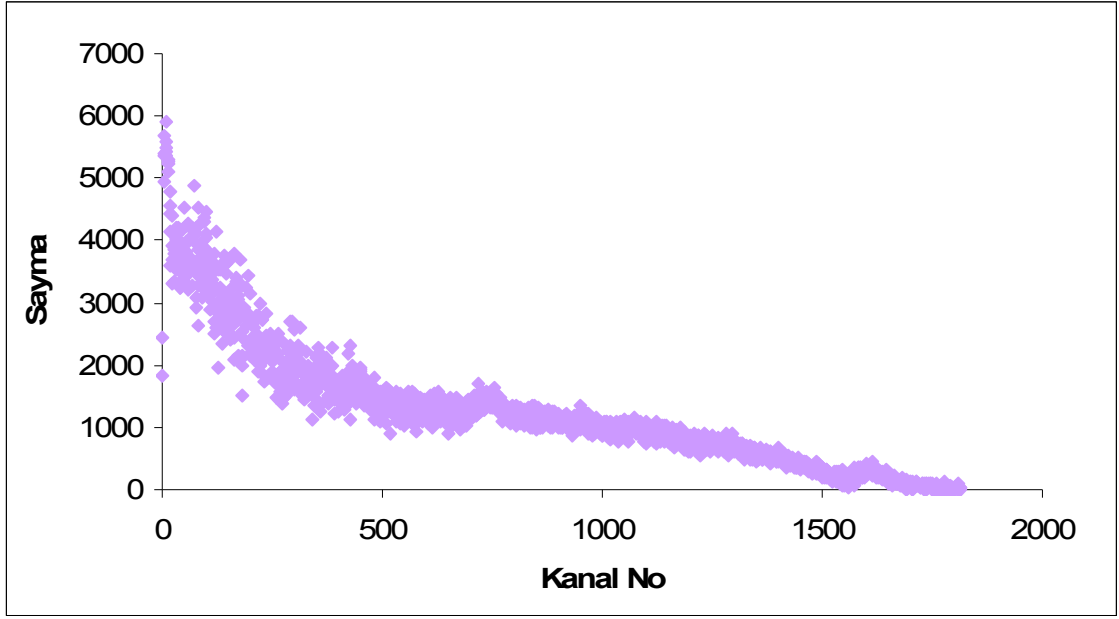
Şekil 3.2. **IB** spektrumunun ölçülmesinde detektör-kaynak geometrisi.

$^{90}\text{Sr}$  izotopunun parçalanma şeması Şekil 3.3'te verilmiştir.  $^{90}\text{Sr}$  ana kaynağı  $^{90}\text{Y}$  ile seküler dengededir. 28.8 yıl yarı ömürlü  $^{90}\text{Sr}$  546 keV, 64 saat yarı ömürlü  $^{90}\text{Y}$  2246 keV son nokta enerjili beta parçacıkları yayınlırlar. Parçalanma birinci tek yasaklı  $0^+$  taban durumdan  $^{90}\text{Y}$ ,  $2^-$  durumuna, buradan %99.99 yayınlama oranı ile  $0^+$   $^{90}\text{Zr}$  taban durumuna gerçekleşmektedir.

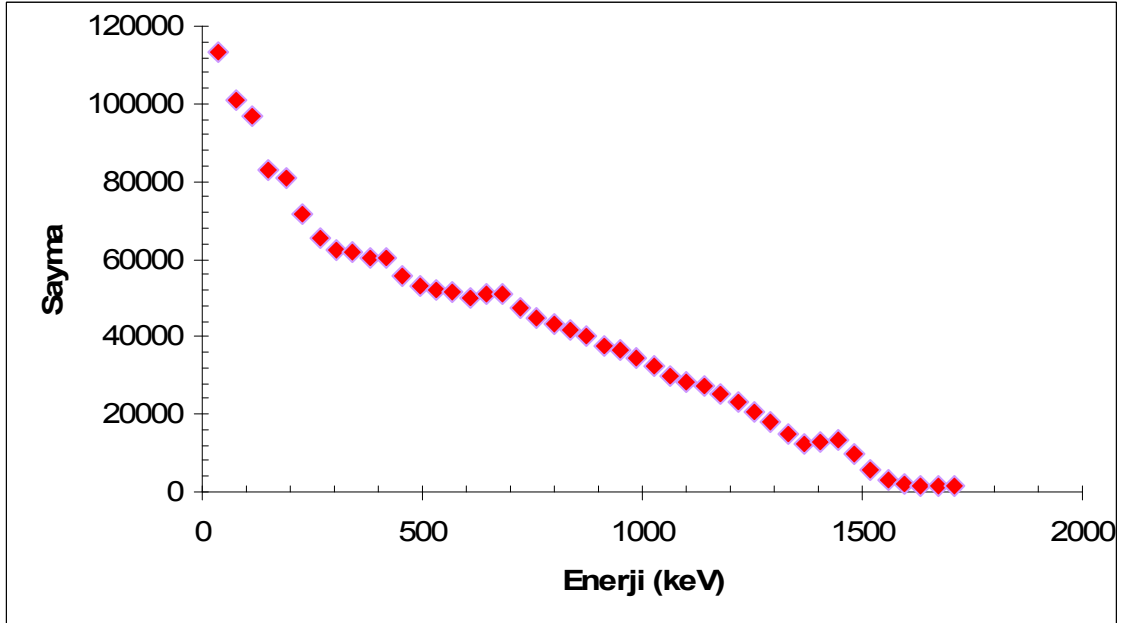


Şekil 3.3.  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  izotopunun parçalanma şeması

Bu izotopa ait **IB** soyulmamış kaba spektrum, Şekil 3.1'de verilen deney düzeneği ve Şekil 3.2'deki geometri kullanılarak ölçülmüştür. Bu detektör için tipik ayırma gücü değeri, FWHM'de, 661.6 keV'lik  $^{137}\text{Cs}$ 'nin gamması için %7-8 civarındadır. Detektörden alınan veriler uygun amplifikasyonlarla Canberra 40 serisi MCA'da kaydedilmiştir. Tam olarak 70 saatlik bir süre ile sayma, 2047 kanala sahip spektrometreden alınmıştır. Aynı sürede tabii fon sayımı alınarak kaba spektrumdan çıkarılmıştır. Elde edilen deneysel spektrum Şekil 3.4'te verilmiştir. Uç nokta enerjisi 2246 keV olan  $\beta^-$  parçacıklarının **IB** fotonlarının spektrometreden alınan maksimum enerjisi Şekil 3.4'de görüldüğü gibi, 1800-üncü kanala yani, 1710 keV'e kadar ölçülebilmektedir. Dolayısıyla bu enerjiden daha büyük enerjide yayınlanan **IB** fotonları ihmal edilmiştir. Şekil 3.4'te görüldüğü gibi istatistik dalgalanmalar fazla olduğundan spektrumunu yumuşatmak ve spektrum soyma işlemini kolaylaştırmak için, kanal sayısı 45 seçilerek, kanal genişliği  $1710 \text{ keV}/45=38 \text{ keV}$  olarak arttırılmıştır. Bu spektrum 38 keV'lik kanal genişliği ile Şekil 3.5'de yeniden çizilmiştir.



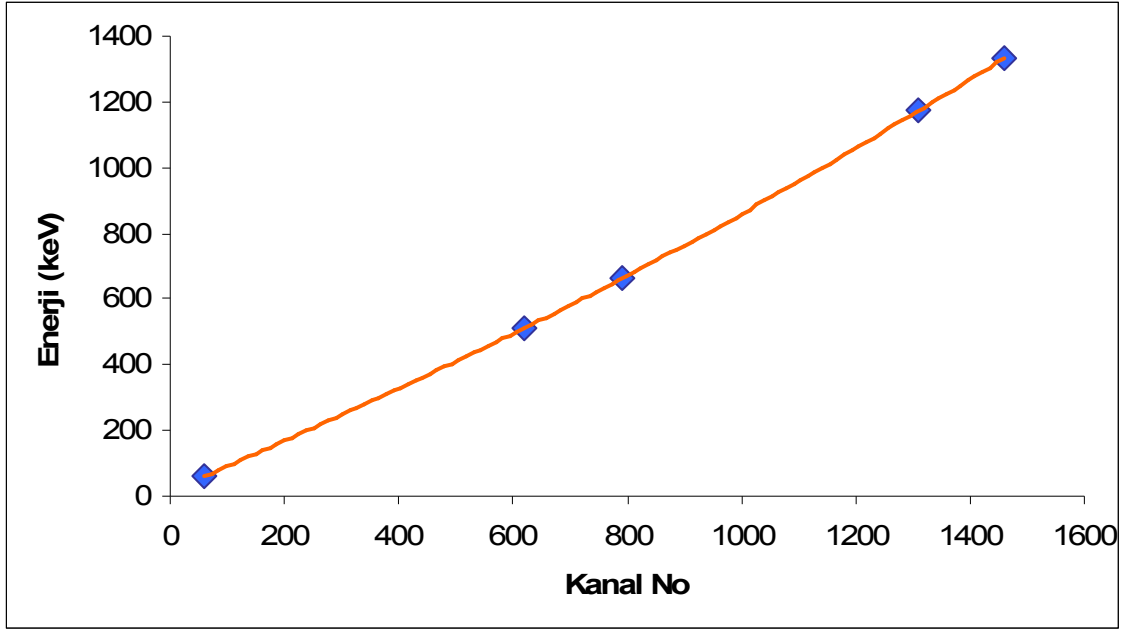
Şekil 3.4.  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  kaynağından yayınlanan fotonların  $\text{NaI(Tl)}$  detektöründen tabii fon düzeltilmesi yapılarak alınmış spektrumu.



Şekil 3.5.  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  izotopunun, kanal genişliği 38 keV alınarak tabii fon çıkartılarak alınmış spektrumu.

Elde edilen spektrumun soyma işlemi için gerekli parametreleri elde etmek amacıyla, standart nokta kaynaklar,  $^{241}\text{Am}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{22}\text{Na}$  ve  $^{60}\text{Co}$  detektörün ön yüzünden

10 cm uzaklığa detektör eksenine üzerine yerleştirilerek, detektör cevap fonksiyonları ölçülmüştür. Bu izotoplara ait enerji değerleri ve yayınlanma olasılıkları Çizelge 3.1’de verilmiştir. Bu cevap fonksiyonlarından, standart gamma kaynaklarından yayınlanan bu  $\gamma$ -ışınlarının, enerjileri kullanılarak spektrometrenin enerji kalibrasyonu yapılmıştır. Enerji kalibrasyon eğrisi Şekil 3.6’da verilmiştir.



Şekil 3.6. Standart nokta kaynaklar kullanılarak 2x2" NaI(Tl) detektörü için elde edilen kalibrasyon grafiği.

Cevap fonksiyonlarının herbir fotopikine uygun bir Gauss dağılımı fit edilerek Gauss dağılımlarının standart sapmaları, dolayısıyla enerji ayırma güçleri elde edilmiştir. Elde edilen ayırma gücü değerlerine uygun bir eğri fit edilmiştir. Elde edilen ayırma gücü değerleri ve fit edilen fonksiyon Şekil 3.7’de verilmiştir. Cevap fonksiyonları kullanılarak, nokta kaynak-detektör geometrisinin tüm enerji pik ve toplam verimleri ve pik/toplam oranları ( $P/T$ ) elde edilmiştir. Enerjiye bağlı olarak elde edilen bu değerlere en uygun fonksiyonlar fit edilmiştir. Elde edilen bu verim değerleri ve fit edilen fonksiyonlar Şekil 3.8-10’da görülmektedir. Fit edilen fonksiyonlar ve bu fonksiyonların parametreleri Çizelge 3.2’de verilmiştir. Burada gamma ışınlarının enerjileri,  $[E] = keV$  birimindedir.

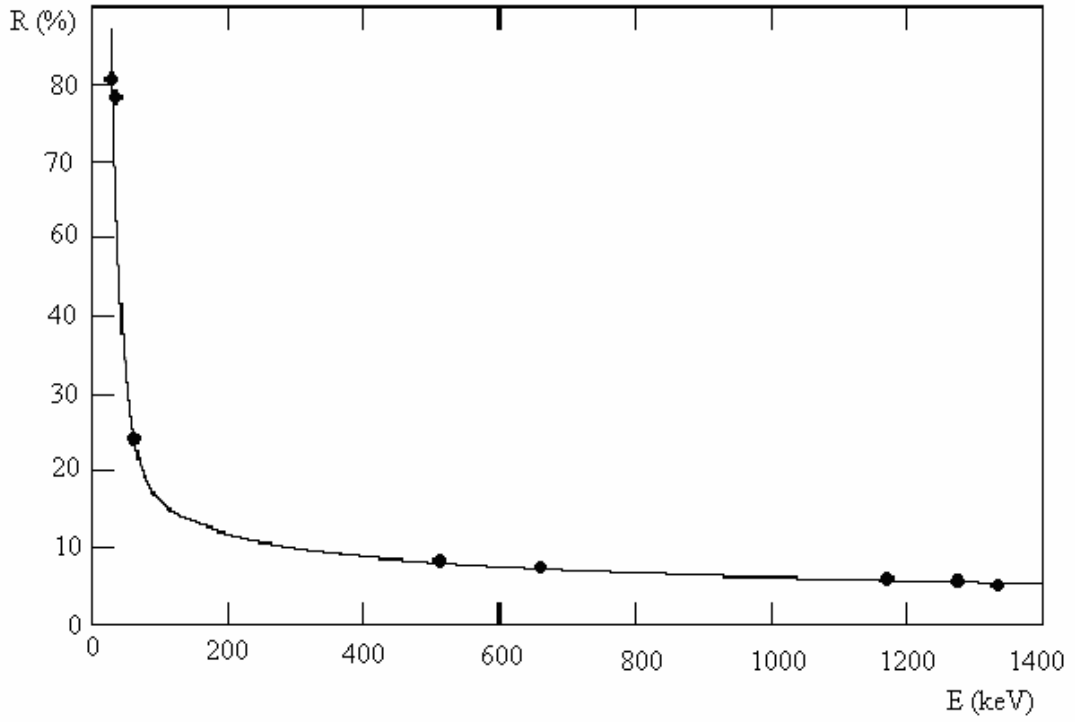
Çizelge 3.1. Soyma işlemi için gerekli parametreleri elde etmek amacıyla, kullanılan standart nokta kaynaklar ve bu kaynaklara ait yayınlanma enerjileri ve olasılıkları.

Radyoaktif Kaynak	E(keV)	Yayınlanma Olasılığı
Am-241	59.5	0.36
Cs-137	661.6	0.85
Co-60	1173	0.9998
	1332	1.00
Na-22	511	1.8
	1274	1.00

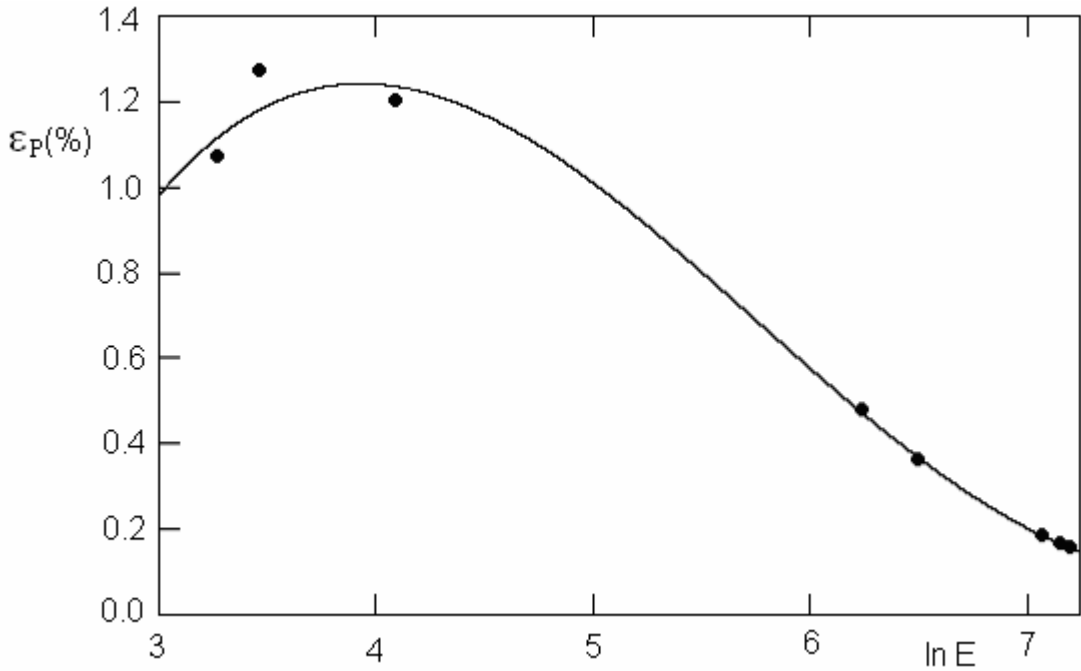
Çizelge 3.2. Detektörün enerji ayırma gücü, tüm enerji pik ve toplam verim ve pik/toplam oranı değerlerine fit edilen fonksiyonlar ve bu fonksiyonların parametreleri.

Fonksiyonun Adı ve İfadesi	Parametre				
	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>
<b>Enerji Ayırma gücü (%):</b> $R = \frac{\Delta E}{E} = (p_1 e^{-p_2 E} + p_3 E^{p_4})$	264.36	-0.063791	102.65	-0.4089	---
<b>Tüm Enerji Pik Verimi (%)*:</b> $\varepsilon_P = p_1 e^{\frac{(x-p_2)^2}{2p_3^2}} + p_4 + p_5 x$	54.4431	-0.6122	6.3579	-59.5702	4.7409
<b>Toplam Verim (%)*:</b> $\varepsilon_t = p_1 e^{\frac{(x-p_2)^2}{2p_3^2}} + p_4 + p_5 x$	125.1604	-2.9050	8.9923	-124.2825	8.1094
<b>Pik/Toplam Oranı (P/T)*:</b> $\varepsilon_{PT} = 1 + p_1 x + p_2 x^2 + p_3 x^3 + p_4 x^4$	0.083399	-0.028217	7.4·10 <sup>-4</sup>	-6.9·10 <sup>-5</sup>	---

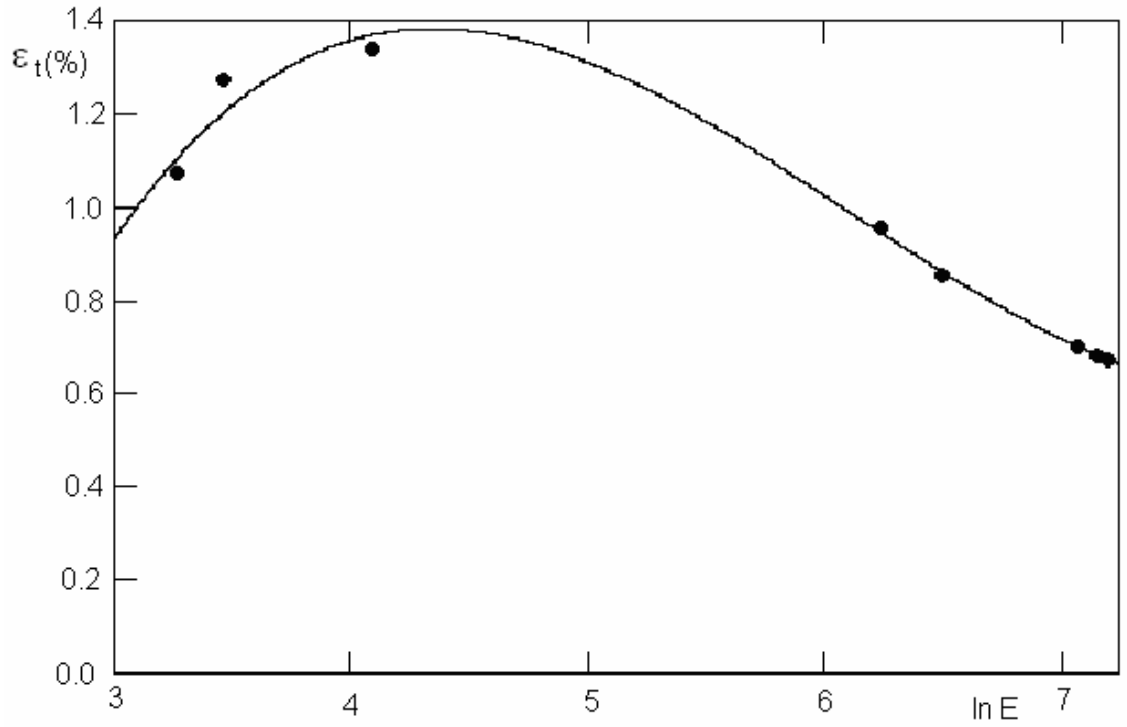
\*:  $x = \ln E$



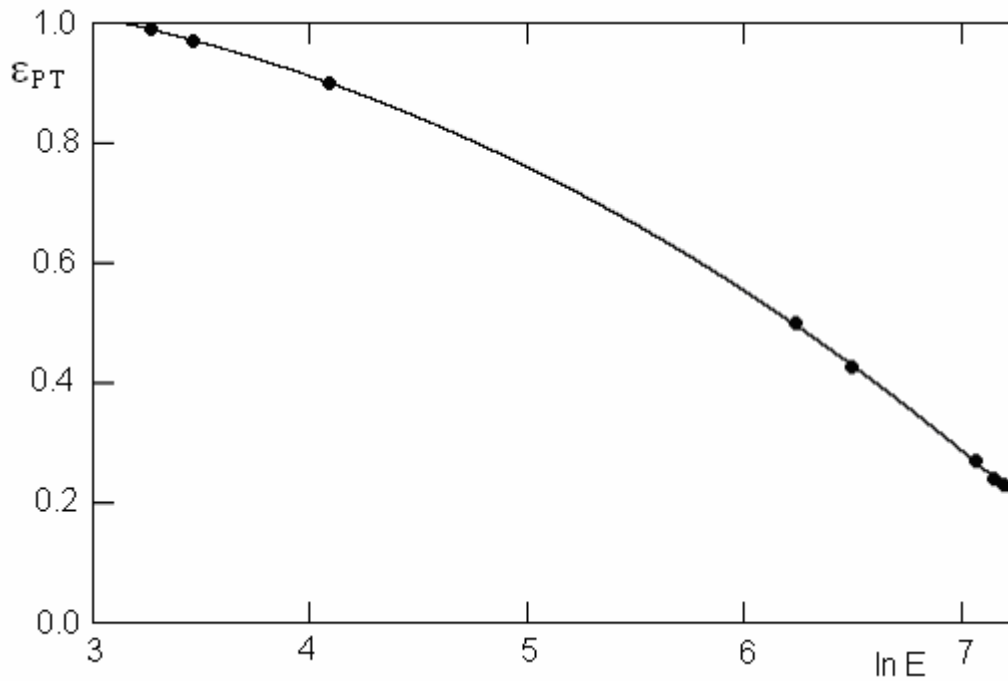
Şekil 3.7. 2x2" 'lik silindirik NaI(Tl) detektörün  $\gamma$ -ışınları için deneysel olarak elde edilen enerji ayırma gücü değerleri (•) ve bu değerlere fit edilen en uygun fonksiyon (eğri).



