57412

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

CASSEGRAİN BESLEMELİ VE ODAK DIŞI BESLEMELİ PARABOLİK REFLEKTÖR ANTENLER

Yusuf Ziya UMUL

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİMDALI

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ODAK DIŞI BESLEMELİ VE CASSEGRAİN BESLEMELİ PARABOLOİDAL REFLEKTÖR ANTENLER

Yusuf Ziya UMUL

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİMDALI

Bu tez 21/8/1996 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği/oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. H. Ergun BAYRAKÇI (Danışman)	Prof. Dr. Ali OKTAY	Yrd. Doç. Dr. Erdoğan DİLAVEROĞLU

ÖZET

Paraboloidal reflektör antenler üç şekilde beslenebilinir. Odağa yerleştirilen transmisyon borusu ve hornun bu noktada döndürülmesi, beslemenin odak dışına çıkarılması veya transmisyon borusundan yayılan alanın bir hiperboloidal yüzeyden yansıtılarak, paraboloidal reflektöre iletilmesi gibi. İlk iki besleme biçimi offset, üçüncüsü ise Cassegrain besleme olarak adlandırılabilinir.

Offset beslemede, parabolik reflektörün odağına dairesel kesitli transmiyon borusu konabilir. Transmisyon borusu odakta döndürüldüğü zaman, ışıyan alanın bulunabilmesi için, elektrik ve magnetik alan ifadelerinde koordinat dönüşümü yapılmalıdır. Aynı şekilde parabolün denklemide döndürülmüş koordinat sistemi cinsinden yazılabilinir. Reflektörden yansıyan alan hesaplanırken, fiziksel optik yaklaşıklığı ile yüzey akımı dağılımı metodu kullanılabilinir.

Besleme olarak kullanılan dairesel kesitli transmisyon borusu odak dışına çıkarılabilinir. Bu durumda iki koordinat sistemi mevcut olur ve bu tip bir reflektör antenin analiz edilebilmesi için iki sistem biribirine dönüştürülmelidir. Transmisyon borusundan ışıyan alan düzleme izdüşürülebilinir. Koordinat dönüşümü yapıldıktan sonra faz teriminde Poisson İntegral Dönüşümü kullanılabilinir. Parabolden yansıyan alanın bulunması için yine yüzey akımı dağılımı metodundan yararlanılabilinir. Köşe kırınımlarının hesabında, Wiener-Hopf tekniği kullanılmıştır. Kırınımın uniform ifadesi çıkarılırken Fresnel integrali elde edilmiştir.

Cassegrain beslemeli antende hiperboloidal alt reflektör ve paraboloidal ana reflektör olmak üzere iki adet yansıtıcı yüzey kullanılır. Besleme ise paraboloidal olan ana reflektörün tepe noktasına konulabilinir. Transmisyon borusunda ışıyan manyetik ve elektrik alan, orijini parabolün odağında bulunan koordinat sistemi cinsinden ifade edilebilinir. Bu dönüşüm yapılırken faz teriminde Poisson İntegral Dönüşümü kullanılabilinir. Hiperbolden yansıyan alan hesaplanırken yüzey akımı dağılımı yönteminden yararlanılabilinir. Hiperbolden yansıyan alan ana reflektöre gidecektir. Paraboloidal yüzeyden yansıyan elektrik ve magnetik alan hesaplanırken, yüzey akımı dağılımı ve açıklık yöntemleri kullanılabilinir. Cassegrain beslemeli reflektör antende köşe kırınımları hiperboloidal yüzey için hesaplanmış, paraboloidal yüzeydeki kırınım ise ihmal edilmiştir.

ANAHTAR KELİMELER; Paraboloidal reflektör anten, Hiperboloidal reflektör anten, Cassegrain beslemeli anten, offset beslemeli anten, Yüzey akımı dağılımı metodu, açıklık metodu, Poisson İntegral Dönüşümü, Wiener-Hopf tekniği, Köşe kırınımı, Fresnel integrali.

ABSTRACT

Three different kinds of feed can be used for paraboloidal reflectors. The rotation of the waveguide or horn used as the feed, at the focus, removing the feed out of the focus or transmitting the field, that reflects from a hyperboloidal, to the paraboloidal surface. The first two feed systems are called as offset and the third is Cassegrain feeding.

In the offset feeding, a cylindrical waveguide can be put at the focus of the paraboloidal reflector. When the waveguide is rotated on the focus, coordinate transforms must be used for calculation of the radiating wave. As a same way, the equation of the parabola can be written in terms of the rotated coordinate system Induced surface current method can be used for the calculation of the radiated wave from the reflector. The waveguide can be removed out of the focus. On this occasion, there will be two coordinate systems and these two systems must be transformed to each other for the analyses of the reflector antenna. The radiating wave from the wave-guide can be projected to the plane After the coordinate transformation, Poisson Integral Transform can be used for the phase term. Induced current method can be used for calculating the radiated field, again. In the calculation of the edge diffractions, we can profit from the Weiner-Hopf technique. The uniform expression of the diffraction is found in terms of the Fresnel Integral.

In the Cassegrain fed antenna, two surfaces as hyperboloidal subreflector and paraboloidal main reflector. The electric and magnetic field radiating from the waveguide can be expressed in terms of the coordinate system whose origin is on the same point with the focal point of the parabola. In this transformation, Poisson Integral Transform can be used for the phase term. Induced current method can be applied for the calculation of the reflected wave from the hyperboloidal surface, and the paraboloidal main reflector. In the Cassegrain fed reflector antenna, edge diffraction's are calculated for the hyperboloidal surface and the diffraction's at the paraboloidal surface is neglected.

KEYWORDS; Paraboloidal reflector antenna, hyperboloidal reflector antenna, Cassegrain fed antenna, offset fed antenna, Induced current method, Poisson Integral Transform, Weiner-Hopf technique, edge diffraction, Fresnel Integral.

İÇİNDEKİLER

BİRİNCİ BÖLÜM

BESLEMESİ ODAKTA DÖNDÜRÜLMÜŞ TRANSMİSYON BORUSU OLAN DÖNEL PARABOLOİDAL REFLEKTÖR ANTEN

İKİNCİ BÖLÜM

ODAK DIŞI BESLEMELİ DÖNEL PARABOLOİDAL ANTEN

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

CASSEGRAİN BESLEMELİ DÖNEL PARABOLOİDAL ANTEN

EKLERİ

SEMBOLLER

$\vec{H}$: Magnetik alan şiddeti [amper/metre]

$\vec{E}$: Elektrik alan şiddeti [volt/metre]

$\vec{J}_s$: Yüzeysel akım yoğunluğu [amper/metre^2]

$\vec{\Pi}_e$: Elektrik Hertz vektörü

$\vec{\Pi}_m$: Magnetik Hertz vektörü

k : dalga sayısı [rad/m]

ω : açısal frekans

ε : dielektrik katsayısı

μ : magnetik geçirgenlik

$\vec{n}$: yüzeye dik birim vektör

$\vec{N}$: Yüzeye dik vektör

Z_o : dalga empedansı

$H_n^{(1)}(x)$: birinci nev'i Hankel fonksiyonu

$h_n^{(1)}(x)$: birinci nev'i küresel Hankel fonksiyonu

$J_n(x)$:n.'ci nevi derece Bessel fonksiyonu

$j_n(x)$: n.'ci mertebeden küresel Bessel fonksiyonu

ŞEKİLLER

BİRİNCİ BÖLÜM

İKİNCİ BÖLÜM

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

EKLERİ

KAYNAK ARAŞTIRMASI

Odağına yerleştirilmiş bir transmisyon borusu veya horn anten ile beslenen paraboloidal reflektör, beslemeden gelen alanın bir kısmını, yine beslemeye geri yansıtacağından, ışıyan alanda yan kulak ışıması artacaktır. Bu engelin kaldırılmasının bir yolu beslemenin odakta döndürülmesidir. Paraboloidal reflektörün dairesel kısmı, odak noktasının ana ışın demeti dışında kalacak şekilde kesilebilinir. Bu şekilde besleme kaynağının ve bunu destekleyen çubukların saçıcılığı önlenmektedir. Ancak, çapraz polarizasyon ışıması da artmaktadır. Diğer taraftan offset reflektörünün ve besleme sisteminin dairesel simetrisi de bozulmaktadır. Dolayısıyla, besleme kaynağı sıfır çapraz polarizasyonla ışıma yapmasına rağmen reflektörden kaynaklanan depolarizasyon meydana gelmektedir. [7]

D, paraboloidal reflektörün odağındaki dairesel açıklığın yarıçapı olmak üzere ilk çapraz polarizasyonlu kulak

$$\theta_o \sim \frac{2d}{3D}$$

açısında oluşacaktır. Normal odaktan beslemeli bir reflektörden ışıyan alanda aynı açı

$$\theta \sim \frac{2d}{\pi D}$$

ile verilebilinir. Bu iki eşitliğin karşılaştırılması ile, lineer x-polarizasyonlu besleme için, çapraz polarizasyonlu ilk kulak, odak ekseni üzerinde beslemeli reflektörden ışıyan alanınkine göre -6dB düzeyinde olur. aynı durum y-polarizasyonu için de geçerlidir. Büyük f/D oranı ve daha küçük θ_0, döndürme açısı için, ışıyan alanın şiddeti azalır. [9]

Literatürde köşe kırınımlarının hesaplanmasında, yarı sonsuz düzlemler için Wiener-Hopf tekniği kullanılmaktadır. [13] Ayrıca geometrik optikten de yararlanılarak, bir paraboloidal reflektörün köşesindeki kırınım hesaplanabilmektedir. [10], [11] Kırınım katsayısı bu durumda köşe koordinatları cinsinden yazılmaktadır. Fakat odak ve köşe koordinat sistemleri arasında herhangi bir dönüşüm yapılmamakta, saçılan alan sadece köşe noktasında gözlemlenmektedir.

BİRİNCİ BÖLÜM

BESLEMESİ ODAKTA DÖNDÜRÜLMÜŞ TRANSMİSYON BORUSU OLAN DÖNEL PARABOLOİDAL REFLEKTÖR ANTEN

Paraboloidal reflektörde, mikrodalga frekanslarında, besleme olarak transmisyon borularının açık ağızı, E ve H düzlemi sektörel hornlar veya konikal horn antenler kullanılmaktadır. Bu tip antenlerde istenilen özellik, antenin ışıma diagramının ve yönelticiliğinin iyi olmasıdır. Dairesel kesitli transmisyon borusunun ışıma özellikleri belirli bir mod için incelenmiştir. Bunun için ilk önce, borunun açıklığındaki elektrik ve manyetik alanın bileşenleri bulunmuş daha sonra ise ışıyan uzak alan ifadeleri hesaplanmıştır. Ayrıca dairesel açıklığın yarıçapının, ışıma diagramı üzerindeki etkileri, bilgisayarda MATLAB simulasyon programı ile incelenmiştir.

TE_{11} modunda uyarılmış dairesel kesitli transmisyon borusundan ışıyan alan EK.1'de hesaplandığı gibi yazılabilinir. Bu boru, parabolik bir reflektörün beslemesi olarak kullanıldığında, yansıyan alan yüzey akımı dağılımı yöntemi ile bulunabilinir. Fakat besleme odakta döndürüldüğü zaman, transmisyon borusu yeni bir koordinat sistemine sahip olacaktır. Paraboloidal reflektör yüzeyi odaktaki sisteme göre tanımlandığı için, beslemenin denklemlerinde bu koordinat dönüşümleri yapılabilinir. Koordinat sistemlerinin uygun seçimiyle, bu dönüşümler basitleştirilebilinir.

Köşe kırınımı bulunurken paraboloidalin tek bir köşesine gelen alan kaynak terimleri cinsinden ifade edilmiştir. Odak ve köşe koordinatları arasında dönüşüm yapılmış ve gelen alan köşe koordinatı cinsinden yazılmıştır. Paraboloidal reflektörün köşesi yarı sonsuz düzlem gibi düşünülebilinir. Böylece, yüzey üzerinde sınır koşulları yazılarak, Helmholtz denklemi Weiner-Hopf tekniği ile çözülebilinir. Elde edilen köşe kırınımı terimi uzak alan için ifade edilebilinir. Bu durumda sadece dönme sözkonusudur.

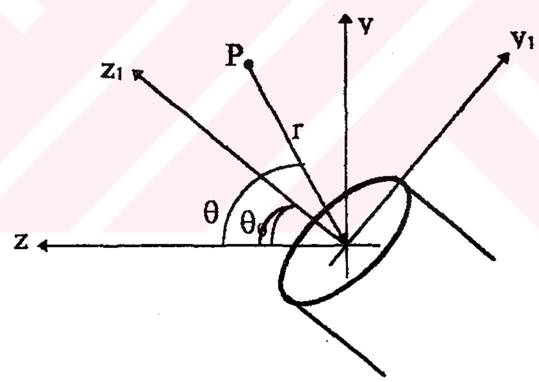
1. DÖNDÜRÜLMÜŞ DAİRESEL KESİTLİ TRANSMİSYON BORUSUNDAN IŞIMA

TE_{11} modunda uyarılmış dairesel kesitli bir transmisyon borusundan ışıyan magnetik alan

$$H_\theta = \frac{ka^4}{2}\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{J_o(1{,}84)}{(1{,}84)^2 - u^2}J'_1(u)\cos\phi(\beta + k\cos\theta)$$

$$H_\phi = -\frac{ka^4}{2}\frac{1}{(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}J_o(1{,}84)\frac{J_1(u)}{u}\sin\phi\,(\beta\cos\theta + k) \qquad 1.1$$

denklemleri ile verilebilinir. Burada $u = ka\sin\theta$ dır. Döndürme şekil 1.1'deki gibi $\phi = \frac{\pi}{2}$ düzleminde yapılabilinir.



Şekil 1.1 Döndürülmüş dairesel kesitli transmisyon borusu

Döndürme düzlemde yapıldığı için H_θ bileşeni sıfır olur. Burada $\sin\theta_1=\sin(\theta-\theta_0)$ ve $\cos\theta_1=\cos(\theta-\theta_0)$ yazılabilinir. $\vec{e}_\phi$ birim vektörü değişmeyecektir. Böylece magnetik alan

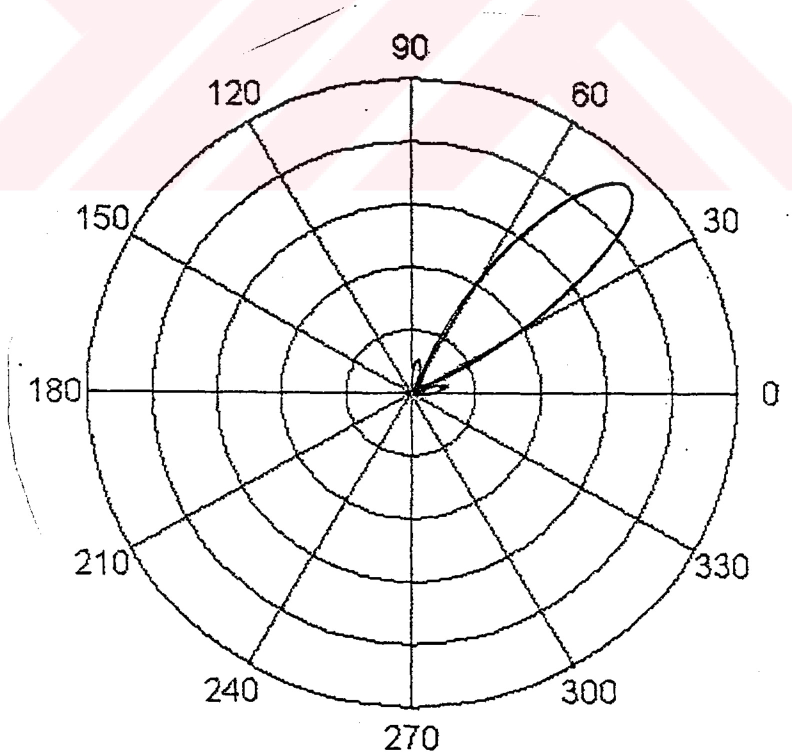
$$\vec{H} = -\frac{ka^4}{2}\frac{1}{(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}J_o(1{,}84)\frac{J_1[ka\sin(\theta-\theta_0)]}{[ka\sin(\theta-\theta_0)]}[\beta\cos(\theta-\theta_0)+k]\vec{e}_\phi \qquad 1.2$$

şeklinde elde edilebilinir. Buradan ışıyan alan polar koordinatlarda şekil 1.2'deki gibi çizdirilebilinir.

t açısının değişim aralığı programın girişinde t=0:01:2.*pi ile tanımlanmaktadır. a ve b sabit açıları ise değerleri ile program içinde verilebilinir. Bu değerler keyfi olarak değiştirilebilinir. Çizdirilecek olan fonksiyon alt fonksiyonlara ayrılabilinir ve bu alt fonksiyonlar sabit açılardan sonra tanımlanabilinir. Polar koordinatlarda çizim yapılabilmesi için polar(...) komutu kullanılabilinir. Komut içine ilk olarak, programın başında tanımlanmış olan açı konulabilinir. Mutlak değer için abs(...) komutu kullanılır. Daha sonra ise çizdirilecek olan fonksiyon yazılır. Her satırın sonunda ';' kullanılmalıdır. Netice olarak bu program yazımı:

t = 0.:.01:2.*pi;
a = θ_0;
b = besselj(1, abs((3.*pi.*sin(t- θ_0))+eps)./ (3.*pi.*sin(t- θ_0));
c = (0,98.*cos(t- θ_0)+1);
polar(t, abs(b.*c));

şeklinde ifade edilebilinir.



Şekil 1.2 Polar ışıma diagramı

2. BESLEMESİ ODAKTA DÖNDÜRÜLMÜŞ PARABOLOİDAL REFLEKTÖRDEN YANSIYAN DALGA

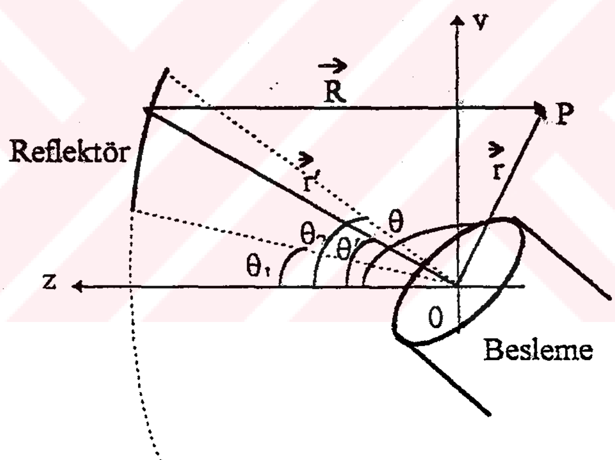
Paraboloidal reflektörün odağında bulunan ve döndürülmüş olan dairesel kesitli transmisyon borusu besleme olan anten sistemi ele alınmaktadır. Şekil 2.1'de görüldüğü gibi paraboloidal reflektör θ_1 ve θ_2 açıları arasında olup, dış kısımları kesilmiştir. Dönel paraboloidal yüzeyin birim normal vektörü

$$\vec{n} = \frac{-(1+\cos\theta)\,\vec{e}_r + \sin\theta\,\vec{e}_\theta}{\sqrt{1+\cos\theta}} \qquad 2.1$$

denklemi ile verilebilinir. Birim vektör ile magnetik alanın vektörel çarpımı

$$\bar{n} \times \bar{H} = -\frac{ka^4}{2}\frac{1}{(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}J_0(1{,}84)\frac{J_1(ka\sin(\theta-\theta_0))}{ka\sin(\theta-\theta_0)}(\beta\cos(\theta-\theta_0)+k)\left[\frac{\sin\theta\bar{e}_r+(1+\cos\theta)\bar{e}_\theta}{\sqrt{1+\cos\theta}}\right]$$

olarak bulunabilinir.



Şekil 2.1 Beslemesi döndürülmüş paraboloidal reflektör anten

Elektrik Hertz vektörünün ifadesi

$$\vec{\Pi}_e(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi j\omega\varepsilon}\iint_{S'}\bar{J}_s(\bar{r})\frac{e^{-jk\bar{R}}}{R}dS' \qquad 2.2$$

ile verilebilinir. Burada R ifadesi uzak alan için genlikte r'ye, fazda ise $r - r'\cos\psi$ 'ye eşittir. Yüzey akım dağılım metodunda ise yüzeysel elektrik akım yoğunluğu $\vec{J}_{es} = 2\vec{n} \times \vec{H}\big|_{S'}$ 'ye eşittir. Neticede elektrik Hertz vektörü uzak alan için

$$\vec{\Pi}_e \approx \frac{1}{2\pi j\omega\varepsilon}\frac{e^{-jkr}}{r}\iint_{S'} \vec{n} \times \vec{H}\big|_{S'} e^{jkr\cos\psi}\, dS' \qquad 2.3$$

ile ifade edilebilinir.

Yüzey, xy düzlemine izdüşürülebilinir. Şekil 2.1'den

$$dS' = \frac{dx'.dy'}{\vec{n}\cdot\vec{e}_z} = \rho'\frac{d\rho'.d\phi'}{\sqrt{1+\cos\theta'}} \qquad 2.4$$

şeklinde yazılabilinir. Burada dönel paraboloidalin denklemi $r' = \dfrac{2f}{1+\cos\theta'}$ ve $\rho' = r'\sin\theta'$ olmak üzere yüzey elemanı

$$dS' = \frac{(2f)^2\sin\theta'}{(1+\cos\theta')^{5/2}}d\theta' d\phi' \qquad 2.5$$

şeklinde ifade edilebilinir. $\cos\Psi$ açısı ise,

$$\vec{e}_r \cdot \vec{e}_{r'} = \sin\theta\sin\phi'\cos(\phi - \phi') + \cos\theta\cos\theta'$$

şeklinde yazılabilinir. Böylece elektrik Hertz vektörünün integral ifadesi

$$\vec{\Pi}_e = \frac{-ka^4.2f}{4\pi j\omega\varepsilon}\frac{J_0(1,84)}{(1,84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}\iint_{S'}\frac{J_1(ka.\sin(\theta'-\theta_0))}{ka\sin(\theta'-\theta_0)}(\beta(\theta'-\theta_0)+k)\frac{\sin\theta'}{(1+\cos\theta')^2}$$
$$\left(\vec{e}_x\cos\phi^1(1+\cos\phi') + \vec{e}_y\sin\phi(1+\cos\theta') - \sin\theta'\vec{e}_z\right)\delta\left(\phi' - \frac{\pi}{2}\right)e^{-jk\frac{2f}{1+\cos\theta'}} \qquad 2.6$$
$$e^{jk\frac{2f(\sin\theta\sin\theta'\cos(\phi-\phi')+\cos\theta\cos\theta')}{1+\cos\theta'}}d\theta' d\phi'$$

olarak elde edilebilinir. Delta-Dirac distrübüsyonu, $\phi' = \dfrac{\pi}{2}$ (y,z) düzleminde çalışıldığı için kullanılmıştır Sonuçta integral

$$\vec{\Pi}_e = \frac{-ka^4 f}{2\pi j\omega\varepsilon}\frac{J_o(1{,}84)}{(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}\int_{\theta'=\theta_1}^{\theta_2}\frac{J_1(ka.\sin(\theta'-\theta_o))}{ka\sin(\theta'-\theta_o)}(\beta\cos(\theta^1-\theta_o)+k)\frac{\sin\theta'}{(1+\cos\theta')^2} \quad 2.7$$
$$\left(\vec{e}_y(1+\cos\theta')-\sin\theta^1\vec{e}_y\right)e^{jk2f\frac{\cos\theta\cos\theta'-1}{1+\cos\theta'}}d\theta'$$

şeklinde yazılabilinir. MATLAB paket programında bu integral ifadesinin yazılabilmesi için seriye açılması gereklidir. Bunun için program içinde 'for' döngüsü kullanılabilinir. integral

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N} f(a+\frac{b-a}{N}n)\frac{b-a}{N} \quad 2.8$$

integral tanımı kullanılarak seriye açılabilinir. Elektrik Hertz vektörü ifadesinde

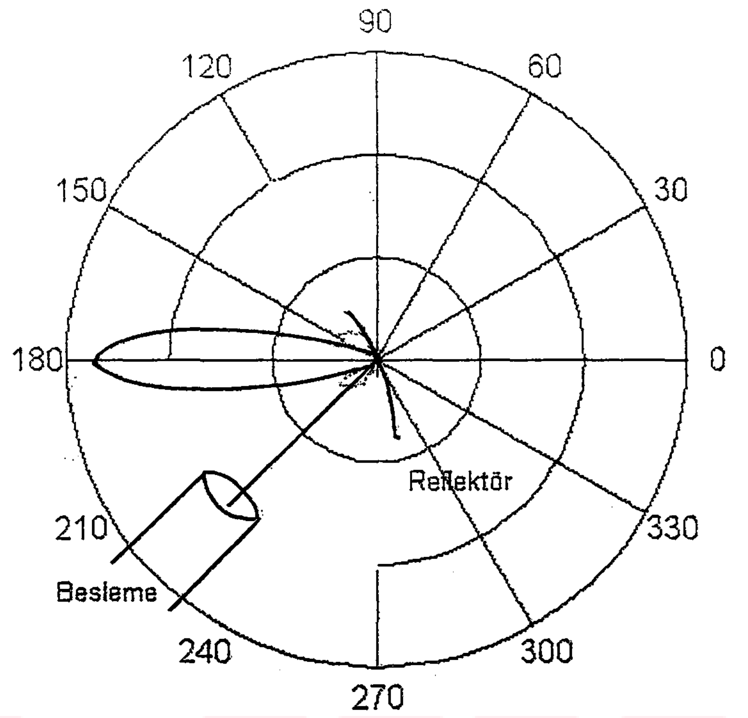
$$\frac{b-a}{N}=\frac{\theta_2-\theta_1}{N}$$

olarak tanımlanabilinir. θ' değişkeninin yerine seride $\theta_1+\frac{\theta_2-\theta_1}{N}n$ yazılacaktır.

Böylece program yazımı

```
t=0:.01:2.*pi
N = 100;
sum = 0;
for n = 1:N
a = θ1 + n.*(θ2-θ1)./N;
b = besselj(1,abs(3.*pi.*sin(a-θ0)))./ (3.*pi.*sin(a-θ0));
c = cos t.*(1+cos(a))+sin(a).sin(t)
d = .98.*cos(a-θ0)+1;
e = exp(2.*k.*f.*cos(t-a)./(q+cos(a));
f = sin(a)./((1+cos(a)).^2;
g = b.*c.*d.*e.*f;
sun = sum + g;
end;
polar(t, abs(sum)
```

olarak yazılabilinir.



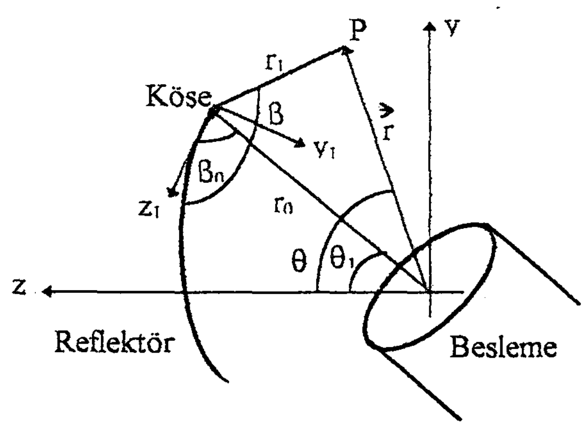
Şekil 2.2 Işıma diyagramı

3. PARABOLOİDALİN KÖŞESİNDEKİ KIRINIM

Kesik reflektörün köşesindeki köşe kırınımları ele alınmaktadır. TE_{11} modunda uyarılmış dairesel kesitli bir transmisyon borusundan ışıyan elektrik alanın $\phi = \dfrac{\pi}{2}$ düzlemindeki bileşeni

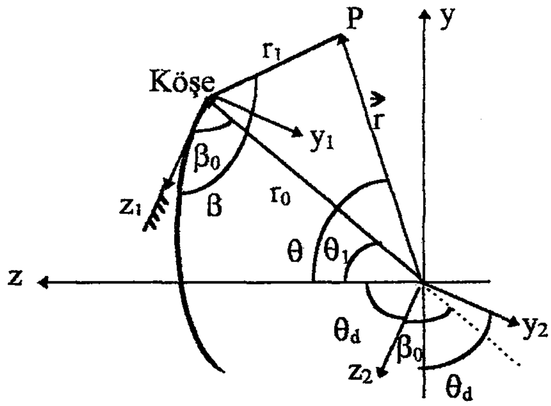
$$E_\theta = \frac{a^4 \omega \mu}{2.(1{,}84)^2} \frac{e^{-jkr}}{r} J_0(1{,}84) \frac{J_1[ka\sin(\theta-\theta_0)]}{ka\sin(\theta-\theta_0)} [\beta\cos(\theta-\theta_0)+k] \qquad 3.1$$

şeklinde yazılabilinir.



Şekil 3.1 Reflektörde köşe kırınımının geometrisi

Şekil 3.1 de (y,z) ve (y_1, z_1) olmak üzere iki adet koordinat sistemi tanımlanmıştır. Bunlardan biri odaktaki, diğeri ise (r_o,θ_1) koordinatlı köşedeki sistemdir. Bu iki koordinat sistemi arasında bağıntı yazılabilinir. Böylece köşedeki kırınım fonksiyonu, odaktaki koordinat cinsinden ifade edilebilinir.



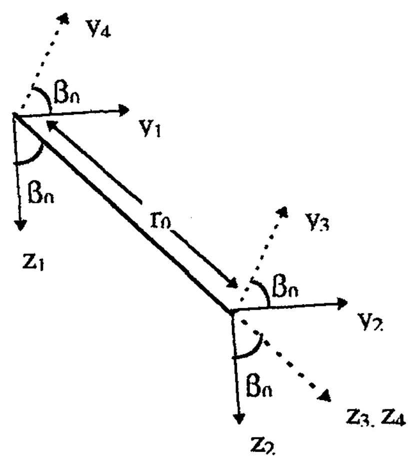
Şekil 3.2 Paraboloidalin köşe kırınımı geometrisi

Şekil 3.2 deki geometriden

$$y_2 = -y\cos\theta_d - z\sin\theta_d$$

$$z_2 = -y\sin\theta_d + z\cos\theta_d \qquad 3.2$$

yazılabilinir. Şekil 3.3'te ötelemenin geometrisi verilmiştir.



