

5554

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI

HACİMLİ GAMMA KAYNAĞI
İÇİN DEDEKTÖR DUYARLIĞI VE
CEVAP FONKSİYONUNUN
İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ASUMAN AYDIN

BURSA, 1989

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI

HACIMLI GAMMA KAYNAĞI
İÇİN DEDEKTÖR DUYARLIĞI VE
CEVAP FONKSİYONUNUN
İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ASUMAN AYDIN

Sınav Günü : 20 Ocak 1989

Jüri Üyeleri : Prof.Dr.Cihan ÖZMUTLU

Prof.Dr.Salih DİNÇER

Doç.Dr.Emin ÖZMUTLU

BURSA, 1989



İÇİNDEKİLER	Sayfa No
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
I. GİRİŞ	1
II. TEORİ	2
II.A. GAMMA IŞINLARININ MADDE İLE ETKİLEŞMELERİ	2
II.A.1. Tesir Kesiti	3
II.A.2. Ortalama Serbest Yol	7
II.A.3. Etkileşme Çeşitleri	8
II.B. SİNTİLASYON DEDEKTÖRLERİ	14
II.B.1. Sintilasyon Dedektörlerinin Genel Yapısı	14
II.B.2. Sayım Elektronikleri ve Teknikleri	16
II.B.3. Sintilasyon Dedektörü Sayma Düzenegi	18
II.C. DEDEKTÖR ÖZELLİKLERİ	20
II.C.1. Dedektör Duyarlılığı	20
II.C.2. Ölü Zaman	21
II.C.3. Ayırma Gücü	22
II.C.4. Cevap Fonksiyonu	22
III. MONTE CARLO YÖNTEMİ	26
III.1. Temel Örneklem İlkesi	26
III.2. Gelişigüzel Sayı Elde Edilişi	30
IV. DENEY VE MONTE CARLO UYGULAMASI	32
IV.A. HACİMLİ GAMMA KAYNAĞI İÇİN DEDEKTÖR DUYARLIĞI VE CEVAP FONKSİYONUNUN İNCELENMESİ	32
IV.A.1. Fotonların Yayınlanma Noktalarının Koordinatları ve Hareket Doğrultularının Örneklenmesi	36
IV.A.2. Fotonların Dedektöre Ulaşma Koşulları	40

IV.A.3. Fotonun Yayınlanma Enerjisinin Örneklenmesi	44
IV.A.4. Dedektör İçin Tesir Kesitlerinin Hesabı	44
IV.A.5. Dedektör İçinde Fotonların İzlenmesi	48
V. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	52

EKLER

EK:1- GAUSS DAĞILIMI ÖRNEKLEMESİ İLE NaI(Tl) DEDEKTÖRLERİNİN AYIRMA GÜCÜNÜN BENZETİŞİMİ	55
EK:2- COMPTON SAÇILMASINDA AÇISAL DAĞILIM ÖRNEKLEMESİ	59
EK:3- KOORDİNAT DÖNÜŞÜMLERİ	68
KAYNAKLAR	70

ÖZET

Bu çalışmada 2" x 2" lik NaI (Tl) dedektörünün çevresini saran silindirik geometrili, homojen ve izotropik gamma kaynağı düzeneği için dedektör duyarlılığı ve cevap fonksiyonu Monte Carlo benzetişim yöntemi ile elde edilmiştir. Monte Carlo uygulamalarında NaI tesir kesitleri için fit sonucu elde edilen sürekli fonksiyonlar kullanılmış, Compton saçılması ve ayırma gücü örneklemeleri için yeni yöntemler geliştirilmiş fotonun geometrik takibi için basit bir formalizm kurulmuştur. Aktif madde içeren çay örnekleri bu sistemde sayılmış ve sonuçlar Monte Carlo yöntemi ile değerlendirilerek mutlak aktiflik ölçülmüştür.

ABSTRACT

We determine the response function and the total efficiency of the system the 2" x 2" NaI (Tl) dedector and the homogeneous, isotropic, cylindrical gamma ray source surrounding the NaI (Tl) crystal, using the Monte Carlo method. We use continuous functions fitted to the values given in literature for the NaI cross sections. We develop new methods for simulation of Compton scattering angular distribution and dedector resolution. We use a simple formalism for simulating the distribution of photons spatially. We determine the absolute activity of a tea sample containing some radioactive elements experimentally using the result of Monte Carlo calculation.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada beni yönlendiren destek sağlayan, her türlü problemimle yakından ilgilenen, bana programcılığı öğreten danışman hocam Sayın Doç. Dr. Emin ÖZMUTLU'ya, çalışmalarımda desteğini gördüğüm değerli hocam Sayın Prof.Dr. Cihan ÖZMUTLU'ya, deneylerimde yardımlarını esirgemeyen Sayın Doç.Dr. Haldun ÖZYOL ve Yrd.Doç. Dr.Gökay KAYNAK'a , çalışma arkadaşlarım Ömer GEMİCİ, Ahmet CENGİZ, Semra İDE ve Remziye ERGÜL'e ayrıca babam Murat AYDIN'a teşekkürü bir borç bilirim.

I. GİRİŞ

Nükleer fiziğin uygulamaları ile ilgili çalışmaların çoğunda çeşitli çekirdek reaksiyonları sonucu ortaya çıkan γ -ışınlarının gözlenmesi önemli bir yer tutar. Günümüzde çoğu pratik uygulamalarda bu iş sintilasyon dedektörleri ile yapılır. Bu bakımdan bu tip dedektörlerle kurulu sistemlerin fiziksel özelliklerinin ayrıntılı olarak bilinmesi gerekir.

Genel olarak belirli bir deney sisteminde dedektör duyarlılığı bir çok parametreye bağlı olarak değiştiğinden her sistem için yeniden tayini gereklidir. Dedektör duyarlılığı en doğru biçimde deneysel olarak belirlenebilir. Deneyle tayinin güç veya mümkün olmadığı çoğu durumda ise duyarlılığı tayin etmenin en uygun yolu Monte-Carlo yöntemidir.

Bu çalışmada 2 x2 inch'lik NaI (Tl) dedektörünün çevresini saran silindirik geometrili, homojen ve izotropik gamma kaynağı düzeneği için dedektör duyarlılığı ve cevap fonksiyonu Monte-Carlo benzetişim yöntemi ile elde edilmiştir.

II.TEORİ

II.A GAMMA IŞINLARININ MADDE İLE ETKİLEŞMELERİ

Çekirdek fiziğinde çok önemli gelişmelere yol açan radyoaktivite 1896 yılında H. Becquerel tarafından bir raslantı sonucu keşfedildi. İçinde uranyum bulunan bir bileşiği siyah kağıda sarılı bir fotoğraf plağı üzerine bırakan Becquerel, plak üzerinde bileşikten bazı ışınlar geldiğini belirten izler gördü. H. Becquerel, Madam Curie ve E. Rutherford tarafından sürdürülen deneyler, böyle ışınlar çıkaran yeni bir çok izotopun keşfine yol açtı. Bu olaya "radyoaktivite" ve bu tür ışınlar çıkaran kararsız elementlere de "radyoaktif elementler" adı verildi. Yoğun çalışmalar sonucu bu elementlerden, alfa (α), beta (β) ve gamma (γ) denilen üç tür ışın çıktığı anlaşıldı. Sonradan alfaların iki elektronunu kaybetmiş helyum atomları, yani helyum çekirdekleri, beta-ların elektronlar ve gamma ışınlarınının da fotonlar olduğu saptandı.

Radyoaktif ışınlar madde içinden geçerken, atomlarla etkileşerek iyonlar oluştururlar. İyonlama gücü en fazla olan ışınlar alfa ışınlarıdır. Bunu sırasıyla beta ve gamma ışınları izler. İyonlayıcı özelliğın bir sonucu olarak da ışınlar madde tarafından soğurulurlar. (1)

Herhangi bir çekirdek alfa, beta gibi bir parçacık çıkararak bozduğunda veya çekirdek reaksiyonları sonucu oluştuğunda, belli bir süre için uyarılmış bir halde kalabilir. Bu durumda çekirdek, uyarılmış düzeyden başka bir düzeye veya temel enerji düzeyine döner. Bu düzeyler arasındaki enerji farkı bir gamma ışını olarak salınır. Gamma ışınları çekirdek enerji düzeyi geçişlerinin yanısıra daha yüksek enerjilerle hızlandırıcılar ve kozmik ışınlar da görülür.

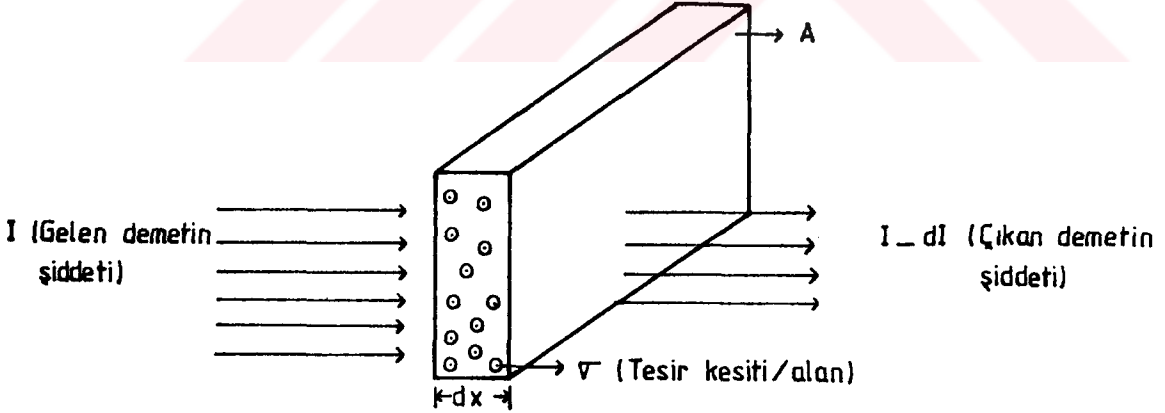
Foton boşlukta c hızıyla ilerleyen, durgun kütlesi sıfır, elektrik yükü taşımayan, spini \hbar olan bir parçacıktır. Frekansı ν olan foton, $E = h\nu$

kadar enerji ve $p = \frac{E}{c}$ kadar momentuma sahiptir. Fotonlar taşıdıkları enerjiyi çeşitli etkileşmelerle maddesel ortamlara aktarabilirler. Bu tezin temeli, foton-madde etkileşmeleri ve fotonun maddesel ortama aktardığı enerjinin incelenmesidir.

II. A. 1 TESİR KESİTİ

Atomik ve daha küçük boyutlardaki olayların makroskopik deneylerle incelenmesinde tesir kesiti kavramı çok önemli bir işleve sahiptir. Belli bir etkileşmeye ait tesir kesiti o etkileşmenin ortaya çıkış ihtimali ile orantılıdır. İleride göreceğimiz gibi tesir kesiti alan boyutundadır ve genellikle 1 barn = 10^{-24} cm² birimi ile kullanılır.

Şiddeti, yani saniyede birim yüzeyden geçen parçacık sayısı I olan bir demetin, kalınlığı dx ve alanı A olan bir hedef madde üzerine düştüğünü kabul edelim (Şekil: II.1).



Şekil: II.1. İnce bir hedef maddenin bir parçacık demeti ile bombardımanı.

Birim hacimdeki hedef çekirdeklerin sayısı n ise, $A dx$ hacmi içindeki toplam çekirdek sayısı $n A dx$ olacaktır. Her çekirdeğin belli bir etkileşme için tesir kesiti σ ise $A n \sigma dx$ tüm çekirdeklerin tesir kesiti ve

$$\frac{nA\sigma dx}{A} = n \sigma dx \quad (\text{II.1})$$

ise, madde kalınlığının çok ince ve σ 'nın çok küçük olma koşulu ile gelen parçacıkların hedef çekirdeklerle etkileşme olasılığıdır. Bu olasılık gelen demetin şiddetindeki azalma oranına eşittir. Böylece madde içinden geçerken şiddet azalması dI ise,

$$- \frac{dI}{I} = n \sigma dx \quad (\text{II.2})$$

olur. Buradaki (-) işareti, I şiddetinin madde kalınlığı ile azaldığını gösterir. Eğer $x = 0$ için $I = I_0$ ise (II.2) denkleminde

$$I = I_0 e^{-n\sigma x} \quad (\text{II.3})$$

elde edilir. Bu bağıntı bize bir parçacık demetinin x kalınlığında bir maddeden geçtikten sonraki şiddetini verir.

Bir hedef madde, belli tür ve enerjideki bir parçacık demeti ile bombardıman edildiğinde, bir çok etkileşme olabilir. $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ bu etkileşmeler için tesir kesitleri ise, toplam tesir kesiti

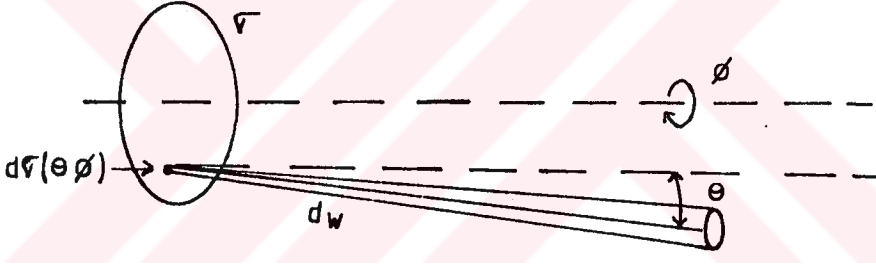
$$\sigma = \sum_{i=1}^n \sigma_i \quad (\text{II.4})$$

olarak verilir.

Yukarıda görüldüğü gibi, toplam tesir kesiti, verilen bir hedeften geçtiğinde demetten ayrılmış parçacıkların sayısını belirler. Yukarıdaki inceleme demetten ayrılan parçacıkların yönü hakkında bilgi vermez. Bu amaçla diferansiyel tesir kesiti kavramı kullanılır. Bir parçacık demeti, I (parçacık/cm²/s) şiddetiyle hedefe geldiğinde saçılmadan sonra, parçacıklar genellikle tüm yönlerde dağılırlar. dI , θ ve ϕ kutup açılarıyla tanımlanan dw katı açısından birim zamanda geçen parçacık sayısı olsun. dI , dw katı açısına ve I gelen parçacıkların şiddetine bağlıdır.

$$dI = \sigma(\theta, \phi) Idw \quad (II.5)$$

Burada $\sigma(\theta, \phi)$, θ ve ϕ açılarının genel bir fonksiyonu olan orantı sabitidir. Bu denklemin incelenmesi $\sigma(\theta, \phi)$ 'nin alan boyutunda olduğunu gösterir. Demete dik bir düzlem üzerinde parçacıkların dağılımının düzgün olduğu varsayıldığında, $d\omega$ katı açısına saçılan parçacıkların $d\sigma(\theta, \phi)$ alanı içinden geçtikleri şeklinde yorumlamak mümkündür. Bu önemli kavramı daha iyi anlatabilmek için geometrik bir gösterim kullanalım.



Şekil:II.2 Diferansiyel tesir kesiti.

Şekil:II.2 'de toplam tesir kesiti bir daireyle temsil edilmiştir. Bu dairenin küçük bir bölümü $d\sigma(\theta, \phi)$ 'e karşılık gelir. Bir parçacık bu $d\sigma(\theta, \phi)$ alanından geçerse, θ ve ϕ açılarıyla tanımlanan

$$d\omega = \sin \theta d\theta d\phi$$

katı açısı içinde saçılmıştır.

$$\text{Diferansiyel tesir kesidi} = \frac{d\sigma(\theta, \phi)}{d\omega}$$

İnce bir hedeften $\Delta\omega$ katı açısına saçılmış toplam parçacık sayısı

$$\Delta I(\theta, \phi) = I_0 n x \frac{d\sigma(\theta, \phi)}{dw} \Delta w \quad (\text{II.7})$$

ile verilir.

Diferansiyel tesir kesiti ile toplam tesir kesiti arasındaki ilişki, basit olarak

$$\sigma = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \frac{d\sigma(\theta, \phi)}{dw} \sin\theta d\theta \quad (\text{II.8})$$

dır.

Hedef ya da demet polarize olmadığı zaman, spin yönleri gelişigüzel yayıldığından, diferansiyel tesir kesiti ϕ 'den bağımsızdır ve ϕ üzerinden integral alındığında

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\pi} \frac{d\sigma(\theta)}{dw} \sin\theta d\theta \quad (\text{II.9})$$

elde edilir.^(2, 3, 4)

n , hedefte birim hacimdeki atomların sayısı; ρ , hedefin yoğunluğu; N_0 , Avagadro sayısı ; A ise hedefin kütle numarası olmak üzere

$$n = \frac{\rho N_0}{A} \quad (\text{II.10})$$

dır.

n ile σ 'nın çarpımı "makroskobik tesir kesiti" ya da "lineer zayıflama katsayısı" olarak adlandırılır. ve μ ile gösterilir. Yani,

$$\mu = n\sigma \quad (\text{II.11})$$

dir. Burada σ 'ya "mikroskobik tesir kesiti" veya kısaca "tesir kesiti" denir. μ , madde içinde fotonun yolu üzerindeki birim uzunluk başına etkin yüzey sayısı veya 1 santimetredeki etkileşme sayısıdır. μ 'nün birimi cm^{-1} 'dir.

Bir fotonun yolu üzerindeki 1 g madde başına gördüğü etkin alana "küt-
le zayıflama katsayısı" denir ve μ_0 ile gösterilir.

$$\mu_0 = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{II.12})$$

Birimi cm^2/g 'dir.