Şekil 3.8. 2x2" 'lik silindirik NaI(Tl) detektörün, simetri ekseninden 10 cm uzaklıkta bulunan nokta kaynaktan yayınlanan  $\gamma$ -ışınları için deneysel olarak elde edilen tüm enerji pik verim değerleri (•) ve bu değerlere fit edilen en uygun fonksiyon (eğri).



Şekil 3.9. 2x2" 'lik silindirik NaI(Tl) detektörün, simetri ekseninden 10 cm uzaklıkta bulunan nokta kaynaktan yayınlanan  $\gamma$ -ışınları için deneysel olarak elde edilen toplam verim değerleri (•) ve bu değerlere fit edilen en uygun fonksiyon (eğri).



Şekil 3.10. 2x2" 'lik silindirik NaI(Tl) detektörün, simetri ekseninden 10 cm uzaklıkta bulunan nokta kaynaktan yayınlanan  $\gamma$ -ışınları için deneysel olarak elde edilen pik/toplam (P/T) oranları (•) ve bu değerlere fit edilen en uygun fonksiyon (eğri).

Elde edilen fit fonksiyonları  $10 \text{ keV} \leq E \leq 1400 \text{ keV}$  enerji bölgesinde geçerlidir.  $60 \text{ keV}$ 'den küçük enerji bölgesinde, tüm enerji pik ve toplam verim değerlerinde deneysel sapmalar yüksek olduğundan, fit edilen fonksiyonlardaki sapmalar da bu bölgede yüksektir ve fonksiyonlar arasında  $\varepsilon_p > \varepsilon_t$  olması gibi bir uyumsuzluk gözlenmektedir.  $2 \times 2''$  NaI(Tl) detektörü ile yapılan deneyde tüm enerji pik verimi,  $\varepsilon_p$  fonksiyonu kullanılmış toplam verim,  $\varepsilon_t$  fonksiyonu kullanılmamıştır.  $E < 24 \text{ keV}$  enerji bölgesinde,  $P/T$  oranları 1 olarak alınmış, bu bölgede  $\varepsilon_{PT}$  fit fonksiyonu 1'den büyük değer aldığı için kullanılmamıştır.

### 3.1.2. IB Spektrumunun $3 \times 3''$ NaI(Tl) Detektörü ile Elde Edilmesi

$3 \times 3''$  NaI(Tl) detektörün,  $\beta^-$  kaynaklarının,  $2 \times 2''$  lik detektörde olduğu gibi aynı geometride deneysel cevap fonksiyonları literatürden (Heath 1964) alınarak IB spektrumları elde edilmiştir.

$3 \times 3''$  NaI(Tl) detektörü için cevap fonksiyonları yine dikdörtgensel yaklaşım kullanılarak elde edilmiştir.  $3 \times 3''$  NaI (Tl) detektörünün ayırma gücü, Cengiz (1986) tarafından deneysel değerlere uygun bir fonksiyon fit yapılarak

$$\frac{\Delta E}{E} = (c_1 + c_2 E^{C_3} + c_4 E^{C_5}) / 100, \quad (3.1)$$

$[E] = \text{MeV}$

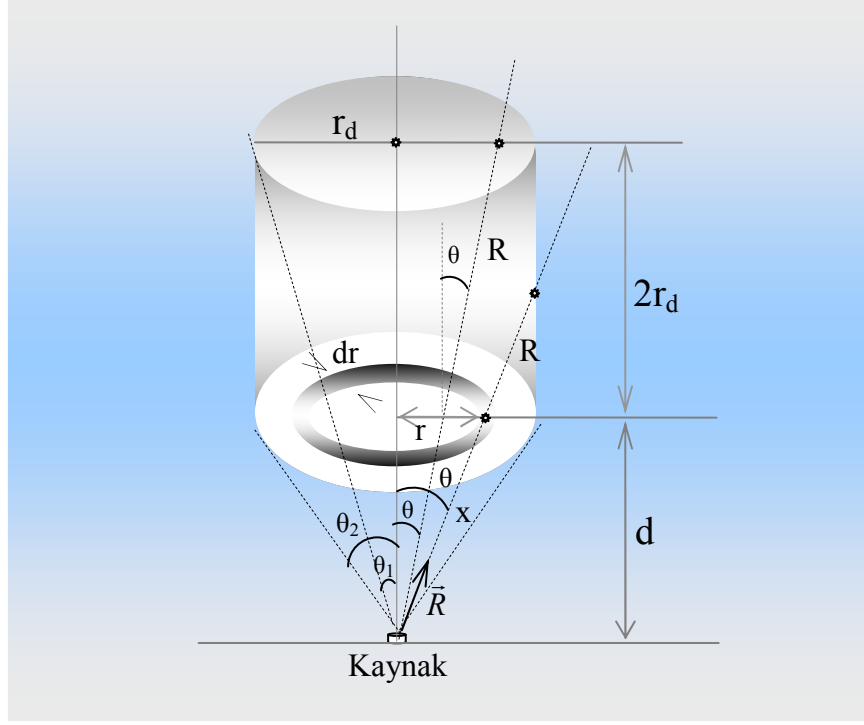
şeklinde elde edilmiştir. Burada  $c_1=2.2735$ ,  $c_2=7.2795$ ,  $c_3=-0.29359$ ,  $c_4=-2.4069$ ,  $c_5=0.20504$ 'dir. Çalışmada bu ayırma gücü fonksiyonu kullanılarak Gauss dağılımının standart sapması Denk. (2.37) kullanılarak elde edilmiştir.

$3 \times 3''$  NaI(Tl) detektörü pik-toplam oranı literatürden (Heath 1964) alınan deneysel değerlere bir fonksiyon fit yapılarak elde edilmiştir. Bunun için en uygun fonksiyon,



$$\varepsilon_{PT}(E)=1-b_1 e^{-b_2/E} \quad (3.2)$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada  $b_1=0.9270$ ,  $b_2=0.4807$  olarak belirlenmiştir. 2x2'' NaI(Tl) detektöründe olduğu gibi nokta kaynaktan  $E_j$  enerjisi ile yayınlanan fotonlardan kaynaktan yayınlanan  $N_y=10^7$  tane foton için cevap fonksiyonları elde edilmiştir.



Şekil 3.11. Toplam verim için detektör-kaynak geometrisinin gösterimi.

Şekil 3.11'den  $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{r_d}{2r_d + d}$  ve  $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{r_d}{d}$  ile ifade edilir. 3x3'' NaI(Tl)

detektör kaynak geometrisi için,  $r_d=7.62 \text{ cm}$ ,  $d=10 \text{ cm}$  olduğundan  $\theta_1 \cong 16.8^\circ$  ve  $\theta_2 \cong 37.31^\circ$  olarak elde edilmiştir. Ayrıca detektör kristalinin yoğunluğu  $\rho_{\text{NaI}}=3.667 \text{ g/cm}^3$  değerindedir.

Şekil 3.11'den görüldüğü gibi kaynaktan yayınlanarak  $\theta$  açısıyla detektöre giren gamma ışınlarının giriş doğrultusunda gidebildikleri kirişler iki bölgede ayrı ayrı şu şekilde hesaplanabilir:

- i. Silindirik kristalin tabanından çıkan kirişler ( $0 \leq \theta \leq \theta_1$  açı aralığında detektöre girenler):

$$\cos \theta = \frac{2r_d}{R} \Rightarrow R = \frac{2r_d}{\cos \theta} \quad (3.3)$$

- ii. Silindirik kristalin yan yüzeyinden çıkan kirişler ( $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$  açı aralığında detektöre girenler):

$$\left. \begin{array}{l} \sin \theta = \frac{r_d - r}{R} \\ \tan \theta = \frac{r}{d} \Rightarrow r = d \tan \theta \end{array} \right\} \Rightarrow R = \frac{r_d}{\sin \theta} - \frac{d \tan \theta}{\sin \theta} \Rightarrow R = \frac{r_d}{\sin \theta} - \frac{d}{\cos \theta} \quad (3.4)$$

$R$  kirişi boyunca gamma ışınlarının detektörde etkileşme olasılığı,

$$P = 1 - e^{-\mu R} \quad (3.5)$$

'dir. Nokta kaynaktan tüm uzaya ( $4\pi$  geometriye) yayınlanan gamma ışınlarının Şekil 3.11'deki nokta kaynak detektör geometrisi içinde detektörde etkileşme olasılığı (sayılma olasılığı) toplam verimi verir. Böylece toplam verim,

$$\varepsilon_t = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\theta_2} (1 - e^{-\mu R}) 2\pi \sin \theta d\theta \quad (3.6)$$

şeklinde yazılabilir. Gamma ışının gördüğü Denk. (3.3-4) ile verilen kirişler yerine yazılarak toplam verim,

$$\varepsilon_t(E) = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{\theta_1} \left[ 1 - e^{-\mu(E) \frac{2r_d}{\cos \theta}} \right] \sin \theta d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[ 1 - e^{-\mu(E) \left( \frac{r_d}{\sin \theta} - \frac{d}{\cos \theta} \right)} \right] \sin \theta d\theta \right\} \quad (3.7)$$

olarak bulunur. Bu ifadede  $\cos\theta=x$  değişken değiştirmesi yapılırsa  $dx=-\sin\theta d\theta$ ,  $x_0=\cos 0=1$ ,  $x_1=\cos\theta_1$ ,  $x_2=\cos\theta_2$ ,  $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-x^2}$  olur. Bu ifadeler yerine yazılarak,

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2}(1-x_2) - \frac{1}{2} \left\{ \int_{x_1}^1 e^{-\mu(E)2r_d/x} dx + \int_{x_2}^{x_1} e^{-\mu(E)\left(\frac{r_d}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{d}{x}\right)} dx \right\} \quad (3.8)$$

ifadesi elde edilmiştir. Bu ifadedeki integral, Berger ve ark (2007) tarafından verilen XCOM programından elde edilen  $\mu(E)$  lineer zayıflama katsayıları kullanılarak 1 keV, 5 MeV aralığında Gauss-Legendre integrasyonu (Cengiz 2007) ile sayısal olarak elde edilmiştir. Elde edilen değerlere uygun bir fonksiyon fit edilerek,

$$\varepsilon_t(E) = \frac{1}{2}(1-x_2) - p_1 e^{-p_2/E} \quad [E] = MeV \quad (3.9)$$

fonksiyonu elde edilmiştir. Burada  $p_1=0.021132$  ve  $p_2=0.348508$ 'dir. NaI(Tl) detektörlerinin cevap fonksiyonlarının elde edilmesinde, 2x2" için tüm enerji pik verimi ve P/T oranı ve 3x3" için toplam verim ve P/T oranı kullanılmıştır.

### 3.2. Spektrum Analizi

Gamma ışını spektrumları için, genel soyuma işlemlerinin kullanımı ilke olarak mümkün ise de, spektrumun tam olarak soyulabilmesi nadiren gerçekleştirilebilir. Bunun nedeni, sintilatörlerin veya germanyum detektörlerin cevap fonksiyonlarının çok fazla karmaşık olması ve belirsizliklerin tüm spektruma yayılmasıdır. Çok sayıda radyoizotoptan oluşan gamma ışını veya çok sayıda gamma ışını yayınlayan radyoaktif kaynakların spektrumları neredeyse sürekli, belli sayıda kesikli gamma ışını enerjilerinden oluşur ve ilgili gamma ışınlarının cevap fonksiyonları yayınlanma olasılıklarına ve enerjilerine bağlı olarak pikler gösterir. Bu spektrumda detektör ayırma

gücünde seçilen gelen radyasyonun herbir kesikli enerji değeri için ilgili pik tahmin edilebilir. Spektrum analizi basit olarak bu piklerin yerinin ve değerinin tahmin edilmesi ile yapılabilir. Gamma ışını spektrumu, **IB** veya **EB**, belli ortamlardan saçılmış gamma ışınlarının veya belli kalınlığı geçmiş gamma ışınlarının enerji spektrumları gibi sürekli ise, çözüm çok daha karmaşık bir hal alır. Çünkü sürekli spektrum aralığında bulunan herbir gamma ışınının cevap fonksiyonları üst üste biner (giydirilir) ve bunlara ait pikler ölçülmüş spektrumda görülmez. Burada tüm spektrumun tam olarak soyulması (ayrıştırılması) gereklidir.

### 3.2.1. Soyma İşlemi

Detektörde gözlenen spektrum  $M(E')$  olmak üzere, matematiksel olarak;

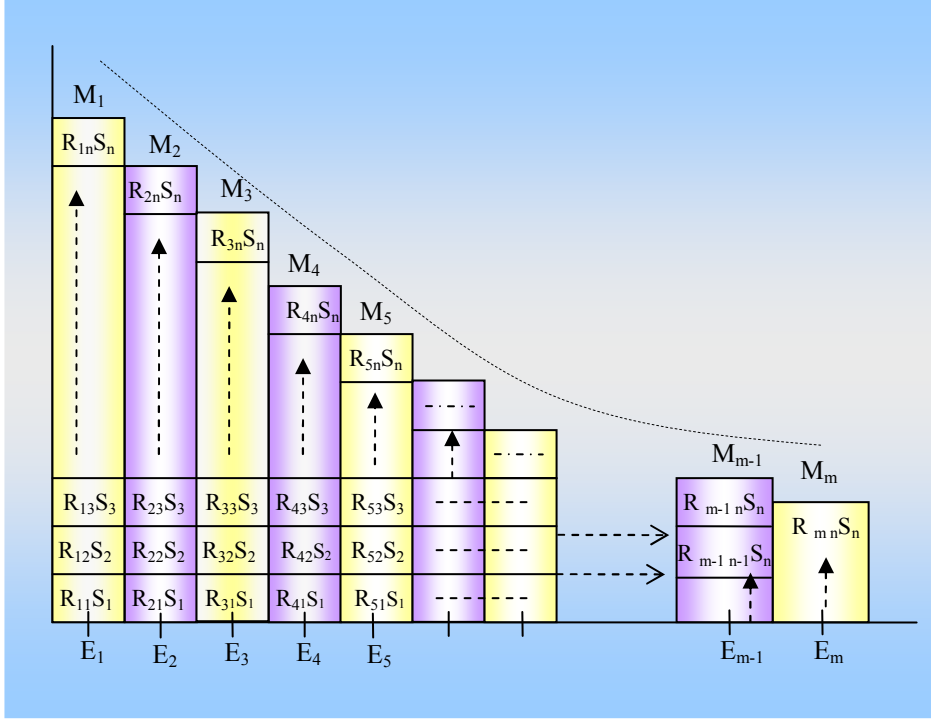
$$M(E') = \int_0^{\infty} R(E', E) S(E) dE \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $S(E)$  detektöre gelen gamma ışınlarının spektrumu veya bulmak istediğimiz spektrumdur.  $R(E', E)$ , detektör cevap fonksiyonudur. Bu integral birinci tip Fredholm integralidir (Blöbel 1996). Bu integrale deneysel fizikte ve kimyada çok sık karşılaşılmaktadır. Denk. (3.10) çok önemli aynı zamanda çok zor bir problemi temsil etmektedir. Genelde bu tip problemler ill-posed (pozlaşmama) yapıdadır.  $dE$  üzerindeki çok küçük değişiklikler  $S(E)$  üzerinde çok büyük dalgalamalara neden olmaktadır. Cevap fonksiyonu  $R(E', E)$ , detektörün verimini, duyarlılığını ve ayırma gücünü içermektedir. İntegrali oluşturan elemanlar açık olarak şöyle ifade edilebilir:

Kaynak spektrumu,  $S(E)dE$ : Enerjileri  $E$  ile  $E + dE$  aralığında, kaynaktan yayımlanan foton sayısı

Ölçülen spektrum,  $M(E')dE'$ : Enerjileri  $E'$  ile  $E'+dE'$  aralığında, deneysel olarak ölçülmüş foton sayısı

Detektörün cevabı,  $R(E', E)dE'$ : Kaynaktan  $E$  enerjisi ile çıkan parçacığın enerjisinin detektörde  $E'$  ile  $E'+dE'$  enerji aralığında sayılma olasılığıdır.



Şekil 3.12. Detektörde ölçülen spektrumun herbir kanalındaki saymaların gösterimi.

0 ile  $E$  aralığında değerler alan sürekli bir gamma spektrumu  $n$ -tane enerji aralığına ayırılım. Herbir enerji aralığının orta noktaları  $E_j$  ( $j=1,2,\dots, n$ ) olmak üzere detektörde bu enerjilerdeki  $n$ -tane cevap fonksiyonu üst üste biner yani ölçülen spektrum bu cevap fonksiyonlarının toplamıdır. Bu cevap fonksiyonları detektörde  $i=1,2,3,\dots, m$  kanalda sayılır.  $R_{ij}$ ,  $E_j$  enerjisi ile detektöre giren fotonların  $i$ -inci kanalda sayılma olasılığı ( $j$ -inci cevap fonksiyonunun  $i$ -inci kanalda toplam sayma 1 olacak şekilde normalize edilmiş değeri) ve kaynaktan  $E_j$  ( $j=1,2,\dots, n$ ) enerjisi ile yayınlanan fotonların sayıları  $S_j$  ( $j=1,2,\dots, n$ ) olmak üzere, kaynak spektrumunun herbir kanalında ölçülen  $M_i$  ( $i=1,2,3,\dots, m$ ) toplam saymaları, Şekil 3.12'de gösterilmiştir. Bu şekilden,

$$\begin{aligned}
 M_1 &= R_{11}S_1 + R_{12}S_2 + \dots + R_{1n}S_n \\
 M_2 &= R_{21}S_1 + R_{22}S_2 + \dots + R_{2n}S_n \\
 M_3 &= R_{31}S_1 + R_{32}S_2 + \dots + R_{3n}S_n \\
 &\dots \\
 M_m &= R_{m1}S_1 + R_{m2}S_2 + \dots + R_{mn}S_n
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

olduğu açıkça görülmektedir. Bu denklemler matris formatında,

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix} \Rightarrow M = RS \quad (3.12)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $M$  ve  $S$  sırasıyla ölçülen ve kaynaktan yayınlanan foton sayılarını veren sütun vektörleri ve  $R = (R_{ij})_{mn}$  cevap matrisidir. Bu matrisin herbir sütunu,  $n$ -tane kesikli enerji değerlerine sahip fotonların cevap fonksiyonudur. Burada detektör ayırma gücünden dolayı  $E_n$  enerjisi ile detektöre giren fotonlar, bu enerjiden daha büyük enerjiye karşılık gelen kanallarda sayılabilir. Dolayısıyla  $m > n$ 'dir. Bu denklem sisteminde  $n$  tane bilinmeyen  $m$  tane de denklem vardır. Denklem sayısı fazla olduğuna göre bu matris denkleminde, cevap matrisi,  $n \times n$  boyutlu karesel matris alınabilir. Ancak yaptığımız deneyde, yüksek enerjili fotonların şiddetleri çok küçük olduğundan ölçülen spektrumda gözlenememiştir. Ölçülen spektrumda kanal sayısı  $n=45$  ve kanal genişliği  $38 \text{ keV}$  alınmıştır. Böylece Denk. (3.12)'deki matris denklemini  $R = (R_{ij})_{mn}$  şeklinde karesel matris alınarak çözülebilir. Herbir kanaldaki ölçülen sayma

$$M_i = \sum_{j=1}^n R_{ij} S_j \quad (3.13)$$

'dir. Denk. (3.13), sürekli halde Denk.(3.10)'a dönüşür.