Şekil 3.3 Eksenlerin Öteleme Geometrisi

Şekil 3.3 deki geometriden

$$\begin{aligned} z_4 &= y_1 \sin\beta_o + z_{1.} \cos\beta_o \\ y_4 &= -y_1 \cos\beta_o - z_{1.} \sin\beta_o \end{aligned} \qquad 3.3$$

$$\begin{aligned} y_2 &= y_3 \cos\beta_o + z_{3.} \sin\beta_o \\ z_2 &= -y_3 \sin\beta_o + z_{1.} \cos\beta_o \end{aligned} \qquad 3.4$$

$$\begin{aligned} z_3 &= z_4 - r_o \\ y_3 &= y_4 \end{aligned} \qquad 3.5$$

yazılarak, 3.4 ve 3.2 denklemleri birleştirilirse

$$z_3 = y_1 \sin\beta_0 + z_1 \cos\beta_0 - r_0$$

$$y_3 = y_1 \cos\beta_0 - z_1 \sin\beta_0 \qquad 3.6$$

ifadeleri elde edilebilinir. Bu ifadeler 3.3 denklemlerinde yerine konursa (y_2, z_2) koordinatlar sistemi, (y_1, z_1) koordinatlar sistemi cinsinden

$$y_2 = y_1 - r_0 \sin\beta_0$$

ve

$$z_2 = z_1 - r_0 \cos\beta_0$$

olarak elde edilebilinir. Bu son iki dönüşüm denklemi 3.1'de kullanılarak

$$y_1 = -y\cos\theta_d - z\sin\theta_d + r_0 \sin\beta_0$$

$$z_1 = -y\sin\theta_d + z\cos\theta_d + r_0 \cos\beta_0$$

ifadeleri bulunabilinir. Burada küresel koordinatlar sistemine geçilirse

$$r_1 \sin\beta = -r\sin(\theta + \theta_d) + r_0 \sin\beta_0$$

$$r_1 \cos\beta = +r\sin(\theta + \theta_d) + r_0 \cos\beta_0 \qquad 3.7$$

denklemleri elde edilebilinir. Bu denklemlerden r_1,

$$r_1 = \sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\, r_0 \cos(\theta + \theta_d - \beta_0)} \qquad 3.8$$

şeklinde yazılabilinir.

Odak ve köşe koordinatları arasındaki dönüşüm matrisi

$$\underset{\sim}{T} = \begin{bmatrix} \sin\theta_d & \cos\theta_d \\ -\cos\theta_d & \sin\theta_d \end{bmatrix} \qquad 3.9$$

ve $\underset{\sim}{\vec{e}_{yz}} = \underset{\sim}{T}\, \underset{\sim}{\vec{e}_{y_1,z_1}}$ olmak üzere, $\vec{e}_\theta$ birim vektörü

$$\vec{e}_\theta = \cos(\theta_1 - \theta_d)\, \vec{e}_{y1} - \sin(\theta_1 - \theta_d)\, \vec{e}_{z1} \qquad 3.10$$

olarak ifade edilebilinir. Şekil 1.1 deki geometri kullanılarak $\vec{r}_1$ vektörü için

$$\vec{r}_1 = r_0 \vec{e}_{r_0} + r\vec{e}_r$$

yazılabilinir. 3.1 ile verilen elektrik alan bileşenindeki küresel dalga faktörü

$$\frac{e^{-jkr}}{r} = \frac{e^{-jk\sqrt{r_1^2 + r_0^2 + 2r_0 r_1 \cos\psi}}}{\sqrt{r_1^2 + r_0^2 + 2r_0 r_1 \cos\psi}} = -j\sum_{n=-\infty}^{\infty}(2n+1)\, j_n(kr_1)\, h_n^{(2)}(kr_0)\, P_n(\cos\psi) \qquad 3.11$$

yazılabilinir. Küresel Bessel ve Hankel fonksiyonları, Hankel ve Bessel fonksiyonları cinsinden ifade edilebilinir. Bessel fonksiyonu yerine yaklaşık olarak birinci nevi Hankel fonksiyonu yazılabilinir. Böylece küresel koordinatlar sisteminde Poisson İntegral Dönüşümü, Hankel fonksiyonlarının Debye asimptotik açılımı kullanılarak

$$\frac{e^{-jkr}}{r} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_C \upsilon \frac{e^{j\left[\left[(kr_1)^2 - \upsilon^2\right]^{1/2} - \upsilon \cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_1}\right) - \left[(kr_0)^2 - \upsilon^2\right]^{1/2} + \upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_0}\right) - \upsilon\psi - \frac{\pi}{4}\right]}}{\sqrt{\upsilon \sin\psi}\left[(kr_1)^2 - \upsilon^2\right]^{1/4}\left[(kr_0)^2 - \upsilon^2\right]^{1/4}} d\upsilon \qquad 3.12$$

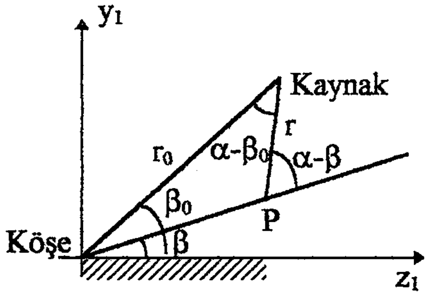
şeklinde ifade edilebilinir. Burada genlik fonksiyonu

$$U(\upsilon) = \left[(kr_1)^2 - \upsilon^2\right]^{1/2} - \upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_1}\right) - \left[(kr_0)^2 - \upsilon^2\right]^{1/2} + \upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_0}\right) - \upsilon\psi - \frac{\pi}{4} \qquad 3.13$$

olarak yazılabilinir. Genlik fonksiyonunun birinci türevi alınıp sıfıra eşitlenirse semer noktası

$$\upsilon_s = kr_1 \sin(\alpha-\beta) = kr_0 \sin(\alpha-\beta_0) \qquad 3.14$$

şeklinde elde edilebilinir.



Şekil 3.4 Köşeye gelen ışının geometrisi

υ'nün semer noktasındaki değeri 3.14 integralinde yerine konarak

$$\frac{e^{-jkr}}{r} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\int_c \sqrt{\frac{kr_0 \sin(\alpha-\beta_0)}{\sin(\beta_0-\beta)}}\, e^{jkr_1\cos(\alpha-\beta)}\, e^{-jkr_0\cos(\alpha-\beta_0)}\, d\alpha$$

ifadesi elde edilebilinir. Faz terimlerinde

$$y_1 = r_1 \sin\beta \qquad z_1 = r_1 \cos\beta$$

$$y_0 = r_0 \sin\beta_0 \qquad z_0 = r_0 \cos\beta_0$$

eşitlikleri kullanılarak genlik terimi

$$G(\alpha) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\frac{kr_0 \sin(\alpha-\beta_0)}{\sin(\beta_0-\beta)}}\, e^{-jk(z_0\cos\alpha + y_0\sin\alpha)}$$

olmak üzere integral

$$\frac{e^{-jkr}}{r} \sim \int_{-\infty}^{\infty} G(\alpha)\, e^{jk(z_1\cos\alpha + y_1\sin\alpha)}\, d\alpha \qquad 3.15$$

şeklinde yazılabilinir. Neticede elektrik alan

$$\vec{E} = \frac{a^4\omega\mu}{2k(1{,}84)^2} J_o(1{,}84) \frac{J_1\left[ka\sin(\theta_1-\theta_0)\right]}{ka\sin(\theta_1-\theta_0)} \left[\beta\cos(\theta_1-\theta_0)+k\right]$$
$$\left[\cos(\theta_1-\theta_d)\vec{e}_{y_1} - \sin(\theta_1-\theta_d)\vec{e}_{z_1}\right]\int_{-\infty}^{\infty} G(\alpha) e^{jk(z_1\cos\alpha + y_1\sin\alpha)} d\alpha$$

şeklinde ifade edilebilinir. Maxwell-Faraday aksiyom denkleminden magnetik alan

$$\vec{H} = -\vec{e}_{x_1} \frac{a^4}{2k(1{,}84)^2} J_o(1{,}84) \frac{J_1\left[ka\sin(\theta_1-\theta_0)\right]}{ka\sin(\theta_1-\theta_0)} \left[\beta\cos(\theta_1-\theta_0)+k\right]$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} G(\alpha)\cos(\alpha+\theta_1-\theta_d) e^{jk(z_1\cos\alpha + y_1\sin\alpha)} d\alpha \qquad 3.16$$

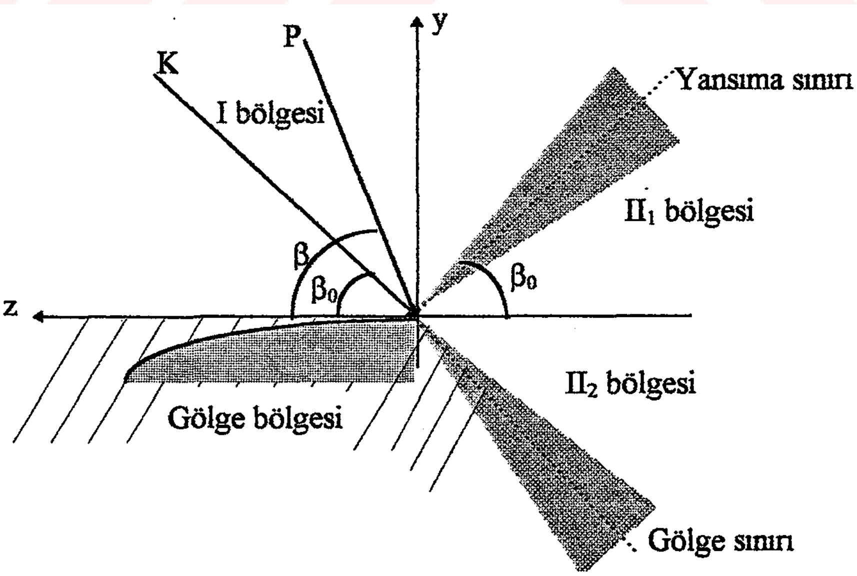
şeklinde bulunabilinir. Burada

$$L_{ox} = -\frac{a^4}{2k(1{,}84)^2} J_o(1{,}84) \frac{J_1\left[ka\sin(\theta_1-\theta_0)\right]}{ka\sin(\theta_1-\theta_0)} \left[\beta\cos(\theta_1-\theta_0)+k\right]$$

olmak üzere

$$\vec{H} = \vec{e}_{x_1} L_{ox} \int_{-\infty}^{\infty} G(\alpha)\cos(\alpha+\theta_1-\theta_d) e^{jk(z_1\cos\alpha + y_1\sin\alpha)} d\alpha$$

yazılabilinir.



Şekil 3.4 Parabolün Köşesindeki Kırınım

Yarı sonsuz düzlemde sınır koşulları için

$$\frac{\partial H_x(+0,z)}{\partial y} - \frac{\partial H_x(-0,z)}{\partial y} = 0 \qquad ,z>0$$

$$\frac{\partial H_x(0,z)}{\partial y} - \frac{\partial H_{ix}(0,z)}{\partial y} = 0 \qquad ,z>0$$

$$H_x(+0,z) - H_x(-0,z) = J_x(z)$$

yazılabilinir.

Reflektörün köşe kırınımı için $\nabla^2 u + k^2 u = 0$ şeklinde Helmholtz denkleminin çözümü söz konusudur. Bu denklem Ek.2'deki şekilde Wienner Hoppf tekniği ile çözülürse, kırınım katsayısı

$$D = \frac{e^{j\frac{\pi}{4}} \sin\beta_0 \sin\beta}{2.\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\cos\beta_0}\sqrt{1-\cos\beta}(\cos\beta + \cos\beta_0)} \qquad 3.17$$

şeklinde elde edilebilinir. Neticede

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos\alpha}\sqrt{1+\cos\alpha}$$

trigonometrik özdeşliği 3.2 denkleminde kullanılırsa köşe kırınım katsayısı

$$D = \left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\beta+\beta_0}{2}\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\beta-\beta_0}{2}\right)}\right] e^{j\frac{\pi}{4}} \qquad 3.18$$

olarak bulunabilinir. Parabolün köşesindeki ve odağındaki koordinat sistemlerinin açıları arasında $\beta = 3\beta_0 - \pi$ ve köşe açısı ile köşeye gelme açısı β_0 arasında ise $\theta_1 = \pi - 2\beta_0$ bağıntıları vardır. Bu bağıntılar difraksiyon katsayısında yerine konursa,

$0 < \beta < \pi - \beta_0$ bölgesindeki alan

$$H_x(r,\beta) \sim H_{0x}.\frac{1}{2}.e^{-jkr_1\sin(\beta-\beta_0)} - H_{0x}.D(\beta).\frac{e^{-jkr_1}}{\sqrt{k.r_1}} \qquad 3.19$$

olarak ifade edilebilinir. Yansıma ve gölgesi sınırları arasındaki bölge ikiye ayrılabilinir. $\pi-\beta_0<\beta<\pi$ arasındaki alan

$$H_x(r,\beta) \sim H_{0x}.D(\beta).\frac{e^{-jkr_1}}{\sqrt{k.r_1}} \qquad 3.20$$

ve $\pi<\beta<\frac{3\pi}{2}-\beta_0$ bölgesindeki alan ise

$$H_x(r,\beta) \sim \frac{1}{2}H_{0x}.e^{-jkr_1.\sin(\beta-\beta_0)}+H_{0x}.D(\beta).\frac{e^{-jkr_1}}{\sqrt{k.r_1}} \qquad 3.21$$

şeklinde elde edilebilinir. Üçüncü bölgedeki alan ise

$$H_x(r,\beta) \sim \frac{1}{2}H_{0x}.e^{-jkr_1.\sin(\beta-\beta_0)} \qquad 3.22$$

olarak bulunabilinir.

Şekil 3.2'deki geometri gözönüne alınarak $r>>r_0$ için odak ve köşe koordinatları arasındaki dönüşüm formülleri

$$\cos\beta=\cos(\theta+\theta_d)$$
$$\sin\beta=-\sin(\theta+\theta_d)$$

şeklinde verilebilinir.

$$\beta \sim \mathrm{Arctg}(-tg(\theta+\theta_d))=-(\theta+\theta_d) \qquad 3.23$$

olarak ifade edilebilinir. Sonuçta kırınım katsayısı

$$D(\theta)=e^{j\frac{\pi}{4}}\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d+\beta_0}{2}\right)}+\frac{1}{\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d-\beta_0}{2}\right)}\right] \qquad 3.24$$

şeklinde yazılabilinir. Neticede alan ifadesi

$$H_x(r,\theta) = H_{ox} D(\theta) \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{kr}} \quad 3.25$$

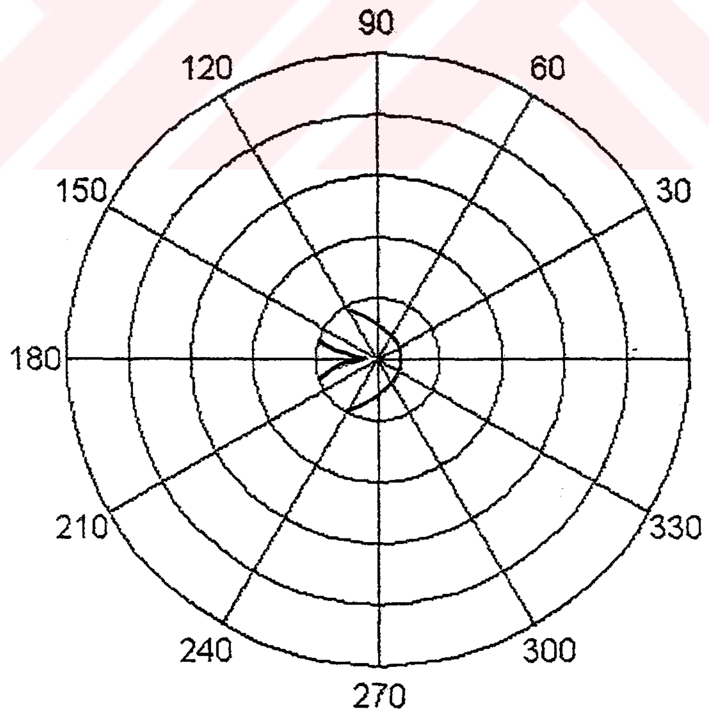
olarak elde edilebilinir.

MATLAB Paket programda yazım:

3.24 ile verilen kırınım katsayısının çizdirilebilmesi için MATLAB paket programına uygun olarak ifade edilebilmelidir. Fonksiyonun genlik terimi, şekle etki etmediğinden, kırınım katsayısı normalize edilebilinir. Neticede Matlab program yazımı

```
θ = -t
t=0:.01:2.*pi
a = θd
b = β0
c = cos((t+a+b)./2);
d = cos((t+a-b)./2);
polar(t,abs((1./c)+!1./d)));
```

şeklinde ifade edilebilinir.



Şekil 3.5 Polar ışıma diyagramı

3.24 ile verilen kırınım katsayısı $\theta=-\theta_d+\beta_0$ ve $\theta=-\theta_d-\beta_0$ değerlerinde sonsuza gitmektedir. Katsayının bu geçiş bölgelerinde de geçerli olan çözümü EK.2'de çıkarılmıştır. Buna göre kırınım katsayısı

$$D(r,\theta)=F\left[\sqrt{2kr}\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d-\beta_0}{2}\right)\right]+\operatorname{sgn}\left[\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d+\beta_0}{2}\right)\right]F\left[\sqrt{2kr}\left|\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d+\beta_0}{2}\right)\right|\right]$$

şeklinde yazılabilinir.

4. SONUÇ

TE_{11} modunda uyarılan dairesel kesitli transmisyon borusunn açık ağzından ışımada polar ışıma diagramı tek kulaklı olabilmektedir. Koordinat başlangıcından öteleme ve dönme yapıldığında bu ana kulak durumunu muhafaza etmektedir. Odakta döndürülmüş dairesel kesitli transmisyon borusu ile beslenen dönel paraboloidal reflektörden yansıyan alanın polar ışıma diagramı çizdirilebilmekte ve yansıma teoremine uygun olarak ana kulak şekli elde edilebilmektedir.

Diğer taraftan paraboloidalin köşesindeki kırınım dalgalarının alanına ait polar ışıma diagramı elde edilebilmektedir.

Netice olarak yansıyan ve köşe kırınım alanlarının toplamının polar ışıma diagramı elde edilebilmekte, böylece köşe kırınım dalgalarının etkisi de görülebilmektedir.

İKİNCİ BÖLÜM

ODAK DIŞI BESLEMELİ DÖNEL PARABOLOİDAL ANTEN

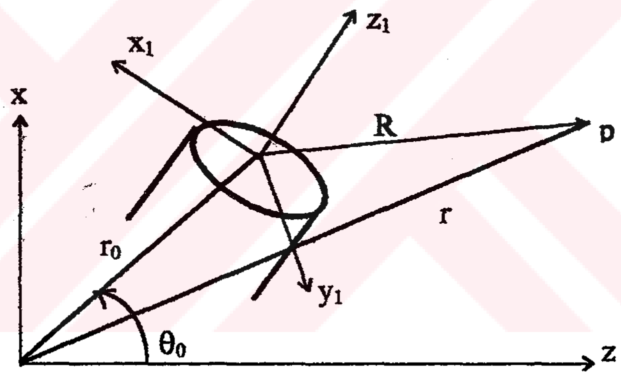
Paraboloidal reflektörlerde besleme kaynağı, parabolün odağına veya odağının dışına konabilinir. Koordinatlar sisteminin merkezi reflektörün odağı ile çakıştığı için, besleme kaynağı odak dışına çıkartıldığında, yeni bir koordinat sisteminin tanımlanması gereklidir. Transmisyon borusundan ışıyan alan ikinci koordinat sisteminde dönme ve öteleme sonucu oluşan koordinat dönüşümleri hesaplanmıştır. Ayrıca öteleme ve dönme, transmisyon borusundan ışıyan alanın birim vektörlerini de değiştirecektir. Odak dışına çıkarılmış TE_{11} modunda uyarılmış transmisyon borusunun alanı, odaktaki koordinat sistemine göre ifade edilebilinir. Faz teriminde Poisson İntegral Dönüşümü kullanılabilinir. Reflektörden yansıyan alan ise yüzeysel akım dağılımı metodu ile bulunabilinir. Köşe kırınımları için, odak dışına çıkarılmış transmisyon borusundan ışıyan alandan köşeye giden ışın kaynak terimi cinsinden ifade edilebilinir. Köşe yine yarı sonsuz düzlem gibi düşünülerek, Wiener-Hopf tekniği ile köşe kırınımı katsayısı bulunabilinir.

1. ÖTELENMİŞ VE DÖNDÜRÜLMÜŞ TRANSMİSYON BORUSUNDAN IŞIMA

Paraboloidal reflektör, odağının dışına çıkarılmış dairesel kesitli transmisyon borusu ile beslenebilinir. Bu sebeple odak dışı beslemeli içbükey paraboloidal antenden yansıyan alanın teorik hesabında kullanılacağı için, orijinde döndürülmüş ve ötelenmiş dairesel kesitli transmisyon borusunun ışıyan uzak alanının ifadesi çıkarılmıştır. Bu amaçla faz terimine kürede Poisson integral dönüşümü uygulanmıştır. Yapılan bu yaklaşıklığın derecesi ileride tartışılacaktır. Alanın θ ve ϕ'ye bağlı terimlerinde ise koordinat dönüşümü yapılmıştır.

1.1 Odak Dışına Çıkarılmış Dairesel Kesitli Transmisyon Borusunun Ağzından Işıma

Dairesel kesitli transmisyon borusu odakta döndürüldüğü ve odak dışına çıkarıldığında, yeni bir koordinat sistemine sahip olacaktır. Transmisyon borusu, besleme olarak kullanıldığında bu yeni koordinat sistemi, reflektörün odağındaki sisteme göre tanımlanmalıdır. Böylece odak dışı beslemeli paraboloidal refklektörden yansıyan alan, odaktaki koordinat sistemi cinsinden ifade edilebilinir. Koordinat değişikliği yapıldığı için, elektrik alanın birim vektörleri değişecek ve alan, eski koordinat eksenlerine göre yeni bileşenlere sahip olacaktır. Transmisyon borusunun dönel paraboloidal reflektörün beslemesi olarak kullanılacağı ve bu sistemin geometrisinde, ϕ'ye göre simetri olduğu gözönüne alınırsa, basitlik sağlamak amacı ile öteleme ve dönmenin düzlemde olduğu varsayılmıştır.



Şekil 1.1 Döndürülmüş ve ötelenmiş transmisyon borusunun geometrisi

Şekil 1.1'deki geometri kullanılarak, EK 1 ile verilen eşitlikleri r yerine R , υ yerine u ve θ yerine θ_1 konarak (x_1, y_1, z_1) koordinat sisteminde $\vec{E}, \vec{H}$ alanları

$$E_{\theta_1} = -\frac{a^4 \omega \mu}{2(1,84)^2} \frac{e^{-jkR}}{R} J_0(1,84) \sin\phi_1 \frac{J_1(u_1)}{u_1} (\beta \cos\theta_1 + k)$$

$$E_{\phi_1} = -\frac{a^4 \omega \mu}{2} \frac{e^{-jkR}}{R} \frac{J_0(1,84)}{\left[(1,84)^2 - u_1^2\right]} \cos\phi_1 \frac{dJ_1(u_1)}{du_1} (\beta + k\cos\theta_1) \qquad 1.1$$

$$H_{\theta_1} = \frac{ka^4}{2}\frac{e^{-jkR}}{R}\frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2 - u_1^2\right]}\cos\phi_1 \frac{dJ_1(u_1)}{du_1}(\beta + k\cos\theta_1)$$

$$H_{\phi_1} = -\frac{ka^4}{2.(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkR}}{R}J_0(1{,}84)\sin\phi_1 \frac{J_1(u_1)}{u_1}(\beta\cos\theta_1 + k)$$

olarak yazılabilinir. Burada $R = \sqrt{r^2 + r_o^2 + 2r\,r_0\cos\psi}$ ve $u_1 = ka\sin\theta_1$ dır. $\cos\psi$ $\bar{r}$ ve $\bar{r}_0$ arasındaki açı olup, $\bar{e}_r \cdot \bar{e}_{r_0} = \cos\psi$ dir. $\bar{r}_0$, $\phi = 0$ düzleminde olduğu için;

$$\vec{e}_{r_0} = \sin\theta_0\,\vec{e}_x + \cos\theta_0\,\vec{e}_z$$

şeklinde yazılabilinir. Böylece;

$$\cos\psi = \vec{e}_r \cdot \vec{e}_{r_0} = \sin\theta\sin\theta_0\cos\phi + \cos\theta\cos\theta_0$$

olarak elde edilebilinir.

1.2 Poisson İntegral Dönüşümü

1.1 ile verilen $\bar{E}, \bar{H}$ uzak alan ifadelerinde e^{-jkR}/R yöresel düzlemsel dalga faktörü kullanılarak düzlemsel dalga yaklaşıklığı gerçekleştirilebilinir. Bu amaçla 1.2 özdeşliğinden yararlanılabilinir. Böylece e^{-jkR}/R ifadesi küresel Hankel ve Bessel fonksiyonları cinsinden bir seri toplamı şeklinde yazılabilinir. Faz terimi

$$\frac{e^{-jkR}}{R} = h_0^{(2)}(kR) = h_0^{(2)}\left(k\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\,r_0\cos\psi}\right) \tag{1.2}$$

olarak ifade edilebilinir. Aşağıdaki özdeşlik kullanılarak

$$h_0^{(2)}\left(k\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\,r_0\cos\psi}\right) = -j\sum_{n=0}^{\infty}\begin{cases}(2n+1)j_n(kr_0)h_n^{(2)}(kr)P_n(\cos\psi) & ,r_0 < r \text{ için}\\ (2n+1)j_n(kr)h_n^{(2)}(kr_0)P_n(\cos\psi) & ,r_0 > r \text{ için}\end{cases}$$

seri toplamına geçilebilir.

Orijinden gözlem noktasına olan r uzaklığı, r_0 dan büyük olduğu için; birinci seri toplamı kullanılır. Buradan küresel koordinat siteminde Poisson integral dönüşümü

$$I = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n+1) f(n) P_n(\cos\theta) = j\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{c_1+c_2} \upsilon \xi(\upsilon) \frac{e^{-j\upsilon\psi + j2\upsilon n\pi + jn\pi - j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\upsilon \sin\theta}} d\upsilon\right] \quad 1.3$$

şeklinde ifade edilebilinir.[2],[4]

Burada $f(n) = -j\, j_n(kr_0) h_n^{(2)}(kr)$'dır. $f\left(\upsilon - \frac{1}{2}\right) = \xi(\upsilon)$ ve $\xi(\upsilon)$ fonksiyonu υ'ye göre çift olmak üzere $[\xi(-\upsilon) = \xi(\upsilon)]$, aşağıdaki özdeşlikleri kullanarak, küresel Bessel fonksiyonlarından, Bessel fonksiyonlarına geçilebilinir, zira $\xi(\upsilon)$ fonksiyonu Bessel ve Hankel fonksiyonlarını temsil etmektedir. Burada

$$f\left(\upsilon - \frac{1}{2}\right) = -j\, j_{\upsilon-\frac{1}{2}}(kr_0) h^{(2)}_{\upsilon-\frac{1}{2}}(kr)$$

olup kesirli küresel Bessel ve küresel Hankel fonksiyonları Bessel ve Hankel fonksiyonlar cinsinden

$$j_{\upsilon-\frac{1}{2}}(kr_0) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr_0}} J_\upsilon(kr_0)$$

$$h^{(2)}_{\upsilon-\frac{1}{2}}(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} H^{(2)}_\upsilon(kr) \quad 1.4$$

şeklinde ifade edilebilinir. Sonuçta $\xi(\upsilon)$ fonksiyonu

$$\xi(\upsilon) = -j\frac{\pi}{2}\frac{1}{k\sqrt{r\, r_0}} J_\upsilon(kr_0) H^{(2)}_\upsilon(kr) \quad 1.5$$

olarak tayin edilebilinir. Bessel fonksiyonu Hankel fonksiyonları cinsinden

$$J_\upsilon(kr_0) = \frac{1}{2}\left[H^{(1)}_\upsilon(kr_0) + H^{(2)}_\upsilon(kr_0)\right] \quad 1.6$$

$kr_0 >> \upsilon$ ise, ikinci nevi Hankel fonksiyonu, birinci nevi Hankel fonksiyonunun yanında ihmal edilebilinir. Neticede Poisson integral dönüşümü için

$$I=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\upsilon\frac{\pi}{2k\sqrt{r\cdot r_0}}H_{\upsilon}^{(1)}(kr_0)H_{\upsilon}^{(2)}(kr)\frac{e^{-i\upsilon\psi+jn\pi-j\frac{\pi}{4}-j2n\upsilon}}{\sqrt{\upsilon\sin\psi}}d\upsilon \qquad 1.7$$

yazılabilinir. Bu seri $n = 0$ için yakınsaktır. Birinci nevi Hankel fonksiyonunun Debye asimptotik açınımı

$$H_{\upsilon}^{(1)}(kr_0)\sim\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{e^{j\left[\left((kr_0)^2-\upsilon^2\right)-\upsilon\cos^{-1}\frac{\upsilon}{kr_0}+\frac{\pi}{4}\right]}}{\left[(kr_0)^2-\upsilon^2\right]^{1/4}} \qquad 1.8$$

ve ikinci nevi Hankel fonksiyonu $kr >> \upsilon$ için uzak alan yaklaşıklığı için asimptotik açınımı

$$H_{\upsilon}^{(2)}(kr)\sim\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{e^{jkr+j\frac{2\upsilon+1}{4}}}{\sqrt{kr}} \qquad 1.9$$

olarak yazılabilinir. Bu asimptotik açınımlar integralde yerine konarak

$$I=\frac{1}{\sqrt{2\pi kr_0\,kr}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\upsilon}{\left[(kr_0)^2-\upsilon^2\right]^{1/4}}\frac{e^{j\left[\left((kr_0)^2-\upsilon^2\right)^{1/2}-\upsilon\cos^{-1}\frac{\upsilon}{kr_0}-\upsilon\psi-kr+\frac{2\upsilon+1}{4}\right]}}{\sqrt{\upsilon\sin\psi}}d\upsilon \qquad 1.10$$

ifadesi elde edilebilinir. Bu integral stasyoner faz yöntemi ile hesaplanabilir. Burada faz fonksiyonu;

$$u(\upsilon)=\left[(kr_0)^2-\upsilon^2\right]^{1/2}-\upsilon\cos^{-1}\frac{\upsilon}{kr_0}-\upsilon\psi+\frac{2\upsilon+1}{4} \qquad 1.11$$

şeklindedir. υ 'nün semer noktasındaki değerini bulmak için $u(\upsilon)$ 'nün υ 'ye göre türevi alınarak, sıfıra eşitlenir. Neticede

$$\cos^{-1}\frac{\upsilon_s}{kr_0}=\frac{\pi}{2}-\psi$$

ifadesi elde edilebilinir. Bu denklemden υ'nün semer noktasındaki değeri olan υ_s'in $kr_0 \sin\psi$'ye eşit olduğu görülebilinir. Faz fonksiyonunun $\upsilon = \upsilon_s$ için ikinci dereceden türevi alınırsa;

$$\left.\frac{d^2u}{d\upsilon^2}\right|_{\upsilon=\upsilon_s} = \frac{1}{kr_0 \cos\psi} \tag{1.12}$$

bulunabilinir. Faz fonksiyonu semer noktası civarında Taylor serisine açılıp, ilk üç terimi ile yetinilirse;

$$u(\upsilon) \sim u(\upsilon_s) + \frac{1}{2!}\left.\frac{d^2u}{d\upsilon^2}\right|_{\upsilon=\upsilon_s}(\upsilon - \upsilon_s)^2 \tag{1.13}$$

şeklinde yazılabilinir. Böylece yaklaşık olarak faz fonksiyonu için

$$u(\upsilon) \sim kr_0 \cos\psi + \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\frac{(\upsilon - \upsilon_s)^2}{kr_0 \cos\psi} \tag{1.14}$$

elde edilebilinir. Sonuçta I integrali

$$I = \frac{1}{\sqrt{2\pi kr_0 \cos\psi}}\frac{e^{-jkr}}{r} e^{-jkr_0\cos\psi + j\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\frac{1}{2}\frac{(\upsilon-\upsilon_s)^2}{kr_0\cos\psi}} \cdot d\upsilon$$

şeklini alır. Genlik fonksiyonunda da υ yerine υ_s konulmuş ve genlik $\frac{1}{\cos\psi}$ olarak bulunmuştur. Bu integrali hesaplamak için normal dağılımın integralinden yararlanılabilinir. Böylece $\frac{e^{-jkR}}{R}$ ifadesi,

$$I = je^{-jkr_0\cos\psi}\frac{e^{-jkr}}{kr}$$

olarak bulunabilir. Faz terimi yerine konursa, $r > r_0$ için elektrik alan denklemleri;

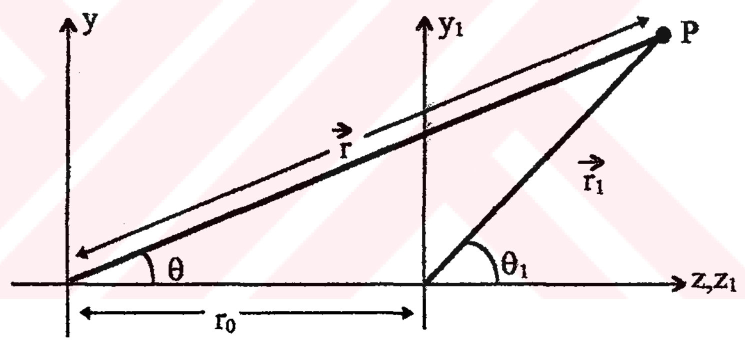
$$E_{\theta_1} = \frac{jZ_0a^4}{2(1{,}84)^2} e^{-jkr_0\cos\psi}\frac{e^{-jkr}}{r} J_0(1{,}84)\sin\phi_1 \frac{J_1(u_1)}{u_1}(\beta\cos\theta_1 + k)$$

$$E_{\phi_1} = \frac{jZ_0a^4}{2} e^{-jkr_0\cos\psi} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2 - u^2\right]} \cos\phi_1 \frac{dJ_1(u_1)}{du_1}(\beta + k\cos\theta_1) \qquad 1.15$$

şeklinde ifade edilebilinir. Yukarıdaki formüllerde görülen θ_1 ve ϕ_1 ifadeleri, (x_1, y_1, z_1) koordinat sistemine göredir. Bu ifadeler (x, y, z) koordinat sistemi cinsinden yazılabilmelidir. Koordinat dönüşümünde basitlik sağlamak amacı ile ilk önce, $\phi = \frac{\pi}{2}$ düzleminde ve z ekseninde r_0 kadarlık bir ötelemenin yapıldığı varsayılabilinir.