Eğer soğurucu madde bir bileşik ise,

$$\mu / \rho = \sum_i W_i \mu_i / \rho_i \quad (II.13)$$

ile verilir. Burada W_i ; i 'inci elementin bileşikteki kütle oranıdır. Örneğin sodyum iyodür (NaI) için:

$$M_{Na} = 22.9898 \text{ g/g-atom}; M_I = 126.9044 \text{ g/g-atom}$$

$$\mu_{\rho} (\text{NaI}) = \frac{22.9898}{149.8942} \cdot \frac{\mu}{\rho} (\text{Na}) + \frac{126.9044}{149.8942} \cdot \frac{\mu}{\rho} (\text{I})$$

II.A.2 ORTALAMA SERBEST YOL

Hedefe giren bir parçacığın, soğrulmadan veya saçılmaya uğramadan, hedef maddesi içinde katedebildiği ortalama mesafeye "ortalama serbest yol" denir. Ortalama serbest yolu, \bar{x} ile gösterirsek

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\infty} I_0 x dI}{\int_0^{\infty} I_0 dI} = \frac{\int_0^{\infty} I_0 x dI}{I_0} \quad (II.14)$$

bağıntısı ile verilir.

$$I = I_0 e^{-n\sigma x} \quad (II.3)$$

eşitliğinin diferansiyelini alarak

$$dI = -n\sigma I_0 e^{-n\sigma x} dx$$

elde edilir. Bunu (II.14) 'de kullanarak

$$\bar{x} = \frac{1}{I_0} \left(- \int_0^{\infty} x n\sigma I_0 e^{-n\sigma x} dx \right) = \int_0^{\infty} n\sigma x e^{-n\sigma x} dx$$

bulunur. $n\sigma x = a$ değişken değiştirmesi yapılırsa,

$$\bar{x} = \frac{1}{n\sigma} \int_0^{\infty} a e^{-a} da$$

olur. $a = u$ ve $dv = e^{-a}$ da olarak kısmî integrasyon uygulandığında

$$\bar{x} = \frac{1}{n\sigma}$$

elde edilir. $n_0 = \mu$ olduğundan

$$\bar{x} = \frac{1}{\mu} \quad (\text{II.15})$$

olur. Buradan ortalama serbest yol, tesir kesitinin tersine eşittir diyebiliriz.

II.A.3 ETKİLEŞME ÇEŞİTLERİ

Bir madde içine giren foton çok çeşitli etkileşmeler yapar. Bu etkileşmeler Tablo:II.1 'de verilmiştir.

Tablo : II:1 'de görüldüğü gibi foton-madde etkileşmeleri çok çeşitlidir. Bu etkileşmelerden çoğu yüksek foton enerjilerinde etkin hale gelirler. Bazılarının tesir kesitleri küçüktür. Çalıştığımız enerji bölgesinde baskın olan etkileşmeler fotoelektrik olay, compton saçılması ve çift oluşumdur. Bu etkileşmelerin ayrıntıları aşağıda verilmiştir.

Tablo :II.1 Temel foton etkileşmelerinin sınıflandırılması.Düz çizgili çerçeve içindekiler, madde içinde foton zayıflamasına katkısı büyük olan etkileşmeleri; noktalı çerçeve içindekiler ise, belirtilen enerji bölgelerinde toplam etkileşmeye göre katkısı % 1 ya da daha az olan diğer etkileşmeleri göstermektedir.

Etkileşme Tipi	Soğurulma (a)	Saçılma		Çoklu-Foton Etkileri (d)
		Esnek (Koherent) (b)	Esnek Olmayan (Inkoherent) (c)	
1)Atomik Elektronlar	Fotoelektrik Etki $\mu_f \begin{cases} \sim Z^4 \text{ (düşük enerjilerde)} \\ \sim Z^5 \text{ (yüksek enerjilerde)} \end{cases}$	Rayleigh Saçıl. $\sigma_R \sim Z^2 \text{ (düşük enerji limitinde)}$	Compton Saçıl. $\sigma_c \sim Z$	İki-Foton Compton Saçıl. $\sigma_c' \sim Z$
2)Nükleonlar	Fotonükleer Reaksiyonlar(γ, n), (γ, p), fotofisyon $\sigma_{fn} \sim Z$ ($E \geq 10 \text{ MeV}$)	Esnek Nükleer Saçılma ($\gamma, \gamma) \sim Z^2$	Esnek Olmayan Nükleer saçıl. ($\gamma, \gamma')$	
3)Elektrik Alan Etrafında Yüklü Parçacıklar	1)Çekirdek Alanında Elektron-Pozitron çifti oluşumu $X_n \sim Z^2 (E \geq 1.02 \text{ MeV})$ 2)Elektron Alanında Elektron -Pozitron Çifti Oluşumu $X_e \sim Z (E \geq 2.04 \text{ MeV})$ 3)Nükleon-Antinükleon Çifti Oluşumu ($E \geq 4 \text{ BeV}$)	Delbrück Saçılması $\sim Z^4$		
4)Mezonlar	Fotomezon Oluşumu ($E \geq 150 \text{ MeV}$)	Madifiye Edilmiş (γ, γ)		

i. Fotoelektrik Olay

Bu olay düşük enerjili fotonlarda daha baskındır. Gelen foton atomun elektronlarından biri tarafından soğurulur. Bu olayda foton yok olur ve

$$E_k = h\nu - E_b \quad (II.16)$$

kinetik enerjisiyle bir elektron yayınlanır (Şekil.II.3). Burada



Şekil:II.3 Fotoelektrik olay.

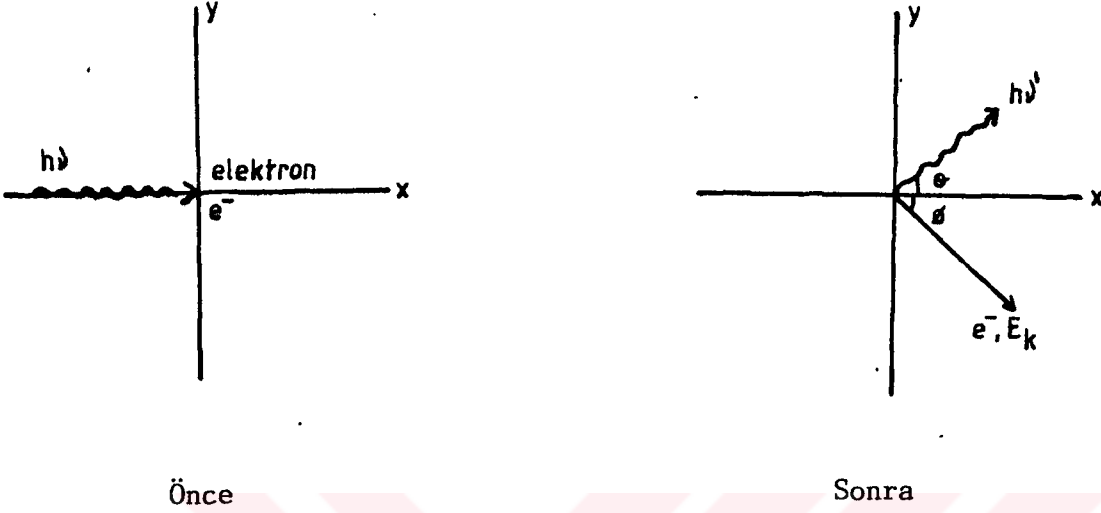
$h\nu$ gelen fotonun enerjisi, E_b ise yörünge elektronunun bağlanma enerjisidir. Elektron bu kinetik enerjisiyle gelişigüzel doğrultuda saçılır.

Fotoelektrik olayın tesir kesitinin teorik hesaplamaları, bağlı bir elektron için Dirac denkleminin kullanılmasını gerektirir. Fotonların farklı enerji bölgeleri için tesir kesitleri farklı araştırmacılar tarafından türetilmiştir. (6, 7, 8, 9)

ii. Compton Saçılması

Bu olayda, gelen foton bir serbest elektronla etkileşerek daha düşük bir enerji ile saçılır ve geri kalan enerji geri tepen elektron tarafından alınır. Bir atomda elektronlar gevşek bağlı ve gelen fotonların enerjileri nispeten büyük olduğunda fotonların atomun elektronları tarafından saçılmalarını Compton saçılması olarak hesaba katabiliriz. $h\nu$ enerjili bir gelen foton, m_0 durgun kütleli bir serbest elektrona çarpsın. Etkileşme θ açısı ile $h\nu'$ e-

nerjili bir foton saçılması ve elektronun ϕ açısı ve E_k kinetik enerjisi ile geri tepmesiyle sonuçlanır. (Şekil:II.4)



Şekil:II.4 Compton saçılması

Rölativistik ifadeler kullanarak momentum ve enerjinin korunumundan

$$h \nu' = \frac{h \nu}{1+k(1-\cos \theta)} \quad (\text{II.17})$$

elde edilir⁽¹⁾. Burada $k = \frac{h \nu}{m_0 c^2}$, yani gelen foton enerjisinin elektronun durgun kütle enerjisi cinsinden ifade edilmesini sağlayan bir terimdir.

Compton saçılması tesir kesitini hesaplamada elektron için Dirac denklemini kullanarak problemi kuantum-mekaniksel olarak çözmek gerekir. Böyle hesaplamalar teorik olarak O.Klein-Y. Nishina tarafından yapılmıştır^(6,10).

Fotonun birim katı açı başına saçılma tesir kesiti Klein-Nishina açısal dağılım fonksiyonu ile verilir.

$$\frac{d\sigma^{KN}(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 (1+k(1-\cos\theta))^{-2} \left(1+\cos^2\theta + \frac{k^2 \cdot (1-\cos\theta)^2}{1+k(1-\cos\theta)} \right) \left(\frac{\text{cm}^2/\text{elektron}}{\text{Steradyan}} \right) \quad (\text{II.18})$$

burada r_e , klasik elektron yarıçapıdır ve değeri

$$r_e = \frac{e^2}{mc^2} = 2.81777 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

dir.

Klein-Nishina açısal dağılım fonksiyonunun tüm yönelişler üzerinden integrasyonu toplam Klein-Nishina tesir kesitini verir.

$$\frac{K.N}{\sigma_c} = 2\pi r_e^2 \left(\frac{1+k}{k^2} \cdot \left(\frac{2(1+k)}{1+2k} - \frac{\ln(1+2k)}{k} \right) + \frac{\ln(1+2k)}{2k} - \frac{1+3k}{(1+2k)^2} \right) \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{elektron}} \right) \quad (\text{II.19})$$

iii. Çift Oluşum

Fotonların enerjilerini kaybettikleri üçüncü önemli olay elektron pozitron çifti oluşumudur. Bu olay için eşik enerjisi $2m_0c^2$ 'dir. 1.02 MeV 'den daha büyük enerjili bir foton yüksek Z 'li bir çekirdeğin alanı içinde yok olur ve onun yerine bir elektron pozitron çifti oluşur.

Çift yaratılma çekirdeğin alanında olduğundan enerjinin korunumuna göre

$$h\nu = 2m_0c^2 + E_+ + E_- + E_{nuc} \quad (\text{II.20})$$

bağıntısı yazılır. Burada $h\nu$ gelen fotonun enerjisi; $2m_0c^2$ elektron ve pozitronun durgun kütleleri toplamına eşit enerji; E_+ , E_- ve E_{nuc} sırasıyla pozitronun, elektronun ve geri tepen çekirdeğin kinetik enerjisidir. Çekirdeğin kütlesi çok büyük olduğundan, kinetik enerjisinin çok az bir kısmını alır ve böylece E_{nuc} ihmal edilebilir. Bu durumda (II.20) eşitliği

$$h\nu = 2m_0c^2 + E_+ + E_- \quad (\text{II.21})$$

şeklini alır ki bu, çift oluşum için eşik enerjisinin açıkça $2m_0c^2$ veya 1.02 MeV olduğunu gösterir.

Hafif yüklü parçacık alanlarında da çift oluşum mümkündür, ancak böyle durumlarda eşik enerjisi daha yüksektir. Örneğin, bir elektronun alanında çift yaratılmanın ⁽¹¹⁾ eşik enerjisi $4m_0c^2$ 'dir; yani ancak gamma fotonları 2.04 MeV 'den daha büyük enerjiye sahipse o zaman çift oluşum olacaktır.

Çift oluşum halinde tesir kesitleri için teorik hesaplamalar çok daha zordur. Bu hesaplamalar H. Bethe ve W. Heitler tarafından yapılmıştır.⁽¹²⁾



II.B SİNTİLASYON DEDEKTÖRLERİ

II.B.1 SİNTİLASYON DEDEKTÖRLERİNİN GENEL YAPISI

Yüklü parçacıkların meydana getirdiği uyarma sonucu göze görünen ışık yayınlayan kristal veya amorf maddelere "sintilatörler" denir. Sintilatörleri iki ana grupta toplamak mümkündür :

- a- İnorganik sintilatörler,
- b- Organik sintilatörler.

İnorganik sınıfa giren grupta toz veya tek kristaller kullanılır. ZnS(Ag) toz kristallere örnek olarak verilebilir. Çok yaygın olarak kullanılan bir sintilatör de talyumla aktive edilmiş sodyum iyodür NaI(Tl) kristalidir.

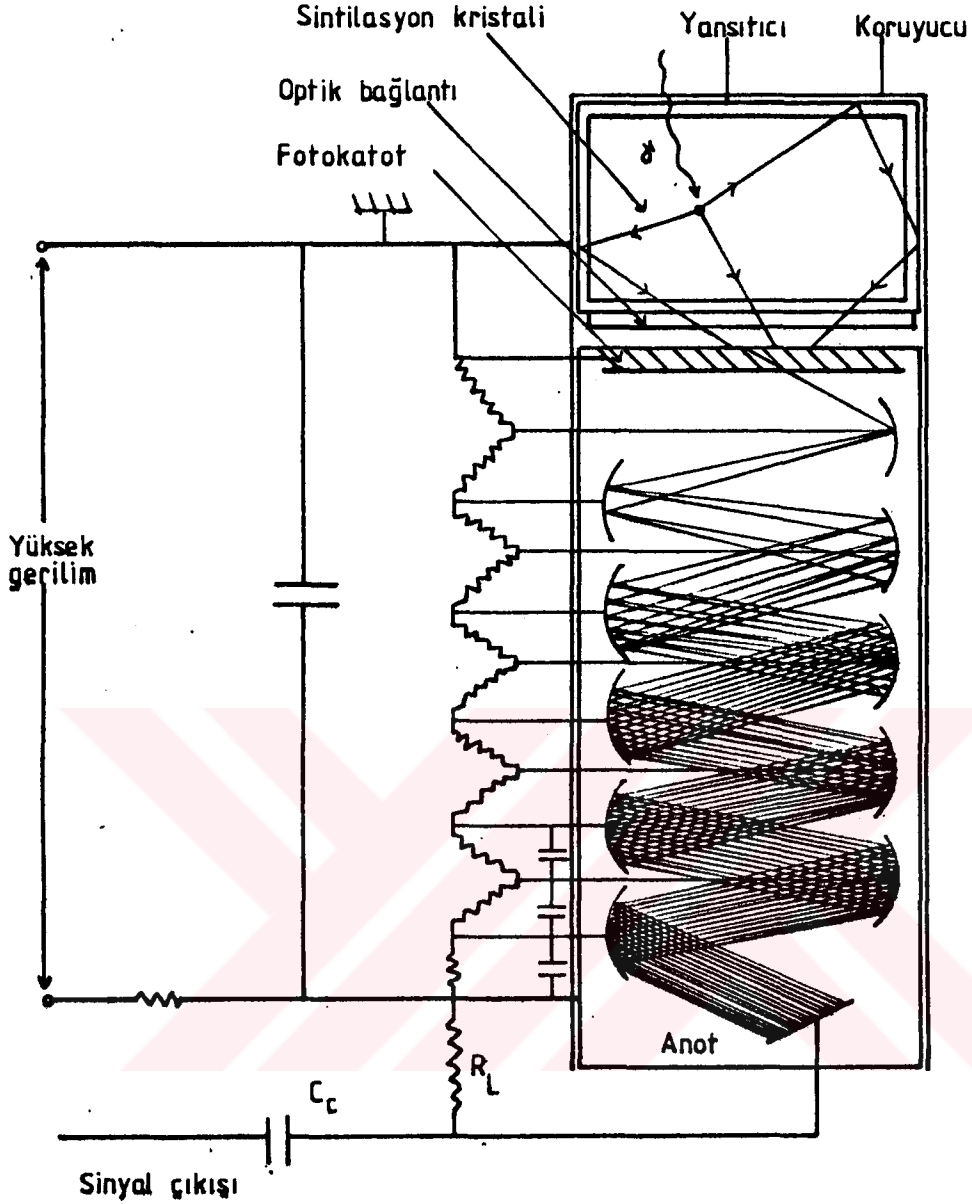
Organik sintilatörler, genelde küçük atom numaralı oldukları halde boyutları büyüktür. Çözeltide, sıvı veya plastik içinde hazırlanabilirler. Yaygın olarak kullanılan türü, antrasen ($C_{14}H_{10}$) kristalidir⁽⁷⁾.