Cevap matrisi bilindiğinde,  $m \geq n$  şartında, tüm  $S_j$  elemanları için bu eşitlikleri teorik olarak çözmek mümkündür. Bu işlem genel olarak spektrum soyulması (unfolding) veya spektrum açılması (deconvolution veya unsmearing) olarak adlandırılır. Bizim problemimizde cevap matrisi  $R = (R_{ij})_{mn}$  şeklinde karesel matris olduğundan Denk. (3.12)'den

$$S = R^{-1} M \quad (3.14)$$

şeklinde ifade edilerek kaynaktan yayınlanan foton sayıları hesaplanabilir. Burada  $R^{-1}$ ,  $R$  matrisinin tersidir. Cevap matrisi oluşturulurken yapılan yaklaşımlar ve istatistik sapmalar sonucu  $R^{-1}$  matrisinin bulunması hemen hemen imkansız hale gelir.

Soyma işlemlerinde iki tip problem ön plana çıkar. İlki, ilgilenilen tüm enerji bölgelerinde cevap fonksiyonlarının deneysel olarak elde edilememesinden kaynaklanan belirsizliktir. Bu belirsizlik detektör çalışma şartları, ölçüm basamakları ve kalibrasyona bağlı olarak değişiklik göstererek cevap fonksiyonunda değişikliklere sebep olur. İkincisi, kaydedilen verilerin istatistiksel yapısıdır. Herbir kanalda sayılan saymalar bir istatistiksel sapma gösterir. Bu istatistiksel belirsizlikler soyma işlemi sonucu elde edilen spektrumda keskin dalgalanmalar olarak kendini gösterir. Ölçülen spektrumda büyük sayıda saymalar (herbir kanalda yeterli seviyede sayma), elde edilmedikçe, istatistiksel belirsizlikler elde edilen soyulmuş spektrumda çok geniş dalgalanmalar oluşturacaktır.

Bu tür kusurlardan dolayı,  $S_j$  değerlerinin kesin sonuçları direkt olarak lineer denklem çözümlerinden elde edilememektedir. Bunun yerine, gelen enerji spektrumunu en iyi tahmin etmeye yönelik yaklaşık çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Bu amaç için pek çok bilgisayar programı geliştirilmiştir. İstatistiksel belirsizliklerin etkilerini en aza indirmek için, herbir kanalda var olan saymalar, komşu kanalların ağırlıklı ortalamalarıyla değiştirilerek elde edilen, veri yumuşatma formlarını da içeren pek çok soyma işlemi kodu yazılmıştır (Matzke 2002, Cowan 1998, Press ve Ark. 1992, Meng ve Ramsden 2000, Weese 1992).

Denk (3.12) herbir bağımsız cevap fonksiyonlarının lineer olarak üst üste binmiş hallerini temsil eder. Pek çok detektörde, pile up (yığılma) etkileri veya birbirinden ayrı enerjiler arasında gerçekleşebilecek iç içe girme gibi karmaşık etkiler olmadığı zaman, bu varsayım geçerlidir. Bu etkiler yüksek sayma hızlarında çok daha artacağından, soyma yöntemleri düşük sayma hızlarında daha iyi sonuçlar verecek, fakat yüksek sayma hızlarında sayılmış spektrumlarda yetersiz sonuçlar alınacaktır. Her ne kadar soyma yöntemleri tüm radyasyon detektörlerinin çıkış spektrumlarına uygulanabilse de,

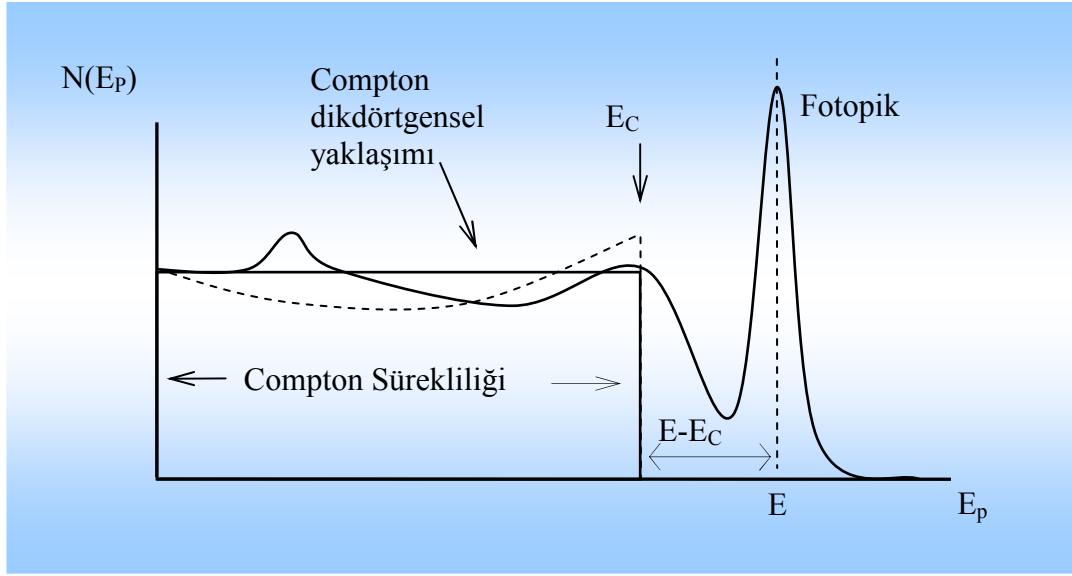
bu yöntemlerin eksiksiz olarak geliştirildiği iki büyük uygulama alanı bulunmaktadır. Bunlardan biri, hızlı nötronlar için kullanılan proton geri saçılma detektörleri, ikincisi sintilasyon veya germanyum gibi gamma ışını spektrometreleridir (Knoll 2000).

### 3.2.2. Cevap Fonksiyonunun Compton Bölgesi için Dikdörtgensel Yaklaşım

**IB** fotonlarının detektörden alınan spektrumunun soyulabilmesi için,  $E_j$  enerjilerine karşılık gelen cevap fonksiyonlarının bilinmesi gerekmektedir. Bu enerjilerde foton yayınlayan radyoaktif kaynak bulunmadığından bu cevap fonksiyonlarının deneysel olarak belirlenmesi mümkün değildir.  $E_j$  enerji değerlerinin bazılarında karşılık gelen radyoaktif kaynaklar bulunabilir ancak bize tümü gereklidir. Bu çalışmada, cevap fonksiyonları, NaI(Tl) detektörlerinin, deneysel tüm enerji pik verimi,  $P/T$  oranları ve enerji ayırma gücü kullanılarak yaklaşık olarak elde edilmiştir.

Compton ve Rayleigh etkileşimleri sonucu saçılmış foton detektörden kaçır veya detektör ortamında çoklu saçılmalar (Compton, Rayleigh) sonrası fotoelektrik soğurulma ile veya tek bir fotoelektrik soğurulma ile detektöre tüm enerjisini aktarır. Bu şekilde tüm enerjisini detektöre bırakan fotonlar toplanarak tüm enerji tepesini oluştururlar. Compton saçılması sonrası, yüksek  $E'$  enerjisiyle saçılmış (elektrona aktardığı  $E_e$  enerjisi düşük) olan fotonlar büyük olasılıkla yeniden etkileşecek (Compton veya fotoelektrik) ve bu fotonlar Compton bölgesinin ortalarında veya Compton bölgesi ile fotopik arasında kalan aralıkta veya fotopikte sayılacaklardır. Compton etkileşimi sonrası düşük  $E'$  enerjisi (yüksek  $E_e$ ) ile saçılmış fotonlar, büyük ihtimalle fotoelektrik etkileşime yaparak fotopik bölgesinde sayılırlar. Düşük enerjilerde, Compton bölgesinin keskin sol (0 enerjiye yakın) ve sağ ( $E_C$ 'ye yakın) uçları, fotonların detektörde çoklu etkileşimleri sonucu yumuşar. Orta enerjilerde ( $E \approx 1.2 \text{ MeV}$ ) Compton sınırı, fotonların detektörde çoklu etkileşimleri sonucu yumuşar. Bu yüzden Compton bölgesinin şekli yaklaşık bir dikdörtgen haline dönüşür. Yüksek enerjili fotonlar için, Compton saçılması sonrası fotonlar detektörden kaçabildiği için Compton sınırı hafifçe sivri kalır. Bu yüzden cevap fonksiyonunda 0 ile  $E_C$  arasında tanımlanan Compton düzlüğü enerjisi  $1.4 \text{ MeV}$ 'e kadar olan fotonlar için Şekil 3.13'te görüldüğü gibi dikdörtgen biçiminde alınmıştır.





Şekil 3.13. Detektörlerde görülen genel foton spektrumu ve dikdörtgenel yaklaşım.

### 3.2.3. 2x2" ve 3x3" NaI(Tl) Detektörleri Cevap Fonksiyonlarının Yaklaşık Olarak Elde Edilmesi

$E$  enerjisi ile kaynaktan yayınlanan,  $N_y = 10^7$  tane foton dikkate alınmıştır. Cevap fonksiyonunun fotopik bölgesinde sayılanları, 2x2" için, Denk. (2.34) ve Çizelge 3.2'de verilen tüm enerji pik verimi kullanılarak,

$$N_p = \varepsilon_p N_y \quad (3.15)$$

ifadesinden hesaplanmıştır. 3x3" için, toplam verim, Denk. (2.26) ve P/T oranı, Denk. (2.35) kullanılarak fotopikte sayılan foton sayısı,

$$N_p = \varepsilon_{PT} \varepsilon_t N_y \quad (3.16)$$

ifadesinden hesaplanmıştır. Fotopikte sayılan foton sayısı, 2x2" için Denk.(3.15) ve 3x3" için Denk.(3.16)'dan elde edilmiştir. 2x2" ve 3x3" detektörlerin her ikisi için de Compton bölgesinde sayılan foton sayısı Denk. (2.35) kullanılarak elde edilen,

$$N_C = N_P \left( \frac{1}{\varepsilon_{PT}} - 1 \right) \quad (3.17)$$

ifadesinden elde edilmiştir.  $N_P$  ve  $N_C$  değerleri belirlenerek elde edilen cevap fonksiyonları, kaynaktan yayınlanan foton sayısı  $N_y=10^7$ 'ye bölünerek 1'e normalize edilmiştir. Böylece elde edilen cevap fonksiyonlarındaki sayılar kaynaktan yayınlanan bir fotonun ilgili kanalda sayılma olasılığını verir. 2x2" ve 3x3" NaI(Tl) detektörlerinin cevap matrisleri bu şekilde elde edilmiştir.

Cevap fonksiyonu, kanal genişliği, 2x2" için  $\Delta E_k = 38 \text{ keV}$ , 3x3" için  $\Delta E_k = 10 \text{ keV}$  olan enerji aralıklarına ayrılmıştır.  $E$  enerjisine karşılık gelen Compton sınırı Denk. (2.12)'den elde edilmiştir. Compton bölgesine düşen  $N_C$  tane foton  $\Delta E_k$  aralıklı kanallara eşit olarak paylaştırılmıştır. Fotopike düşen foton sayısı  $N_P$  ve Compton bölgesindeki kanallara düşen fotonlar, standart sapması  $\sigma_j$  olan Gaussiyen fonksiyona Gauss dağılımı örnekleme ile dağıtılmıştır (Almaz ve Cengiz 2002, Almaz ve ark. 2005). Burada standart sapma, ayırma gücü fonksiyonları, 2x2" için Çizelge 3.2 ve 3x3" için Denk.(3.1) kullanılarak, Denk.(2.37) ifadesinden hesaplanmıştır.

Gauss dağılımının Monte Carlo Yöntemi ile yapılan örneklemeinde Reddetme Yöntemi kullanılmıştır. Gauss Dağılımlarının herbiri  $-3\sigma$  ile  $+3\sigma$  aralığında örnekleştir. Bunun için, dikdörtgensel reddetme fonksiyonu (düzgün dağılım)'na temel Monte Carlo İlkesi,

$$q = \frac{\int_{E_{\min}}^E dE}{\int_{-3\sigma}^{3\sigma} dE} = \frac{E - E_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} = \frac{E - E_{\min}}{6\sigma} \quad (3.18)$$

uygulanarak

$$E = E_{\min} + q \cdot 6\sigma \quad (3.19)$$

ifadesi elde edilmiştir. Burada  $q$ , 0-1 aralığında düzgün dağılımlı gelişigüzel sayı,  $E_{min}=E_i-3\sigma$ , ve  $E_{max}=E_i+3\sigma$  ( $i=1,2,3, \dots, n, n+1$ )'dir. Burada  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ ,  $n$ -tane enerji bölgesine ayrılan Compton bölgesinin enerji değerleri ve  $E_{n+1}=E$  kaynaktan yayınlanan gammanın (fotopikin) enerji değeridir. Herbir enerji bölgesi 2 tane alt enerji bölgesine ayrılmıştır. Denk. (3.19)'dan bir gelişigüzel sayı  $q$  türetilerek bir  $E_p$  değeri elde edilmiştir. İkinci bir gelişigüzel sayı  $q$  türetilerek,

$$q < e^{-(E_p - E_i)^2 / 2\sigma^2} \quad (3.20)$$

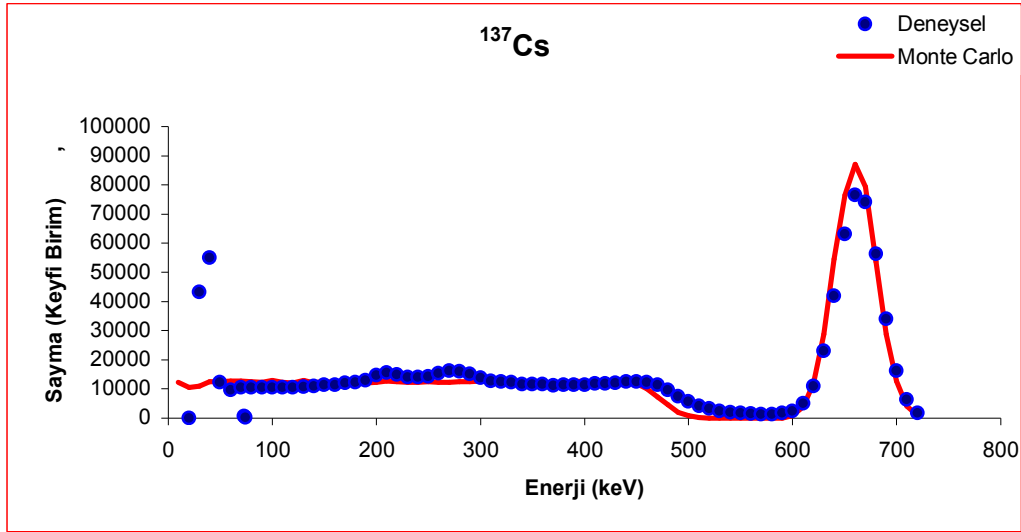
şartına bakılmıştır. Şart sağlanırsa Bu  $E_p$  değeri ilgili alt enerji bölgesinde saydırılmış, şart sağlanmazsa işlem tekrarlanmıştır. Böylece  $E$  enerjili bir gamma kaynağının cevap fonksiyonu elde edilmiştir.

$E$  enerjili bir gamma kaynağının, 2x2" ve 3x3" NaI(Tl) detektörü için cevap fonksiyonu çeşitli nokta kaynaklar için elde edilmiştir. Çalışmada  $^{47}\text{Sc}$  ( $E_0=153 \text{ keV}$ ),  $^{51}\text{Cr}$  ( $E_0=323 \text{ keV}$ ),  $^{85}\text{Sr}$  ( $E_0=515 \text{ keV}$ ),  $^{95}\text{Nb}$  ( $E_0=766 \text{ keV}$ ),  $^{137}\text{Cs}$  ( $E_0=662 \text{ keV}$ ),  $^{60}\text{Co}$  ( $E_1=1173, E_2=1332 \text{ keV}$ ) radyoizotoplarının gamma ışını cevap fonksiyonları sunulan yöntemle elde edilmiş ve elde edilen Cevap Fonksiyonları Şekil. 3.14-21'de, 2x2" için gamma spektrometresinden elde ettiğimiz deneysel değerlerle 3x3" için literatürden (Heath 1964) aldığımız deneysel değerlerle karşılaştırılmıştır.

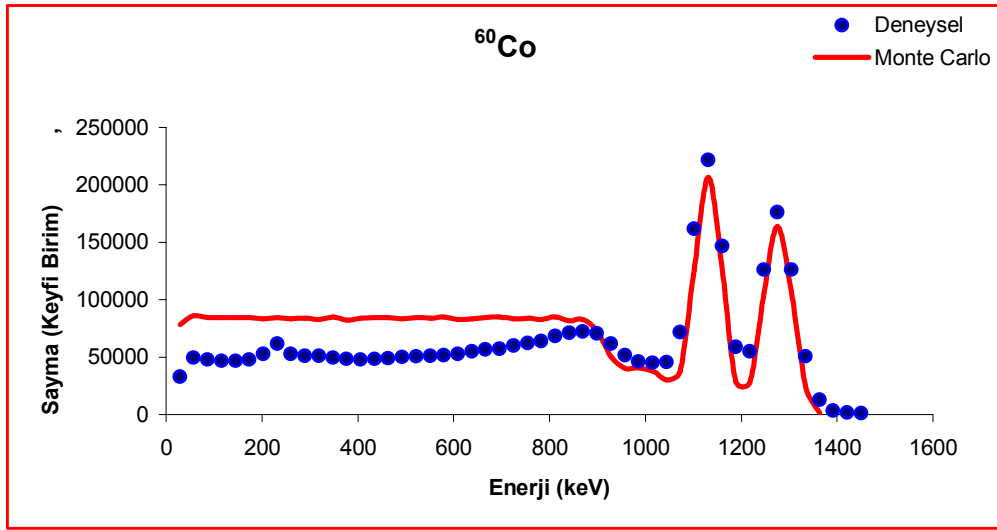
İki çeşit gamma yayınlayan  $^{60}\text{Co}$  kaynağının Cevap Fonksiyonu'nun elde edilmesinde,  $E_1=1173 \text{ keV}$  enerjili gamma ışınları (yayınlanma olasılığı % 99.8) ve  $E_2=1332 \text{ keV}$  enerjili gamma ışınları (yayınlanma olasılığı %100) (Shirley ve Lederer, 1978) da yayınlanma olasılıkları oranında etkili olup bu oranlar Cevap Fonksiyonu'na yansıtılmıştır. Elde edilen sonuçlar deneysel değerlerle tek enerjili gamma kaynakları için çok iyi bir şekilde uyuşmaktadır. İki enerjili gamma kaynağı ( $^{60}\text{Co}$ ) için deneysel 2x2" ve literatür değerlerinden 3x3" NaI(Tl) detektörlerinden elde edilen Cevap Fonksiyonu ile deneysel değerler arasındaki farklılığın, detektöre art arda giren iki ayrı gamma ışınının oluşturduğu pulsların, ilki henüz sayılmadan iki pulsun birlikte detektörde tek bir puls olarak sayılmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. İki veya daha fazla çeşit gamma ışını yayınlayan kaynakların cevap fonksiyonlarında bu etki

toplam (sum) pik olarak ortaya çıkmaktadır. Compton sınırı ile fotopik arasındaki bölgede üst üste saymalardan ve çoklu saçılmalardan dolayı deneysel değerler hesapladığımız değerlerden biraz yüksektir. Yüksek enerjili fotonlar için, Compton saçılması sonrası fotonlar detektörden kaçabildiği için Compton sınırı hafifçe sivri kalır. Bu sivrilik 1 MeV'den sonra belirgin hale gelmektedir.  $^{60}\text{Co}$  kaynağı için deneysel değerler bu bölgede hesaplanan değerlerden biraz yüksektir.