1.3 Öteleme Geometrisi

Ötelemenin z ekseni üzerinde yapılmasının amacı, ϕ'ye göre simetrinin korunabilmesidir. Böylece dönüşüm formüllerinde ve birim vektörlerde basitlik sağlanabilmiştir.



Şekil 1.2 z ekseninde öteleme geometrisi

Şekil 1.2'deki geometriden faydalanılarak,

$$y_1 = y \qquad z_1 = z - r_0$$

ifadeleri yazılabilinir. Bu ifadelerden kutupsal koordinatlara geçilirse

$$r_1 \sin\theta_1 = r\sin\theta$$

$$r_1 \cos\theta_1 = r\cos\theta - r_0 \qquad 1.16$$

eşitlikleri elde edilebilinir. Bu iki lineeer bağımsız denklemden, r_1 ve θ_1 çözülürse

$$r_1 = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2r\,r_0 \cos\theta}$$

$$\sin\theta_1 = \frac{r \sin\theta}{\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2r\,r_0\cos\theta}} \qquad \cos\theta_1 = \frac{r\cos\theta - r_0}{\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2r\,r_0\cos\theta}} \qquad 1.17$$

ifadeleri bulunabilinir.

Öteleme, birim vektörlerinde değişmesine sebep olacaktır. Yeni birim vektörleri orijindeki koordinat sistemindekiler cinsinden bulmak için

$$\vec{r} = x\,\vec{e}_x + y\,\vec{e}_y + z\,\vec{e}_z$$

yer vektörü ifadesinde 1.7 denklemleri yerine konursa

$$\vec{r} = r_1 \sin\theta_1\,\vec{e}_y + \left(r_1\cos\theta_1 + r_0\right)\vec{e}_z$$

ifadesi elde edilebilinir. Burada ilk önce r_1 ve θ_1'in metrik katsayıları

$$h_{r_1} = \left\| \frac{\partial \vec{r}}{\partial r_1} \right\| = 1 \qquad h_{\theta_1} = \left\| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta_1} \right\| = r_1$$

olarak hesaplanabilir. Bu katsayılar kullanılarak (x_1, y_1, z_1) koordinat sisteminin birim vektörleri

$$\vec{e}_{r_1} = \sin\theta_1\,\vec{e}_y + \cos\theta_1\,\vec{e}_z, \quad \vec{e}_{\theta_1} = \cos\theta_1\,\vec{e}_y - \sin\theta_1\,\vec{e}_z$$

şeklinde bulunabilinir. Küresel koordinat sisteminin birim vektörleri ve 1.8 denklemleri olarak kullanılarak

$$\vec{e}_{r_1} = \frac{\vec{e}_r\left[r - r_0\cos\theta_0\right] + r_0\sin\theta\,\vec{e}_\theta}{\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2r\,r_0\cos\theta}}$$

$$\vec{e}_{\theta_1} = \frac{-\vec{e}_r\,r_0\sin\theta + \left(r - r_0\cos\theta\right)\vec{e}_\theta}{\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2r\,r_0\cos\theta}} \qquad 1.18$$

$$\vec{e}_{\phi_1} = \vec{e}_\phi$$

eşitlikleri elde edilebilinir. Yukarıda bulunan (x_1, y_1, z_1) koordinat sisteminin birim vektörleri ve 1.8 denklemleri elektrik alan ifadesinde yerine konursa;

$$u = ka\frac{r\sin\theta}{\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2r\,r_0\cos\theta}}$$

olmak üzere;

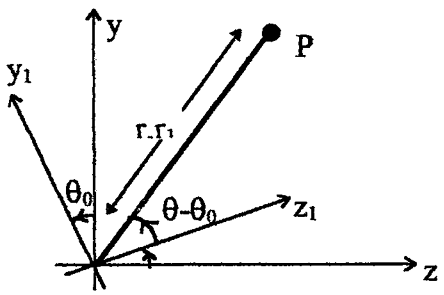
$$E_\theta = \frac{-jZ_0a^4J_0(1{,}84)e^{jkr_0\cos\theta}}{2(1{,}84)^2\sqrt{r^2+r_0^2-2r\,r_0\cos\theta}}\frac{e^{-jkr}}{r}(r - r_0\cos\theta)\sin\phi\frac{J_1(u_1)}{u_1}\left(\beta\frac{r\cos\theta - r_0}{\sqrt{r^2+r_0^2-2r\,r_0\cos\theta}}+k\right)$$

$$E_\phi = -\frac{jZ_0a^4}{2}\frac{e^{-jkr}}{r}e^{jkr_0\cos\theta}\frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2 - u^2\right]}\cos\phi\frac{dJ_1(u_1)}{du_1}\left(\beta + k\frac{r\cos\theta - r_0}{\sqrt{r^2+r_0^2-2r\,r_0\cos\theta}}\right) \qquad 1.19$$

ifadeleri bulunabilinir. Bu eşitliklerden görülebileceği gibi elektrik alanın, (x,y,z) koordinat sistemine göre r, θ ve ϕ bileşenleri ortaya çıkmaktadır. Ayrıca alan ifadesi θ ile beraber r'nin de fonksiyonu olacaktır. Bu bağımlılık koordinat dönüşümünden ileri gelmektedir.

1.4 Dönme Geometrisi

İşlemlerde basitlik sağlamak amacıyla, dönme hareketinin sadece $\phi = \frac{\pi}{2}$ düzleminde olduğu varsayılabilinir. Bu durumda x ekseni değişmeyecektir.



Şekil 1.3 $\phi = \frac{\pi}{2}$ *düzleminde dönme geometrisi*

Şekil 1.3'deki geometri göz önüne alınarak, (x_1, y_1, z_1) koordinat sisiteminin (x, y, z) cinsinden ifadesi

$$x_1 = x$$

$$y_1 = y\cos\theta_0 - z\sin\theta_0 \qquad 1.20$$

$$z_1 = y\sin\theta_0 + z\cos\theta_0$$

şeklinde yazılabilinir. Bu denklemlerin küresel koordinatlarda yazılıp, çözülmesi ile r_1, θ_1 ve ϕ_1, r, θ ve ϕ cinsinden bulunabilinir.

$$f(\theta,\phi) = \sqrt{\sin^2\theta\left(\cos^2\phi + \sin^2\phi\cos^2\theta_0\right) + \cos^2\theta\sin^2\theta_0 - 2\sin\theta\cos\theta\sin\theta_0\cos\theta_0\sin\phi} \qquad 1.21$$

olmak üzere

$$r_1 = r$$

$$\sin\theta_1 = f(\theta,\phi)$$

$$\cos\theta_1 = \sin\theta\sin\theta_0\sin\phi + \cos\theta\cos\theta_0$$

$$\sin\phi_1 = \frac{\sin\theta\sin\phi\cos\theta_0 - \cos\theta\sin\theta_0}{f(\theta,\phi)} \qquad 1.22$$

$$\cos\phi_1 = \frac{\sin\theta\cos\phi}{f(\theta,\phi)}$$

ifadeleri bulunabilinir. Yer vektörünün ifadesinde, bu eşitliklerin kullanılması ile, öteleme kısmında yapıldığı gibi birim vektörler,

$$\vec{e}_{r_1} = \vec{e}_r$$

$$\vec{e}_{\theta_1} = \frac{\left(\sin\theta\cos\theta_0 - \cos\theta\sin\phi\sin\theta_0\right)\vec{e}_\theta - \sin\theta_0\cos\phi\,\vec{e}_\phi}{f(\theta,\phi)} \qquad 1.23$$

$$\vec{e}_{\phi_1} = \frac{\cos\phi \sin\theta_0 \vec{e}_\theta + \left(\sin\theta\cos\theta_0 - \cos\theta\sin\phi\sin\theta_0\right)\vec{e}_\phi}{f(\theta,\phi)}$$

şeklinde hesaplanabilinir.

Sonuç olarak hem dönme, hem de öteleme hareketi birim vektörlerde değişikliğe sebep olmaktadır. $\phi = \frac{\pi}{2}$ düzlemi için elektrik ve magnetik alan

$$\vec{E} = -\frac{a^4\omega\mu}{2(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}J_0(1{,}84)\frac{J_1\left(ka\sin(\theta-\theta_0)\right)}{ka\sin(\theta-\theta_0)}\left[\beta\cos(\theta-\theta_0)+k\right]\vec{e}_\theta$$

$$\vec{H} = -\frac{ka^4}{2(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}J_0(1{,}84)\frac{J_1\left(ka\sin(\theta-\theta_0)\right)}{ka\sin(\theta-\theta_0)}\left[\beta\cos(\theta-\theta_0)+k\right]\vec{e}_\phi \qquad 1.24$$

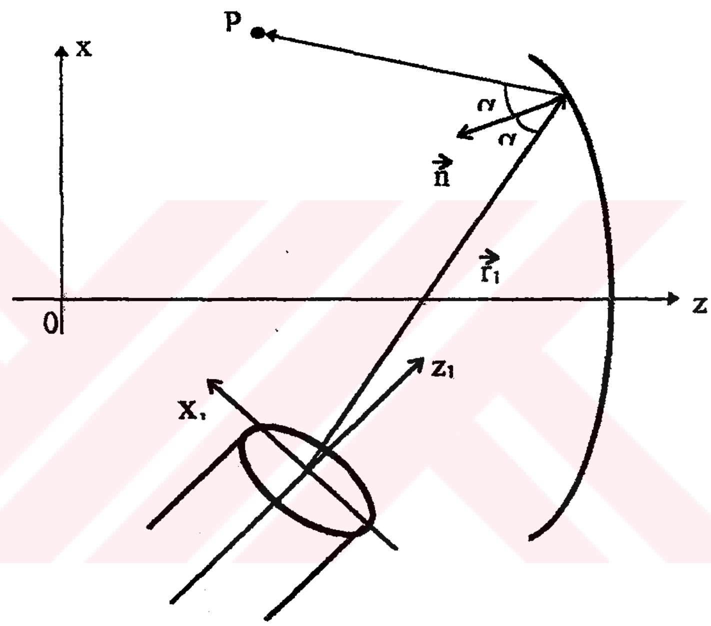
denklemleri ile verilebilinir.

2. ODAK DIŞI BESLEMELİ İÇBÜKEY DÖNEL PARABOLOİDAL YÜZEYDEN YANSIMA

Dönel paraboloidal reflektör antenler, paraboloidin odağının dışına konulmuş transmisyon borusu ile beslenebilinir. Bu durumda iki ayrı koordinat sistemi tanımlanabilinir. Birinci sistem parabolün odağı, ikincisi ise transmisyon borusunun bulunduğu noktadadır. Işıma integralini hesaplayabilmek için bu iki sistemden birini tercih etmek gerekir. Bu tercihte önemli olan, işlem basitliğini sağlayacak olan koordinat sisteminin seçilmesidir. Koordinat dönüşümü yapılırken, Birinci Bölüm'de kullanılan Poisson İntegral Dönüşümü'nden yararlanılabilinir. Bu dönüşüm faz terimine uygulanacaktır. Paraboloidal reflektörden yansıyan alan ise fiziksel optik yaklaşıklığı kullanılarak, yüzey akımı dağılımı yöntemi ile hesaplanabilinir. Sonuçta elde edilecek olan alanın, reflektörün odak ekseni dışında olması, geometrik optiğin ışın yolunu veren sonuç ile aynı olması gerekmektedir.

2.1 Odak Dışı Beslemeli Reflektör Anten Sisteminde Koordinat Sistemlerinin Belirlenmesi

Besleme olarak kullanılan dairesel kesitli transmisyon borusu dönel paraboloidal reflektörün odağının dışına çıkartıldığı zaman, iki ayrı koordinat sisteminin tanımlanması gerekmektedir. Birinci sitem paraboloidin odak noktası, ikincisi ise transmisyon borusunun açık ağzının bulunduğu noktadır. Bu koordinat sistemlerinden birincisinde paraboloidal yüzeyin denklemi, ikincisinde ise, transmisyon borusundan ışıyan alanın ifadesi tanımlıdır. Işıma integralinin hesaplanabilmesi için, bu iki koordinat sisteminin aynı cinsten ifade edilebilmeleri gereklidir.



Şekil 2.1 Odak dışı beslemeli paraboloidal reflektör

Paraboloidal reflektör dönel olduğundan (x,y) düzleminde ϕ 'ye göre simeteri vardır. Transmisyon borusunun açık ağızı döndürülüp, ötelendiği zaman elde edilen denklemler, aynı boru tek düzlemde döndürülüp ötelendiği zaman bulunan eşitliklerin bir genel hali olacaktır. Bu sebeple $\phi = \frac{\pi}{2}$ düzleminde çalışmak, denklemlerin basitliği için kafi gelmektedir. θ koordinatı θ_0 kadar döndürülmüş ve r'de r_0 kadar ötelenmiştir.

Koordinat dönüşümleri yapılırken, gözönünde bulundurulması gereken en önemli nokta, ϕ'ye göre simetrinin korunmasıdır. Bir koordinat sistemi, diğeri cinsinde tanımlanırken

$$x = r\sin\theta\cos\phi$$

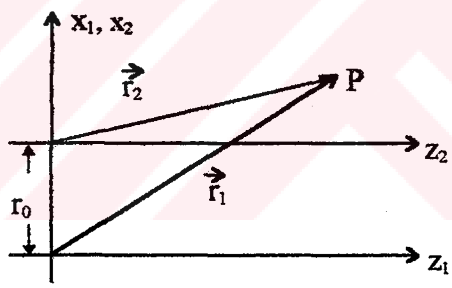
$$y = r\sin\theta\sin\phi$$

$$z = r\cos\theta$$

denklemleri kullanılabilinir.

2.1.1 Transmisyon Borusunun Döndürülmesi ve Ötelenmesi

Öteleme hareketinin amacı, transmisyon borusunun bulunduğu (x_1, y_1, z_1) koordinat sisteminin, odakta bulunan döndürülmüş sistem cinsinden tanımlanabilmesidir. Bir başka deyişle, transmisyon borusunun açık ağızı, paraboloidal reflektörün odağına getirilmektedir.

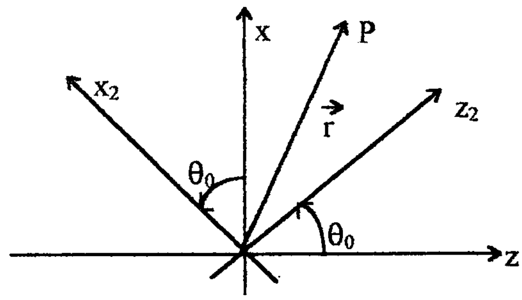


Şekil 2.2 x ekseninde öteleme hareketi

Şekil 2.2'deki geometri kullanılarak,

$$x_2 = x_1 - r_0,\ z_2 = z_1$$

yazılınabilinir. Öteleme $\phi = 0$ düzleminde yapıldığından, y bileşeni sabit kalmıştır. Ötelenerek, paraboloidal reflektörün odağına getirilen transmisyon borusunun koordinat sistemi odak ekseni ile çakışması için döndürülmelidir. $\phi = 0$ düzleminde çalışıldığı için dönme θ açısında olur.



Şekil 2.3 Düzlemde dönme geometrisi

Şekil 2.3'teki geometri kullanılarak,

$$x_2 = x\cos\theta_0 - z\sin\theta_0$$

$$z_2 = x\sin\theta_0 + z\cos\theta_0 \qquad 2.1$$

denklemleri yazılabilinir. 1.2 ifadelerinin bu denklemlerde yerine konması ile

$$x_1 = x\cos\theta_0 - z\sin\theta_0 + r_0$$

$$z_1 = x\sin\theta_0 + z\cos\theta_0 \qquad 2.2$$

eşitlikleri bulunabilinir. 1.1 dönüşüm formülleri, 1.3 ifadelerinde $r >> r_0$ için kullanılırsa

$$\sin\theta_1 = \lim_{r\to\infty}\frac{r\sin(\theta-\theta_0)+r_0}{\sqrt{r^2+r_0^2+2r\,r_0\sin(\theta-\theta_0)}} = \sin(\theta-\theta_0)$$

$$\cos\theta_1 = \lim_{r\to\infty}\frac{r\cos(\theta-\theta_0)}{\sqrt{r^2+r_0^2+2r\,r_0\sin(\theta-\theta_0)}} = \cos(\theta-\theta_0) \qquad 2.3$$

denklemleri bulunabilinir. Birim vektörler, Birinci Bölüm'deki yol ile hesaplanabilinir. $\phi = 0$ düzleminde çalışıldığı için, manyetik alanın sadece θ_1 bileşeni olacaktır. ϕ_1 bileşeni ise $\sin\phi_1$, terimi nedeniyle sıfırdır. Böylece

$$\vec{H} = \frac{e^{-jkr}}{r}e^{jkr_0\cdot\sin(\theta-\theta_0)}\frac{J_1'[ka\sin(\theta-\theta_0)]}{\left[(1{,}84)^2-(ka\sin(\theta-\theta_0))^2\right]}[\beta + k\cos(\theta-\theta_0)](\cos\theta\vec{e}_x - \sin\theta\vec{e}_z) \; 2.4$$

ifadesi yazılabilinir.

2.2 Yüzey Akımı Dağılımı Yöntemi ile Paraboloidal Yüzeyden Yansıyan Alanın Hesaplanması

Mükemmel iletken bir yüzeyin üzerindeki sınır koşullarından, bu yüzeyden akacak olan akım yoğunluğu

$$\vec{J}_s = 2\left(\vec{n} \times \vec{H}\right)\Big|_{s'}$$

şeklinde gelen manyetik alana bağlı olarak bulunabilinir. Bu akım yoğunluğu kaynak olarak düşünülebilinir. Böylece bu yüzeyden bir ışıma olacaktır. Işımaya ait alanın elektrik Hertz vektörünün integral ifadesi

$$\vec{\Pi}_e \sim \frac{1}{2\pi j\omega\varepsilon} \iint_{s'} \left(\vec{n} \times \vec{H}_1\right)\Big|_{s'} \frac{e^{-jkR}}{R} dS' \qquad 2.5$$

ile verilebilinir. Burada uzak alan için genlikte $R \sim r$ ve fazda $R \sim r - r'\cos\psi$ olarak yazılabilinir. $\cos\psi$, r ve r' 'nün birim vektörlerinin arasındaki açıdır ve $\cos\psi = \vec{e}_r \cdot \vec{e}_{r'}$ ile hesaplanabilinir. $\vec{n}$ yüzeyin birim dik vektördür ve dönel paraboloidal yüzeyin küresel koordinatlardaki ifadesi

$$r = \frac{2f}{1+\cos\theta}$$

ile verilebilinir. Yüzeye dik normal vektör $\vec{N} = \nabla \cdot (r + r\cos\theta - 2f)$ şeklinde hesaplanabilinir. Böylece paraboloidal yüzeyin birim dik vektörü

$$\vec{n} = \frac{\vec{N}}{\|\vec{N}\|} = -\frac{\sin\theta\,\vec{e}_x + (1+\cos\theta)\vec{e}_z}{\sqrt{1+\cos\theta}}$$

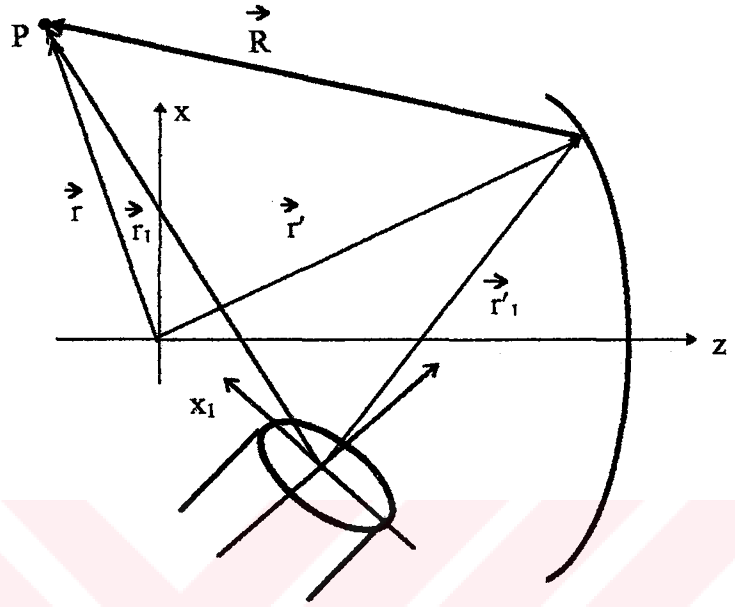
ile ifade edilebilinir. Birim vektör 1.5 ifadesi ile verilen, manyetik alan ile vektörel olarak çarpılırsa

$$\vec{n} \times \vec{H} = \frac{e^{-jkr'}}{r'} e^{jkr_0 \sin(\theta-\theta_0)} \frac{J_1'(u)}{\left[(1{,}84)^2 - u^2\right]} \left[\beta + k\cos(\theta-\theta_0)\right] \frac{\left[r'\left(1+\cos\theta\right) + r_0\left(\sin(\theta-\theta_0) - \sin\theta\right)\right]}{\sqrt{r'^2 + r_0^2 + 2r\,r_0 \sin(\theta-\theta_0)}\,\sqrt{1+\cos\theta}} \vec{e}_y$$

olarak bulunabilinir. Yüzey elemanı şekil 2.4'den

$$dS' = \frac{dx'dy'}{\vec{n}\cdot\vec{e}_z} = \rho'\frac{d\rho' d\phi'}{\vec{n}\cdot\vec{e}_z}$$

şeklinde yazılabilinir. Dönel paraboloidal yüzey (x,y) düzlemine izdüşürülmüş, böylece yüzey elemanı bilinen parametreler cinsinden yazılabilmiştir.



Şekil 2.4 Paraboloidal reflektörün uzak alan geometrisi

ρ' ve r' arasında

$$\rho' = r'\sin\theta'$$

gibi bir bağıntı vardır. r' yerine dönel paraboloidal reflektörün denklemi konulabilinir. Çünkü elektrik Hertz vektörünün integral ifadesine kaynak bölgesi, paraboloidal yüzeydir. Böylece yüzey elemanı

$$dS' = \frac{(2f)^2}{(1+\cos\theta')^{5/2}}\cdot d\theta' d\phi'$$

olarak bulunabilinir. $\cos\psi$ açısı ise

$$\vec{e}_r\cdot\vec{e}_{r'} = \sin\theta\sin\theta'\cos(\phi-\phi') + \cos\theta\cos\theta'$$

şeklinde yazılabilinir. Bütün bu ifadeler elektrik Hertz vektörünün integral ifadesine taşınırsa $u = ka\sin(\theta'-\theta_0)$ için

$$\vec{\Pi}_e \sim \frac{1}{2\pi j\omega\varepsilon}\frac{e^{-jkr}}{r}\vec{e}_y \int_{\theta'=0}^{\theta_0}\int_{\phi'=0}^{2\pi} \delta(\phi')\frac{J_1'(u)}{\left[(1{,}84)^2-u^2\right]}\left[\,\beta + k\cos(\theta'-\theta_0)\right]\left\{2f + r_0\left[\sin(\theta'-\theta_0)-\sin\theta_0\right]\right\}$$

$$\frac{\sin\theta'}{(1+\cos\theta')}\frac{e^{jk\frac{2f}{1+\cos\theta'}\left(\sin\theta\sin\theta'\cos(\phi-\phi')+\cos\theta\cos\theta'-1\right)}}{\sqrt{4f^2+r_0^2(1+\cos\theta')^2+4fr_0\sin(\theta'-\theta_0)}\,(1+\cos\theta')}e^{jkr_0\sin(\theta'-\theta_0)}\,d\theta' d\phi' \qquad 2.6$$

elde edilebilinir. $\phi = 0$ düzleminde ifade edildiği için, ϕ yerine sıfır konulmalıdır. İntegralin ϕ' katı için de, Delta Dirac distribüsyonu kullanılmıştır. Böylece, ışıma integrali sadece θ''ne bağlı olur. Küresel koordinatların kartezyen koordinatlar cinsinden ifade edilmesiyle elde edilen

$$\Pi_{e\theta} = \Pi_{ey}\cos\theta\sin\phi$$

$$\Pi_{e\phi} = \Pi_{ey}\cos\phi$$

eşitliklerinden görülebileceği üzere elektrik Hertz vektörünün $\phi = 0$ düzleminde sadece ϕ bileşeni vardır. Böylece

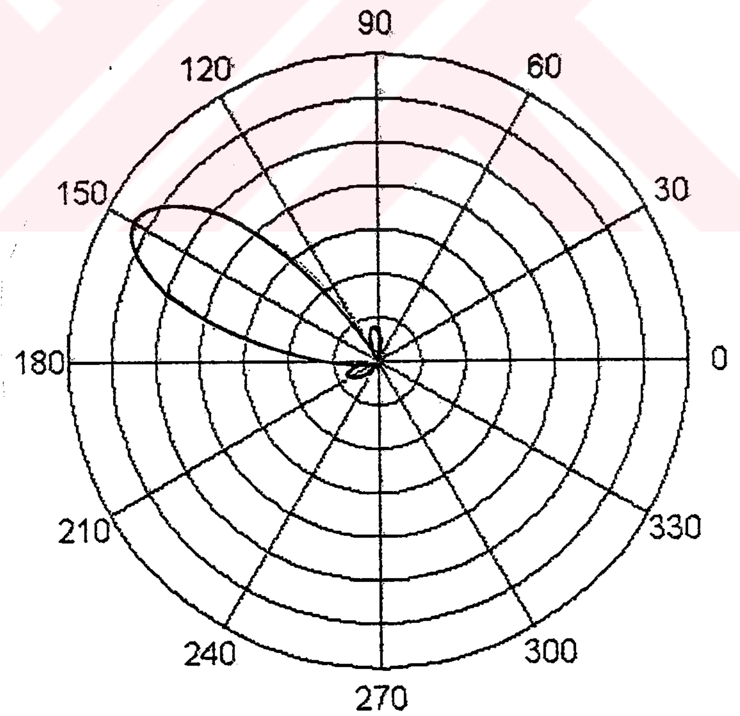
$$E_\theta = k^2\Pi_{e\theta}$$

özdeşliğinden de elektrik alan hesaplanabilinir.