Bilindiği gibi yüklü bir parçacığın madde içinde enerjisini kaybetmesi çoğunlukla iyonlama veya uyarma yaparak olur. İyonize olmuş atomlarda elektron eksikliği vardır. Bu elektron boşluğunun madde içindeki serbest elektronlar tarafından doldurulması, elektron boşluğunun enerji seviyesi ile aynı enerjide bir foton yayınlanmasına neden olur. Sintilatörlerde bu foton enerjisi göze görünen bölgededir. Yüklü parçacığın sintilatör içinde meydana getireceği iyon çifti sayısı parçacığın enerjisi ile orantılıdır. Dolayısıyla sintilatörde meydana gelen ışık şiddeti de yüklü parçacığın enerjisi ile orantılıdır. Bu bakımdan sintilatörlerin kullanılmasıyla yapılan sayımlarda parçacıkların enerjiye bağlı dağılımlarının elde edilmesi mümkündür.

Sintilasyon dedektörleri bir sintilatörle bir fotoçoğaltıcı tüpün op-

tik bakımdan uyumlu bir ortamla bağlanmasıyla elde edilir. Fotoçoğaltıcı, Şekil:II.5 'te görüldüğü gibi bir fotokatot ve 8-10 adet kademeli gerilim uygulanabilen elektrottan meydana gelmiştir. Bu optik bağlantı yardımıyla, sintilatörde yüklü parçacıkların iyonizasyonundan meydana gelen ışık, fotoçoğaltıcı tüp içindeki fotokatot üzerine düşürülür. Sonuçta ışık vasıtasıyla fotokatottan elektron sökülür. Sökülen elektronlar, ışık şiddetiyle, dolayısıyla yüklü parçacığın enerjisi ile orantılıdır. Fotokatotta meydana gelen elektronlar elektrotlar arasına uygulanan kademeli gerilim nedeniyle, birinciden başlayarak sırasıyla bütün elektrotlara çarparak çoğalır. Normal olarak her bir elektrotun çoğaltma oranı dört civarındadır. Yani herhangi bir elektrota çarpan bir elektron dört yeni elektronun yayınlanmasına neden olur. Böylece çoğaltılmış elektronlar toplayıcı elektrot vasıtasıyla toplanarak bir gerilim pulsu elde edilmiş olur. Şekil:II.5 'te bir sintilatör fotoçoğaltıcı düzeneğinin şematik görünüşü verilmiştir. Şekilde görülen dirençler elektrotlara kademeli gerilim uygulamak için kullanılmıştır. Fotoçoğaltıcı tüpte oluşan puls bir dizi diskriminatör sistemine gelirler. Burada her bir diskriminatör spektrometrenin bir kanalını oluşturur ve sadece belirli enerji aralığındaki pulsarı geçirir.

Kristalde oluşan bir fotoelektrik etkileşme, tek enerjili fotoelektronlar meydana getirir. Böylece meydana gelen aynı şiddetteki ışık pulsarı aynı büyüklükte çıkış pulsarı oluştururlar. Diğer taraftan Compton saçılmasında meydana gelen elektronların enerjileri, çarpışmadan sonra saçıldıkları açıya bağlı olarak farklılık gösterir ve sürekli bir enerji spektrumu meydana getirir. Saçılan foton ya kristalden çıkar veya tekrar fotoelektrik ya da Compton olayı şeklinde etkileşmeye girebilir. Dedektöre gelen fotonun enerjisi 1.022 MeV veya daha fazla ise çift oluşum da mümkündür. Bu durumda foton yok olur ve elektron-pozitron çifti oluşur ⁽¹³⁾.



Şekil:II.5 Bir sintilasyon sayacının şematik görünüşü.

II.B.2 SAYIM ELEKTRONİĞİ ve TEKNİKLERİ

Nükleer Elektronik Temel Bileşenleri :

Nükleer parçacıkların, enerji, zaman ve çokluklarına bağlı değişimlerinin incelenmesinde nükleer elektronik temel parçalarının her bir deneye özgü blok elektroniği kullanılır. Bu bakımdan nükleer elektronik temel parçalarının tek tek tanımlanmasında yarar vardır.

1^o- Güç Kaynakları : İki sınıfta toplanabilir. Gerekli elektroniği beslemede kullanılan güç kaynakları; sayıcıları beslemekte kullanılan güç kaynak-

ları . Elektronığın beslenmesinde kullanılan güç kaynakları çoğunlukla her bir temel parça içine veya N.I.M. modül elektronikte blok raflarına konulmuştur. Sayaçların beslenmesinde kullanılan yüksek gerilim güç kaynaklarının kullanılmasında, kaynağın gücü, istenilen gerilim değeri ve çıkış geriliminin sabitliği önemlidir.

2^o - Ön yükselteçler (Pre-amplifikatör): Sayacın elektronikte empedans uygunluğunu, sayaç pulsunun zayıflamamasını sağlayan bileşendir. Puls zayıflamasını engellemek için sayaca kısa kablolarla bağlanmalıdır.

3^o - Lineer yükselteçler : Ön yükselteçten gelen pulsları lineer olarak büyüten bir elektronik bileşendir. Aletten alete değişmesine rağmen lineer yükselteçlerin yükseltme faktörleri 10^5 mertebesine kadardır ve bu faktör istenilen değere ayarlanabilir.

4^o - Kesici devreler (Diskriminatörler) : Belli bir puls yüksekliğinin üstünde olan pulsları geçiren ve küçük pulsları eleyen devrelerdir. İstenilen puls seçimi için kullanılırlar.

5^o - Sayıcılar (Scaler) : Lineer yükselteçten çıkan parçacık pulslarının adetlerini sayan elektronik sistemlerdir. Giriş puls sayma duyarlılıkları 1 mV 'tan 15 V 'a kadar olan aletler vardır. Sayım sistemleri bakımından "ikili sistem" ve "ondalık sistem" olarak ikiye ayrılırlar.

6^o - Sayma hızı devreleri (Rate-Meter) : Sayıcılar gibi toplam puls adedini zamana bağlı olarak gösteren aletlerdir.

7^o - Koinsidens devreler : İki ayrı girişle, gelen iki ayrı pulsun eşzamanlı olup olmadığını tespit eden ve eşzamanlı olanları geçirip, eşzamanlı olmayanları eleyen devrelerdir.

8^o - Antikoinsidens devreler : Koinsidens devrelerin tersi olarak çalışan devrelerdir. Eşzamanlı olan pulsları eler. Eşzamanlı olmayan pulsları ise geçirir.

9^o- Zaman-puls çevirici devreler : Bir başlatma pulsu ile ikinci gelen puls arasındaki zamanı, yüksekliği bu zamanla orantılı puls haline çeviren devrelerdir. Belli bir başlama zamanına göre, pulsların zamana bağlı dağılımlarının incelenmesinde kullanılırlar.

10^o- Tetikleme devresi : Denel düzeneğinden aldığı uyarıyla elektroniği çalışmaya başlatan veya hem elektroniği hem de denel düzeneği çalışmaya başlatan devre olarak tanımlanabilir.

11^o- Çok kanallı analizör : Bir deneyde elde edilen pulsları boylarına göre sınıflayan bir devredir. Uygun blok, elektroniğin sonuna bağlanarak nükleer parçacık enerji dağılımlarının elde edilmesinde kullanılır.

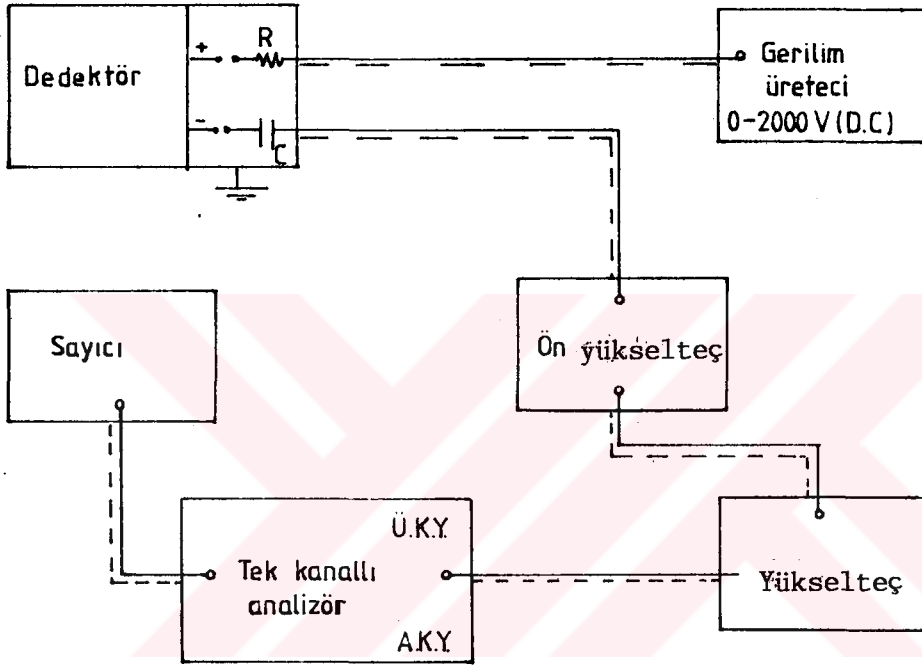
12^o- Zaman analizörleri : Bir zaman-puls çevirici devre ile çok kanallı analizör devresinin beraberce kullanılmasıyla elde edilen devredir. Belli bir başlangıç anından itibaren boyları ne olursa olsun pulsların zamana bağlı çokluklarının değişiminin elde edilmesinde kullanılır.

13^o- Elektronik saatler : Elektronik blok düzeneğini $t = 0$ anında deneye başlatabilen ve istenilen herhangi bir t anında durdurabilen veya deney süresini ölçen aletlerdir.

14^o- Çiziciler : Sayma hızı devrelerinin, gösterdiği akım şiddeti ile orantılı olarak hareket eden bir kalem yardımıyla hareketli bir grafik kağıdı üzerine denel değerleri grafik halinde çizen bir alettir.

II.B.3 SİNTİLASYON DEDEKTÖRÜ SAYMA DÜZENEGİ

Sintilasyon dedektörlerinden elde edilen pulslar kendilerini meydana getiren parçacıkların enerji değerleri ile orantılıdır. Bu pulsların boylarını büyültmek için ön ve lineer yükselteç devreye sokulur. Lineer yükselteç çıkış pulsu çok kanallı analizöre verilir ve böylece parçacıkların enerjiye bağlı spektrumu elde edilir.(13)



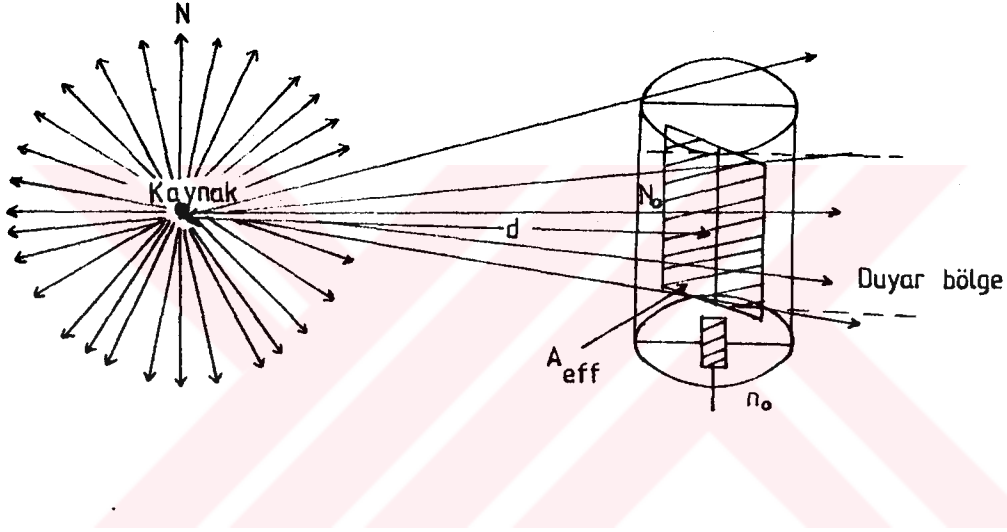
Şekil:II.6 Dedektörde meydana gelen pulsun elektronik analizi.

II.C DEDEKTÖR ÖZELLİKLERİ

II.C.1 DEDEKTÖR DUYARLIĞI

Öz (intrinsic) Duyarlık (ϵ_o) :

$$\epsilon_o = \frac{\text{Dedektörde sayılan fotonların sayısı}}{\text{Dedektörün duyar bölümüne giren fotonların sayısı}}$$



Şekil: II.7 Dedektör duyarlığı.

N : Radyoaktif kaynaktan yayınlanan fotonların sayısı

N_o : Radyoaktif kaynaktan yayınlanmış ve dedektörün duyar bölgesine girmiş fotonların sayısı

n_o : Dedektörde sayılan fotonların sayısı

d : Dedektör-kaynak uzaklığı

$$\epsilon_o = \frac{n_o}{N_o} \quad (\text{II.22})$$

Toplam (geometrik)Duyarlık (ϵ) :

$$\epsilon = \frac{n_o}{N} \quad (\text{II.23})$$

şeklinde tanımlanır.

Dedektöre giren foton sayısı, yayınlanan foton sayısına

$$N_o = NG \quad (II.24)$$

şeklinde bağlıdır.

Burada G, geometrik çarpan olup, dedektörün kaynak tarafından görülen duyar bölge alanı A_{eff} olmak üzere

$$G = \frac{A_{eff}}{4\pi d^2} \quad (II.25)$$

dir.

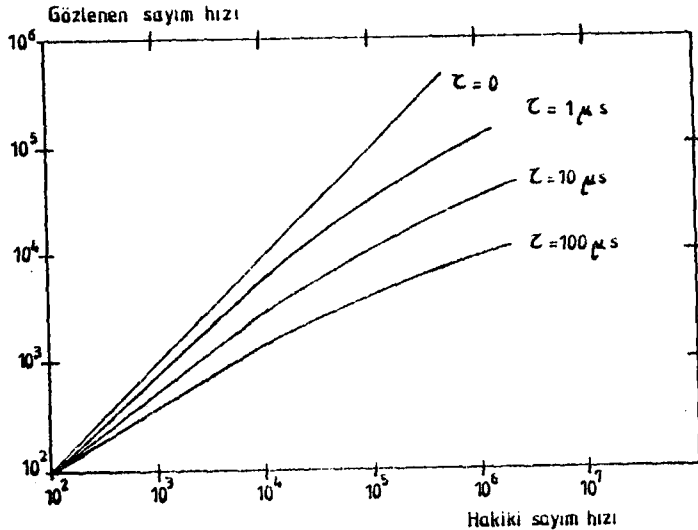
(II.22), (II.23) ve (II.24) eşitliklerinden öz duyarlık ile geometrik duyarlık arasında

$$\varepsilon = G \varepsilon_o \quad (II.26)$$

bağıntısı elde edilir.

II.C.2 ÖLÜ ZAMAN

Bir dedektörde bir adet fotonun sayımı sırasında dedektörün sağır kaldığı süreye "dedektörün ölü zamanı" denir. Yani dedektör, bir pulsu kaydettikten sonra ikinci bir pulsu kaydedemediği zaman aralığına "ölü zaman" adı verilir.



Şekil:II.8 Gerçek ve gözlenen sayım hızı

Şekil:II.8 'de görüldüğü gibi ölü zaman büyüdükçe gözlenen sayım hızı azalır.

II.C.3 AYIRMA GÜCÜ

Dedektörün saydığı aynı enerjili fotonların spektrometrede gözlenen enerjileri aynı değerli değildirler. Spektrometreyi oluşturan bir çok basamağın her birinden gelen istatistiksel sapmalar sonucu tek enerjili fotonların enerji dağılımları yaklaşık olarak bir gauss eğrisi gibidir.⁽¹⁶⁾ Spektrometrenin ayırma gücü bir gauss eğrisinin genişliği ile ölçülür. Deneysel olarak ayırma gücü, gauss eğrisinin yarı yüksekliğindeki yarı genişlik olarak verilir. Ayırma gücü yerine bazen "çizgi genişliği" terimi kullanılır.

II.C.4 CEVAP FONKSİYONU

Dedektörde sayılan fotonların dedektöre bıraktığı enerjiye göre sayısal dağılımına "Dedektör Cevap Fonksiyonu"denir.