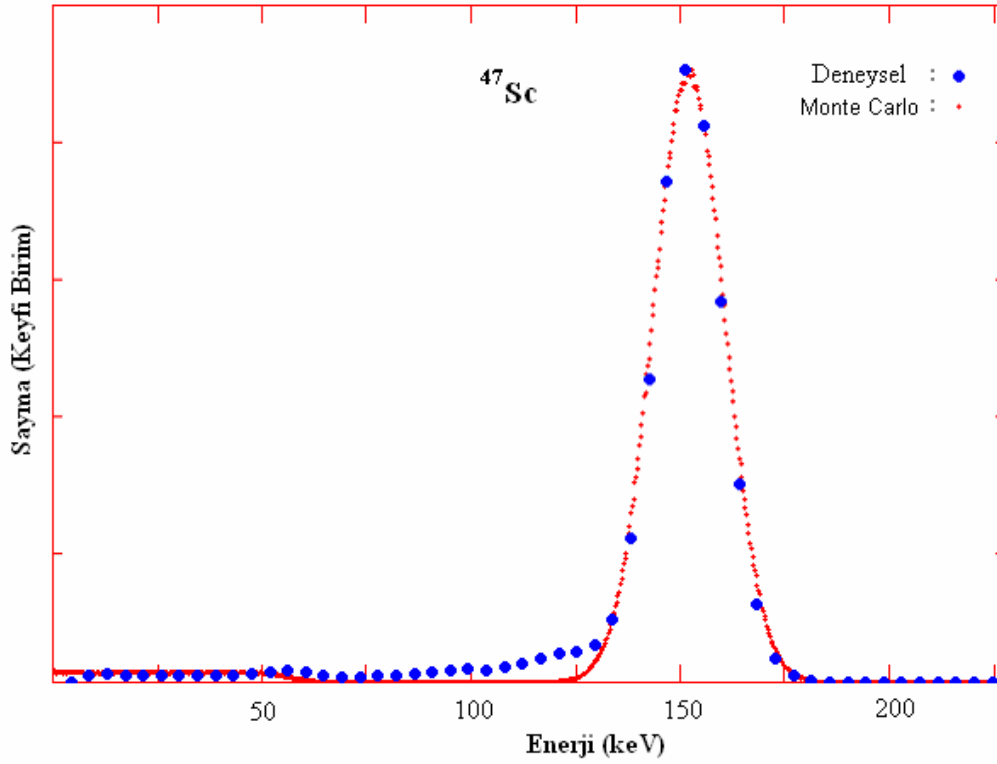
Böylece **IB** spektrumunun elde edilmesinde, bu basit Monte Carlo yöntemi ile elde cevap fonksiyonları elde edilerek cevap matrisi oluşturulmuştur.



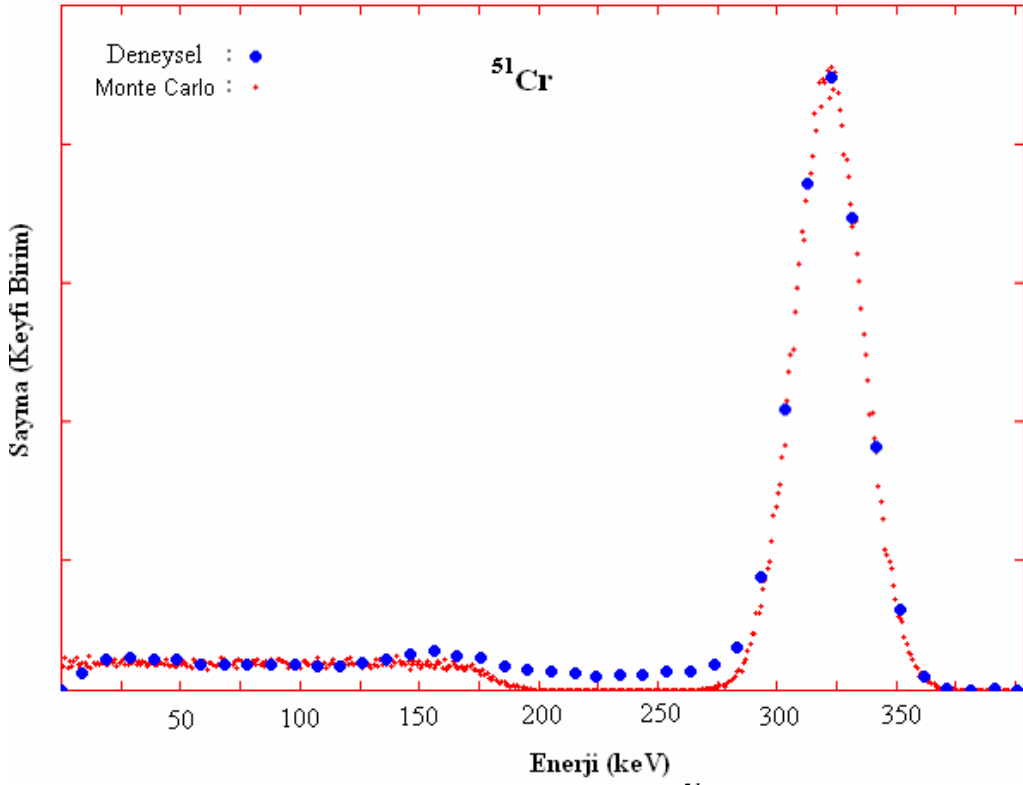
Şekil 3.14.  $2 \times 2''$  NaI(Tl) detektöründen elde edilen,  $^{137}\text{Cs}$  ( $E=661.6$  keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu.



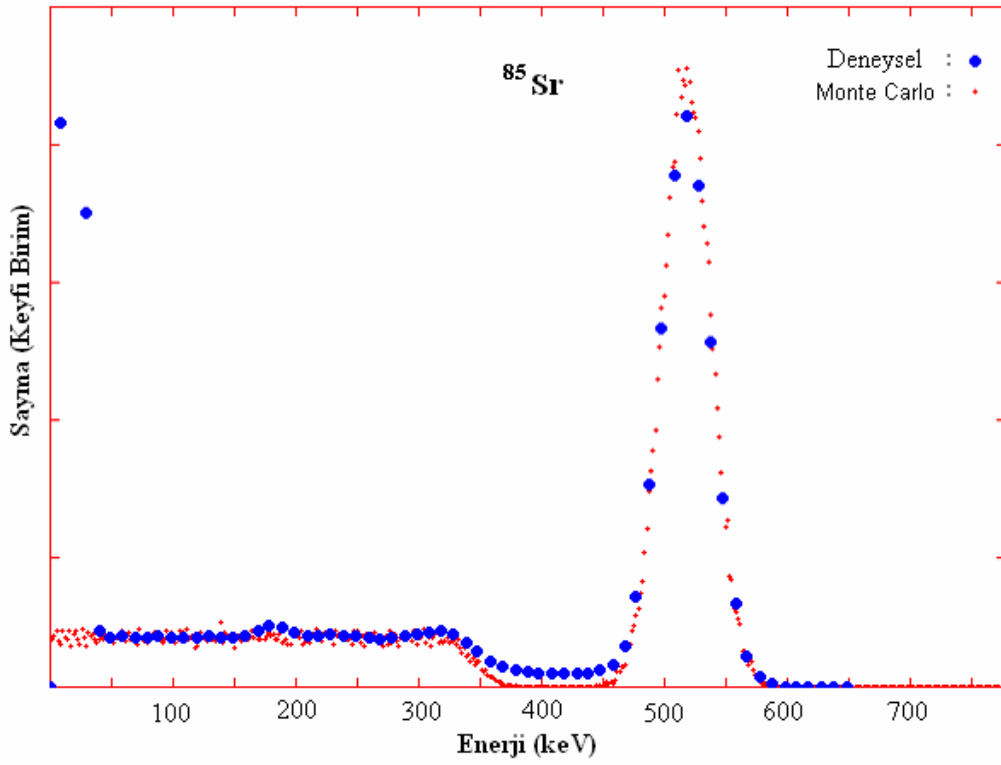
Şekil 3.15.  $2 \times 2''$  NaI(Tl) detektöründen elde edilen,  $^{60}\text{Co}$  ( $E_1=1173$ ,  $E_2=1332$  keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu.



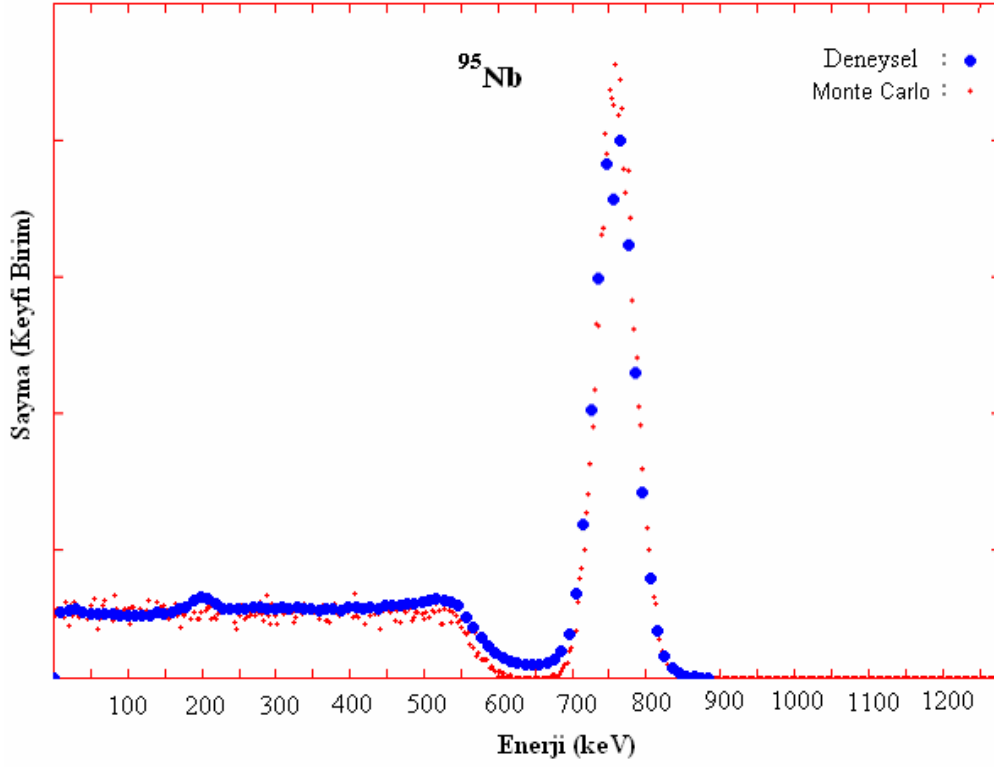
Şekil 3.16.  $3 \times 3''$  NaI(Tl) detektöründen elde edilen,  $^{47}\text{Sc}$  ( $E=153$  keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu.



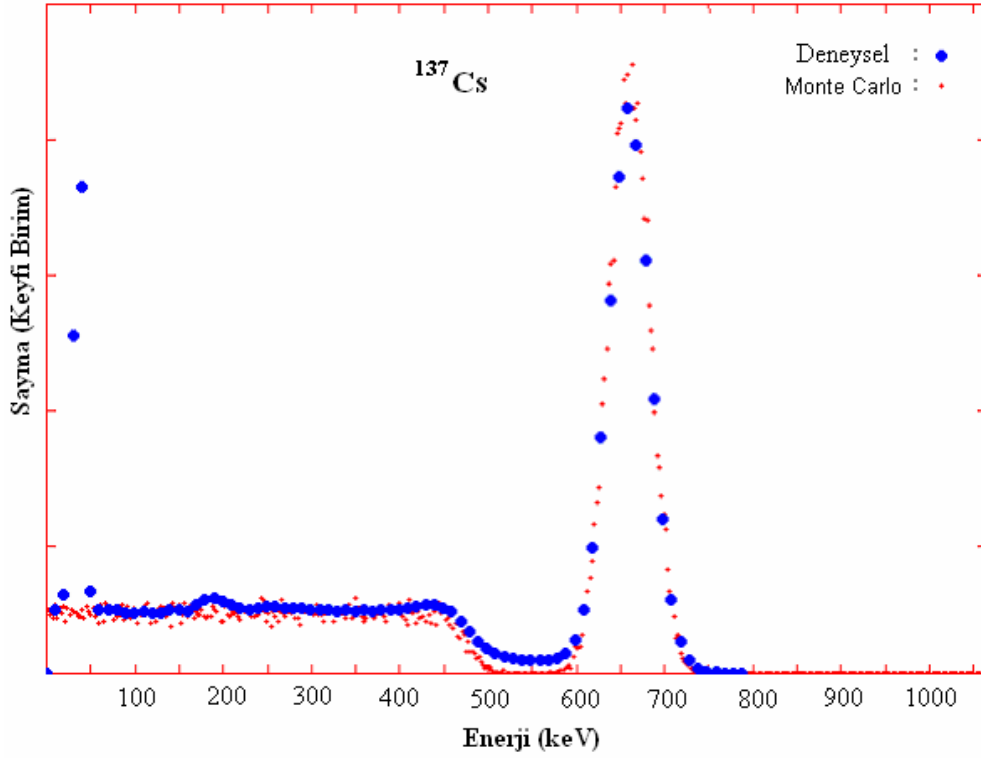
Şekil 3.17.  $3 \times 3$ " NaI(Tl) detektöründen elde edilen,  $^{51}\text{Cr}$  ( $E=323$  keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu.



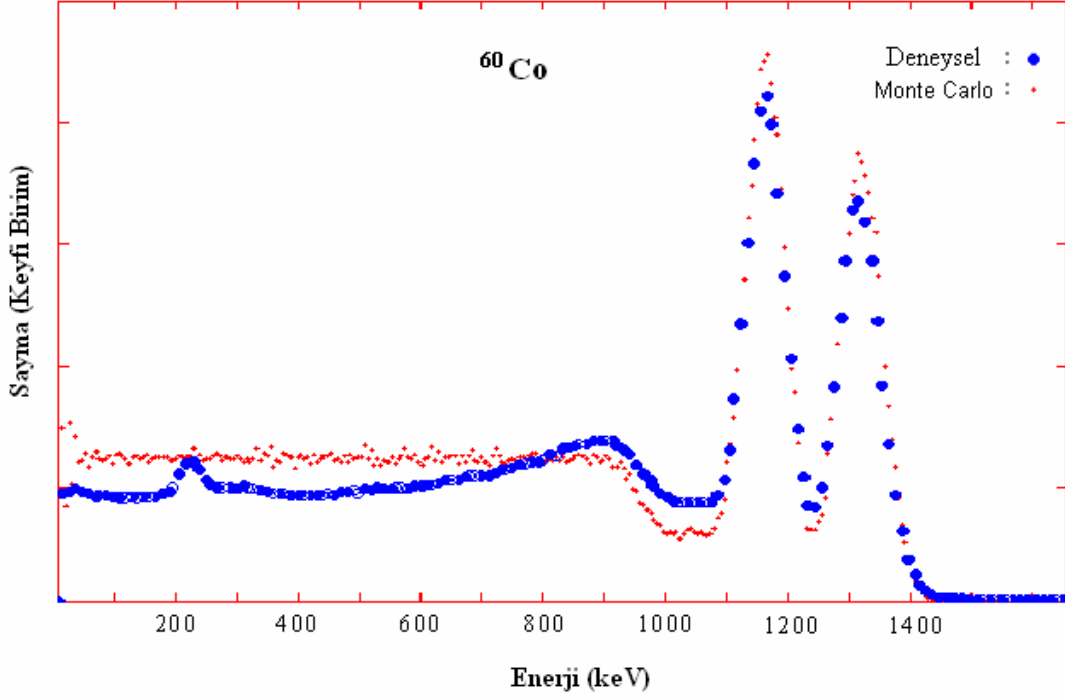
Şekil 3.18.  $3 \times 3$ " NaI(Tl) detektöründen elde edilen,  $^{85}\text{Sr}$  ( $E=515$  keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu.



Şekil 3.19. 3x3" NaI(Tl) detektöründen elde edilen,  $^{95}\text{Nb}$  ( $E=766\text{ keV}$ ) için, gamma ışını cevap fonksiyonu.



Şekil 3.20. 3x3" NaI(Tl) detektöründen elde edilen,  $^{137}\text{Cs}$  ( $E=662\text{ keV}$ ) için, gamma ışını cevap fonksiyonu.



Şekil 3.21.  $3 \times 3$ " NaI(Tl) detektöründen elde edilen,  $^{60}\text{Co}$  ( $E_1=1173$ ,  $E_2=1332$  keV) için, gamma ışını cevap fonksiyonu.

### 3.2.4. Cevap Matrisinin Elde Edilmesi

Nokta kaynaktan  $E_j$  enerjisi ile yayınlanan  $N_y=10^7$  tane foton dikkate alınmıştır.  $2 \times 2$ " NaI(Tl) detektörü için, Çizelge 2'de verilen tüm enerji pik verim fonksiyonu kullanılarak detektörde fotopik altında sayılan foton sayısı ve  $\mathcal{E}_{PT}$  fonksiyonu kullanılarak da Compton düzlüğünde sayılan foton sayısı tespit edilmiştir. Compton düzlüğündeki fotonlar 0 ile Compton sınırı,  $E_C$  arasındaki enerji bölgesine eşit olarak paylaştırılmıştır. Herbir enerji aralığına düşen foton sayısı, Monte Carlo Yöntemi kullanılarak standart sapması  $\sigma_j$  olan Gaussiyen fonksiyona yukarıda anlatıldığı gibi dağıtılmıştır. Herbir enerji aralığına düşen foton sayısı  $N_y$  değerine bölünerek cevap fonksiyonu 1'e normalize edilmiştir. Böylece cevap matrisi  $R=[R_{ij}]_{m,n}$  oluşturulmuştur. Burada  $R_{ij}$ ,  $E_j$  enerjisi ile detektöre giren  $\gamma$ -ışınının  $i$ -inci kanalda sayılma olasılığıdır.  $n$ . kanalda sayılması gereken  $E_n$  enerjisinin, detektör ayırma gücünden dolayı  $n$ 'den daha büyük kanallarda da sayılabileceği için  $m>n$ 'dir. Denklem sayısı  $m$ , bilinmeyen sayısı  $n$ 'den fazla olduğundan cevap matrisi,  $R=[R_{ij}]_{n,n}$  şeklinde  $n$  boyutlu karesel matris olarak



alınmıştır.  $\gamma$ -ışınlarının, IB fotonlarının gerçek dağılımı  $S$  ve detektörden alınan saymalar  $M$  sütun matrisi olmak üzere,  $M=RS$  şeklinde bir matris denklemi yazabiliriz. Bu denklemden  $S$  değerleri, bilinen yöntemlerden Gold iterasyon yöntemi ve tarafımızdan geliştirdiğimiz bir yöntem ile elde edilmiştir.

### 3.3. Spektrum Soyma Yöntemleri

Spektrumların soyulması işlemi deneysel çalışmalarda çok geniş bir şekilde ele alınmaktadır. Özellikle gamma ışını spektroskopisinde, nötron spektrumlarında, kütle ve beta spektrum çalışmalarında, tesir kesiti ölçümlerinde, yokolma radyasyonunun enerji dağılım probleminde ve mikro-araştırmalarda karşılaşılan bir problemdir (Helene ve ark. 2001). Gamma ışını spektral ölçümlerinde çok fazla ilerleme kaydedilmesine rağmen, basit bir sintilasyon spektrometresi kullanılarak alınan ölçümlerin doğruluğunu gelişmiş veri-işleme yöntemleriyle artırmak mümkün olmaktadır. Özellikle, modern kişisel bilgisayarların kalitesi ve hızı arttıkça gelen gamma ışını spektrumunun, gözlenen gamma ışını spektrumlarından tahmin edilmesi, gerçek verilere yakın ve güvenilir olmaktadır.

Daha öncede belirttiğimiz gibi soyma işlemlerinin temel amacı istatistiksel dalgalanmalar ile etkilenmiş ve detektör sisteminin cevap fonksiyonu ile iç içe girmiş yani bulanık hale gelmiş asıl (intrinsic) spektrumu elde etmektir. Soyma işleminde pek çok problem, orijinal verilerde meydana gelen küçük istatistiksel dalgalanmaların aşırı şekilde, soyulmuş spektruma yansması sonucu ortaya çıkar. Bu yüzden elde edilen spektrumlarda çok aşırı dalgalanmalar, aynı zamanda fiziksel anlam taşımayan sonuçlar elde edilir. Literatürde pek çok soyma tekniği sunulmuştur. İnce matris metodu (Starfelt ve Koch 1956, Fisher ve Engle 1964) çok sık kullanılan fakat cevap matrisinin çok sağlıklı kurulması ile uygulanabilen bir metottur. Stripping Metodu (Radford ve ark. 1987, Trautmann ve ark. 1982, Love ve Nelson 1989, Waddington 1989) Ge detektörlerde daha sık kullanılan bir metottur ve yüksek enerjili kanallardan düşük enerjiye doğru Compton arka alanının ardına çıkarılması ile uygulanır. Giydirme iterasyonu Metodu (Scofield 1960, Mollenauer 1961-1962, O'Connell 1973, Sam ve

ark. 1968) üst üste cevap fonksiyonu giydirilerek en uygun giydirmeye bulunarak sonuca gidilen bir uygulamadır.