Elektrik Hertz vektörünün MATLAB simülasyon programında yazılabilmesi için 'for' döngüsü kurulmalıdır. Ayrıca integral, birinci bölümdeki gibi seri şeklinde açılabilinir. Burada $\frac{b-a}{N}$ ifadesi $\frac{\theta_0}{N}$ olarak yazılabilinir.

```
t=0:.01:2.*pi;

N=1000;

sum = 0;

for n=1:N;

a = n.* θ0 ./N;
```

```
b = besselj(0,abs(3.*pi.*sin(a - θ0))) - besselj(1,abs(3.*pi.*sin(a - θ0)) ./
        (3.*pi.*sin(a - θ0)));

c = (1,84.^2) - (3.*pi.*sin(a - θ0).^2);

m = sqrt(4.(f^2)+(r.*(1+cos(a)).^2)+4.*f.*r.*sin(a -θ0).*(1+cos(a)));

d = .98+2.*f.*cos(a - θ0)./m;

e = exp(j.*k.*(2.*f.*(cos(t-a)-1)./(1+cos(a))+ r0.*sin(a-θ0));

f = b.*d.*sin(a).*e.*(sin(a-θ0)-sin(θ0))./((1+cos(a).*c);

sum = sum + f;

end;

polar(t,abs(sum));
```



Şekil 2.5 Polar ışıma diagramı

3. ODAK DIŞI BESLEMELİ İÇBÜKEY DÖNEL PARABOLOİDAL YÜZEYDE KÖŞE KIRINIMLARI

Üçüncü Bölüm'de odak dışına çıkartılmış dairesel kesitli transmisyon borusunun açık ağzı ile beslenen içbükey dönel paraboloidal yüzeyden yansıyan alan yüzey akımı dağılımı yöntemi ile hesap edilmiştir. Paraboloidal yüzeyin açıklığını belirteyen θ_0 açısı keyfi alınmış, burada oluşacak olan köşe kırınımları gözönüne alınmamıştır. Fakat gerçekte, tam θ_0 koordinatlı köşe noktasına gelen ışın, burada bir köşe kırınımına sebep olur ve parabolden yansıyan alanın değerlendirilmesi yapılırken, bu noktadaki köşe kırınımında hesaba katılması gereklidir. Böylece anten tasarımı yapılırken, besleme seçiminde ve reflektörün hangi noktalardan kesileceği hesaplanırken, optimum bir sonuç elde edebilmek için bu noktalardan yararlanılabilinir.

Köşe kırınımı Dördüncü Bölüm' deki gibi hesaplanabilir. θ_0 noktasına gelen ışın kaynak alanından yararlanılarak bulunabilinir. Burada yine faz terimi hesap edilirken Poisson integral dönüşümü kullanılabilinir. Daha sonra, aynı şekilde odak koordinatı, kırınım noktasındaki koordinat sistemine dönüştürülür, kırınım noktası ve paraboloidal yüzey yarı sonsuz düzlem gibi düşünülerek, Wiener-Hopf tekniği ile kırınan alan hesaplanabilir.

3.1 Parabolodial Reflektörde Köşe Kırınımı

Üçüncü Bölüm' de odak dışına çıkartılmış transmisyon borusundan ışıyan magnetik alan bileşeninin, parabolodial reflektörün odağındaki koordinat sistemine göre ifadesi aşağıdaki şekilde bulunmuştur.

$\phi = 0$ düzleminde TE_{11} modunda uyarılmış bir dairesel kesitli transmisyon borusundan ışıyan magnetik alan

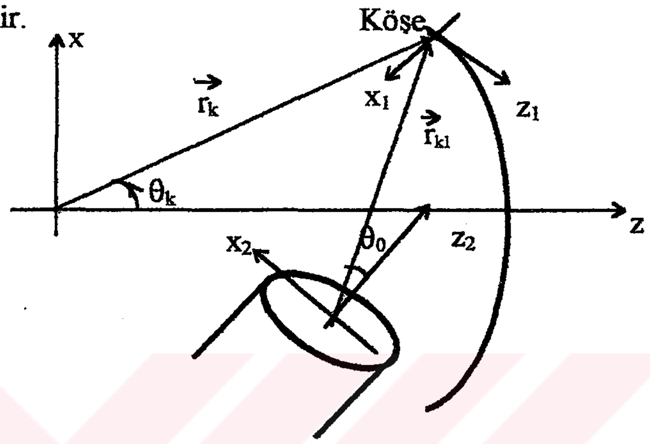
$$\vec{H} = \frac{e^{-jkr}}{r} e^{jkr_0 \cdot \sin(\theta-\theta_0)} \frac{J_1'(u)}{\left[(1{,}84)^2 - u^2\right]} \left(\beta + \frac{r\cos(\theta-\theta_0)}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\,r_0 \sin(\theta-\theta_0)}} \right)$$

$$\frac{\left[(r\cos\theta + r_0 \sin\theta_0)\vec{e}_x - (r\sin\theta + r_0\cos\theta_0)\vec{e}_z\right]}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\,r_0 \sin(\theta-\theta_0)}} \qquad 3.1$$

ve

$$u = \frac{ka\left(r\sin\theta + r_0\right)}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\,r_0\sin\left(\theta - \theta_0\right)}}$$

şeklinde yazılabilinir. Kırınımın olduğu köşeye gelen ışını bulmak için, bu köşenin koordinatları 1.1 ifadesinde yerine konur. Paraboloidalin denkleminden de, $r_k = r_k\left(\theta_0\right)$ şeklinde yazılabilinir.



Şekil 3.1 Köşe Kırınımında kullanılan koordinat sistemleri

Genlikte $r = r_k$ ve fazda $\sqrt{r_1^2 + r_k^2 - 2r_k r_1\cos\psi}$ yazılabilinir. 3.1 ile verilen elektrik alan bileşenindeki küresel dalga faktörü

$$\frac{e^{-jkr}}{r} = \frac{e^{-jk\sqrt{r_1^2 + r_k^2 - 2r_k r_1\cos\psi}}}{\sqrt{r_1^2 + r_k^2 - 2r_k r_1\cos\psi}} = -j\sum_{n=-\infty}^{\infty}(2n+1)\,j_n\left(kr_1\right)h_n^{(2)}\left(kr_k\right)P_n\left(\cos\psi\right)$$

yazılabilinir. Küresel Bessel ve Hankel fonksiyonları, Hankel ve Bessel fonksiyonları cinsinden ifade edilebilinir. Bessel fonksiyonu yerine yaklaşık olarak birinci nevi Hankel fonksiyonu yazılabilinir. Böylece küresel koordinatlar sisteminde Poisson İntegral Dönüşümü, Hankel fonksiyonlarının Debye asimptotik açılımı kullanılarak

$$\frac{e^{-jkr}}{r} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_C \upsilon\,\frac{e^{j\left[\left[\left(kr_1\right)^2-\upsilon^2\right]^{1/2} - \upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_1}\right) - \left[\left(kr_k\right)^2-\upsilon^2\right]^{1/2} + \upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_k}\right) - \upsilon\psi - \frac{\pi}{4}\right]}}{\sqrt{\upsilon\sin\psi}\left[\left(kr_1\right)^2 - \upsilon^2\right]^{1/4}\left[\left(kr_k\right)^2 - \upsilon^2\right]^{1/4}}\,d\upsilon \qquad 3.2$$

şeklinde ifade edilebilinir. Birinci bölümün üçüncü kısmında 3.13 ile verilen faz fonksiyonunun birinci türevi alınarak elde edilen

$$\upsilon_s = kr_1 \sin(\alpha - \beta) = kr_0 \sin(\alpha - \beta_0)$$

dönüşümleri ile 3.2 integrali

$$G(\alpha) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{kr_k \sin(\alpha - \beta_0)}{\sin(\beta_0 - \beta)}} e^{-jk(z_k \cos\alpha + y_k \sin\alpha)}$$

olmak üzere

$$\frac{e^{-jkr}}{r} \sim \int_{-\infty}^{\infty} G(\alpha) e^{jk(z_1 \cos\alpha + y_1 \sin\alpha)} d\alpha \qquad 3.3$$

şeklinde ifade edilebilinir (Ek 2). Böylece 3.1 ile verilen magnetik alan bileşeni küresel dalgaların spektrum integrali olarak

$$\vec{H} = e^{jkr_0 \sin(\theta_1 - \theta_0)} \frac{J_1'(u)}{\left[(1{,}84)^2 - u^2\right]} \left[\beta + \frac{r_k \cos(\theta_k - \theta_0)}{\sqrt{r_k^2 + r_0^2 + 2r_k r_0 \sin(\theta_k - \theta_0)}}\right]$$
$$\frac{\left[r_k \sin(\theta_k + \theta_{01}) + r_0 \cos(\theta_0 - \theta_{01})\right]\vec{e}_{x_1} + \left[r_k \cos(\theta_k + \theta_{01}) + r_0 \sin(\theta_0 - \theta_{01})\right]\vec{e}_{z_1}}{\sqrt{r_k^2 + r_0^2 + 2r_k r_0 \sin(\theta_k - \theta_0)}} \qquad 3.4$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} G(\alpha) e^{jk(z_1 \cos\alpha + y_1 \sin\alpha)} d\alpha$$

şeklinde ifade edilebilinir. Burada

$$u = \frac{r_k \sin(\theta_k - \theta_0) + r_0}{\sqrt{r_k^2 + r_0^2 + 2r_k r_0 \sin(\theta_k - \theta_0)}}$$

ile verilebilinir. Maxwell-Ampere aksiyom denkleminden elektrik alan

$$L_{oy} = e^{jkr_0 \sin(\theta_1 - \theta_0)} \frac{J_1'(u)}{\left[(1{,}84)^2 - u^2\right]} \left[\beta + \frac{r_k \cos(\theta_k - \theta_0)}{\sqrt{r_k^2 + r_0^2 + 2r_k r_0 \sin(\theta_k - \theta_0)}}\right]$$

olmak üzere

$$\vec{E}_0 = \vec{e}_y L_{oy} \int_{-\infty}^{\infty} G(\alpha)\left[r_k \cos\left(\theta_k + \theta_{01} - \alpha\right) + r_0 \sin\left(\theta_k - \theta_{01} + \alpha\right)\right] e^{jk\left(z_1 \cos\alpha + y_1 \sin\alpha\right)} d\alpha \quad 3.5$$

yazılabilinir.

Sonsuz yarıdüzlem için sınır koşulları

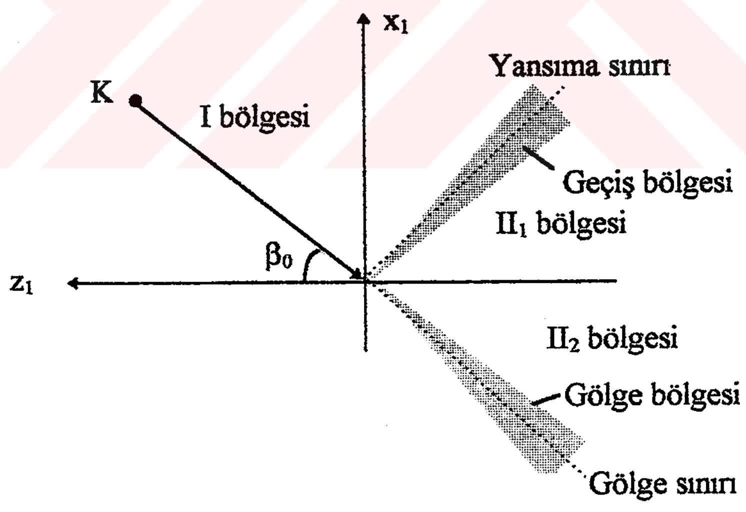
$$v\left(+0, z_1\right) - v\left(-0, z_1\right) = 0 \qquad z_1 \in \left(-\infty, +\infty\right)$$

$$v\left(0, z_1\right) + v_i\left(0, z_1\right) = 0 \qquad z_1 \in \left(0, \infty\right) \quad 3.6$$

$$\frac{1}{jkZ_0}\left[\frac{\partial v\left(+0, z_1\right)}{\partial x_1} - \frac{\partial v\left(-0, z_1\right)}{\partial x_1}\right] = \begin{cases} 0, & z_1 < 0 \\ J'_{J_1} & z_1 > 0 \end{cases}$$

$$v\left(0, z_1\right) = 0 \qquad z \to \infty$$

şeklinde yazılabilinir.



Şekil 3.3 Köşe kırınımında bölgeler

$0 < \beta < \pi - \beta_0$ bölgesinde

$$v\left(r_1, \beta\right) = -e^{jkr_1 \cos\left(\beta + \beta_0\right)} + D\left(\beta\right)\frac{e^{-jkr_1}}{\sqrt{r_1}} L_{0y}$$

$\pi - \beta_0 < \beta < \pi + \beta_0$ bölgesinde

$$v(r,\beta) = D(\beta)\frac{e^{-jkr_1}}{\sqrt{r_1}}L_{0y}$$

$\pi + \beta_0 < \beta < 2\pi$ bölgesinde ise;

$$v(r_1,\beta) = +e^{jkr_1\cos(\beta+\beta_0)} + D(\beta)\frac{e^{-jkr_1}}{\sqrt{r_1}}L_{0y}$$

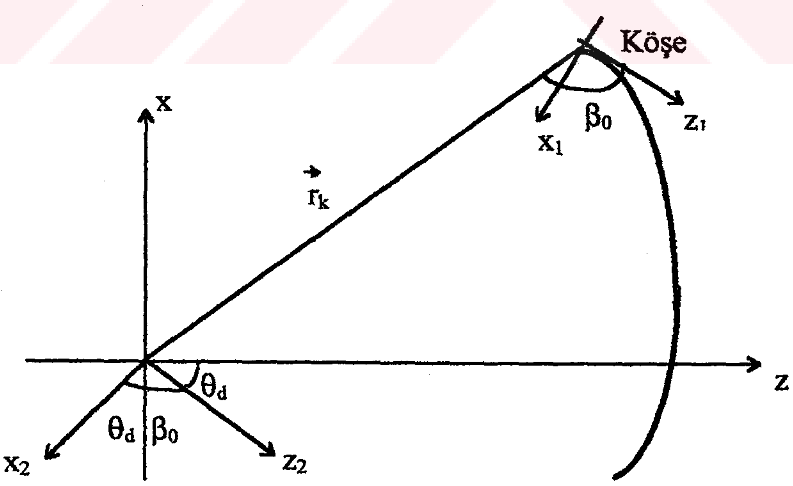
olarak bulunabilinir. Burada

$$D(\beta) = \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}\sqrt{1-\cos\beta_0}\sqrt{1-\cos\beta}}{\sqrt{2\pi}\left(\cos\beta_0 + \cos\beta\right)}$$

olarak verilebilinir. Gerekli trigonometrik dönüşümler yapılırsa kırınım katsayısı

$$D(\beta) = \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi}}\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\beta+\beta_0}{2}\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\beta-\beta_0}{2}\right)}\right] \qquad 3.7$$

olarak bulunabilinir.

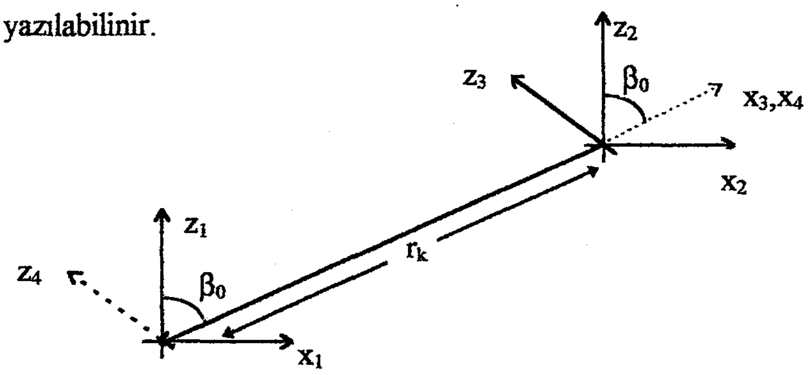


Şekil 3.4 Paraboloidalin köşe kırınımı geometrisi

Şekil 3.4 deki geometriden

$$x_2 = -x.\cos\theta_d - z.\sin\theta_d$$
$$z_2 = -x.\sin\theta_d + z.\cos\theta_d \qquad 3.8$$

ifadeleri yazılabilinir.



Şekil 3.5 Eksenlerin Öteleme geometrisi

(x_1, z_1) ve (x_4, z_4) koordinat sistemleri arasında

$$x_4 = x_1.\sin\beta_0 + z_1.\cos\beta_0$$
$$z_4 = -x_1.\cos\beta_0 + z_1.\sin\beta_0 \qquad 3.9$$

bağıntıları vardır. (x_3, z_3) ve (x_2, z_2) arasında

$$x_2 = x_3.\sin\beta_0 - z_3.\cos\beta_0$$
$$z_2 = x_3.\cos\beta_0 + z_3.\sin\beta_0 \qquad 3.9$$

bağıntıları vardır. (x_3, z_3) ve (x_4, z_4) arasında

$$x_3 = x_4 - r_0$$
$$z_3 = z_4 \qquad 3.10$$

eşitlikleri ifade edilebilinir. 3.10 ve 3.8 denklemleri birleştirilirse

$$x_3 = x_1\sin\beta_0 + z_1\cos\beta_0 - r_0$$
$$z_3 = -x_1\cos\beta_0 + z_1\sin\beta_0$$

ifadeleri elde edilebilinir. Bu ifadeler 3.9'da yerine konursa

$$x_2 = x_1 - r_0 \sin\beta_0$$
$$z_2 = z_1 - r_0 \cos\beta_0$$

denklemleri bulunabilinir. Bu denklemler 3.7 ile birleştirilirse

$$\begin{aligned} x_1 &= -x\cos\theta_d - z\sin\theta_d + r_0 \sin\beta_0 \\ z_1 &= -x\sin\theta_d + z\cos\theta_d + r_0 \cos\beta_0 \end{aligned} \qquad 3.11$$

eşitlikleri bulunabilinir. Küresel koordinatlara geçilirse

$$\begin{aligned} r_1 \sin\beta &= -r\sin(\theta + \theta_d) + r_0 \sin\beta_0 \\ r_1 \cos\beta &= r\cos(\theta + \theta_d) + r_0 \cos\beta_0 \end{aligned} \qquad 3.12$$

ifadeleri yazılabilinir. β açısı bu iki denklemi birbirine bölünmesi ile

$$\beta = \mathrm{Arctg}\left(\frac{-r\sin(\theta + \theta_d) + r_0 \sin\beta_0}{r\cos(\theta + \theta_d) + r_0 \cos\beta_0} \right)$$

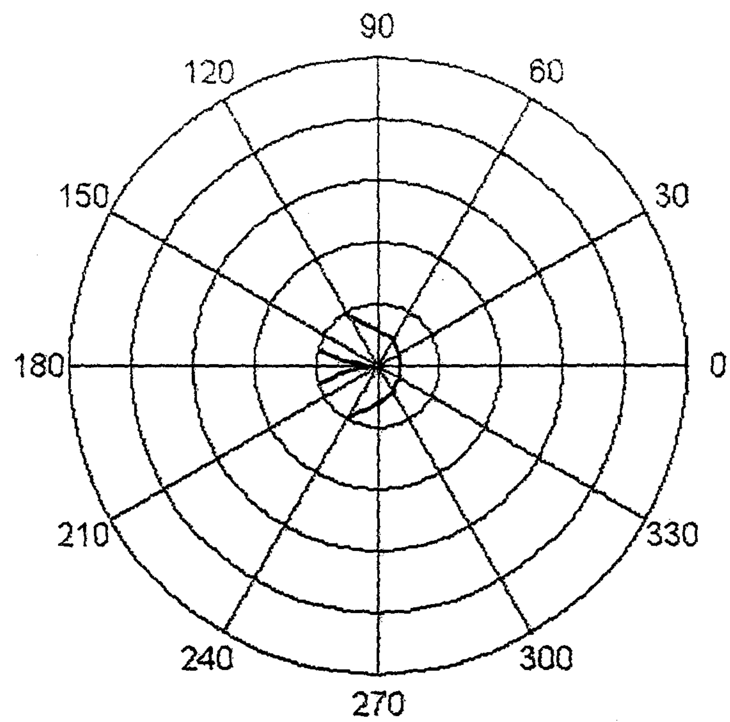
şeklinde elde edilebilinir. Bu ifade difraksiyon katsayısında yerine konursa Uzak alanda, $\beta \sim -(\theta + \theta_d)$ yaklaşıklığı ile kırınım katsayısı

$$D(\theta) \sim \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\theta + \theta_d - \beta_0}{2}\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\theta + \theta_d + \beta_0}{2}\right)} \right] \qquad 3.13$$

şeklinde ifade edilebilinir. Bu ifade MATLAB simülasyon programında çizdirilmek için normalize edilebilinir. Böylece program

```
t = 0:.01:2.*pi;

a = cos((t+θd-β0)./2);

b = cos((t+θd-β0)./2);

polar(t,abs((1./a)+(1./b)));
```

şeklinde yazılabilinir.



Şekil 3.6 Polar ışıma diagramı

Kırınım katsayısının, yansıma ve gölge sınırlarında da geçerli olan bir ifadesi

$$D(r,\theta)=F\left[\sqrt{2kr}\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d-\beta_0}{2}\right)\right]+\mathrm{sgn}\left[\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d+\beta_0}{2}\right)\right]F\left[\sqrt{2kr}\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d+\beta_0}{2}\right)\right]$$

ile verilebilinir.

4. SONUÇLAR

TE_{11} modunda uyarılmış dairesel kesitli transmisyon borusu odakta döndürüldüğü ve odak dışına çıkarıldığı zaman polar ışıma diagramı şeklini muhafaza etmektedir. Ötelemenin etkisi, uzak alan için elektrik ve manyetik alan ifadelerinin genliklerinde ihmal edilebilmekte, $\frac{e^{-jkR}}{R}$ teriminde ise Poisson İntegral Dönüşümü sebebi ile görülmektedir.

Odak dışı beslemeli paraboloidal reflektörden yansıyan alanın polar ışıma diagramı, başta haiz olduğu şekli korumakta fakat yansıma teoremine göre yönü değişmektedir.

Köşe kırınımları sonucu oluşan alanın polar ışıma diagramı çizdirilebilmekte, yansıyan dalgaya etkisi gözlenebilmektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

CASSEGRAİN BESLEMELİ DÖNEL PARABOLOİDAL ANTEN

Cassegrain beslemeli antenlerde iki reflektör kullanılmaktadır. Alt reflektör dışbükey dönel hiperboloidal yüzey, ana reflektör ise içbükey dönel paraboloidal yüzey olarak alınmaktadır. Kaynak ise paraboloidal yüzey ile aynı yere yerleştirilmiştir. Böylece kaynaktan ışıyan alan hiperboloidal yüzeyden yansımaktadır. İkinci yansıma ise paraboloidal yüzeyden olmaktadır.

Hiperboloidal yüzeyden yansıyan alanı bulmak için yüzey akımı dağılımı yöntemi kullanılmıştır. Kaynak koordinat sistemi hiperbolün ikinci odağına getirilmiş ve z ekseni üzerinde sağa kaydırılmıştır. Genlik teriminde koordinat dönüşümü yapılmıştır. Faz terimine ise Poisson İntegral Dönüşümü uygulanmıştır. Böylece faz terimi ifadesi hiperbolün ikinci odağındaki koordinat sistemi cinsinden ifade edilebilmiştir. Bu nokta aynı zamanda ana reflektöründe odak noktasıdır.

Paraboloidal reflektörden yansıyan alan bulunurken iki ayrı metod kullanılmıştır. Birinci metod yüzey akımı dağılımı yöntemidir. Buna göre hiperboloidal yüzeyden yansıyan alan, paraboloial yüzey üzerinde bir yüzey akımı oluşturmaktadır. Bu yüzeysel akım yoğunluğu yüzeye gelen magnetik alanın ve yüzeyin birim dik vektörünün, vektörel çarpımı ile bulunabilinir. Yüzeysel akım yoğunluğunun dönel paraboloidal yüzey üzerinden integrali alınarak elektrik Hertz vektörü hesaplanmaktadır.

İkinci metod açıklık yöntemidir. Bu metoda göre, paraboloidal yüzeyin odağındaki dairesel açıklıktaki alanlar, kaynak alanından faydalanılarak bulunabilinir. Reflektörden ışıyan uzak alan, magnetik ve elektrik Hertz vektörünün integral ifadelerinde, açıklık alanları kullanılarak bulunabilinir.

Köşe kırınımları sadece hiperboloidal yüzey için hesaplanmış, ana reflektördekiler ihmal edilmiştir. Hiperboloidal yüzeyin köşesine gelen ışın kaynak alanı cinsinden ifade edilmiştir. Köşe yarı sonsuz düzlemmiş gibi düşünülmüş ve buradaki mükemmel iletken yüzey için sınır koşulları çıkarılmıştır. Helmholtz denklemlerinin bu sınır koşullarından faydalanılarak integral çözümü yapılmıştır. Bu amaçla Weiner-Hopf tekniği kullanılmıştır. Hiperboloidal yüzeyin köşesi üç bölgeye ayrılmış ve alan ifadesi bu üç bölge için ayrı ayrı yazılmıştır. Difraksiyon katsayısı bilgisayar ile program yazılımı yapılarak polar kordinatlarda çizdirilmiştir.

1. ODAKTAN BESLEMELİ DIŞBÜKEY HİPERBOLOİDAL YÜZEYDEN YANSIMA

Dışbükey dönel hiperboloidal yüzey, bu yüzeyin odağına yerleştirilmiş bulunan dairesel kesitli transmisyon borusunun açık ağzından ışıyan alan ile beslenebilir. Transmisyon borusunun dairesel açıklığının yarıçapı, Birinci Bölüm'de gösterildiği üzere ışıyan alanın en optimum biçimi elde edilecek şekilde seçilmektedir. Böylece hiperboloidal yüzeyden yansıyan alanın ışıma diagramı istenilen biçimde olacaktır. Ayrıca enerji kaybına neden olan yan kulaklardan da kurtulabilinecektir.

Dönel dışbükey hiperboloidal reflektröler, genellikle cassegrain beslemeli antenlerde, alt reflektör olarak kullanılırlar. Üst veya ana reflektör ise içbükey dönel paraboloidal yüzey olarak seçilebilinir. Alt yansıtıcı olan dönel hiperboloidal reflektör, paraoloidal reflektörün odağına yerleştirilir. Böylece, alt reflektörden yansıyan alan, paraboloidal reflektörün odağına yerleştirilmiş bir kaynaktan yayılan alana eşdeğer olur. Kaynak olarak kullanılan dairesel kesitli transmisyon borusu, hiperboloidal reflektörden iki odak uzaklığına, yani ana reflektörle aynı yere yerleştirilir.

Dairesel kesitli transmisyon borusunun açık ağzından ışıyan alan ile beslenen, dönel hiperboloidal yüzeyden yansıyan alanı bulmak için yüzey akım dağılımı yöntemi kullanılmıştır. Faz teriminde sadelik sağlamak amacı ile koordinat ekseni z üzerinde r_0 kadar sağa kaydırılmış, ayrıca koordinat dönüşümü yapılırken, bu terime Poisson İntegral Dönüşümü uygulanmıştır.

1.1 Poisson İntegral Dönüşümü ile Faz Teriminin Hesabı

Dairesel kesitli transmisyon burusunun açık ağzından ışıyan magnetik alan ifadesi, $u = ka\sin\theta$ olmak üzere;

$$H_\theta = \frac{ka^4}{2}\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2 - u^2\right]}\frac{dJ_1(u)}{du}(\beta + k\cos\theta)\cos\phi$$

$$H_\phi = -\frac{ka^4}{2(1{,}84)^2}J_0(1{,}84)\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{J_1(u)}{u}(\beta\cos\theta + k)\sin\phi \qquad 1.1$$

şeklindedir. (1.1) denklemleri ile verilen $\vec{H}$ magnetik alanın faz terimine Poisson İntegral Dönüşümü uygulanacaktır. Bu sebeple koordinat sistemi hiperbolün odağına kaydırılmıştır. Şekil 1.1'deki geometriden;

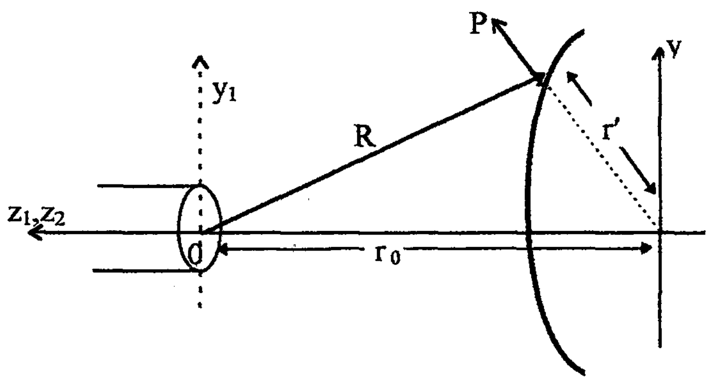
$$f(\theta_1) = \frac{1}{\left[(1{,}84)^2 - u_1^2\right]}\frac{dJ_1(u_1)}{du_1}(\beta + k\cos\theta_1)$$

$$g(\theta_1) = \frac{J_1(u_1)}{u_1}\frac{(\beta\cos\theta_1 + k)}{(1{,}84)^2}$$

ve $u_1 = ka\sin\theta_1$, $R = \sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\,r_0\cos\theta}$ olmak üzere

$$\vec{H} = \frac{ka^4}{2}J_0(1{,}84)\frac{e^{-jkR}}{R}\left[f(\theta_1)\cos\phi_1\,\vec{e}_{\theta_1} - g(\theta_1)\sin\phi_1\,\vec{e}_{\phi_1}\right]$$

yazılabilinir.



Şekil 1.1 Dönel hiperboloidal yüzeyin koordinat sistemi

$r < r_0$ için

$$\frac{e^{-jkR}}{R} = -j\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)J_n(kr')h_n^{(2)}(kr_0)P_n(\cos\theta) \qquad 1.2$$

$kr >> 1$ için

$$J_n(kr') \sim \frac{1}{2}h_n^{(1)}(kr')$$

özdeşlikleri yazılabilinir. Bu ifadeler kullanılarak, küresel Bessel fonksiyonları Bessel fonksiyonlarına dönüştürülebilir. Birinci ve ikinci nevi Bessel fonksiyonları yerine 1.3 Debye asimptotik açılımları

$$H_\upsilon^{(1)}(kr) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot\frac{e^{j\left[\left((kr)^2-\upsilon^2\right)^{1/2}-\upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr}\right)+\frac{\pi}{4}\right]}}{\left[(kr)^2-\upsilon^2\right]^{1/4}} \qquad H_\upsilon^{(2)}(kr_0) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot\frac{e^{-j\left[\left((kr_0)^2-\upsilon^2\right)-\upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_0}\right)+\frac{\pi}{4}\right]}}{\left[(kr_0)^2-\upsilon^2\right]^{1/4}} \qquad 1.3$$

yazılabilinir.