Daha önce de belirttiğimiz gibi fotonların madde ile etkileşmesinde temel olarak üç olay meydana gelir. Fotoelektrik, Compton saçılması ve çift oluşum olaylarının her birinde serbest elektronlar meydana gelir. Eğer bu olaylar sintilatör içinde meydana gelirse serbest elektron aynen bir yüklü parçacık gibi sayıcıda sayılır.Foton enerjisi ile sintilasyon dedektöründe pulsun ilgisi her üç olay için de farklıdır.

a- Fotoelektrik olayda foton, bütün E_γ enerjisini kaybederek sintilatör atomlarından birini uyarır, E_γ enerjisinin tümü E_e uyarma enerjisi ile elektronun E_k kinetik enerjisine dönüşür.

$$E_\gamma = E_e + E_k \quad (II.27)$$

E_k kinetik enerjisi ile elektron, sintilatör içerisinde atom uyarılmasına neden olur ve tüm E_k enerjisini bu yolla kaybeder. Fotoelektrik olay

sonucu uyarılan ilk atom dahil bütün uyarılmış atomlar ışık salarak taban seviyesine gelirler. Bu suretle meydana gelmiş ışık fotonları fotoçoğaltıcı tüp yardımı ile puls haline sokulur. Meydana gelmiş pulsun boyu V , foton enerjisi E_{γ} ile orantılı olmuş olur.

$$E_{\gamma} = E_k \quad V \sim E_k$$
$$V \sim E_{\gamma}$$

N ; sayaç tarafından dedekte edilen foton adedi

P_f ; fotoelektrik olay olma olasılığını

gösterirse,

$n_f = N.p_f$ fotoelektrik pulsu sayısını verir.

n_f adet kE_{γ} gerilim değerinde puls vardır, burada k bir orantı sabitidir.

b- Compton olayında foton sintilatör içerisinde bulunan bir serbest elektronla saçılma yapar. Bu saçılmada, E_{γ} enerjisine sahip foton E'_{γ} enerjisi ile saçılır. Serbest elektron da $E_{\gamma} - E'_{\gamma}$ kadar bir kinetik enerji kazanmış olur. E'_{γ} , kinetik enerjisi saçılma açısı θ 'ya bağlıdır ve sabit değildir. Compton olayında geri tepen elektronun kinetik enerjisi E_e ise

$$E_e = E_{\gamma} - E'_{\gamma} \quad (II.28)$$

$$\theta = 0^{\circ} \quad E'_{\gamma} = E_{\gamma} ; E_e = 0$$

$$\theta = 180^{\circ} \quad E'_{\gamma} = E_{\min} ; E_e = (E_e)_{\max}$$

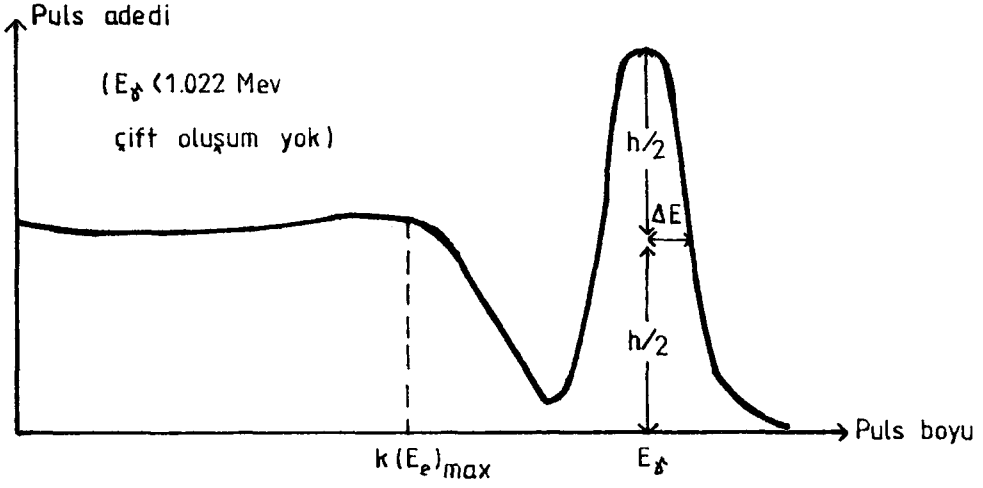
$$0 < E_e < (E_e)_{\max} \quad E_e \neq \text{sabit}$$

P_c ; Compton saçılması olma olasılığını gösterirse $n_c = N.p_c$ adet

Compton pulsu meydana gelir. n_c adet pulsun enerjisi tek değildir.

$k.0 < V < k(E_e)_{\max}$ arasında değişir.

Compton saçılmasında her açıya saçılma olasılığı aynı değildir. Tek enerjili elektronların meydana getirdiği pulslar "sayaç ayırma gücü" nedeniyle aynı boyda değildirler ve bir dağılım gösterirler.

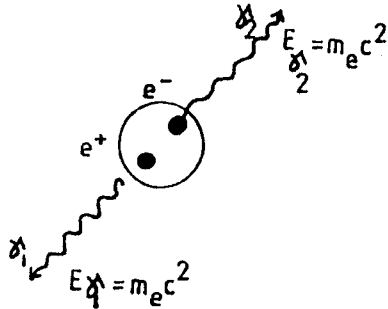


Şekil: II.9 Tek enerjili gamma cevap fonksiyonu

c- Çift oluşum olayında E_γ enerjili foton tamamen yok olarak bir elektron ve bir pozitronun meydana gelmesine neden olur. Bu olayın meydana gelebilmesi için E_γ enerjisinin elektron ve pozitronun ($2m_0c^2$) durgun enerjisinden büyük olması gerekir. Bu olayda yok olan fotonun E_γ enerjisi, elektron pozitron çiftinin durgun enerjisine ve elektronun E_{e^-} ile pozitronun E_{e^+} kinetik enerjilerine dönüşmüş olur.

$$E_\gamma = 2m_0c^2 + E_{e^-} + E_{e^+} \quad (II.29)$$

Bu elektron-pozitron çifti E_{e^-} ve E_{e^+} kinetik enerjilerini sintilatör içinde iyonizasyon yoluyla kaybederek bir puls meydana getirebilirler. Bu V pulsünün boyu $E_{e^-} + E_{e^+}$ ile orantılıdır. $V = k(E_\gamma - 2m_0c^2)$



Şekil: II.10 Pozitronun elektronla birleşerek iki foton oluşturması.

Çarpışmalarla yavaşlayan pozitron, bir elektronla birleşerek yok olur; her birinin enerjisi $m_0 c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ olan iki foton salınır. Bu durumda üç olasılık vardır :

1^o - 0.511 MeV 'lik fotonların ikisi de sintilatörden kaçarlar. Bu durumda meydana gelen puls boyu

$$V = k (E_{\gamma} - 2m_e c^2) \quad (\text{II.30})$$

olacaktır.

2^o - 0.511 MeV 'lik fotonlardan biri sintilatörle etkileşir, diğeri kaçar. Bu durumda meydana gelecek puls boyu

$$V = k (E_{\gamma} - m_e c^2) \quad (\text{II.31})$$

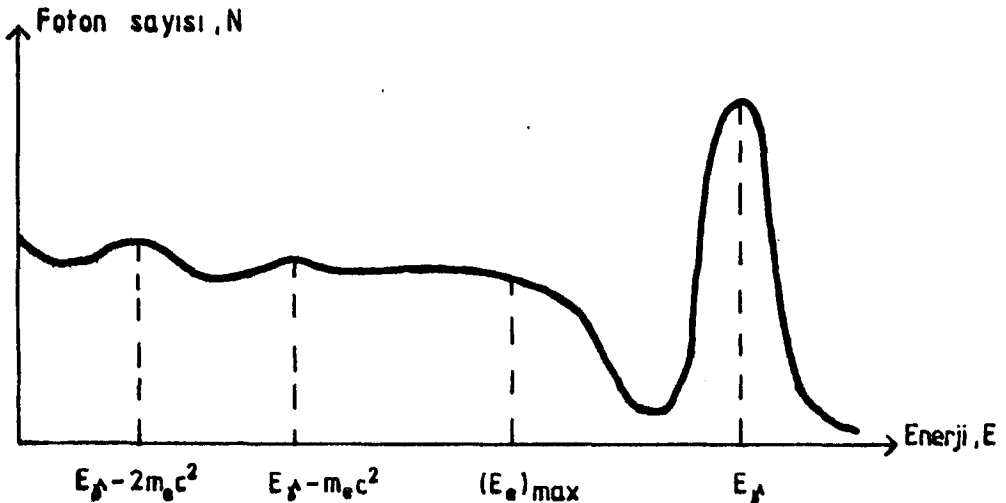
olacaktır.

3^o - 0.511 MeV 'lik fotonların ikisi de sintilatörde etkileşir. Bu halde meydana gelecek puls boyu

$$V = kE_{\gamma} \quad (\text{II.32})$$

olacaktır.

$E_{\gamma} > 3 \text{ MeV}$ için cevap fonksiyonu Şekil:II.11 'deki gibi olacaktır.



Şekil:II.11 Tek enerjili gamma cevap fonksiyonu

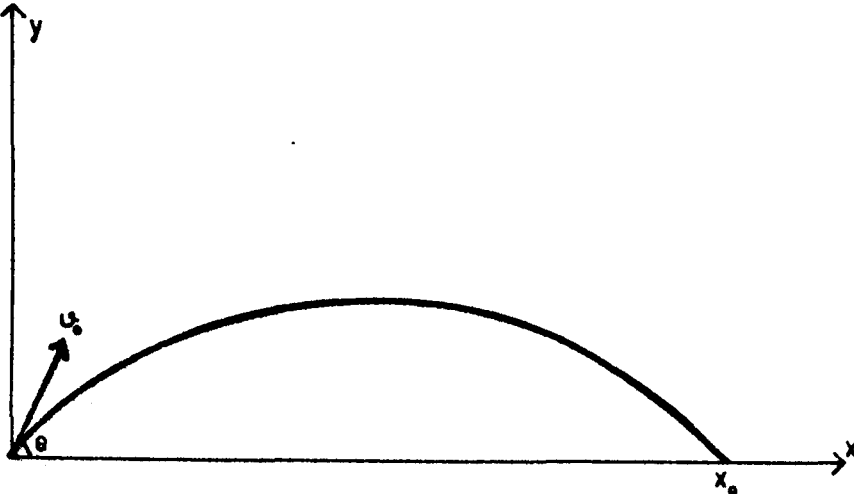
III. MONTE CARLO YÖNTEMİ

Monte Carlo yöntemini tam, kısa ve öz olarak belirleyen bir tanım yapmak mümkün değildir. Monte Carlo uygulamalarının en önemli ve belirgin özelliği, gelişigüzel örnekleme yöntemlerinin hesaplardaki temel rolüdür. Bütün Monte Carlo uygulamalarında belirli olasılık dağılımlarından örnekler seçmek gerekir. İstatistiksel veriler bu örneklerden toplanır ve bunların analizi ile ele alınan fiziksel problem hakkında bilgiler elde edilir. İncelenen fiziksel problem analitik bir çözümün bulunamayacağı kadar karmaşık ve gelişigüzel bir işleyişe sahipse probleme teorik yaklaşım ancak Monte Carlo yöntemi ile mümkündür.

III.1 TEMEL ÖRNEKLEME İLKESİ

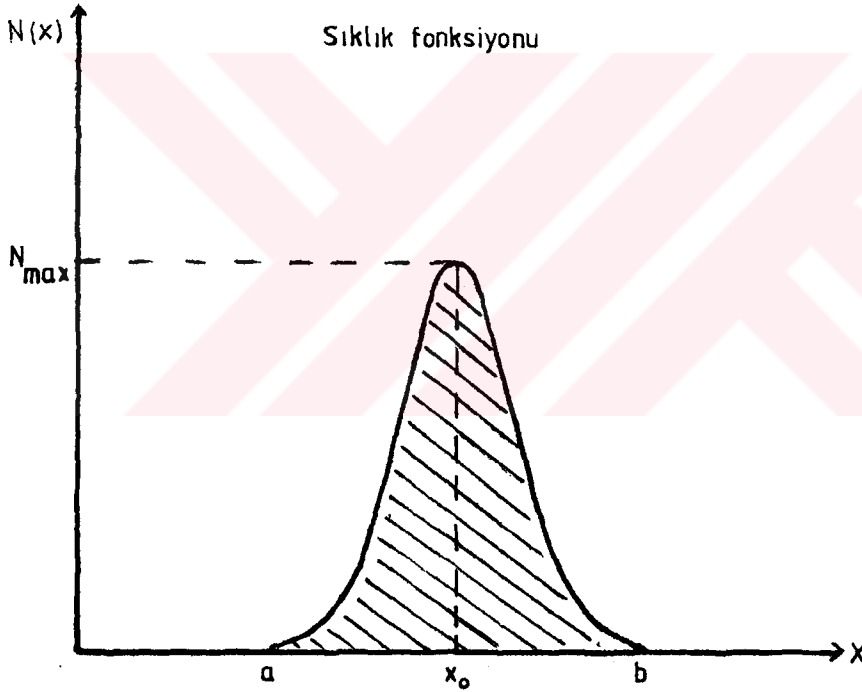
Yukarıda belirttiğimiz gibi Monte Carlo yönteminin temelinde belirli olasılık dağılımına sahip gelişigüzel bir değişkenin değerlerini örnekleme işlemi vardır. Bu işlemin akışını bir örnek ile tartışalım.

Orduya yeni alınan bir topun deneme atışlarını fiziksel deney olarak ele alalım. Topla belli bir yere nişan alınarak çok sayıda atış yapıldığını düşünelim. İdeal koşullarda mermi her atışta x_0 noktasına düşecektir.(Şekil:



Şekil:III.1 Eğik atış

III.1). Gerçek deneyde ideal koşullar hiçbir zaman sağlanamaz. Olaya etki eden birçok faktör vardır: havanın sürtünmesi yoğunluğunun, noktadan noktaya sabit olmayışı, rüzgar hareketleri, yerçekimi ivmesindeki değişimler, mermi kütlesi farkları, barut hakkı hataları, v.b. Sonuç olarak mermiler x_0 noktası civarında değişik noktalara düşerler. Her bir atışta merminin nereye düşeceğini öngörmek mümkün değildir; yani merminin düştüğü noktanın apsisi x , gelişigüzel bir değişkendir. Top atışı yeteri kadar tekrarlanırsa belirli Δx aralıklarına düşen mermi sayısı dağılımı Şekil: III.2'de görüldüğü gibi olabilir. Şekildeki düşey eksen de gösterilen



Şekil: III.2 Sıklık fonksiyonu

$N(x)dx$ belirli bir x ile $x+dx$ aralığına düşen mermi sayısıdır. Deney N_0 defa tekrarlanmış ise şekildeki taralı alan N_0 'a eşittir. $N(x)$ 'e çoğu zaman "sıklık fonksiyonu" veya "dağılım fonksiyonu" adı verilir.

Bu deneyin Monte Carlo yöntemi ile örneklenmesi, x değerlerini Şekil: III.2 'de görülen sıklıkla sayısal olarak üretmektir. $N(x)$ sıklık fonksiyonunun analitik ifadesi deneysel olarak bulunduğu göre onu kullanarak" olasılık

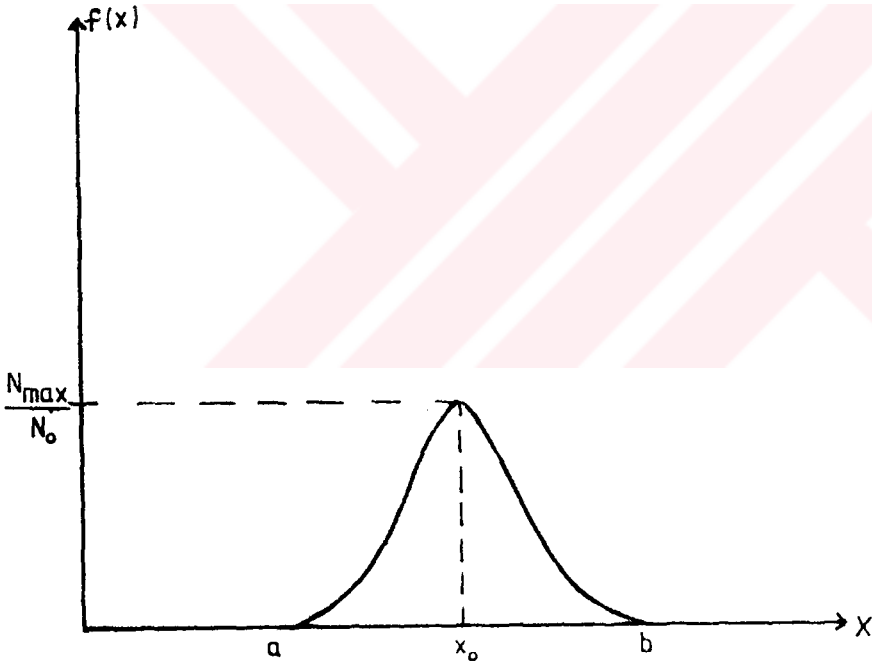
dağılım fonksiyonu" veya diğer adıyla "olasılık yoğunluk fonksiyonu" aşağıdaki gibi verilir.

$$f(x) = \frac{N(x)}{\int_a^b N(x) dx} = \frac{N(x)}{N_0} \quad (\text{III.1})$$

Bu tanıma göre

$$\int_a^b f(x) dx = 1 \quad (\text{III.2})$$

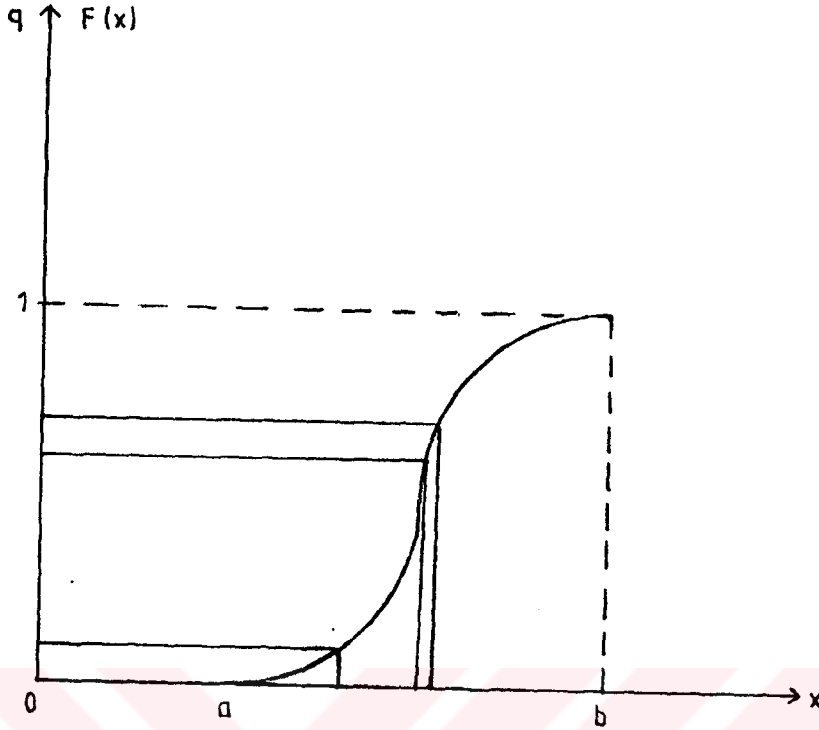
dir.



