



T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİNAMİK ABSORBER TAŞIYAN
KİRİŞLERİN DİNAMİK DAVRANIŞLARININ
İNCELENMESİ

Serhat GÖÇTÜRK

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA-2009



T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİNAMİK ABSORBER TAŞIYAN
KİRİŞLERİN DİNAMİK DAVRANIŞLARININ
İNCELENMESİ

Serhat GÖÇTÜRK

Prof.Dr. Osman KOPMAZ
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA-2009

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİNAMİK ABSORBER TAŞIYAN
KİRİŞLERİN DİNAMİK DAVRANIŞLARININ
İNCELENMESİ

Serhat GÖÇTÜRK

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu Tez 20/02/2009 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği/oy çokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Osman KOPMAZ Yrd.Doç.Dr. Sevda TELLİ Prof.Dr. Recep EREN
Danışman

ÖZET

Bu çalışmada dinamik absorber taşıyan bir ucu ankastre bir ucu serbest üniform bir kirişin harmonik uyarıya olan dinamik cevabı incelenmiştir. Bu amaçla birisi sarkaç (Pendulum), diğeri lineer (Rectilinear moving) olmak üzere iki farklı absorber göz önüne alınmıştır. Sarkaç absorberin daima kirişin serbest ucuna bağlı olduğu öngörülmesi, buna karşılık lineer (Rectilinear) absorberin bağlantı noktasının değişken olmasına müsaade edilmiştir. Sarkaç absorberdeki bu kısıtlama literatürdeki çalışmalarla mukayese amacıyla yapılmıştır. Sarkaç absorber uygulaması için RECURDYN yazılımında kiriş elemanlar kullanılarak bir model kurulmuştur. Bu modelde kirişin yatayla yaptığı açı değiştirilerek yönelimin absorber performansına etkisi incelenmiştir. Ayrıca aynı model üzerinde ötelenen sarkaç hali de incelenmiş ve bu tür absorberin daha hızlı biçimde kiriş titreşimlerini absorbe ettiği gözlenmiştir. RECURDYN ortamındaki modelde dış uyarı ankastre kısımda düşeyde harmonik bir yer değiştirme olarak verilmiştir. Öte yandan ötelenen absorber halini incelemek için bir MATLAB kodu yazılmıştır. Ancak bu modelde uyarı olarak genliği sabit, harmonik bir kuvvet kullanılmıştır. Bu modelde farklı absorber konumları ve farklı kütle oranları için kirişin uç noktası ile absorberin maksimum genliklerinin absorber frekansı / kiriş temel frekansı oranına göre nasıl değiştikleri incelenmiştir. Frekans oranının 1'e eşit olduğu halde maksimum genliklerde kiriş için lokal minimum ve absorber için lokal maksimum meydana geldiği tespit edilmiştir. Çalışmada her iki absorber için hareket denklemleri de çıkarılmıştır.

Anahtar kelimeler : Dinamik absorber , Kiriş titreşimleri, Absorber taşıyan kiriş

ABSTRACT

In this study, the dynamic response of a uniform beam which is fixed at one end, and free at the other, and carries a dynamic absorber, to a harmonic excitation is concerned with. To this end, two different kinds of absorber are taken into account, being one of them a pendulum absorber, and the other a rectilinear absorber. It is assumed that the pendulum absorber is always attached to the free end of beam while the attachment point of rectilinear absorber is allowed to be variable. This constraint put on the position of pendulum absorber is based on the common application in the existing literature on the subject. Using beam element, a model was established in the RECURDYN environment for the study of the beam with pendulum absorber. In this model, the angle which beam makes with the horizon can be altered, and consequently, the effect of orientation on the performance of pendulum absorber can be investigated. Further more, in the same model, a rectilinear absorber was also implemented for comparison purposes, and it is observed that this kind of absorber makes the vibrations of the tip point of beam attenuate faster than a pendulum absorber provides. In this model, the external excitation is defined as a vertical, harmonic displacement at the fixed point of beam. Beyond what is mentioned above, a second model was developed to see how a rectilinear absorber affects the dynamic behaviour of a beam subject to an external individual force. The exciting force used in this model is harmonic, and its magnitude is kept constant. After the equations of motion are derived they are discretized by using the Galerkin's method. The equations obtained were solved with a MATLAB-code. This model allows to after the attachment position of the absorber with the aid of the MATLAB code, for different absorber positions and different mass ratios, it is studied how the maximum amplitudes of beam tip point and absorber change with respect to the ratio of absorber frequency to beam fundamental frequency. In the case of that the frequency ratio equals to 1, in the curves of maximum amplitudes, a local minimum for beam tip point, vibrations occur. In this work, equations of motion for two different absorber implementations are derived in detail.

Key Words : Dynamic absorber, Beam vibrations, Beam with dynamic absorber

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
TEZ ONAY SAYFASI.....	II
ÖZET.....	III
ABSTRACT.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VI
SİMGELER DİZİNİ.....	X
1.GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI.....	4
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	7
3.1.Dinamik Absorber Teorisi.....	7
3.1.1 Sönümsüz Dinamik Absorber.	7
3.1.2. Sönümlü Dinamik Absorber.....	12
3.1.3 Sürekli Ortam Tarzında Dinamik Absorber.....	19
3.1.4 Sarkaç Absorberler.....	23
3.2.Kiriş Teorisi.....	25
3.3. Diskret Absorberli Kirişler.....	33
3.3.1 Lineer Absorber Taşıyan Kiriş.....	33
3.3.2 Sarkaç Absorber Taşıyan Kiriş.....	41
3.3.3 Sarkaç Absorberli Sistemde Farklı Metot.....	51
4. SAYISAL UYGULAMA SONUÇLARI.....	57
4.1 Sarkaç Absorberli Kiriş.....	57
4.2 Lineer Absorberli Kiriş.....	75
SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME.....	84
KAYNAKLAR.....	86
EK1. MATLAB KODLARI.....	88
ÖZGEÇMİŞ.....	92
TEŞEKKÜR.....	93

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1 Dinamik absorberli sistem.....	7
Şekil 3.2 İki tabii frekansın μ oranına bağlı değişimi.....	10
Şekil 3.3 Ana sistemin absorber eklenmeden önceki frekans cevabı eğrisi.....	11
Şekil 3.4 Absorberli halde ana kütle ve absorberin frekans cevap eğrileri.....	12
Şekil 3.5 Sönümlü dinamik absorber uygulaması.....	12
Şekil 3.6 Farklı sönüm oranları için frekans cevabı eğrileri.. (Den Hartog, 1961).....	15
Şekil 3.7 Kiriş absorberli sistem.....	19
Şekil 3.8 Ankastre kirişte uç noktadaki çökme.....	20
Şekil 3.9 Kiriş-kütle sistemine eşdeğer absorberli sistem.....	21
Şekil 3.10 Parabolik elastik eğri yaklaşımı.....	22
Şekil 3.11 Ankastre kiriş absorberli jenaratör yatağı ayağı.....	23
Şekil 3.12 Binalarda kullanılan sarkaç absorberler.....	24
Şekil 3.13 Sarkaç absorberli kiriş	24
Şekil 3.14 Deforme olmuş eleman ve deplasmanlar.....	27
Şekil 3.15 Diferansiyel elemanda sehim ve yay uzunluğu ilişkisi.....	31
Şekil 3.16 Lineer absorber taşıyan kiriş.....	34
Şekil 3.17 Absorber kütesinin serbest cisim ve kinetik diyagramları.....	34
Şekil 3.18 Ucunda kütle ve ona bağlı bir adet sarkaç absorber taşıyan kiriş.....	42
Şekil 3.19 Herhangi kiriş noktasının rijit cisim hareketi ve elastik deplasmanları.....	42
Şekil 3.20 Sarkacın serbest cisim diyagramı.....	50
Şekil 3.21 Sarkaç absorberli kirişte dinamik denge.....	51
Şekil 4.1 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve sarkaçsız halde uç nokta sehimi.....	58
Şekil 4.2 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7$ mm) için uç nokta sehimi	59
Şekil 4.3 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7$ mm) için sarkaç titreşimi.....	60
Şekil 4.4 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1$ mm) için uç nokta sehimi	61
Şekil 4.5 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1$ mm) için sarkaç titreşimi.....	61

Şekil 4.6 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1\text{mm}$) için uç nokta sehimini.....	62
Şekil 4.7 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi.....	63
Şekil 4.8 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için uç nokta sehimini.....	64
Şekil 4.9 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi.....	64
Şekil 4.10 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece, sarkaçsız halde uç nokta sehimini.....	65
Şekil 4.11 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7\text{ mm}$) için uç nokta sehimini.....	66
Şekil 4.12 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7\text{ mm}$) için sarkaç titreşimi.....	66
Şekil 4.13 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1\text{mm}$) için uç nokta sehimini.....	67
Şekil 4.14 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi.....	68
Şekil 4.15 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece ve $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1\text{mm}$) için uç nokta sehimini	68
Şekil 4.16 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi.....	69
Şekil 4.17 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için için uç nokta sehimini.....	69
Şekil 4.18 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi.....	70
Şekil 4.19 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece, sarkaçsız halde uç nokta sehimini.....	71
Şekil 4.20 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7\text{mm}$) için uç nokta sehimini.....	71
Şekil 4.21 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7\text{mm}$) için sarkaç titreşimi	72

VIII

Şekil 4.22 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1\text{mm}$) için uç nokta sehimini.....	72
Şekil 4.23 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi.....	73
Şekil 4.24 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1\text{mm}$) için uç nokta sehimini.....	73
Şekil 4.25 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi.....	74
Şekil 4.26 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için uç nokta sehimini.....	74
Şekil 4.27 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi.....	75
Şekil 4.28 $\mu = 0,25$ için kiriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	77
Şekil 4.29 $\mu = 0,25$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	77
Şekil 4.30 $\mu = 0,5$ için kiriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	78
Şekil 4.31 $\mu = 0,5$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	79
Şekil 4.32 $\mu = 1$ için kiriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	79
Şekil 4.33 $\mu = 1$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	80
Şekil 4.34 $\xi = 0,25L$ için kiriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	81
Şekil 4.35 $\xi = 0,25L$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	81
Şekil 4.36 $\xi = 0,5L$ için kiriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	82

Şekil 4.37 $\xi = 0,5L$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	82
Şekil 4.38 $\xi = L$ için giriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	83
Şekil 4.39 $\xi = L$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi.....	83

SİMGELER DİZİNİ

F	- Kuvvet	[N]
F_0	- Kuvvetin genliği	[N]
ω	- Kuvvetin frekansı	[rad/s]
k	- Absorber yay katsayısı	[N/m]
K	- Ana sistem yay katsayısı	[N/m]
m	- Absorber kütlesi	[kg]
M	- Ana sistem kütlesi	[kg]
x_1	- Ana kütle deplasmanı	[m]
x_2	- Absorber deplasmanı	[m]
x_{st}	- Statik sehim	[m]
\ddot{x}_1	- Ana kütle ivmesi	[m/s ²]
\ddot{x}_2	- Absorber kütle ivmesi	[m/s ²]
X_1	- Ana kütle zorlanmış titreşim genliği	[m]
X_2	- Absorber kütle zorlanmış titreşim genliği	[m]
X_{st}	- Esas sistemin statik sehimi	[m]
ω_a	- Absorberin doğal frekansı	[rad/s]
Ω_n	- Esas sistemin doğal frekansı	[rad/s]
μ	- Absorber kütle oranı	[birimsiz]
f	- Doğal frekanslar oranı	[birimsiz]
c	- Damper sönüm katsayısı	[Ns/m]
d_{kr}	-Kritik sönüm	[Ns/m]
g	-Zorlayıcı kuvvet frekans oranı	[birimsiz]
h	- Sehim	[m]
E	- Elastisite modülü	[MPa]
I	- Alan atalet momenti	[m ⁴]
L	- Kiriş boyu	[m]
m_k	- Kiriş kütlesi	[kg]
u	- Yatay deplasman	[m]

\ddot{u}	- Yatay ivme	[m/s ²]
v	- Düşey deplasman	[m]
\ddot{v}	- Düşey ivme	[m/s ²]
ρ	- Yoğunluk	[kg/m ³]
θ	- Elastik eğrinin eğim açısı	[rad]
ϑ	- Eğrilik	[rad/m]
s	- Yay uzunluğu	[m]
t	- Zaman	[s]
q	- Yayılı yük	[N/m]
η	- Kuvvetin uygulandığı uzaklık	[m]
w	- Absorberin statik denge konumundan uzaklığı	[m]
$\varphi_i(x)$	- Öz fonksiyonlar	[birimsiz]
y	- Kirişin ankastre ucundaki mutlak deplasman	[m]
T	- Kinetik enerji	[J]
V	- Potansiyel enerji	[J]
Q_v	- Yayılı viskoz sönüm kuvveti	[N]
δ	- Varyasyon.....	[birimsiz]
ψ	- Sarkacın açısı	[rad]
$\dot{\psi}$	- Sarkacın açısal hızı	[rad/s]
$\ddot{\psi}$	- Sarkacın açısal ivmesi	[rad/s ²]
L_s	- Sarkaç boyu	[m]
a_{sx}	- Sarkacın yatay ivmesi	[m/s ²]
a_{sy}	- Sarkacın düşey ivmesi	[m/s ²]
ξ	- Absorberin kirişin ankastre ucuna uzaklığı	[m]
A	- Kesit alanı	[m ²]
f_k	- Kirişin birinci doğal frekansı	[Hz]
y_0	- Ankastre ucun genliği	[m]
λ	- Frekanslar oranı	[birimsiz]

1.GİRİŞ

Değişken kuvvetler altında çalışan ve esneme veya şekil değiştirme kabiliyeti olan makina parçaları, mekanizmalar ve yapılar titreşim hareketleri yaparlar. Titreşime teşvik eden dış unsurlar (kuvvetler veya yer değiştirmeler) farklı tabiatta mesela deterministik veya rastgele (random) olabilirler. Dar veya geniş bir frekans bandına sahip de olabilirler yahut baskın tek bir frekansları olabilir. Bu uyarıcı etkilerin frekans bileşenleri etkidikleri sistemin doğal frekanslarıyla çakışırsa rezonans denilen kritik durum ortaya çıkar. Rezonans hali yeterince uzun bir süre devam ederse sistemin tahribatına yol açabilir. Çok defa dış etkilere müdahale edilemediğinden bu etkilere maruz kalan sistemin titreşim özellikleri değiştirilmeye çalışılır. Sistemin kütlesi, esnekliği veya sönümlenme kapasitesinde değişiklik yapılır. Ancak öyle sistemler söz konusu olabilir ki, bu değişiklikleri yapmak zordur yahut pek faydalı olmaz. Bu durumda genellikle başvuru yollardan birisi titreşen ana sisteme bir titreşen alt sistem (veya sistemler) eklemektir. Titreşim teorisinde bu sistemler genel olarak dinamik absorberler diye anılır. Dinamik sıfatı bu absorberleri malzeme bazlı titreşim sönümleyicilerinden ayırd edilmesini sağlar. Pratikten bilindiği gibi amortisörler, elastomerler ve yüksek sönümlü alaşımdan sönüm elemanlarına da hatalı olarak absorber (yutucu) yada şok absorber (şok yutucu) denmektedir. Aslında şoku yumuşatan özellik sistemin esnekliği olup, sönüm kabiliyeti değildir. Sönüm şokla sisteme yüklenen enerjinin ısıya çevrilip tahliye edilmesini sağlayan bir özelliktir.

Dinamik absorberler çok geniş bir kullanım alanına sahiptir. Gemilerde, uçaklarda, binalarda, makinalarda, kablolarda, pervaneli ve kanatçıklı sistemlerde kullanılmaktadırlar.

Dinamik absorber uygulamasına dair muhtemelen ilk yazılı kayıtlara Watts tarafından 1883'de yayımlanan bir savaş gemisine ait test sonuçlarında rastlanmaktadır. 50 ton ağırlığında bir dinamik absorberin yalpa titreşimi genliklerini yarı yarıya azalttığından bahsedilmektedir. Bu absorber sönümsüzdü. Bilinen ilk pasif, sönümlü dinamik absorberine Frahm'ın patent amacıyla 1909'da hazırladığı dökümanlarda rastlanmaktadır. Frahm sarnıcı da denen bu absorber birbirleriyle irtibatlı iki su tankından oluşmaktadır(Hunt,1979). Dinamik absorberler çeşitli tarzlarda inşa edilmektedir. Doğrusal, torsiyonel, ayrık veya sürekli karakterlerde olabilmektedir.

Mekanik titreşimler teorisinin temel kaynaklarında özellikle ayırık (lumped, discrete) absorberler oldukça teferruatlı incelenmektedir, mesela (Dan Hartog,1947)

Öte yandan mühendisliğin pek çok alanında kullanılan yapı elemanları gerek inşaat, gerekse makina alanında kiriş olarak modellenenlerdir. Bu elemanlar da genellikle titreşim hareketleri yapmaya meyillidirler. Mesela köprüler, uçak kanatları, helikopter paloları ve benzerleri buna iyi birer örnek oluştururlar. Bu tür elemanlarda da istenmeyen titreşimleri bastırmak veya zayıflatmak için dinamik absorberlere başvurulur. Bu absorberler esnek yataklanmış kütleler olduğu gibi bazen bir kanalda yuvarlanan bilya veya bilinen sarkaç da olabilmektedir. Tabiatıyla dinamik absorber uygulaması belli bir teoriye oturtulup sistem parametrelerinin etkisi incelenerek ideal çalışma şartlarına ayarlanmalıdır. Bu inceleme eksik bırakılırsa ve sistemin maruz kaldığı dış etkenlerin frekans dağılımı geniş ise absorber fayda yerine zarar verebilir.

Dinamik absorberlerin temel prensibi zorlayıcı etkilerin ana sisteme yüklediği enerjiyi ana ve alt sistem arasında dağıtarak ana sistemin enerji düzeyini düşük tutmak ve böylece mümkünse hiç zorlanmış titreşim yapmaması veya yapsa da düşük genliklerde olmasını sağlamaktır. Bu nedenle otoparametrik titreşimlerle de alakası görünmektedir.

Bu çalışma dinamik absorberle donatılan kirişlerin davranışını incelemeye yöneliktir. Oldukça geniş uygulama alanlarını haiz bir konunun bütün yönleriyle ve yeni sonuçlar bulmak amacıyla ele alınması bu çalışmanın hacmini ve düzeyini aştığından burada ana sistem olarak kirişlerle sınırlı tutulmuştur. Dolayısıyla çalışmanın amacı dinamik absorber ve kiriş teorisini gözden geçirmek ve uygulamaya yönelik bazı sonuçlar elde etmektir. Buna mukabil çalışmanın kapsamı dinamik absorber teorisinin temelleri, kiriş teorisi ve dinamik absorber taşıyan kirişlerin dinamik davranışının incelenmesiyle sınırlı tutulmuştur.

Çalışma belirlenen amaç doğrultusunda şu bölümlere ayrılmıştır: 3.1 bölümünde dinamik absorber teorisi ayırık ana sistem + ayırık alt sistem modeli üzerinde izah edilecektir. Bunu izleyen 3.2 bölümünde kiriş teorisi, titreşim modları ve benzeri konular gözden geçirilmektedir. 3.3 bölümü'nde ise kiriş ve absorber kombinasyonlarının incelenmesine ayrılmıştır. Bu bölümde hareket denklemlerinin çıkarılması literatürde verilenlerle mukayesesine de yer verilmiştir. Bu çerçevede sarkaç

absorberli kirişin denklemleri iki farklı yolla çıkarılmış ve daha sonra sonlu eleman kodu geliştirilerek incelenmiştir. 3.2 bölümünde kurulan modellerin nümerik sonuçları sunulmakta, 4. ve son bölümde ise sayısal verilerden elde edilen çıkarımlar irdelenmektedir.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Dinamik absorberler yaklaşık yüz yıldan beri istenmeyen titreşim etkilerinin azaltılması ve yok edilmesinde kullanılmaktadır. Dinamik absorber teorisinin temelinde yatan fikir oldukça basittir. Dış etki altında titreşen ve rezonans tehlikesine maruz bir sistemin dinamik karakteristikleri ve dolayısıyla tabii frekanslarının değiştirilmesi ve bu suretle rezonans tehlikesinin bertaraf edilmesi ana amaçtır. Çok çeşitli makinalar olduğundan dinamik absorberler ve bunların uygulama alanları da çeşitlilik arz etmektedir. Dinamik absorberlerin böyle uzun bir uygulama tarihine sahip olması o alanda zengin bir literatürün oluşmasına yol açmıştır. Bu çalışma belirli bir alanla sınırlandığından dinamik absorberlere ilişkin çok geniş bir literatür burada verilmeyecektir.

Dan Hartog, ayırık sistem + ayırık absorber modeline ait teoriyi oldukça kapsamlı ele almıştır (Den Hartog, 1961). Bu çalışmanın dinamik absorber teorisine ayrılan 3.1 bölümü'nde ana hatlarıyla adı geçen kaynaktaki bilgilere dayanmaktadır. Hunt, küçük hacimli ama dolgun içerikli eserinde doğrusal hareket yapan dinamik absorberleri ayrıntılı olarak incelemektedir (Hunt,1979). Bu eserinde Hunt 1883' ten 1974' e kadar uzanan zaman diliminde dinamik absorberlerle ilgili önemli çalışmalarını içeren bir kaynakça da vermektedir.

Bu çalışmada dinamik absorber taşıyan kirişlerin dinamik davranışının incelenmesi hedeflendiğinden ve bu amaçla kullanılan iki absorber tipinin lineer ve sarkaç absorberler olması nedeniyle bu anahtar kelimelerle yapılan literatür araştırmasında aşağıdaki yayımlar dikkat çekmektedir.:

Ertaş ve arkadaşları yatayla değişken bir açı yapan nonlineer bir çubuk için sarkaç absorberin performansını incelediler. Çalışma deneysel mahiyette olup, absorber frekansının sistem frekansına oranı $\frac{1}{2}$ olarak ayarlanmış olup kiriş ve kolon halleri ile bunların arasında farklı açılarda 17 pozisyonda absorberin performansını değerlendirmişlerdir. Uyarı frekansı ise 2,5 – 3,5 Hz arasında gezdirilmiştir. Çalışmada düşey halde dinamik davranışın yataya nazaran daha karmaşık olduğu, absorberin sistemden yuttuğu enerji için kritik bir sınırın var olduğu tespit edilmiştir (Ertaş ve arkadaşları, 2000).

Vyas ve Bajaj lineer titreşen bir ana sisteme eklenmiş olan sarkaç absorberlerin otoparametrik titreşimini incelediler. Kararlılık ve dallanma analizleri yaptılar. Bu araştırmacılar tabii frekansları hafifçe farklı olan sarkaç absorberler kullanılması halinde absorberlerin etkin olduğu frekans bandının genişlediğini gözlemlediler. Yazarlar, bir dizi otoparametrik absorber kullanmayı öneren ve bu uygulamanın absorberin band genişliğini arttırmadaki etkinliğini gösteren literatürdeki ilk çalışmanın bu olduğunu da ifade etmektedirler (Vyas ve Bajaj, 2001).

Yaman ve Şen, nonlinear esnek sistemin sarkaç absorberin performansı üzerine etkisini incelediler. Bu çalışma Ertaş ve arkadaşlarının yaptığı deneysel çalışmanın teorik doğrulanması niteliğindedir. Çalışmada absorberin sistemden yuttuğu enerjinin kritik sınırına ait aralığın zorlayıcı kuvvet genliğine bağımlı olduğu ve bu genliği arttıran bölgenin genişletileceği gösterilmektedir (Yaman ve Şen, 2004).

Ranjan ve Ghosh, merkez bölgesine yerleştirilmiş tek bir kütle veya piyezoseramik yama taşıyan ince, dikdörtgen bir plağın zorlanmış titreşim cevabını incelediler. Zorlayıcı kuvvet harmonik olup, plak merkezinde etkimektedir. Piyezoseramik yamalar titreşimlerin aktif kontrolünde kullanılmaktadır. Bu çalışmada kütle veya yamanın dinamik absorber amaçlı kullanımı incelenmiştir. 0-1000 Hz aralığında kütle veya yamanın sadece ağırlığını arttırmanın titreşim yutumunda bir iyileşmeye yol açmadığı ve birkaç ayrı kütle kullanılmasının tüm frekans bölgesi üzerinde daha geniş bir enerji yutumunu sağlayacağı yazarlar tarafından belirtilmektedir. Keza optimum titreşim yutumu için ayrı kütlenin optimal bir ağırlığının ve seramikler için de optimal bir alan ve kalınlığın söz konusu olduğunu da ifade etmekte ve bir uygulamayla açıklamaktadırlar (Ranjan ve Ghosh, 2005).

Fischer, yüksek direkler, narin köprüler ve özellikle köprü ayakları gibi yapıların rüzgar tarafından tahrik edilen titreşimlerini bastırmada kullanılan farklı tipte pasif dinamik absorberleri mukayese etti. Bu absorberler sarkaç, küre ve çalkalanan sıvılı absorberlerdir. Yazar ihtiyaç duyulan kütlenin miktarı açısından en avantajlı absorberlerin öncelikle lineer absorberler, sonra sırasıyla matematiksel ve fiziksel sarkaçlar, küresel absorber ve nihayet sıvılı absorberler olduğunu ifade etmektedir (Fischer, 2007).

Salleh ve Brennan, bir titreşim absorberi içeren kirişte eğilme titreşimlerinin kontrolüyle ilgilendiler ve farklı bağlanma tarzlarının etkisini incelediler. Yazarlar dört farklı konfigürasyonu ele aldılar. Bunlardan ikisinin, sadece kuvvet nötrleyici ve bağımsız kuvvet-moment nötrleyicinin basit bir şekilde gerçekleştirilebildiği, bununla birlikte bağımsız kuvvet-moment nötrleyici daha etkin olduğunu belirlemektedirler (Salleh ve Brennan, 2007).

Amer and El-Sayed non-linear bir sistemde non-linear absorber kullanarak titreşimin bastırılmasını incelediler. İki serbestlik dereceli bir model yardımıyla ve pertürbasyon metodunu kullanarak muhtelif sistem parametrelerinin absorber performansını nasıl etkilediğini incelediler ve pratik bazı sonuçlar verdiler (Amer ve El-Sayed, 2008).

Rashid ve Nicolescu, frezeleme operasyonu sırasında oluşan titreşimlerin kontrolü için ayarlı viskoelastik damperlerin tasarım ve uygulamasını incelediler. Bu amaçla absorber dahil dört serbestlik dereceli bir model kullandılar. Her ne kadar damperden bahsedilmekte ise de çalışmada titreşimi bastırmak için kullanılan yapı dinamik absorberdir (Rashid ve Nicolescu, 2008).

Benzer bir çalışmayı Moraldi ve arkadaşları borverklerde (uzun delik tezgahları) titreşimleri bastırmak için ayarlanabilir absorber tasarımı üzerine yapmışlardır. Borverk mili üzerine yayla bağlı bir kütle absorber olarak kullanılmış ve iyi sonuçlar alınmıştır (Moraldi ve arkadaşları, 2008).

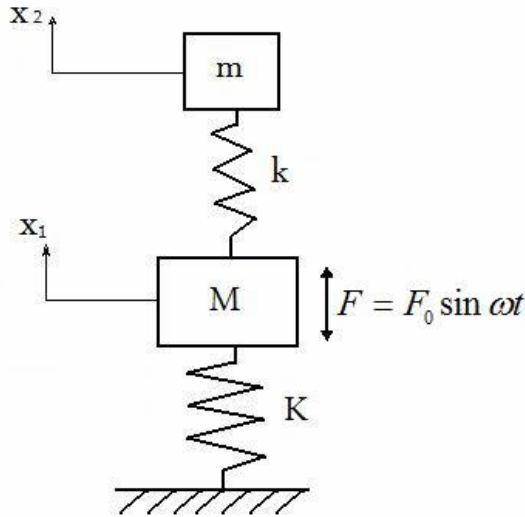
3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1 Dinamik Absorber Teorisi

Bu bölümde dinamik absorber uygulamasının dayandığı teoriden bahsedilecektir. Prensipte aynı olduğundan teori genelde ayırık parametrelili bir sistem modeli üzerinde ele alınacaktır.

3.1.1. Sönümsüz dinamik absorber

Şekil 3.1 de iki kütleli ve iki yaylı bir sistem görülmektedir. Burada M kütlesi ve K yayı ile temsil edilen kısım ana sistemdir ve $F = F_0 \cdot \sin \omega t$ harmonik kuvvetine maruzdur. m kütlesi ve k yayı ile temsil edilen kısım ise alt sistemdir ve buna dinamik absorber denir. Şayet m kütlesi olmasa ve F kuvvetinin frekansı ω , K katılığında yataklanmış M kütlesinin doğal frekansına eşit olsa rezonans durumu ortaya çıkar. Şimdi uygun bir (k, m) alt sisteminin eklenmesiyle rezonans tehlikesinin tamamen bertaraf edileceği gibi, M kütlesinin zorlanmış titreşiminin de sıfırlanabileceği gösterilecektir.