1.2 seri toplamı ifadesine υ kompleks düzleminde Poisson integrali uygulanır ve birinci bölüm birinci kısımdaki 1.3 ifadesi yazılabilinir. Bu ifadede $n = 0$ için integral yakınsak olacağından

$$I = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\upsilon\frac{\pi}{4k\sqrt{r\,r_0}}H_\upsilon^{(1)}(kr)\,H_\upsilon^{(2)}(kr_0)\frac{e^{-j\upsilon\theta-j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\upsilon\sin\theta}}d\upsilon$$

elde edilebilir. Bu integral stasyoner faz yöntemi ile hesaplanabilinir. 1.3 asimptotik açınımları yerine konursa,

$$I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}k\sqrt{r'\,r_0}}\int_{-\infty}^{\infty}\upsilon\frac{e^{j\left[\left[(kr')^2-\upsilon^2\right]^{1/2}-\upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr'}\right)-\left[(kr_0)^2-\upsilon^2\right]^{1/2}+\upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_0}\right)-\upsilon\theta-\frac{\pi}{4}\right]}}{\sqrt{\upsilon\sin\theta}\left[(kr')^2-\upsilon^2\right]^{1/4}\left[(kr_0)^2-\upsilon^2\right]^{1/4}}d\upsilon$$

ifadesi yazılabilinir. Bu integralin faz fonksiyonu;

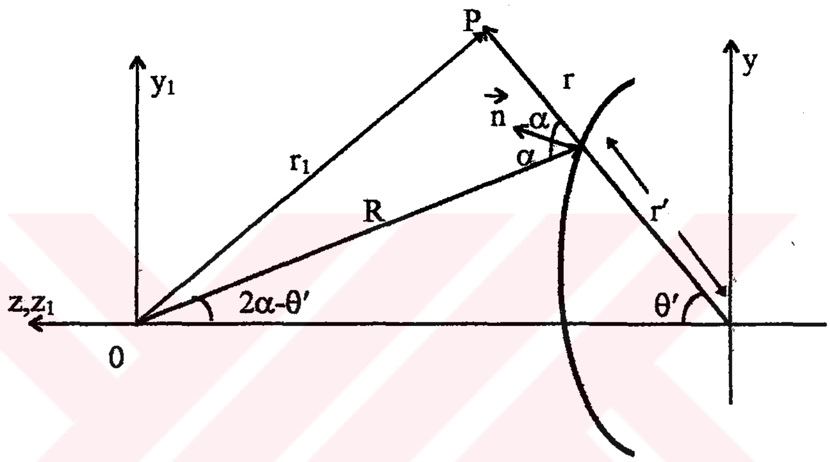
$$\psi(\upsilon) = \left[(kr')^2 - \upsilon^2\right]^{1/2} - \upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr'}\right) - \left[(kr_0)^2 - \upsilon^2\right]^{1/2} + \upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_0}\right) - \upsilon\theta - \frac{\pi}{4}$$

şeklindedir. Bu ifadenin υ ' ye göre türevi alınıp, sıfıra eşitlenirse, semer noktası

$$\upsilon_s = r'\sin 2\alpha = r_0 \sin(2\alpha - \theta')$$

olarak bulunabilir.

Yukarıdaki ifadede de görülen 2α açısı, hiperboloidal yüzeyden yansıma açısının iki katıdır.



Şekil 1.2 Dönel hiperboloidal reflektörden yansıyan ışın

Faz fonksiyonu Taylor serisine açılıp, ilk üç terimi ile yetinilirse

$$\psi(\upsilon) = \psi(\upsilon_s) + \frac{1}{2!}\frac{d^2\psi(\upsilon)}{\upsilon^2}\bigg|_{\upsilon=\upsilon_s}(\upsilon - \upsilon_s)^2 \qquad 1.4$$

ifadesi elde edilebilinir.

$\psi(\upsilon)$' nün υ ' ye göre ikinci dereceden türevi alınıp, υ yerine semer noktasındaki değeri konulursa

$$\frac{d^2\psi}{d\upsilon^2}\bigg|_{\upsilon=\upsilon_s} = \frac{1}{kr\cos 2\alpha} - \frac{1}{kr_0\cos(2\alpha - \theta)}$$

ifadesi bulunabilinir. $\psi(\upsilon)$' nün semer noktasındaki değeri

$$\psi(\upsilon_s) = kr\cos 2\alpha - kr_0 \cos(2\alpha - \theta) - \frac{\pi}{4}$$

olarak yazılabilinir. Bu ifadeler 1.1' de yerine konursa;

$$\psi(\upsilon) \sim kr\cos 2\alpha - kr_0 \cos(2\alpha - \theta) - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{kr\cos 2\alpha} - \frac{1}{kr_0 \cos(2\alpha - \theta)}\right)(\upsilon - \upsilon_s)^2$$

ifadesi elde edilebilinir. Faz fonksiyonundan sonra, genlikte de υ yerine semer noktasındaki değeri konup integral birinci bölümdeki gibi

$$I = \frac{e^{jkr\frac{\sin\theta}{\sin(2\alpha-\theta)}}}{kr\sin\theta}\sin(2\alpha - \theta) \qquad 1.5$$

şeklinde hesaplanabilinir. Dairesel kesitli transmisyon borusunun ağzından ışıyan alanın, hiperbolün odağındaki koordinat sistemine göre yazılmasının sebebi, faz teriminde, dolayısı ile ışıma integralinde basitlik sağlanmasıdır. Poisson integral dönüşümü uygulanırken iki yaklaşıklık yapılmıştır. Birinci yaklaşıklık silindirik Hankel fonksiyonları yerine, asimptotik açılımlarının kullanılması ve ikincisi ise faz fonksiyonunun Taylor serisine açılıp ilk iki terimi ile yetinilmesidir.

1.2 Işıma İntegralinin Hesaplanması

Koordinat değişikliği yapıldığı için 1.1 denklemleri ile verilen magnetik alanın θ ve ϕ'ye bağlı terimleri ayrıca birim vektörleri değişecektir. Bu terimleri hiperbolün odağındaki sisteme göre yazabilmek için

$$\sin\theta_1 = \frac{r\sin\theta}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\, r_0^2 \cos\theta}}$$

$$\cos\theta_1 = \frac{r\cos\theta + r_0}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\, r_0^2 \cos\theta}}$$

$$\vec{e}_{\theta_1} = \frac{r_0 \sin\theta\, \vec{e}_r + \left[r + r_0 \cos\theta\right] \vec{e}_\theta}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\, r_0^2 \cos\theta}}$$

$$\vec{e}_{\phi_1} = \vec{e}_\phi$$

dönüşümleri kullanılabilinir. Bu formüllerin ve 1.5 ifadesinin denkleminde yerine konması ile

$$f(r,\theta) = \frac{1}{\left[(1{,}84)^2 - u^2\right]} \frac{dJ_1(u)}{du} \left[\beta + k \frac{r\cos\theta}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\, r_0^2 \cos\theta}}\right]$$

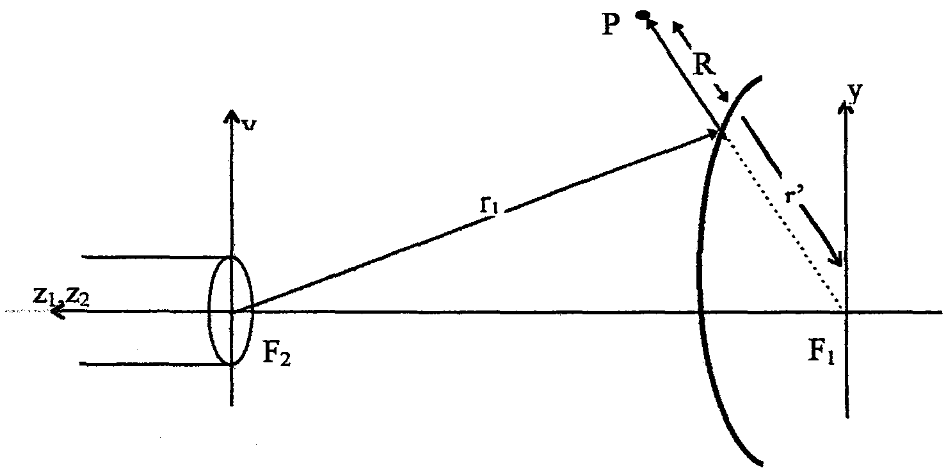
$$g(r,\theta) = \frac{J_1(u)}{u} \frac{\left[\beta \dfrac{r\cos\theta}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\, r_0^2 \cos\theta}} + k\right]}{(1{,}84)^2}$$

$$u = ka \frac{r \sin\theta}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\, r_0^2 \cos\theta}}$$

olmak üzere;

$$\vec{H} = \frac{ka^4}{2} \frac{e^{-jkr \frac{\sin\theta}{\sin(2\alpha-\theta)}}}{kr \sin\theta} \sin(2\alpha - \theta) J_0(1{,}84) \left[f(r,\theta)\cos\phi \frac{\left[r \sin\theta\, \vec{e}_r + (r + r_0 \cos\theta)\vec{e}_\theta\right]}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\, r_0^2 \cos\theta}} - g(r,\theta) \sin\phi\, \vec{e}_\phi \right] \quad 1.6$$

yazılabilinir.



Şekil 1.3 Dönel hiperboloidalden yansıyan alanın geometrisi

Dönel hiperboloidal reflektörden yansıyan alan, 1.6 denkleminin Hertz vektörünün integral ifadesinde yerine konması ile hesaplanabilinir. Bu yöntem, yüzey akım dağılımı metodu olarak adlandırılmaktadır. İlgili geometri Şekil 1.3'te verilmiştir. Elektrik Hertz vektörünün integral ifadesi

$$\vec{\Pi}_e = \frac{1}{4\pi j\omega\varepsilon}\iint_{S'} 2\left(\vec{n} \times \vec{H}_1\right)\Big|_{S'} \frac{e^{-jkR}}{R} dS'$$

şeklinde yazılabilinir.

İntegralde görülmekte olan $\vec{H}_1$, yüzeye gelen magnetik alanı göstermektedir. Yüzeyin birim vektörü ile çarpılması ise, bu yüzeye teğet olan alanı ifade etmektedir. (x,y,z) koordinat sisteminden z ekseni üzerinde r_0 kadar ötelenmiş (x_1, y_1, z_1) koordinatları cinsinden, hiporboloidalin denklemini hesaplayabilmek için z yerine denklemde z+2f konulmalıdır. Böylece

$$\frac{(z+f)^2}{a_1^2} - \frac{x^2+y^2}{b^2} = 1$$

denklemi yazılabilinir.

Buradan kartezyen koordinat sisteminden küresel koordinat sistemine geçilebilinir. Elde edilen denklem $\cos\theta$ ' ya göre çözülürse;

$$r = \frac{b^2}{a_1 - f\cos\theta}$$

ifadesi elde edilebilinir. Bu denklemden yüzeyin birim vektörünü bulmak için

$$\psi = a_1 r - fr\cos\theta - b^2 \quad \text{ve } N = \nabla\psi = \vec{e}_r \frac{\partial\psi}{\partial r} + \vec{e}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}$$

yazılabilinir. Buradan da hiperboloidal yüzeyin birim dik vektörü

$$\vec{n} = \frac{\vec{N}}{\left\|\vec{N}\right\|} = \frac{\vec{e}_r\left(a_1 - f\cos\theta\right) + \vec{e}_\theta f\sin\theta}{\left(a_1^2 + f^2 - 2af\cos\theta\right)^{1/2}}$$

olarak bulunabilinir. Hertz vektörünün integral ifadesinde bulunan birim vektör ve magnetik alanın vektörel çarpımı

$$\vec{n}\times\vec{H}_1=\frac{ka^4}{2}\frac{e^{-jkr\frac{\sin\theta}{\sin(2\alpha-\theta)}}}{kr\sin\theta}\frac{\sin(2\alpha-\theta)J_0(1{,}84)}{\left(a_1^2+f^2-2af\cos\theta\right)^{1/2}}(-g(\theta)\sin\phi f\sin\theta\,\vec{e}_r+\left(a_1-f\cos\theta\right)g(\theta)\sin\phi\,\vec{e}_\theta \tag{1.7}$$

$$+f(\theta)\cos\phi\frac{\left[\left(r+r_0\cos\theta\right)\left(a_1-f\cos\theta\right)-rf\cdot\sin^2\theta\right]}{\sqrt{r^2+r_0^2+2r\,r_0^2\cos\theta}}\vec{e}_\phi)$$

olarak ifade edilebilinir. Hertz vektörünün integral ifadesinde Lorentz koşulunun sağlanabilmesi için, bu çarpımda, küresel koordinatlardan, kartezyen koordinatlara geçilmelidir. Bu amaçla

$$\vec{e}_r=\sin\theta\cos\phi\,\vec{e}_x+\sin\theta\sin\phi\,\vec{e}_y+\cos\theta\,\vec{e}_z$$

$$\vec{e}_\theta=\cos\theta\cos\phi\,\vec{e}_x+\cos\theta\sin\phi\,\vec{e}_y-\sin\theta\,\vec{e}_z$$

$$\vec{e}_\phi=-\sin\phi\,\vec{e}_x+\cos\phi\,\vec{e}_y$$

dönüşüm formülleri kullanılabilinir.

Böylece

$$\vec{n}\times\vec{H}_1=\frac{ka^4}{2}\frac{e^{-jkr\frac{\sin\theta}{\sin(2\alpha-\theta)}}}{kr\sin\theta}\frac{\sin(2\alpha-\theta)J_0(1{,}84)}{\left(a_1^2+f^2-2af\cos\theta\right)^{1/2}}\left[f(\theta,\phi)\vec{e}_x+g(\theta,\phi)\vec{e}_y-h(\theta,\phi)\vec{e}_z\right]$$

olarak yazılabilinir. Burada

$$f(\theta,\phi)=\sin\phi\cos\phi\Big(-g(\theta)f\sin^2\theta+\left(a_1-f\cos\theta\right)g(\theta)\cos\theta$$

$$-\frac{f(\theta)\left[\left(r+r_0\cos\theta\right)\left(a_1-f\cos\theta\right)-rf\sin^2\theta\right]}{\sqrt{r^2+r_0^2+2r\,r_0^2\cos\theta}}\Big)$$

$$g(\theta,\phi) = -g(\theta) f \sin^2\theta \sin^2\phi + (a_1 - f\cos\theta) g(\theta)\cos\theta \sin^2\phi$$
$$+ \frac{f(\theta)\cos^2\phi\left[(r + r_0\cos\theta)(a_1 - f\cos\theta) - rf\sin^2\theta\right]}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2r\, r_0^2\cos\theta}}$$

$$h(\theta,\phi) = g(\theta) f \sin\theta \sin\phi \cos\theta + (a_1 - f\cos\theta) g(\theta)\sin\theta\sin\phi$$

$$= a_1 g(\theta) f \sin\theta \sin\phi$$

yazılmalıdır. Bunun nedeni, θ' ve ϕ' değiştiğinde, r' büyüklüğünün hiperbol yüzeyini çizmesidir. Neticede hiperbol yüzeyi kaynak gibi davranır ve yine bu yüzey kaynak bölgesi olarak kabul edilebilinir. Şekil 2.1' deki geometriden, $R = r - r'$ olduğu görülebilinir. Birim yüzey elemanı bulabilmek için

$$ds' = dx' \cdot dy' = \rho' d\rho' d\phi'$$

eşitliğinden faydalanılabilinir. Bu ifadede,

$$\rho' = r'\sin\theta' = \frac{b^2 \sin\theta'}{(a_1 - f\cos\theta')}$$

olarak yazılabilinir. $d\rho'$ birim elemanını hesaplamak için yukarıdaki ifadenin iki tarafında türevi alınırsa

$$d\rho' = \frac{b^2(a_1\cos\theta' - f)}{(a_1 - f\cos\theta')^2} d\theta'$$

bulunabilinir. Hiperboloidal yüzey (xy) düzlemine izdüşürülürse, yüzey elemanı

$$dS' = \frac{dx' dy'}{\vec{n}\cdot\vec{e}_z} = \frac{(a_1^2 + f^2 - 2a_1 f\cos\theta')\cdot b^2}{(a_1 - f\cos\theta')^2} d\theta' d\phi'$$

şeklinde hesaplanabilinir. Ayrıca magnetik alan ifadesinde görülen α, $\vec{e}_r$ ve hiperboloidal yüzeyin birim gik vektörünün skaler çarpımı ile bulunabilinir. Sonuçta

$$\alpha = \cos^{-1}(a_1 - f\cos\theta')$$

elde edilebilinir.

Böylece Hertz vektörünün integral ifadesi

$$\vec{\Pi}_e = \frac{a^4 J_0(1{,}84)}{4\pi j\omega\varepsilon}\frac{e^{-jkr}}{r}\int_{\theta'=-\theta_0}^{\theta_0}\int_{\phi'=0}^{2\pi} e^{jk\left(\frac{b^2}{a_1 - f\cos\theta'} - \frac{b^2\sin\theta'}{\sin(2\alpha-\theta')(a_1 - f\cos\theta')}\right)}\frac{\sin(2\alpha-\theta')}{\sin\theta'}$$
$$\left[f(\theta,\phi)\vec{e}_x + g(\theta,\phi)\vec{e}_y - h(\theta,\phi)\vec{e}_z\right]\frac{d\theta' d\phi'}{(a_1 - f\cos\theta')} \qquad 1.8$$

şekline dönüşecektir. ϕ' katı için

$$\int_0^{2\pi}\sin^2\phi d\phi = \int_0^{2\pi}\cos^2\phi d\phi = \pi,\ \int_0^{2\pi}\sin\phi\cos\phi d\phi = 0,\ \int_0^{2\pi}\sin\phi d\phi = 0$$

integralleri gözönüne alınırsa, ışıma integrallerinin bu kısmı kolayca alınabilinir. Neticede

$$\vec{\Pi}_e = \vec{e}_y\frac{a^4 J_0(1{,}84)}{4\pi j\omega\varepsilon}\frac{e^{-jkr}}{r}\int_{\theta'=-\theta_0}^{\theta_0} e^{jk\left(\frac{b^2}{a_1 - f\cos\theta'} - \frac{b^2\sin\theta'}{\sin(2\alpha-\theta')(a_1 - f\cos\theta')}\right)}\sin(2\alpha-\theta')g(\theta')\frac{d\theta'}{(a_1 - f\cos\theta')^2} \qquad 1.9$$

integral içindeki tek değişken θ' olduğuna göre ve bu integral de bu değişkene göre hesaplandığı için, elektrik Hertz vektörü θ_0' a bağlı bir sabite eşit olacaktır. Böylece

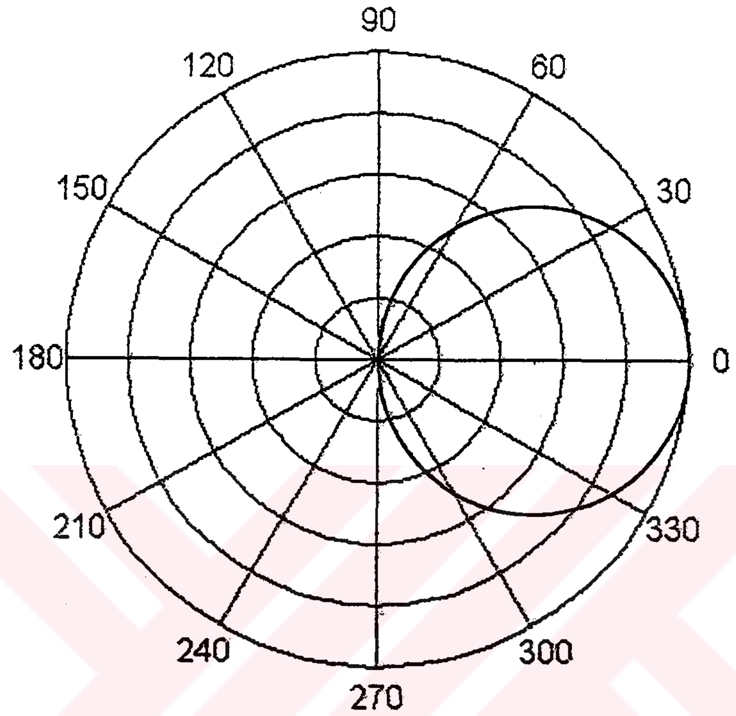
$$\vec{\Pi}_e = \frac{a^4 J_0(1{,}84)}{4\pi j\omega\varepsilon}\frac{e^{-jkr}}{r}A(\theta_0)\vec{e}_y \qquad 1.10$$

ifadesi yazılabilinir. $\vec{e}_y$ birim vektörü küresel koordinatlardaki bileşenlerine ayrılırsa elektrik alanı

$$E_\theta = k^2\Pi_{e\theta} = \frac{a^4\omega\mu J_0(1{,}84)}{4j}\frac{e^{-jkr}}{r}A(\theta_0)\cos\theta\sin\phi \qquad 1.11$$

$$E_\phi = k^2\Pi_{e\phi} = \frac{a^4\omega\mu J_0(1{,}84)}{4j}\frac{e^{-jkr}}{r}A(\theta_0)\cos\phi$$

olarak hesaplanabilinir. Elektrik Hertz vektörünün küresel koordinatlarda yazılması ile, elektrik alanın ifadesine θ ve ϕ ' ye bağlı terimler gelecektir. 2.4 denkleminden görülebileceği üzere, elektrik alanın $\vec{e}_\theta$ bileşeni, $\cos\theta$ 'ya bağlı olarak değişir.



Şekil 1.4 $|E_\theta|$ *'nın polar ışıma diagramı*

E_θ alan bileşeninin MATLAB'da çizdirilmesi için, mutlak değeri alınarak normalize edilir. Program yazılımı

```
t=0:.01:2.*pi;

polar(t,abs(cos(t));
```

şeklindedir. Elde edilen ışıma diyagramı şekil 1.4'te gösterilmiştir.

Bu yaklaşık sonuç, geometrik optiğin hiperboloidal yüzeye uyarlanması ile bulunacak olan sonuç ile uyumludur. Elektrik alanın $\vec{e}_\phi$ bileşeni θ 'ya göre sabittir.

Sadece $\phi = \frac{\pi}{2}$ düzleminde θ 'ya göre değişir. Kaynağın koordinat dönüşümü işlemlerin basitleşmesine sebep olmuştur. Böylece sonuçlar sade olarak elde edilebilinir.

2. CASSEGRAİN ANTENDE PARABOLOİDAL YÜZEYDEN YANSIMA

Cassegrain beslemeli antenlerde iki reflektör kullanılmaktadır. Alt reflektör dışbükey dönel hiperboloidal yüzey, ana reflektör ise içbükey dönel paraboloidal yüzey olarak alınmaktadır. Hiperboloidal yüzey, paraboloidal yüzeyin odağına yerleştirilmiş olup, yine paraboloidal ile aynı noktada bulunan kaynaktan yani dairesel kesitli transmisyon borusundan gelen alanı ana reflektöre yansıtma görevini görmektedir. Böylece kaynak alanı kuvvetlendirilerek, paraboloidal yüzey iletilmektedir. Ana reflektörden yansıyan alan iki yolla hesap edilebilinir.

1. Yüzey akımı dağılımı yöntemi
2. Açıklık yöntemi

Her iki yöntemde de, ışıma interallerinin ϕ' katı kolayca alınabilinir. Diğer kat ise θ' veya ρ' göre hesap edilecek olup, integralin alınması fonksiyonun karmaşıklığı nedeni ile oldukça zordur. Bu sebeple, ışıma diagramı çizdirilirken, bilgisayar kullanılabilinir.

2.1 Paraboloidal Yüzeyden Yansıyan Alanın Yüzey Akım Dağılımı Yöntemi İle Bulunması

2.1.1 Yüzey Akımı Dağılımı Yöntemi

İletken bir yüzeye gelen ve yansıyan yöresel düzlemsel dalgaların magnetik alanları için

$$\vec{n} \times \vec{H}_1 \Big|_s = \vec{n} \times \vec{H}_2 \Big|_s$$

sınır koşulları yazılabilinir. Ayrıca bu yüzeydeki yüzeysal akım yoğunluğu;

$$\vec{J}_s = \vec{n} \times \left(\vec{H}_1 + \vec{H}_2 \right)$$

sınır koşulu ile verilebilinir. Bu ifadeler elektrik Hertz vektörünün integral ifadesinde yerine konursa;

$$\vec{\Pi}_e \sim \frac{1}{2\pi j\omega\varepsilon}\frac{e^{-jkr}}{r}\iint_{s'} \vec{n}\times\vec{H}_1\Big|_s e^{jkr'\vec{e}_r\vec{e}_{r'}}dS'$$

eşitliği elde edilebilinir. 1.1 eşitliğinde fiziksel optik yaklaşıklığı kullanılmıştır. Buna göre gelen alan yüzeyde bir yüzeysel akım yoğunluğu oluşturur. Bu akım ise yüzeyden sanki bir ışıma varmişş gibi bir etki oluşturur. Bu yaklaşıklık köşelerde ve alanın dalgaboyuna kıyaslandığında hızlı bir değişim gösteren yüzeylerde sağlıklı sonuçlar vermeyebilir.

2.1.2 Işıma İntegralinin Hesaplanması

İkinci Bölüm'de hiperboloidal yüzeyden yansıyan alanın elektrik Hertz vektörü

$$\vec{\Pi}_e = \frac{a^4 J_0(1{,}84)}{4\pi j\omega\varepsilon}A(\theta_0)\frac{e^{-jkr}}{r}\left(\sin\theta\sin\phi\vec{e}_r + \cos\theta\sin\phi\vec{e}_\theta + \cos\phi\vec{e}_\phi\right) \qquad 2.1$$

şeklinde bulunmuştur.

Magnetik alan ile elektrik Hertz vektörü arasında

$$\vec{H} = -j\omega\varepsilon\nabla\times\vec{\Pi}_e$$

denklemi yazılabilinir. Bu denklem küresel koordinatlarda hesaplanırsa

$$\vec{H} \sim \frac{ka^4 J_0(1{,}84)}{4j}A(\theta_0)\frac{e^{-jkr}}{r}\left(\cos\phi\vec{e}_\theta - \cos\theta\sin\phi\vec{e}_\phi\right) \qquad 2.2$$

olarak bulunabilinir. Magnetik alan ifadesinde $1/r$'li terimler uzak alan için ihmal edilmişlerdir. Paraboloidal yüzeyin denklemi

$$r = \frac{2f}{1+\cos\theta}$$

şeklinde yazılabilinir. Bu ifadeden yüzeyin denklemi elde edilebilinir. Yine bu denklem kullanılıp, yüzeyin normal vektörü, $\vec{N}$, hesaplanabilinir. Böylece yüzeyin normal birim vektörü, $\vec{n}$,

$$\vec{n} = \frac{\vec{N}}{\|\vec{N}\|} = \frac{-(1+\cos\theta)\vec{e}_r + \sin\theta\vec{e}_\theta}{\sqrt{2}(1+\cos\theta)^{1/2}}$$

şeklinde bulunabilinir.

Yüzeysel akım yoğunluğu magnetik alan ve paraboloidal yüzeyin birim dik vektörünün, vektörel çarpımı ile bulunabilinir. Bu işlem yapıldığında;

$$\vec{n} \times \vec{H} = \left[\sin\theta\cos\theta\sin\phi\vec{e}_r + \cos\theta(1+\cos\theta)\sin\phi\vec{e}_\theta + (1+\cos\theta)\cos\phi\vec{e}_\theta\right]\frac{e^{-jkr}}{r}A(\theta_0)\frac{ka^4 J_0(1{,}84)}{4j\sqrt{1+\cos\theta}}$$

ifadesi elde edilebilinir. dS yüzey elemanı, paraboloidal yüzey, aşağıdaki eşitlik kullanılarak, (x,y) düzlemine izdüşürülerek

$$\iint_{s'} \vec{A}\cdot\vec{n}dS = \iint_{s'} \vec{A}\cdot\vec{n}\frac{dS}{\vec{n}\cdot\vec{e}_z}$$

şeklinde hesaplanabilinir.

İntegre edilecek fonksiyon küresel koordinatlardadır. Yüzey elemanı

$$dS' = dx'dy' = \rho'd\rho'd\phi'$$

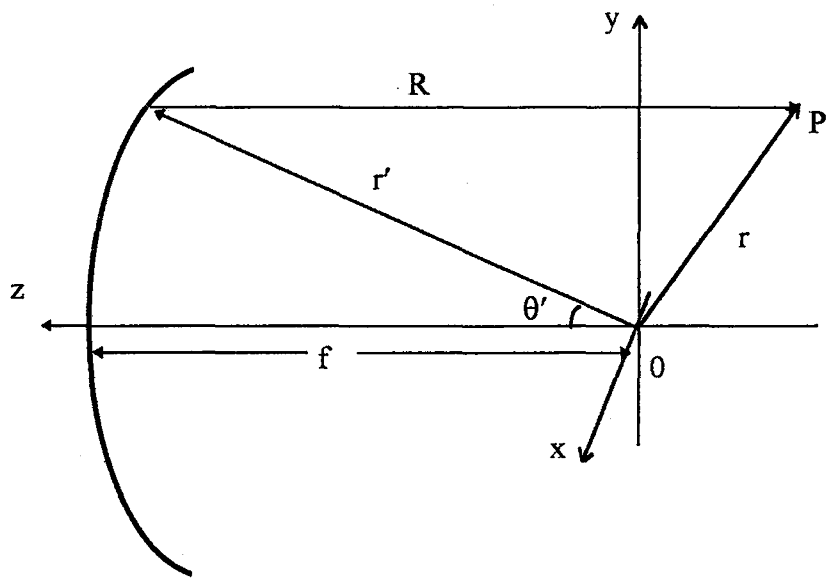
şeklinde ifade edilebilinir. Burada

$$\rho' = r'\sin\theta'$$

yazılıp, r' yerine paraboloidal yüzeyin denklemi konursa

$$\rho' = \frac{2f\sin\theta'}{1+\cos\theta'}$$

olarak elde edilebilinir.



Şekil 2.1 Dönel Paraboloidal Yüzeyin Geometrisi

Böylece yüzey elemanı

$$dS' = \frac{4f^2 \sin\theta'}{(1+\cos\theta')^{5/2}} d\theta' d\phi'$$

şeklinde ifade edilebilinir. 1.1 denklemindeki faz teriminde r' yerine paraboloidal yüzeyin denklemi konmalıdır. $\vec{e}_r \cdot \vec{e}_{r'}$ skaler çarpımı ile belirlenen terim ise şekil 1.1'deki geometri kullanılarak;

$$\vec{e}_r \cdot \vec{e}_{r'} = \sin\theta \sin\phi' \cos(\phi - \phi') + \cos\theta \cos\theta'$$

şeklinde bulunabilinir. Bütün bu ifadeleri 1.1 denkleminde yerine konursa, ışıma integrali;

$$\vec{\Pi}_e \sim \frac{-kfa^4 J_0(1{,}84) A(\theta_0)}{4\sqrt{2}\pi j\omega\varepsilon} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{\theta'=-\theta_0}^{\theta_0} \int_{\phi'=0}^{2\pi} e^{jk\frac{2f}{1+\cos\theta'}(\sin\theta\sin\phi'\cos(\phi-\phi')+\cos\theta\cos\theta'-1)}$$

$$\cdot\left[\sin^2\theta' \sin\phi' \cos\phi' \vec{e}_x - \frac{1}{2}\left[(1+\cos\theta')^2 + \sin^2\theta' \cos 2\phi'\right]\vec{e}_y + \sin\theta' \cos\theta' \sin\phi' \vec{e}_z\right] \qquad 2.3$$

$$\cdot \frac{\sin\theta'}{(1+\cos\theta')^3} d\theta' d\phi'$$

olarak yazılabilinir. Burada Lorentz koşulunun sağlanabilmesi için, kartezyen koordinatlara geçilmiştir. ϕ' katları için

$$\int_0^{2\pi} \sin 2\phi' e^{jx\cos(\phi-\phi')} d\phi' = 2\pi(-1) J_2(x) \sin 2\phi$$

$$\int_0^{2\pi} e^{jx\cos(\phi-\phi')} d\phi' = 2\pi J_0(x)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos 2\phi' e^{jx\cos(\phi-\phi')} d\phi' = -2\pi J_2(x) \cos 2\phi$$

$$\int_0^{2\pi} \sin \phi' e^{jx\cos(\phi-\phi')} d\phi' = 2\pi j J_1(x) \sin \phi$$

ifadeleri yazılabilinir.