Son zamanlarda ortaya çıkan Nöral Network metodu (Kooghi-Fayegh ve ark. 1993), Ayrıca Singular value decomposition(SVD) soyma tekniği (Höcker ve Kartvelishvili 1996, Press ve ark. 1992) pek çok alanda kullanılmaktadır. Sık kullanılmakla birlikte çok fazla iterasyona gerek duyulan Lineer Regülerizasyon (LR) tekniği (Phillips 1962), medikal görüntüleme uygulamalarında düşük sinyal-gürültü oranlı verilerde, özellikle tomografide görüntülerin yeniden elde edilmesin kullanılan ML-EM; Maksimum olabilirlik metodu (Shepp ve Vardi 1982) ve astrofizikte çok sık kullanılan Maksimum entropi metodu (MEM) (Bouchet 1995, Jaynes 1957) spektrum soyma işlemlerinde kullanılan diğer yöntemlerdir.

### 3.3.1. Soyma İşlemi İçin Genel Metot

Enerji spektrumunu çok kanallı analizörle veya ölçülen enerji spektrumunu enerji kutularına ayıran herhangi bir sistem ile analiz edildiğini düşünelim. Soyma işleminin için bilinmeyen  $S(E)$  fonksiyonunu bulmak için Denk. (3.10) ile verilen Fredholm-tipi integralinin çözümlenmesi gerekir. Hiçbir spektrometrenin  $M(E)$  değerini direkt ölçmediğini belirtmek gerekir. Ölçülen,

$$M_j = \int_{E_i}^{E_{i+1}} M(E) dE \quad (3.21)$$

değerleridir. Burada  $E_{i+1}-E_i=\Delta E_i$  spektrometrenin kanallarına karşılık gelen enerji değeridir. Çok kanallı analizör için,  $\Delta E_i$  kanalların genişliğini temsil eder. Bu yüzden, sürekli  $M(E)$  fonksiyonu asla ölçülemez fakat  $M_j$  değerlerinden oluşan histogram şekli elde edilebilir. Eğer detektör cevabı  $\delta$ -fonksiyonu şeklinde ise Denk. (3.10)'in analitik çözümü anında kolayca elde edilir. Yani,  $R(E,E')=\delta(E-E')$  olduğundan,

$$M(E) = \int_0^{\infty} \delta(E-E')S(E')dE' = S(E') \quad (3.22)$$

ifadesi elde edilir. Bu sonuç pratikte karşılaşılan bir durum değildir. Çünkü,  $\delta$ -fonksiyonu şeklinde cevap fonksiyonu olan bir detektör olmadığından daha önce bahsetmiştik, bu sonuç, sadece mükemmel enerji ayırma gücü olan ve böylece soyma işlemine ihtiyaç duyulmayan bir sistemi temsil eder. Genel olarak, detektör cevabı ne kadar  $\delta$ -fonksiyonuna benzerse, ölçülmüş spektrumda bir o kadar kaynak spektrumuna benzemektedir.

En genel soyma metodu, için Şekil 3.12 ile verilen formda herbir kanaldaki sayımlar için Denk. (3.12) ile verilen lineer denklemler integral formda ifade edilirse,

$$M(E) = \sum_j^m \int_{E_i}^{E_{i+1}} R(E, E') S(E') dE' \quad (3.23)$$

ifadesi elde edilir. Burada integral enerji aralıkları  $\Delta E_j = E_{j+1} - E_j$  olacak şekilde  $m$  toplam enerji aralığı üzerinden toplam alınarak,  $E'$  üzerinden integrali alınmıştır. Sonraki işlemde, Denk (3.23)'ün  $E$  enerjisi üzerinden integrali alınarak,

$$M_j = \int_{E_j}^{E_{j+1}} dE M(E) = \sum_j^m \int_{E_j}^{E_{j+1}} dE \int_{E_i}^{E_{i+1}} R(E, E') S(E') dE' \quad (3.24)$$

ifadesi elde edilir. Denk. (3.24) hala tam olarak açılmamıştır. Daha ileriye götürmek için,  $S(E)$  kaynak spektrumu için, yaklaşık çözümlere ihtiyaç vardır. Çok sık kullanılan bazı yaklaşık çözüm yöntemleri aşağıdaki bölümlerde verilmiştir.

### 3.3.2. Tsoulfanidis İterasyon Metodu

Bu metot yavaşça değişen fonksiyonlar için kullanışlıdır ve beta spektrumunun soyulması işleminde başarıyla kullanılmıştır (Tsoulfanidis ve ark. 1969).

Kaynak spektrumu  $S(E)$  bir yaklaşıklıkla  $\Delta E_j$  aralıklarına bölünerek

$$S(E') = \frac{S_j}{\Delta E_j} \quad (3.25)$$

ifadesi elde edilir. Bu eşitlik kullanılarak,

$$R_{ij} = \frac{1}{\Delta E_j} \int_{E_i} dE \int_{E_j} dE' R(E, E') \quad (3.26)$$

tanımlaması yapılabilir. Böylece Denk.3.26

$$M_i = \sum_j R_{ij} S_j \quad i, j = NR \quad (3.27)$$

formunu alır. Bu denklem matris formunda Denk.3.12'de  $M=R \cdot S$  şeklinde verilmişti. Bu Denklemin doğrudan çözümü,  $S=R^{-1}M$  biçiminde idi. Burada tartışılan iterasyon metodu Denk. (3.27) ile başlamaktadır. Ölçülen spektrum iterasyon işlemi için ilk tahmin olarak kullanılmaktadır. Yani,

$$S_j^{(1)} = M_j \quad j = 1, m \quad (3.28)$$

ifadesi elde edilir. Bu kaynak spektrumu Denk. (3.27)' de yerine konulursa,

$$M_i^{(1)} = \sum_j R_{ij} S_j^{(1)} \quad i, j = m \quad (3.29)$$

elde edilir.  $S_j^{(1)}$  yaklaşımının hatası

$$S_j - S_j^{(1)} = M_j - M_j^{(1)} \quad j = 1, m \quad (3.30)$$

olarak bulunur. İkinci iterasyon için yeni tahmin,

$$S_j^{(2)} = S_j^{(1)} + [M_j - M_j^{(1)}] \quad j = 1, m \quad (3.31)$$

ile bulunur. Bu ifade 3.27'de yerine yazılırsa

$$M_i^{(2)} = \sum_j R_{ij} S_j^{(2)} \quad i, j = m \quad (3.32)$$

elde edilir. iterasyon bu şekilde devam eder.  $n$ -inci iterasyon için

$$S_j^{(n)} = S_j^{(n-1)} + [M_j - M_j^{(n-1)}] \quad j = 1, m \quad (3.33)$$

genel ifadesi elde edilir. çözüme  $[M_j - M_j^{(n)}]$  farkı kabul edilebilir düzeyde küçük olduğunda ulaşılır.

### 3.3.3 En Küçük Kareler ile Soyma İşlemi

Kaynak spektrumu için, nötronlarla birlikte kullanılan farklı bir yaklaşım,  $S(E)$ 'nin  $m$  sayıda kesikli bileşenlerin toplamı şeklinde ifadesi ile elde edilir, ve

$$S(E) = \sum_{j=1}^m X_j \delta(E - E_j) \quad (3.34)$$

şeklinde gösterilir. Bu eşitlik kullanılarak

$$A_{ij} = \frac{1}{E_i - E_{i-1}} \int_{E_{i-1}}^{E_i} R(E, E_j) dE \quad (3.35)$$

ifadesi tanımlanabilir. Denk. (3.27),

$$M_i = \sum A_{ij} X_j \quad \begin{cases} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, m \end{cases} \quad (3.36)$$

formuna dönüşür. Bu ifadeyi matris formunda,

$$M = AX \quad (3.37)$$

ifadesi ile yazabiliriz. Eğer  $m=n$  ise Denk. (3.37)'ün doğrudan çözümü tersine çözümdür ve,

$$X = A^{-1}M \quad (3.38)$$

İfadesi elde edilir. Matris tersi çözümündeki zorluklardan dolayı, en küçük kareler çözümü  $m > n$  durumuyla birlikte denenebilir. Eğer  $m > n$  ise denklem sistemini çözen tek bir çözüm yoktur birden fazla çözüm sistemi bulunabilir. Bu çözümlerden en uygun olanı çözüm olarak elde edilebilir. En küçük kareler soyma işlemi Denk. (3.36) ile başlamaktadır ve,

$$Q = \sum_{i=1}^m w_i \left( M_i - \sum_{j=1}^n A_{ij} X_j \right)^2 \quad (3.39)$$

şeklinde büyüklük minimize edilir. Buradaki  $w_i$  ağırlık çarpanları genellikle  $M_i$  değişkenin tersi olarak alınır. Minimize işlemi,

$$\frac{\partial Q}{\partial X_k} = 0 \quad k = 1, \dots, n \quad (3.40)$$

ile elde edilir. Bu da,

$$\sum_{i=1}^m w_i A_{ik} \left( M_i - \sum_{j=1}^n A_{ij} X_j \right) = 0 \quad k = 1, \dots, n \quad (3.41)$$

sonucunu verir. Bu denklem  $X_j$ 'ler ( $j=1, \dots, m$ ) için çözümlenebilir. Denk. (3.41)'in matris formu,

$$X=(A^TWA)^{-1}A^TWM \quad (3.42)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $A^T$ ,  $A$ 'nın transpozudur (Burrus ve Verbinski 1969, Kendrick ve Sperling 1970).

### 3.3.4. Uç Enerjiden Geriye Doğru Soyma İşlemi

IB sürekli spektrumunu oluşturan fotonların alabileceği enerjiyi belirlemek için,  $E$  enerji aralığı,  $n$ -tane alt enerji aralığına (kanala) bölünmüştür. Her enerji aralığının orta noktasına karşılık gelen enerji değerleri,  $E_j$  ( $j=1,2,3, \dots, n$ ) için cevap fonksiyonları, fit edilen  $P/T$  oran fonksiyonu ve basit bir örnekleme yapılarak elde edilmiştir (Almaz ve Cengiz, 2002). Nokta kaynaktan  $E_j$  enerjisi ile yayınlanan  $N_y=10^7$  tane foton için, tüm enerji pik verim fonksiyonu kullanılarak detektörde fotopik altında sayılan foton sayısı ve  $P/T$  fonksiyonu kullanılarak da Compton düzlüğünde sayılan foton sayısı tespit edilmiştir.

Compton düzlüğündeki fotonlar 0 ile Compton sınırı,  $E_C$  arasındaki enerji bölgesine eşit olarak paylaştırılmıştır. Herbir enerji aralığına düşen foton, Monte Carlo Yöntemi kullanılarak standart sapması  $\sigma_j$  olan gaussiyen fonksiyona dağıtılmıştır (Almaz ve Cengiz, 2002). Burada standart sapma, ayırma gücü fonksiyonu kullanılarak,  $\sigma_j = E_j \text{ Re } s / 235.482$  ifadesinden hesaplanmıştır.

Cevap fonksiyonunun fotopik bölgesi de,  $n$ . enerji aralığına düşen fotonlar Gaussiyen fonksiyona dağıtılarak oluşturulmuştur. Herbir enerji aralığına düşen foton sayısı  $N_y$  değerine bölünerek cevap fonksiyonu 1'e normalize edilmiştir. Böylece cevap matrisi  $R=[R_{ij}]_{m,n}$  oluşturulmuştur. Burada  $R_{ij}$ ,  $E_j$  enerjisi ile detektöre giren  $\gamma$ -ışınının  $i$ -inci kanalda sayılma olasılığıdır.  $n$ . kanalda sayılması gereken  $E_n$  enerjisinin, detektör

ayırma gücünden dolayı  $n$ 'den daha büyük kanallarda da sayılabileceği için  $m > n$ 'dir. Denklem sayısı  $m$ , bilinmeyen sayısı  $n$  den fazla olduğundan cevap matrisi,  $R=[R_{ij}]_{n,n}$  şeklinde  $n$  boyutlu karesel matris olarak alınmıştır.  $\gamma$ -ışınlarının, IB fotonlarının gerçek dağılımı  $S$  ve detektörden alınan sayımlar  $M$  sütun matrisi olmak üzere,  $M=RS$  şeklinde bir matris denklemi yazabiliriz. Bu denklemden  $S$  değerlerini çözmek için, bilinen yöntemlerden Gold iterasyon yöntemi ile birlikte, tarafımızdan bir yöntem geliştirilmiştir.

Şekil 3.1'de verilen deney düzeneği kullanılarak,  $\beta^-$  kaynağından yayınlanan sürekli enerjiye sahip fotonların enerji spektrumu elde edilmiş ve bu spektrum Şekil 3.5'te verilmiştir. Verilen bu spektrumun herbir noktasına karşılık gelen cevap fonksiyonları,  $\epsilon_{PT}$  oran fonksiyonu ve basit bir örnekleme yapılarak daha önce elde edilmişti. Spektrumun son ( $n$ ) noktasındaki enerji değerine karşılık gelen cevap fonksiyonu bir katsayı ile çarpılarak Şekil 3.5'deki spektrumdan çıkarılmıştır. Seçilen katsayı uygun olmadığı zaman, çıkarma işlemi sonucunda elde edilen spektrumun son noktaları, pozitif/negatif değerler alır, bu noktalar sıfır veya sıfıra çok yakın değerler oluncaya kadar yapılan onlarca deneme sonunda en uygun katsayı belirlenmiştir. Cevap fonksiyonu 1'e normalize olduğundan bu katsayı ilgili enerji değerinde ortamı geçen foton sayısını verir. Daha sonra  $n, n-1, n-2, \dots, n-44, n-45$  noktalara ait cevap fonksiyonları için de benzer işlemler yapılarak kaynaktan yayınlanan **IB** foton sayıları elde edilmiştir. Böylece spektrumun sonundan itibaren tek tek en uygun cevap fonksiyonları çıkarılarak, **IB** fotonlarının enerji dağılımı elde edilmiştir.

### 3.3.5. Gold İterasyon Yöntemi

Soyma işlemi için ilk lineer iterasyon tekniği 1931 yılında yapılan bir çalışmada yayımlandı (Van Cittert 1931). Buna göre, pikin daraltılması işlemi ilk olarak pikin genişletilmesi ile başlar bu genişletme işlemi detektör cevap fonksiyonun giydirilmesi ile olur. Bu yöntem sonuca çok hızlı yakınsar fakat, soyma işlemi gerçekleştirilen kanallardaki değerler pozitif kalmazlar, pikin sağında ve solunda negatif bölgeler oluşur. Bu negatif değerlerden kurtulmak için Jansson (1984) Van-Cittert algoritmasını



yeniden ele alarak düzenledi ve relaksasyon fonksiyonu tanımlayarak negatif çizgilerden kurtuldu. Bu düzenlemenin dezavantajı çok fazla iterasyona gerek duyulması idi. 1963'te ilk smoothing iterasyon metodu (Morrison 1963), 1964'te de ilk lineer olmayan iterasyon metodu uygulandı (Gold 1964). Gold metodunda gözlenen spektrum iteratif soyma işlemi için başlangıç spektrumu olarak kullanılır. Bu metod kullanıldığında çözüm mutlaka pozitif tanımlı olur. Pek çok soyma programında cevap matrisi kurulurken durum underdetermine durumundadır. Yani soyma işleminin ill-posed (pozlaşmama) doğasından dolayı sistem tek bir çözüme sahip değildir. Bu yüzden herhangi bir sınırlama bulunmadığında herhangi mümkün bir çözüm verileri sağlayabilir. Bu durumda çözüme genelde en uygun tahmini başlangıç değerlere sahip olan *priori* bilgi yardımıyla başlanır. Bu tahmin çok iyi olmadığında sonuç spektrum bundan çok fazla etkilenmektedir. Gold metodunda bu şekilde bir tahmini başlangıç bilgisine gerek yoktur (A. Seghour ve F.Z.Seghour 2000).

Gamma ışını spektroskopisinde ölçülmüş değerler, gerçek spektrum ve cevap fonksiyonu arasındaki ilişki kesikli enerji durumunda Denk. (3.12)'de  $M=RS$  şeklinde idi. Spektrumun iterative soyulması işleminde; Denk. (3.12) eşitliğinin her iki tarafı  $R$ 'nin transpose matrisi,  $R^T$  ile çarpılır.  $R$  matrisi  $n \times m$  boyutludur,  $M$  vektörü  $m$  uzunluğa sahiptir,  $S$  vektörü ise  $n$  uzunluğa sahiptir.  $m \geq n$  olduğu durumda (overdetermined sistem), sınırlı olmayan en küçük kareler tahmini ile  $S$  vektörünün tahmini,

$$S = (R^T R)^{-1} R^T M \quad (3.43)$$

biçimindedir. Burada  $A=R^T R$  Toeplitz matristir (Morhaç 2006). Bu algoritma giydirilmiş spektruma çözüm olarak uyguladığında, küçük hatalar veya gürültüler sonuçta aşırı büyüklükte dalgalanmalar oluşturmaktadır. Denk. (3.43) lineer eşitliğinin regülarizasyon yapılarak elde edilecek yaklaşık sonuç,

$$S = (R^T R + \alpha Q^T Q)^{-1} R^T M \quad (3.44)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $\alpha$  ve  $Q$ , sırasıyla regülarizasyon parametresi ve matristir.  $Q=E$  (birim matris) olduğunda sıfıncı yaklaşım veya Tikhonov regülarizasyon olarak adlandırılır (Tikhonov ve ark. 1995).

Denk. 3.12'yi çözmek için, Van-Cittert algoritmasının en temel formu,

$$S^{k+1} = S^k + \mu(Z - AS^k) \quad (3.45)$$

olarak verilir. Burada  $Z=R^T M$  dir,  $k$  iterasyon sayısı ve  $\mu$  ise relaksasyon çarpanıdır.  $\mu$  çarpanı ayrıca  $0 < \mu < 2/\lambda_{\max}$  şartını sağlamalıdır. Burada  $\lambda_{\max}$ ,  $A$  matrisinin en büyük özdeğeridir. Bu değer

$$\lambda_i \leq \sum_{l=0}^{L-1} |A_{il}|, \quad i = 0, 1, \dots, L-1. \quad (3.46)$$

durumundan tahmin edilir.

Gold Algoritması Van-Cittert algoritmasının özel bir halidir. Denk. (3.45) eşitliğindeki  $\mu$  relaksasyon (durulma) çarpanını Değişken yerel durulma çarpanı,

$$\mu_i = \frac{S_i}{\sum_{l=1}^{NS} A_{il} S_l^{(k)}} \quad (3.47)$$

şeklinde tanımlanıp Denk. (3.45)'de yerine yazılırsa,

$$S_i^{(k+1)} = S_i^{(k)} + \frac{S_i^{(k)}}{\sum_{l=1}^{NS} A_{il} S_l^{(k)}} \left[ Z_i - \sum_{l=1}^{NS} A_{il} S_l^{(k)} \right] \quad (3.48)$$

ifadesi elde edilir. İfadeyi kısaltarak,

$$S_i^{(k+1)} = \frac{Z_i}{\sum_{l=1}^{NS} A_{il} S_l^{(k)}} S_i^{(k)} \quad (3.49)$$

ifadesi şeklinde sadeleştirebiliriz. Burada  $i=1, 2, \dots, m$  ve  $k=0, 1, 2, \dots, Y$  dir.  $Y$  istenen iterasyon sayısıdır. Bir sonraki aşamada,

$$g = AS^{(k)} \quad (3.50)$$

olarak tanımlanırsa, Denk. (3.49),

$$S_i^{(k+1)} = \frac{Z_i S_i^{(k)}}{g_i} \quad i \in \langle 1, N \rangle \quad (3.51)$$

şeklinde yazılabilir. Algoritmanın orijinal formu başlangıç çözümü,

$$x^{(0)} = [1, 1, 1, \dots, 1]^T \quad (3.52)$$

ile başlar. Algoritma pozitif tanımlıdır. Eğer Denk.(3.49)'da tüm değerler pozitif tanımlı ise çözüm her zaman pozitifdir.

### 3.3.6. Swarup tarafından uygulanan Gold İterasyon Yöntemi

Bu yöntem Swarup (1979) ile aynı şekilde uygulanmıştır. Yöntem özetle; bir  $D$  diyagonal matris,

$$d_{ii}^{(m+1)} = \frac{S_i^{(m)}}{M_i^{(m)}} \quad (3.53)$$

formuyla oluşturulur. Burada  $D \neq R$  dir. Bu matris eşitliğiyle istenilen foton şiddet dağılımı elde edilir.