Şekil 3.1 Dinamik absorberli sistem

Şekil 3.1 den yola çıkarak M ve m kütlelerinin hareket denklemleri yazılırsa

$$M\ddot{x}_1 + (K + k)x_1 - kx_2 = F_0 \sin \omega t \quad (3.1)$$

$$m\ddot{x}_2 + kx_2 - kx_1 = 0$$

bulunur. Bu sistemin zorlanmış titreşimi de ω frekansında olacaktır. Buna göre $x_1(t)$ ve $x_2(t)$

$$x_1 = X_1 \sin \omega t \quad (\text{a}) \quad (3.2)$$

$$x_2 = X_2 \sin \omega t \quad (\text{b})$$

şeklinde olur. Burada X_1 ve X_2 zorlanmış hareket genlikleridir. Bu ifadeler (3.1) de yine konur ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\begin{aligned} X_1(-M\omega^2 + K + k) - kX_2 &= F_0 \\ -kX_1 + X_2(-m\omega^2 + k) &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

bağıntıları bulunur. Burada

$$X_{st} = \frac{F_0}{K} : \text{Esas sistemin statik sehimi}$$

$$\omega_a^2 = \frac{k}{m} : \text{Absorberin dogal frekansı} \quad (3.4)$$

$$\Omega_n^2 = \frac{K}{M} : \text{Esas sistemin dogal frekansı}$$

$$\mu = \frac{m}{M} : \text{Absorber kütlesinin ana kütleyle oranı olarak tanımlanırsa (3.3) denklemleri}$$

$$X_1 \left(1 + \frac{k}{K} - \frac{\omega^2}{\Omega_n^2} \right) - X_2 \frac{k}{K} = x_{st} \quad (3.5)$$

$$X_1 = X_2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2} \right)$$

haline gelir. Buradan X_1 ve X_2 şöyle bulunurlar:

$$\frac{X_1}{x_{st}} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2} \right) \left(1 + \frac{k}{K} - \frac{\omega^2}{\Omega_n^2} \right) - \frac{k}{K}} \quad (3.6)$$

$$\frac{X_2}{x_{st}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) \left(1 + \frac{k}{K} - \frac{\omega^2}{\Omega_n^2}\right) - \frac{k}{K}}$$

(3.6) nın birincisinden $1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2} = 0$ olduğunda X_1 in sıfır olacağı görülmektedir. Bu durumda

$$X_2 = -\frac{K}{k} x_{st} = -\frac{F_0}{k}$$

olur ki, absorberin her an M kütlesine F kuvvetinin zıt fazında aynı genlikte bir kuvvet uyguladığı anlaşılır. Bu durumda M'ye gelen harici kuvvetler birbirlerini dengeler ve M'nin zorlanmış titreşimi sıfırlanır. Bu netice ω/Ω_n oranının herhangi değeri için geçerlidir. Bununla birlikte rezonans tehlikesi yoksa veya rezonansa yakınlık sözü konusu değilse absorberin eklenmesi gerekli veya yararlı olmayabilir.

Şimdi $\omega_a = \Omega_n$ veya $\frac{k}{m} = \frac{K}{M}$ veya $\frac{k}{K} = \frac{m}{M} = \mu$ olması hali ele alınacaktır. Bu durumda

$\mu = \frac{m}{M}$ oranı absorber boyutunu tayin eder. Bu özel durumda (3.6) bağıntıları

$$\frac{X_1}{x_{st}} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) \left(1 + \mu - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) - \mu}$$

(3.7)

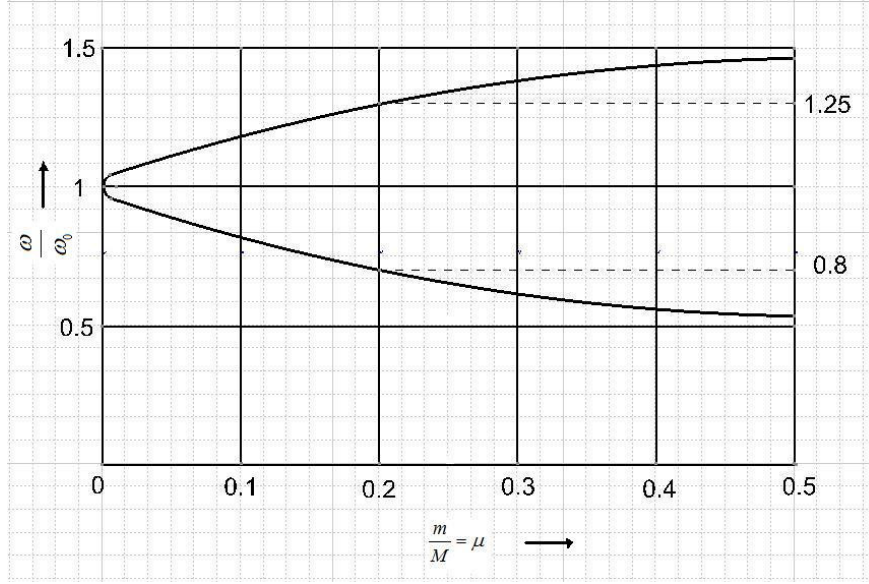
$$\frac{X_2}{x_{st}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) \left(1 + \mu - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) - \mu}$$

haline gelir. (3.7) den her iki ifadenin paydasının aynı olduğu görülmektedir. Payda ise (

$\frac{\omega}{\omega_a}$) ya göre dördüncü dereceden bir polinomdur ve bunun reel iki kökü vardır. Bu

ω değerleri için X_1 ve X_2 sonsuza gider.

Bu reel iki kök dinamik absorber eklendikten sonra sistemin yeni tabii frekanslarıdır. Bu suretle tek serbestlik dereceli ve tek tabii frekanslı bir sistemi iki serbestlik dereceli ve iki tabii frekanslı bir sistemle ikame edilir olmaktadır. Bir bakıma rezonans tehlikesinin bertaraf edilmesinin bedeli iki farklı rezonans frekansına sahip yeni bir sistemin elde edilmesidir. Şekil3.2 de iki tabii frekansın μ oranı ile değişimi gösterilmiştir.



Şekil 3.2 İki tabii frekansın μ oranına bağlı değişimi

Şekilde kütlesi esas kütlede ikisi ve doğal frekansı esas sistemin frekansına eşit olan absorberin eklenmesiyle ilk sistemin doğal frekansının 1,25 ve 0,8 katı olan iki doğal frekansa sebebiyet verdiğini görebiliriz.

$$\mu = 0 \text{ için } \frac{\omega}{\omega_a} = 1 \text{ yani } \omega = \omega_a = \Omega_n = \frac{K}{M} \text{ olmaktadır ki, bu beklenen bir}$$

şeydir ve absorberin olmadığı hale tekabül etmektedir. Tabii frekanslar (3.7) nin paydası sıfıra eşitlenerek bulunur.

$$\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) \left(1 + \mu - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}\right) - \mu = 0 \text{ veya}$$

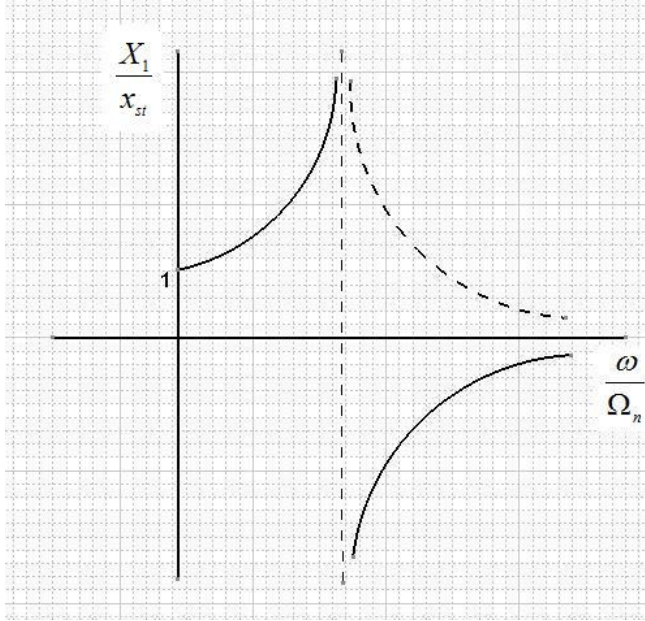
$$\left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2 (2 + \mu) + 1 = 0$$

olup çözümleri;

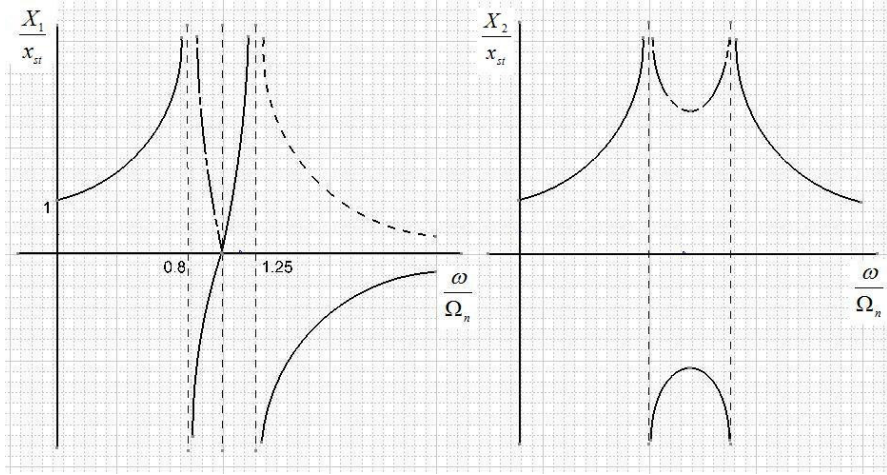
$$\left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2 = \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} \quad (3.8)$$

Mesela esas sisteme kütesinin 0,1 i kadar kütleyle sahip bir absorber eklenirse yeni yapının tabii frekansları orjinal sistemin 1,17 ve 0,85 katı olurlar.

Absorber eklenmeden evvel (K,M) esas sisteminin frekans cevap eğrisi Şekil3.3'deki gibi iken absorber eklendikten sonra ana kütle ve absorber kütesinin frekans cevap eğrileri Şekil3.4'deki gibi olurlar.



Şekil 3.3 Ana sistemin absorber eklenmeden önceki frekans cevabı eğrisi

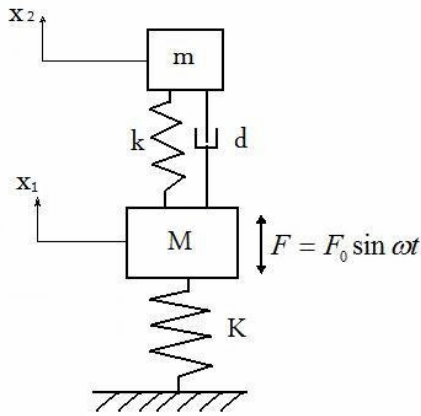


Şekil 3.4 Absorberli halde ana kütle ve absorberin frekans cevap eğrileri

Bu teorik inceleme sönümsüz dinamik absorberin dış kuvvetin frekansının hemen hemen sabit olduğu hallerde verimli olduğunu ortaya koymaktadır. Senkron elektrik motorlarına veya jeneratörlere doğrudan bağlı makinalarda bu uygulama verimlidir. Ancak değişken hızlı makinalarda mesela içten yanmalı motorlar vb. böyle bir uygulama yararsız ve hatta zararlı olabilir. Çünkü rezonans tehlikesi iki misli olmuştur (iki serbestlik dereceli sistem oluştuğundan).

3.1.2. Sönümlü dinamik absorber

Şekil 3.5'i göz önüne alalım. Burada verilen sistem şekil 3.1'dekinden ana kütle ile absorber kütlesi arasına konan sönüm elemanı farklılık arz etmektedir.



Şekil 3.5 Sönümlü dinamik absorber uygulaması

Bu sisteme ait hareket denklemleri:

$$M\ddot{x}_1 + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + Kx_1 + k(x_1 - x_2) = F_0 \sin \omega t \quad (3.9)$$

$$m\ddot{x}_2 + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k(x_2 - x_1) = 0$$

Bu denklem takımını çözmeye

$F = F_0 \sin \omega t$ terimi $F = F_0 e^{j\omega t}$ ile değiştirilirse $x_1 = X_1 e^{j\omega t}$ ve $x_2 = X_2 e^{j\omega t}$ olacağı hemen görülür. Ancak bu defa X_1 ve X_2 genlikleri kompleks sayılar olur. Bahsedilen çözümler denklemlerde yerine konursa

$$(K + k - M\omega^2 + j\omega c)X_1 - (k + j\omega c)X_2 = F_0$$

(3.9)

$$-(k + j\omega c)X_1 + (k - m\omega^2 + j\omega c)X_2 = 0$$

bulunur. Buradan

$$X_1 = \frac{(k - m\omega^2) + j\omega c}{[(K - M\omega^2)(k - m\omega^2) - km\omega^2] + j\omega c[K - (m + M)\omega^2]} F_0 \quad (3.10)$$

olarak bulunur. Bu kompleks sayının modülü (mutlak değeri) yukarıdaki ifadenin pay ve paydasını paydanın eşleniği ile çarpınca elde olunan yeni kompleks sayının reel ve sanal kısımlarının karelerinin toplamının karekökü alınarak bulunur.

$$\frac{|X_1|}{F_0} = \left\{ \frac{(k - m\omega^2)^2 + \omega^2 c^2}{[(K - M\omega^2)(k - m\omega^2) - km\omega^2]^2 + \omega^2 c^2 [K - (m + M)\omega^2]^2} \right\}^{1/2} \quad (3.11)$$

$X_1 = |X_1|$ denir ve yine

$X_{st} = F_0/K$: Esas sistemin statik sehim

$\omega_a^2 = k/m$: Absorberin doğal frekansı

$\Omega_n^2 = K/M$: Esas sistemin doğal frekansı (3.12)

$\mu = m/M$: Absorber kütlelerinin ana kütleye oranı

$f = \frac{\omega_a}{\Omega_n}$: Doğal frekanslar oranı

$g = \frac{\omega}{\Omega_n}$: Zorlayıcı kuvvet frekans oranı

$d_{kr} = 2m\Omega_n$: Kritik sönüm

tanımları yapılırsa (3.11) boyutsuz formda şu hale gelir :

$$\frac{X_1}{X_{st}} = \left\{ \frac{(2\frac{d}{d_{kr}}g)^2 + (g^2 - f^2)}{(2\frac{d}{d_{kr}}g)^2 [(1 + \mu)g^2 - 1]^2 + [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right\}^{1/2} \quad (3.13)$$

Şekil 3.6 da (3.12) ile verilen ifadenin $f = \frac{\omega_a}{\Omega_n} = 1$ ve $\mu = \frac{1}{20}$ olması halinde

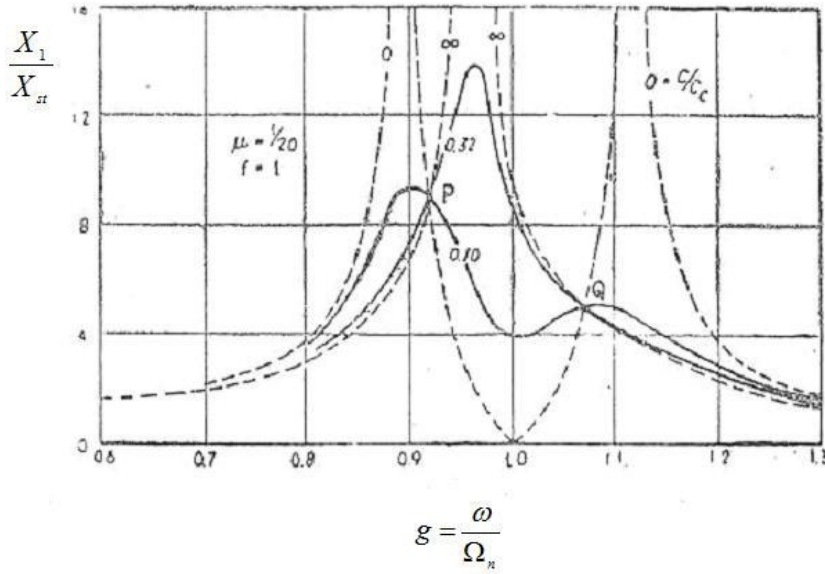
farklı sönüm oranı d/d_{kr} değerleri için $g = \frac{\omega}{\Omega_n}$ 'ye göre nasıl değiştiği

gösterilmiştir. Bu grafikte $\frac{d}{d_{kr}} = 0$, $\frac{d}{d_{kr}} = \infty$, $\frac{d}{d_{kr}} = 0.1$ ve $\frac{d}{d_{kr}} = 0.32$ olması

halinde $\frac{X_1}{X_{st}}$ nin değişim eğrileri verilmiştir. Açıkthatır ki $\frac{d}{d_{kr}} = 0$ ise aynı Şekil 3.4' deki

ilk grafikteki eğriler elde olunur. $\frac{d}{d_{kr}} = \infty$ ise absorber ana kütleye yapışık demektir. Bu durumda bir adet tabii frekans olur.

Öte yandan $\frac{d}{d_{kr}} = 0.1$ için $\frac{\omega}{\Omega_n} = 1$ civarında iki farklı tepe nokta görülmektedir. $\frac{d}{d_{kr}} = 0.32$ de ise grafiğin mevcut kısmında $\frac{\omega}{\Omega_n} = 1$ 'in hemen solunda tek bir frekans göze çarpmaktadır. Ancak bu grafikte ilgi çekici olan tüm eğrilerin P ve Q noktalarında kesişiyor olmasıdır. (Bu hal, tek serbestlik dereceli viskoz sönümlü sistemde tüm frekans cevabı eğrilerinin $\frac{\omega}{\Omega_n} = \sqrt{2}$ değerinde kesişmesine benzemektedir. Bu noktadan sonra sönümün fazlalığı zararlı olur.)



Şekil 3.6 $\mu = \frac{1}{20}$, $f = 1$ halinde farklı sönüm oranları için $\frac{X_1}{X_{st}}$ frekans cevabı eğrileri (Den Hartog, 1961).

Burada şöyle bir soru ortaya çıkar: Optimum sönüm nasıl hesaplanmalıdır? Açıktır ki, tüm eğriler P ve Q' dan geçmektedir. P ve Q' dan geçen eğrilerden bu iki noktadan en yüksek olanında yatay teğete sahip olanı optimum sönüme karşılık karşılık

gelen frekans cevabı eğrisidir. Bu durumda P ve Q noktalarının bulunması önem arz eder. Eğrilerin hepsinin P ve Q' dan geçmesi sönümün önem arz etmediği $g = \frac{\omega}{\Omega_n}$ değerlerinin varlığına işaret eder.

Şimdi

$$4g^2 := A \quad , \quad (g^2 - f^2)^2 := B$$

$$4g^2[(1 + \mu)g^2 - 1]^2 := C \quad , \quad [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2 := D \quad (3.14)$$

denirse (3.12) bağıntısı

$$\frac{X_1}{X_{st}} = \left[\frac{A\left(\frac{d}{d_{kr}}\right)^2 + B}{C\left(\frac{d}{d_{kr}}\right)^2 + D} \right]^{1/2}$$

(3.15)

Şeklinde yazılabilir. Bu ifadenin $\left(\frac{d}{d_{kr}}\right)$, den bağımsız olması $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$ olmasıyla

mümkündür. Şu halde (3.14) den yararlanılarak bu oran eşitliği yazılırsa

$$\frac{4g^2}{4g^2[(1 + \mu)g^2 - 1]^2} = \frac{(g^2 - f^2)^2}{[\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2}$$

olur. Burada her iki tarafın karekökü alınırsa sağ tarafın önüne \pm koymak gerekir. (-) olması halinde

$$\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2) = -(g^2 - f^2)[(1 + \mu)g^2 - 1]$$

olur ve buradan $g^2 = 0$ olması gerektiği anlaşılır. $g = \frac{\omega}{\Omega_n} = 0$ olması statik yük anlamına gelir ki, hız teşekkül etmediğinden sönüm kuvveti olmaz. Dolayısıyla tüm eğriler $g = 0$ da $\frac{X_1}{X_{st}} = 1$ den başlarlar. Öte yandan (+) işareti kullanıldığında

$$g^4 - 2 \frac{1 + (1 + \mu)f^2}{2 + \mu} g^2 + \frac{2f^2}{2 + \mu} = 0 \quad (3.16)$$

denklemine ulaşılır. Buradan g^2 ye ait iki değer bulunur. Bunlara g_1^2 ve g_2^2 denirse g_1 P noktasına, g_2 ise Q noktasına tekabül eder ve g_1^2 ile g_2^2 değerleri μ ile f nin fonksiyonları olduğu açıktır. Böylece P ve Q değerleri bulunur. Şimdi $\frac{X_1}{X_{st}}$ fonksiyonunun g ' ye göre türevlerini alıp burada P ve Q' ya ait g_1 ve g_2 değerlerini koyarak sıfıra eşitlemek ve anlamlı $\left(\frac{d}{d_{kr}}\right)$ oranı bulmaya çalışmak gelmektedir.

Bundan sonra konulabilecek ikinci hedef P ve Q daki genliklerin eşitliği $\left(\frac{X_1}{X_{st}}\right)_P = \left(\frac{X_1}{X_{st}}\right)_Q$ olmasını sağlamaktır. Yapılması gereken bulunan g_1 ve g_2 değerlerini (3.13) de yazıp iki ifadeyi eşitlemektir. Bu zaman alıcı işlemde kaçınmak mümkündür. Zira P ve Q da sönümün ne olduğu önemsizdir. İşi kolaylaştıracağından

$$\frac{d}{d_{kr}} = \infty \text{ alınırsa}$$

$$\frac{X_1}{X_{st}} = \frac{1}{1 - g^2(1 + \mu)} \quad (3.17)$$

olur ve buradan hareketle yukarıdaki eşit genlikler talebi

$$\frac{1}{1 - g_1^2(1 + \mu)} = - \frac{1}{1 - g_2^2(1 + \mu)} \quad (3.18)$$

şeklinde ifade edilebilir. Sağdaki terimin önüne (-) eklenmesi esasında eğrinin Q'nun olduğu kolunun aslında negatif bölgede olmasındandır. Neticede (3.18) den

$$g_1^2 + g_2^2 = \frac{2}{1 + \mu} \quad (3.19)$$

bulunur. Halbuki bu kökler (3.16) denkleminde aittir ve kökler toplamı ($g^2 = y$ tanımlarsak (3.16) ikinci derece denklem olur) orta terimin katsayısının y^2 nin katsayısına bölümünün negatifine eşittir. Şu halde (3.16) ve (3.19) dan

$$g_1^2 + g_2^2 = \frac{2[1 + (1 + \mu)f^2]}{2 + \mu}$$

bu bağıntı (3.19) da yerine konursa

$$f = \frac{1}{1 + \mu} \quad (3.20)$$

bulunur ki, bu basit bağıntı her boyutta absorber için doğru ayarı vermektedir.

(3.20) bağıntısı sağlanacak tarzda absorber tasarımı yapıldığında ana kütle için boyutsuz

titreşim genliği $\frac{X_1}{X_{st}}$ (3.18) de g_1 ve g_2 değerlerini koyarak bulunur.

$$\frac{X_1}{X_{st}} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad (3.21)$$

Şayet $f = 1$ alınmış ise (bu durumda (3.20) bağıntısının sağlanması gerekmez) (3.16) denklemi

$$g^4 - 2g^2 + \frac{2}{2+\mu} = 0 \quad (3.22)$$

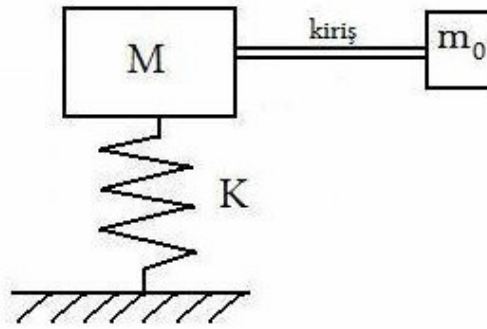
haline gelir ve buradan bulunan köklerden maksimum genliğe tekabül eden değer (3.13) te yerine konursa

$$\frac{X_1}{X_{st}} = \frac{1}{-\mu + (1+\mu) \left[\frac{\mu}{2+\mu} \right]^{1/2}} \quad (3.23)$$

olduğu görülür [Dan Hartog, 1961]

3.1.3 Sürekli ortam tarzında dinamik absorber

Esnek ve kütleli bir çubuk veya kiriş de dinamik absorber amaçlı kullanılabilir yahut taşıyıcı kiriş az kütleli, esnek olur ancak ucunda konsantre bir kütle taşıyabilir. Böyle bir uygulamaya örnek Şekil 3.7 de gösterilmiştir.



Şekil 3.7 Kiriş absorberli sistem

Kirişin kütlesi m_0 uç kütlesi yanında ihmal edilecek düzeyde bir yay gibi kabul edilebilir. Mukavemetten bilindiği gibi ankastre bir kirişin uç noktasına tekil bir kuvvet uygulandığında o noktadaki sehim

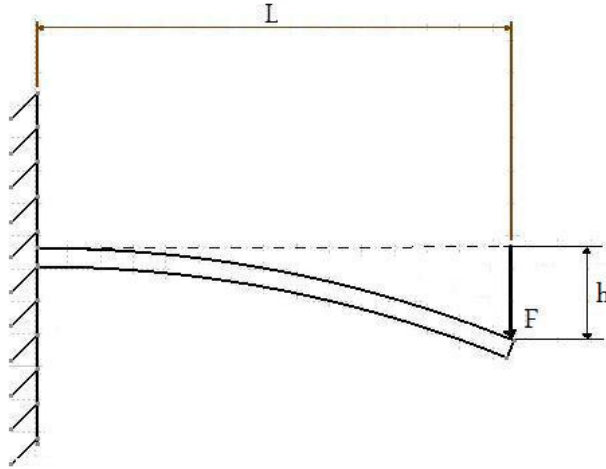
$$h = \frac{FL^3}{3EI}$$

(3.24)

bağıntısıyla hesaplanır, Şekil 3.8. Burada EI kirişin eğilme rijitliği, L kiriş boyu, F serbest uçta etkiyen düşey tekil kuvvet ve h ise o noktadaki sehmdir. Kirişin uç noktası için eşdeğer yay katsayısı bulunmak istenirse sehime neden olan kuvvet, sehime bölünür;

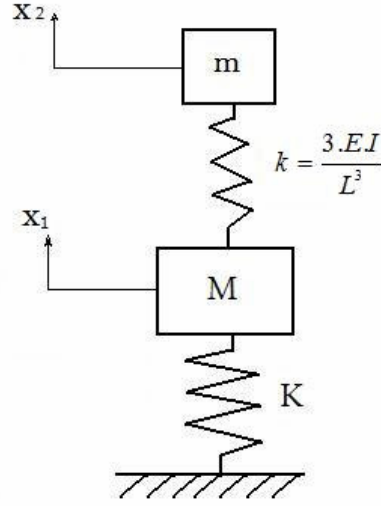
$$k = \frac{F}{h} = \frac{F}{\frac{FL^3}{3EI}} = \frac{3EI}{L^3}$$

(3.25)



Şekil 3.8 Ankastre kirişte uç noktadaki çökme

Buna göre kiriş kütlesi $m_k \ll m_0$ ise Şekil 3.7' deki sistem Şekil 3.9' daki sisteme dönüşür. Bu durumda absorber kütlesi $m = m_0$ ve $k = \frac{3EI}{L^3}$ olur. Şayet kiriş kütlesi m_k , m_0 mertebesinde ise eşdeğer kütle hesaplanmalıdır. Böyle bir durumda aşağıdaki yol izlenebilir.



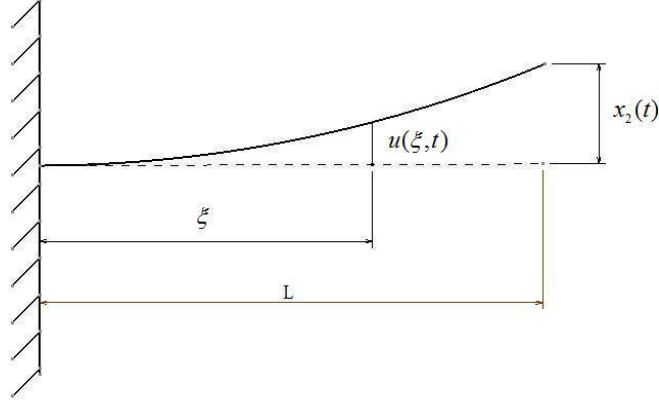
Şekil 3.9 Kiriş-kütle sistemine eşdeğer absorberli sistem

Dinamik elastik eğri için kirişin birinci moduna benzer bir fonksiyon öngörülerek efektif kiriş kütlesi yaklaşık olarak hesaplanabilir. Kirişin ucundaki kütle m_0 'ın deplasmanı $x_2(t)$ olsun. Bu durumda seçilen fonksiyona göre herhangi kiriş noktasının belli bir andaki sehim ve hızı $x_2(t)$ 'ye bağlı olur. Normal şartlarda kirişin tüm modları uyarılır. Ayar frekansı kiriş doğal frekanslarından biriyle çakışıyorsa efektif kütle hesaplamak için o frekansa ait modun kullanılması uygun olur. Ancak yaklaşık hesapla da tatmin edici sonuçlar elde edilebilir. Mesela elastik eğri parabolik olsun Şekil 3.10 yardımıyla bu eğrinin formunun; (Not : eğriyi $y=x^2$ gibi kabul ediyoruz)

$$u(\xi, t) = \frac{x_2(t)}{L^2} \xi^2$$

(3.26)

olacağı görülür.