Şekil: III.3 Olasılık dağılım fonksiyonu

Olasılık yoğunluk fonksiyonunu kullanarak "toplam olasılık fonksiyonu" aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$F(x) = \int_a^x f(x') dx' \quad (\text{III.3})$$



Şekil: III.4 Toplam olasılık fonksiyonu

Yukarıda tanımlanan toplam olasılık fonksiyonu monoton artan bir fonksiyondur ve

$$F(a) = 0 \quad (III.4)$$

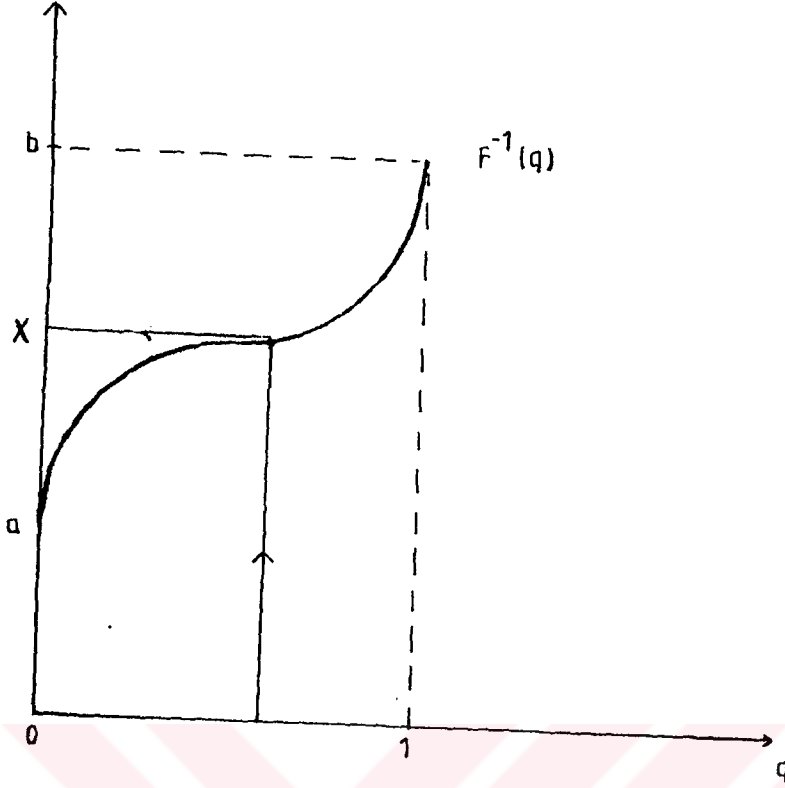
$$F(b) = 1$$

dir. Şekil:III.4 'deki düşey eksen üzerinde 0 ile 1 arasında gelişigüzel bir noktayı, her noktanın alınma olasılığı eşit olmak üzere seçerek $F(x)$ fonksiyonu aracılığı ile buna karşı gelecek x değerlerini tayin edersek, x değerleri $f(x)$ olasılık yoğunluğu ile seçilmiş olurlar. q , 0-1 arasında düzgün dağılımlı gelişigüzel sayı olmak üzere yukarıda anlatılan işlem,

$$F(x) = q \quad \rightarrow \quad x = F^{-1}(q) \quad (III.5)$$

çözümünün bulunması demektir.

Temel örnekleme yöntemi ilke olarak basit olmasına rağmen uygulamada çoğu zaman $f(x)$ fonksiyonunun integre edilemez oluşu ve (veya) $F(x)$ fonksiyonunun tersine çözülemesini nedeniyle büyük sorunlar ortaya çıkar. Bu tip sorunlara örnekler tez içinde ilerideki kesimlerde karşımıza çıkacaktır.(bak.Ek:1.2



Şekil: III. 5 $X = F^{-1}(q)$ fonksiyonu

III. 2 GELİŞİGÜZEL SAYI ELDE EDİLİŞİ

Belirli bir sıklık dağılımına sahip gelişigüzel bir değişkeni örneklemek için (0-1) arasında değerler alan sürekli, düzgün dağılımlı gelişigüzel sayılara gerek vardır. Gelişigüzel sayıların her bir rakamı, birbirinden bağımsız ve aynı olasılıkla seçilmiş sayılardan oluşan bir kümenin elemanlarıdır; yani 0,1,2,...,9 sayılarının her birinin 1/10 olasılıkla çekilmesi ile elde edilir. Çekim işlemi tamamen mekanik yollardan (Milli Piyango çekilişlerinde olduğu gibi, 0'dan 9'a kadar numaralı 10 toptan biri gelişigüzel seçilerek) yapılabilir. Bu gibi sayıları çok miktarda üretebilecek bir yol gereklidir. Çünkü küçük bir problemdeki Monte Carlo deneyleri için bile binlerce gelişigüzel sayıya ihtiyaç duyulur. Bu nedenle bir bilgisayarda bu sayıları nasıl üretebileceğimizi tartışalım.

Sayılar bilgisayarda tamamen belirli bir yöntemle üretilir, gerçekte gelişigüzel değildirler. Bu nedenle bu sayılara yapma (pseudo) gelişigüzel sayılar ismi verilir. Yalnız bu sayılar belirli bir hesap yöntemi ile art arda mey-

dana getirildikleri halde gelişigüzel sayıların istatistiksel özelliklerine sahiptirler.

Gelişigüzel sayı üretmek için kullanılan ilk yöntem, Von Neumann' ın "karenin ortası yöntemi" dir. Bu yöntemde ikiden çok basamaklı bir başlangıç sayısının karesi hesaplanıp elde edilen sayının ortadaki a adet rakamı alınır. Böylece devam edilerek bir yapma gelişigüzel sayı dizisi elde edilir. Başlangıç sayısı ve kullanılan sayı tabanının bazı değerleri için iyi sonuçlar alınmış olmakla birlikte, sayıların tekrarlanması olasılığı yüksektir. Bu nedenle aşağıda açıklanan uygunluk yöntemi (the multiplicative congruential method) geliştirilmiştir.

Uygunluk yöntemi ile gelişigüzel sayılar

$$x_i = a x_{i-1} \pmod{m} \quad (\text{III.6})$$

algoritması ile meydana getirilir. Burada x_0 ve a pozitif tamsayılar ve m bu sayılardan büyük olan başka bir pozitif tamsayıdır. x_i pozitif tamsayılar dizisi, x_{i-1} ile a çarpılıp çıkan sayının m 'ye göre modu hesaplanarak elde edilir. a, x_0 ve m 'nin uygun seçimleri referans 17 'de verilmiştir.

Uygunluk yönteminde bir değişiklik aşağıdaki algoritma ile meydana getirilir. Önce bir x_0 pozitif tamsayısı alınır, bu başlangıç değeridir. a, c iki sabit tamsayı ve m bu sayıların her ikisinden de büyük olan bir tamsayı olmak üzere

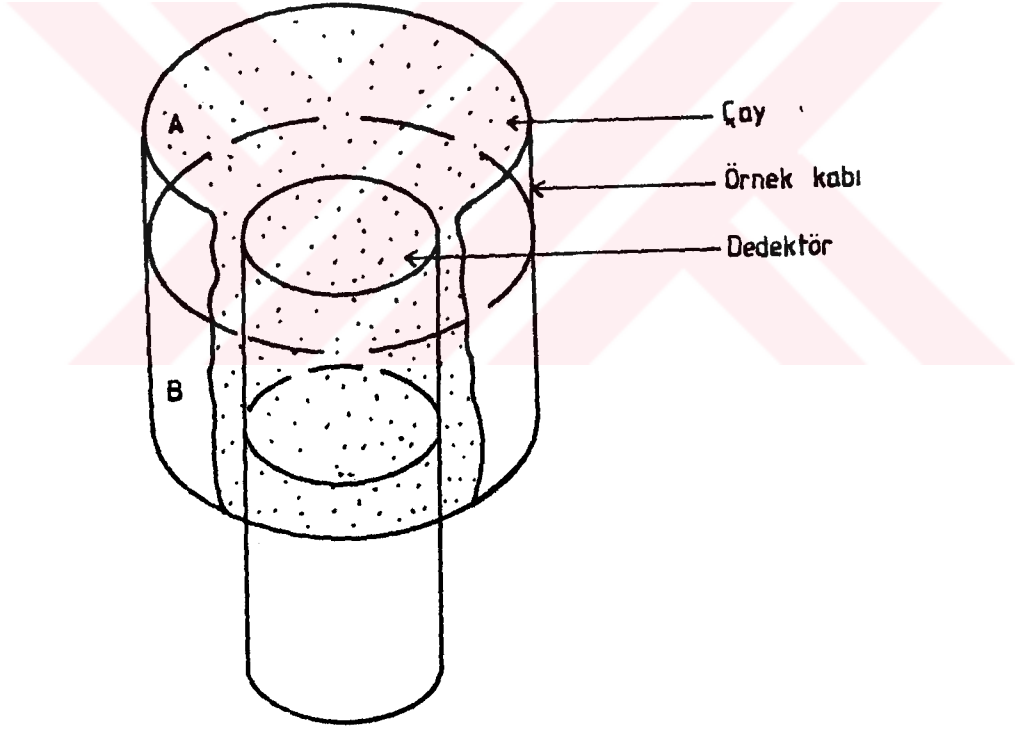
$$x_i = (ax_{i-1} + c) \pmod{m} \quad (\text{III.7})$$

bağıntısı kullanılarak bir tamsayı dizisi meydana getirilir. Bu dizinin terimleri m 'e bölünerek (0,1) aralığındaki sayılardan oluşan yeni bir dizi elde edilir. Böyle bir diziyi x_i , a, c ve m tamamen belirler. Parametrelerin birçok değerleri için elde edilen diziler gelişigüzeldir. Dizinin en çok m farklı sayıdan oluştuğu ve sonuçta kendi kendisini tekrar etmesi gerektiği açıktır. Genel halde periyodun m olmasını sağlamak ve özellikle c = 0 halinde de periyodun olabildiğince büyük olmasını sağlamak mümkündür.

IV. DENEY VE MONTE CARLO UYGULAMASI

IV.A HACİMLİ GAMMA KAYNAĞI İÇİN DEDEKTÖR DUYARLIĞI VE CEVAP FONKSİYONUNUN İNCELENMESİ

Deneyde, hacimli gamma kaynağı olarak aktif çay kullanılarak cevap fonksiyonu elde edilmiştir. Şekil :IV.1 'de içine çay örnekleri konulan örnek kabı ve dedektör düzeneği görülmektedir. Sistemin sayma verimini arttırmak için ak-

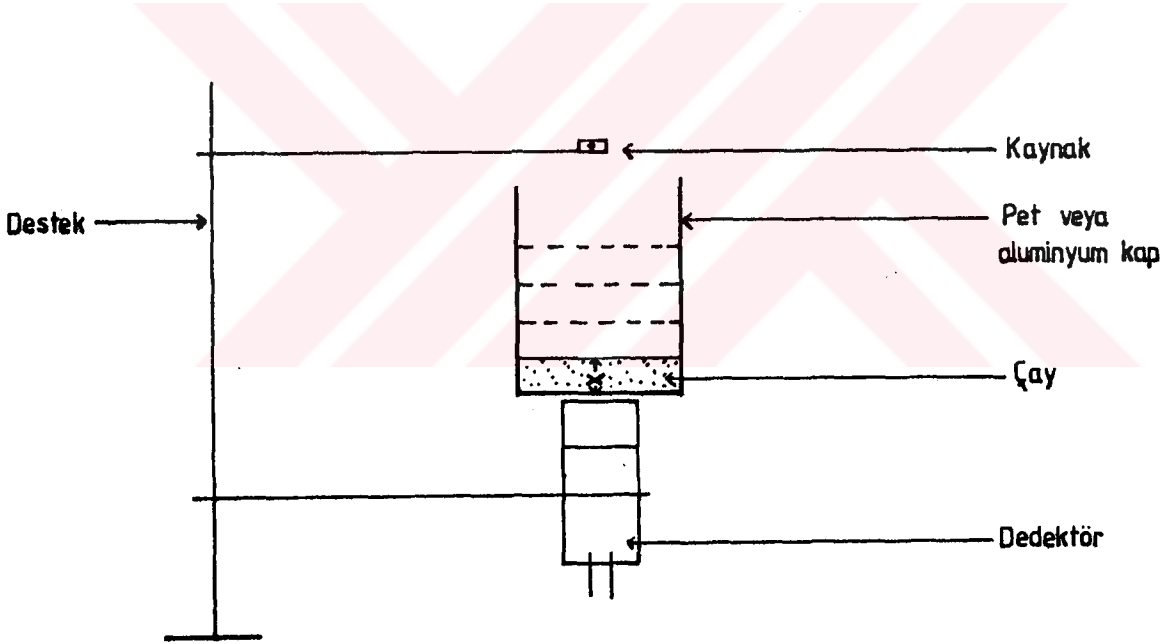


Şekil:IV.1. 2x2 inch'lik NaI (Tl) dedektörü-Hacimli gamma kaynağı deney düzeneği.

tif örneklerin dedektöre mümkün olduğu kadar yakın ve dedektörü saran bir durumda bulunmaları gerekir. Bu nedenle sistem, kabın A bölgesi dedektörün hemen üstünde; B bölgesi ise dedektörün yan yüzünü saracak şekilde düzenlenmiştir.

Kullandığımız çay örneklerinde aktif maddenin homojen dağıldığı varsayılırsa, kaynak içinde herhangi bir noktadan bir foton yayınlanma olasılığı bütün noktalar için aynı olur. Kaynak sonlu bir geometriye sahip olduğundan yayınlanan bir fotonun önce kaynak içinde izlenmesi gerekir. Bu amaçla çay için toplam lineer zayıflama katsayısı deneysel olarak ölçülmüştür.

Deneyde 2x2 inch'lik NaI (Tl) dedektörü, 8192 kanallı gamma spektrometresi, laboratuvarımızda mevcut standart Cs-137 kaynağı kullanılmış, çay alüminyum veya pet kaplarda tabaka kalınlığı 2 cm'lik basamaklarla arttırılarak ölçümler alınmıştır. Deney sırasında her ölçüm 1000 saniyelik sürede yapılmış ve kaynak-dedektör uzaklığı sabit tutulmuştur.



Şekil: IV.2 Çayın toplam lineer zayıflama katsayısı ölçümü için deney düzeneği.

Şekil:IV.2 'de görüldüğü gibi deneyde, kaynak ve dedektör kolime edilmemiştir. x , çay tabakasının kalınlığı olmak üzere ilk sayma $x = 0$ için alınmıştır. Fotopik alanı N ise, çay tabakasının kalınlığı arttıkça N sayısında düşme gözlenmiştir. Çeşitli çay tabakası kalınlığı için elde edilen sonuçlar Tablo: IV.1 'de verilmiştir.

Tablo IV.1- Çayın lineer zayıflama katsayısının belirlenmesi amacıyla yapılan deneyde elde edilen sayılar

Pet kap için			Aluminyum kap için		
x (cm)	N	lnN	x(cm)	N	lnN
0	286435	12.57	0	395748	12.89
2.8	26539	12.49	2	372419	12.83
5.3	249364	12.43	4	353038	12.77
7.8	236780	12.38	6	333902	12.72
10.3	221438	12.31	8	317591	12.67
12.8	208504	12.25	10	298909	12.61
15.3	197022	12.19	12	280416	12.54

Bu değerler kullanılarak pet ve aluminyum kap için ayrı ayrı fonksiyonlar çizilerek

$$\ln N = ax + b$$

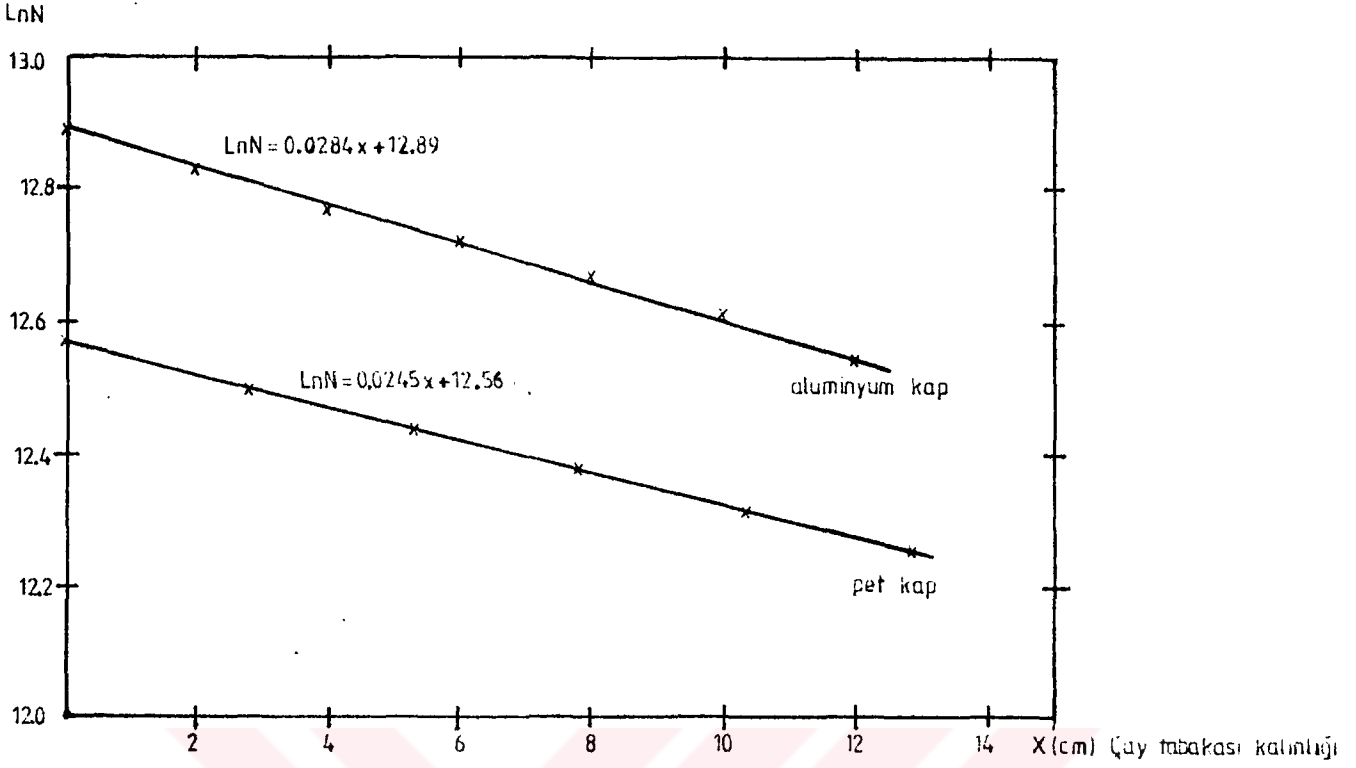
ifadesindeki a ve b katsayıları en küçük kareler yöntemi ile hesaplanmıştır.