Yukarıdaki integraller gözönüne alınarak, ışıma integralinin ϕ' katı kolayca hesaplanabilinir. Böylece integral;

$$\Pi_{ex} = \int_{\theta'=-\theta_0}^{\theta_0} (-\pi) \sin 2\phi \sin\theta e^{jk\frac{2f}{1+\cos\theta'}(\cos\theta\cos\theta'-1)} J_2\left(\frac{2kf}{1+\cos\theta'}\sin\theta\sin\theta'\right) \frac{\sin^2\theta'}{(1+\cos\theta')^3} d\theta'$$

$$\Pi_{ey} = \int_{\theta'=-\theta_0}^{\theta_0} \left[(1+\cos\theta')^2 J_0\left(\frac{2kf}{1+\cos\theta'}\sin\theta\sin\theta'\right) + \sin^2\theta' \cos 2\phi J_2\left(\frac{2kf}{1+\cos\theta'}\sin\theta\sin\theta'\right)\right]$$

$$e^{jk\frac{2f}{1+\cos\theta'}(\cos\theta\cos\theta'-1)} \frac{\sin\theta'}{(1+\cos\theta')^3} d\theta'$$

$$\Pi_{ez} = \int_{\theta'=-\theta_0}^{\theta_0} \pi e^{jk\frac{2f}{1+\cos\theta'}(\cos\theta\cos\theta'-1)} 2\sin\phi j J_1\left(\frac{2kf}{1+\cos\theta'}\sin\theta\sin\theta'\right) \frac{\sin^2\theta'\cos\theta'}{(1+\cos\theta')^3} d\theta'$$

olmak üzere

$$\Pi_e \sim \frac{-\pi k f a^4 J_0(1{,}84) A(\theta_0)}{4\sqrt{2}\pi\omega\varepsilon} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[-\Pi_{ex}\vec{e}_x - \Pi_{ey}\vec{e}_y + \Pi_{ez}\vec{e}_z\right] \qquad 2.4$$

şeklinde yazılabilinir.

2.4 ifadesinde küresel koordinatlara geçilirse, elektrik Hertz vektörü;

$$\Pi_{er} \sim \Pi_{ex} \sin\theta \cos\phi + \Pi_{ey} \sin\theta \sin\phi - \Pi_{ez} \cos\theta$$

$$\Pi_{e\theta} \sim \Pi_{ex} \cos\theta \cos\phi + \Pi_{ey} \cos\theta \sin\phi + \Pi_{ez} \sin\theta \qquad 2.5$$

$$\Pi_{e\phi} \sim -\Pi_{ex} \sin\phi + \Pi_{ey} \cos\phi$$

şeklinde yazılabilinir. Elektrik alan bileşenleri ise

$$E_\theta = k^2 \Pi_{e\theta} = k^2 \left[\Pi_{ex} \cos\theta \cos\phi + \Pi_{ey} \cos\theta \sin\phi + \Pi_{ez} \sin\theta \right] \qquad 2.6$$

$$E_\phi = k^2 \Pi_{e\phi} = k^2 \left[-\Pi_{ex} \sin\phi + \Pi_{ey} \cos\phi \right]$$

olarak bulunabilinir. Π_{ex}, Π_{ey} ve Π_{ez} integrallerinin hesaplanıp, elektrik alan ifadelerinde yerine konması ile, alanın θ ve ϕ bilşenlerinin polar ışıma diagramları çizdirilebilinir.

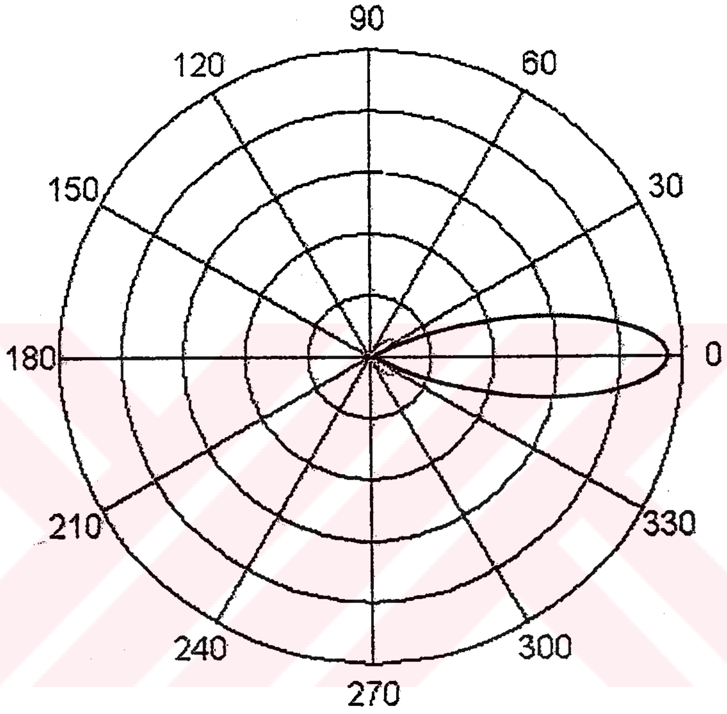
$\phi = 0$ düzleminde 2.5 ve 2.6 denklemlerinden görülebileceği gibi $E_\phi = k^2 \Pi_{ey}$ olmaktadır. İntegralin seri tanımı

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{N \to \infty} \sum_{n=1}^{N} f\left(a + n\frac{b-a}{N} \right) \cdot \frac{b-a}{N}$$

kullanılarak Π_{ey} seriye açılabilinir. Burada $a + n\frac{b-a}{N}$ ifadesi $-\theta_0 + \frac{2\theta_0 n}{N}$ olmaktadır. Böylece program yazımı

```
t=0:.01:2.*pi;

sum=0;

forn n=1:N;

a=-θ0 +(2.* θ0 .*n)./N;

b=((1+cos(a).^2).*besselj(0,abs(2.*k.*f.*sin(t).*sin(a)./(1+cos(a))));

c=(sin(a).^2).*besselj(2,abs(2.*.*f.*sin(t).*sin(a) ./(1+cos(a))));
```

```
d=exp( j.*k.*2.*(cos(t).*cos(a)-1) ./(1+cos(a)));

f=d.* [b+c].*sin(a)./((1+cos(a)).*^3);

sum = sum+f;

end;

polar(t,abs(f))
```



Şekil 2.2 Polar ışıma diyagramı

3. PARABOLOİDAL YÜZEYDEN YANSIYAN ALANIN AÇIKLIK YÖNTEMİ İLE HESAPLANMASI

Paraboloidal reflektörlerde, yüzeydeki sınır koşullarından faydalanılarak, bir açıklık düzleminde $\left(\vec{E}_a, \vec{H}_a\right)$ alanları bulunabilinir. Açıklık düzlemi olarak, parabolün odak noktasındaki, parabol eksenine dik doğrultuda olan düzlem seçilebilinir. Bu dairesel açıklıktaki $\left(\vec{E}_a, \vec{H}_a\right)$ alanları ele alınarak, magnetik ve elektrik Hertz vektörlerinin integral ifadeleri yardımı ile, ışıyan uzak alan bileşenleri bulunabilinir.

3.1 Işıma İntegralinin Hesaplanması

Dönel hiperboloidal yüzeyden yansıyan magnetik alan 1.2 denklemi ile verilmiştir. Elektrik alan bileşeni ise

$$\vec{a}_1 = \sin\theta \sin\phi \vec{e}_r + \cos\theta \sin\phi \vec{e}_\theta + \cos\phi \vec{e}_\phi$$

olmak üzere

$$\vec{E} = \frac{\omega\mu a^4 J_0(1{,}84)A(\theta_0)}{4j} \frac{e^{-jkr}}{r} \vec{a}_1 \qquad 3.1$$

eşitliği ile verilebilinir. Paraboloidal yüzeyden yansıyan alanların birim vektörlerini bulmak için, yüzey üzerindeki;

$$\vec{J}_s = 2\left(\vec{n} \times \vec{H}_1\right)\Big|_s = 2\left(\vec{n} \times \vec{H}_2\right)\Big|_s$$

sınır koşullarından yararlanılabilinir. Bu koşuldan,

$$\vec{n} \times \left[\vec{e}_{r'} \times \vec{a}_1\right] = \vec{n} \times \left[-\vec{e}_2 \times \vec{a}_2\right]$$

eşitliği elde edilebilinir. Bu eşitlikte $\vec{a}_2$, yansıyan elektrik alanın birim vektörüdür. $\vec{n}$ ise dönel paraboloidal yüzeyin dik birim vektörüdür.

$$\vec{n} = -\cos\frac{\theta'}{2}\vec{e}_{r'} + \sin\frac{\theta'}{2}\vec{e}_{\theta'}$$

ile verilebilinir.

2.1 eşitliğinde bilinenler yerine konup vektörel denklem çözülürse,

$$\vec{a}_2 = -\sin\phi' \vec{e}_\theta - \cos\phi' \vec{e}_\phi$$

olarak bulunabilinir. Sonuçta, odaktan geçen açıklık düzlemindeki elektrik alan için, yansıma noktasının açıklık yüzeyi üzerindeki bir noktaya uzaklığı $r' \cdot \cos\theta'$ olmak üzere şekil 2.1'den de görülebileceği üzere, r' yerine $r'(1+\cos\theta')$ konarak

$$\vec{E}_a \sim \frac{\omega\mu a^4 J_0(1{,}84)A(\theta_0)}{4j} \frac{e^{-jkr'(1+\cos\theta')}}{r'(1+\cos\theta')}\vec{a}_2$$

yazılabilinir. Aynı şekilde magnetik alanda,

$$\vec{H}_a \sim \frac{-ka^4 J_0(1{,}84)A(\theta_0)}{4j} \frac{e^{-jkr'(1+\cos\theta')}}{r'(1+\cos\theta')}\left(\sin\theta'\cos\phi'\vec{e}_r + \cos\theta'\cos\phi'\vec{e}_\theta - \cos\theta'\sin\phi'\vec{e}_\phi\right) \qquad 3.2$$

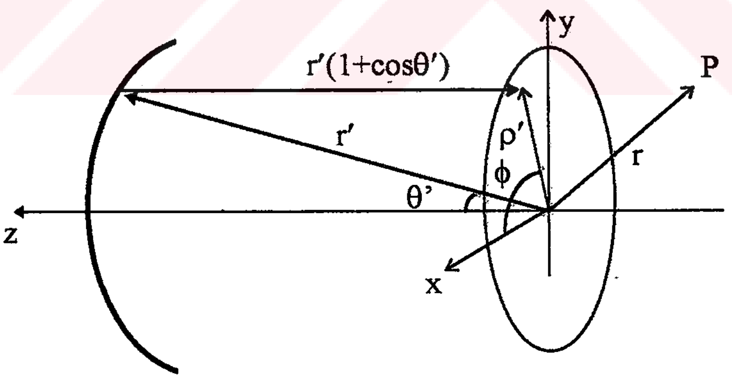
olarak bulunabilinir.

Dairesel açıklıktan ışıyan alanın elektrik ve magnetik Hertz vektörlerinin integral ifadeleri

$$\vec{\Pi}_e(\vec{r}) \sim \frac{1}{4\pi j\omega\varepsilon} \frac{e^{-jkr}}{r} \iint_{S_a} \left[\vec{n} \times \vec{H}_a(\vec{r}\,')\right]_{S'} e^{jkr'\cdot\vec{e}_r\cdot\vec{e}_{r'}} dS'$$

$$\vec{\Pi}_m(\vec{r}) \sim \frac{-1}{4\pi j\omega\mu} \frac{e^{-jkr}}{r} \iint_{S_a} \left[\vec{n} \times \vec{E}_a(\vec{r}\,')\right]_{S'} e^{jkr'\cdot\vec{e}_r\cdot\vec{e}_{r'}} dS'$$

şeklinde yazılabilinir. Faz terimindeki r' ifadesi Şekil 3.1'den görülebileceği üzere ρ''ye eşittir.



Şekil 3.1 Paraboloidal reflektörün odağındaki dairesel açıklık geometrisi

İntegrallerdeki vektörel çarpımlar yapılırsa

$$\vec{n} = -\vec{e}_z$$

olmak üzere

$$\vec{n}\times\vec{H}_a\Big|_{s'} \sim \frac{ka^4 J_0(1{,}84)A(\theta_0)}{4j}\frac{e^{-jk2f}}{2f}\left(\sin\theta'\cos\theta'\sin\phi'\vec{e}_r + \cos^2\theta'\sin\phi'\vec{e}_\theta + \cos\phi'\vec{e}_\phi\right)$$

$$\vec{n}\times\vec{E}_a\Big|_{s'} \sim \frac{-\omega\mu a^4 J_0(1{,}84)A(\theta_0)}{4j}\frac{e^{-jk2f}}{2f}\left(\sin\theta'\cos\phi'\vec{e}_r + \cos\theta'\cos\phi'\vec{e}_\theta - \cos\theta'\sin\phi'\vec{e}_\phi\right) \quad 3.3$$

ifadeleri elde edilebilinir. Burada r' yerine parabolün denklemi konulmuştur. Her nekadar S' alanı dairesel açıklık olsada, ρ' ve r' arasında

$$\rho' = r'\sin\theta'$$

gibi bir bağıntı vardır. Işıma integrallerinin faz terimi ise,

$$\vec{e}_r\cdot\vec{e}_{r'} = \sin\theta\cos(\phi-\phi')$$

olarak hesaplanabilinir. Dairesel açıklık yüzey elemanı ise

$$dS' = \rho' d\rho' d\phi'$$

şeklinde yazılabilinir. İntegral ρ' ve ϕ' 'ne göre hesap edileceğinden, θ' de ρ' cinsinden

$$\sin\theta' = \frac{8f\rho'^2}{\rho'^2 + 16f^2}$$

$$\cos\theta' = \frac{16f^2 - \rho'^2}{\rho'^2 + 16f^2}$$

ifade edilebilinir.

Işıma integralinde Lorentz koşulunun sağlanması için, küresel koordinatlardan, kartezyen koordinatlara geçilmelidir. Neticede, integraller

$$\vec{\Pi}_e \sim \frac{ka^4 J_0(1{,}84)A(\theta_0)}{32\pi\omega\varepsilon}\frac{e^{-jk2f}}{2f}\frac{e^{-jkr}}{r}\int_{\rho'=0}^{a}\int_{\phi'=0}^{2\pi}\left[\vec{e}_x\sin\phi'\cos\phi' 2\rho'^2 - \vec{e}_y\left[16f^2 + \rho'^2\cos 2\phi'\right]\right]$$

$$e^{jk\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi')}\frac{\rho'}{\rho'^2+16f^2}d\rho' d\phi' \quad 3.4$$

$$\vec{\Pi}_m \sim \frac{-a^4 J_0(1{,}84)A(\theta_0)}{32\pi}\frac{e^{-jk2f}}{2f}\frac{e^{-jkr}}{r}\int_{\rho'=0}^{a}\int_{\phi'=0}^{2\pi}\left[\vec{e}_x\left[16f^2+\rho'^2\cos 2\phi'\right]+\vec{e}_y 2\sin\phi'\cos\phi'\rho'^2\right]$$

$$e^{jk\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi')}\frac{\rho'}{\rho'^2+16f^2}d\rho' d\phi'$$

olarak yazılabilinir. Işıma integrallerinin ϕ' katları

$$\int_0^{2\pi}\sin 2\phi' e^{jkx\cos(\phi-\phi')}d\phi' = -2\pi J_2(x)\sin 2\phi$$

$$\int_0^{2\pi}\cos 2\phi' e^{jkx\cos(\phi-\phi')}d\phi' = -2\pi J_2(x)\cos 2\phi$$

integralleri kullanılarak hesap edilebilinir. Böylece

$$L_{ex} = -\int_{\rho'=0}^{a}\frac{\rho'^3\cdot 2\pi}{16f^2+\rho'^2}J_2(k\rho'\sin\theta)\sin 2\phi d\rho'$$

$$L_{ey} = \int_{\rho'=0}^{a}\left[16f^2 J_0(k\rho'\sin\theta)2\pi - 2\pi J_2(k\rho'\sin\theta)\rho'^2\cos 2\phi\right]$$

$$\frac{\rho'}{\rho'^2+16f^2}d\rho'$$

$$L_{mx} = \int_{\rho'=0}^{a}\left[16f^2 2\pi J_0(k\rho'\sin\theta) - 2\pi J_2(k\rho'\sin\theta)\rho'^2\cos 2\phi\right] \qquad 3.5$$

$$\frac{\rho'}{\rho'^2+16f^2}d\rho'$$

$$L_{my} = -\int_{\rho'=0}^{a}\frac{2\pi\cdot\rho'^3}{16f^2+\rho'^2}J_2(k\rho'\sin\theta)\sin 2\phi d\rho'$$

olmak üzere

$$\vec{\Pi}_e \sim \frac{ka^4 J_0(1{,}84)A(\theta_0)}{32\pi\omega\varepsilon}\frac{e^{-jk2f}}{2f}\frac{e^{-jkr}}{r}\left[L_{ex}\vec{e}_x - L_{ey}\vec{e}_y\right] \tag{3.6}$$

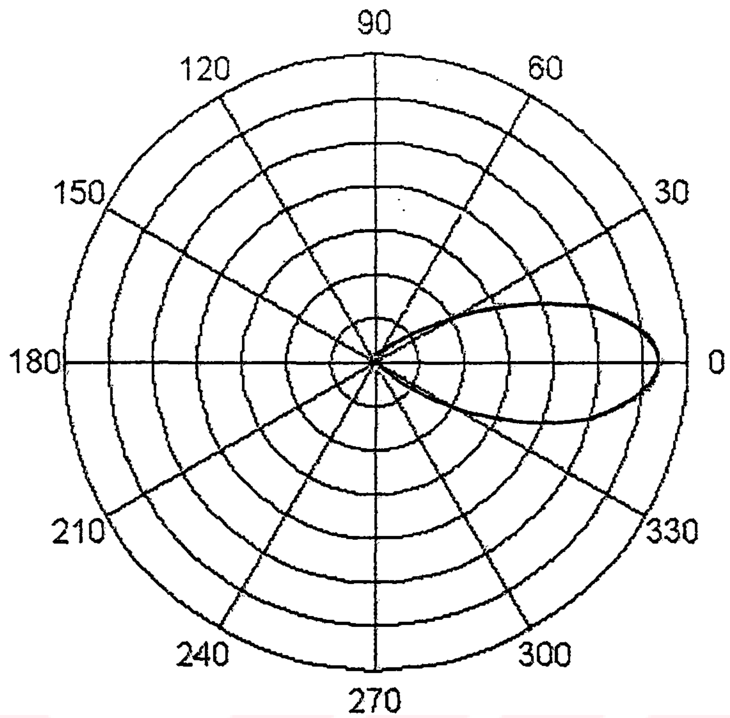
$$\vec{\Pi}_m \sim \frac{-a^4 J_0(1{,}84)A(\theta_0)}{32\pi}\frac{e^{-jk2f}}{2f}\frac{e^{-jkr}}{r}\left[L_{mx}\vec{e}_x + L_{my}\vec{e}_y\right]$$

şeklinde yazılabilinir.

$\phi = 0$ düzleminde E_ϕ alan bileşeni $E_\phi = k^2\Pi_{e\phi} - k^2 Z_0 \Pi_{m\theta}$'ya eşit olur. Buna göre ışıma integrali seriye açılabilinir. Program yazımı

```
t=0:.01:2.*pi;

N=1000;

sum=0;

forn n=1:N;

a = n.*a./N;

b = 16.*(f.^2).* besselj(0,abs(k.*a.*f.*sin(t))- (a.^2).*
        besselj(2,abs(k.*a.*f.*sin(t));

c = a./((4.*f.^2)+(a.^2));

f=b.* c.*(1-2c.c(t));

sum = sum+f;

end;

polar(t,abs(f))
```

şeklinde ifade edilebilinir.



Şekil 3.2 Polar ışıma diyagramı

Kartezyen koordinatlardan, küresel koordinatlara geçilirse, elektrik ve magnetik Hertz vektörleri;

$$\Pi_{e\theta} = \Pi_{ex} \cos\theta \cos\phi + \Pi_{ey} \cos\theta \sin\phi$$

$$\Pi_{e\phi} = -\Pi_{ex} \sin\phi + \Pi_{ey} \cos\phi \qquad 3.7$$

$$\Pi_{m\theta} = \Pi_{mx} \cos\theta \cos\phi + \Pi_{my} \cos\theta \sin\phi$$

$$\Pi_{m\phi} = -\Pi_{mx} \sin\phi + \Pi_{my} \cos\phi$$

olarak ifade edilebilinir. Buradan elektrik alan bileşenleri

$$E_\theta = k^2\Pi_{e\theta} + k^2 Z_0 \Pi_{m\phi}$$

$$E_\phi = k^2\Pi_{e\phi} - k^2 Z_0 \Pi_{m\theta} \qquad 3.8$$

denklemleri kullanılarak elde edilebilinir.

Sonuçlardan görülebileceği gibi, açıklık yöntemi ile, yüzey akımı dağılımı metodundan daha sade ifadeleri elde edilmiştir. Buna rağmen ışıma integralleri aynı formdadır. Bu integraller bilgisayar yardımı ile hesaplanabilir ve bulunacak alan ifadeleri polar koordinatlarda çizilebilir.

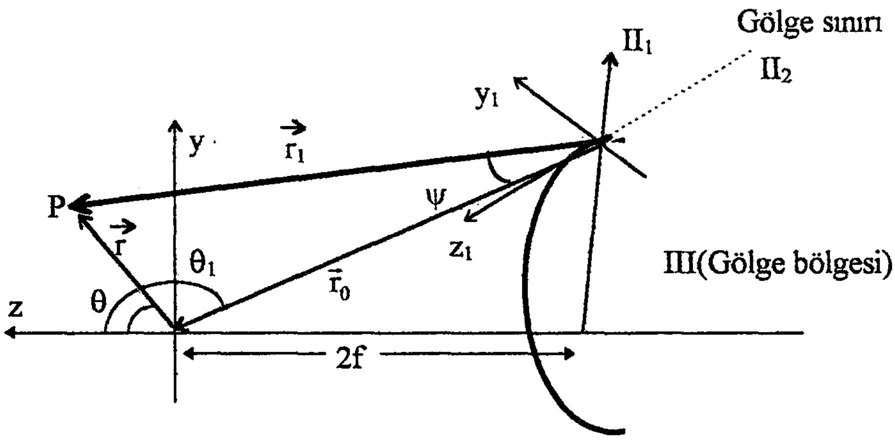
4. ODAKTAN BESLEMELİ DIŞBÜKEY HİPERBOLOİDAL YÜZEYDE KÖŞE KIRINIMLARI

İkinci bölümde odaktaki dairesel kesitli transmisyon borusunun açık ağızı ile beslenen hiperboloidal yüzeyden yansıyan alan yüzey akımı dağılımı yöntemi ile hesap edilmişti. Hiperbolik yüzeyin açıklığını belirleyen θ_0 açısı keyfi alınmış, burada oluçacak olan köşe kırınımları gözönüne alınmamamıştı. Fakat gerçekte, tam $\theta = \theta_0$ koordinatlı köşe noktasına gelen ışın, burada bir köşe kırınımına uğrar ve hiperboloidal yüzeyden yansıyan alanın değerlendirilmesi yapılırken, bu noktada ki köşe kırınımınında hesaba katılması gereklidir. Böylece anten tasarımı yapılırken, besleme seçiminde ve reflektörün hangi noktalardan kesileceği hesaplanırken, optimum bir sonuca erişebilmek için bu noktalardan faydalanılır.

Köşe kırınımı hesabı yapılırken, o noktaya gelen ışın, kaynak alanından yararlanılarak bulunabilinir. Burada faz terimi hesap edilirken Poisson integral dönüşümü kullanılabilir. Daha sonra, odak ve kırınım koordinatları biribirine dönüştürülür. Kırınım noktası ve hiperboloidal yüzey, yarı sonsuz düzlemmiş gibi düşünülerek, Winer-Hoppf tekniği ile kırınan alan hesaplanabilir.

4.1 Hiperboloidal Reflektörde Köşe Kırınımlarının Hesabı

Dönel hiperboloidal reflektörlerde köie kırınımına, hiperboloidalin (r_0, θ_0) koordinatlı köşesine gelen tek bir ışın sebep olur.



Şekil 4.1 Hiperboloidal reflektörde köşe kırınımlarına ait koordinat sistemleri

İşlemlerde kolaylık sağlamak amacı ile, şekil 4.1'de gösterilen (x,y,z) koordinat sisteminden, (x_1, y_1, z_1) koordinat sistemine geçmek gerekmektedir. İki sistem arasınmdaki dönüşüm matrisi

$$\underset{\sim}{T} = \begin{bmatrix} \sin\theta_d & \cos\theta_d \\ -\cos\theta_d & \sin\theta_d \end{bmatrix}$$

ve

$$\underset{\sim yz}{\vec{e}} = \underset{\sim}{T} \cdot \underset{\sim y_1 z_1}{\vec{e}}$$

ile verilebilinir.

Besleme olarak dairesel kesitli transmisyon borusunun açık ağızı kullanılırsa, ışıyan uzak alanın elektrik bileşeni için

$$E_\theta = \frac{a^4 \omega\mu}{2(1{,}84)^2} \frac{e^{-jkr}}{r} J_0(1{,}84) \sin\phi \frac{J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} (\beta\cos\theta + k)$$

$$E_\phi = -\frac{a^4 \omega\mu}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2 - (ka\sin\theta)^2\right]} \cos\phi J_1'(ka\sin\theta)\ (\beta + k\cos\theta) \qquad 4.1$$

yazılabilinir. Hiperboloidal dönel olduğu için ϕ''ye göre simetriktir. Bu özelliğe göre tek bir köşedeki kırınımı bulmak yeterli olur. $\theta = \theta_1$ ve $\phi = \frac{\pi}{2}$ koordinatlı köşe seçilebilinir. Böylece elektrik alanın ϕ bileşeni sıfır olacaktır. Koordinat dönüşüm matrisi kullanılarak

$$\vec{e_\theta} = \cos(\theta_1 - \theta_d)\vec{e_{y_1}} - \sin(\theta_1 - \theta_d)\vec{e_{z_1}}$$

bulunabilinir. Şekil 4.1'deki geometri kullanılarak

$$\vec{r_1} = r_0\,\vec{e_{r_0}} - r\,\vec{e_r}$$

vektörel eşitliği yazılabilinir. Birim vektörler için

$$\vec{e}_{r_0} = \sin\theta_1 \vec{e}_y + \cos\theta_1 \vec{e}_z$$

$$\|r\| = \sqrt{r_1^2 + r_0^2 - 2r_1 r_0 \cos\psi}$$

eşitlikleri kullanılarak 4.1 ile verilen elektrik alan bileşenindeki küresel dalga faktörü

$$\frac{e^{-jkr}}{r} = \frac{e^{-jk\sqrt{r_1^2+r_0^2-2r_0r_1\cos\psi}}}{\sqrt{r_1^2 + r_0^2 - 2r_0 r_1 \cos\psi}} = -j\sum_{n=-\infty}^{\infty}(2n+1)\,j_n(kr_1)\,h_n^{(2)}(kr_0)\,P_n(\cos\psi) \qquad 4.2$$

yazılabilinir. Küresel Bessel ve Hankel fonksiyonları, Hankel ve Bessel fonksiyonları cinsinden ifade edilebilinir. Bessel fonksiyonu yerine yaklaşık olarak birinci nevi Hankel fonksiyonu yazılabilinir. Böylece küresel koordinatlar sisteminde Poisson İntegral Dönüşümü, Hankel fonksiyonlarının Debye asimptotik açılımı kullanılarak

$$\frac{e^{-jkr}}{r} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_C \upsilon \frac{e^{j\left[\left[(kr_1)^2-\upsilon^2\right]^{1/2}-\upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_1}\right)-\left[(kr_0)^2-\upsilon^2\right]^{1/2}+\upsilon\cos^{-1}\left(\frac{\upsilon}{kr_0}\right)-\upsilon\psi-\frac{\pi}{4}\right]}}{\sqrt{\upsilon\sin\psi}\left[(kr_1)^2-\upsilon^2\right]^{1/4}\left[(kr_0)^2-\upsilon^2\right]^{1/4}}\,d\upsilon \qquad 4.3$$

şeklinde ifade edilebilinir. Birinci bölümün üçüncü kısmında 3.13 ile verilen faz fonksiyonunun birinci türevi alınarak elde edilen

$$\upsilon_s = kr_1\sin(\alpha - \beta) = kr_0\sin(\alpha - \beta_0)$$

dönüşümleri ile 4.3 integrali

$$G(\alpha)=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\frac{kr_k\sin(\alpha-\beta_0)}{\sin(\beta_0-\beta)}}e^{-jk(z_k\cos\alpha+y_k\sin\alpha)}$$

olmak üzere

$$\frac{e^{-jkr}}{r}\sim\int_{-\infty}^{\infty}G(\alpha)e^{jk(z_1\cos\alpha+y_1\sin\alpha)}d\alpha \qquad 4.4$$

şeklinde ifade edilebilinir (Ek 2). Böylece 4.1 ile verilen magnetik alan bileşeni küresel dalgaların spektrum integrali olarak

$$E_\theta=\frac{ja^4\omega\mu}{2(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr_0}}{r_0}J_0(1{,}84)\frac{J_1(ka\sin\theta_1)}{ka\sin\theta_1}(\beta\cos\theta_1+k)$$

olmak üzere

$$\vec{E}=E_\theta\left[\cos(\theta_1-\theta_d)\vec{e}_{y_1}-\sin(\theta_1-\theta_d)\vec{e}_{z_1}\right]\int_{-\infty}^{\infty}G(\alpha)e^{jk(z_1\cos\alpha+y_1\sin\alpha)}d\alpha$$

şeklinde ifade edilebilinir. Maxwell-Faraday aksiyom denkleminden magnetik alan

$$\vec{H}=\vec{e}_{x_1}E_\theta\int_{-\infty}^{\infty}G(\alpha)e^{jk(z_1\cos\alpha+y_1\sin\alpha)}\sin(\alpha+\theta_1-\theta_d)d\alpha \qquad 4.5$$

olarak yazılabilinir.