Şekil 3.10 Parabolik elastik eğri yaklaşımı

ξ deki bir kiriş parçasının kinetik enerjisi $\frac{1}{2} \rho A d\xi \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2$ olup, kirişin toplam

kinetik enerjisi:

$$T_k = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \frac{\dot{x}_2^2(t)}{L^4} \xi^4 d\xi = \frac{1}{2} \frac{m_k}{5} \dot{x}_2^2(t) \quad (3.27)$$

olur. Kirişin kinetik enerjisini taşıyan ve m_0 ile üst üste bulunan efektif bir kütle düşünülecekse bunun $\frac{m_k}{5}$ 'e eşit olduğu söylenebilir. Bu durumda absorberin efektif

kütlesi $m_0 + \frac{m_k}{5}$ olur. Tabi burada yaklaşımın iyiliği seçilen elastik eğri fonksiyonuna

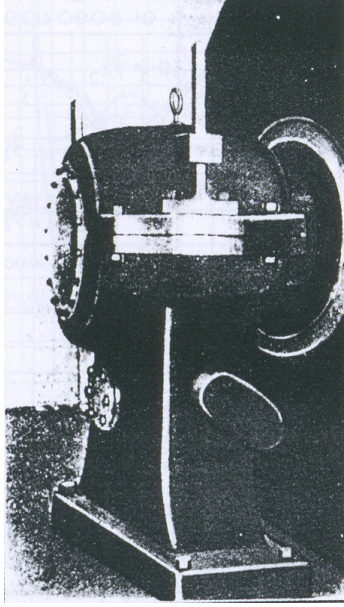
bağlıdır. Şayet parabol yerine doğru seçilseydi kirişin etki kütlesi $\frac{m_k}{3}$ olacaktı. Diğer

bir husus kiriş eşdeğer kütlesi hesaplanırken ana kütleyle bağlantı noktasının sükunette

kabul edilmesidir. Bu durumda eşdeğer absorber kütlesi $m = m_0 + \frac{m_k}{5}$ ve $k = \frac{3EI}{L^3}$

olmaktadır. Absorber frekansı ise $\omega_a^2 \cong \frac{k}{m} = \frac{\frac{3EI}{L^3}}{m_0 + \frac{m_k}{5}}$ olup, tam ayar yapıldıysa

$\omega_a^2 = \Omega_n^2 = \omega^2$ olmalıdır. Bu tarzda bir uygulama Şekil 3.11 de gösterilmiştir.

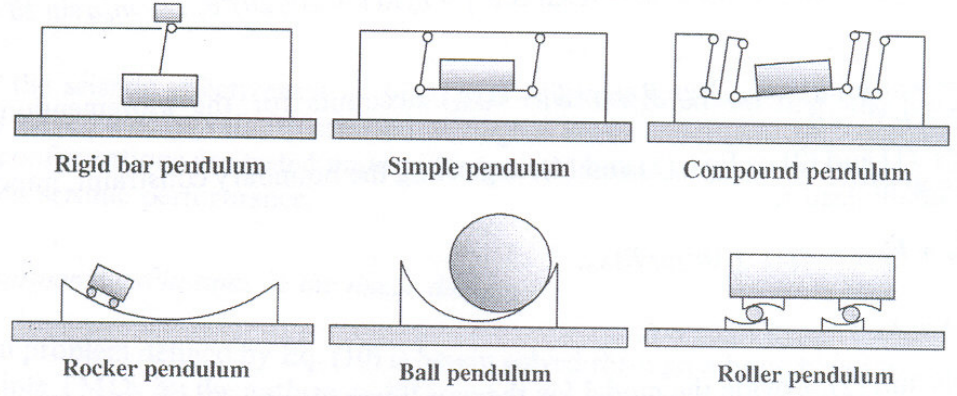


Şekil 3.11 Ankastre kiriş absorberli jeneratör yatağı ayağı

Uçtaki tekil kütle ankastre çubuk üzerinde hareketli yapılsa k katılığı kütleyle geçdirerek optimal bir değere getirebilir.

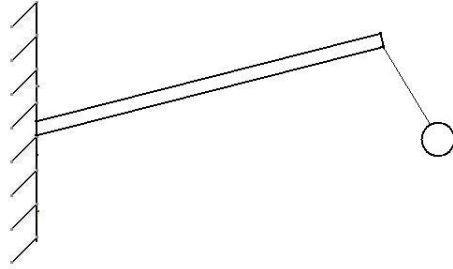
3.1.4 Sarkaç absorberler

Şimdiye kadar anlatılan absorberler genellikle öteleme yapan lineer dinamik absorberlerdi. Bunlar aynı zamanda pasif ayarlı kütle sönümleyiciler (passive tuned mass damper) diye de adlandırılırlar. Çünkü bu absorberlerde kütle ve elastikiyet bir kez seçildiğinde artık değiştirilemez. Bunlara ilaveten özellikle rüzgar ve trafik orijinli titreşimlere maruz esnek yapılarda kullanılan sarkaç absorberler vardır. Bunlarda geri getirici kuvvet ağırlıktır. Bazı hallerde sarkacın yerini dairesel bir kanalda hareket eden bilya da almaktadır. Öte yandan bifilar sarkaç da kullanılan varyasyonlar arasındadır. Şekil 3.12 de yapılan yatay hareketleri kontrol amaçlı kullanılan muhtelif absorberler görülmektedir.



Şekil 3.12 Binalarda kullanılan sarkaç absorberler

Kiriş gibi davranan sistemlerde sarkaç absorber uygulamaları Şekil 3.13' teki gibi olmaktadır (Yaman ve diğerleri). Bu tür uygulamalarda otoparametrik rezonans durumları da ortaya çıkmaktadır.



Şekil 3.13 Sarkaç absorberli kiriş

3.2 Kiriş Teorisi

Çalışma dinamik absorber taşıyan kirişlere ilişkin olduğundan bu bölümde de bir miktar kiriş titreşimleri teorisine yer verilecektir. Ancak burada inceleme düzlemsel titreşimlerle sınırlı tutulacaktır.

Kiriş teorisinde muhtelif modeller vardır. Bunlardan ilki ve tarihçe en eski olanı Euler-Bernoulli hipotezidir. Bu hipotez izotropik ve daha ziyade metal malzemeden mamul kirişlerde kiriş kesitindeki eğilme momenti ile elastik eğrinin eğriliği arasında bir ilişkinin mevcudiyetine dayanır. Gerçekten de metal ve izotropik malzemelerde deneyler bu hipotezi teyit etmekte olup, bu tür malzemeler için Euler-Bernoulli teorisinden bahsetmek mümkündür. Diğer kiriş teorileri bu teorinin iyileştirilmesinden ibarettir. Şöyle ki, Timoshenko kiriş modeli kesme kuvvetinin elastik eğriye katkısını göz önüne almaktadır. Bu model küçük açıklıklı veya kalın kesitli kirişlerde daha gerçekçi sonuçlar vermektedir. Diğer bir teori ise Rayleigh'e izafe edilir. Bu teorinin öncekilerden farkı da kesit dönmesinin atalet etkilerini de hesaba katmasıdır.

Bir kirişin düzlemsel titreşimine ait denklemin çıkartılmasında farklı metotlar kullanılabilir. Titreşen kirişten sonlu bir parça çıkartılıp bunun hareket denklemleri yazılır ve sonra limite geçilir. Buna Euler-Newton metodu denir. Eğilme titreşimi yapan kirişlerde kullanılacak diğer bir metot da yine sonlu bir parçayı ele alıp bunun moment denklemini yazmak ve sonra eğilme momenti-eğrilik bağıntısını kullanmaktır. Bu metoda Euler-Newton metodunun bir çeşidi gözüyle bakılabilir. Üçüncü bir metot ise Euler-Lagrange denklemleridir. Bu denklemler de ya doğrudan uygulanır yahut Hamilton ilkesinden yola çıkılarak muhtemel sınır şartlarıyla birlikte çıkarılabilir.

Eğilme titreşimi yapan kirişlerde elastik eğri eğimlerinin küçük olması halinde ($\tan \theta \ll 1$) eğrilik bağıntısı lineerleştirilir. Eğimler üzerine konan bu şart sağlanmadığı takdirde nonlinear bağıntı kullanılmalıdır. Tam nonlinear bağıntı kullanılacaksa eğim açısı ve kirişin yay uzunluğu değişken olarak alınmalıdır. Eğer kısmi nonlinearlikle yetinilecekse bu durumda eğrilik bağıntısı seriye açılarak ilk iki terim alınır.

Eğilme titreşimleri sırasında aksiyal kuvvetler tesirinde çubuk boyundaki değişim ihmal edilecek düzeyde ise o zaman uzamazlık şartı kullanılabilir. Mamafih bu şartın kullanılmasının her zaman kolaylık getireceği düşünülmemelidir. Euler-Bernoulli hipotezi eğilme momenti ile eğrilik arasında

$$\frac{M}{EI} = \vartheta = \frac{1}{\rho}$$

(3.28)

şeklinde bir bağıntı kurmaktadır. Burada M kirişin herhangi bir kesitindeki eğilme momenti, I alan atalet momenti, E malzemenin elastisite modülü, ve ϑ ise o kesitin olduğu elastik eğri noktasındaki eğriliktir. (ρ ise eğrilik yarıçapıdır). Eğrilik ile elastik eğrinin eğim açısı θ ve eğrinin yay uzunluğu arasında

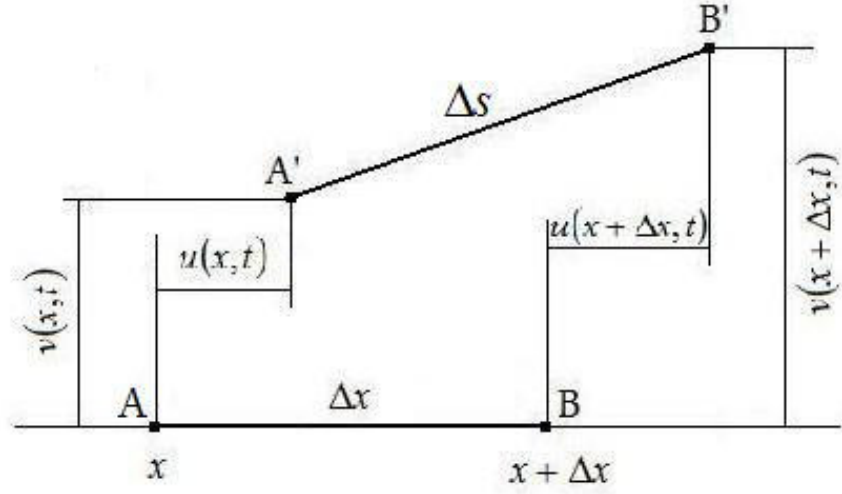
$$\vartheta = \frac{\partial \theta}{\partial s}$$

(3.29)

bağıntısı mevcuttur (Eğrilik : bir eğri üzerinde ilerlerken birim uzunluk ilerlenmesine karşılık cephenin döndüğü açı miktarıdır).

$\theta = \theta(s, t)$ olduğundan kısmi türev işareti kullanılmıştır.

Burada önemli bir husus matematiksel ve fiziksel eğrilikler arasındaki farklılıktır. Şöyle ki, bir kirişin hareketi modellenirken problemde kullanılacak konum koordinatı iki farklı tarzda seçilebilmektedir. Bunlardan ilki Lagrangian tariftir. (lagrangean description). Buna göre kirişin ağırlık merkezleri eksenini üzerindeki noktalar çubuğun deforme olmamış halinde koordinatları tanımlanır. Deforme olmuş halde herhangi bir kesitin yatay ve düşey deplasmanları bu ilk koordinata nispet edilerek tanımlanır. Bu durumda (3.29) ile verilen eğrilik bağıntısı aşağıdaki gibi değiştirilerek ifade edilmelidir. Şekil 3.14'deki gibi aralarında Δx kadar koordinat farkı olan iki kesit tarafından sınırlanan bir çubuk elemanı göz önüne alınsın. x 'deki kiriş noktası herhangi bir tanımda x eksenini istikametinde $u(x, t)$, buna dik doğrultuda ise $v(x, t)$ kadar hareket etmiş olsun. Buna mukabil $x + \Delta x$ 'deki kiriş noktası ise $u(x + \Delta x, t)$ ve $v(x + \Delta x, t)$ deplasmanları yapmış olsun. $A'B' = \Delta s$ olsun; yani AB elemanının Δx olan boyu t anında Δs olmuştur.



Şekil 3.14 Deforme olmuş eleman ve deplasmanlar

Şekil 3.14'den

$$\Delta s^2 \approx [(u(x + \Delta x, t) + x + \Delta x) - (u(x, t) + x)]^2 + [v(x + \Delta x, t) - v(x, t)]^2 \quad (3.30)$$

yazılabilir. Eğer her iki taraf $(\Delta x)^2$ ye bölünür ve $\Delta x \rightarrow 0$ yapılırsa

$$\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2 = \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \quad (3.31)$$

(3.31) ifadesinin sağ tarafındaki ilk parantez açılırsa

$$\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2 = 1 + 2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \quad (3.32)$$

olur. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2$, $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)$ li terimin yanında ihmal edilirse, (çünkü yataydaki birim deplasman zaten çok küçük olduğundan, bunun karesi çok daha küçük olacaktır.)

$$\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2 = 1 + 2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \quad (3.33)$$

bağıntısı elde edilir. Şayet kirişte uzamazlık şartı geçerliyse $\Delta s = \Delta x$ olduğundan $\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right) = 1$ olur ve bu durumda u ve v deplasmanları arasında

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \quad (3.34)$$

bağıntısı mevcuttur. Bu durumda entegral alınırsa

$$u(x,t) = -\frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 dx \quad (3.35)$$

şeklinde u deplasmanı v deplasmanı cinsinden yazılabilir. Uzamazlık şartı sağlandığında s ile x sembolleri uzunluk anlamında yer değiştirebilir. x 'deki kesitin x eksenindeki hızı da

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\int_0^x \frac{\partial v}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t}\right) dx \quad (3.36)$$

olarak bulunur. Neticede uzamazlık şartı ön görüldüğünde x doğrultusundaki deplasman ve hız (3.35) ve (3.36) bağıntılarıyla hareket denklemlerinin çıkarılmasında kullanılabilir.

(3.29) eğrilik bağıntısı uzamazlık şartı yerine gelmediği takdirde aşağıdaki gibi değiştirilmelidir. Şöyle ki;

$$\tan \theta = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta v}{\Delta x}}{\frac{(\Delta x + \Delta u)}{\Delta x}} = \frac{\frac{\partial v}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u}{\partial x}}$$

(3.37)

olacağı açıktır, Şekil 3.14 Her iki tarafın x e göre türevi alınırsa

$$(1 + \tan^2 \theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)}{\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2}$$

olur. Halbuki

$$(1 + \tan^2 \theta) = \frac{\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}{\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2}$$

olduğundan

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)}{\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} \quad (3.38)$$

olarak bulunur. Öte yandan (3.31) den

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \sqrt{\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} \quad (3.39)$$

olduğu açıktır. (3.38) ve (3.39) ile (3.40) e gidilirse

$$\vartheta = \frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{\frac{\partial \theta}{\partial x}}{\frac{\partial s}{\partial x}} = \frac{\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)}{\sqrt{\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}} \quad (3.40)$$

olarak elde edilir. Şayet uzamazlık şartı varsa yani

$$\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right) = 1 \quad (3.41)$$

ise (3.31) den

$$\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) = \sqrt{1 - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}$$

x 'e göre türev

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}} \quad (3.42)$$

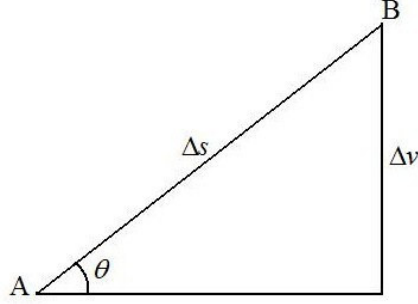
$$\sqrt{\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} = 1$$

olup bunlar (3.40)'te yerine konursa

$$\vartheta = \frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}} \quad (3.43)$$

olarak bulunur. Burada x sembolü s ile değiştirilebilir. Bu durumda konum koordinatı olarak anlık yay uzunluğu s 'nin kullanılması halindeki eğrilik ifadesi elde olunur.

Hareket denkleminin çıkarımında konum koordinatı kullanımında ikinci bir yol o anki yay uzunluğunu kullanmaktır. Bu durumda Lagrangean tanımlamanın aksine eğrilik ve gerilmeler girişin son durumu referans alınarak tanımlanır. Bu durumda şekil 3.14'e benzer bir resim şekil 3.15'de verilmektedir.



Şekil 3.15 Diferansiyel elemanda sehim ve yay uzunluğu ilişkisi

Burada

$$\sin \theta = \frac{\partial v}{\partial s} \quad (3.44)$$

olup iki tarafın s 'ye göre türevi alınır ve $\frac{\partial \theta}{\partial s}$ yalnız bırakılırsa

$$\frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{\partial^2 v / \partial s^2}{\cos \theta} = \frac{\partial^2 v / \partial s^2}{\sqrt{1 - (\partial v / \partial s)^2}} \quad (3.45)$$

bulunur ki bu (3.43)'daki ifadeyle aynıdır. s koordinatının kullanılması ve uzamazlık şartının sağlanması halinde s 'deki kesitin yataydaki deplasmanı

$$u(s, t) = s - \int_0^s \sqrt{1 - \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2} ds \quad (3.46)$$

olarak bulunur. Burada kareköklü ifadenin binom açılımı yapıp ilk iki terimi alınır

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2 \quad (3.47)$$

bulunur ve bununla (3.46)'da yerine konursa

$$u(s, t) = s - \int_0^s \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial s} \right)^2 \right] ds = -\frac{1}{2} \int_0^s \left(\frac{\partial v}{\partial s} \right)^2 ds \quad (3.48)$$

bulunur ki bu ifade (3.35) ile aynıdır.

Eğrilik-moment bağıntısı kirişin potansiyel enerjisinin hesabında rol oynar. Gerçekten eğilme momentinin kiriş üzerinde yaptığı iş ve dolayısıyla kirişte bu şekilde depolanan şekil değiştirme enerjisi

$$V_M = \frac{1}{2} \int_0^{L'} M d\theta = \frac{1}{2} \int_0^{L'} EI \vartheta (\vartheta ds) = \frac{1}{2} \int_0^{L'} EI \vartheta^2 ds \quad (3.49)$$

olur. Şayet uzamazlık şartı sağlanıyorsa entegralin sınırı L' yerine L alınır ve ds ile dx yer değiştirebilir. Bu durumda

$$V_M = \frac{1}{2} \int_0^L EI \vartheta^2 dx \quad (3.50)$$

alınır.

Bir sonraki bölümde burada anlatılan konulardan hareket denkleminin çıkarılmasında yararlanılacaktır.

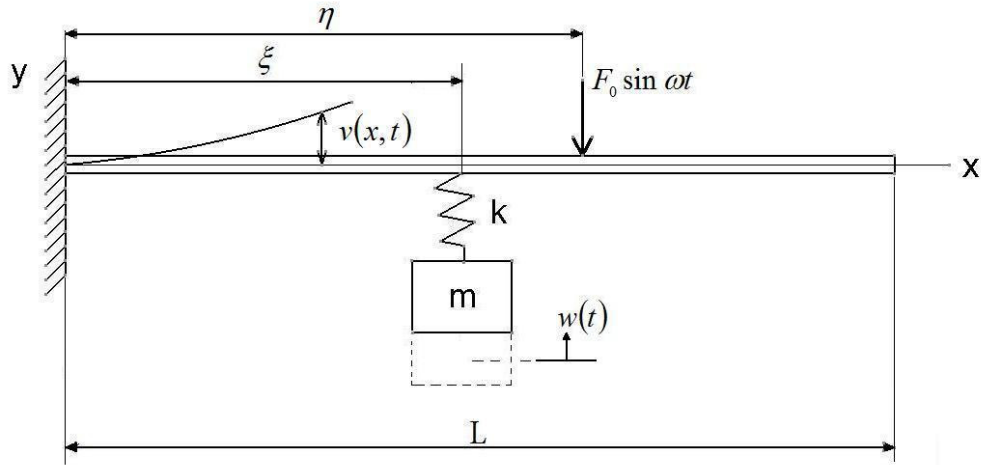
3.3 Diskret Absorberli Kirişler

Daha önceki iki bölümde genel olarak dinamik absorberler ve kirişler hakkında yeterince bilgi verilmişti. Bu bölümde ise absorberli kiriş uygulamalarından ikisine ait hareket denklemlerinin çıkartılışıyla ilgilenilecektir. Bu örneklerden birisi ötelenen absorberli kiriş, diğeri ise sarkaç absorberli kiriş olacaktır.

3.3.1 Lineer absorber taşıyan kiriş

Böyle bir sistem Şekil 3.16 de gösterilmiştir. Burada uyarının kuvvet cinsinden olduğu öngörülmektedir ve ortadaki sehimin minimize edilmesi için absorberin boyutlandırılması ve konumlandırılması gerekmektedir. Dış uyaran harmonik bir kuvvet olarak alınmıştır. Bu tür sistemlere literatürde eklentili sistemler adı altında da rastlanmaktadır. Ancak orada amaç yalın bir yapı elemanının (plak, kiriş, kolon vs.) üzerine bazı ayırık veya yayılı parametrelili eklentilerin bağlanması halinde komple yapının titreşim özelliklerinin nasıl değiştiğini dinamik davranışını incelemeye yöneliktir. Bununla birlikte absorberli kirişin incelenmesi bir yönüyle bu araştırma alanıyla ilgilidir.

Burada öncelikle ele alınan sistemin hareket denklemlerinin çıkarılışı verilecektir. Kirişin uniform kesitli, homojen, izotropik olduğu ve titreşimlerin geometrik ve malzeme lineerliğini sağladığı, boyuna deplasmanların ihmal edilecek mertebede olduğu kabul edilecektir. Her ne kadar tekil kuvvetin frekansı sistemin tabii frekanslarının biri civarında veya ona eşit ise mevcut modelde sönüm olmadığından rezonans durumu gerçekleşip genlikler büyüyecek ise de sistemde absorberin varlığı zaten tabii frekansları kaydırmak suretiyle bunu engelleyecektir.



Şekil 3.16 Lineer absorber taşıyan kiriş

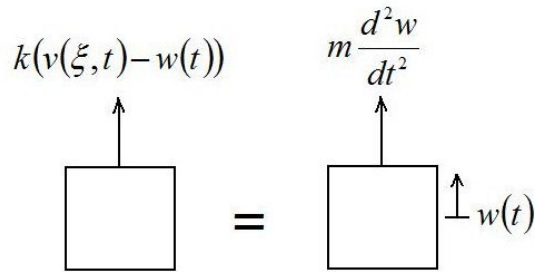
Literatürden bilindiği üzere üzerinde $q(x,t)$ yayılı yükünü taşıyan elastik bir kirişin hareket denklemi

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -q(x,t) \quad (3.51)$$

şekindedir. Bu denklemin çıkarılışında kesit dönmesinin ataleti ve kesme kuvveti etkileri göz önüne alınmamıştır. Ayrıca bu sistemdeki yayılı yük $x = \xi$ ve $x = \eta$ 'de etkiyen iki tekil kuvvete dejenere olmuştur. Bu nedenle yayılı yük yerine delta Dirac genelleştirilmiş fonksiyonunu içeren terimler gelecektir.

$$q(x,t) = F_{yy}(t)\delta(x - \xi) + F_0 \sin(\omega t)\delta(x - \eta) \quad (3.52)$$

Burada $F_{yy}(t)$ kuvveti absorberin hareket denkleminde bulunur. Şekil 3.17 yardımıyla



Şekil 3.17 Absorber kütesinin serbest cisim ve kinetik diyagramları

$$k(v(\xi, t) - w(t)) = m \frac{d^2 w}{dt^2} \quad (3.53)$$

yazılır. Burada $w(t)$ absorberin tüm sistem sükunette iken bulunduğu statik denge konumundan itibaren ölçülen deplasmandır. Neticede (3.52) deki yay kuvveti

$$F_{\text{yay}}(t) = k[v(\xi, t) - w(t)] \quad (3.54)$$

olup absorberin hareket denklemini de

$$m \frac{d^2 w}{dt^2} + kw(t) = kv(\xi, t) \quad (3.55)$$

şeklindedir. (3.54), (3.52) de yerine konur ve (3.51) in sağına yerleştirilirse kirişin hareket denklemini

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -k[v(\xi, t) - w(t)]\delta(x - \xi) - F_0 \sin(\omega t)\delta(x - \eta) \quad (3.56)$$

olur. Bu denkleme ait sınır şartları

$$v(0, t) = 0 \quad (\text{kök noktasındaki sehim})$$

$$\frac{\partial v}{\partial x}(0, t) = 0 \quad (\text{kök noktasındaki eğim})$$

$$EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}(L, t) = 0 \quad (\text{eğilme momenti}) \quad (3.57)$$

$$EI \frac{\partial^3 v}{\partial x^3}(L, t) = 0 \quad (\text{kesme kuvveti})$$

olacaktır. $x=0$ da iki adet geometrik (sehimi ve eğim sıfır), $x=L$ de ise iki adet dinamik (eğilme momenti ve kesme kuvveti sıfır) sınır şartı vardır.

(3.56) denklemini lineer olması hasebiyle çözümünü iki parça olarak düşünülebilir. Birisi sağ taraftaki terimlerden doğan ve zorlanmış titreşimi yansıtan özel çözüm, diğeri ise sağ tarafta terim olmaması halinde yarı homojen denklemden kaynaklanan ve sistemin serbest titreşimlerini yansıtan homojen çözümdür.

Absorberlere ayrılan 3.1 Bölümünde görüleceği üzere absorber tasarımında sistemin tabii titreşimleri genelde göz ardı edilir. Lineer sistemlerde bu makul bir

yaklaşımıdır zira rezonans olmadığı sürece sistemde her zaman serbest titreşimleri yok edecek kadar sönüm vardır. Ancak nonlinear denklemlerle uğraşılırken süperpozisyon ilkesi de geçerli olmadığından lineer sistemlerde rastlanmayan bazı davranışların açıklanması için homojen çözüme de ihtiyaç duyulabilir.