İterasyona başlamak için ilk olarak,  $M_i$  deneysel veriler foton şiddet dağılımı olarak kabul edilir ve  $S_i^{(0)}$  değerleri olarak atanır.  $S_i^{(0)}$  vektörüne,  $R$  cevap matrisi uygulanarak  $M_i^{(0)}=RS_i^{(0)}$ , dan  $M_i^{(0)}$  vektörünün elemanları elde edilir. Bu sıfır derece yaklaşım olarak adlandırılır.

$$d_{ii}^{(1)} = \frac{S_i^{(0)}}{M_i^{(0)}} \quad (3.54)$$

eşitliğiyle diyagonal matrisin birinci yaklaşımı için  $D$  matrisi elde edilir. Diyagonal matris  $M$  deneysel saymalardan oluşan vektöre uygulandığında,  $S_i^{(l)}=DM$  den  $S_i^{(l)}$  foton şiddet dağılımının birinci-derece yaklaşıklık elde edilir. Tüm bu döngü bir sonraki yaklaşıklık için takip edilir.

### 3.3.7. Giydirme İterasyon Yöntemi

Giydirme iterasyon Yöntemi her ne kadar spektrum saymaları güçlü bir şekilde kanallar arasında dalgalanma gösterse de güvenli bir yöntemdir (Guttormsen ve ark. 1996). Giydirme tekniğinin bir avantajı, giydirme işleminin kolay ve basit bir işlem olmasıdır.  $R_{ij}$   $j$ . kanala karşılık gelen enerji ile detektöre giren gamma ışınlarının,  $i$ . kanalda sayılanların sayısı ise, herbir  $j$ . cevap fonksiyonu,

$$\sum_i R_{ij} = 1 \quad (3.55)$$

olacak şekilde 1'e normalize edilir. Giydirme işlemi, Denk. 3.12'de olduğu gibi

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix} \Rightarrow M = RS$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $M$  ve  $S$  sırasıyla giydirilmiş ve soyulmuş spektrumlardır.  $S$  spektrumu ardı ardına denemelerle elde edilip, tamamen giydirilmiş haliyle gözlenen  $r_g$  spektrumuyla karşılaştırılabilir. Giydirme iterasyon yöntemi dört adımda gerçekleştirilebilir.

1. ilk deneme fonksiyonunu, soyulmuş spektrum, gözlenen spektruma eşitlenerek elde edilir:

$$S^0 = r_g \quad (3.56)$$

2. Birinci giydirilmiş spektrum şimdi,

$$M^0 = R X^0 \quad (3.57)$$

eşitliğinden hesaplanabilir.

3. Bir sonraki deneme fonksiyonu fark spektrumunun orijinal deneme fonksiyonuna eklenmesiyle elde edilir:

$$S^1 = S^0 + (r_g - M^0) \quad (3.58)$$

$$M^1 = R S^1 \quad (3.59)$$

4. Aynı şekilde tekrar ile bir sonraki deneme fonksiyonu

$$S^2 = S^1 + (r_g - M^1) \quad (3.60)$$

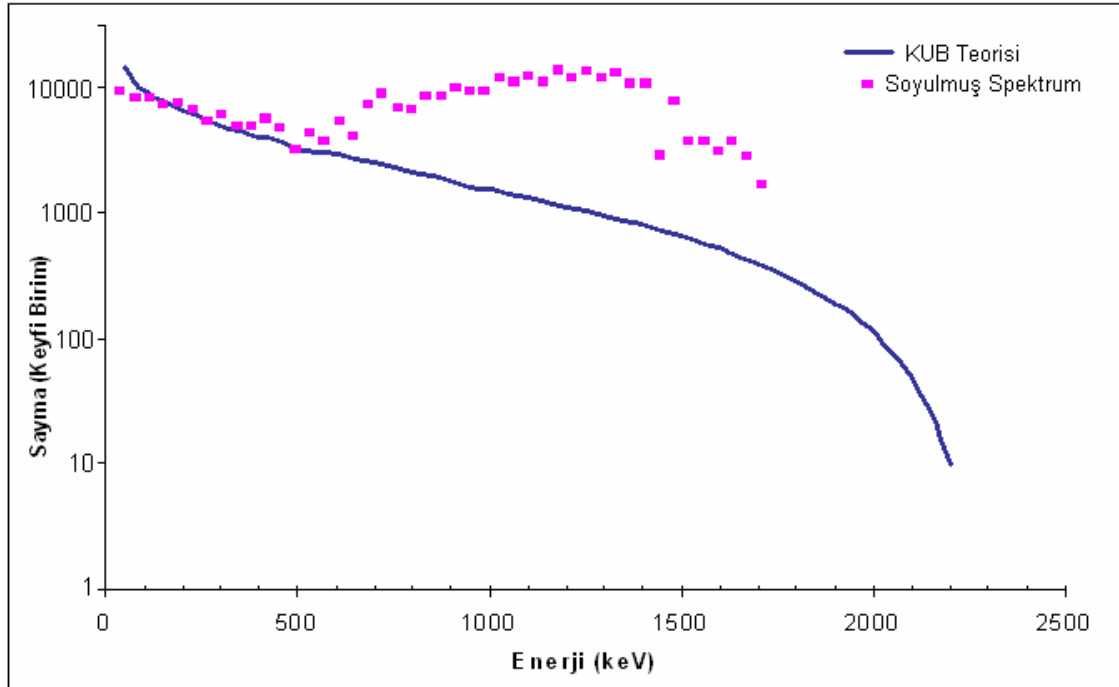
olarak elde edilir. Bu işleme  $M^i \sim r_g$  oluncaya kadar devam edilir (Guttormsen ve ark.1996).

#### 4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI ve TARTIŞMA

##### 4.1. 2x2" NaI(Tl) Detektörde Sayılan $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$ İzotopundan Yayınlanan IB Spektrumu

$^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  nokta kaynağının kılıfı, beta parçacıklarının detektöre girmesini engellediği için **EB** katkıları ihmal edilmiştir.

2x2" NaI(Tl) detektörü kullanılarak yapılan deneyde elde edilen spektrum tarafımızdan verilen Uç Enerjiden Geriye Doğru Soyma İşlemi olarak adlandırdığımız yöntemle ve literatürden seçilen uygun yöntemlerle detektör cevap spektrumundan soyularak gerçek **IB** spektrumu elde edilmeye çalışılmıştır. Şekil 4.1'de  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  kaynağından  $\beta^-$  ve nötrino ile birlikte yayınlanan, sürekli enerji spektrumuna sahip **IB** fotonları için elde edilen soyulmuş spektrum verilmiştir. Elde edilen bu spektrum KUB teorisi (Cengiz ve Almaz 2004) ile karşılaştırılmıştır.



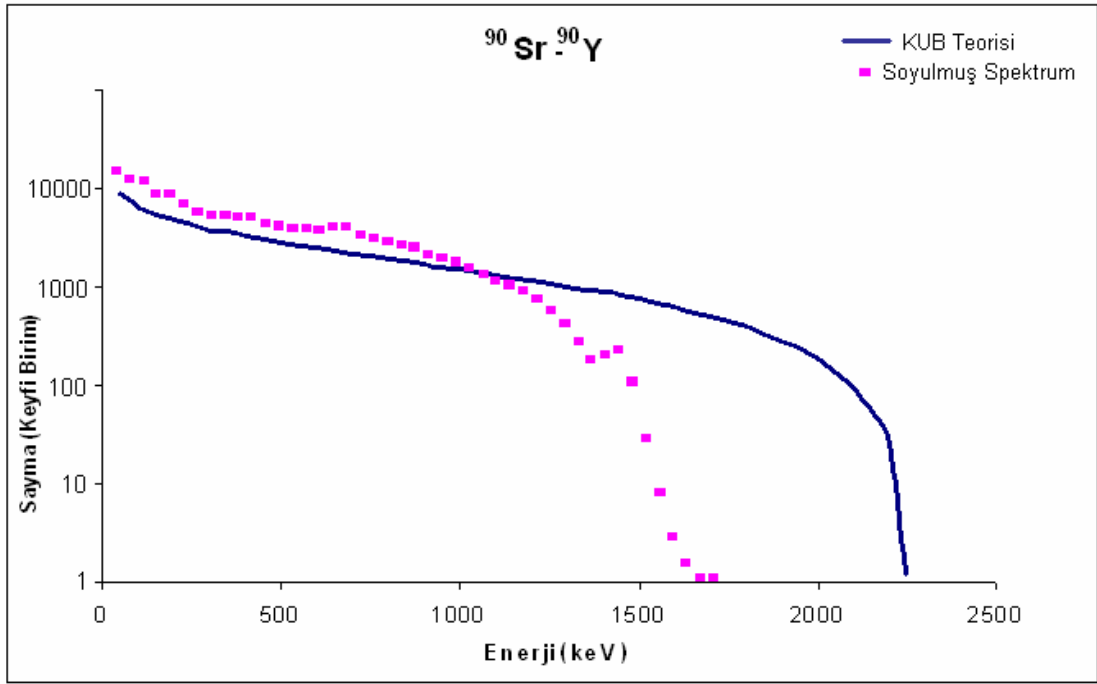
Şekil 4.1.  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  kaynağının uç enerjiden geriye doğru soyma yöntemi ve KUB teorisi ile elde edilmiş IB spektrumları.

Şekil 4.1'den görüldüğü gibi yaklaşık  $600 \text{ keV}$ 'e kadar olan enerji bölgesinde teori ile soyulmuş deneysel **IB** spektrumu arasında iyi bir uyuma gözlenmektedir. Bu enerjiden sonra deneysel soyulmuş spektrumda teorik spektrumdan farklı olarak deneyde ölçülebilen  $1710 \text{ keV}$  sınır enerjisine kadar artış gözlenmektedir. Bu sonuçlar, Avignone ve Barker (1982) tarafından  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  için verilen **IB** spektrumu sonuçları ile örtüşmektedir. **IB** fotonları, beta parçalanması sonrası ortaya çıkan enerjinin tümünü alma olasılığı olmasına rağmen bu olasılık çok düşük olduğundan **IB** spektrumunu son nokta enerjiye kadar gözlemek teorik olarak mümkün olsa bile deneysel olarak zordur.

Literatürde, özellikle yasak enerjili beta yayınlayıcılarından elde edilen **IB** spektrumlarında teori ile deney arasında büyük farklılıklar gözlenmiştir. Bu özelliğe sahip bazı ilginç beta bozunumları sırayla,  $^{195}\text{W}$  (Babu ve ark. 1976, Narayana ve ark. 1976),  $^{169}\text{Er}$  (Babu ve ark. 1976),  $^{90}\text{Y}$  (Narayana ve ark. 1977),  $^{91}\text{Y}$  (Narayana ve ark. 1977),  $^{143}\text{Pr}$  (Venkataramaiah ve Sanjeevaiah 1977),  $^{36}\text{Cl}$  (Babu ve ark. 1976),  $^{137}\text{Cs}$  (Venkataramaiah ve Sanjeevaiah 1977) ve  $^{141}\text{Ce}$  (Gundu Rao ve Sanjeeviah 1982) şeklinde verilmiştir. **IB** çalışmalarında spektrum soyuma işlemi genellikle Liden ve Starfelt (1953, 1955) in spektral düzeltme tekniği ile yapıyordu. Bu çalışmada tarafımızdan geliştirilen soyuma tekniği ile beraber yüksek bilgisayar hızı ve hafızası gerektiren soyuma yöntemleri de kullanılmıştır.

Spektrum soyulması işleminde detektör cevap fonksiyonu ile birlikte istatistik sapmalar sonuç spektrumu aşırı şekilde etkilemektedir. Soyulmuş spektrumdaki yukarı doğru eğilimin en önemli sebebinin istatistiksel dalgalanmalar olduğu düşünülmektedir. Ayrıca KUB teorisinde eksik olan Coulomb perdeleme etkisi ve detour katkıları **IB** spektrumunu etkilemektedir. Bundan dolayı deneysel ve teorik sonuçlar arasında özellikle yüksek enerji bölgesinde uyumsuzluk görülmektedir.

Şekil 4.2'de  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  beta kaynağından yayınlanan deneysel **IB** spektrumunun Gold iterasyon tekniğiyle soyulması sonucu elde edilen deneysel değerler KUB teorisi (Cengiz ve Almaz 2004) ile karşılaştırılmıştır.

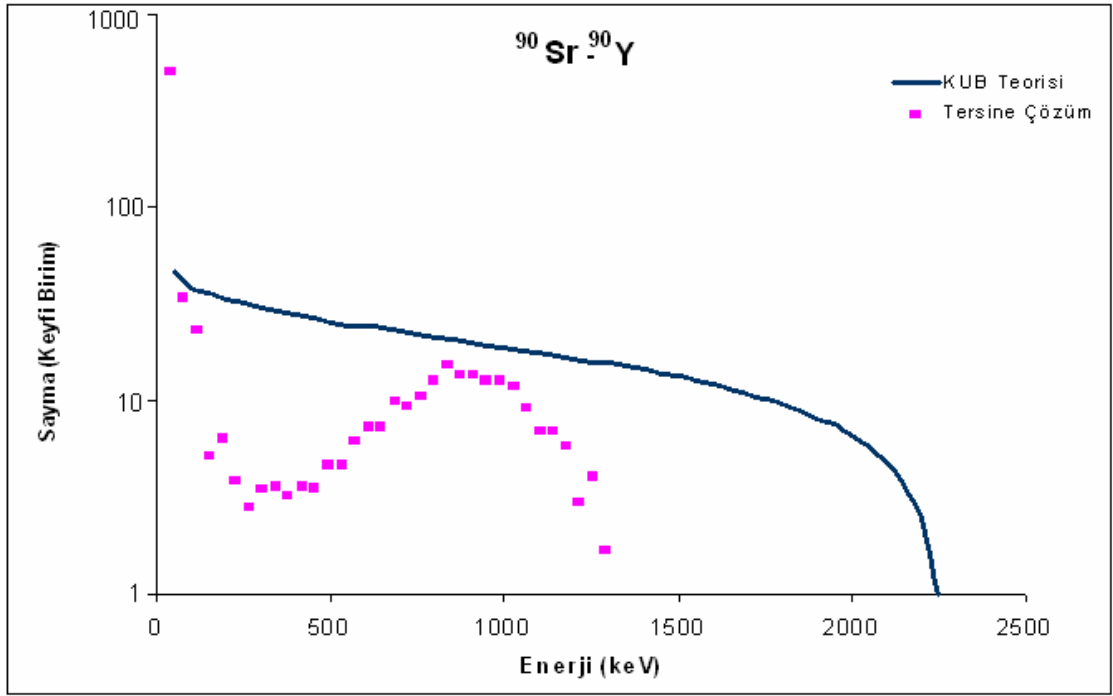


Şekil 4.2.  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  kaynağının Gold iterasyon yöntemi ile ve KUB teorisi ile elde edilmiş IB spektrumları.

Şekil 4.2’de teorik ve deneysel **IB** spektrumu arasında 1100  $keV$ ’e kadar olan enerji bölgesinde iyi bir uyuşma gözlenmektedir. Bu enerjiden sonra sapmalar başlamaktadır. Buradaki farklılığın, cevap matrisindeki küçük istatistik sapmaların yüksek enerji bölgesinde sonuca çok büyük yansımından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Şekil 4.3’te Denk. (3.3) ile verilen detektör cevap matrisinin direkt tersinin alınması ile elde edilen soyulmuş spektrumun KUB teorisi (Cengiz ve Almaz 2004) ile birlikte verilmektedir. 1400  $keV$ ’den sonra bazı değerler negatif hale geldiğinden grafikte verilmemiştir. Cevap matrisindeki küçük istatistik sapmaların yüksek enerji bölgesinde sonuca çok büyük yansımından dolayı tersine matris çözümünde çok büyük dalgalanmalar görülmektedir.





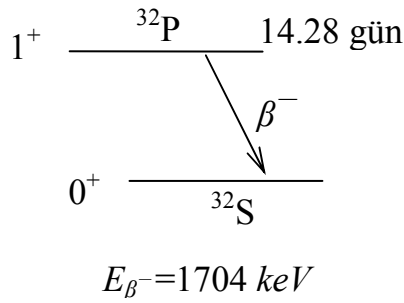
Şekil 4.3.  $^{90}\text{Sr}$ - $^{90}\text{Y}$  kaynağının doğrudan detektör cevap matrisinin tersinin alınması ile elde edilen IB spektrumunun KUB teorisi ile karşılaştırılması.

Şekil 4.3'te görüldüğü tersine çözüm yöntemi ile **IB** spektrumunu elde edilmesi oldukça zordur. Literatürde öngörüldüğü gibi (Cowan 1998), belli bir enerjiden sonra negatif değerler elde edilmiştir. Detektör cevap matrisi yüksek boyutlu olduğundan ve **IB** foton enerjisi belli enerji aralıklarına (kanallara) bölündüğünden komşu kanallar arasında olan istatistik dalgalanmalar nedeniyle tersine çözümden fiziksel anlamı olmayan negatif sonuçlar bulunmaktadır. Kurduğunuz cevap matrisi ne kadar iyi olursa olsun kanallar arasındaki çok küçük bir dalgalanma bile sonuçta elde ettiğiniz soyulmuş spektruma büyük bir şekilde yansımaktadır.

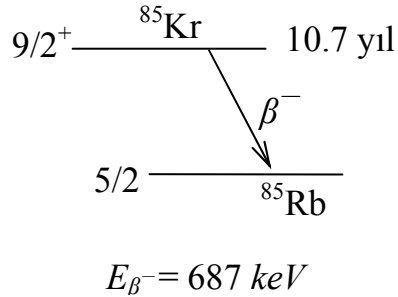
#### 4.2. 3x3" NaI(Tl) Detektörü ile $^{32}\text{P}$ , $^{85}\text{Kr}$ ve $^{143}\text{Pr}$ Beta Kaynaklarının IB Spektrumları

$^{32}\text{P}$ ,  $^{85}\text{Kr}$  ve  $^{143}\text{Pr}$  beta kaynaklarından yayınlanan bremsstrahlung cevap fonksiyonları literatürden (Heath 1964) alınmıştır. 3x3" NaI(Tl) detektörü için verilen Heath raporuna göre; nokta kaynak detektörün giriş penceresinden 10 cm uzağa yerleştirilmiş ve  $^{32}\text{P}$   $^{143}\text{Pr}$  için  $1.18 \text{ g/cm}^2$  Berilyum  $^{85}\text{Kr}$  için  $300 \text{ mg/cm}^2$  polietilen soğurucu beta parçacıklarının detektöre girmesini engellemek için kullanılmıştır. Bu deneysel düzeneğe göre **EB** katkıları minimize edilmiştir.

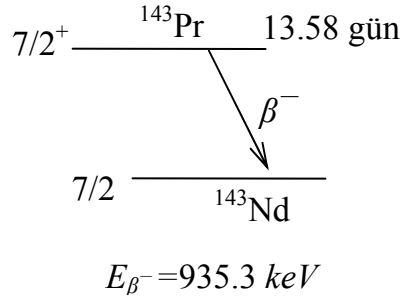
Bremsstrahlung spektrumu kullanılan bu kaynaklara ait parçalanma şemaları Şekil 4.4-6'da verilmiştir.



Şekil 4.4.  $^{32}\text{P}$  radyoizotopunun parçalanma şeması



Şekil 4.5.  $^{85}\text{Kr}$  radyoizotopunun parçalanma şeması

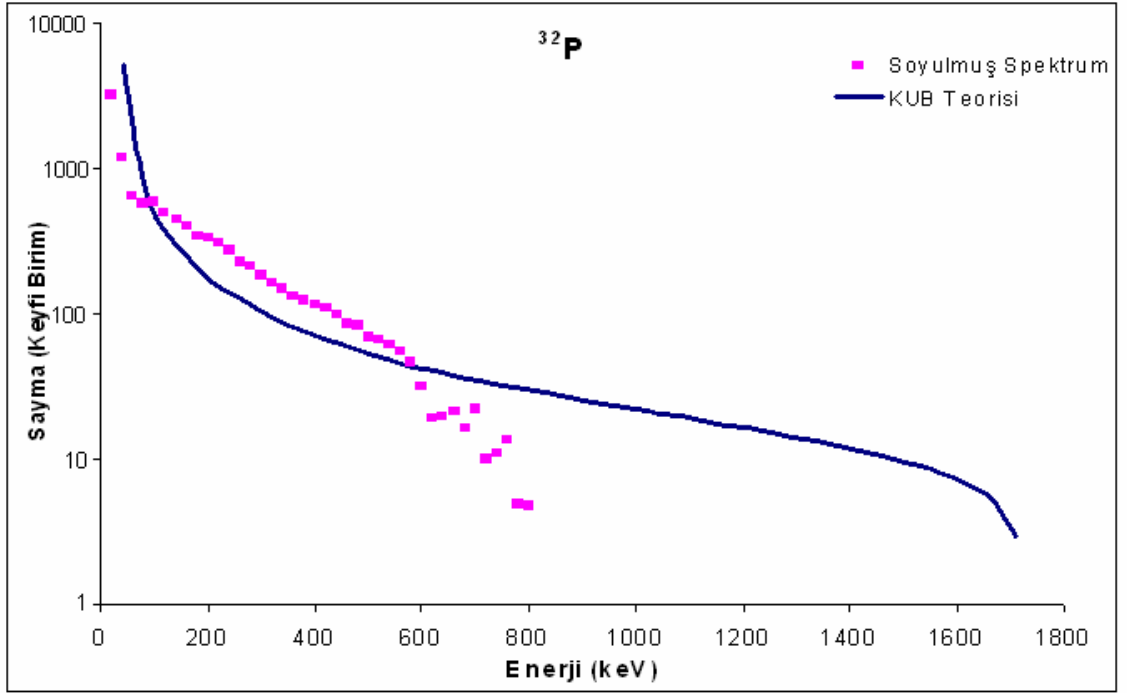


Şekil 4.6.  $^{143}\text{Pr}$  radyoizotopunun parçalanma şeması

$^{32}\text{P}$  izotopu izinli geçişe sahip beta parçalanması yapar. Bu izotop 14.28 gün yarı ömre ve  $1710 \text{ keV}$  son nokta enerjisine sahiptir.  $^{85}\text{Kr}$  izotopu birinci yasaklı beta yayınlayıcısıdır. 10.7 yıl yarı ömre sahip olup son nokta enerjisi  $687 \text{ keV}$ 'dir.  $^{143}\text{Pr}$  izotopu birinci yasaklı beta yayınlayıcısıdır. 13.58 gün yarı ömre sahiptir ve son nokta enerjisi  $935.3 \text{ keV}$ 'dir. Bu izotoplara ait **IB** spektrumları Swarup iterasyon yöntemi, Gold iterasyon yöntemi ve giydirme iterasyon yöntemi ile elde edilmiş ve elde edilen sonuçlar KUB teorisi (Cengiz ve Almaz 2004) ile karşılaştırılmıştır.