Yarı sonsuz düzlemde sınır koşulları için

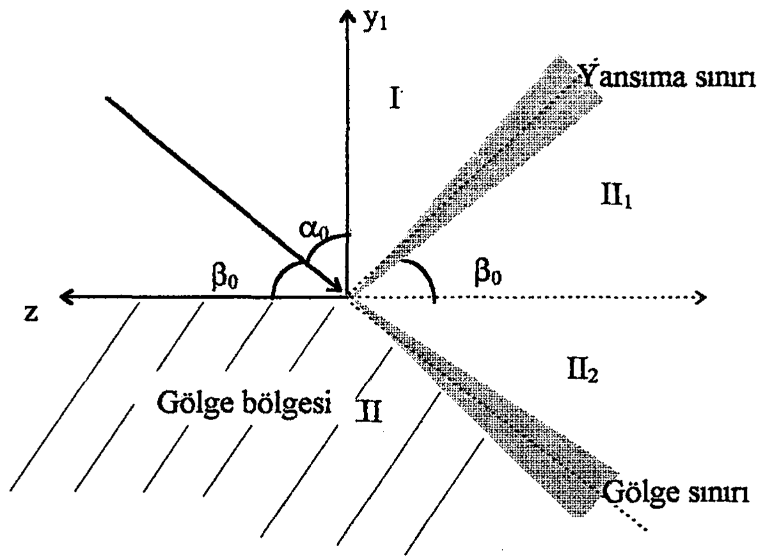
$$\frac{\partial u(z,+0)}{\partial y}-\frac{\partial u(z,-0)}{\partial y}=0 \qquad z>0$$

$$\frac{\partial u(0,z)}{\partial y}-\frac{\partial u_i(0,z)}{\partial y}=0 \qquad z>0 \qquad 4.6$$

$$u(+0,z)-u(-0,z)=\vec{J}_s(z) \qquad z>0$$

yazılabilinir. Reflektörün köşesinde Helmholtz denklemi geçerlidir.

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0$$



Şekil 4.2 Kırınım geometrisi

$$u(r,\theta) = \frac{1}{2}e^{-jkr\sin(\theta-\alpha_0)} - \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}\cos\alpha_0 \sin\theta}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\sin\alpha_0}\sqrt{1-\cos\theta}\left(\cos\theta+\sin\alpha_0\right)}\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{kr}} \qquad 4.7$$

ifadesi bulunabilinir. Burada birinci terin yansıyan alanı, ikinci terin ise saçılan alanı vermektedir.

İkinci bölgede, 1.7'nin ilk denklemi II_1 ve ikinci denklemi de II_2 bölgesi için kullanılabilinir. Bölgesinde kutup olmadığından, sadece semer noktasında en dik inişli integrasyon çevresi hesabı yapılır. II_2 bölgesinde ise buna ilaveten $\frac{3\pi}{2} - \alpha_0$ noktasındaki kutupta hesaba katılabilinir. Bu bölgeler için

$$\alpha_0 + \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$$

$$u(r,\theta) \sim -\frac{e^{j\frac{\pi}{4}}\cos\alpha_0 \sin\theta}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\sin\alpha_0}\sqrt{1-\cos\theta}\left(\cos\theta+\sin\alpha_0\right)}\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{kr}}$$

ve

$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} - \alpha_0$ için

$$u(r,\theta) \sim \frac{1}{2} e^{-jkr\cos(\theta-\alpha_0)} + \frac{e^{j\frac{\pi}{4}} \cos\alpha_0 \sin\theta}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\sin\alpha_0}\sqrt{1-\cos\theta}(\cos\theta+\sin\alpha_0)} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{kr}}$$

ifadeleri elde edilebilinir. Üçüncü bölgede ise sadece semer noktasında integral hesabı yapılabilinir. Böylece

$$u(r,\theta) \sim \frac{e^{j\frac{\pi}{4}} \cos\alpha_0 \sin\theta}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\sin\alpha_0}\sqrt{1-\cos\theta}(\cos\theta+\sin\alpha_0)} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{kr}}$$

ifadesi yazılabilinir.

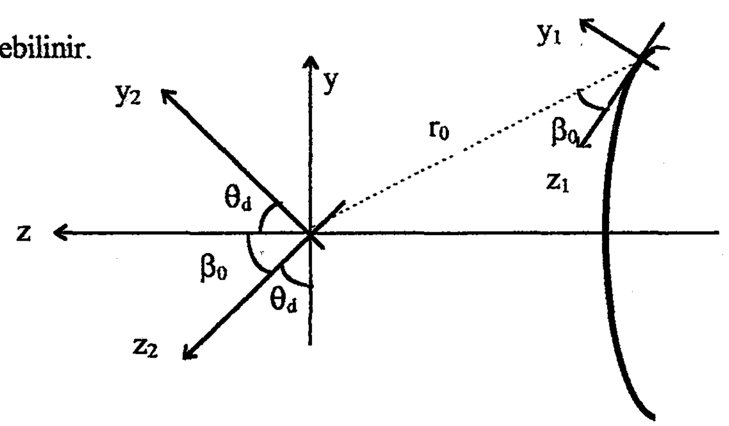
Burada kırınım katsayısı

$$D(\theta) = \frac{\sqrt{1+\sin\alpha_0}\sqrt{1+\cos\theta}}{\cos\theta+\sin\alpha_0}$$

denklemi ile verilebilinir. $\beta_0 = \frac{\pi}{2} - \alpha_0$ ifadesi denklemde yerine konup, gerekli trigonometrik özdeşlikler kullanılırsa,

$$D(\theta) = \frac{1}{\cos\left(\frac{\theta+\beta_0}{2}\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\theta-\beta_0}{2}\right)}$$

eşitliği elde edilebilinir.



Şekil 4.3 Dönel Hiperboloidal yüzeyin köşe kırınımı geometrisi

Kırınım katsayısında θ yerine β yazılırsa

$$D(\beta) = e^{j\frac{\pi}{4}}\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\beta+\beta_0}{2}\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\beta-\beta_0}{2}\right)}\right] \qquad 4.8$$

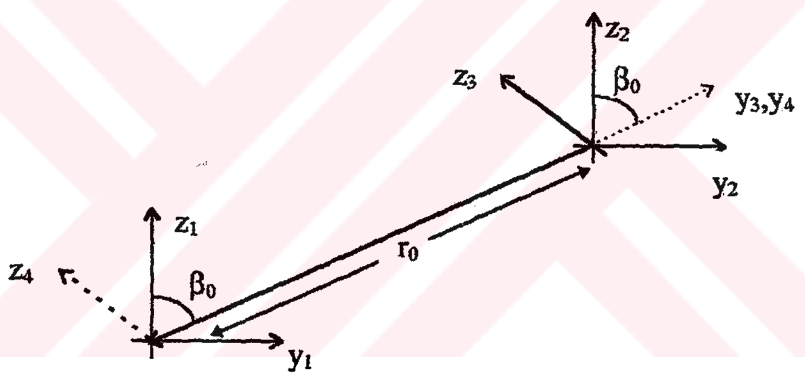
ifadesi bulunabilinir.

Şekil 4.3 deki geometri kullanılarak

$$y_2 = y\sin\theta_d + z\cos\theta_d$$

$$z_2 = -y\cos\theta_d + z\sin\theta_d \qquad 4.9$$

ifadeleri elde edilebilinir.



Şekil 4.4 Eksenlerin Ötelenmesi

(y_2, z_2) ve (y_3, z_3) koordinat sistemleri arasında

$$y_3 = y_2\cos\beta_0 - z_2\sin\beta_0$$

$$z_3 = y_2\sin\beta_0 + z_2\cos\beta_0 \qquad 4.10$$

bağıntıları Şekil 4.4'ten yazılabilinir. (y_1, z_1) ve (y_4, z_4) koordinatları arasında

$$y_4 = y_2\cos\beta_0 - z_2\sin\beta_0$$

$$z_4 = y_2\sin\beta_0 + z_2\cos\beta_0 + r_0 \qquad 4.11$$

eşitlikleri elde edilebilinir. (y_3, z_3), (y_4, z_4) ün r_0 kadar ötelenmiş bir ifadesidir. Buna göre

$$y_3 = y_4$$

$$z_3 = y_4 - r_0$$

bağıntıları yazılabilinir. Bu denklemler birleştirilirse

$$y_1 = y_2 + r_0 \sin\beta_0$$

$$z_1 = z_2 + r_0 \cos\beta_0$$

denklemleri bulunabilinir. Bu denklemler ve 4.11 birleştirilirse

$$y_1 = y\sin\theta_d + z\cos\theta_d + r_0 \sin\beta_0$$

$$z_1 = -y\cos\theta_d + z\sin\theta_d + r_0 \cos\beta_0 \qquad 4.12$$

ifadeleri elde edilebilinir. Küresel koordinatlara geçilirse

$$r_1 \sin\theta_1 = r\cos(\theta - \theta_d) + r_0 \sin\beta_0$$

$$r_1 \cos\theta_1 = -r\sin(\theta - \theta_d) + r_0 \cos\beta_0 \qquad 4.13$$

denklemleri yazılabilinir. Böylece β açısı

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{r\cos(\theta - \theta_d) + r_0 \sin\beta_0}{-r\sin(\theta - \theta_d) + r_0 \cos\beta_0}\right)$$

şeklinde bulunabilinir. Bu ifade difraksiyon katsayısında yerine konursa

$$D(\theta)=e^{j\frac{\pi}{4}}\left\{\frac{1}{\cos\left[\dfrac{\operatorname{Arctg}\left(\dfrac{r\cos(\theta-\theta_d)+r_0\sin\beta_0}{-r\sin(\theta-\theta_d)+r_0\cos\beta_0}\right)+\beta_0}{2}\right]}+\frac{1}{\cos\left[\dfrac{\operatorname{Arctg}\left(\dfrac{r\cos(\theta-\theta_d)+r_0\sin\beta_0}{-r\sin(\theta-\theta_d)+r_0\cos\beta_0}\right)-\beta_0}{2}\right]}\right\}$$

elde edilebilinir. Neticede alan ifadesi

$$U(r,\theta)=BD(\theta)\frac{e^{jkr_1}}{\sqrt{kr_1}} \qquad 4.14$$

olarak yazılabilinir.

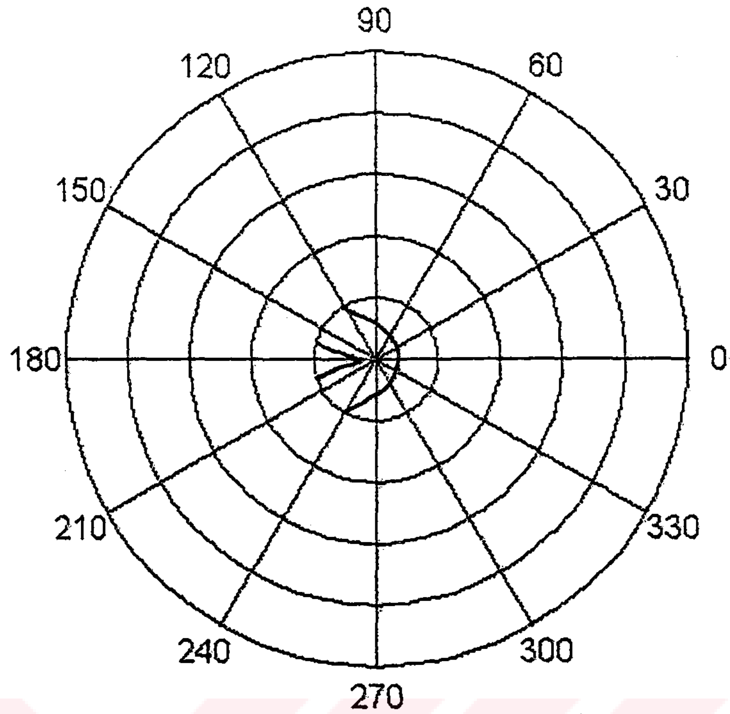
Uzak alanda, köşe koordinatının açısı yaklaşık olarak $-(\theta-\theta_d)$'ye eşittir. Burada kırınım katsayısı

$$D(\theta)\sim e^{j\frac{\pi}{4}}\left[\frac{1}{\cos\left(\dfrac{\theta-\theta_d-\beta_0}{2}\right)}+\frac{1}{\cos\left(\dfrac{\theta-\theta_d+\beta_0}{2}\right)}\right] \qquad 4.15$$

şeklinde ytazılabilinir. MATLAB simülasyonu için kırınım katsayısı normalize edilerek mutlak değeri alınabilinir. Böylece program yazılımı

```
t=0:.01:2.*pi;
a = cos((t-θd-βC)./2);
b = cos((t-θd+βC)./2);
polar(t,abs((1/a)+(1/b)));
```

şeklinde ifade edilebilinir.



Şekil 4.5 Polar ışıma diagramı

Kırınım katsayısının uniform bir ifadesi

$$D(\theta) \sim F\left[\sqrt{2kr}\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d-\beta_0}{2}\right)\right] + \mathrm{sgn}\left[\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d-\beta_0}{2}\right)\right]$$

$$F\left[\sqrt{2kr}\cos\left(\frac{-\theta-\theta_d-\beta_0}{2}\right)\right] \qquad 4.16$$

ile verilebilinir. Bu ifade yansıma ve gölge sınırlarında sonludur.

5. SONUÇ

Cassegrain beslemeli reflektör antende, TE_{11} modunda uyarılmış olan dairesel kesitli transmisyon borusunun bulunduğu ana reflektördeki koordinat sistemi, parabolün odağına taşınmıştır. Transmisyon borusundan ışıyan alanın genliğine koordinat dönüşümü yapılmış, fazında ise Poisson Integral dönüşümü uygulanmıştır. Hiperbolden yansıyan alan yüzey akımı dağılımı yöntemi ile bulunmuş ve magnetik alanın ϕ bileşeninin $|\cos\theta|$ şeklinde bir ana kulak verdiği görülmüştür.

Ana reflektörden yansıyan alanın hesabında yüzey akımı dağılımı ve açıklık yöntemleri kullanılmış, neticede yansıyan alanın her iki metod içinde tek bir ana kulak verdiği görülmüştür.

Hiperboloid reflektörün köşesindeki kırınan alan hesaplanmış ve polar ışıma diagramı çizdirilmiştir. Ana reflektörün köşesindeki kırınan alan ise ihmal edilmiştir.

TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Reflektör anten sistemlerinde, besleme olarak dairesel kesitli trasmisyon borusu kullanılabilinir. Bu transmisyon borusu TE_{11} modunda uyarılmış ve dairesel açıklığından ışıyan uzak alan hesaplanmıştır. Bu alanın ifadesi, birinci derece Bessel fonksiyonları cinsinden elde edilmiştir. Elektrik alanın ϕ bileşeninin polar koordinatlardaki ışıma diyagramı hiçbir yan kulağa sahip değildir. θ bileşeninde bir çift yan kulak bulunmaktadır. Bu kulakların şiddeti, dairesel açıklığın yarıçapı a, dalga boyunun yanında büyük seçilerek, azaltılabilinir. Işıyan ana kulağın demet genişliği

$$J_1(ka\sin\theta_d) = 0 \qquad 1.1$$

denkleminden yararlanılarak ve birinci derece Bessel fonksiyonunun ilk sıfırının 1,84 olduğu göz önüne alınarak

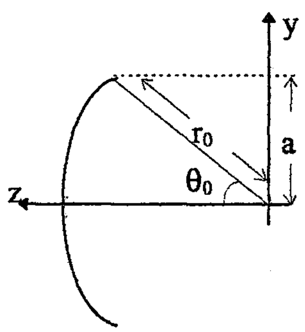
$$\theta_d = \arcsin\frac{1{,}84}{ka} \qquad 1.2$$

eşitliği ile hesap edilebilinir. Bu denklemden, dairesel açıklığın yarıçapı a'nın arttırıldığı zaman, demet genişliğinin azalacağı görülebilinir. Transmisyon borusu koordinat sisteminin orijininin dışına çıkarılırsa, uzak alan ifadesinde koordinat dönüşümü yapılması gerekmektedir. Elde edilen ifade polar koordinatlarda $r = r(r,\theta)$ cinsinden kapalı bir denklem olduğundan, ışıma diyagramı çizdirilememiştir. Faz teriminde ise Poisson İntegral Dönüşümü kullanılmış ve faz fonksiyonu $e^{jkr_0\sin(\theta-\theta_0)}$ şeklinde öteleme ve dönme terimleri cinsinden ifade edilebilmiştir.

Transmisyon borusu, offset beslemede, ilk olarak paraboloidal reflektörün odağında döndürülmüştür. Dönme, ya beslemenin alan fonksiyonunda, yada reflektörün denkleminde koodinat dönüşümü olarak ifade edilebilinir. y-z düzleminde dönme yapıldığı için koodrdinat dönüşümünde ϕ'ye göre simetri bozulmuştur. Bu nedenle denklemler düzlemde yazılmış ve transmiyon borusu çizgisel kaynak gibi düşünülmüştür. Reflektörden yansıma da düzlemde olacağından, ışıma integrali hesaplanırken ϕ' katında Delta-Dirac distribüsyonu kullanılmıştır. Paraboloidal yüzeyden yansıyan alan elde edilebilmiş ve polar koordinatlarda ışıma diagramı çizdirilmiştir. Uzak alan hesaplanmış olduğundan, polar koordinatlarda ana kulak $\theta = \pi$ yönünde ve z ekseni ile çakışıktır.

Besleme olarak kullanılan dairesel kesitli transmisyon borusu, paraboloidal reflektörün odağının dışına çıkarılırsa, ışıma diagramı şeklini koruyacaktır. Paraboloidal yüzey beslemenin uzak alanında bulunduğu için koordinat dönüşümlerinde $\|\bar{r}_0\|$ öteleme miktarı, $\|\bar{r}\|$ yer vektörü şiddetinin yanında ihmal edilebilinir. Reflektörden yansıyan alan kapalı integral biçininde elde edilebilinir ve seriye açılarak polar koordinatlarda çizdirilebilinir. Sonuçta elde edilen ışıma diagramı yansıma teoreminin gerçeklemekte ve ana kulak beklendiği gibi z ekseni ile açı yapmaktadır. Öteleme, ışıma integralinin faz terimine $e^{jkr_0 \sin(\theta-\theta_0)}$ şeklinde girmektedir.

Cassegrain beslemeli antende hiperboloidal yüzeyden yansıyan alana iki ayrı yöntemle hesaplanmış ve ışıma integralleri tek katlı olarak elde edilmiştir. Bu ışıma integralleri doğrudan hesap edilememektedir. Ancak uygun serilere açılarak, nümerik metodlar ile çizdirilmiş ve yansıma teoremine uydukları görülmüştür. Işıma diagramları Şekil 1.1'deki a, θ_0 ve r_0'a bağlı olarak farklı biçimlerde elde edilebilinir.



Şekil 1.1 Ana reflektör olan paraboloidal reflektörün tasarım parametreleri

Paraboloidal reflektörün denklemi kullanılarak

$$r_0 = \frac{2f}{1+\cos\theta_0} \quad \text{ve} \quad a = r_0 \cdot \sin\theta_0 \qquad 1.3$$

yazılabilinir. Işıma integralleri ve 1.3 denklemleri kullanılarak Cassegrain anten tasarımı yapılabilinir.

Köşe kırınımları hesap edilirken, hiperboloidal ve paraboloidal yüzeylerin köşeleri yarı sonsuz düzlem gibi düşünülebilinir. Bu köşe noktasına gelen ışın, kaynak alanında, köşe koordinatları kullanılarak ifade edilebilinir. Köşe kırınımı terimi yansıma ve gölge sınırlarında sonsuz büyük değerler almaktadır. Bu sebeple kırınımın uniform ifadesi hesaplanmış ve Fresnel İntegrali şeklinde bulunmuştur. Uzak alan için, köşe kırınımındaki öteleme terimi ihmal edilmekte ve odaktaki koordinat sistemi için sadece dönme sözkonusu olnaktadır. Köşe kırınımı terimi reflektörden ışıyan alana yan kulak olarak etki etmektedir.

Sonuçta yüzey akımı dağılımı ve açıklık yöntemleri ile bulunan ışıma integrallerinin yansıma teoremine uyduğu görülmüştür.

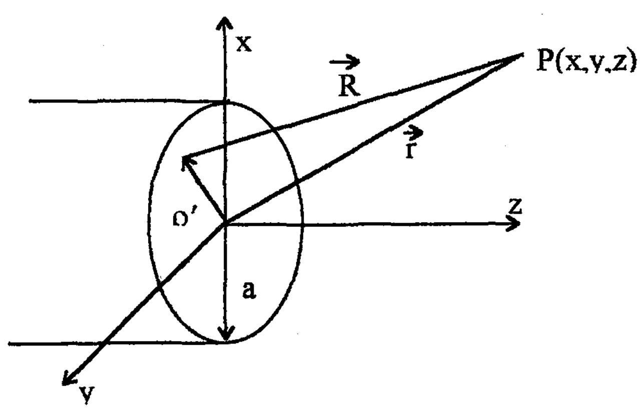
EKLERİ

EK 1. DAİRESEL KESİTLİ TRANSMİSYON BORUSUNUN AĞZINDAN IŞIYAN ALAN

Dairesel kesitli ve kayıpsız bir transmisyon borusu, TE_{11} modunda uyarıldığı zaman, içinde oluşan elektrik ve magnetik alan bileşenleri

$$\begin{aligned}
E_\rho &= \frac{j\omega\gamma}{(1{,}84)^2}\cdot\frac{a^2}{\rho}\cdot J_1\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)\cdot\sin\phi\cdot e^{-j\beta z}\\
E_\phi &= \frac{j\omega\gamma a^2}{(1{,}84)^2}\cdot\frac{dJ_1\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)}{d\rho}\cdot\cos\phi\cdot e^{-j\beta z}\\
E_z &= 0\\
H_\rho &= -\frac{j\beta a^2}{(1{,}84)^2}\cdot\frac{dJ_1\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)}{d\rho}\cdot\cos\phi\cdot e^{-j\beta z}\\
H_\phi &= \frac{j\beta}{(1{,}84)^2}\cdot\frac{a^2}{\rho}\cdot J_1\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)\cdot\sin\phi\cdot e^{-j\beta z}\\
H_z &= J_1\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)\cdot\cos\phi\cdot e^{-j\beta z}
\end{aligned} \tag{1.1}$$

şeklinde bulunabilinir. [6]



Şekil 1.1 Dairesel Kesitli Transmisyon Borusu Geometrisi

Koordinat eksenleri Şekil 1.1'deki gibi alınarak z = 0'da transmisyon borusunun açıklığındaki alanın teğetsel bileşenleri;

$$\vec{H}_a = \frac{j\beta a^2}{(1,84)^2}\cdot\left[\frac{dJ_1\left(\frac{1,84}{a}\cdot\rho\right)}{d\rho}\cdot\cos\phi\cdot\vec{e}_\rho - \frac{J_1\left(\frac{1,84}{a}\cdot\rho\right)}{\rho}\cdot\sin\phi\cdot\vec{e}_\phi\right]$$

$$\vec{E}_a = \frac{j\beta\gamma a^2}{(1,84)^2}\cdot\left[\frac{J_1\left(\frac{1,84}{a}\cdot\rho\right)}{\rho}\cdot\sin\phi\cdot\vec{e}_\rho + \frac{dJ_1\left(\frac{1,84}{a}\cdot\rho\right)}{d\rho}\cdot\cos\phi\cdot\vec{e}_\phi\right] \qquad 1.2$$

denklemleri ile verilebilinir. Bu açıklıktaki alan ifadeleri bilindiğine göre, buradan ışıyan alan, elektrik ve manyetik Hertz vektörlerinin integral ifadeleri kullanılarak hesaplanabilinir. Bu amaçla Şekil 1.1'deki geometriden yararlanılabilinir. Kaynak bölgesi transmisyon borusunun dairesel açıklığı olduğundan, integraller ρ've ϕ''ye göre alınacaktır. Ayrıca, Hertz vektörlerine ait skaler Helmotz denklemleri, kartezyen koordinatlarda geçerli olduğundan, Hertz vektörünün $\vec{e}_\rho$ ve $\vec{e}_\phi$ bileşenleri skaler Helmotz denklemini sağlamaz. Bu nedenle Hertz vektörlerinin integral ifadeleri kartezyen koordinatlarda olmalıdırlar.

$$\vec{e}_\rho = \cos\phi.\vec{e}_x + \sin\phi.\vec{e}_y$$

$$\vec{e}_\phi = -\sin\phi.\vec{e}_x + \cos\phi.\vec{e}_y$$

birim vektör dönüşüm formülleri ve

$$\frac{2}{kx}J_1(kx) = J_0(kx) + J_2(kx)$$

$$\frac{2}{k}J_1'(kx) = J_0(kx) - J_2(kx)$$

Bessel fonksiyonları için rekürans bağıntıları, 1.2 ifadelerinde kullanılarak;

$$\vec{H}_a = -\frac{j\beta a^2}{2\cdot(1{,}84)^2}\cdot\left[\vec{e}_x\cdot\left[J_0\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)-J_2\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)\cdot\cos 2\phi\right]-\vec{e}_y\cdot J_2\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)\cdot\sin 2\phi\right]$$
$$\vec{E}_a = \frac{j\omega\mu a^2}{2\cdot(1{,}84)^2}\cdot\left[\vec{e}_x\cdot J_2\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)\cdot\sin 2\phi+\vec{e}_y\cdot\left[J_0\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)-J_2\left(\frac{1{,}84}{a}\cdot\rho\right)\cdot\cos 2\phi\right]\right] \quad 1.3$$

eşitlikleri elde edilebilinir.

Dairesel kesitli transmisyon borusunun açıklığından ışıyan uzak alanı bulmak için 1.3 formülleri, elektrik ve manyetik Hertz vektörlerinin integral ifadelerinde yerine konulmalıdır.

$$\vec{\Pi}_e \sim \frac{1}{4\pi j\omega\varepsilon}\cdot\frac{e^{-jkr}}{r}\iint_{S_2}\left[\vec{n}\times\vec{H}_a\right]\cdot e^{jkr'\vec{e}_r\cdot\vec{e}_{r'}}\cdot dS'$$
$$\vec{\Pi}_m \sim \frac{1}{4\pi j\omega\mu}\cdot\frac{e^{-jkr}}{r}\iint_{S_2}\left[\vec{n}\times\vec{E}_a\right]\cdot e^{jkr'\vec{e}_r\cdot\vec{e}_{r'}}\cdot dS'$$

Şekil 1.1'deki geometriden görülebileceği üzere r', borunun açıklığındaki ρ''ne tekabül eder. Dolayısı ile $\vec{e}_{r'}$ birim vektörü de $\vec{e}_{\rho'}$ olur. $\vec{n}$ normal vektörü ise $\vec{e}_z$'dir. Böylece integraller;

$$\vec{\Pi}_e \sim \frac{-\beta a^2}{8\pi\omega\varepsilon(1{,}84)^2}\cdot\frac{e^{-jkr}}{r}\int_{\rho'=0}^{a}\int_{\phi'=0}^{2\pi}\left[J_2\left(\frac{1{,}84}{a}\rho'\right)\sin 2\phi'\cdot\vec{e}_x+\left(J_0\left(\frac{1{,}84}{a}\rho'\right)-J_2\left(\frac{1{,}84}{a}\rho'\right)\cos 2\phi'\right)\cdot\vec{e}_y\right]\cdot e^{jk\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi')}\rho'd\rho'd\phi'$$
$$\vec{\Pi}_m \sim \frac{a^2}{8\pi(1{,}84)^2}\cdot\frac{e^{-jkr}}{r}\int_{\rho'=0}^{a}\int_{\phi'=0}^{2\pi}\left[\left(J_0\left(\frac{1{,}84}{a}\rho'\right)-J_2\left(\frac{1{,}84}{a}\rho'\right)\cos 2\phi'\right)\cdot\vec{e}_x-J_2\left(\frac{1{,}84}{a}\rho'\right)\sin 2\phi'\cdot\vec{e}_y\right]\cdot e^{jk\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi')}\rho'd\rho'd\phi'$$

şeklinde elde edilebilinir. Bu ifadelerden görülebileceği üzere, integrallerin ϕ' katları kolayca hesaplanabilir.[3]

$$u = \frac{1.84}{a}\rho'$$

olmak üzere

$$\vec{\Pi}_e \sim \frac{-\beta a^4}{4\omega\varepsilon(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}\int_0^{1,84} -\vec{e}_x\left[J_2(u)J_2\left(k\frac{a}{1{,}84}u\sin\theta\right)\sin 2\phi\right]$$

$$+\vec{e}_y\left[J_0(u)J_0\left(k\frac{a}{1{,}84}u\sin\theta\right)+J_2(u)J_2\left(k\frac{a}{1{,}84}u\sin\theta\right)\cos 2\phi\right]udu$$

$$\vec{\Pi}_m \sim \frac{a^4}{4(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}\int_0^{1,84}\vec{e}_x\left[J_0(u)J_0\left(k\frac{a}{1{,}84}u\sin\theta\right)+J_2(u)J_2\left(k\frac{a}{1{,}84}u\sin\theta\right)\cos 2\phi\right]$$

$$\vec{e}_y\left[J_2(u)J_2\left(k\frac{a}{1{,}84}u\sin\theta\right)\sin 2\phi\right]udu$$

bu integralleri hesaplayabilmek için aşağıda verilen Lommel formülü [7] kullanılabilir.

$$\left(k_1^2-k_2^2\right)\int_0^1 xJ_n(k_1x)J_n(k_2x)dx = lk_2J_n(k_1x)J_n(k_1x)-k_1lJ_{n-1}(k_1l)J_{n-1}(k_1l)$$

Sonuçta $v = ka\sin\theta$ olmak üzere, elektrik ve manyetik Hertz vektörlerinin θ ve ϕ bileşenleri aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\vec{\Pi}_{e\theta} \sim \frac{\beta a^4}{2\omega\varepsilon(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2-u^2\right]}J_1(u)\left[u-\frac{(1{,}84)^2}{u}\right]\cos\theta\sin\phi$$

$$\vec{\Pi}_{e\phi} \sim -\frac{\beta a^4}{2\omega\varepsilon}\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2-u^2\right]}J_1'(u)\cos\phi$$

$$\vec{\Pi}_{m\theta} \sim \frac{a^4}{2}\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2-u^2\right]}J_1'(u)\cos\theta\cos\phi$$

$$\vec{\Pi}_{m\phi} \sim \frac{a^4}{2(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2-u^2\right]}J_1(u)\left[u-\frac{(1{,}84)^2}{u}\right]\sin\phi$$

Bu yaklaşık bağıntılar, aşağıdaki ifadelerde yerlerine konarak, elektrik ve manyetik alanların θ ve ϕ bileşenleri

$$E_\theta = k^2\left[\Pi_{e\theta} + Z_0\Pi_{m\phi}\right]$$

$$E_\phi = k^2\left[\Pi_{e\phi} - Z_0\Pi_{m\theta}\right]$$

$$H_\phi = \frac{E_\theta}{Z_0}$$

$$H_\theta = -\frac{E_\phi}{Z_0}$$

bulunabilinir.