(3.57) sınır şartları altında (3.56) diferansiyel denkleminin çözümünde iki farklı yol izlenebilir. Doğrudan zorlanmış titreşim elde edilmek isteniyorsa sistemin lineer olmasından ötürü girişin ve absorberin zorlanmış titreşim frekansları uyarankiyle aynı olacaktır. Buna göre

$$v(x, t) = V(x) \sin \omega t \quad (a)$$

(3.58)

$$w(t) = W_0 \sin \omega t \quad (b)$$

$$\frac{d^2 w}{dt^2} = -W_0 \omega^2 \sin \omega t$$

ikame edilip (3.55) ve (3.56) denklemlerine gidilirse

$$m(-W_0 \omega^2 \sin \omega t) + kW_0 \sin \omega t = kV \sin \omega t$$

$$(k - m\omega^2)W_0 = kV(\xi) \quad (3.59)$$

$$EIV'''' \sin \omega t - \rho A \omega^2 V \sin \omega t = -k[V(\xi) - W_0] \sin \omega t \delta(x - \xi) - F_0 \sin \omega t \delta(x - \eta)$$

$$EIV''''(x) - \rho A \omega^2 V(x) = -k[V(\xi) - W_0] \delta(x - \xi) - F_0 \delta(x - \eta) \quad (3.60)$$

denklemleri elde edilir. (3.59) dan W_0 çekilirse

$$W_0 = \frac{k}{k - m\omega^2} V(\xi)$$

$$W_0 = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2} V(\xi) \quad (3.61)$$

bulunur. Burada ω_a ile absorber frekansı olarak

$$\omega_a = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2} \quad (3.62)$$

büyüklüğü gösterilmiştir. (3.61) , (3.60) da yerine konursa

$$EIV''''(x) - \rho A \omega^2 V(x) = -kV(\xi) \left[1 - \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2} \right] \delta(x - \xi) - F_0 \delta(x - \eta)$$

veya düzenlenirse

$$EIV''''(x) - \rho A \omega^2 V(x) = -kV(\xi) \left[\frac{\left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2} \right] \delta(x - \xi) - F_0 \delta(x - \eta) \quad (3.63)$$

bu diferansiyel denklem sağ taraflı bir sınır değer problemidir. Burada esas sistem olarak ankastre kirişin öz fonksiyonları bilindiğinde ve bunlar zorlanmış titreşim problemi için mukayese fonksiyonları niteliğinde olduğundan $\varphi_i(x)$ ler öz fonksiyonları göstermek üzere $V(x)$ 'e

$$V(x) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i \varphi_i(x) \quad (3.64)$$

serisiyle yaklaşılabilir. Bu ifadeyi denklemde yerine koymadan önce

$$\bar{x} = \frac{x}{L}$$

(3.65)

$$\bar{V}(\bar{x}) = \frac{V(x)}{L}$$

tanımlanır, bu yeni boyutsuz büyüklüklere göre (3.63) yeniden düzenlenip dördüncü mertebeden türevin katsayısı 1 yapılırsa (3.63) şu hale gelir;

$$\bar{V}''''(\bar{x}) - \left(\frac{\rho A}{EI} L^4 \omega^2 \right) \bar{V}(\bar{x}) = \frac{k \cdot L^3}{EI} \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_a} \right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a} \right)^2} \bar{V}(\bar{\xi}) \delta(\bar{x} - \bar{\xi}) - \frac{F_0 L^2}{EI} \delta(\bar{x} - \bar{\eta}) \quad (3.66)$$

Şimdi

$$\omega_0 = \frac{1}{L^2} \left(\frac{EI}{\rho A} \right)^{1/2} \quad (3.67)$$

$$\alpha^4 := \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \quad (3.68)$$

$$c_k := \frac{k}{\frac{EI}{L^3}} \quad (3.69)$$

$$c_F := \frac{F_0}{\frac{EI}{L^2}} \quad (3.70)$$

$$\bar{\delta}(\cdot) := L\delta(\cdot) \quad (3.71)$$

tanımları yapılırsa (3.66) şu şekli alır

$$\bar{V}''''(\bar{x}) - \alpha^4 \bar{V}(\bar{x}) = c_k \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2} \bar{V}(\bar{\xi}) \bar{\delta}(\bar{x} - \bar{\xi}) - c_f \bar{\delta}(\bar{x} - \bar{\eta}) \quad (3.72)$$

bu durumda (3.64) de şöyle değiştirilmelidir:

$$\bar{V}(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{c}_i \bar{\varphi}_i(\bar{x}) \quad (3.73)$$

Burada $\bar{\varphi}_i(\bar{x})$ 'ler şöyle tanımlanmıştır:

$$\bar{\varphi}_i(\bar{x}) = (chv_i \bar{x} - \cos v_i \bar{x}) + \lambda_i (shv_i \bar{x} - \sin v_i \bar{x}) \quad (3.74)$$

Burada

$$v_i := \left(\frac{\rho AL^4}{EI} \omega^2 \right)^{1/4} \quad (3.75)$$

olarak tanımlanmıştır. λ_i ise i . moda ait oran sabitidir. Ayrıca $\bar{\varphi}_i(\bar{x})$ ler arasında

$$= 1 \quad (i = j)$$

$$\int_0^1 \bar{\varphi}_i(\bar{x}) \bar{\varphi}_j(\bar{x}) d\bar{x} \quad (3.76)$$

$$= 0 \quad (i \neq j)$$

Ortogonalite bağıntısı mevcuttur. Şimdi (3.76), (3.66) da yerine konursa ve her taraf $\bar{\varphi}_j(\bar{x})$ ile çarpılır ve 0' dan 1' e entegre edilirse

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^{\infty} \bar{c}_i \int_0^1 \bar{\varphi}_i''''(\bar{x}) \bar{\varphi}_j(\bar{x}) d\bar{x} - \alpha^4 \sum_{i=1}^{\infty} \bar{c}_i \int_0^1 \bar{\varphi}_i(\bar{x}) \bar{\varphi}_j(\bar{x}) d\bar{x} \\
&= c_k \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2} \left(\sum_{i=1}^{\infty} \bar{c}_i \bar{\varphi}_i(\bar{\xi}) \right) \int_0^1 \bar{\varphi}_j(\bar{x}) \bar{\delta}(\bar{x} - \bar{\xi}) d\bar{x} - c_f \int_0^1 \bar{\varphi}_j(\bar{x}) \bar{\delta}(\bar{x} - \bar{\eta}) d\bar{x}
\end{aligned} \tag{3.77}$$

bulunur.

$$\bar{\varphi}_i''''(\bar{x}) = v_i^4 \bar{\varphi}_i(\bar{x}) \tag{3.78}$$

olduğundan

$$\left(v_i^4 - \alpha^4\right) \bar{c}_{ij} \bar{c}_j = c_k \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2} \sum_{i=1}^{\infty} \bar{c}_i \bar{\varphi}_i(\bar{\xi}) \bar{\varphi}_j(\bar{\xi}) - c_f \bar{\varphi}_j(\bar{\eta}) \tag{3.79}$$

$j = 1, 2, \dots$

Buradan \bar{c}_i lerle ilgili sonsuz denklemden oluşan bir takım elde edildiği görülmektedir.

Pratikte ise fonksiyon sayısı sonlu olur. Bu durumda mesela v fonksiyonu için zorlanmış çözüm

$$v(x, t) = \left(\sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(x) \right) \sin \omega t \tag{3.80}$$

formunda olacaktır.

(3.55) ve (3.56) denklem takımını çözmeye kullanılacak diğer bir yöntem Galerkin yöntemidir. Burada ise

$$v(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t) \tag{3.81}$$

formunda bir çözüm önerilir. Burada $\varphi_i(x)$ ' ler yine serbest titreşim halindeki modal fonksiyonlardır. Bu ifadelerle (3.55) ve (3.56)' ya gidilirse

$$m\ddot{w}(t) + k\omega(t) = k \left(\sum_{i=1}^n \varphi_i(\xi) q_i(t) \right) \quad (3.82)$$

$$EI \left(\sum_{i=1}^n \varphi_i''''(x) q_i(t) \right) + \rho A \left(\sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \ddot{q}_i(t) \right) = \quad (3.83)$$

$$- k \left[\sum_{i=1}^n \varphi_i(\xi) q_i(t) - w(t) \right] \delta(x - \xi) - F_0 \sin \omega t \delta(x - \eta)$$

(3.83)' ün her iki tarafı yine $\varphi_j(x)$ ile çarpılır ve (3.76) ve (3.78) bağıntıları da göz önüne alınırsa

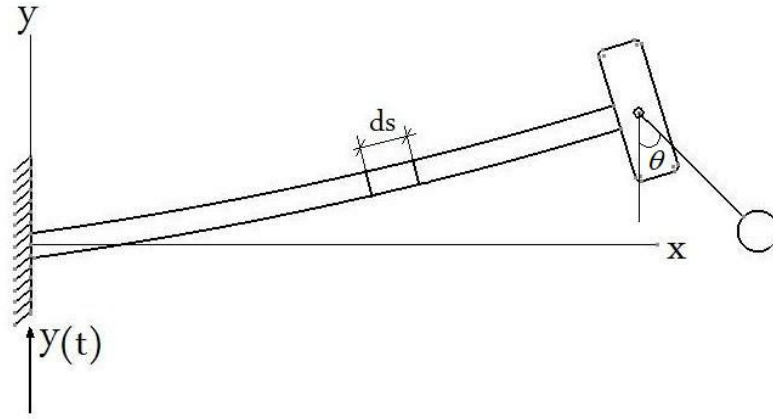
$$\ddot{q}_j + \omega_j^2 q_j = - \frac{k}{\rho AL} \left[\sum_{i=1}^n \varphi_i(\xi) \varphi_j(\xi) q_i(t) - w(t) \varphi_j(\xi) \right] - \frac{F_0}{\rho AL} \sin(\omega t) \varphi_j(\eta) \quad (3.84)$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

bulunur. Bu denklem takımı (3.82) ile birlikte toplam (n+1) bağıli diferansiyel denklem olarak çözülmelidir.

3.3.2 Sarkaç absorber taşıyan kiriş

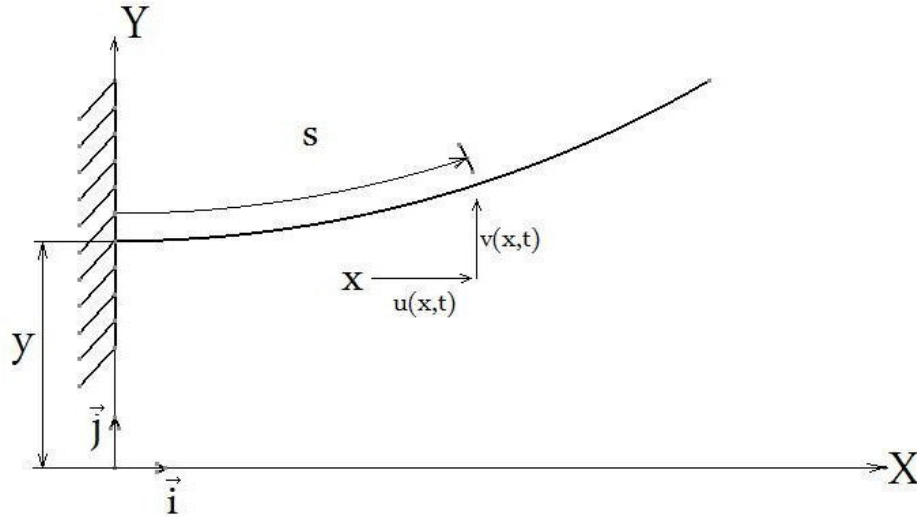
Böyle bir sistem Şekil 3.18'te görülmektedir. Bu sisteme trafik sinyali sistemleri ve benzerlerinde rastlanmaktadır. Sarkaç absorberlerle ilgili yayınlar mevcuttur. (Yaman ve Şen, 2004). Bu alt bölümde böyle bir sistem hareket denklemlerinin Hamilton ilkesiyle çıkarılışı verilecektir. Yaman böyle bir formülasyon verdi ancak onun çalışmalarında Lagrange formalizminden yararlanılmaktadır (Yaman ve Şen, 2004). Burada kiriş yatay alınarak denklemler çıkarılacaktır. Burada bazı kabuller yapılacaktır. Kiriş homojen, izotrop malzemedendir. Kesit üniformdur. Ucunda konsantre bir kütle mevcuttur ve bunun jirasyon etkisi yoktur. Bu kütleye kütle ihmal edilebilir bir çubukla bağıli bir sarkaç top (matematiksel sarkaç) söz konusudur. Sarkaç uç kütleyle sürtünmesiz mafsallanmış olup rahatça dönebilmektedir. Problemin aynı zamanda kararlılığını garanti etmek amacıyla kirişe etkiyen yayılı viskoz sönüm kuvvetinin varlığı kabul edilecektir. Ayrıca kirişte uzamzlık şartının sağlandığı var sayılmaktadır.



Şekil 3.18 Ucunda kütle ve ona bağlı bir adet sarkaç absorber taşıyan kiriş

Bir çubuk noktasının yatay ve düşey deplasmanları sırasıyla $u(s,t)$ ve $v(s,t)$ ile gösterilecek, uzamazlık nedeniyle aralarındaki ilişki bir Lagrange çarpanı ile fonksiyonele dahil edilecektir.

Şekil 3.19' de ağırlık merkezleri ekseninde bir noktanın deplasmanları gösterilmiştir. Kiriş Euler-Bernoulli hipotezlerine uygun davranıyor kabul edilecektir.



Şekil 3.19 Herhangi kiriş noktasının rijit cisim hareketi ve elastik deplasmanları

Kirişin nötral ekseninde herhangi bir noktasının mutlak hızı

$$\vec{V} = \dot{X}\vec{i} + \dot{Y}\vec{j} \quad (3.85)$$

ile verilir. Şekil 3.19'ten

$$\dot{X} = \dot{u}$$

$$\dot{Y} = \dot{v} + \dot{y} \quad (3.86)$$

olduğu görülmektedir. y ve \dot{y} , ankastre uçtaki mutlak deplasman ve hızdır. Buna göre kirişin herhangi bir anda diferansiyel parçanın kinetik enerjisi

$$dT_{kiriş} = \frac{1}{2} dm \vec{V} \vec{V} = \frac{1}{2} dm [\dot{u}^2 + (\dot{v} + \dot{y})^2] \quad (3.87)$$

olup burada $dm = \rho.A.ds$ dir. Toplam kinetik enerji

$$T_{kiriş} = \frac{1}{2} \int_0^L [\dot{u}^2 + (\dot{v} + \dot{y})^2] \rho A ds \quad (3.88)$$

olur.

Uç kütleinin kinetik enerjisi ise

$$T_{UK} = \frac{1}{2} M \vec{V} \vec{V} \Big|_{s=L} = \frac{1}{2} M [\dot{u}^2(L,t) + (\dot{v}(L,t) + \dot{y})^2] \quad (3.89)$$

olacaktır. Kirişin potansiyel enerjisinin sadece eğilmeden kaynaklandığı kabul edilmektedir. Buna göre

$$V_M = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{EI_{zz}}{\rho^2(s,t)} ds \quad (3.90)$$

olur.

3.2 bölümünde de bahsedildiği üzere eğrilik, eğrilik yarıçapı $\rho(s,t)$ ' nin tersi olup yaklaşık olarak

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{(v'')^2}{1 - v'^2} \cong v''^2 \left(1 + \frac{1}{2} v'^2\right) = v''^2 + \frac{1}{2} v''^2 v'^2 \quad (3.91)$$

yazılabilir. Bununla (3.90)' a gidilirse elastik potansiyel enerji

$$V_M = \frac{1}{2} \int_0^L EI_{zz} \left(v''^2 + \frac{1}{2} v''^2 v'^2\right) ds \quad (3.92)$$

olarak bulunur.

Şimdi potansiyeli olmayan kuvvetlerin virtüel işleri hesaplanacaktır. Yayılı viskoz sönüm kuvveti

$$Q_v = -c(\dot{v}(s,t) + \dot{y}(x,t)) \quad (3.93)$$

olur. Bunun herhangi bir anda toplam işi

$$W_s = \int_0^L Q_v (v + y) ds = - \int_0^L c(\dot{v} + \dot{y})(v + y) ds \quad (3.94)$$

olup bunun varyasyonu

$$\delta W_s = - \int_0^L c(\dot{v} + \dot{y}) \delta v ds \quad (3.95)$$

olur. y ve \dot{y} nin varyasyonları sıfırdır. Öte yandan sarkacın bağlandığı noktaya etkiyen reaksiyon kuvvetinin bileşenlerine F_{XB} ve F_{YB} denirse bunların virtüel işleri

$$\delta W_{SR} = F_{XB} \delta u \Big|_{s=L} + F_{YB} \delta v \Big|_{s=L} \quad (3.96)$$

olur. Buradaki SR indisi sarkaçtan gelen reaksiyon kuvveti anlamında olup F_{XB} ve F_{YB} bileşenleri sırasıyla X(veya x) ve Y(veya y) eksenlerine paralel kabul edilmiştir.

Neticede potansiyeli olmayan kuvvetlerin virtüel işi

$$\delta W = \delta W_s + \delta W_{SR} = - \int_0^L c(\dot{v} + \dot{y}) \delta v ds + F_{XB} \delta u \Big|_{s=L} + F_{YB} \delta v \Big|_{s=L} \quad (3.97)$$

olmaktadır.

Uzamazlık şartı ise 3.2 bölümünde $\frac{\partial s}{\partial x} = 1$ olarak verilmişti. Buna göre uzamazlık

şartı (3.31) de $\frac{\partial s}{\partial x} = 1$ yazılırsa

$$\left(1 + \frac{\partial u}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2 = 1 \quad (3.98)$$

olacaktır. Bu ifadede parantezler açılır ve $\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)^2 \ll 2\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)$ olduğu göz önüne alınırsa

$$\frac{\partial u}{\partial s} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial s} \right)^2 \quad (3.99)$$

ve

$$u(s, t) = -\frac{1}{2} \int_0^s \left(\frac{\partial v}{\partial s} \right)^2 ds \quad (3.100)$$

olacağı anlaşılır. (Not: Daha önce s yerine x kullanılmıştı. Uzamazlık şartı halinde bir kiriş noktasının ankastre uçtan olan mesafesi kiriş eğildiğinde de değişmediğinden s ve x sembolleri yer değiştirildi). Bu uzamazlık şartı şimdi

$$C_\lambda = \frac{1}{2} \int_0^L \lambda(s, t) [1 - (1 + u')^2 - v'^2] ds \quad (3.101)$$

olarak fonksiyonele dahil edilecektir. Burada () ' sembolü s ' ye göre türevleri kolayca göstermek için kullanılmıştır. Buna göre kirişin Lagrangeanı

$$L = T - V_M \quad (3.102)$$

ve genişletilmiş Lagrangeanı

$$L^* = T - V_M + C_\lambda \quad (3.103)$$

olur.

Hamilton ilkesine göre

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (L^* + W) dt = 0 \quad (a)$$

veya ; (3.104)

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta L^* + \delta W) dt = 0 \quad (b)$$

olmalıdır. Hamilton entegraline bulunan ifadeler yerleştirilirse

$$\begin{aligned} & \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} \rho A (\dot{u}^2 + (\dot{v} + \dot{y})^2) ds dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} M [\dot{u}^2(L, t) + (\dot{v}(L, t) + \dot{y})^2] dt - \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} EI_{zz} (v''^2 + v''^2 v'^2) ds dt \\ & - \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L c (\dot{v} + \dot{y}) v ds dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} F_{XB} u \Big|_{s=L} dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} F_{YB} v \Big|_{s=L} dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} \lambda(s, t) [1 - (1 + u')^2 - v'^2] ds dt = 0 \end{aligned} \quad (3.105)$$

Şimdi parça parça varyasyonları bulmak gerekir

Hatırlatma :

$$y(x) = x^2 \qquad F(y) = y^2$$

$$dy = 2x dx \qquad \delta F = 2y \delta y$$

Kinetik enerji varyasyonu

$$\begin{aligned} & \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} \rho A (\dot{u}^2 + (\dot{v} + \dot{y})^2) ds dt \\ &= \int_0^L \rho A \int_{t_1}^{t_2} [\dot{u} \delta \dot{u} + (\dot{v} + \dot{y})(\delta \dot{v} + \delta \dot{y})] dt ds \quad \text{burada } \delta y = 0 \text{ dir.} \\ &= \int_0^L \rho A \left[\int_{t_1}^{t_2} \dot{u} (\delta \dot{u}) dt + \int_{t_1}^{t_2} (\dot{v} + \dot{y})(\delta \dot{v}) dt \right] ds \end{aligned}$$

denklemleri çözerken $\int u dv = uv - \int v du$ kuralını uygulayalım

$$\begin{aligned} &= \int_0^L \rho A \left[\dot{u} \delta u \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \ddot{u} \delta u dt + (\dot{v} + \dot{y}) \delta v \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} (\ddot{v} + \ddot{y}) \delta v dt \right] ds \\ &= - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A \ddot{u} \delta u ds dt - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A (\ddot{v} + \ddot{y}) \delta v ds dt \end{aligned} \quad (3.106)$$

Uç kütlelerin kinetik enerjisinin varyasyonu

$$\begin{aligned} & \delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} M [\dot{u}^2(L, t) + (\dot{v}(L, t) + \dot{y})^2] dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} M [\dot{u}_L \delta \dot{u}_L + (\dot{v}_L + \dot{y}) \delta \dot{v}_L] dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{t_1}^{t_2} M \dot{u}_L (\delta \dot{u}_L) dt + \int_{t_1}^{t_2} M (\dot{v}_L + \dot{y}) \delta \dot{v}_L dt \\
&= M \left[\dot{u}_L \delta u \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \ddot{u}_L \delta u_L dt + (\dot{v}_L + \dot{y}) \delta v \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} (\ddot{v}_L + \ddot{y}) \delta v_L dt \right] \\
&= - \int_{t_1}^{t_2} M \ddot{u}_L \delta u_L dt - \int_{t_1}^{t_2} M (\ddot{v}_L + \ddot{y}) \delta v_L dt \tag{3.107}
\end{aligned}$$

Kirişin potansiyel enerjisinin varyasyonu

$$\begin{aligned}
&\delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} EI_{zz} (v'^2 + v''^2) ds dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \int_0^L (v'' \delta v'' + v'' \delta v'' v'^2 + v'^2 v' \delta v') ds dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \left[\int_0^L (v'' + v'' v'^2) (\delta v)'' ds + \int_0^L (v'^2 v') (\delta v)' ds \right] dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \left[(v'' + v'' v'^2) (\delta v)' \Big|_0^L - \int_0^L (v'''' + v'''' v'^2 + 2v' v''^2) (\delta v)' ds \right] dt \\
&+ \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \left[(v'^2 v') (\delta v)' \Big|_0^L - \int_0^L (2v' v'' v'' + v''^3) (\delta v) ds \right] dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \left[(v'' + v'' v'^2) (\delta v)' \Big|_0^L - (v'''' + v'''' v'^2 + 2v' v''^2) \delta v \Big|_0^L \right] dt + \\
&\int_{t_1}^{t_2} EI_{zz} \left[\int_0^L (v'''' + v'''' v'^2 + 2v' v'' v'' + 2v''^3 + 4v' v'' v''') \delta v ds + (v'^2 v') \delta v \Big|_0^L - \int_0^L (2v' v'' v'' + v''^3) \delta v ds \right] dt
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{t_1}^{t_2} \left[EI_{zz} (v'' + v''v'^2) (\delta v)' \Big|_0^L - EI_{zz} (v'''' + v''''v'^2 + 2v'v''^2) \delta v \Big|_0^L + EI_{zz} (v''^2 v') \delta v \Big|_0^L \right] dt + \\
&\int_{t_1}^{t_2} \left[\int_0^L EI_{zz} (v'''' + v''''v'^2 + v''^3 + 4v'v''v''') \delta v ds \right] dt
\end{aligned} \tag{3.108}$$

formülde potansiyel enerji ifadesinin önünde “-“ işareti olduğundan ;

$$\begin{aligned}
&= \int_{t_1}^{t_2} \left[-EI_{zz} (v'' + v''v'^2) (\delta v)' \Big|_0^L + EI_{zz} (v'''' + v''''v'^2 + v'v''^2) \delta v \Big|_0^L \right] dt - \\
&\int_{t_1}^{t_2} \left[\int_0^L EI_{zz} (v'''' + v''''v'^2 + v''^3 + 4v'v''v''') \delta v ds \right] dt
\end{aligned} \tag{3.109}$$

Sönüm kuvvetinin varyasyonu

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L -c(\dot{v} + \dot{y}) \delta v ds dt \tag{3.110}$$

Reaksiyon kuvvetinin varyasyonu

$$\int_{t_1}^{t_2} F_{XB} \delta u_L dt + \int_{t_1}^{t_2} F_{YB} \delta v_L dt \tag{3.111}$$

olur. Burada L indisi $s = L$ deki değer anlamındadır.

Kısıtın varyasyonu

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} \int_0^L \lambda [1 - (1 + u')^2 - v'^2] ds dt \tag{3.112}$$

Hamilton ilkesine göre varyasyon işlemleri bittikten sonra entegral içinde δv parantezine alınan terimler toplamı sıfıra eşitlenerek v 'ye ait hareket denklemi, benzer tarzda δu parantezine alınan terimler toplamı sıfıra eşitlenerek de u 'ya ait hareket denklemi bulunur.

Buna göre

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L [-EI_{zz}(v''''+v''''v'^2+v'^3+4v'v''v''') - \rho A(\ddot{v} + \ddot{y}) - (\lambda v')' + c\dot{v}] \delta v ds dt \quad (3.113)$$

olacağından v 'ye ait hareket denklemi

$$EI_{zz}(v''''+v''''v'^2+v'^3+4v'v''v''') + \rho A(\ddot{v} + \ddot{y}) + (\lambda v')' - c\dot{v} = 0 \quad (3.114)$$

olur. Benzer şekilde

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L [(\lambda(1+u'))' - \rho A\ddot{u}] \delta u ds dt = 0 \quad (3.115)$$

olacağından u 'ya ait hareket denklemi de

$$[\lambda(1+u')] - \rho A\ddot{u} = 0 \quad (3.116)$$

olarak bulunur.

(3.114) ve (3.116) denklemlerine ait sınır şartları da şöyle bulunmaktadır:

$$s = 0 \quad \text{da} \quad v(0, t) = 0 \quad (3.117)$$

$$s = 0 \quad \text{da} \quad v'(0, t) = 0 \quad (3.118)$$

$$s = L \quad \text{de} \quad EI_{zz}(v''+v''v'^2) = 0 \quad (3.119)$$

$$s = L \quad \text{de} \quad EI_{zz}(v'''+v''''v'^2+v'v''^2) - \lambda v' - M\left(\ddot{v} + \ddot{y}\right)_{s=L} + F_{yB} = 0 \quad (3.120)$$

Burada hala λ Lagrange çarpanının ne olduğu tespit edilir değildir. Bu amaçla (3.116) denkleminde gidilir ve denklem s 'ye göre entegre edilirse

$$\lambda(1+u') \Big|_{s=S} - \lambda(1+u') \Big|_{s=L} = - \int_s^L \rho A \ddot{u} ds \quad (3.121)$$

bulunur. Sınır şartlarından

olmaktadır. Öte yandan

$$F_{XB} = -F_{xs} = m_s L_s [\ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi] \quad (3.128)$$

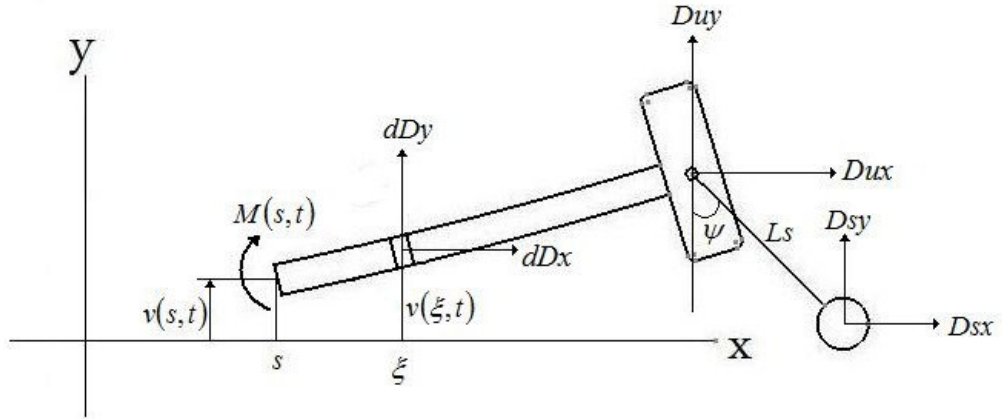
$$F_{YB} = -F_{ys} = m_s L_s [\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi] \quad (3.129)$$

olacağı açıktır

(3.114) denkleminin analitik çözümü olmadığından mesela Galerkin metodu gibi bir metotla yaklaşık çözülebilir. Ancak Galerkin metodu mukayese fonksiyonlarının kullanılmasını gerektirmektedir. Uç kütleli ankastre kirişin modal fonksiyonlarının mukayese fonksiyonu olarak kullanılabilmesi için homojen olmayan sınır şartlarına sahip v fonksiyonundan uygun bir dönüşümle homojen sınır şartlarına sahip bir f fonksiyonuna geçilmesi gerekmektedir. Bu dönüşümün nasıl yapılacağı literatürde verilmektedir. (L. Meirovitch, Analytical Methods in Vibrations, 1967)

3.3.3 Sarkaç absorberli sistemde farklı metot

Sarkaç absorber taşıyan kirişin hareket denkleminin çıkarılmasında farklı bir yol da izlenebilir.



Şekil 3.21 Sarkaç absorberli kirişte dinamik denge

Şekil 3.21 de görülen kiriş parçasının dinamik dengede olduğu düşünülerek moment denklemi yazılır. Buna göre

$$M(s, t) + \int_s^L [v(\xi, t) - v(s, t)] dDx - \int_s^L (\xi - s) dDy + [v(L, t) - v(s, t)] Dux - (L - s) Dyy + [v(L, t) - v(s, t) - Ls \cos \psi] Dsx - (L - s + Ls \sin \psi) Dy = 0 \quad (3.130)$$

yazılacağı açıktır. Burada

$$dDx = -\rho A \ddot{u}(\xi, t) d\xi \quad (a)$$

$$dDy = -\rho A (\ddot{v} \downarrow + \ddot{y}) d\xi \quad (b)$$

$$Dux = -M \ddot{u}(L, t) \quad (c) \quad (3.131)$$

$$Dyy = -M [\ddot{v}(L, t) + \ddot{y}(L, t)] \quad (ç)$$

$$Dsx = -Ms [\ddot{u}(L, t) + \ddot{\psi}(t) Ls \cos \psi - \dot{\psi}^2(t) Ls \sin \psi] \quad (d)$$

$$Dsy = -Ms [\ddot{v}(L, t) + \ddot{\psi}(t) Ls \sin \psi - \dot{\psi}^2(t) Ls \cos \psi] \quad (e)$$

olup, ρ kiriş malzemesinin yoğunluğu, A kesit alanı, M uç kütleinin kütlesi, m_s sarkacın kütlesi, ψ ise sarkacın salınım açısıdır.