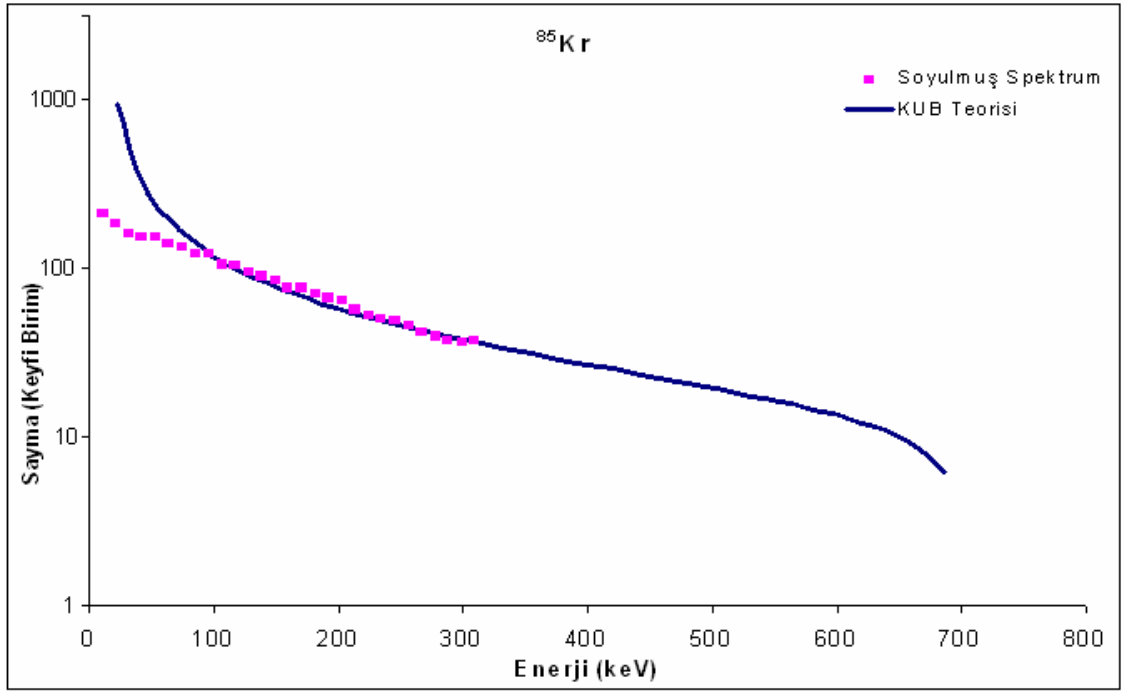
#### 4.2.1. Swarup Gold İterasyon Yöntemi ile Elde Edilen **IB**

Swarup (1979) tarafından sunulan Gold iterasyon yöntemi kullanılarak elde edilen  $^{32}\text{P}$   $^{85}\text{Kr}$  ve  $^{143}\text{Pr}$  izotoplarından yayınlanan beta parçacıklarının **IB** spektrumları Şekil 4.7-9'da verilmiştir.



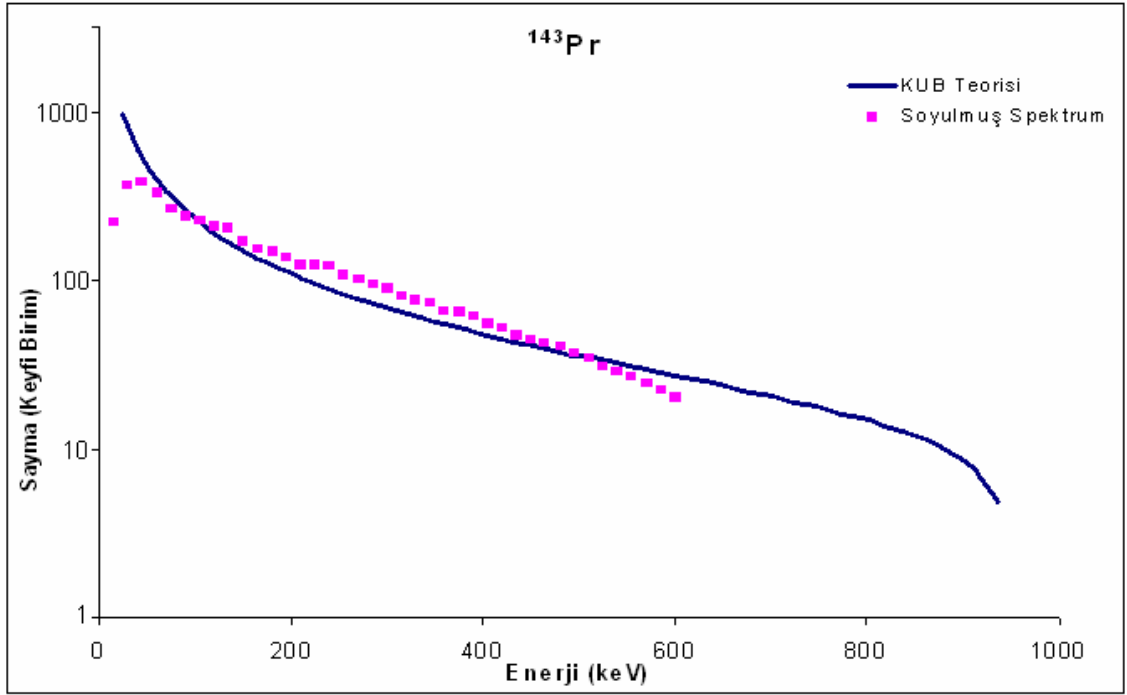
Şekil 4.7.  $^{32}\text{P}$  kaynağının Swarup tarafından kullanılan Gold iterasyon tekniği ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.

$^{32}\text{P}$  izotopunun deneysel cevap fonksiyonu literatürde 800 keV'e kadar verildiğinden **IB** spektrumu bu enerjiye kadar elde edilebilmiştir. Deneysel **IB** spektrumu, KUB teorisi (Cengiz ve Almaz 2004) ile 600 keV'e kadar uyşmaktadır. Bu enerjiden sonra yukarıda belirtilen nedenlerden dolayı sapmalar gözlenmiştir.



Şekil 4.8.  $^{85}\text{Kr}$  kaynağının Swarup tarafından kullanılan Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.

$^{85}\text{Kr}$  izotopunun deneysel cevap fonksiyonu literatürde 310 keV'e kadar verildiğinden **IB** spektrumu bu enerjiye kadar elde edilebilmiştir. Deneysel **IB** spektrumu, KUB teorisi (Cengiz ve Almaz 2004) ile 100-310 keV enerji aralığında uyumaktadır. 0-100 keV enerji aralığında teori ile deney arasında uyumsuzluk gözlenmiştir.

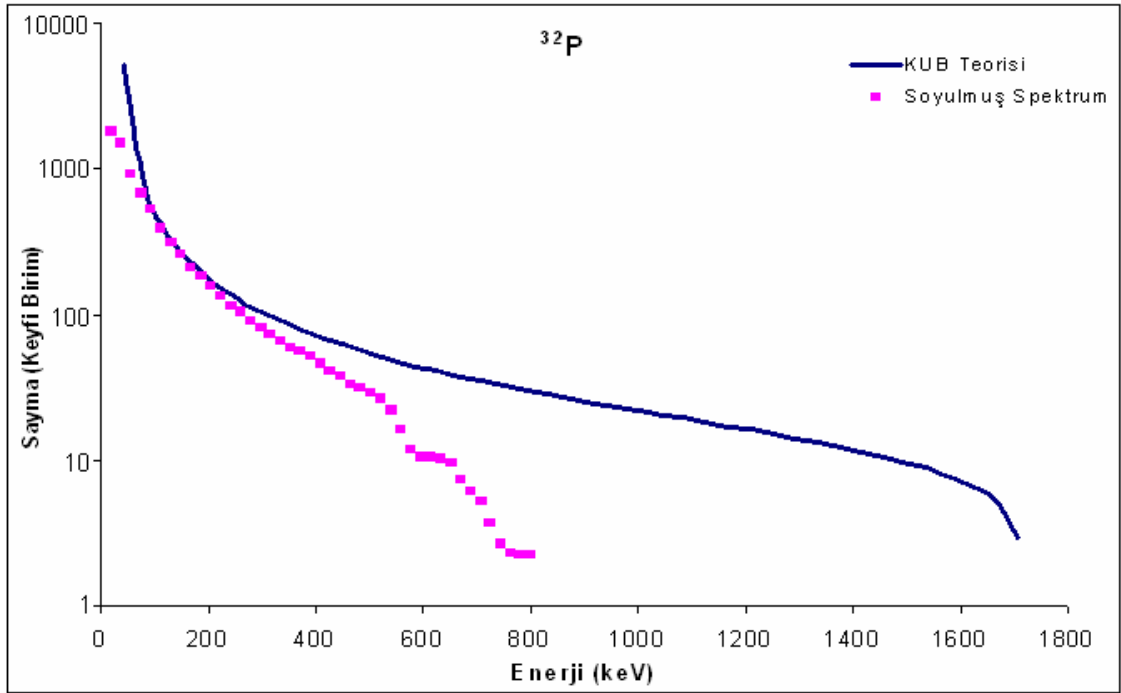


Şekil 4.9.  $^{143}\text{Pr}$  kaynağının Swarup tarafından kullanılan Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.

$^{143}\text{Pr}$  izotopunun deneysel cevap fonksiyonu literatürde 600 keV'e kadar verildiğinden **IB** spektrumu bu enerjiye kadar elde edilebilmiştir. Deneysel **IB** spektrumu, KUB teorisi (Cengiz ve Almaz 2004) ile tüm spektrum göz önüne alındığında birbirileri ile uyushmaktadır. Düşük enerji ile yüksek enerji bölgelerinde teori ve deneysel **IB** spektrum arasında küçük sapmalar gözlenmiştir.

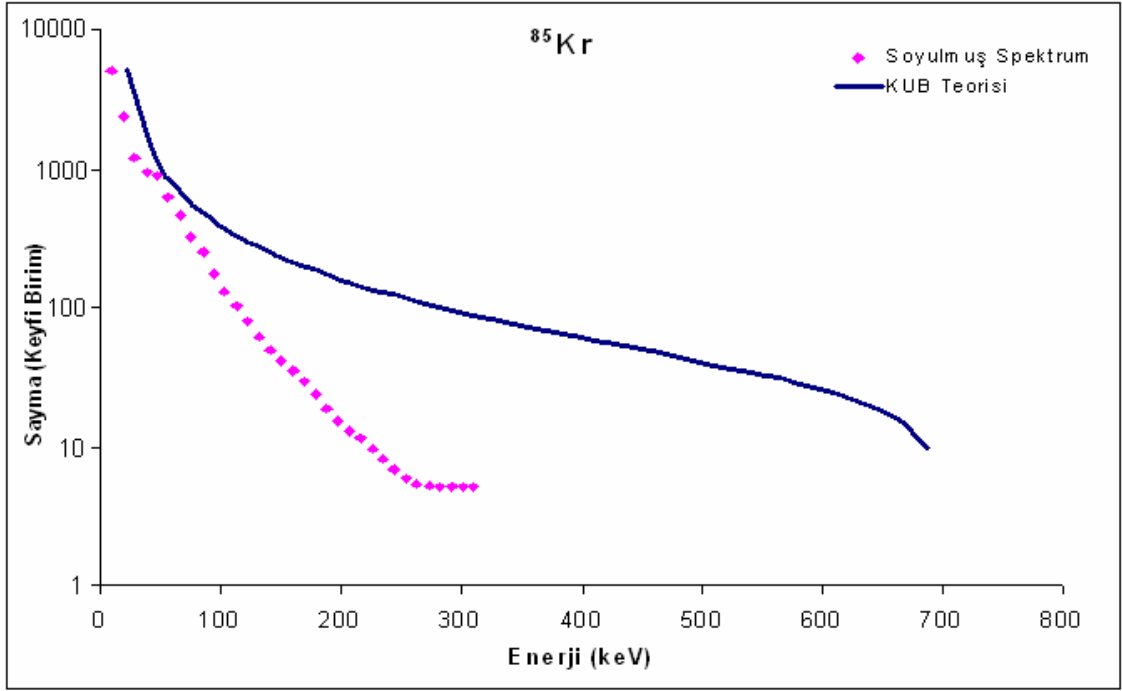
#### 4.2.2. Gold İterasyon Yöntemi İle Elde Edilen IB

Bu yöntem kullanılarak  $^{32}\text{P}$ ,  $^{85}\text{Kr}$  ve  $^{143}\text{Pr}$  izotoplarından yayınlanan beta parçacıklarına ait **IB** foton spektrumları Şekil 4.10-12’de verilmiştir.



Şekil 4.10.  $^{32}\text{P}$  kaynağının Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.

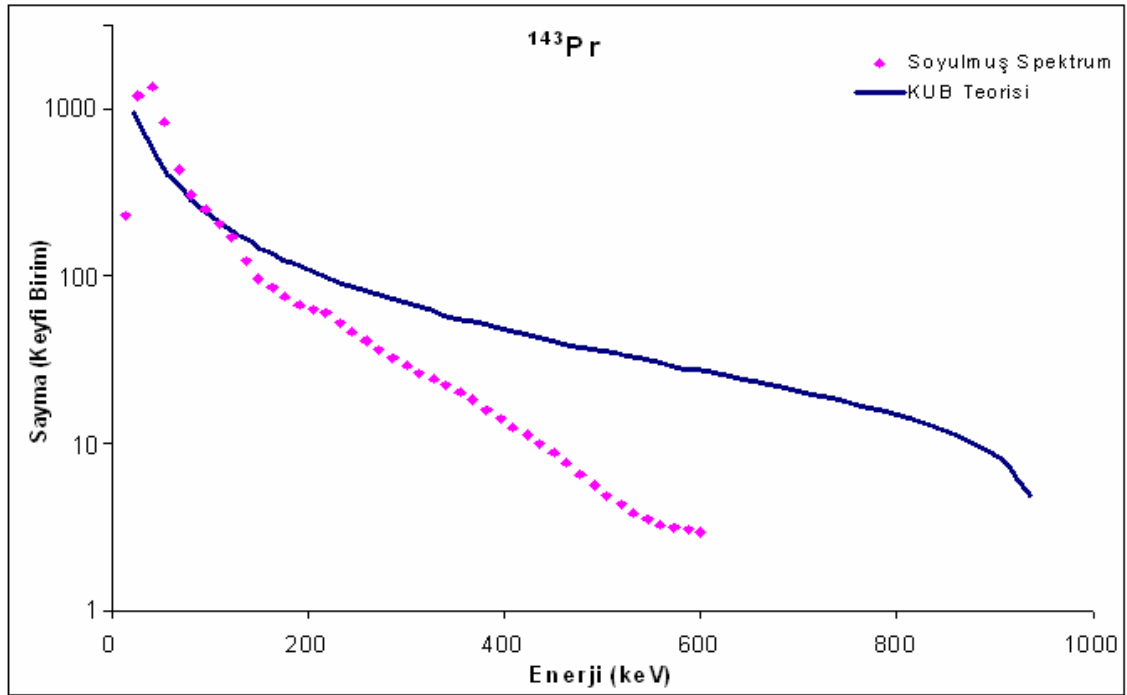
$^{32}\text{P}$  izotopunun deneysel bremsstrahlung spektrumunun bu iterasyon yöntemi ile elde edilen deneysel **IB** spektrumu, KUB teorisi (Cengiz ve Almaz 2004) ile düşük ve orta enerji bölgesinde uyuşmaktadır. Soyulmuş spektrum, spektrumun yüksek enerji bölgesinde teori ile uyuşmamaktadır.



Şekil 4.11.  $^{85}\text{Kr}$  kaynağının Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.

$^{85}\text{Kr}$  izotopunun, Gold iterasyon tekniği kullanılarak elde edilen deneysel **IB** spektrumu KUB teorisi (Cengiz ve Almaz 2004) ile düşük enerjilerde bir uyuma göstermektedir.



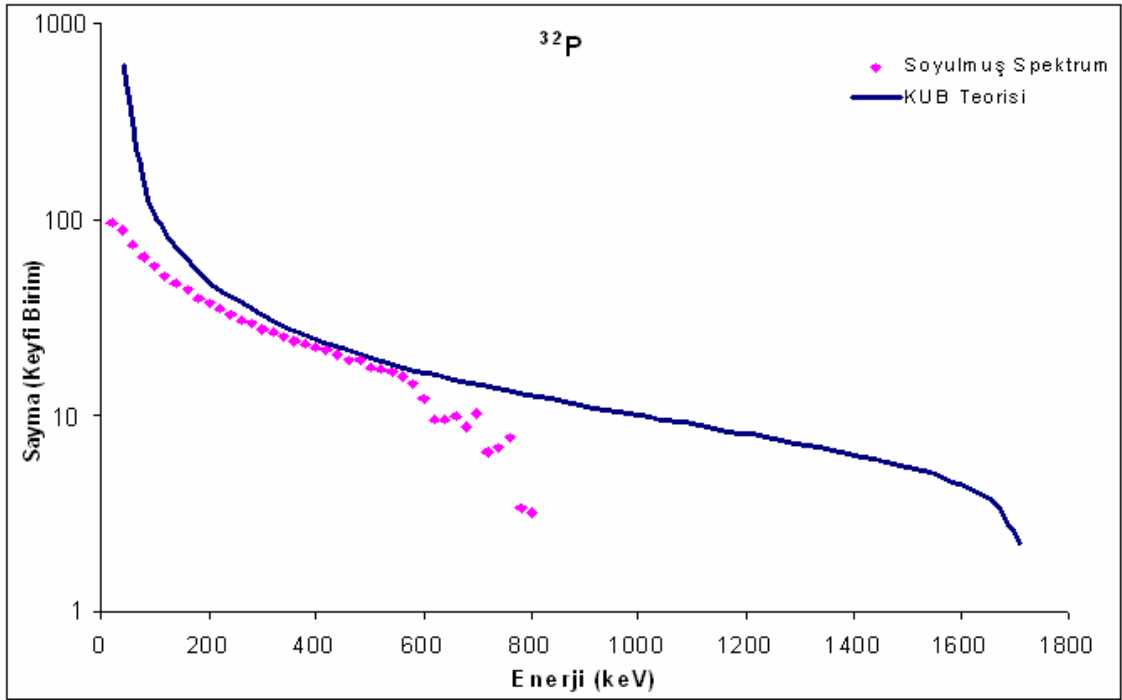


Şekil 4.12.  $^{143}\text{Pr}$  kaynağının Gold iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.