Bu değerler :

$$\text{Pet kap için} \quad : \ln N = 0.0245x + 12.56$$

$$\text{Aluminyum kap için} \quad : \ln N = 0.0283x + 12.89$$

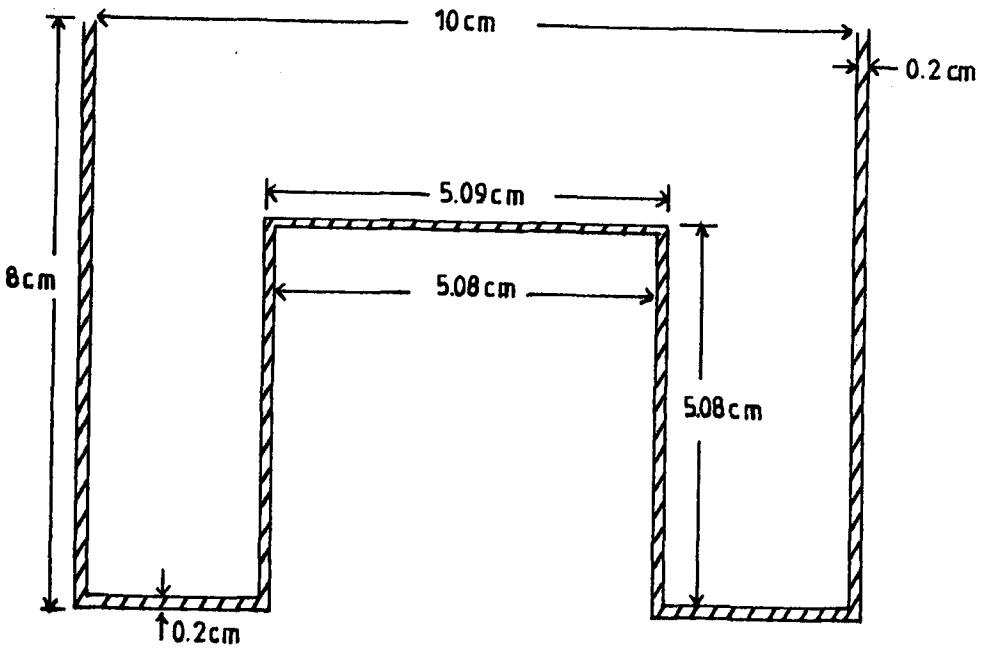
dır. Bulunan eğim değerlerinin ortalaması olarak toplam lineer zayıflama katsayısı $\mu = 0.026 \pm 0.002 \text{ cm}^{-1}$ olarak hesaplanmıştır (Şekil: IV.3).



Şekil:IV.3 x'e bağlı $\ln N$ 'in değişimi.

Bu sonuca göre çay içinde fotonların ortalama serbest yolu $\frac{1}{\mu} = 38.5$ cm kadardır. Düzenegin boyutları ortalama serbest yola oranla küçük olduğundan yayınlanan fotonların kaynak içinde etkileşme yapmadıkları varsayılmıştır.

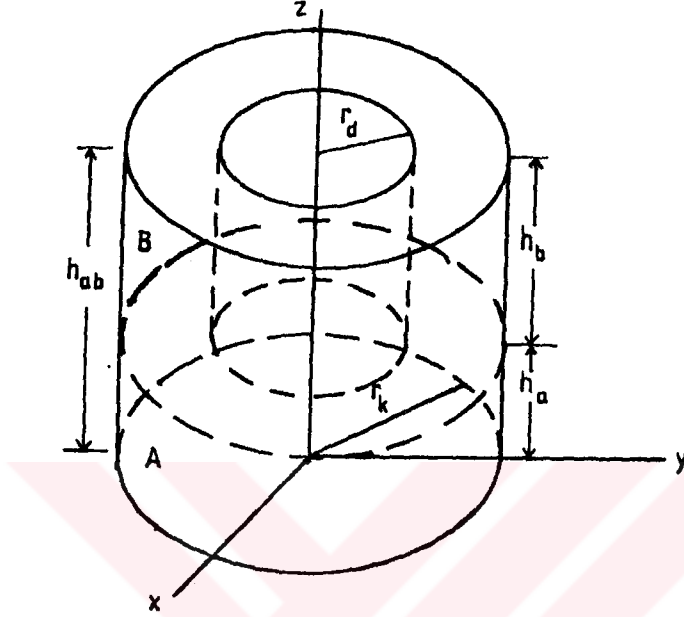
(Şekil:IV.4)



Şekil:IV.4 Örnek kabının boyutları.

IV.A.1 FOTONLARIN KAYNAKTAN YAYINLANMA NOKTASININ KOORDİNATLARI VE HAREKET DOĞRULTUSUNUN ÖRNEKLENMESİ

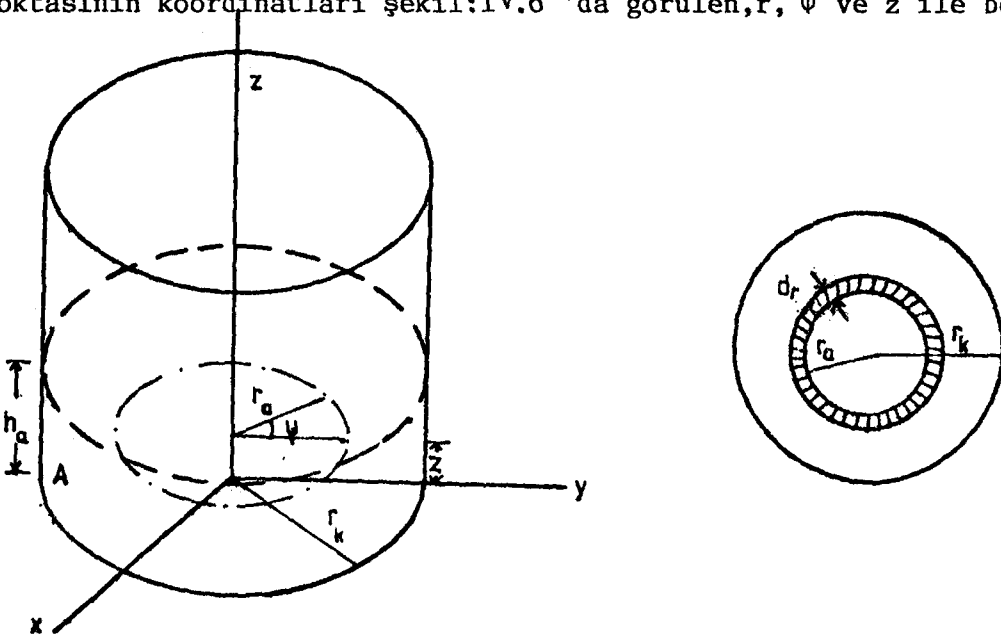
Monte Carlo hesaplamalarına temel olarak koordinat eksenleri Şekil:IV.5 te görüldüğü gibi seçilmiştir.



Şekil:IV.5 Monte Carlo hesaplamaları için koordinatların seçimi.

Kaynağın A ve B bölgeleri geometrik yapı ve dedektöre göre konumu itibari ile farklı olduklarından ayrı ayrı ele alınmışlardır.

A bölgesinde kaynağın düzgün dağılmış olduğu varsayımı ile, fotonun yayınlanma noktasının koordinatları şekil:IV.6 'da görülen, r , ψ ve z ile belirlenmiştir.



Şekil:IV.6 A bölgesinde fotonun yayınlanma noktasının örneklenmesi.

Belli bir r değeri gelme olasılığı $= \frac{2\pi r}{\pi r_k^2}$

dir.

Olasılık yoğunluk fonksiyonu $= \frac{2r}{r_k} = p(r),$

Toplam olasılık yoğunluk fonksiyonu $= q = \frac{\int_0^{r_a} 2\pi r' dr'}{\pi r_k^2} = \frac{r_a^2}{r_k^2}$

olur. Buradan,

$$r_a = r_k \sqrt{q} \quad (IV.1)$$

elde edilir. Örnek kabının silindirik simetrisinden dolayı ψ örnekleme ve her foton için $\psi = 45^\circ$ alınmıştır. z koordinatı ise,

$$z = h_a q \quad (IV.2)$$

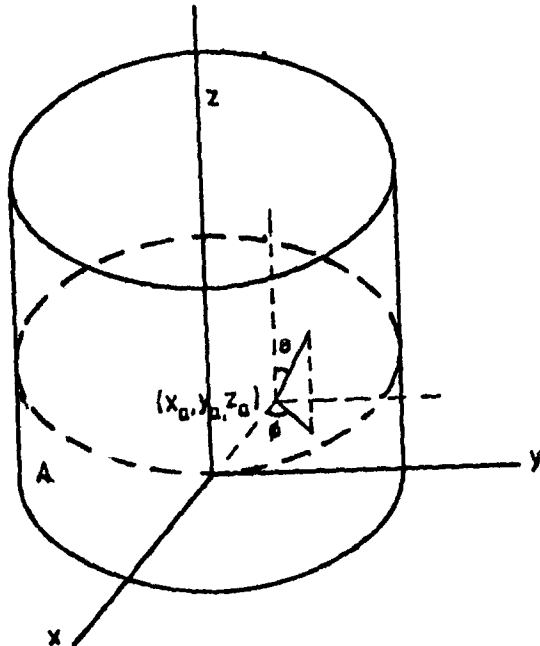
ifadesi ile örnekleme. Böylece A bölgesinde fotonun yayınlama noktasının koordinatları

$$x_a = r_a \cos \psi \quad (IV-3-a)$$

$$y_a = r_a \sin \psi \quad (IV-3-b)$$

$$z_a = h_a q \quad (IV-3-c)$$

olur.



Şekil:IV.7 A bölgesinde fotonun hareket doğrultusunun örnekleme.

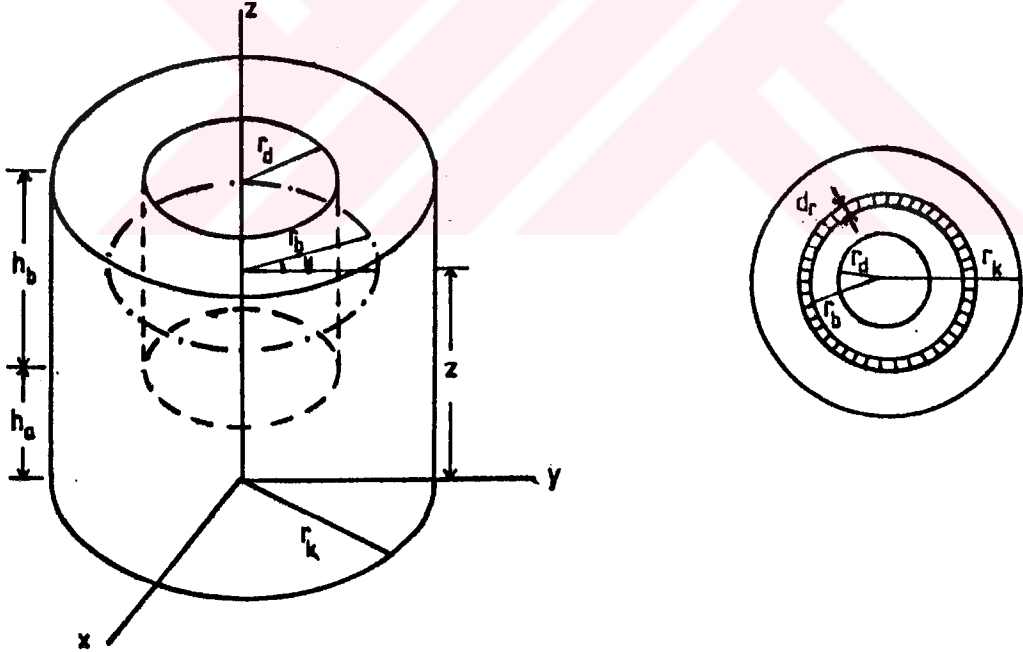
Kaynak içinde fotonun etkileşme yapmadığını varsaydığımız için uzayın dedektörün bulunduğu kısmına yönelmeyen fotonlar dedektöre ulaşamazlar. Bu nedenle yayınlanan fotonun hareket doğrultusu örneklenirken fotonun daima dedektörün bulunduğu yarı uzaya yönelmesi sağlanmıştır, yani

$$\cos \theta = q \quad (IV.4)$$

$$\phi = 2 \pi q \quad (IV.5)$$

olarak örneklenmiştir. Bu şekilde N tane fotonun izlenmesi, gerçekte, A bölgesinden $2N$ tane fotonun yayınlanması demektir.

B bölgesinde de kaynağın düzgün dağılmış olduğu varsayımı ile, fotonun yayınlanma noktasının koordinatları Şekil:IV.8 'de görülen r, ψ ve z ile belirlenmiştir.



Şekil:IV.8 B bölgesinde fotonun yayınlanma noktasının örneklenmesi.

$$\text{Belli bir } r \text{ değeri gelme olasılığı} = \frac{2 \pi r}{\pi (r_k^2 - r_d^2)}$$

dir.

$$\text{Olasılık yoğunluk fonksiyonu} = \frac{2r}{r_k^2 - r_d^2} = p(r)$$

$$\text{Toplam olasılık yoğunluk fonksiyonu} = q = \frac{2}{r_k^2 - r_d^2} \int_{r_d}^{r_b} r' dr' = \frac{r_b^2 - r_d^2}{r_k^2 - r_d^2}$$

olur.

$$r_b = \sqrt{q(r_k^2 - r_d^2) + r_d^2} \quad (\text{IV.6})$$

ifadesi ile örneklenmiştir. Örnek kabının silindirik simetrisinden dolayı ψ örneklenmemiş ve her foton için $\psi = 45^\circ$ alınmıştır. z koordinatı ise

$$z = h_a + h_b q \quad (\text{IV.7})$$

ifadesi ile örneklenmiştir.

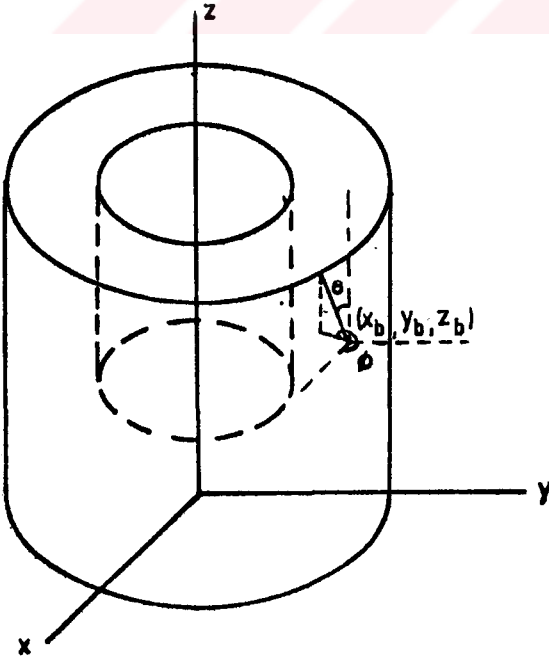
B bölgesinde, fotonun yayınlanma noktasının koordinatları

$$x_b = r_b \cos\psi \quad (\text{IV-8-a})$$

$$y_b = r_b \sin\psi \quad (\text{IV-8-b})$$

$$z_b = h_a + h_b q \quad (\text{IV-8-c})$$

olur.



Şekil: IV.9 B bölgesinde fotonun hareket doğrultusunun örneklenmesi.

Kaynak içinde fotonun etkileşme yapmadığını varsaydığımız için,uzayın dedektörün bulunduğu kısmına yönelmeyen fotonlar A bölgesinde olduğu gibi dedektöre ulaşamazlar. Bu nedenle yayınlanan fotonun hareket doğrultusu örneklenirken dedektörün bulunduğu yarı uzaya yönelmesi sağlanmıştır.

$$q = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\theta d\Omega}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi d\Omega} = \frac{2\pi \int_0^\theta \sin\theta d\theta}{4\pi} = \frac{1}{2} (1 - \cos\theta)$$

$$\cos\theta = 1 - 2q \quad (IV.9)$$

$$\phi = \pi \left(\frac{3}{4} + q \right) \quad (IV.10)$$

ifadeleri ile örneklenmiştir. Burada ϕ 135° ile 315° arasında değerler alır. Bu şekilde N tane fotonun izlenmesi, gerçekte 2N tane fotonun yayınlanması demektir.