Görüldüğü üzere (3.130) denklemi integral ifadeler barındırmaktadır. Bu denklem iki kez türetilerek yayılı yük eğrilik bağıntısına geçilecektir. Türetme s değişkenine göre yapılacaktır. Bu esnada entegrallerin türevlenmesi gündeme gelecektir. Burada Leibnitz kuralından yararlanılacaktır. Leibnitz kuralı

$$\frac{\partial}{\partial s} \int_{f_1(s)}^{f_2(s)} F(\xi, s, t) d\xi = \int_{f_1(s)}^{f_2(s)} \frac{\partial F}{\partial s}(\xi, s, t) d\xi + F(f_1(s), s, t) \frac{df_1}{ds} - F(f_2(s), s, t) \frac{df_2}{ds} \quad (3.132)$$

Şeklindedir. Şimdi (3.130) denklemdeki entegralleri adlandırarak Leibnitz kuralı uygulanacaktır.

$$\tau_1 = \int_s^L [v(\xi, t) - v(s, t)] (-\rho A \ddot{u}(\xi, t)) d\xi \quad (3.133)$$

olur. Buna göre

$$F := [v(s, t) - v(\xi, t)] \ddot{u}(\xi, t) \quad (3.134)$$

tanımlanırsa

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_1) = \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \rho A \int_{f_1=s}^{f_2=L} F(\xi, s, t) d\xi \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_1) = \rho A \left\{ \int_s^L \frac{\partial F}{\partial s}(\xi, s, t) d\xi + F(f_2, s, t) \frac{df_2}{ds} - F(f_1, s, t) \frac{df_1}{ds} \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_1) = \rho A \left\{ \int_s^L \frac{\partial v}{\partial s} \ddot{u}(\xi, t) d\xi + [v(s, t) - v(L, t)] \ddot{u}(L, t) \frac{\partial L}{\partial s} - [v(s, t) - v(s, t)] \ddot{u}(s, t) \frac{\partial s}{\partial s} \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_1) = \rho A \int_s^L \frac{\partial v}{\partial s}(s, t) \ddot{u}(\xi, t) d\xi$$

bulunur. Bunun s ' ye göre ikinci türevi ise

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\tau_1) = \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \rho A \int_s^L \frac{\partial v}{\partial s}(s, t) \ddot{u}(\xi, t) d\xi \right\}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\tau_1) = \rho A \left\{ \int_s^L \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \ddot{u}(\xi, t) d\xi + \frac{\partial v}{\partial s}(s, t) \ddot{u}(L, t) \frac{\partial L}{\partial s} - \frac{\partial v}{\partial s}(s, t) \ddot{u}(s, t) \right\}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\tau_1) = \rho A \left\{ \int_s^L \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \ddot{u}(\xi, t) d\xi - \frac{\partial v}{\partial s}(s, t) \ddot{u}(s, t) \right\} \quad (3.135)$$

bulunur. Benzer şekilde

$$\tau_2 = - \int_s^L (\xi - s) (-\rho A \ddot{v}(\xi, t) - \rho A \ddot{y}(t)) d\xi \quad (3.136)$$

tanımlansın. Yukarıdaki gibi hareket edilerek

$$\tau_2 = \rho A \int_s^L (\xi - s) (\ddot{v}(\xi, t) + \ddot{y}(t)) d\xi$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_2) = \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \rho A \int_s^L (\xi - s) (\ddot{v}(\xi, t) + \ddot{y}(t)) d\xi \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_2) = \rho A \left\{ - \int_s^L (\ddot{v}(\xi, t) + \ddot{y}(t)) d\xi + (L - s) (\ddot{v}(L, t) + \ddot{y}(t)) \frac{\partial L}{\partial s} - (s - s) (\ddot{v}(s, t) + \ddot{y}(t)) \frac{\partial s}{\partial s} \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_2) = -\rho A \int_s^L (\ddot{v}(\xi, t) + \ddot{y}(t)) d\xi$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\tau_2) = \frac{\partial}{\partial s} \left\{ -\rho A \int_s^L (\ddot{v}(\xi, t) + \ddot{y}(t)) d\xi \right\}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\tau_2) = \rho A (\ddot{v}(L, t) + \ddot{y}(t)) \frac{\partial L}{\partial s} + \rho A (\ddot{v}(s, t) + \ddot{y}(t)) \frac{\partial s}{\partial s}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\tau_2) = \rho A (\ddot{v}(s, t) + \ddot{y}(t)) \frac{\partial s}{\partial s} \quad (3.137)$$

bulunur. Aynı şekilde diğer terimler de aşağıdaki işlemlere tabi tutulur

$$\tau_3 = [v(L, t) - v(s, t)](-M\ddot{u}(L, t)) \quad (3.138)$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_3) = \frac{\partial v}{\partial s}(s, t) M\ddot{u}(L, t)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\tau_3) = \frac{\partial^2 v}{\partial s^2}(s, t) M\ddot{u}(L, t) \quad (3.139)$$

$$\tau_4 = -(L - s)[-M(\ddot{v}(L, t) + \ddot{y}(t))] \quad (3.140)$$

$$\tau_4 = (L - s)M[\ddot{v}(L, t) + \ddot{y}(t)]$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_4) = -M[\ddot{v}(L, t) + \ddot{y}(t)]$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\tau_4) = 0 \quad (3.141)$$

$$\tau_5 = [v(L, t) - v(s, t) - Ls \cos \psi](-Msa_{sx}) \quad (3.142)$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_5) = -\frac{\partial v}{\partial s}(-Msa_{sx})$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_5) = \frac{\partial v}{\partial s}(Msa_{sx})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\tau_5) = \frac{\partial^2 v}{\partial s^2}(Msa_{sx}) \quad (3.143)$$

$$a_{sx} = \ddot{u}(L, t) + \ddot{\psi}(t)Ls \cos \psi(t) - \dot{\psi}^2(t)Ls \sin \psi(t)$$

$$\tau_6 = -(L - s + Ls \sin \psi)(-Ms.a_{sy}) \quad (3.144)$$

$$\frac{\partial}{\partial s}(\tau_6) = -Ms.a_{sy}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\tau_6) = 0 \quad (3.145)$$

Öte yandan

$$\frac{\partial^2 M}{\partial s^2} = EIv'''' \quad (\text{lineer teori}) \quad (3.146)$$

olup bulunan tüm ifadeler (3.114) denkleminde yerine konursa hareket denklemi

$$EIv'''' + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \left[\int_s^L \ddot{u}(\xi, t) d\xi \right] - \rho A \frac{\partial v}{\partial s} \ddot{u}(s, t) + \rho A \ddot{v}(s, t) + \rho A \ddot{y}(t) + \frac{\partial^2 v}{\partial s^2}(s, t) M\ddot{u}(L, t) + \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} M s \cdot a_{sx} = 0$$

şeklinde elde olunur. Bu denklem şöyle de yazılabilir.

$$EIv'''' + \left[\rho A \int_s^L \ddot{u}(\xi, t) d\xi + M\ddot{u}(L, t) + M s \cdot a_{sx} \right] \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} - \rho A \ddot{u} \frac{\partial v}{\partial s} + \rho A \ddot{v}(s, t) = -\rho A \ddot{y}(t) \quad (3.147)$$

Burada boyuna N_u kuvveti

$$N_u = \rho A \int_s^L \ddot{u}(\xi, t) d\xi + M\ddot{u}(L, t) + M s \cdot a_{sx}(t) \quad (3.148)$$

olarak tanımlanırsa (3.147) denklemi

$$EIv'''' + (N_u v')' + \rho A \ddot{v}(s, t) = -\rho A \ddot{y}(t) \quad (3.149)$$

halinde yazılabilir ki, λ yerine N_u konulduğunda (3.114) denklemiyle aynıdır. Ne var ki, bu çıkarım Hamilton ilkesine göre daha basittir. Buna mukabil sınır şartları Hamilton ilkesinde olduğu gibi denklemle beraber elde edilememektedir.

4. SAYISAL UYGULAMA SONUÇLARI

Bir önceki bölümde kiriş tipi yapılar da kullanılan sarkaç tipi ve lineer absorberler ele alınmıştı. Çalışmanın bu son bölümünde sarkaç ve lineer absorberli kirişin dinamik davranışının sayısal örnekler yardımıyla incelenmesine ayrılmıştır. Gerek sarkaç absorberli, gerekse lineer absorberli kiriş için iki ayrı model geliştirilmiştir. Sarkaç absorberli kiriş için sonlu eleman modeli kurulmuş olup, bununla ilgili bir MATLAB kodu yazılmıştır. Bu model nonlineerdir. Mamafih bu kodun geliştirilmesini fazla süre alacağı düşüncesiyle sarkaç absorberli kiriş bilgisayar destekli mühendislik yayımlarından olan RECURDYN ortamında modellenmiş ve analizler de bu ortamda modellenmiştir. Bu modelde uyarı kirişin ankastre bağlı kısmından düşey bir harmonik hareket olarak tanımlanmıştır. Lineer absorberli kiriş modelinde ise uyarı kirişe etkiyen bir kuvvet olarak tanımlanmıştır.

4.1 Sarkaç Absorberli Kiriş

Bu modelde kullanılan fiziki parametreler şöyledir:

Kiriş malzemesi : Alüminyum

kiriş boyu $L=500\text{mm}$

Young modülü $E=70000\text{Mpa}$

Yoğunluk $\rho = 2,75 \cdot 10^{-6} \text{ kg / mm}^3$

Kesit alanı $A=5 \times 5=25 \text{ mm}^2$

Kiriş kütlesi $m_k=0,034 \text{ kg}$

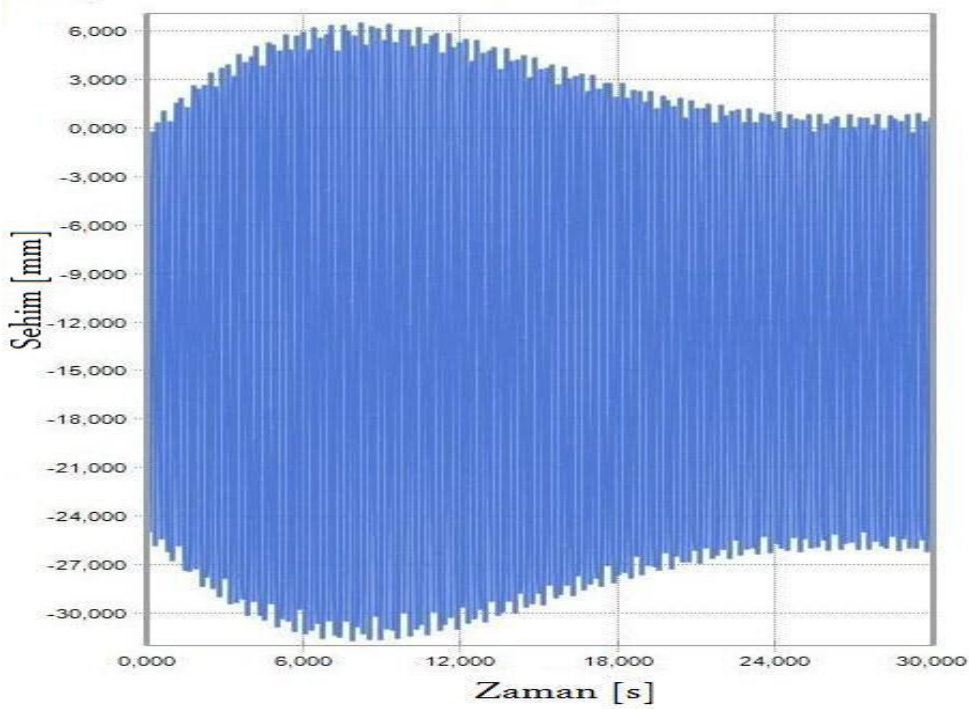
Kiriş uç kütlesi $m_u=0,1 \text{ kg}$

Sarkaç absorberin kütlesi $m_s=0,025 \text{ kg}$

Uç kütleli ankastre kirişin temel rezonans frekansı $f_k = 4,5 \text{ Hz}$ ($\omega_k = 28,3 \text{ rad / s}$)

Bu modelde absorber matematiksel sarkaç formundadır, yani kütlesi ihmal edilen bir çubukla bağlı noktasal kütle şeklinde tanımlanmıştır. Kirişe ankastre bağlantı noktasında uygulanan yer değiştirme hareketinin genliği $y_0 = 0,2 \text{ mm}$ dir. Uyarının frekansı ise uç kütleli kiriş sisteminin birinci tabii frekansına eşit alınmıştır, $f_y = 4,5 \text{ Hz}$

(veya $\omega_y = 28,3 \text{ rad/s}$). Şayet absorber olmazsa esas sistem bu uyarı nedeniyle rezonansa girecektir. Şekil 4.1' de absorberin olmaması halinde kirişin uç noktasının yer değiştirmesinin zamanla değişimi verilmiştir. Grafikler değerlendirilirken göz önünde tutulması gereken husus, sistemin yer çekimine tabi olduğudur. Bu nedenle sıfır başlangıç koşulları uygulanmasına rağmen titreşimler sıfır değeri etrafında değil, negatif -11,8 civarında bir değer etrafında gelişmektedir. Diğer önemli bir konu kirişin yatayla yaptığı açının analizlerde değiştirilmesidir. Kirişin yönelim açısı α , sırasıyla $0^\circ, 20^\circ$ ve 60° alınmıştır. Şekil 4.1' de yönelim açısı $\alpha = 0^\circ$ dir. Bu analizler yapılırken mukayese amacıyla literatürde rastlanan fiziki parametreler kullanılmak istenmişse de bu değerlerde bazı tutarsızlıklar görüldüğünden vaz geçilmiştir.



Şekil 4.1 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve sarkaçsız halde uç nokta sehimini

Klasik dinamik absorber teorisinde eklenen absorberin tabii frekansı ile esas sistemin frekansının oranı yani $\lambda = \frac{\omega_a}{\omega_k}$ önemli bir tasarım parametresidir. Bu oran $\lambda = 0,4$, $\lambda = 0,5$, $\lambda = 0,6$ ve $\lambda = 1$ alınarak inceleme yapılmıştır. $\lambda = 0,5$ olması hali de anlamlıdır. Bu oran genellikle otoparametrik rezonansa tekabül eder.

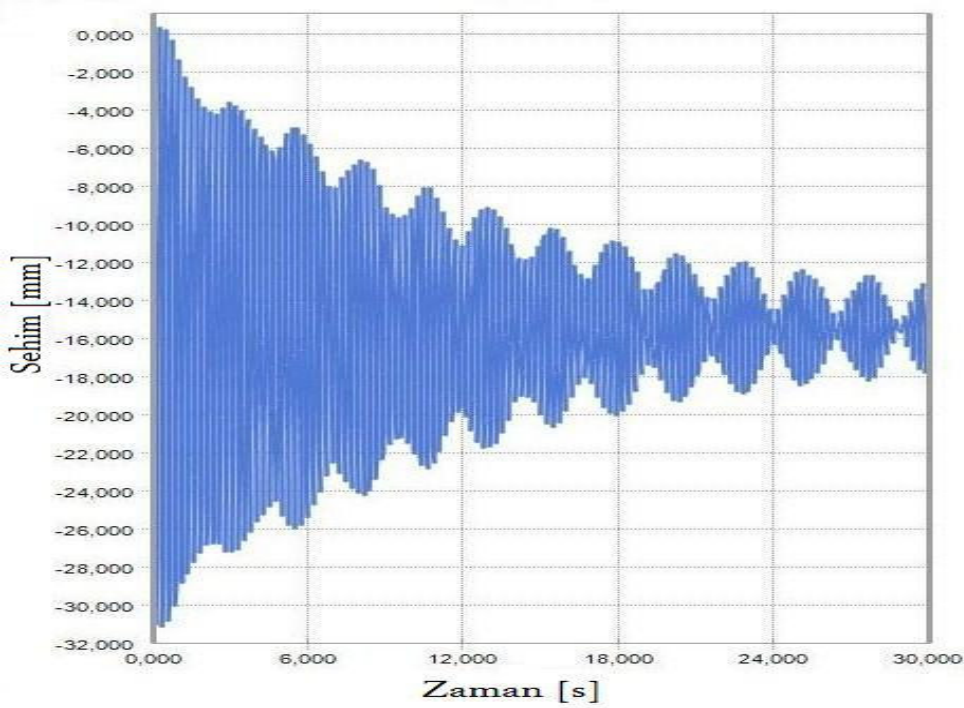
Absorber matematiksel sarkaç olduğundan frekansı sadece sarkacın boyu ile ilişkilidir. Bu nedenle kiriş frekansı sabit tutulmalı şartıyla absorber frekansının değişimi sarkaç boyu L_s ' nin değişimine karşılık gelmektedir.

Buna göre $\omega_a = 2\pi \left(\frac{g}{L_s} \right)^{1/2}$ olduğundan, $\lambda = \frac{\omega_a}{\omega_k}$ eşitliğinden belli bir λ oranına

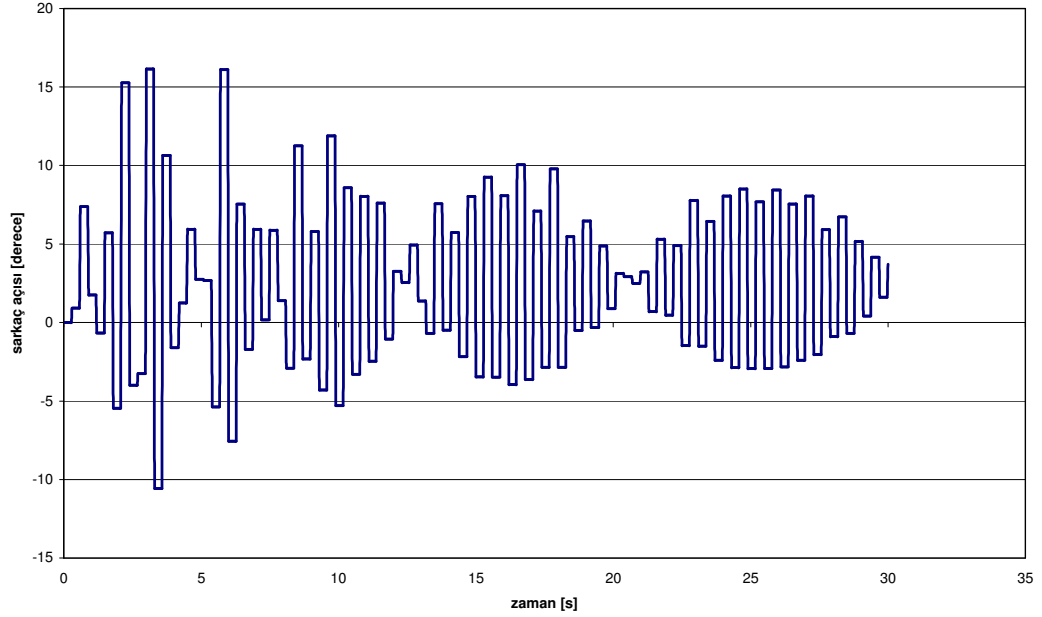
karşılık gelen sarkaç boyu $L_s = \frac{\lambda^2 \cdot \omega_k^2}{4\pi^2 g}$ bağıntısından hesaplanır. Buna göre

$\omega_k = 28,3 \text{ rad/s}$ alınırsa $\lambda = 0,4$ için $L_s = 76,7 \text{ mm}$, $\lambda = 0,5$ için $L_s = 49,1 \text{ mm}$, $\lambda = 0,6$ için $L_s = 34,1 \text{ mm}$ ve $\lambda = 1$ için $L_s = 19,1 \text{ mm}$ bulunur. $L_s = 19,1 \text{ mm}$ uzunluğu pratikte pek bir anlamı olmasa da analizlerin tamlığı açısından kullanılmıştır.

Şekil 4.2 ve Şekil 4.3' te $\lambda = 0,4$ ($L_s = 76,7 \text{ mm}$) ve $\alpha = 0^\circ$ için kirişin uç noktasının deplasmanı ile sarkacın açısal deplasmanının zamanla değişimi görülmektedir.



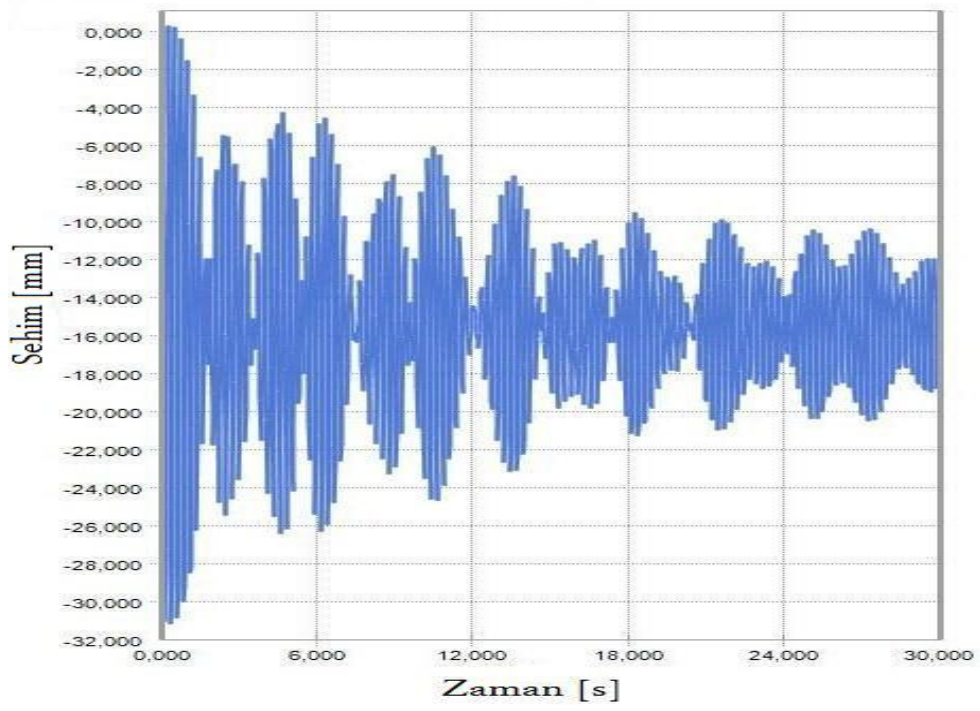
Şekil 4.2 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0,4$ ($L_s = 76,7 \text{ mm}$) için uç nokta sehim



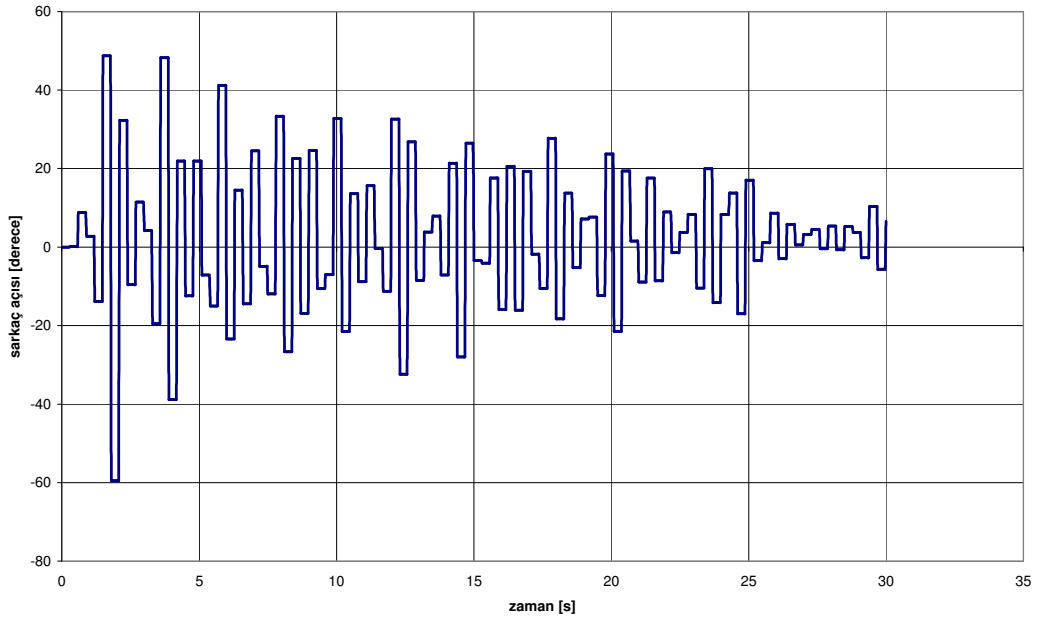
Şekil 4.3 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7$ mm) için sarkaç titreşimi

Yaklaşık 8. saniyeden sonra hem kiriş hemde sarkaç titreşimlerinin rejim haline girdikleri gözlenmektedir. Sarkaç titreşimi 5° civarında seyretmektedir. Gerek kiriş uç titreşimi gerekse sarkaç titreşiminde ortak özellik genliğin de periyodik değişimidir, yani vuru (beat) söz konusudur. Diğer kayda değer bir gözlem sarkacın 0° başlangıç konumundan harekete geçmesine rağmen yaklaşık $+3^\circ$ konumu etrafında titreşim sürdürmesidir. Absorberin etkinliği Şekil 4.2' den açıkça görülmektedir.

Şekil 4.4 ve Şekil 4.5' te ise $\lambda = 0,5$ ($L_s = 49,1mm$) ve $\alpha = 0^\circ$ halinde kiriş ucu ve absorber titreşimleri görülmektedir.



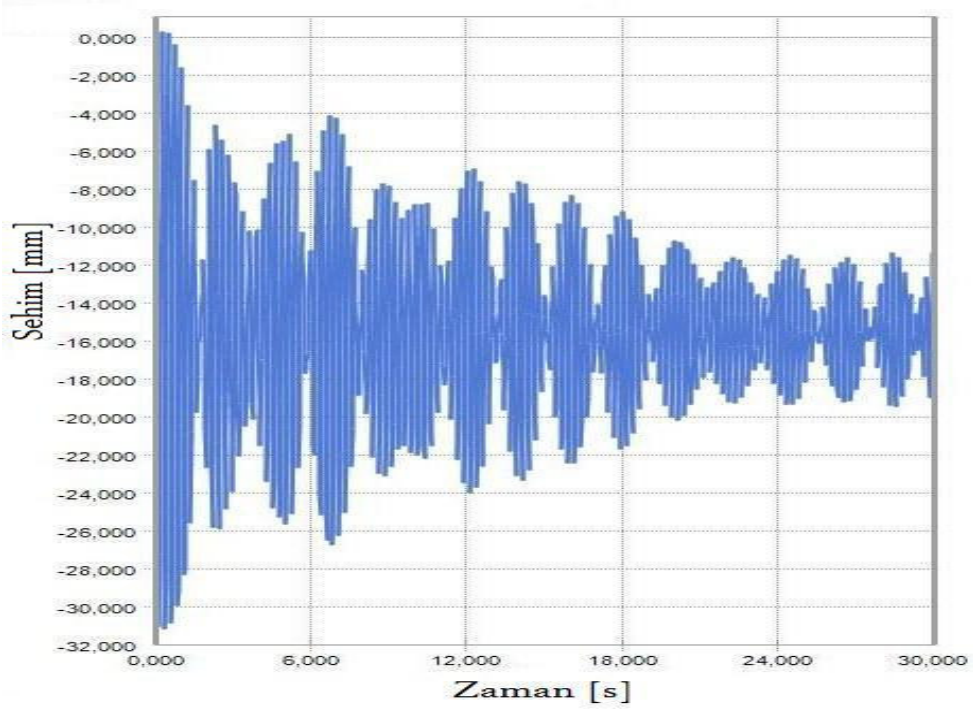
Şekil 4.4 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1\text{mm}$) için uç nokta sehimini



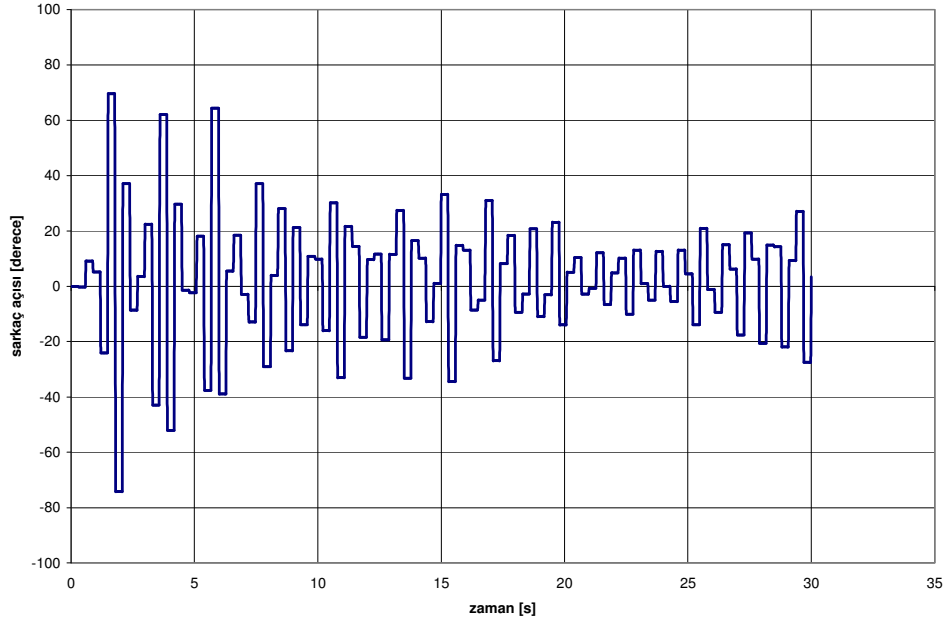
Şekil 4.5 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi

Sarkacın tranziyent evrede 50° lere varan genliği dikkat çekicidir. Bununla birlikte genlik giderek hızlı bir şekilde azalmaktadır. Kiriş titreşimleri ise önceki hale ait düzenli azalan bir davranış sergilememektedir. Burada otoparametrik etkileşim söz konusudur.

Şekil 4.6 ve Şekil 4.7 $\lambda = 0,6$ ($L_s = 34,1mm$) ve $\alpha = 0^\circ$ hali için benzer grafiklerdir.