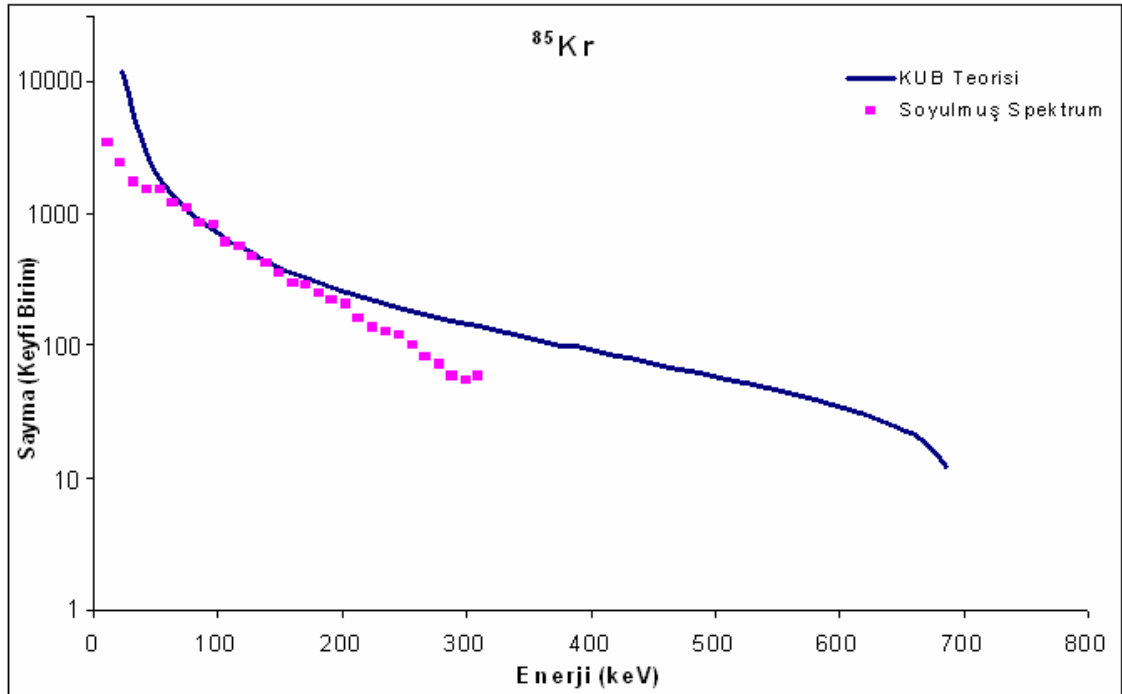
$^{143}\text{Pr}$  izotopunun bu iterasyon yöntemi ile elde edilen deneysel **IB** spektrumu KUB teorisi ile düşük enerji bölgesinde uyumaktadır. Deneysel IB spektrumunun orta ve yüksek enerji bölgesinde yukarıda belirtilen nedenlerden dolayı teori ile farklılık gözlenmiştir.

#### 4.2.3. Giydirme İterasyon Yöntemi İle Elde Edilen IB

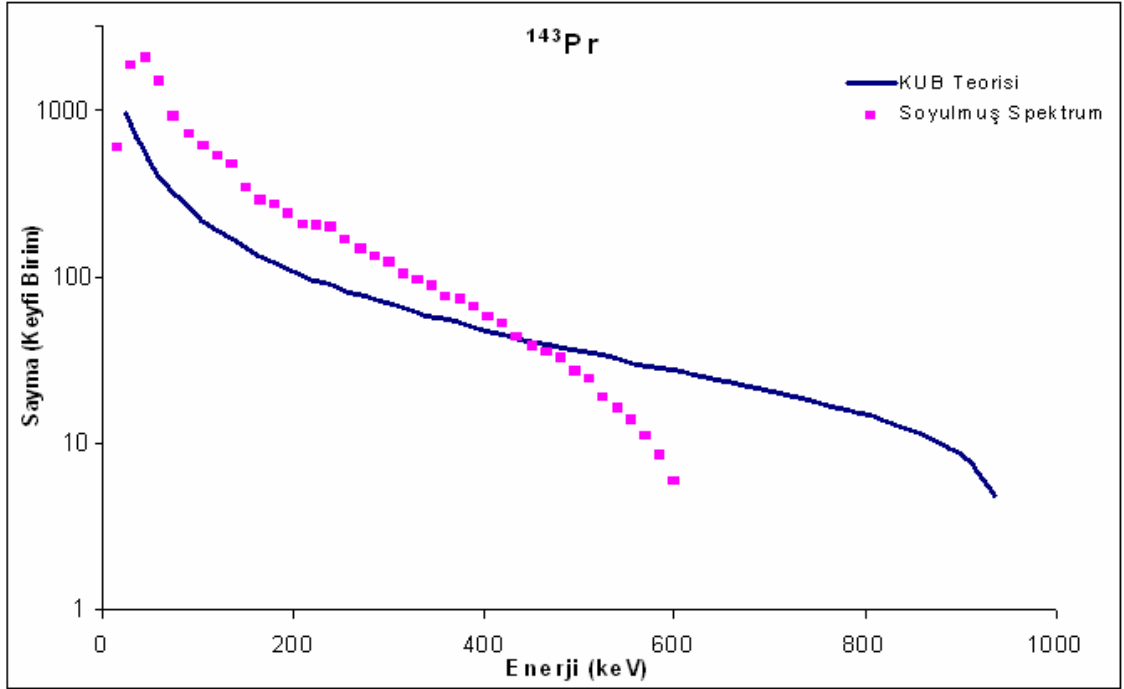
Bu yöntem kullanılarak  $^{32}\text{P}$ ,  $^{85}\text{Kr}$  ve  $^{143}\text{Pr}$  izotoplarından yayınlanan beta parçacıklarına ait **IB** foton spektrumları Şekil 4.13-15'de verilmiştir.  $^{32}\text{P}$  ve  $^{85}\text{Kr}$  radyoizotopları için elde edilen deneysel **IB** spektrumu, KUB teorisi (Cengiz ve Almaz, 2004) ile uyumaktadır.  $^{143}\text{Pr}$  radyoizotopu için elde edilen deneysel **IB** spektrumu ve KUB teorisi arasında sapma gözlenmiştir.



Şekil 4.13.  $^{32}\text{P}$  kaynağının Giydirmeye iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.



Şekil 4.14.  $^{85}\text{Kr}$  kaynağının Giydirmeye iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.



Şekil 4.15.  $^{143}\text{Pr}$  kaynağının Giydirme iterasyon yöntemi ve KUB teorisiyle elde edilmiş IB spektrumları.

Bütün bu sonuçlardan görüldüğü gibi her bir yöntemden elde edilen **IB** spektrumları arasında da farklılıklar bulunmaktadır. Bu yöntemlerin her biri birer yaklaşımdır. Tam sonuca ulaşmak istatistik dalgalanmalardan dolayı oldukça zordur. Ancak belli bir enerji değerine kadar teori ile uyuşan deneysel **IB** spektrumları elde etmek mümkün olmaktadır. Bu çalışmada sunduğumuz uçtan geriye doğru soyma yöntemi diğer gamma spektrumları (EB, zırlama vb.)'na da uygulanabilir.

**KAYNAKLAR**

ALMAZ, E. ve ark. 2005. Belli kalınlığı geçen gamma ışınlarının enerji dağılımlarının deneysel olarak elde edilmesi, IX. Ulusal Nükleer Bilimler ve Teknolojileri Kongresi, İzmir, Eylül.

ALMAZ, E. ve A. CENGİZ. 2002. 3"X3" NaI(Tl) Detektörü gamma ışını cevap fonksiyonu için bir yaklaşım, TFD 21. Fizik Kongresi, Isparta, Ekim.

ASTON, G.H. 1927. The amount of energy emitted in the g-ray form by radium E, Proc. Cambridge Philos. Soc. 23, p. 935–941.

AVIGNONE, F.T., W.C. BARKER. 1982. Inner Bremsstrahlung of <sup>90</sup>Sr and <sup>90</sup>Y in Equilibrium, Phys. Rev. C, 26, p. 2658.

BABU, P.R. ve ark. 1976. Phys. Rev. C, 13, p.1267

BABU, P.R. ve ark. 1976. J. Phys. Soc. Jpn., 40, p.629

BERGER, M.J., J. DOGGETT. 1956. Response functions of thallium-activated sodium-iodide scintillation counters. J. Research NBS 56, p. 355-366.

BERGER, M.J. ve ark. 2007. XCOM: Photon Cross Sections Database, <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/Text/XCOM.html>.

BLOBEL, V. 1985. Unfolding methods in high energy physics, DESY 84-118.

BLOBEL, V. 1996. The RUN manual: regularized unfolding for high-energy physics experiments, OPAL Technical Note TN361, March 8.

BLOCH, F. 1936. On the continuous gamma-radiation accompanying the beta-decay, Phys. Rev. 50, p. 272–278.

BOEHM, F, C.S. WU. 1953. Phys. Rev. 83, p. 369.

BORGE, M.J.G. ve ark. 1986. Limits on neutrino-mixing from the internal bremsstrahlung spectrum of  $^{125}\text{I}$ . Physica Scripta, 34, p. 591-596.

BOUCHET, L .1995. A comparative study of deconvolution methods for gamma-ray spectra, Astronomy & Astrophysics Supplement Series, 113, p. 167-183.

BRADT, H. 1946. Helv. Phys. Acta, 19, p. 222.

BURRUS, W.R., V.V. VERBINSKI. 1969. Nucl. Inst. and Meth. 67, p. 181.

CENGİZ, A. 2007. Bilgisayar proglama tekniği, ders notları, Uludağ üniversitesi, Bursa

CENGİZ, A., E. ALMAZ. 2004. Internal bremsstrahlung spectra of  $\beta^-$  particle emitters using the Monte Carlo method. Radiation Physics and Chemistry. 70, p. 661

CENGİZ, A. 1986. NaI(Tl) Detektörleri gamma cevap fonksiyonunun Monte Carlo metodu ile elde edilmesi, U.Ü.Fen Bil. Enst.Yüksek Lisans Tezi, Bursa.

CHUN, KJ. 2006. Application of unfolding technique to HPGe detector using response functions calculated with the EGS4 Monte Carlo code. J. Radiat. Res. 47, p. 27-40.

COWAN, G. 1998. Statistical Data Analysis, Oxford University Press.

DE RUJULA, A. 1981. Nucl. Phys. B., 188, p. 414.

EVANS. R. D. 1955. The Atomic Nucleus. McGraw-Hill Book Company, INC. New York. p. 672-674.

FISHER, P.C., L.B. ENGLE. 1964. Phys. Rev., 134 B, p. 796.

FORD, G.W., C.F. MARTÍN. 1969. Detour transitions in internal bremsstrahlung. Nucl. Phys. A 134, p. 457–469.

GOLD, R. 1964. An iterative unfolding method for matrices, in: Mathematics and Computer Research and Development Report ANL-6984, Argonne National Laboratory, Argonne, III.

GRUPEN. C. 1996. Particle Detectors, USA, Cambridge University Press, 1st. Published. p.30-33.

GUNDU RAO, K.S., H. SANJEEVIAH. 1982. Nucl. Phys. A, 376, p. 478.

GUTTORMSEN, M. 1996. The unfolding of continuum  $\gamma$ -ray spectra, Nucl. Instr. and Meth. A, 374 p. 371-376.

HEATH, RL. 1964. Scintillation Spectrometry, Gamma Ray Spectrum Catalogue 1 and 2. U.S. Report No. IDO-16880. Department of Commerce, Springfield, Virginia.

HELENE, O. ve ark. 2001. Variances and covariance's in deconvolution of multichannel spectra:  $^{34}\text{s}(\gamma; xn)$  Cross Section, Brazilian Journal of Physics, 31, p. 8-14.

HOCKER, A, V. KARTVELISHVILI. 1996. SVD approach to data unfolding, Nucl. Instr. and Meth. A372, p469-481.

HUBBEL. J. H. 1969. Photon cross sections, attenuation coefficients and energy absorption coefficients from 10 keV to 100 GeV. NSRDS-NBS(U-S) 29.

HUBBELL, J.H. 1958. Response of a large sodium-iodide detector to high-energy X-rays. Rev. Sci. Instrum. 29, p. 65-68.

HUBBELL, J.H., N.E. SCOFIELD. 1958. Unscrambling of gamma ray scintillation spectrometer pulse-height distributions. IRE Trans. Nucl. Sci. NS5, p. 156-158.

JANSSON, P.A. 1984. (Ed.), Deconvolution with Applications in Spectroscopy, Academic Press, London.

JAYNES, E.T. 1957. How the brain do plausible reasoning?, in Maximum-Entropy and Bayesian Methods, Edited by G.J. Erickson and C. R. Smith. Kluwer Academic Press.

KENDRICK, H., S.M. SPERLING. 1970. GA-9882.

KNIPP, J.K., UHLENBECK, G.E., 1936. Emission of gamma radiation during the beta decay of nuclei, Physica, 3, p. 425–439.

KNOLL, GF. 2000. Radiation Detection and Measurement, John Wiley&Sons: 3rd. Edition.

KOOHI-FAYEGH, R., ve ark. 1993. Nucl. Inst. and Meth. A, 329, p. 269.

LEO, R.W. 1987. Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Springer-Verlag, Berlin.

LEWIS, R.R., G.W. FORD. 1957. Coulomb effect in inner bremsstrahlung. Phys. Rev. 107, p. 756–765.

LIDEN, K., N. STARFELT. 1953. Scintillation spectrometry of continuous  $\gamma$ - and x-ray spectra below 1 Mev, Ark. Fys., 7, p. 427-457.

LIDEN, K., N. STARFELT. 1955. Internal and external bremsstrahlung accompanying the beta rays of  $^{32}\text{P}$ , Phys. Phys. Rev., 97, N. 2, p. 419.

LOVE, D.J.G., A.H. NELSON. 1989. Nucl. Inst. and Meth. A, 274, p. 541.

MADANSKY L., ve ark. 1951. Phys. Rev.; 84, p. 596.

MADANSKY, L., F. RASETTI. 1951. Phys. Rev. 83, p. 187.

MATZKE, M. 2002. Propagation of uncertainties in unfolding procedures, Nucl. Inst. And Meth. A, 476, p. 230-241.

MENG, L.J., D RAMSDEN. 2000. An inter-comparison of three spectral deconvolution algorithms for gamma-ray spectroscopy, IEEE Trans Nucl. Sci. 47, p. 1329-1336.

MOLLENAUER, J.F. 1961. Lawrence Livermore Laboratory Report, UCRL-9748

MOLLENAUER, J.F. 1962. Phys. Rev., 127, p. 867.

MORHAC, M. 2006. Deconvolution methods and their applications in the analysis of  $\gamma$ -ray spectra, Nucl. Instr. and Meth. A, 559, p. 119.

MORRISON, P., L. SCHIFF. 1940. Phys. Rev., 58, p. 24.

MORRISON, J.D. 1963. J. Chem. Phys., 39, p. 200.

NARAYANA, D.G.S. ve ark. 1976. Indian J. Phys., 50, p.465.

NARAYANA, D.G.S. ve ark. 1977. Curr. Sci., 46, p.1.

NARAYANA, D.G.S. ve ark. 1977. Z. Phys. A, 283, p.145.

NAUMANN, R.A. 1991. Neutrino mass measurements from inner bremsstrahlung spectra, J. Phys. G. Nucl. Part. Phys., 17, p. 301-308.



NILSSON, S.B., 1956. On the Coulomb effect for the internal bremsstrahlung accompanying beta decay. Ark. Fys. 10, p. 467–477.

NOVEY, T.B. 1953. Phys. Rev. 89, p. 672.

O'CONNELL, W.J. 1973. Lawrence Livermore Laboratory Report, UCID-30079

VAN CITTERT, P.H. 1931. Z. Phys., 69, p. 298.

PHILLIPS, D.L. 1962. Journal of Associate Computing, Vol. 84, March.

PRESS, W.H., ve ark. 1992. Numerical Recipes in C, Cambridge University Press, New York. p. 59.

RADFORD, D.C., ve ark. 1987. Nucl. Inst. and Meth. A, 258, p. 111.

RAGHAVENDRA, M. K., C. R. RAMASWAMY. 2004. Radiation Physics and Chemistry, 71, p. 1073.

RAGHAVENDRA, M.K. ve ark. 2002. Radiation Physics and Chemistry, 64, p. 251

RIISAGER, K. ve ark. 1985. The internal bremsstrahlung spectra from the EC beta decay of  $^{193}\text{Pt}$  and  $^{163}\text{Ho}$ . Physica Scripta, 31, p. 321-327

SAM, D., ve ark. 1968. Nucl. Inst. and Meth., 64, p. 148.

SCOFIELD, N.E. 1960. U.S. Radiological Laboratory Report, USNRDL-TR 447.

SEGHOOR, A., F.Z. SEGHOOR. 2001. Unfolding neutron energy spectra from foil activation detector measurements with the Gold algorithm, Nucl. Inst. and Meth. A, 617, p. 626.

SHEPP L.A., and Y. VARDI. 1982. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography, IEEE M11, No. 2.

SHIRLEY, V.S., C.M. LEDERER. 1978. Table of Isotopes, John Wiley&Sons, Inc. New York.

SPRUCH, L., W. GOLD. 1959. Coulomb corrections in the theory of internal bremsstrahlung. Phys. Rev. 113, p. 1060–1068.

STARFELT, N., H.W. KOCH. 1956. Phys. Rev., 102, p. 1598

SWARUP, J. 1979. Unfolding of continuous gamma spectrum, Nucl. Inst. and Meth., Volume 164, Issue 1, p. 209-211.

TIKHONOV, A.N. 1995. Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.

TRAUTMANN, J.F., ve ark. 1982. Nucl. Phys. A, 378, p. 141.

TSOULFANIDIS, N. 1983. Measurement and Detection of Radiation, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, DC, ISBN 0-89116-523-1, 1983.

TSOULFANIDIS, N., ve ark. 1969. Nucl. Inst. and Meth. 73, p. 98.

WADDINGTON, J.C. 1989. Nucl. Inst. and Meth. A, 274, p. 608.

WANG CHANG, C.S., D.L. FALKOFF. 1949. On the continuous gamma-radiation accompanying the beta-decay of nuclei. Phys. Rev., 76, p. 365–371.

WEESE, J. 1992. A reliable and fast method for the solution of Fredholm integral equations of the first kind based on Tikhonov regularization, Comput. Phys. Commun., 69 , p. 99-111.

VENKATARAMAIAH, P., B. SANJEEVAIAH. 1977. Phys. Rev. C. 15, p. 2195

VENKATARAMAIAH, P., B. SANJEEVIAH. 1977. Nucl. Phys. A. 289, p. 54

[www. amptek.com](http://www.amptek.com), 2007.

ZERBY, C.P., 1963. A Monte Carlo calculation of the response of gamma-ray scintillation counters. In: Methods in Computational Physics, vol. 1. Academic Press, New York.

## **ÖZGEÇMİŞ**

09. 02. 1975 tarihinde Şanlıurfa'nın Birecik ilçesinde doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Ankara'da tamamlayarak 1992'de Uludağ Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik bölümünde lisans eğitimine başlayıp 1996'da aynı bölümden mezun olarak Fizikçi ünvanı aldı. 1997 Kasım ayında Araştırma Görevlisi olarak göreve atandı, 2000 yılında yüksek lisans eğitimini tamamladı. 2001 yılında doktora öğrenimine başladı. Halen Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik anabilim dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

## TEŞEKKÜR

Doktora çalışmam boyunca her türlü yardımı aldığım değerli hocam Sayın Prof. Dr. Ahmet CENGİZ'e derin teşekkürlerimi sunuyorum. Bilgisi, tecrübesi, ileri görüşlülüğü, soğukkanlılığı, bilimsel vizyonu ve problemlere yaklaşımı ile kendime örnek aldığım ve yetişmemde çok büyük emeği olan değerli Hocama bir kez daha teşekkürü kendime borç biliyorum.

Tez komitesinin değerli üyeleri Fen-Edebiyat Fakültesi Dekanı Sayın Prof. Dr. Gökay KAYNAK ve Sayın Doç. Dr. İbrahim GÜNEY'e değerli eleştirileri ve aydınlatıcı bilgileri ile tezimin şekillenmesine katkılarından dolayı gönülden teşekkür ediyorum. Sayın Prof. Dr. Emin ÖZMUTLU Hocam'a fit programını kullanmamıza izin verdiği için ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Orhan GÜRLER'e yapıcı eleştirileri ve değerli tavsiyeleri için teşekkür ediyorum.

Değerli, Fizik bölümü Hocalarıma başta bölüm başkanım Prof. Dr. Aytaç YALÇINER'e, sevgili Araştırma Görevlisi arkadaşlarıma, özellikle moral olarak desteğini esirgemeyen Araş. Gör. Ercan PİLİÇER, Araş. Gör. Ahmet TARTAR, Araş. Gör. M. Cüneyt HACİİSMAİLOĞLU ve Araş.Gör. Gökhan KARSAN'a samimi teşekkürlerimi sunuyorum.

Sevgili ailemin tüm fertlerine; pek kıymetli babam, Kemal ALMAZ, sevgili annem, Fethiye ALMAZ ve biricik eşim, Betül GÜRVAR DAR ALMAZ'a gösterdikleri sabır ve desteklerinden ötürü kucak dolusu teşekkürlerimi sunuyorum.