Her iki bölge için fotonların doğrultman kosinüsleri

$$\alpha = \sin\theta \cos \phi \quad (IV.11.a)$$

$$\beta = \sin\theta \sin \phi \quad (IV.11.b)$$

$$\gamma = \cos\theta \quad (IV.11.c)$$

dır.

IV.A.2 FOTONLARIN DEDEKTÖRE ULAŞMA KOŞULLARI

A bölgesinden yayınlanan fotonlar dedektöre ön yüzden veya yan yüzden girebilir. Ön yüzden girebilmeleri için, fotonun hareket doğrusunun $z = h_a$ düzlemini kestiği noktanın koordinatları :

$$x = x_a + \frac{\alpha}{\gamma} (h_a - z_a) \quad (IV.12.a)$$

$$y = y_a + \frac{\beta}{\gamma} (h_a - z_a) \quad (IV.12.b)$$

$$z = h_a \quad (IV.12.c)$$

olmak üzere

$$x^2 + y^2 < r_d^2 \quad (IV.13)$$

olmaktadır. Burada r_d dedektörün yarıçapıdır. Bu koşul sağlandığında fotonun dedektöre giriş noktasının koordinatları (IV.12.a.b.c) denklemleri ile verilir.

A bölgesinden yola çıkıp dedektöre ön yüzden girmeyen fotonlar yan yüzden girebilirler. Fotonun yan yüzden dedektöre girmesi, dedektörün yan yüzünü belirleyen

$$x^2 + y^2 = r_d^2 \quad (IV.14)$$

silindir denklemi ile fotonun hareket doğrusunun kesişmesi demektir. Fotonun hareket doğrusu denklemleri

$$\frac{x-x_a}{\alpha} = \frac{y-y_a}{\beta} = \frac{z-z_a}{\gamma} = k \quad (IV.15)$$

olarak yazılabilir. Kesim noktasını belirlemek için (IV.14) ile (IV.15) denklemlerinin ortak çözümü bulunur, yani silindirin denkleminde, doğrunun parametrik denklemi yerlerine yazılarak k 'ya bağlı ikinci dereceden bir denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} (x_a + \alpha k)^2 + (y_a + \beta k)^2 - r_d^2 &= 0 \\ (\alpha^2 + \beta^2)k^2 + 2(\alpha x_a + \beta y_a)k + x_a^2 + y_a^2 - r_d^2 &= 0 \end{aligned} \quad (IV.16)$$

$$\text{Diskriminant, } \Delta = (2(\alpha x_a + \beta y_a))^2 - 4((\alpha^2 + \beta^2)(x_a^2 + y_a^2 - r_d^2))$$

olur.

$\Delta > 0 \rightarrow$ doğru ile silindir iki farklı noktada kesişirler.

$\Delta = 0 \rightarrow$ doğru silindire teğettir.

$\Delta < 0 \rightarrow$ doğru ile silindir kesişmezler.

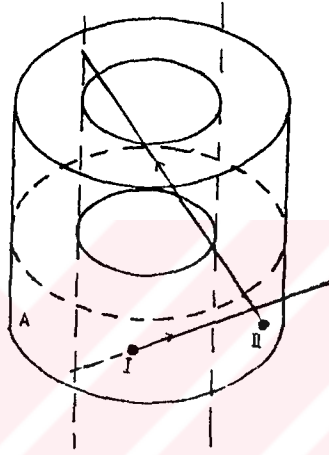
Ancak diskriminant sıfırdan büyük ise doğru ile silindirin kesim noktalarını belirleyebiliriz. Bu kesim noktaları için k_1 ve k_2

$$k_{1,2} = \frac{-2(\alpha x_a + \beta y_a) \pm \sqrt{\Delta}}{2(\alpha^2 + \beta^2)} \quad (\text{IV.17})$$

dir. k_1 ve k_2 'nin işaretlerini Şekil:IV.10,11 üzerinde inceleyelim.

A bölgesi için :

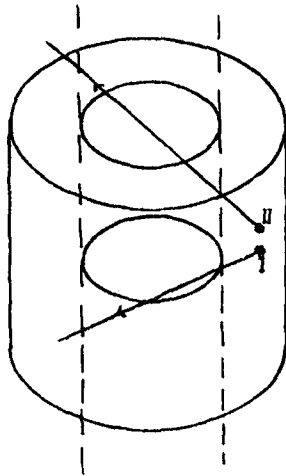
I. durum : k_1 ve k_2 ters işaretlidir. Fotonun yayınlanma noktası $x^2 + y^2 = r_d^2$ silindiri içindedir ve bu durumda foton silindire ancak ön yüzden girebilir, yan yüzden girmesi mümkün değildir.



Şekil:IV.10. A bölgesi için k_1 ve k_2 'nin işaretlerinin incelenmesi

II.durum: k_1 ve k_2 pozitif işaretlidir. Bunlardan küçük olanı silindire giriş noktasının koordinatlarını belirler.

B bölgesi için :



Şekil:IV.11.B bölgesi için k_1 ve k_2 'nin işaretlerinin incelenmesi.

I.durum: k_1 ve k_2 negatif işaretlidir. Mutlak değerce küçük olan, silindire giriş noktasını belirler.

II.durum : k_1 ve k_2 pozitif işaretlidir. Küçük olanı silindire giriş noktasını verir.

(IV.17) bağıntısındaki negatif işaret daima küçük k değerini verdiğinden k_2 değeri aradığımız çözümdür.

Böylece A bölgesinde silindire yan yüzden giren fotonların koordinatları :

$$x_o = x_a + \alpha k_2 \quad (IV.18.a)$$

$$y_o = y_a + \beta k_2 \quad (IV.18.b)$$

$$z_o = z_a + \gamma k_2 \quad (IV.18.c)$$

olur.

B bölgesinden yayınlanan fotonlar silindire daima yan yüzden girebilirler. Fotonların silindire yan yüzden giriş noktasının koordinatlarını belirlemek için A bölgesindeki yol izlenerek :

$$x_o = x_b + \alpha k_2 \quad (IV.19.a)$$

$$y_o = y_b + \beta k_2 \quad (IV.19.b)$$

$$z_o = z_b + \gamma k_2 \quad (IV.19.c)$$

elde edilir.

$$h_{ab} = h_a + h_b \quad \text{olmak üzere her iki bölge için :}$$

$$z_o > h_a \quad (IV.20.a)$$

ve

$$z_o < h_{ab} \quad (IV.20.b)$$

koşulları sağlanırsa foton dedektöre girmiş demektir. Burada h_a ve h_b örnek kabının A ve B bölgelerinin yükseklikleridir.

IV.A.3 FOTONUN YAYINLANMA ENERJİSİNİN ÖRNEKLENMESİ

Yaptığımız deneylerde çay örneklerinde Cs-137 ve Cs-134 izotoplarının varlığı belirgin bir şekilde gözlenmiştir. Cs-137'den 661.7 keV enerjili gamma fotonları ile 33 keV enerjili x-ışınları, Cs-134 'den 795.9, 604.6, 569.3, 563.2 keV enerjili gamma fotonları yayınlanmaktadır.

Fotonun yayınlanma enerjisinin örneklemede bütün bu enerji değerleri deneysel cevap fonksiyonuna uyacak foton sayısı oranları ile hesaba katılmışlardır. Bu değerler Tablo IV.2 'de verilmiştir. A ve B bölgelerinden çıkan foton sayısı bölgelerin hacimleri ile orantılı olarak alınmıştır.

Tablo:IV.2 Foton sayıları

Enerji (keV)	Bağıl Yayınlanma olasılığı (%)	Foton sayısı	Foton sayısı A	Foton sayısı B
33	?	110	48	62
563.2	8	48	21	27
569.3	35	208	92	116
604.7	100	594	261	333
661.7	89.98	2050	902	1148
795.9	85.4	650	286	364

Hesaplamalarda Tablo:IV.2 'deki çeşitli enerjili foton sayıları aynı katsayılarla çarpılarak çoğaltılmışlardır.

IV.A.4 DEDEKTÖR İÇİN TESİR KESİTLERİN HESAPLANMASI

Fotonların dedektör içinde izlenmesi için NaI 'ün Compton saçılması ve fotoelektrik olay tesir kesitleri literatürden alınan sayısal değerler NaI 'ün yoğunluğu olan 3.67 g/cm^3 ile çarpılarak lineer zayıflama katsayısına çevrilmiş, bu değerlere uygun birer fonksiyon önerilerek fit yapılmıştır. Böylece en uygun fonksiyonlar elde edilmiştir. Lineer zayıflama katsayıları-

nın enerjiye bağılı değerleri Tablo :IV.3 'te, fonksiyonları Şekil: IV.12'de görölmektedir.

Compton için

$$\mu_c = p_1 / (1+p_2 E + p_3 E^2 + p_4 E^3) \quad (IV.21)$$

$$p_1 = 0.61758 , \quad p_2 = 3.2326$$

$$p_3 = -1.3388 , \quad p_4 = 0.26836$$

Fotoelektrik olay için tesir kesitleri enerjiye bağılı olarak çok hızlı değiştiiğinden, tesir kesiti değerleri yerine doğal logaritmalarının değerleri üzerine fit yapılmıştır.

Fotoelektrik için : $E < 0.032$ MeV ise

$$p_1 = 1.6908 , \quad p_2 = -11.112 , \quad p_3 = 8.6269$$

$$p_4 = -28.617 , \quad p_5 = 0.8313$$

$E > 0.032$ MeV ise

$$p_1 = -3.3894 , \quad p_2 = -3.7143 , \quad p_3 = 23.316$$

$$p_4 = -2.8994 , \quad p_5 = 0.30128$$

olmak üzere

$$\mu_f = \exp (p_1 + p_2 E + p_3 \exp (p_4 E^{p_5})) \quad (IV.22)$$

elde edilmiştır.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n (\mu_i - f(E_i, p_j))^2$$

$\chi^2 (p_j)$ 'i en küçük yapan p_j değerleri bir optimizasyon programı ile belirlenmiştır. Burada p_j , parametreler; μ_i , literatürden alınan tesir kesiti değerleri; E ise fotonun enerjisidir.

Compton ve fotoelektrik için $n = 24$ noktaya fit yapılmıştır. χ^2 değeri,

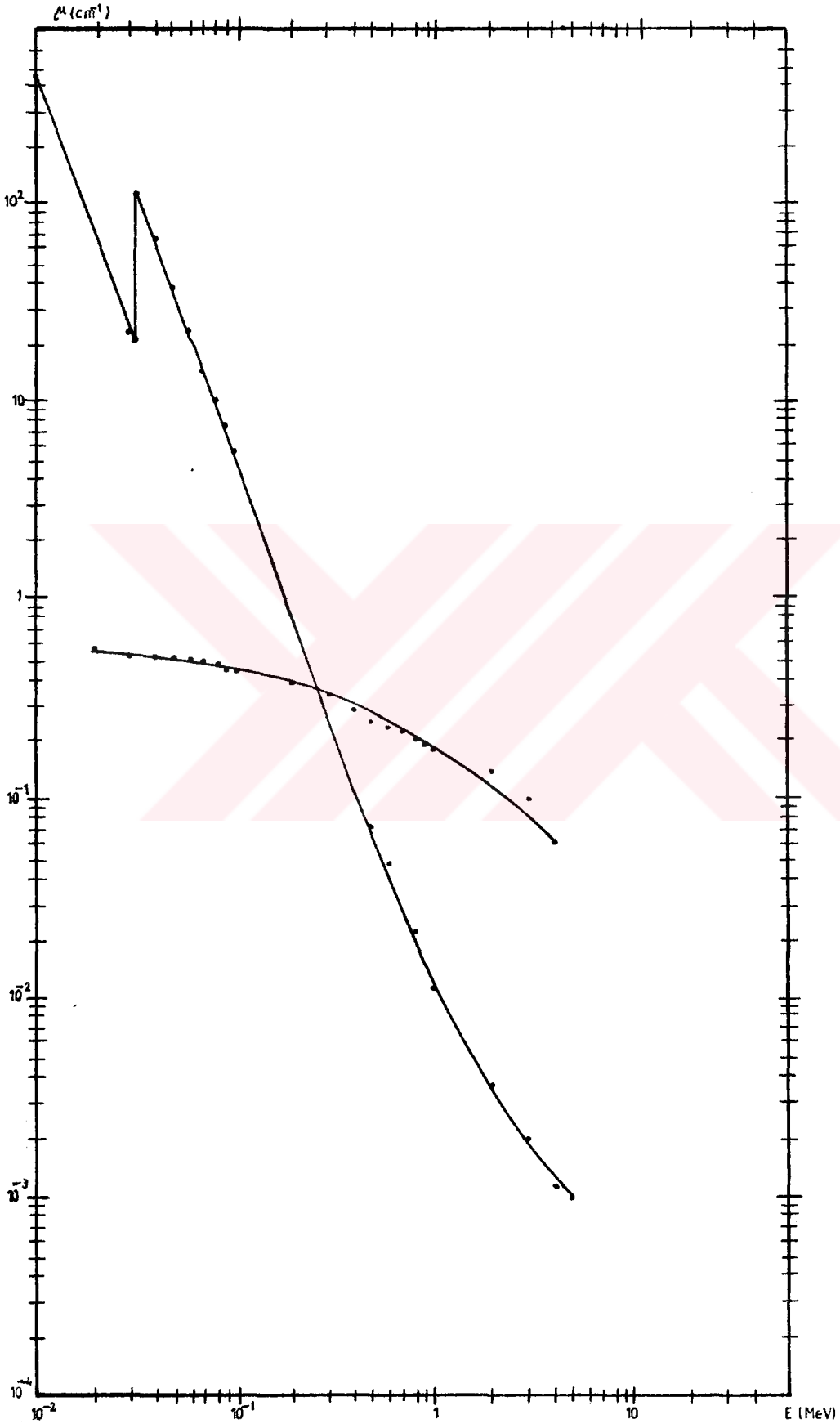
$$\text{Compton için : } \chi^2 = 5.0944 \times 10^{-4}$$

Fotoelektrik için :

$$E < 0.032 \text{ MeV ise } n = 5, \quad \chi^2 = 1.2456 \times 10^{-3}$$

Tablo:IV.3. NaI bileşiginde γ -fotonlarının enerjiye bağılı lineer zayıflama katsayıları

Enerji, E (MeV)	Lineer Zayıflama Katsayısı, (cm^{-1})	
	Compton, μ_c	Fotoelektrik, μ_f
1.00×10^{-2}	5.983×10^{-1}	$4.975 \times 10^{+2}$
1.50×10^{-2}	5.982×10^{-1}	$1.693 \times 10^{+2}$
2.00×10^{-2}	5.804×10^{-1}	$7.513 \times 10^{+1}$
3.00×10^{-2}	5.636×10^{-1}	$2.420 \times 10^{+1}$
3.32×10^{-2}	5.585×10^{-1}	$2.037 \times 10^{+1}$
3.32×10^{-2}	5.585×10^{-1}	$1.221 \times 10^{+2}$
4.00×10^{-2}	5.479×10^{-1}	$6.871 \times 10^{+1}$
5.00×10^{-2}	5.332×10^{-1}	$3.797 \times 10^{+1}$
6.00×10^{-2}	5.193×10^{-1}	$2.312 \times 10^{+1}$
8.00×10^{-2}	4.939×10^{-1}	$1.038 \times 10^{+1}$
1.00×10^{-1}	4.714×10^{-1}	$5.525 \times 10^{+0}$
1.50×10^{-1}	4.243×10^{-1}	$1.735 \times 10^{+0}$
2.00×10^{-1}	3.872×10^{-1}	7.649×10^{-1}
3.00×10^{-1}	3.327×10^{-1}	2.475×10^{-1}
4.00×10^{-1}	2.947×10^{-1}	1.148×10^{-1}
5.00×10^{-1}	2.668×10^{-1}	6.480×10^{-2}
6.00×10^{-1}	2.455×10^{-1}	4.140×10^{-2}
8.00×10^{-1}	2.154×10^{-1}	2.137×10^{-2}
$1.00 \times 10^{+0}$	1.953×10^{-1}	1.325×10^{-2}
$1.50 \times 10^{+0}$	1.650×10^{-1}	6.064×10^{-3}
$2.00 \times 10^{+0}$	1.451×10^{-1}	3.715×10^{-3}
$3.00 \times 10^{+0}$	1.048×10^{-1}	2.004×10^{-3}
$4.00 \times 10^{+0}$	6.370×10^{-2}	1.336×10^{-3}
$5.00 \times 10^{+0}$	3.580×10^{-2}	9.781×10^{-4}



Şekil: IV.12. NaI bileşiginde γ -ışınının enerjiye bağlı olarak lineer zayıflama katsayısının değişimi.

$$E > 0.032 \text{ MeV} \text{ ise } n = 19, \quad \chi^2 = 2.3657 \times 10^{-2}$$

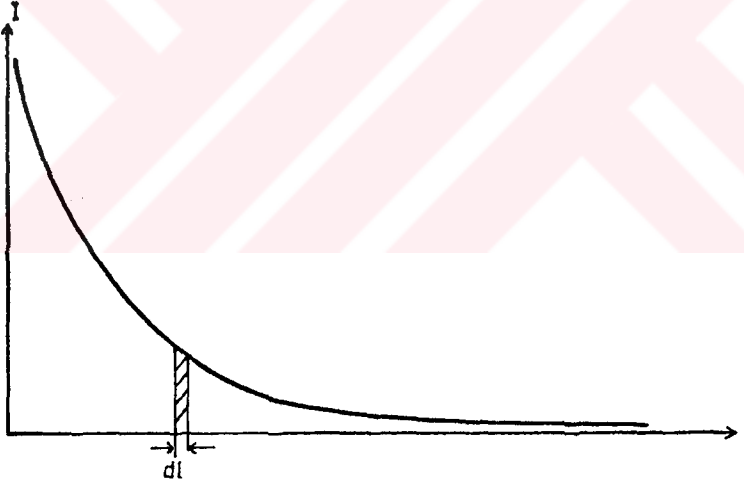
dir.