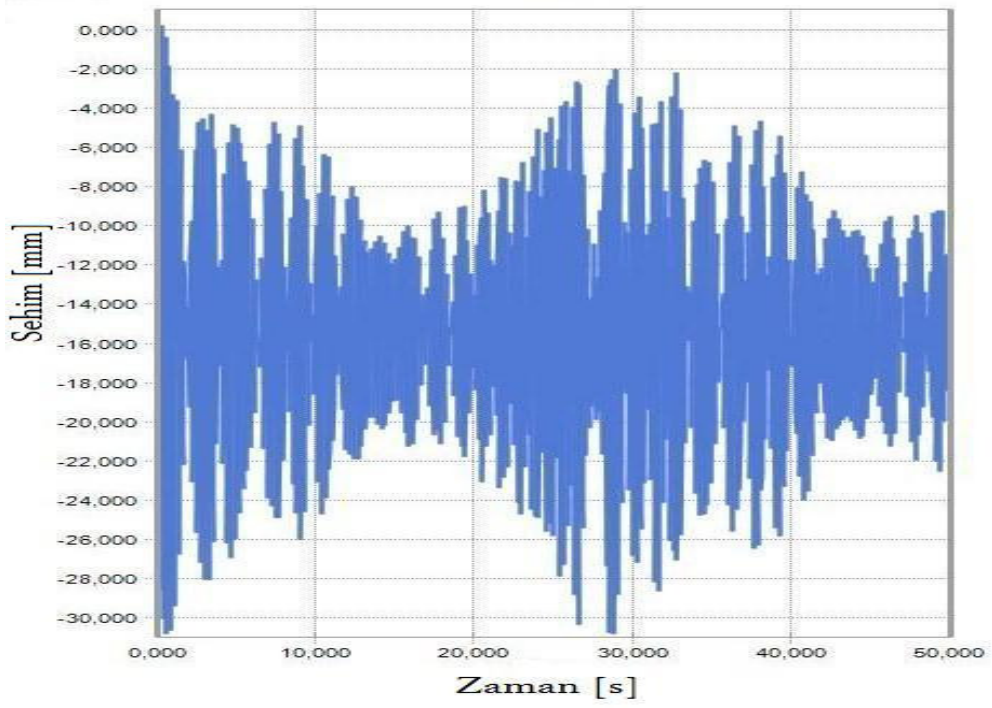
Şekil 4.6 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0,6$ ($L_s = 34,1mm$) için uç nokta sehimini



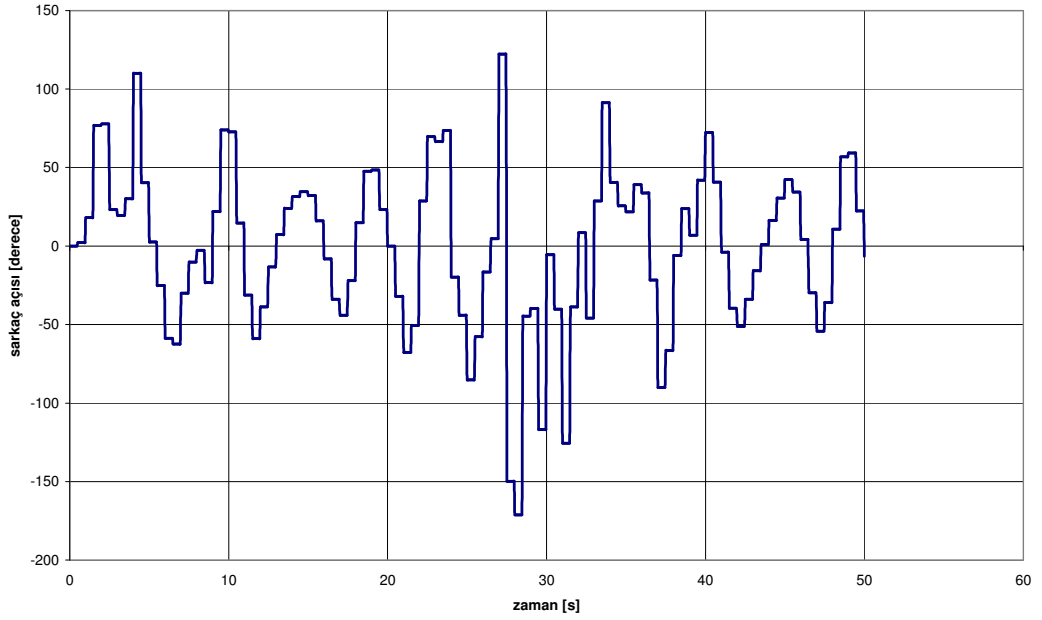
Şekil 4.7 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi

Burada kiriş geçici titreşimde azami 15,4mm lik genliğe sahipken sarkaç 70° lik sapmalar yapmaktadır. 30. saniyede bile absorber genliği 30° lere ulaşmaktadır.

Şekil 4.8 ve Şekil 4.9 $\lambda = 1$ ($L_s = 19,1\text{mm}$) ve $\alpha = 0^\circ$ hali için kiriş uç titreşimleri ile absorber titreşimlerini göstermektedir.

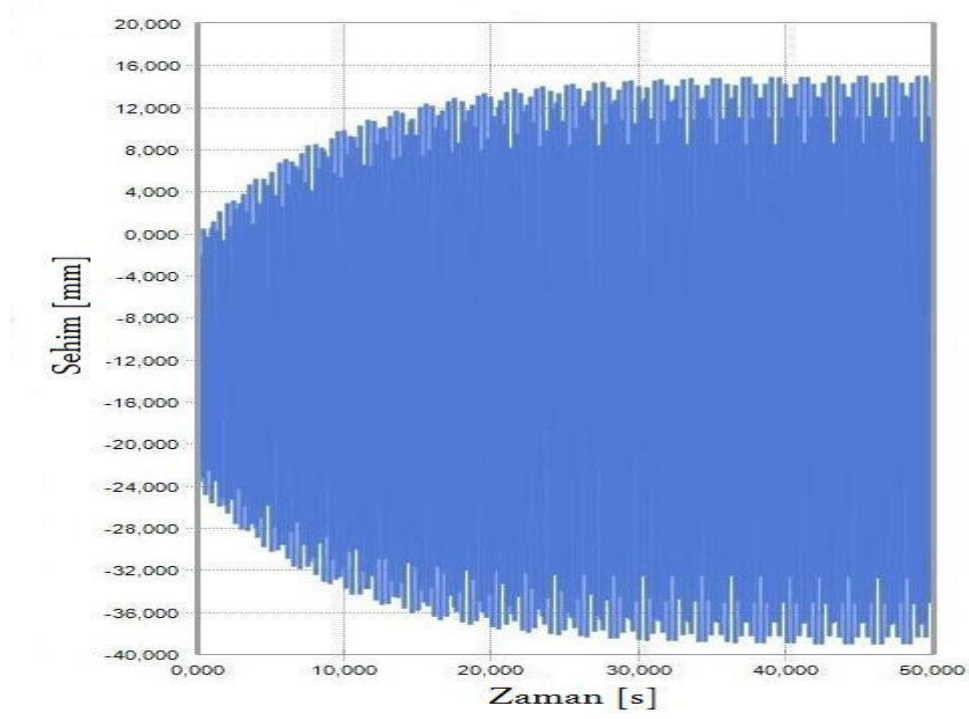


Şekil 4.8 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için uç nokta sehimini



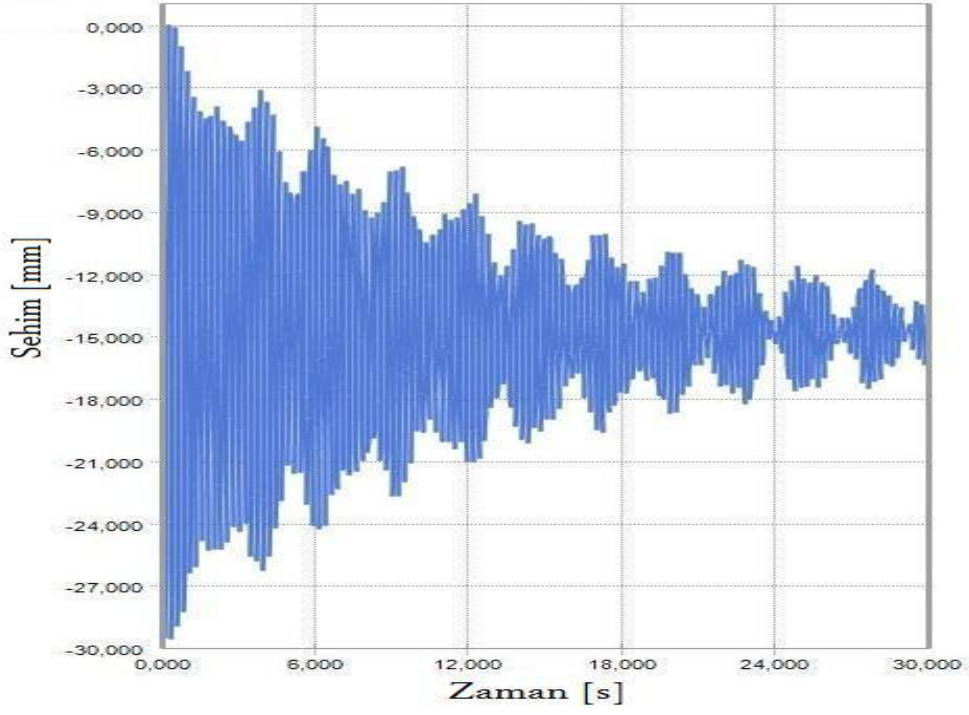
Şekil 4.9 Kirişin yatayla yaptığı açı 0 derece ve $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi

Şekil 4.10'da absorbersız halde $\alpha = 20^\circ$ için kiriş uç titreşimleri görülmektedir.

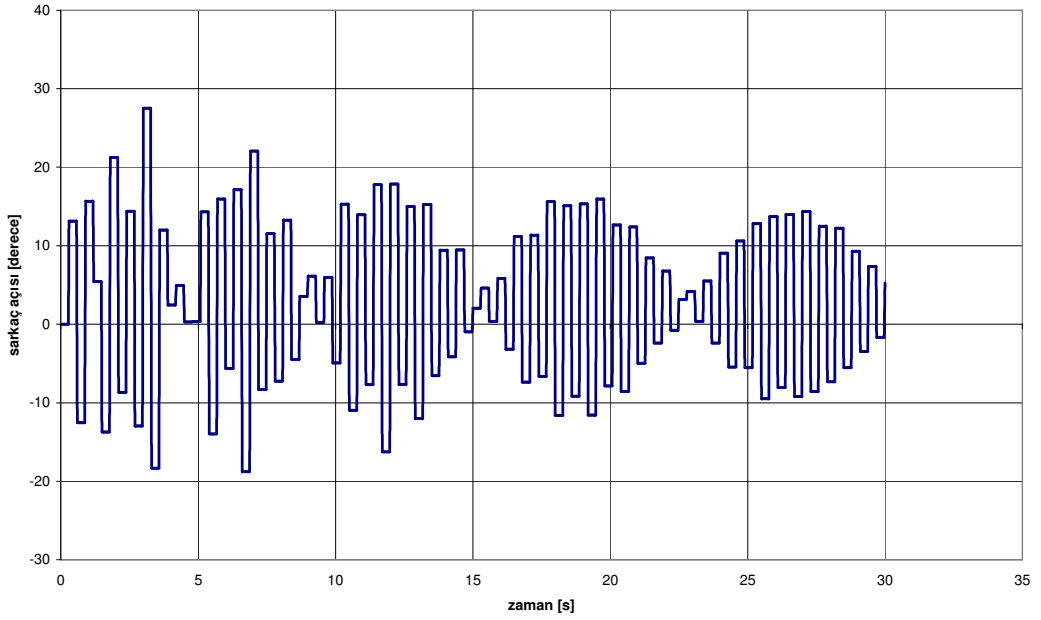


Şekil 4.10 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece, sarkaçsız halde uç nokta sehimini

Şekil 4.11 ve Şekil 4.12 ise $\lambda = 0,4$ ($L_s = 76,7mm$) ve $\alpha = 20^\circ$ için benzer grafiklerdir.



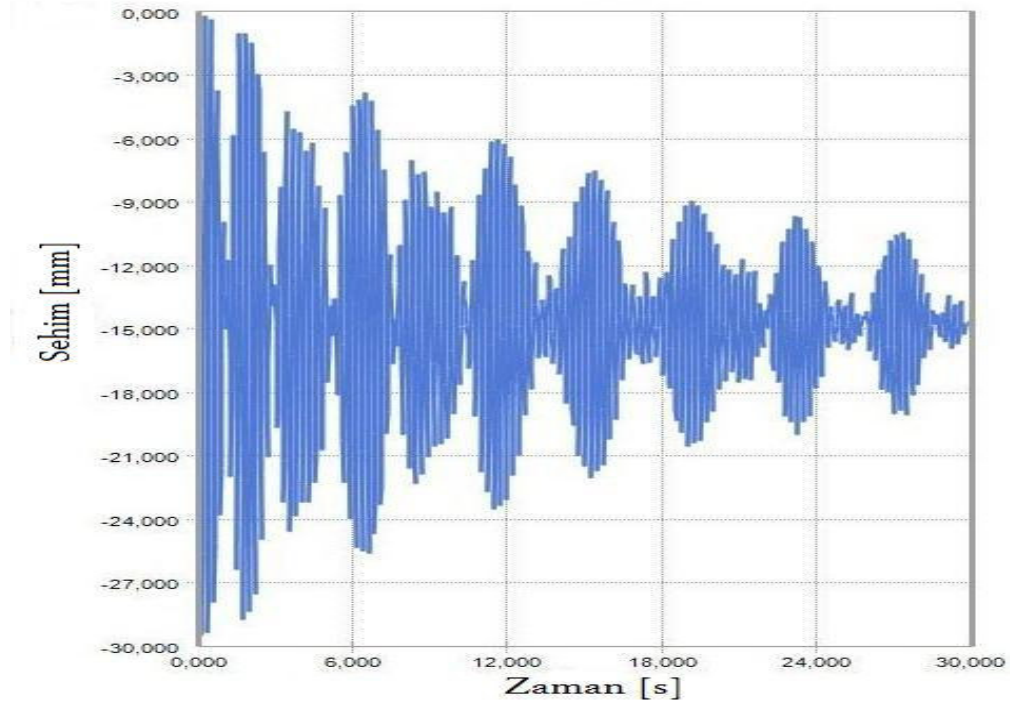
Şekil 4.11 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7$ mm) için uç nokta sehim



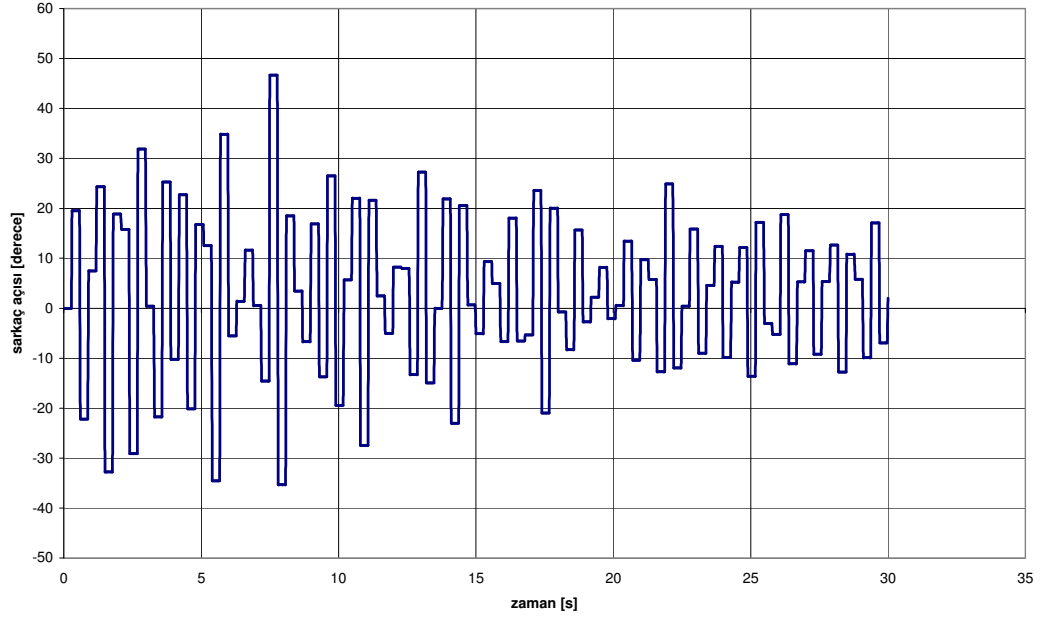
Şekil 4.12 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7$ mm) için sarkaç titreşimi

Yaklaşık 13mm genlikle başlayan kiriş titreşimleri 30. saniye sonunda $\frac{1}{10}$ oranında azalmaktadır. Sarkaç absorberin ise daha 10. saniyede rejim haline girdiği görülmektedir.

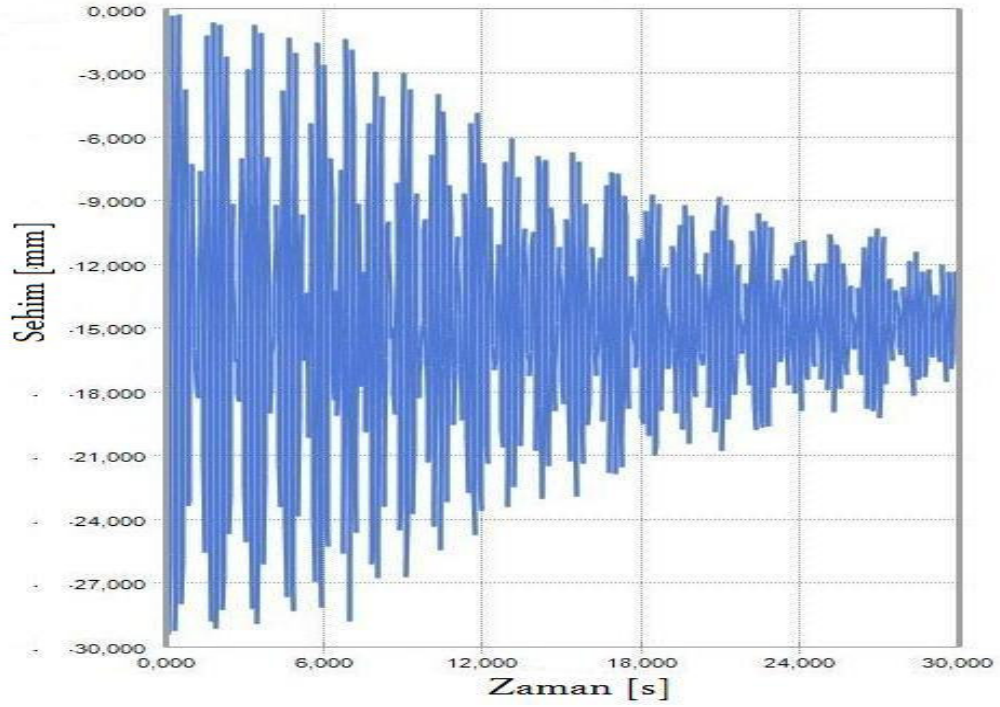
Şekil 4.13 ve Şekil 4.14 $\lambda = 0,5$ ($L_s = 49,1mm$) ve $\alpha = 20^\circ$ haline, Şekil 4.15 ve Şekil 4.16 ise $\lambda = 0,6$ ($L_s = 34,1mm$) ve $\alpha = 20^\circ$ haline ait grafiklerdir.



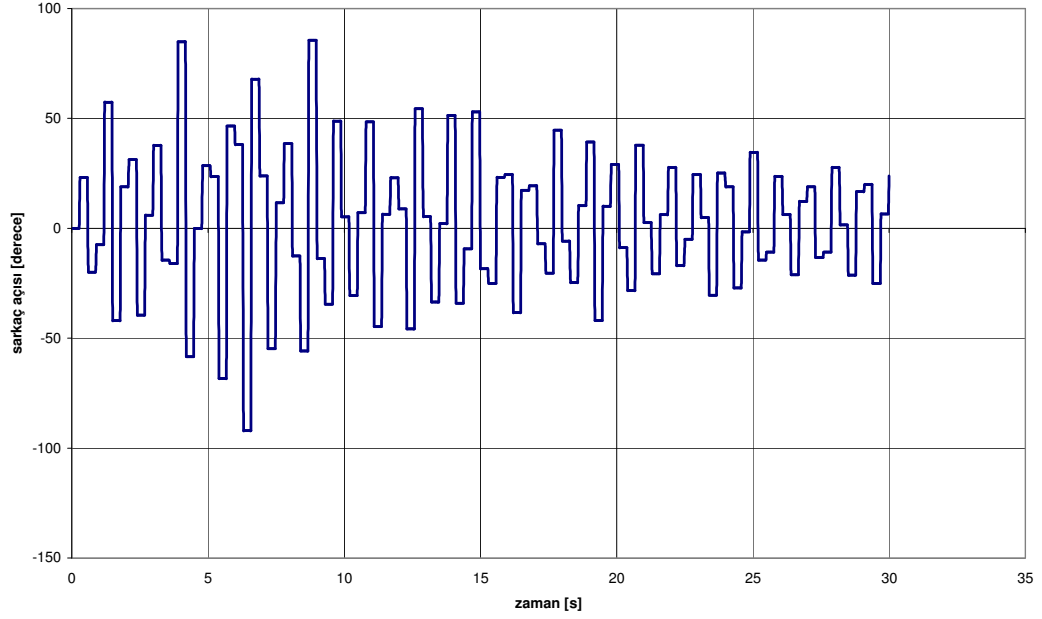
Şekil 4.13 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1mm$) için uç nokta sehim



Şekil 4.14 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi

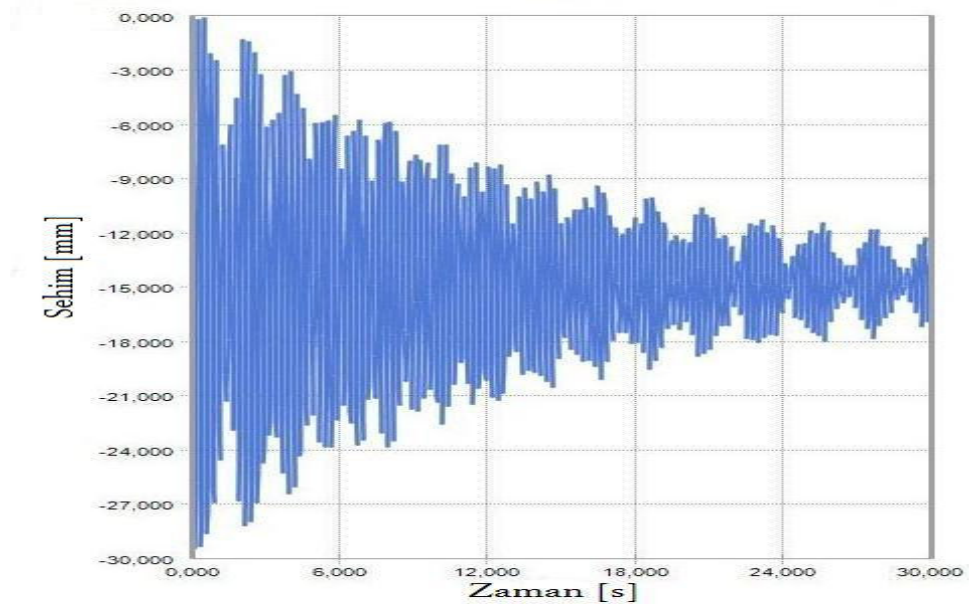


Şekil 4.15 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece ve $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1\text{mm}$) için uç nokta sehim

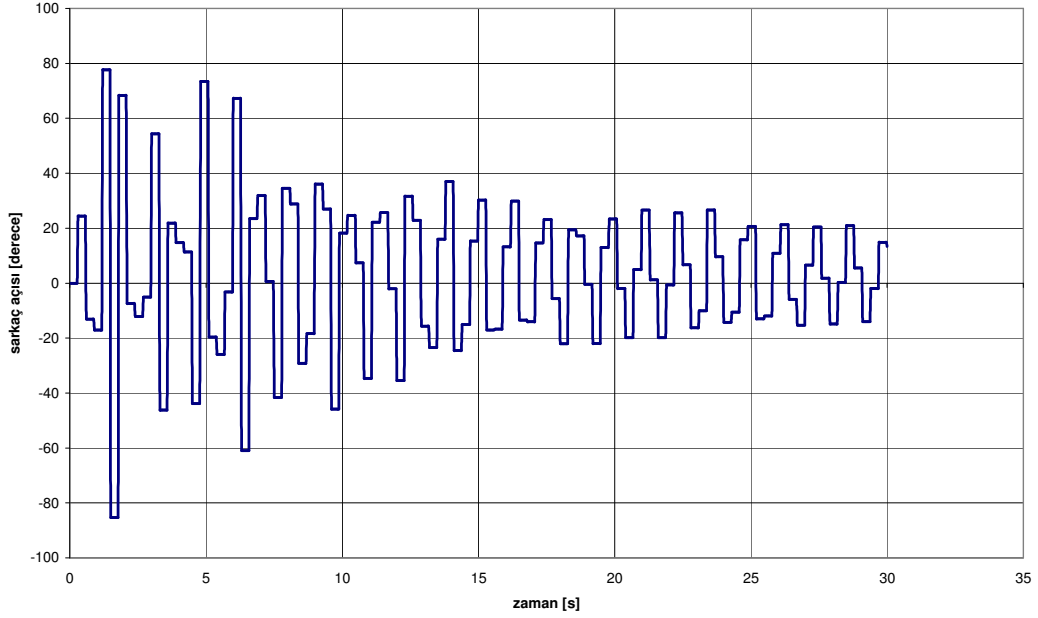


Şekil 4.16 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1mm$) için sarkaç titreşimi

Nihayet Şekil 4.17 ve Şekil 4.18 de $\lambda = 1$ ($L_s = 19,1mm$) ve $\alpha = 20^\circ$ değerleri için kiriş ve absorber deplasmanları gösterilmiştir.

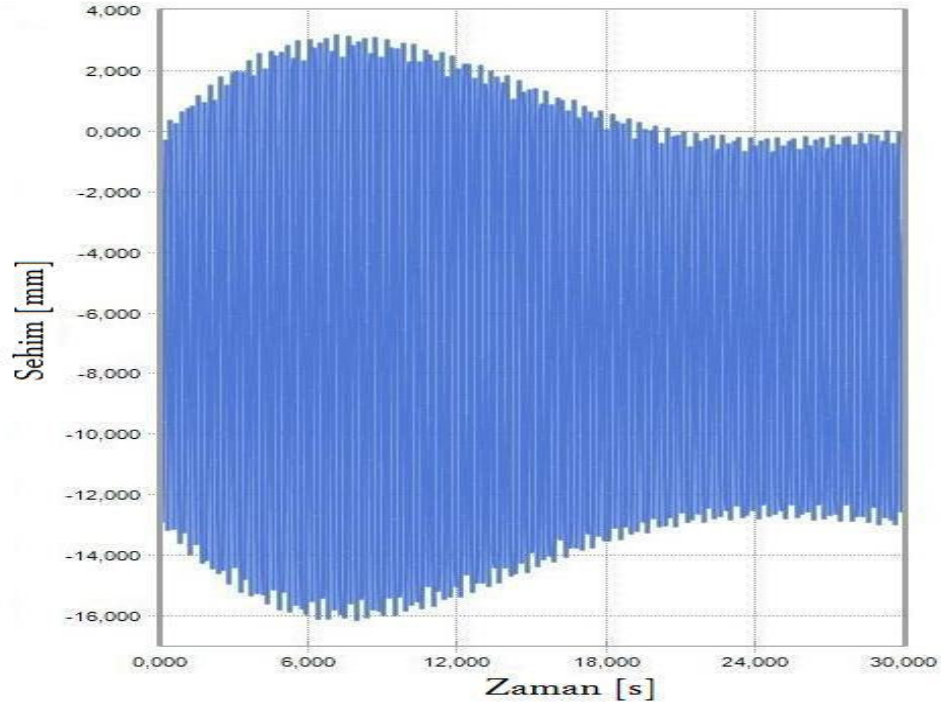


Şekil 4.17 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece $\lambda = 1$ ($L_s=19.1mm$) için için uç nokta sehim

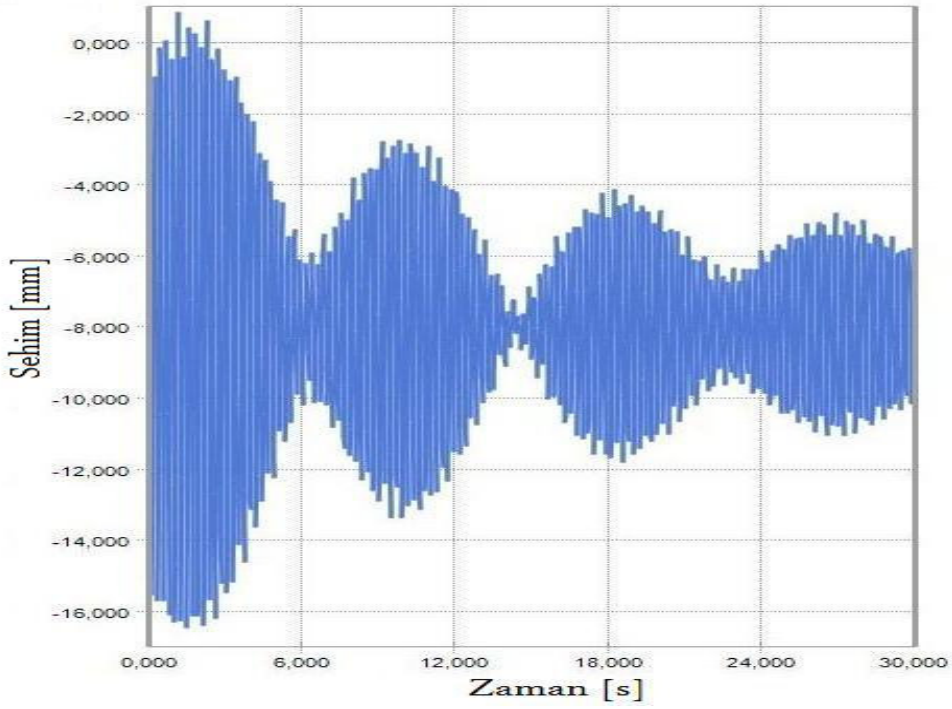


Şekil 4.18 Kirişin yatayla yaptığı açı 20 derece $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi

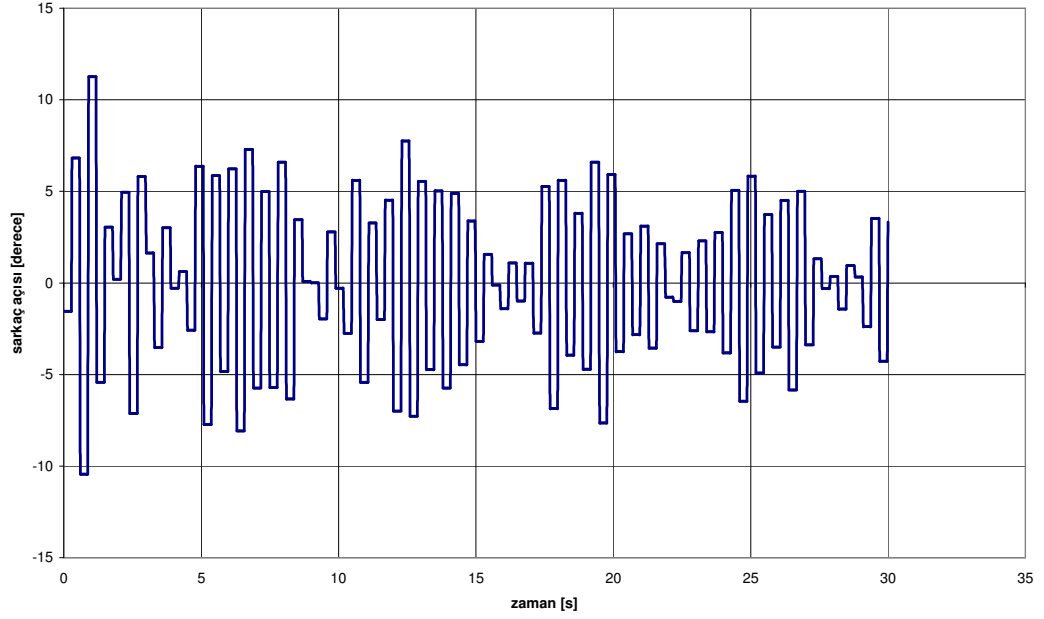
Şekil 4.19 ile Şekil 4.27 ise $\alpha = 60^\circ$ için benzer grafiklerini kapsamaktadır. Şekil.4.19, $\alpha = 60^\circ$ için absorbersiz haldeki titreşimi göstermektedir. Bu arada unutulmaması gereken önemli bir husus kirişin ankastre bağlantı noktasında zorlayıcı hareketin hali düşey doğrultuda verildiğidir. Açıktır ki bu hareket kirişin yeni konumu için kiriş boyunca kirişe dik iki hareket demektir. Dolayısıyla kirişe dik hareketin genliği $\cos\alpha$ kadar düşecektir. Buna karşılık boyuna zorlayıcı bir etki doğar. Ancak zorlayıcı frekans çubuğun boyuna titreşim temel frekansının çok çok altında olduğundan bu anlamda bir rezonans tehlikesi söz konusu değildir.