Böylece transmisyon borusunun açıklığından ışıyan alanlar

$$E_\theta = -\frac{a^4\omega\mu}{2(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}J_0(1{,}84)\frac{J_1(u)}{u}\sin\phi(\beta\cos\theta + k)$$

$$E_\phi = -\frac{a^4\omega\mu}{2}\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2 - u^2\right]}\frac{dJ_1(u)}{du}\cos\phi(\beta + k\cos\theta) \qquad 1.4$$

$$H_\theta = \frac{ka^4}{2}\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{J_0(1{,}84)}{\left[(1{,}84)^2 - u^2\right]}\frac{dJ_1(u)}{du}\cos\phi(\beta + k\cos\theta)$$

$$H_\phi = -\frac{ka^4}{2(1{,}84)^2}\frac{e^{-jkr}}{r}J_0(1{,}84)\frac{J_1(u)}{u}\sin\phi(\beta\cos\theta + k)$$

şeklinde ifade edilebilinir.

1.4 eşitliklerinden görülebileceği üzere, ışıma diagramının şeklinde etkili olan tek parametre, transmisyon borusunun dairesel açıklığının yarıçapı a'dır. $ka = 1{,}5.\pi$ için E_θ ve E_ϕ alanlarının polar ışıma diagramları aşağıda verilmiştir.

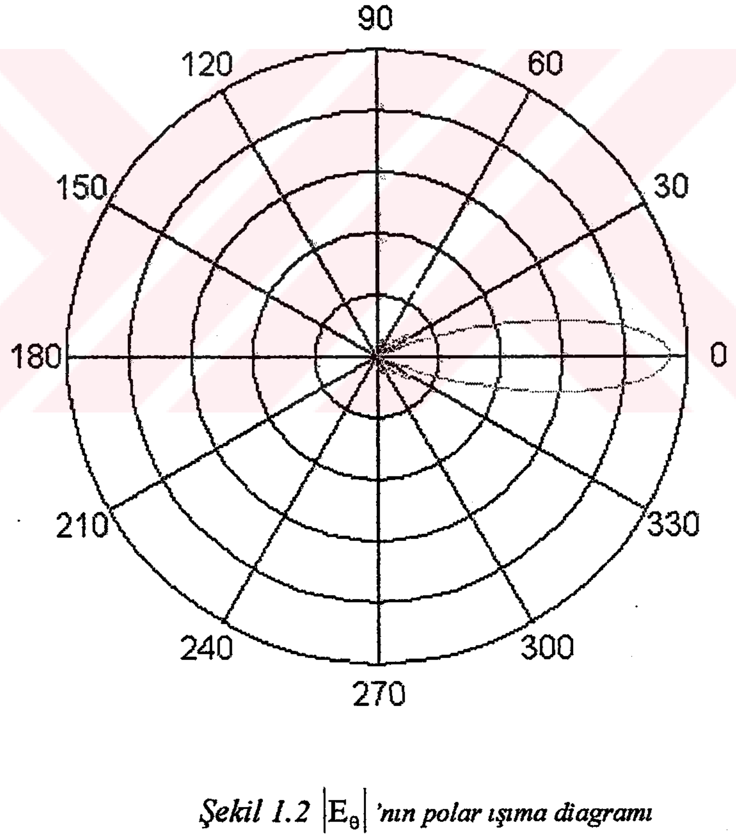
Dairesel kesitli transmisyon borusundan ışıyan alan E_θ bileşeni için program yazımı

```
t = 0:.01:2.*pi;

polar(t,abs((besselj(1,4*a.*sin(t))./(k.*a.*sin(t))).*(β.*cos(t)+4)));
```

ve E_ϕ bileşeni için

```
t = 0:.01:2.*pi;

a = besselj(0,abs(4.*a.*sin(t)))-besselj(1,abs(4.*a.*sin(t)))./(k*a.*sin(t));

b = (1,84.^2)-((4.*a.*sin(t)).^2);

e = (β+k.*cos(t));

polar(t,abs(a.*c/b));
```

şeklinde ifade edilebilinir. Burada $\beta = k\sqrt{1-\left(\frac{1{,}84}{ka}\right)^2}$ olarak alınabilinir.



Şekil 1.2 $|E_\theta|$ *'nın polar ışıma diagramı*

EK 2. KÖŞE KIRINIMI

Mükemmel bir iletkenin bir yüzeyde sınır koşullarından

$$\vec{n} \times \vec{E}_1 \Big|_s = 0$$

$$\vec{n} \times \vec{H}_1 \Big|_s = \vec{J}_s(z)$$

denklemleri elde edilebilinir. Yüzeye gelen alan ifadesi

$$U(y,z) = e^{jk(y\cos\alpha_0 + z\sin\alpha_0)}$$

olmak üzere

$$\frac{\partial u(+0,z)}{\partial y} - \frac{\partial u(-0,z)}{\partial y} = 0 \qquad z > 0$$

$$\frac{\partial u(0,z)}{\partial y} - \frac{\partial u_i(0,z)}{\partial y} = 0 \qquad z > 0 \qquad 2.1$$

$$u(+0,z) - u(-0,z) = \vec{J}_s(z) \qquad z > 0$$

Reflektörün köşesinde

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0$$

Helmotz denklemi geçerlidir. u(y,z) fonksiyonunun y'ye göre Fourier dönüşümünün olduğu varsayılırsa

$$u(y,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} U(y,\upsilon)e^{j\upsilon z}d\upsilon \qquad 2.2$$

ifadesi yazılabilinir. Bu dönüşüm kullanılarak Helmotz denklemi yazılırsa

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{d^2U(y,\upsilon)}{dy^2} + (k^2 - \upsilon^2)U(y,\upsilon)\right]e^{j\upsilon z}d\upsilon \qquad 2.3$$

bulunabilinir. Bu integralin sıfıra eşit olması için, parantez içindeki ifadenin sıfır olması gereklidir.

$$\frac{d^2U(y,\upsilon)}{dy^2}+(k^2-\upsilon^2)\cdot U(y,\upsilon)=0$$

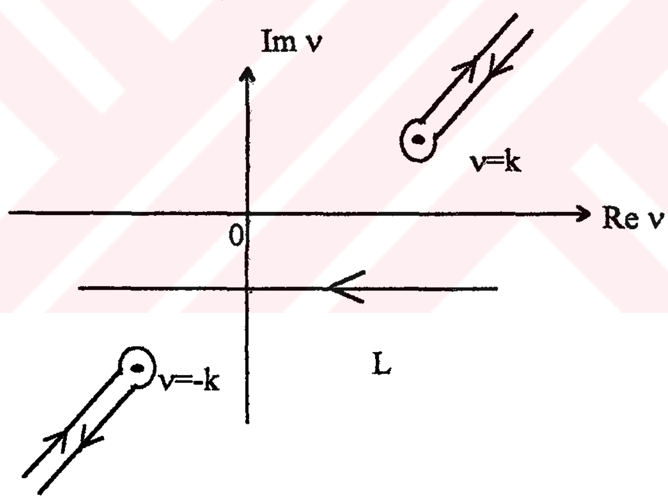
Bu denklem y'ye göre çözülürse

$$K(\upsilon)=\sqrt{k^2-\upsilon^2}$$

olmak üzere

$$u(y,z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[A(\upsilon)e^{jK(\upsilon)y}+B(\upsilon)e^{-jK(\upsilon)y}\right]\cdot e^{j\upsilon z}\cdot d\upsilon \qquad 2.4$$

elde edilebilinir.



Şekil 2.1 υ *-kompleks düzlemi*

Şekil 1.2'den görülebileceği gibi $y \to \mp\infty$ için $e^{\mp jk(\upsilon)y} \to 0$ olur. Buna göre U(x,y) integral denklemi iki bölge için iki ayrı denkleme ayrılabilinir.

$$u_1(y,z)=\frac{1}{2\pi}\int_{L} A(\upsilon)e^{jK(\upsilon)y}\cdot e^{j\upsilon z}\cdot d\upsilon \qquad ,y>0$$

$$u_2(y,z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} B(\upsilon)e^{-jK(\upsilon)y}\cdot e^{j\upsilon z}\cdot d\upsilon \qquad ,y<0 \tag{2.5}$$

1.3 denklemi kullanılırsa

$$A(\upsilon)=-B(\upsilon)$$

bulunabilinir. Yine 2.1 sınır koşullarının kullanılması ile

$$2jK(\upsilon)A(\upsilon)=\frac{k\cos\alpha_0}{\upsilon-k\sin\alpha_0}-\int_0^{\infty}\left.\frac{\partial U_s(y,z)}{\partial y}\right|_{y=0} e^{-j\upsilon z}dz$$

$$2A(\upsilon)=\int_0^{\infty} J_s(z)e^{-j\upsilon z}dz \tag{2.6}$$

denklemleri elde edilebilinir. Burada

$$\xi^+(\upsilon)=\int_0^{\infty} J_s(z)\cdot e^{-j\upsilon z}\cdot dz$$

$$\xi^-(\upsilon)=\int_0^{\infty}\left.\frac{\partial U_s(y,z)}{\partial y}\right|_{y=0}\cdot e^{-j\upsilon z}\cdot dz$$

eşitlikleri 2.6 denklemlerinde kullanılırsa

$$2jK(\upsilon)A(\upsilon)=\frac{k\cos\alpha_0}{\upsilon-k\sin\alpha_0}-\int_0^{\infty}\left.\frac{\partial U_s(y,z)}{\partial y}\right|_{y=0}\cdot e^{-j\upsilon z}\cdot dz$$

$$2A(\upsilon)=\xi^+(\upsilon)$$

yazılabilinir. Bu iki eşitlik birleştirilirse

$$jK(\upsilon)\Gamma^+(\upsilon)=\frac{k\cos\alpha_0}{\upsilon-k\sin\alpha_0}-\xi^-(\upsilon)$$

denklemi elde edilebilinir. Bu ifade görülebileceği gibi standart Wiener-Hoppf denklemi formundadır. Bu eşitlik aşağıdaki şekilde yazılabilinir.

$$\xi^{+}(\upsilon)+\frac{1}{jK(\upsilon)}\cdot\xi^{-}(\upsilon)=\frac{k\cos\alpha_0}{j(\upsilon-k\sin\alpha_0)\cdot K(\upsilon)}$$

Yukarıdaki denklemde $G(\upsilon)$ fonksiyonu

$$G(\upsilon)=\frac{1}{K(\upsilon)}=\frac{1}{\sqrt{k+\upsilon}\cdot\sqrt{k-\upsilon}}$$

şeklindedir. Burada

$$G^{+}(\upsilon)=\sqrt{k+\upsilon}$$

ve

$$G^{-}(\upsilon)=\frac{1}{\sqrt{k-\upsilon}}$$

olarak yazılabilinir. Neticede

$$\sqrt{k+\upsilon}\cdot\xi^{+}(\upsilon)+\frac{\xi^{-}(\upsilon)}{j\cdot\sqrt{k-\upsilon}}=\frac{k\cos\alpha_0}{j(\upsilon-k\sin\alpha_0)\cdot\sqrt{k-\upsilon}}$$

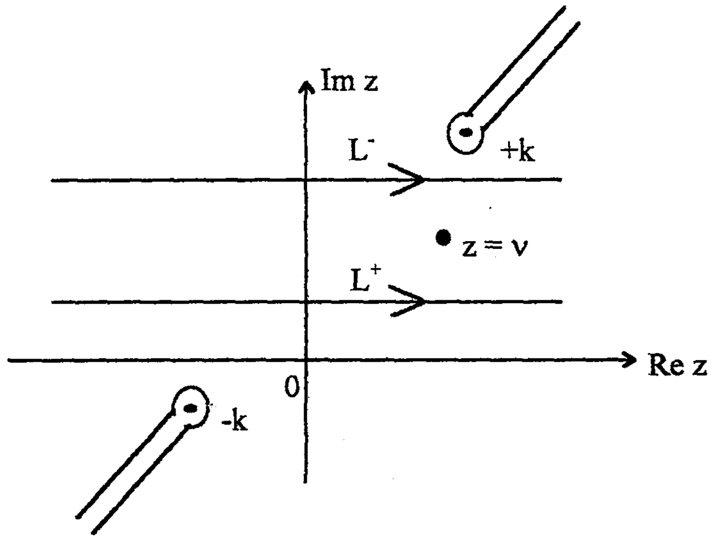
denklemi elde edilebilinir. Bu ifadede $H(\upsilon)\cdot G^{+}(\upsilon)$ fonksiyonu

$$H(\upsilon)\cdot G^{+}(\upsilon)=\frac{k\cos\alpha_0}{j(\upsilon-k\sin\alpha_0)\cdot\sqrt{k-\upsilon}}$$

olarak yazılabilinir. Wiener-Hoppf tekniği kullanılırken

$$H(\upsilon)\cdot G^{+}(\upsilon)=g^{+}(\upsilon)-g^{-}(\upsilon)$$

denklemi oluşturulmalıdır. Bu amaçla şekil 1.3'teki geometri kullanılabilinir.



Şekil 2.2 Kompleks z düzlemi

Böylece $g^+(\upsilon)$ ve $g^-(\upsilon)$ fonksiyonları

$$g^+(\upsilon) = \frac{-1}{2\pi j}\int_{L^+}\frac{k\cos\alpha_0}{j(z-k\sin\alpha_0)\sqrt{k-z}}\frac{dz}{z-\upsilon}$$

$$= \frac{jk\cos\alpha_0}{\sqrt{k-k\sin\alpha_0}(\upsilon-k\sin\alpha_0)} \qquad 2.7$$

ve

$$g^-(\upsilon) = \frac{-1}{2\pi j}\int_{L^-}\frac{k\cos\alpha_0}{j(z-k\sin\alpha_0)\sqrt{k-z}}\frac{dz}{z-\upsilon}$$

$$= \frac{jk\cos\alpha_0\left[\sqrt{k-\upsilon}-\sqrt{k-k\sin\alpha_0}\right]}{\sqrt{k-\upsilon}\sqrt{k-k\sin\alpha_0}(\upsilon-k\sin\alpha_0)} \qquad 2.8$$

integralleri ile hesaplanabilinir. Wiener-Hoppf integral denklemi

$$\Gamma^+(\upsilon)\cdot G^+(\upsilon)-g^+(\upsilon)+\Gamma^-(\upsilon)\cdot G^-(\upsilon)+g^-(\upsilon)=0$$

ve

$$\Gamma^+(\upsilon)=\frac{g^+(\upsilon)}{G^+(\upsilon)}$$

şeklinde yazılabilinir. Buradan hareketle

$$\xi^{+}(\upsilon)=\frac{jk\cos\alpha_0}{\sqrt{k-k\sin\alpha_0}(\upsilon-k\sin\alpha_0)\sqrt{k+\upsilon}}$$

bulunabilinir. 1.5 denkleminden

$$A(\upsilon)=\frac{\xi^{+}(\upsilon)}{2}=\frac{jk\cos\alpha_0}{2\sqrt{k-k\sin\alpha_0}(\upsilon-k\sin\alpha_0)\sqrt{k+\upsilon}}$$

elde edilebilinir. $A(\upsilon)$ fonksiyonunun 1.4 deklemlerinde kullanılması ile

$$u_1(y,z)=\frac{1}{2\pi}\int_L\frac{jk\cos\alpha_0 e^{jK(\upsilon)y}e^{j\upsilon z}}{2\sqrt{k-k\sin\alpha_0}(\upsilon-k\sin\alpha_0)\sqrt{k+\upsilon}}d\upsilon \qquad ,y>0 \qquad 2.9$$

ve

$$u_2(y,z)=\frac{1}{2\pi}\int_L\frac{jk\cos\alpha_0 e^{-jK(\upsilon)y}e^{j\upsilon z}}{2\sqrt{k-k\sin\alpha_0}(\upsilon-k\sin\alpha_0)\sqrt{k+\upsilon}}d\upsilon \qquad ,y<0 \qquad 2.10$$

bulunabilinir. Bu denklemler y>0 ve y<0 bölgelerinde alan potansiyelinin nasıl değiştiğini göstermektedir. Fiziksel olarak anlamlı sonuçlar elde etmek için

$$z=r\cos\theta$$

$$y=r\sin\theta$$

$$\upsilon=-k\cos t$$

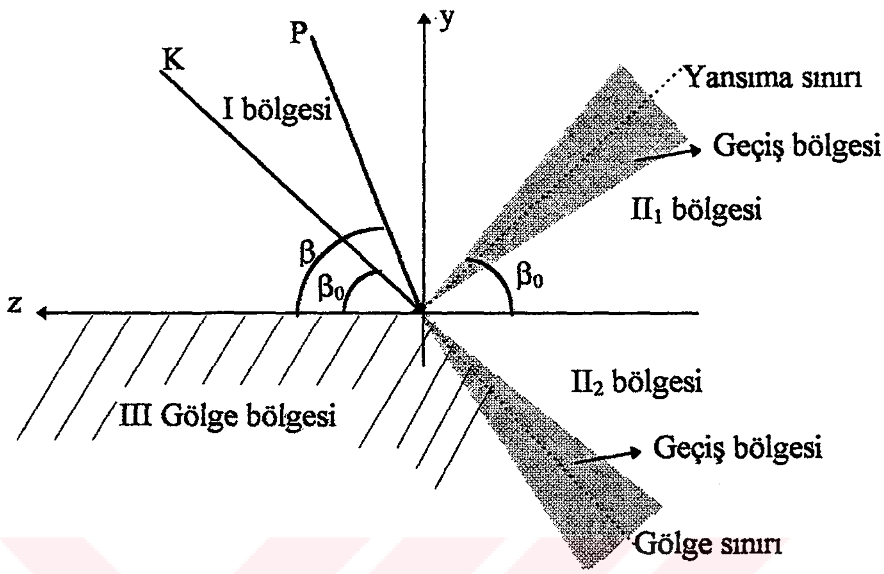
dönüşümler uygulanabilinir. Böylece

$$u_1(r,\theta)=\frac{-j\cos\alpha_0}{4\pi\sqrt{1-\sin\alpha_0}}\int_\Gamma\frac{e^{-jkr\cos(\theta-t)}}{\sqrt{1-\cos t}(\cos t+\sin\alpha_0)}\sin t\,dt \qquad 2.11$$

ve

$$u_2(r,\theta) = \frac{-j\cos\alpha_0}{4\pi\sqrt{1-\sin\alpha_0}} \int_{\Gamma} \frac{e^{-jkr\cos(\theta+t)}}{\sqrt{1-\cos t}\left(\cos t + \sin\alpha_0\right)} \sin t dt \qquad 2.12$$

denklemleri elde edilebilinir.



Şekil 2.3 Kırınımın geometrisi

ALANLARIN ANALİZİ

1.7 integralleri, en dik inişli integrasyon çevresi yöntemi ile aşağıdaki şekilde bölgelere ayrılarak incelenebilinir.

I.bölge; $\quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2} + \alpha_0$

II.bölge; $\quad \frac{\pi}{2} + \alpha_0 < \theta < \pi \qquad II_1$.bölgesi

$\quad \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} - \alpha_0 \qquad II_2$.bölgesi

III.bölge; $\quad \frac{3\pi}{2} - \alpha_0 < \theta < 2\pi$

Şekil 1.4'te de görülen geçiş bölgelerinde, integrallerin çözümleri geçersiz olup, asimptotlar vermektedir. Bu bölgelerde çözüm başka dönüşüm metodları ile bulunabilinir. Faz fonksiyonu

$$\psi(t)=\cos(\theta-t)$$

olmak üzere

$$\left.\frac{d\psi}{dt}\right|_{t=t_0}=0$$

denkleminden, t_0 semer noktası θ olarak bulunabilinir.

$$\psi(t)=\psi(t_0)$$

denkleminde en dik inişli integrasyon çevresinin denklemi elde edilebilinir.

$$t=t_r+jt_s$$

olmak üzere

$$\cos(\theta-t_r)\cdot \mathrm{Ch}(t_s)=1$$

ifadesi bulunabilinir. 1.7 integrallerinde, t=0'da bir dallanma noktası ve $t=\frac{\pi}{2}+\alpha_0$'da bir kutup mevcuttur. 1.8 ifadesi kullanılarak, en dik inişli integrasyon çerçevesi aşağıdaki şekilde çizilebilinir.

Yansıma sınırında, elde edilmiş olan kırınım katsayısı sonsuz büyük değerler vermektedir. 1.15 denklemi trigonometrik dönüşümlerle

$$u(r,\theta)=\frac{1}{8\pi j}\int_{\Gamma}\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{t-\beta_0}{2}\right)}+\frac{1}{\cos\left(\frac{t+\beta_0}{2}\right)}\right]e^{-jkr\cos(t-\theta)}dt \qquad 2.13$$

şekline getirilebilinir. Burada $\beta_0=\frac{\pi}{2}-\alpha_0$ dir. İntegral içindeki toplamın ilk terimi gözönüne alınarak, bu terimde $t-\theta=\alpha$ dönüşümü yapılırsa

$$\int_{\Gamma(\theta)} \frac{e^{-jkr\cos\alpha}}{\cos\left(\frac{\alpha+\theta-\beta_0}{2}\right)}.d\alpha$$

ifadesi elde edilebilinir. Bu İntegral α değişkeninin işareti değiştirilerek

$$\int_{\Gamma(\theta)} \frac{e^{-jkr\cos\alpha}}{\cos\left(\frac{\alpha-\theta+\beta_0}{2}\right)}.d\alpha$$

şeklinde yazılabilinir. Bu iki integral toplanıp ikiye bölünürse

$$2\cos\left(\frac{\beta_0-\theta}{2}\right)\int \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha+\cos(\beta_0-\theta)}e^{-jkr\cos\alpha}d\alpha$$

integrali bulunabilirler. Burada $\omega = \sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}\sin\frac{\alpha}{2}$ dönüşümü ile

$$2\sqrt{2}\cos\left(\frac{\beta_0-\theta}{2}\right)e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-jkr}\int \frac{e^{-\omega^2 kr}}{2\cos^2\left(\frac{\beta_0-\theta}{2}\right)-j\omega^2}jd\omega$$

ifadesi elde edilebilinir. Bu integral Fresnel fonksiyonunu göstermektedir ve

$$b \sim \sqrt{2}\cos\left(\frac{\beta_0-\theta}{2}\right)$$

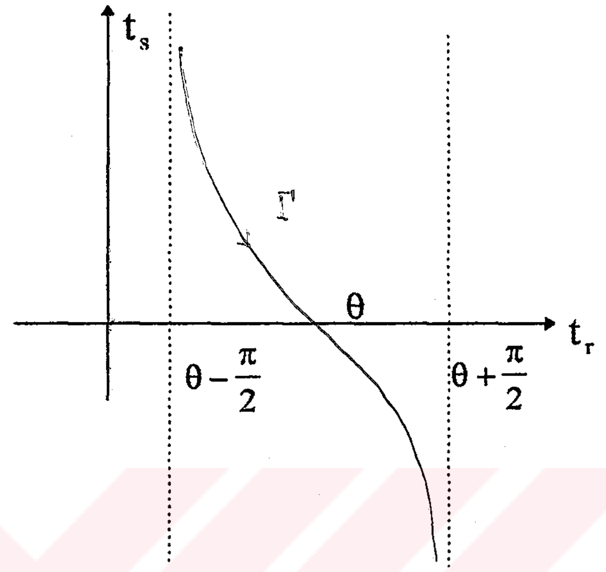
olmak üzere

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-xt^2}}{t^2+jb^2}dt = \frac{2\sqrt{\pi}}{b}\begin{cases} F(b\sqrt{x}) & , -\frac{3\pi}{4} < \frac{\beta_0-\theta}{2} < \frac{\pi}{4} \\ -F(b\sqrt{x}) & , \frac{\pi}{4} < \frac{\beta_0-\theta}{2} < \frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

ifadelerine eşittir. 1.17 integralindeki ikinci toplam için de aynı işlemler yapılırsa $0 < \theta < 2\pi$ bölgesinde kırınım katsayısı

$$D(r,\theta) = -\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi}} e^{-jkr}\left\{F\left[\sqrt{2kr}\cos\left(\frac{\theta-\beta_0}{2}\right)\right] + \operatorname{sgn}\left[\cos\left(\frac{\theta+\beta_0}{2}\right)\right] F\left[\sqrt{2kr}\left|\cos\left(\frac{\theta+\beta_0}{2}\right)\right|\right]\right\}$$

şeklinde yazılabilinir.



Şekil 2.4 En dik inişli integrasyon çevresi

Birinci bölgede θ açısı 0'dan $\frac{\pi}{2}+\alpha_0$'a kadar değişmektedir. y' nin sıfırdan büyük olduğu bölge için 1.7'deki ilk integral kullanılabilinir. Kutup noktaları

$$\cos t = -\sin\alpha_0$$

denkleminin çözümü ile $t=\frac{\pi}{2}+\alpha_0$ ve $t=\frac{3\pi}{2}-\alpha_0$ olarak bulunabilinir. Birinci bölgede θ semer noktası 0'dan $\frac{\pi}{2}+\alpha_0$'a kadar değişecektir. Böylece θ'nın kutbun üzerinden atlayacağı görülebilinir. Bu nedenle 1.7'deki ilk denklemin çözümü hem kutup, hem de semer noktasındaki en dik inişli integrasyon çevresi hesaba katılarak yapılabilinir.

2.14

$$u(r,\theta) = \frac{1}{2}e^{-jkr\sin(\theta-\alpha_0)} - \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}\cos\alpha_0\sin\theta}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\sin\alpha_0}\sqrt{1-\cos\theta}\left(\cos\theta+\sin\alpha_0\right)}\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{kr}} \qquad 2.15$$

ifadesi bulunabilinir. Burada birinci terin yansıyan alanı, ikinci terin ise saçılan alanı vermektedir.

İkinci bölgede, 1.7'nin ilk denklemi II_1 ve ikinci denklemi de II_2 bölgesi için kullanılabilinir. Bölgesinde kutup olmadığından, sadece semer noktasında en dik inişli integrasyon çevresi hesabı yapılır. II_2 bölgesinde ise buna ilaveten $\frac{3\pi}{2}-\alpha_0$ noktasındaki kutupta hesaba katılabilinir.

$$\alpha_0+\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$$

$$u(r,\theta)\sim-\frac{e^{j\frac{\pi}{4}}\cos\alpha_0\sin\theta}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\sin\alpha_0}\sqrt{1-\cos\theta}\left(\cos\theta+\sin\alpha_0\right)}\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{kr}} \qquad 2.16$$

ve

$$\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}-\alpha_0 \text{ için}$$

$$u(r,\theta)\sim\frac{1}{2}e^{-jkr\cos(\theta-\alpha_0)}+\frac{e^{j\frac{\pi}{4}}\cos\alpha_0\sin\theta}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\sin\alpha_0}\sqrt{1-\cos\theta}\left(\cos\theta+\sin\alpha_0\right)}\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{kr}} \qquad 2.17$$

ifadeleri elde edilebilinir. Üçüncü bölgede ise sadece semer noktasında integral hesabı yapılabilinir. Böylece

$$u(r,\theta)\sim\frac{e^{j\frac{\pi}{4}}\cdot\cos\alpha_0\sin\theta}{2\cdot\sqrt{2\pi}\cdot\sqrt{1-\sin\alpha_0}\cdot\sqrt{1-\cos\theta}\cdot\left(\cos\theta+\sin\alpha_0\right)}\cdot\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{kr}} \qquad 2.18$$

ifadesi yazılabilinir.

KAYNAKLAR

[1] Bayrakçı, H.E. "İleri Anten Teorisi", Doktora ders notları, Fen Bilimleri Enstitüsü, 1995

[2] Bayrakçı, H.E. "Optik gibi Saçılmada İntegral Dönüşümleri", Doktora ders notları, Fen Bilimleri Enstitüsü, 1995

[3] Bayrakçı, H.E. "Antenlerin Teorisi ve Tekniği", Güneş Yayınevi, 1992, pp. 292-299

[4] Bayrakçı, H.E. "Analog, Sayısal ve Optik Uydu İletişim Sistemleri", Neta Elektronik Cihazlar A.Ş. 1993, pp 32,33,143,154

[5] Bayrakçı, H.E., "Lineer Sistemlerin Mühendislik Matematiği", Çağlayan Kitabevi, 1991.

[6] Bayrakçı, H.E. "Elektromagnetik Dalga Teorisi", Birsen Yayınevi, 1988, pp 120

[7] Bladel, V., Electromagnetic Fields, McGraw-Hill Book Co., 1964

[8] Clarke,R.H., Brown, J., Diffraction Theory and Antennas, John Wiley and Sons, Newyork, 1980, pp. 217-219

[9] Collin R.E, Zucker I.J.,"Antenna Theory. Part 2", Mac Graw Hill, 1969

[10] Collin R.E., "Antennas and Radiowave Propagation", part. I, Hc Grow Hill Brok Co, 1985

[11] Mittra, R. "Numerical Asymptotic Techniques in Eletromagnetics", Springer. Verlag NewYork Heidelberg, Berlin, 1975, pp. 217-255

[12] Noble, B., "Methods Based on the Wiener-Hopf Technique for the Solution of Partial Differantial Equations", Pergamon Press, 1958

[13] Şafak M. "High Frequency Scottering From Foous Fed Paraboloid Met Syposium Processing", Since 1980, pp 280, 317

[14] Uzgören, G. Büyükaksoy, A., "Kırınımın Geometrik Teorisinde Birinci Mertebeden Kanonik Problemler", Yıldız Üniversitesi Yayınları, 1987

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmamda benden her türlü yardımlarını esirgemeyen Hocam Prof. Dr. H.Ergun BAYRAKÇI'ya TEŞEKKÜR'lerimi sunarım

ÖZGEÇMİŞ

1971 yılında İstanbul'da doğdu. İlk öğrenimini 1982 yılında Bursa Atatürk İlkokulu'nda tamamladı. 1989 yılında Bursa Anadolu Lisesi'nden mezun oldu. 1993 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Bölümü'nde lisans eğitimini tamamladı. Halen Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.