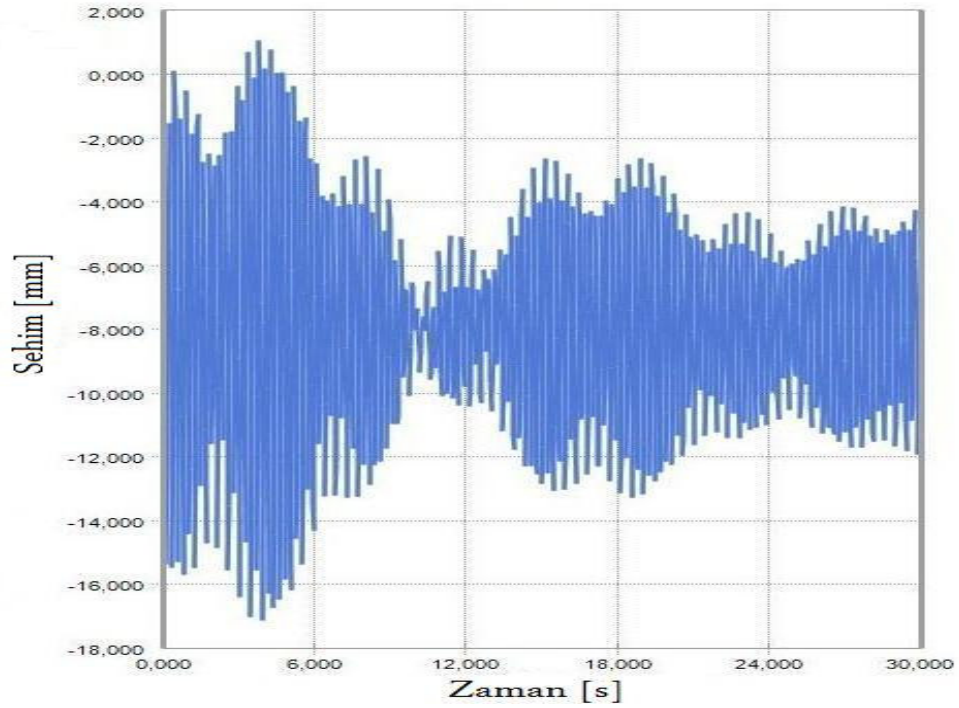
Şekil 4.19 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece, sarkaçsız halde uç nokta sehimi



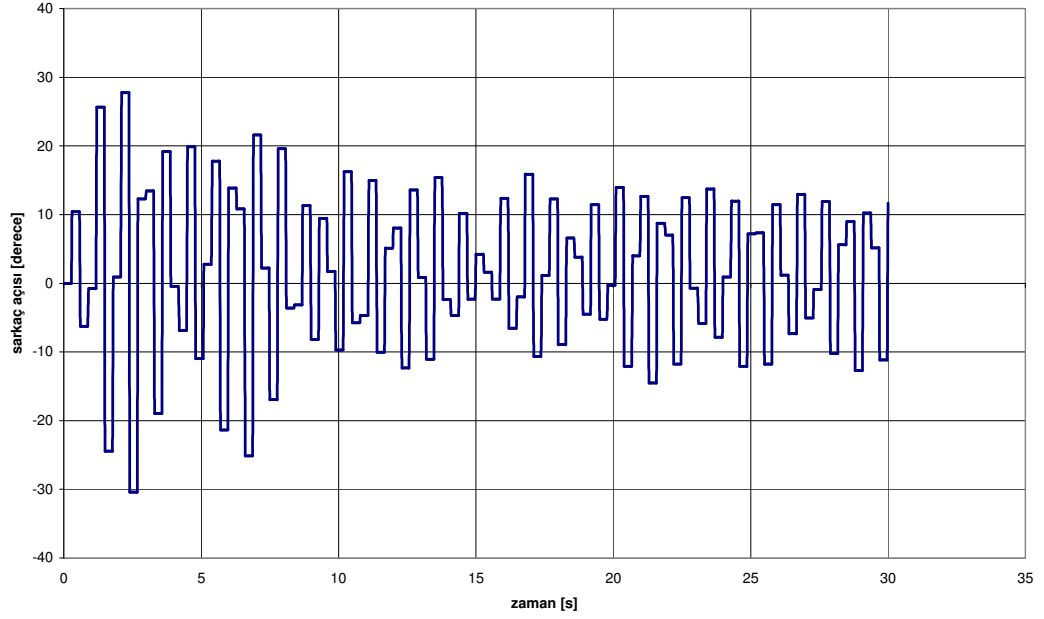
Şekil 4.20 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7\text{mm}$) için uç nokta sehimi



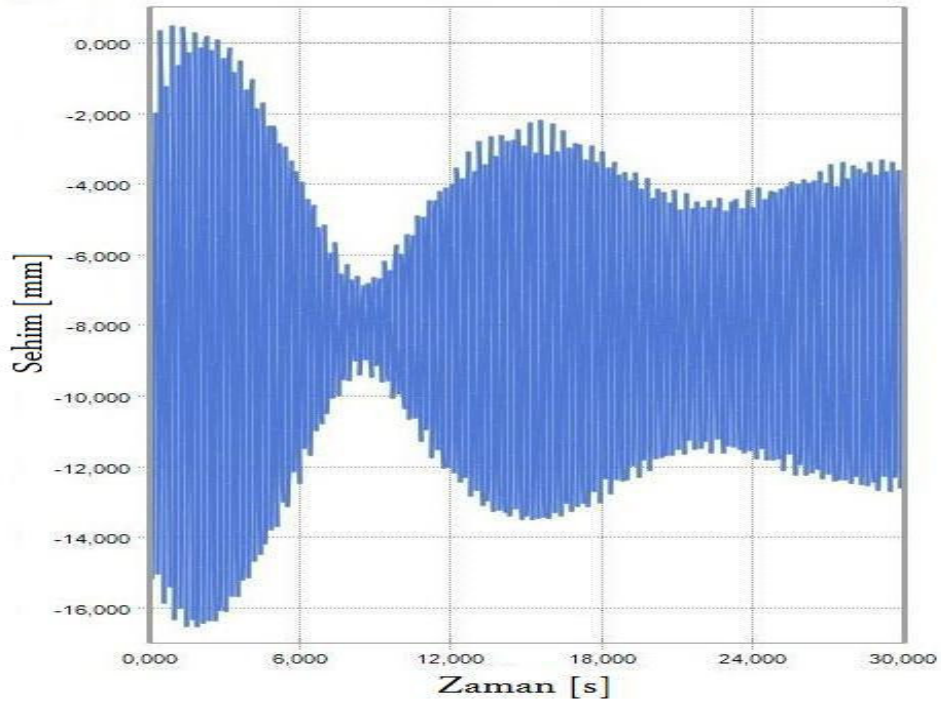
Şekil 4.21 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.4$ ($L_s=76.7\text{mm}$) için sarkaç titreşimi



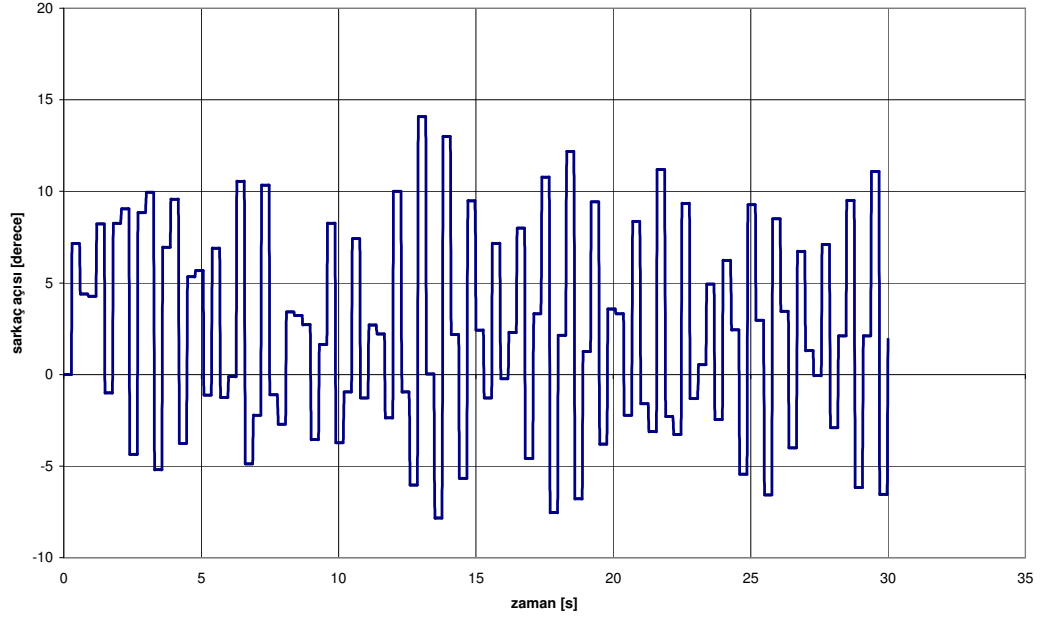
Şekil 4.22 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1\text{mm}$) için uç nokta sehim



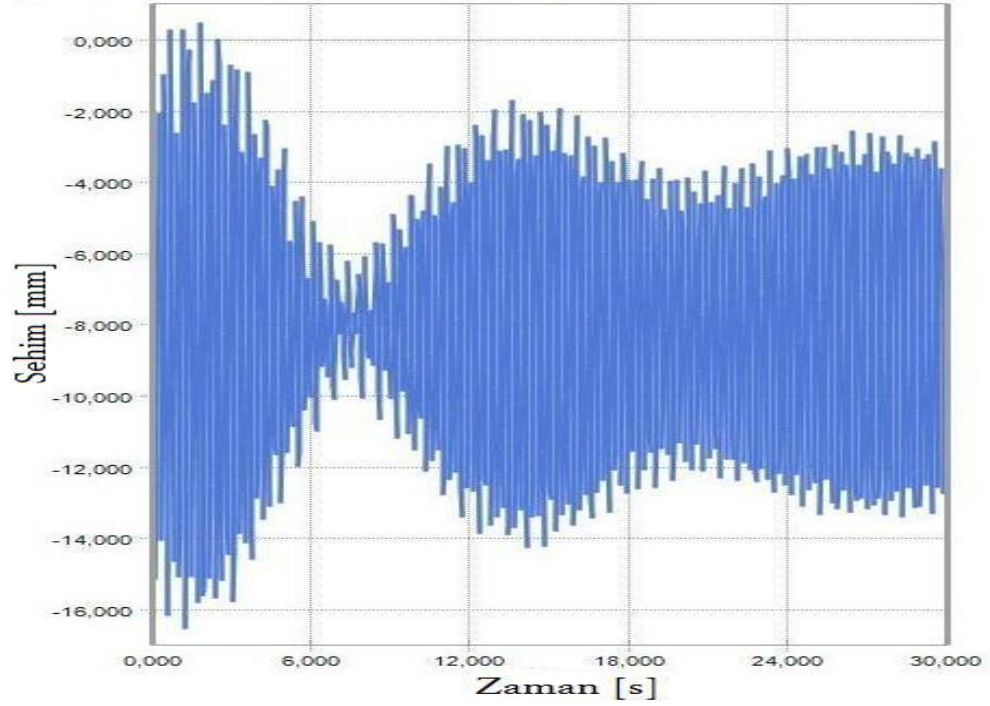
Şekil 4.23 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.5$ ($L_s=49.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi



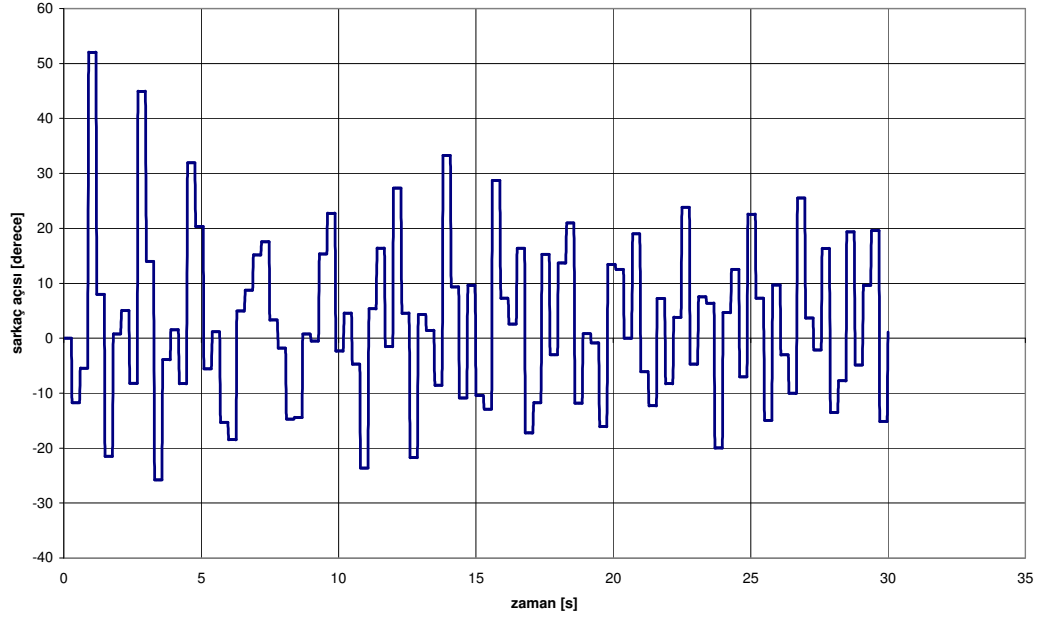
Şekil 4.24 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1\text{mm}$) için uç nokta sehim



Şekil 4.25 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 0.6$ ($L_s=34.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi



Şekil 4.26 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için uç nokta sehim



Şekil 4.27 Kirişin yatayla yaptığı açı 60 derece ve $\lambda = 1$ ($L_s=19.1\text{mm}$) için sarkaç titreşimi

4.2 Lineer Absorberli Kiriş

Bu modelde kullanılan fiziki parametreler ise şöyle seçilmiştir:

Kiriş malzemesi : Çelik

Kiriş boyu $L=1000\text{mm}$

Young modülü $E=200000\text{Mpa}$

Yoğunluk $\rho = 7,85 \cdot 10^{-6} \text{kg} / \text{mm}^3$

Kesit alanı $A=5 \times 5=25 \text{mm}^2$

Kiriş kütlesi $m_k=0,19625 \text{kg}$

Kiriş uç kütlesi $m_u=0 \text{kg}$

Kirişin temel (birinci) rezonans frekansı $f_k=4,076 \text{Hz}$ ($\omega_k = 25,6131 \text{rad} / \text{s}$).

Lineer absorber yay-kütle kombinasyonudur. Burada kirişe etkiyen harmonik tekil kuvvet $F = F_0 \sin \omega t$ formundadır. $F_0 = 1\text{N}$ sabit değerinde tutulmuş olup, zorlayıcı frekans ω_f , kirişin birinci doğal frekansına eşit alınmıştır: $\omega_f = \omega_1 = 25,6131 \text{rad/s}$.

Model lineer olduğundan absorberin olmaması halinde rezonans durumunun gerçekleştiği yazılan MATLAB programıyla da teyit edilmiştir.

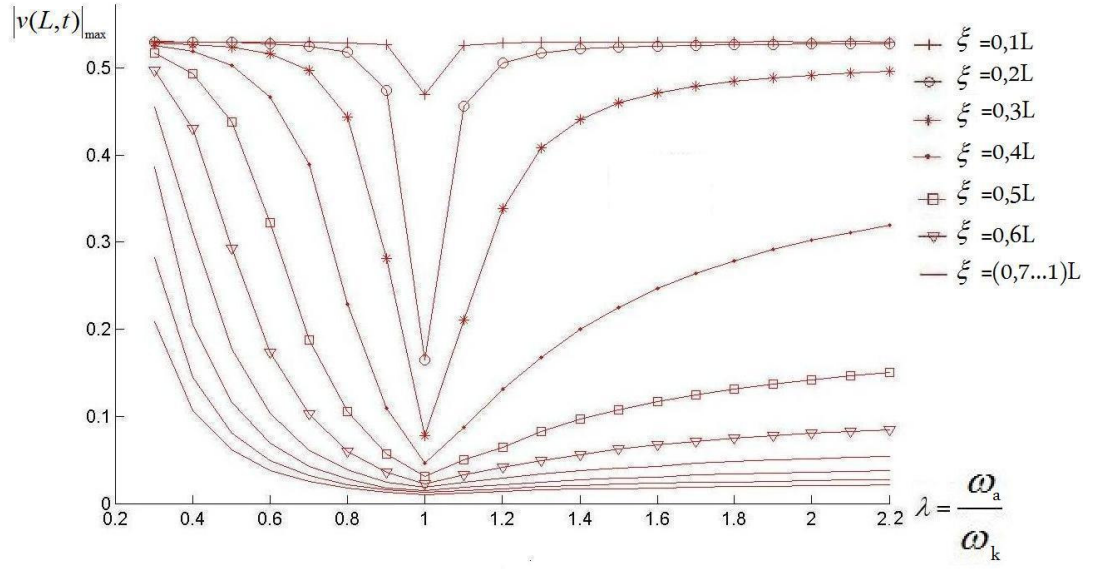
Bu model üzerinde iki farklı analiz yapılmıştır. Bunların ilkinde kuvvetin giriş üzerindeki etkiye noktası sabit tutulmuş ve girişin tam orta noktasında etkidiği kabul edilmiştir. Daha sonra farklı absorber kütlesi / giriş kütlesi = $m_a/m_k = \mu$ oranları için absorberin pozisyonu ξ değiştirildiğinde girişin uç nokta sehimini ile absorberin genliğinin maksimum değerlerinin frekanslar oranı ω_a/ω_k , 'ya göre nasıl değiştiği tespit edilmiş ve grafikler halinde çizdirilmiştir. Bu tarzda $\mu = 0,25$, $\mu = 0,5$, $\mu = 0,75$ ve $\mu = 1$ haline karşılık gelen grafikler Şekil 4.28 ila Şekil 4.33' ta görülmektedir. $\mu = m_a/m_k$ $\lambda = \omega_a/\omega_k$ oranları arasında ilişki olduğu açıktır. Şöyle ki, absorberin yay katılığı bu oranlara bağlı olarak şöyle hesaplanmıştır.

$$\omega_a^2 = \lambda^2 \omega_k^2$$

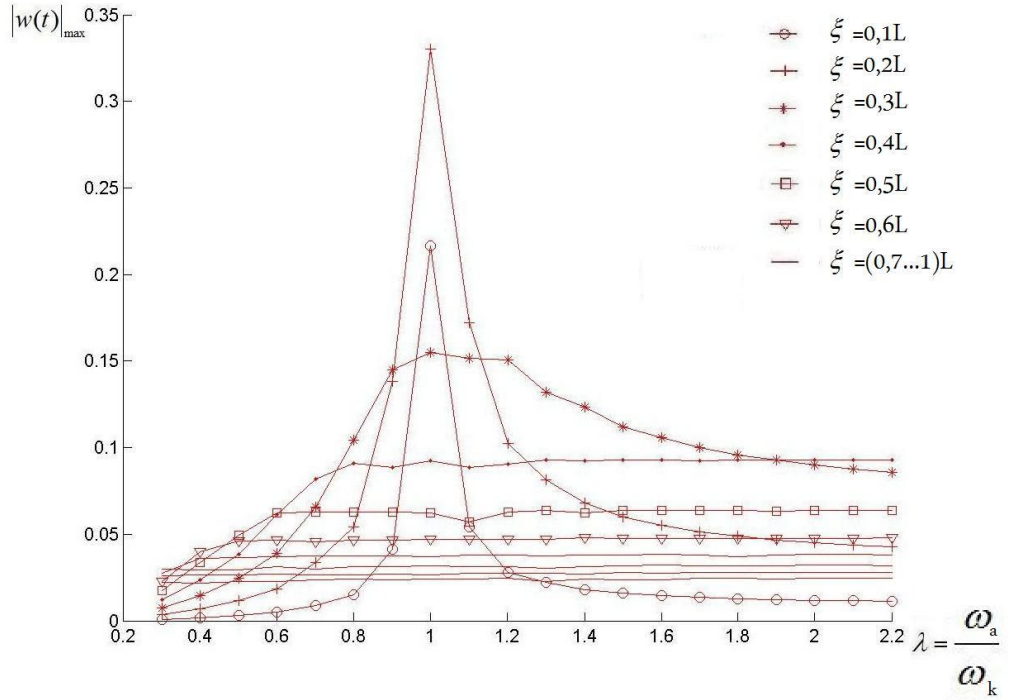
$$\frac{k_a}{m_a} = \lambda^2 \omega_1^2$$

$$k_a = \lambda^2 \omega_1^2 m_a = \lambda^2 \omega_1^2 \mu m_k$$

Şekil 4.28 ve 4.29 sırasıyla girişin uç noktası ile lineer absorberin genliklerinin $\mu = 0,25$ halinde $0,1L \leq \xi \leq L$ için $\lambda = \omega_a/\omega_k$ 'ye göre nasıl değiştiğini göstermektedir.



Şekil 4.28 $\mu = 0,25$ için giriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi

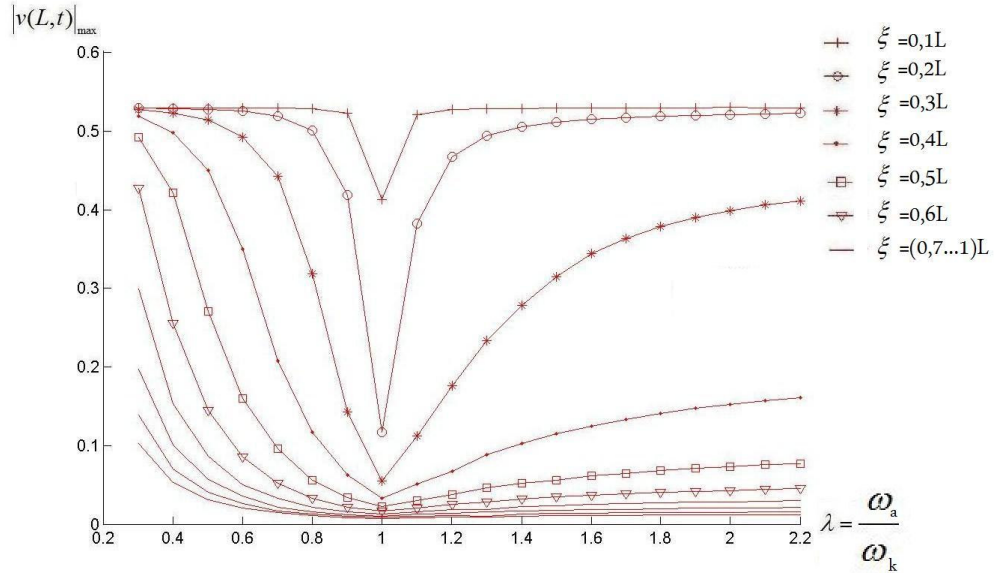


Şekil 4.29 $\mu = 0,25$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi

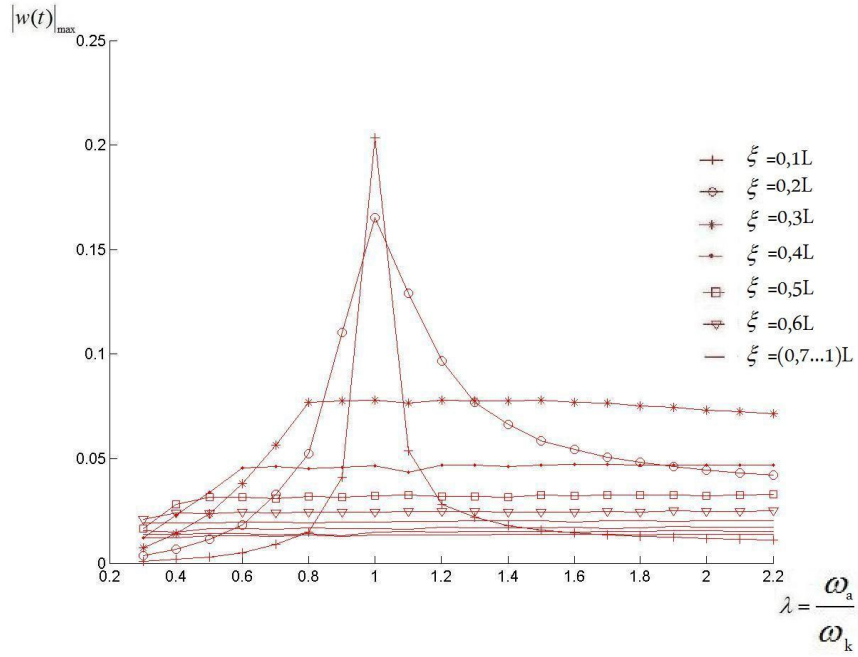
Kiriş uç sehimi eğrilerinde $\frac{\omega_a}{\omega_k} = 1$ değerinde bir lokal minimum gözlenmektedir.

Buna mukabil aynı bölgede absorber genliği lokal maksimuma sahiptir. Bununla birlikte bu grafiklerdeki tüm değerler anlamlı değildir. Çünkü lineer teorinin geçersizleşeceği genlik değerleri vardır. Bu nedenle giriş uç nokta genliğinde 0,15m bir üst sınır olarak alınmalıdır. Aynı husus absorber genliği için de geçerlidir. Hesaplanan katılığa sahip absorber yaylarının bu denli deformasyonu pratikte mümkün değildir. Esasen lineer absorberinde bir kılavuz içinde girişe monte edilmesi gerekir. Bütün bu pratik mülahazaların ötesinde $\frac{\omega_a}{\omega_k} = 1$ oranının tüm absorber pozisyonları için en etkin ayar oranı olarak ortaya çıkması enteresandır. Sistem davranışının ayırık sistem-ayırık absorber teorisine benzerlik arzettiği görülmektedir.

Şekil 4.30 ve 4.31 ise benzer grafiğin $\mu = 0,5$ için çizdirilmiş halleridir. Burada eğrilerin $\mu = 0,25$ haline göre biraz daha aşağıdan seyrettiği görülmektedir. Bu ise μ nün artması halinde belli bir λ ortamını korumak için k_a nın artırılmış olması ile açıklanabilir. k_a artınca absorberde depolanan potansiyel enerji küçük sehimlerde bile yüksek olmaktadır.

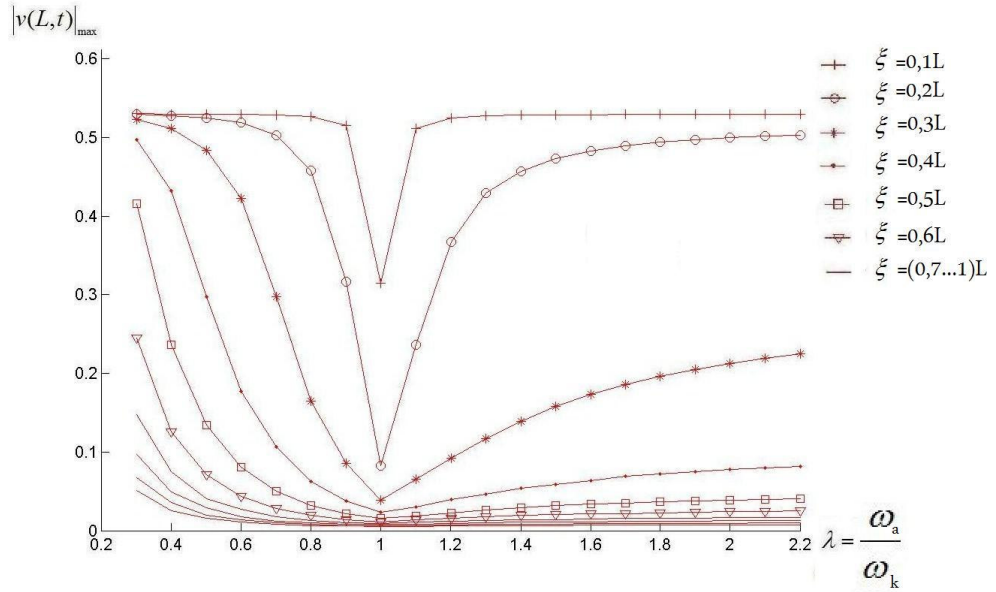


Şekil 4.30 $\mu = 0,5$ için giriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi

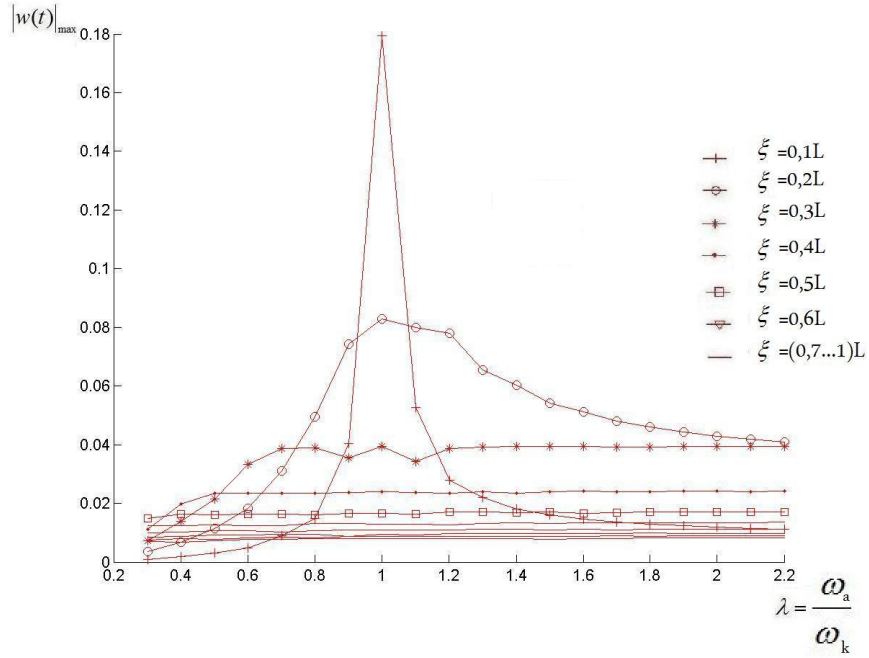


Şekil 4.31 $\mu = 0,5$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi

Son olarak Şekil 4.32 ve 4.33'te $\mu = 1$ için genlik eğrileri görülmektedir.



Şekil 4.32 $\mu = 1$ için kiriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi



Şekil 4.33 $\mu = 1$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi

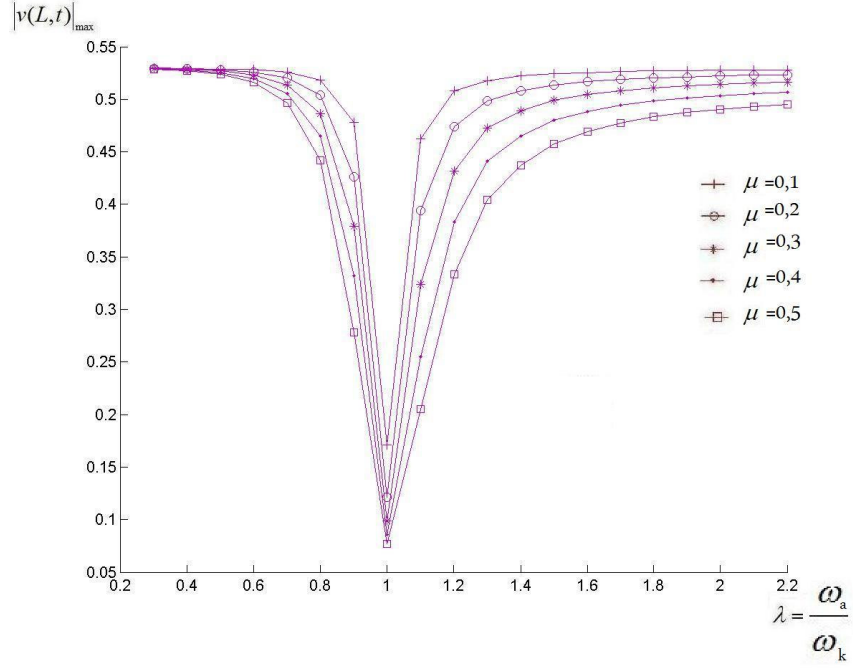
Eğrilerin seviye kaybı devam etmektedir. $\xi = 0,5L$ $\frac{\omega_a}{\omega_k} \geq 1$ değerleri için absorberin montaj noktasının çok önem arz etmediği bu grafiklerden kolayca anlaşılmaktadır.

Diğer bir grup analiz absorberin yeri sabit tutularak ve fakat μ oranları değiştirilmek suretiyle yapılmıştır. Şekil 4.34 ve 4.35' te $\xi = 0,25L$ için $0,1 \leq \mu \leq 0,5$ için kiriş ve absorber genlik eğrileri görülmektedir.

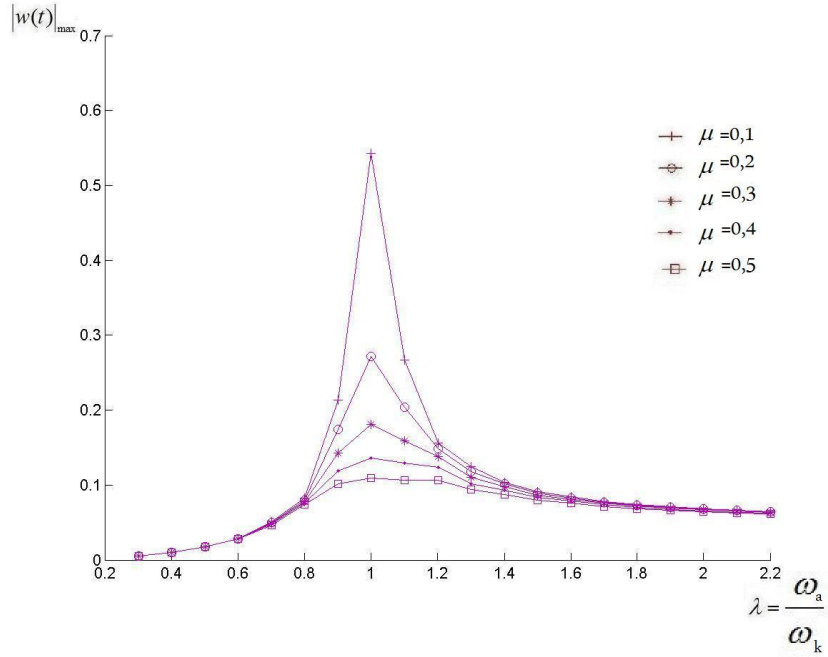
Benzer şekilde Şekil 4.36 ve Şekil 4.37 $\xi = 0,5L$ ve nihayet Şekil 4.38 ve 4.39 ise $\xi = L$ için genlik grafiklerini göstermektedir. Bütün analizlerde yatay eksen $\lambda = \frac{\omega_a}{\omega_k}$

alınmıştır. Burada tüm μ 'ler için $\frac{\omega_a}{\omega_k} = 1$ oranında lokal bir minimum gözlenmektedir.

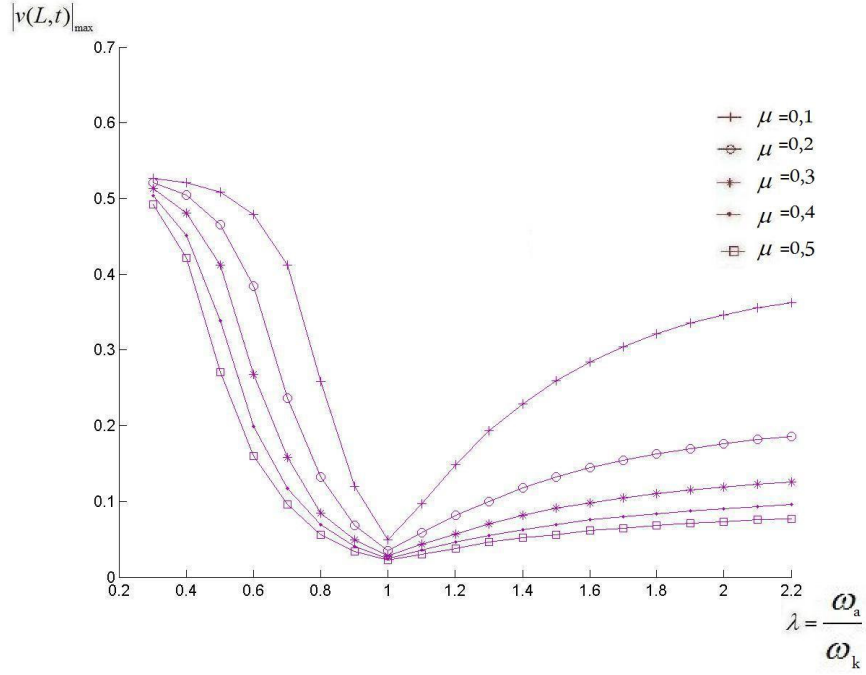
μ 'ler arttıkça eğriler daha aşağıdan seyretmektedirler. Bunun da nedeni yukarıda açıklanmıştır. Bu grafiklerde de genliklerin lineer teoremin geçersizleştiği bölgelerini almamak gerekmektedir.



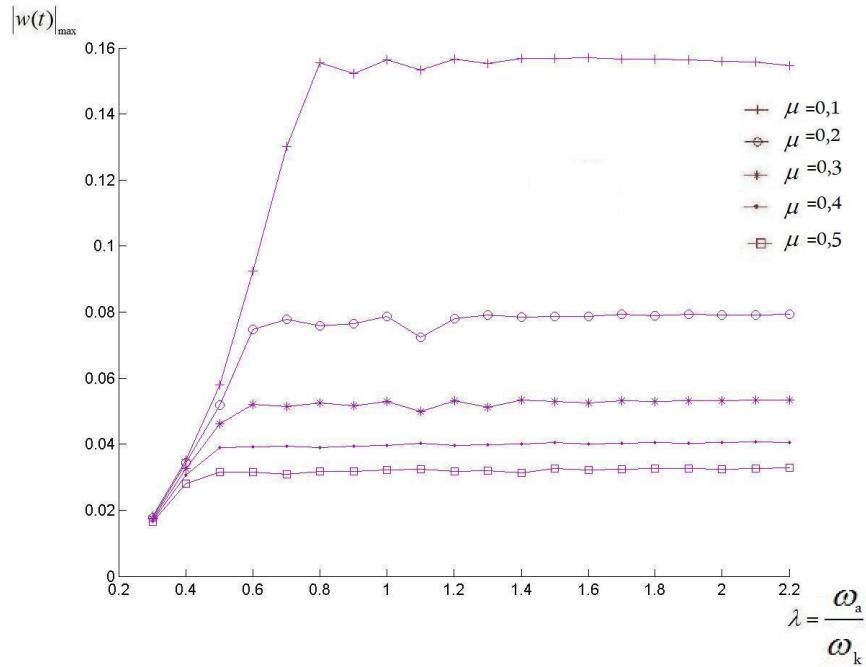
Şekil 4.34 $\xi = 0,25L$ için kiriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi



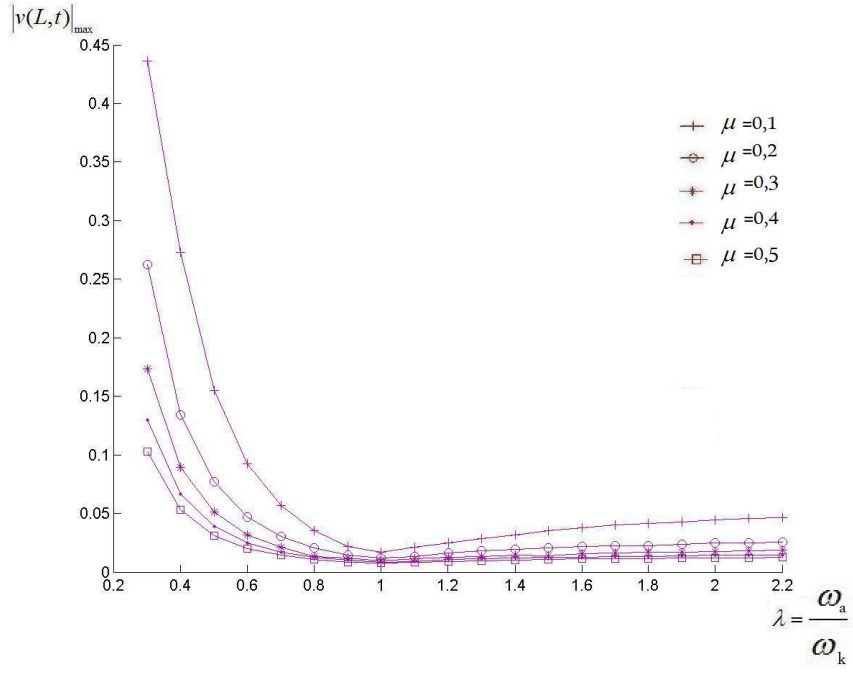
Şekil 4.35 $\xi = 0,25L$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi



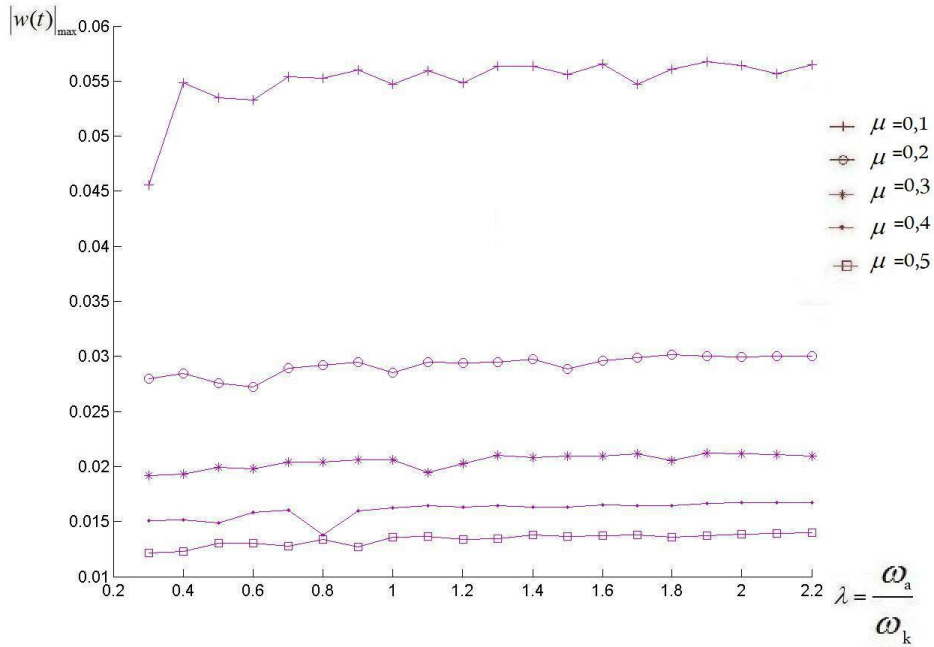
Şekil 4.36 $\xi = 0,5L$ için kiriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi



Şekil 4.37 $\xi = 0,5L$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi



Şekil 4.38 $\xi = L$ için kiriş uç noktası titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi



Şekil 4.39 $\xi = L$ için absorber titreşimi maksimum genliğinin λ 'ya göre değişimi

SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada dinamik absorber taşıyan kirişlerin dinamik davranışı incelenmiştir. İki tip absorber ele alınmıştır. Matematiksel sarkaç absorber ve lineer absorber. Her iki absorberli sisteme ait hareket denklemleri çıkarıldı ve literatürde mevcut çıkarımlarla mukayese edildi. Bazı çalışmalarda sınır şartlarında lineerleştirme yapıldığı fakat buna atıfta bulunulmadığı tespit edildi. Her iki absorberli sistem için modeller kurulu. Sarkaç absorberli sistem için sonlu elemanlara dayanan bir kod hazırlandı. Ancak bazı sorunlar yaşandığı için bu modeli RECURDYN ortamında incelenmesine karar verildi. Bu yazılım altında sistem kiriş elemanlar (beam element) kullanılarak modellendi. Farklı kiriş yönelim açıları için analizler yapıldı. Model nonlinear çalıştırıldığı için absorberin olmaması halinde bir lineer hale ait rezonans davranışı gözlenmemektedir. Buna mukabil mesela $\alpha = 0$ için 14mm civarında sehimler görülmektedir. Aynı yönelimdeki kirişte $\lambda = 0,6$ koşulunu sağlayan sarkaç absorber kullanıldığında ($\mu = 0,186$) uç nokta genliği 30 saniye zarfında 3,5mm civarına inilmektedir ki bu genlikte %75 azalma demektir. $\lambda = 0,4$ için ise genlik 2,2mm civarındadır. Genlikteki azalma oranı buna göre %84 olmaktadır. Diğer sonuçlar da benzer seyri göstermektedir. Tüm grafiklerde kiriş uç titreşimi için ortak denilebilecek bir husus, titreşim genliğinin de zamanla değişmesi ve vuru karakterinde titreşimlerin ortaya çıkmasıdır. Diğer enteresan bir husus λ küçüldüğünde kirişin uç genliğinin maksimum değerinin daha azaldığıdır. Benzer şekilde absorberin açısız genliği de düşmektedir. $\lambda = 0,6$ iken 25° olan kararlı hal genlik için $\lambda = 0,4$ için $7,5^\circ$ seviyesine inmektedir. Mevcut koşullarda λ oranının düşük tutulması ($\lambda < 1$) uygun görülmektedir.

Lineer absorber halinde de iki farklı analiz yapıldı. Bunlardan birisi μ oranının sabit tutulup, absorber konumunun değiştirilmesiyle uç nokta genliği maksimum değerinin λ oranına göre değişimini incelemektedir. Diğerinde ise absorber konumu sabit tutulup farklı μ oranları için genlik maksimum değerinin λ 'ya göre değişimi gözlemlendi. Her iki halde de $\frac{\omega_a}{\omega_k} = 1$ oranında $\xi \leq 0,5L$ halinde ve μ nün tüm değişimleri için lokal minimumlar olduğu saptandı. Dolayısıyla lineer absorberde ayar parametresi λ nın 1' e eşit alınması yararlıdır. Burada klasik absorber teorisiyle benzerlik dikkat çekicidir.

Bu çalışmanın kapsamını aştığından absorber ile esas sistem arasındaki enerji transferi ayrıntılı incelenememiştir. Keza tasarım uygulamalarında kolaylık sağlanması için boyutsuzlaştırma yapılması uygun olacaktır. Bütün bunlar bundan sonraki çalışmalarda ele alınacak konular arasındadır.

KAYNAKLAR

- (1) DEN HARTOG J.B. 1961 Mekanik Titreşimler. Çevirenler: PALAVAN S. , DEMİRGÜÇ Z. İTÜ kütüphanesi yayınları. No.164 İstanbul.
- (2) HUNT J.B. 1979. Dyanamic Vibration Absorbers. Mechanical Engineering Publications Ltd.. Londra.
- (3) ERTAŞ A., ÇUVALCI O. And EKWARO-OSIRE S. 2000 . Performance of Pendulum Absorber for a Non-Linear System of Varying Orientation. Journal of Sound and Vibration. Vol. 229, No.4, pp.913-933.
- (4) VYAS A. and BAJAJ A.K. 2001. Dyanamic of Autoparametric Vibration Absorbers using Multiple Pendulums. Journal of Sounds an Vibration. Vol.246, No.1, 115-135.
- (5) YAMAN M. , ŞEN S. 2004. The Analysis of The Orientation Effect of Non-linear Flexible Systems on Perfonmance of The Pendulum Absorber. Int. Journal of Non-linear Mechanics. Vol.39, 741-752.
- (6) RANJAN V. , GHOSH M. K. 2005. Forced Vibration Response of Thin Plate With Attached Discrete Dyanamic Absorbers. Thin Walled Structures. Vol. 43, 1513-1533.
- (7) FISCHER O.2007. Wind-excited Vibrations-Solutions by Passive Dynamic Vibration Absorbers of Different Types. Journal of Engineering and Industrial Aerodynamics. Vol. 95, 1028-1039.
- (8) SALLEH H.,BRENNAN M. J. 2007. Control of Flexural Waves on a Beam Using a Vibration Neutralizer: Effects of Different Attachment Configurations. Journal of Sound and Vibration Vol.303 , 501-514.

- (9) AMER Y.A. ,EL-SAYED A.T.2008. Vibration Suppression of Non-linear System via Non-linear Absorber. Communications in Non-linear Science and Numerical Simulation. Vol.13, 1948-1963.
- (10) RASHID A. ,NICOLESCU C. M. 2008. Design and Implementation of Tuned Viscoelastic Dampers for Vibration Control in Milling. Int. Journal of Machine Tools & Manufacture. Vol.48, 1036-1053.
- (11) MORALDI H. , BAKHTIARI-NEJAD F. , MOVAHHEDY M. R. 2008. Tuneable Vibration Absorber Design to Suppress Vibrations: An Application in Boring Manufacturing Process. Journal of Sound and Vibration. Vol.318, 93-108.

EK1. MATLAB KODLARI

4.2 Lineer Absorberli Kiriş bölümünde kullanılan Matlab kodu

```

clear all
close all
global ms uzunluk kf0 omegaAbsKare mu eta ksi ozdeger omega katsayinu omegaF
global F0 roA
ms=2;          %Hesaba Dahil edilen Mod Sayisi
%Kiris
uzunluk=1;     %kirisin boyu
kesit_en=5e-3; %kirisin kesit eni
kesit_yuk=5e-3; %kirisin kesit boyu
em=2e+11;
yog=7850;      %yoğunluk
ataletMom=kesit_en*kesit_yuk^3/12;
EI=em*ataletMom;          %Kirisin Elastisite Modulu * Kesit Atalet Momenti
roA=yog*kesit_en*kesit_yuk ;    %kiris yogunlugu*kesit alani
ozdeger(1)=1.875/uzunluk; ozdeger(2)=4.694/uzunluk; ozdeger(3)=7.855/uzunluk;
omega=ozdeger.^2*sqrt(EI/roA);
%ksi=0.5*uzunluk;      %Absorberin beam üzerindeki yeri
eta=0.5*uzunluk;      %Zorlayici kuvvetin beam üzerindeki yeri
%Zorlayici Kuvvet
F0=1;          %zorlayici kuvvetin genligi
omegaF=omega(1);      %zorlayici kuvvetin frekansi
mu=1;
tt=4;

for k=1:1
ksi=0*k*0.1*uzunluk;
%ksi=0*uzunluk;
posA(k)=ksi;
%mu=k*0.1;
%ma_mb(k)=mu;
for j=1:20

```

```

frekans_orani=(j+2)*0.1;
%frekans_orani=1;
wa_wb(k,j)=frekans_orani;
omegaAbsKare=(frekans_orani*omega(1))^2;
abskutle=mu*(roA*uzunluk);
yaykat=omegaAbsKare*abskutle;
kf0=F0/yaykat;
katsayinu=(sin(ozdeger.*uzunluk)-
sinh(ozdeger.*uzunluk))./(cos(ozdeger.*uzunluk)+cosh(ozdeger.*uzunluk));
q0=zeros(1,2*(ms+1));
%q0=zeros(1,2*ms);
[t,q]=ode15s('lineerabsorber_denk',[0,tt],q0);
%[t,q]=ode15s('lineerabsorber_denk_beam',[0,tt],q0);
x=uzunluk;
top=0;
for i=1:ms
fix(i)=cos(ozdeger(i)*x)-cosh(ozdeger(i)*x)+katsayinu(i)*(sin(ozdeger(i)*x)-
sinh(ozdeger(i)*x));
top=top+fix(i)*q(:,i+1);
end
genlikB(k,j)=max(abs(top));
genlikA(k,j)=max(abs(q(:,1)));
end
[k j]
end
for ii=1:k
figure(1)
hold on
plot(wa_wb,genlikB(ii,:));
figure(2)
hold on
plot(wa_wb,genlikA(ii,:));
end

```

```

function dq=lineerabsorber_denk(t,q)
global ms uzunluk kf0 omegaAbsKare mu eta ksi ozdeger omega katsayinu omegaF
%x=0.1*uzunluk:uzunluk/10:uzunluk;
for i=1:ms
%fix(:,i)=cos(ozdeger(i)*x')-cosh(ozdeger(i)*x')+katsayinu(i)*(sin(ozdeger(i)*x')-
sinh(ozdeger(i)*x'));
fix(i)=cos(ozdeger(i)*ksi)-cosh(ozdeger(i)*ksi)+katsayinu(i)*(sin(ozdeger(i)*ksi)-
sinh(ozdeger(i)*ksi));
fieta(i)=cos(ozdeger(i)*eta)-cosh(ozdeger(i)*eta)+katsayinu(i)*(sin(ozdeger(i)*eta)-
sinh(ozdeger(i)*eta));
end

qabs=q(1);
qabsn=q(ms+2);
for i=1:ms
qbeam(i)=q(i+1);
qbeamn(i)=q(ms+2+i);
end
qlar=[qabs;qbeam'];
qlam=[qabsn;qbeamn'];
toplaml=0;
for i=1:ms
toplaml=toplaml+fix(i)*qbeam(i);
toplam2(i)=0;
for j=1:ms
toplam2(i)=toplam2(i)+fix(i)*fix(j)*qbeam(j);
end
fixfixq(i)=toplam2(i);
end
fixq=toplaml;
dqabs=omegaAbsKare*fixq-omegaAbsKare*qabs;
for i=1:ms
dqbeam(i)=-omegaAbsKare*mu*(fixfixq(i)-qabs*fix(i))-
omegaAbsKare*mu*kf0*fieta(i)*sin(omegaF*t)...

```

```
-omega(i)^2*qbeam(i);  
end
```

```
dqlar=[dqabs;dqbeam'];  
dq=[qlarn  
    dqlar];  
%t
```

ÖZGEÇMİŞ

Serhat GÖÇTÜRK, 1979 yılında Bursa'da doğdu. İlkokulu Bursa Balabanbey İlkokulu'nda, ortaokul ve liseyi Bursa Çelebi Mehmet Lisesi'nde okudu. 2003 yılında Uludağ Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. Askerlik hizmetini 2005 yılında tamamladıktan sonra 2006 yılında Uludağ Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü'nde yüksek lisans eğitimine başladı.

TEŞEKKÜR

Gerek lisans eğitimim, gerekse yüksek lisans eğitimim boyunca yardımlarını hiç bir zaman esirgemeyen, kiŐiliđine, bilgisine ve çalıŐkanlıđına hayranlık duyduğum ve kendime örnek aldığım çok değerli hocam Prof. Dr. Osman KOPMAZ' a , projemizin Matlab kodlarının geliŐtirilmesinde önemli katkılarından dolayı Yrd. Doç. Dr. Sevda TELLİ' ye, çeşitli analizleri Recurdyn ortamında yapmamız konusunda bize yardımcı olan FİGES' ten Dr. Tarık Öđüt ve Makina Mühendisi İbrahim Özdil'e teŐekkürü bir borç bilirim.