IV.A.5 DEDEKTÖR İÇİNDE FOTONLARIN İZLENMESİ

Fotonun dedektöre giriş noktasının koordinatları denklem (IV.18.19.20) ile belirlenmiştir. Dedektöre giren fotonun hareket doğrultusunun değişmediği varsayılmıştır. Belli bir yayınlanma enerjisi ile dedektöre ulaşan fotonun dedektör içinde etkileşme yapmadan aldığı yola l dersek, fotonun l ile $l+dl$ arasında etkileşme yapma olasılığı :

$$= \mu \frac{I}{I_0} dl = p(l)dl$$

$$p(l) = \mu e^{-\mu l}$$



Şekil: IV.13. $I = I_0 e^{-\mu l}$ fonksiyonu

$$\int_0^l p(l) dl = \int_0^\infty \mu e^{-\mu l} dl = -e^{-\mu l} \Big|_0^\infty$$

$$q = e^{-\mu l}$$

$$\ln q = -\mu l$$

$$l = -\ln q / \mu$$

(IV.23)

bulunur. Burada μ (cm^{-1}), toplam lineer zayıflama katsayısıdır.

Fotonun ilk etkileşme yaptığı noktanın koordinatları,

$$x = x_0 + l \alpha \quad (\text{IV.24.a})$$

$$y = y_0 + l \beta \quad (\text{IV.24.b})$$

$$z = z_0 + l \gamma \quad (\text{IV.24.c})$$

ifadeleri ile elde edilmiştir. Fotonun dedektörden kaçmadan ilk etkileşme yapması

$$x^2 + y^2 \leq r_d^2 \quad (\text{IV.25.a})$$

$$z > h_a \quad \text{ve} \quad z < h_{ab} \quad (\text{IV.25.b})$$

koşullarıyla belirlenmiştir. Fotonun serbest yolu dedektör dışında sonlanmışsa fotonun etkileşme yapmadan dedektörden kaçtığı varsayılmıştır.

Foton dedektörden kaçmadıysa etkileşme türü örneklenmiştir. Dedektörde kalan foton için yeni üretilen gelişigüzel sayı, q

$$q < \mu_c / \mu \quad (\text{IV.26})$$

ise Compton saçılması; aksi halde fotoelektrik olay olduğuna karar verilmiştir. Olay fotoelektrik ise fotonun tüm enerjisini dedektörde bıraktığı varsayılmıştır. Bu foton, tüm enerjisinin hangi enerji aralığına (kanala) düştüğü belirlenerek sayılmıştır. Sayma işlemi, enerji eksenini 10 keV'lik 90 kanala bölünerek yapılmıştır. Dedektörde E değerinde enerji bırakmış bir fotonun sayılmasında, foton E enerjisi ile sayılmamış bunun yerine fotonun enerjisinin ne olacağı dedektörün ayırma gücü hesaba katılarak belirlenmiştir. ΔE , E enerji değeri için fotopikin yarı yüksekliğindeki yarı genişlik olmak üzere foton enerjisi,

$$\sigma = \Delta E / 2 \sqrt{2 \ln 2} \quad (\text{IV.27})$$

standart sapmalı ve E ortalama değerli gauss dağılımına sahip gelişigüzel bir değişken olarak örneklenmiştir (bak.Ek:1). 2 x 2 inch'lik NaI (Tl) dedektörü için ayırma gücünün ($\Delta E/E$), enerjiye bağlı değişimi deneysel olarak elde edilen noktalar üzerine bir fonksiyon fit edilerek bulunmuştur.

$$\Delta E/E = 0.1023 \exp(-0.59E) + 0.0011 / E^{1.314} \quad (IV.28)$$

Olay Compton saçılması ise, saçılma açısı Klein-Nishina (II.18) bağıntısı temel alınarak örneklenmiştir (bak.Ek:2). Saçılan fotonun hareket doğrultusunu belirlemek için yapılan işlemler Ek:3 'te anlatılmıştır. Saçılan fotonun enerjisi de

$$k' = 1/(1+(1/k) - \cos \theta') \quad (IV.29)$$

bağıntısından bulunmuştur. Burada θ' , gelen fotonun hareket doğrusu ile saçılan fotonun hareket doğrusu arasındaki açıdır. $k=E/m_0 c^2$ ve $k'=E'/m_0 c^2$ olup, E gelen, E' saçılan fotonun enerjisi; $m_0 c^2$ ise elektronun durgun kütle enerjisidir. Saçılan fotonun serbest yolu E' enerjisi ile (IV.23) denklemden örneklenmiştir. Böylece fotonun yeni etkileşme noktasının koordinatları elde edilmiştir.

$$x' = x + l\alpha \quad (IV.30.a)$$

$$y' = y + l\beta \quad (IV.30.b)$$

$$z' = z + l\gamma \quad (IV.30.c)$$

Denklem (IV.25) koşullarıyla fotonun dedektörden kaçıp kaçmadığı belirlenmiştir.

Foton dedektörden kaçtıysa dedektöre aktarılan enerji, E_s

$$E_s = E - E' \quad (IV.31)$$

olarak sayılır. Foton dedektörden kaçmadıysa yeniden etkileşme türü örneklenerek yukarıda anlatılan işlemler aynen tekrarlanmıştır. Foton i tane Compton saçılması sonucu dedektörden kaçarsa dedektöre bıraktığı enerji

$$E_s = (E-E'_1) + (E'_1-E'_2) + \dots + (E'_{i-1}-E'_i) = E-E'_i \quad (IV.32)$$

olur. Foton birkaç Compton saçılmasından sonra fotoelektrik etkileşme yapmış ise dedektöre tüm enerjisini bırakmıştır.

Fotonu izleme işlemi; foton dedektörden kaçana, fotoelektrik etkileşme ile yutuluncaya veya enerjisi 0.01 MeV 'in altına düşünceye kadar sürdürülmüş-

tür. Fotonun enerjisi 0.01 MeV 'den küçük ise tüm enerjisini dedektörde bıraktığı varsayılarak izlemekten vazgeçilmiştir. Her bir foton tarafından dedektöre aktarılan enerji daha önce anlatıldığı gibi dedektörün ayırma gücü hesaba katılarak gauss dağılımı ile örneklenmiştir.



V. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada belirli geometrili hacme sahip, dedektöre göre konumu belirli gamma ışınları kaynakları için dedektör duyarlılığı ve cevap fonksiyonu Monte Carlo yöntemi ile elde edilmiştir. Çalışmada gamma kaynağı olarak Şekil:IV.1 'de görülen örnek kabına doldurulan radyoaktifçe kirli çay kullanılmıştır.

Monte Carlo yöntemi uygulamalarında genellikle doğrudan örnekleme yapılmıştır. Ancak yayınlanan fotonların enerjisinin örnekleme hesapları kısaltmak amacı ile enerji değeri doğrudan örnekleme ve belirli enerjili fotonların önceden tespit edilen sayılarla yayınlandığı kabul edilmiştir. Benzer şekilde kaynağın iki farklı yapıya bölünmesinden yayınlanan foton sayıları bölgelerin hacimleri ile orantılı olarak alınmıştır.

Çay için ölçülen ortalama serbest yolun örnek kabının boyutlarına oranla büyük olduğu göz önüne alınarak kaynak içinde etkileşme olmadığı varsayılmıştır. Bu varsayımla yayınlanma doğrultusu ile dedektöre yönelen fakat etkileşme sonucu dedektöre ulaşamayan veya dedektöre ulaşamayacak bir fotonun etkileşme sonucu dedektöre yönelmesi durumları göz önüne alınmamıştır. Bu iki tür olayın olasılıklarının yaklaşık olarak eşit olmaları düşünüldüğünden bu varsayım ile yapılan hatanın çok küçük olması beklenir. Yayınlanan fotonların kaynak içinde etkileşme yapmadıkları varsayımı ile birlikte, dedektöre ulaşması mümkün olmayan fotonların gereksiz takibi önlenir. Bu nedenle her iki kaynak bölgesi için fotonlar yalnızca dedektörün bulunduğu yarı uzaya yöneltilmiş ve yayınlanan toplam foton sayısı iki kat olarak alınmıştır.

Hesaplamlarda NaI tesir kesiti değerlerini herhangi bir foton enerjisine karşılık bulabilmek için, literatürden alınan tabule edilmiş değerlere uygun birer fonksiyon kullanılmıştır. Compton saçılmasında açısal dağılım örnekleme için hassas bir yöntem geliştirilmiştir. Benzer şekilde dedektör

ayırma gücü örnekleme de dikkatle yapılmıştır. Her iki kaynak bölgesinden yayınlanan fotonların dedektöre giriş noktalarının belirlenmesi ve dedektör içinde art arda saçılan fotonların geometrik takibi için bir yöntem geliştirilmiştir.

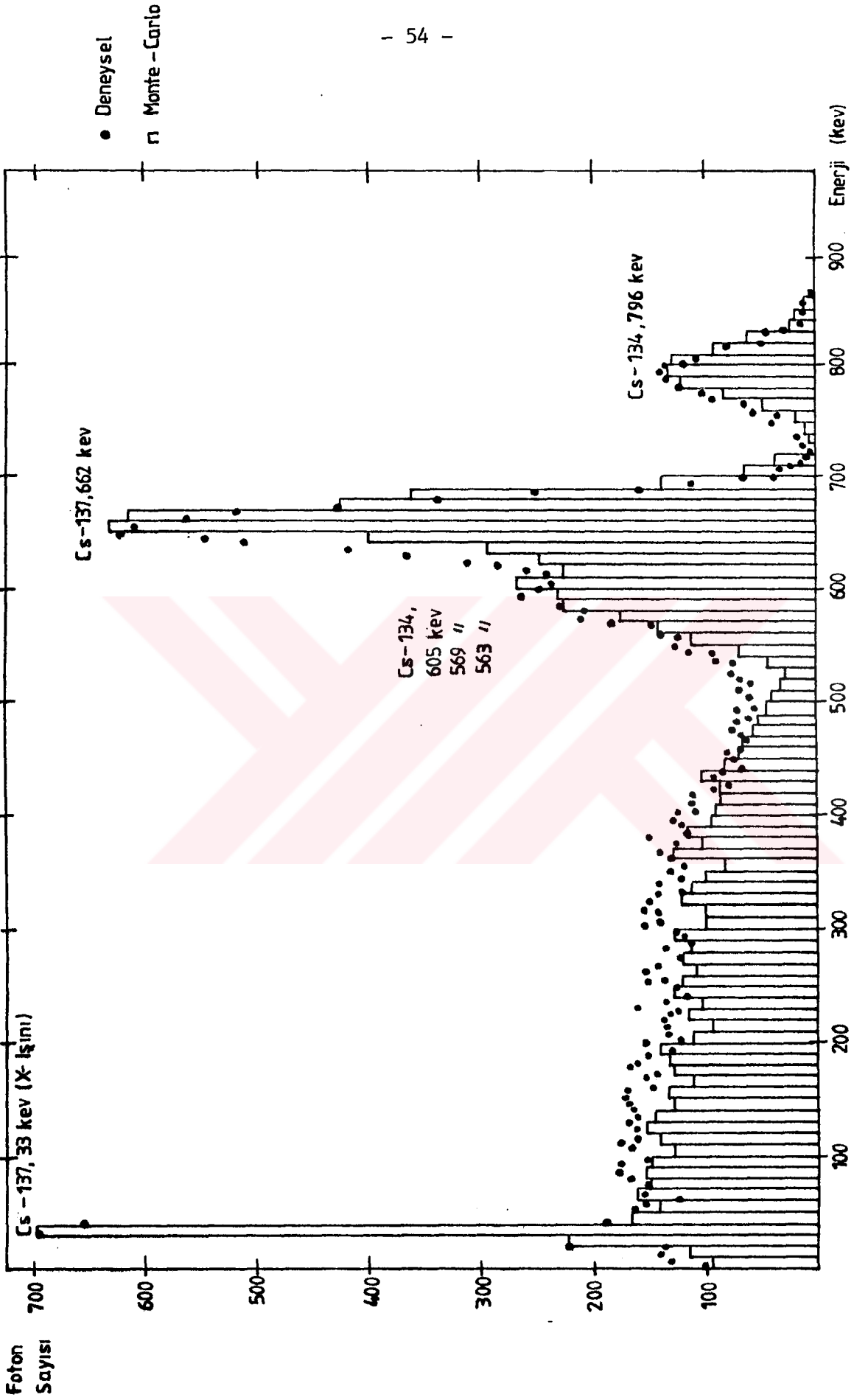
Ortalama serbest yolu örnek kabının boyutlarına oranla büyük olan herhangi bir hacimli gamma kaynağı için (II.23) bağıntısı ile tanımlı toplam dedektör duyarlığı, Monte Carlo hesaplamaları ile

$$\varepsilon = 0.113$$

olarak bulunmuştur. Bu sonucun deneysel olarak doğrulanması için örnek kabımıza konulabilecek aktifliği bilinen hacimli bir kaynak gereklidir. Böyle bir kaynak elimizde bulunmadığı için, yukarıdaki sonucun deneysel olarak doğrulanması mümkün olmamıştır. Onun yerine yöntemimizin tutarlılığını denetlemek amacıyla ile şiddetli aktiviteye sahip çay örneği kullanılarak elde edilen dedektör cevap fonksiyonu, Monte Carlo sonucu ile karşılaştırılmıştır (Şekil:V.1). Örnek kabının çeperleri ve dedektörü saran kılıfın etkilerinin hesaba katılmaması göz önüne alındığında sonuçların çok iyi uyduğu görülür.

Deneyde kullandığımız çay örneğinde, sistemimizde yapılan ölçümle kilogram başına 12350 becquerel aktivite gözlenmiştir. Çernobil Nükleer Reaktör kazasından sonra rapor edilen sonuçlar kilogram başına 15000 ~ 25000 bq kadardır. Olay üzerinden 2.5 yıl geçtiği ve çaydaki aktif elementlerden Cs-137'nin yarı ömrünün 30.2 yıl, Cs-134 'ün ise 2.3 yıl olduğu dikkate alınırca bulduğumuz sonuç oldukça anlamlıdır.

Bu çalışmada geliştirilen yöntem ile değişik geometrik yapıları hacimli kaynaklar için duyarlık ve cevap fonksiyonu tayinleri mümkündür.



Şekil: V.1 2"x2" lik NaI (TI) dedektörü - hacimli gamma kaynağı cevap fonksiyonu.

EK: 1- GAUSS DAĞILIMI ÖRNEKLEMESİ İLE NaI(Tl) DEDEKTÖRLERİNİN
AYIRMA GÜCÜNÜN BENZETİŞİMİ

Bir NaI(Tl) dedektörlü gamma-ışınları spektrometresi ile tek enerjili fotonlar sayılırken spektrumdaki toplam enerji pikinin şekli, Bölüm:II.B 'de anlatılan basamakların her birinden gelen istatistik dağılımların birleşimi olarak görülür. İyi bir yaklaşıklıkla toplam enerji pikinin şekli bir Gauss eğrisidir. Spektrometrenin ayırma gücü, toplam enerji pikinin genişliği ile ölçülür. Deneysel olarak atma yüksekliklerinin düzgünlüğünün derecesi, toplam enerji pikinin yarı yüksekliğindeki yarı genişlik ile verilir. Bu büyüklüğün "ayırma gücü" veya "çizgi genişliği" diye isimlendirildiğinden daha önce söz edilmişti. Ayırma gücünü ΔE ile gösterirsek

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.1)$$

olarak verilen x_0 ortalama değerli ve σ standart sapmalı normal dağılım için

$$\sigma = \frac{\Delta E}{2\sqrt{2\ln 2}} \quad (1.2)$$

olarak verilir.

Olasılık yoğunluk fonksiyonu (1.1) bağıntısı ile verilen gelişigüzel bir değişkeni örnekleme, (1.1) ifadesinin integrali analitik olarak bulunamadığından doğrudan yapılamaz. Normal dağılım matematik, istatistik ve fizikte çok kullanılan bir dağılımdır. Bu nedenle amacı belli bir ölçüde karşılayacak biçimde birçok yapma normal dağılım örnekleme yöntemleri teklif edilmiştir (18,19,20).

Olasılık yoğunluk fonksiyonu Gauss dağılımı ile verilen gelişigüzel bir değişkenin örneklenmesinde, (1.1) bağıntısında yeni değişken olarak

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} (x-x_0) \quad (1.3)$$

alınırsa

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-u^2) du = 1$$

olduğuna göre

$$P(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^u \exp(-u'^2) du' \quad (1.4)$$

olacaktır.

$$P(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-5}^u \exp(-u'^2) du'$$

integrali (-2,2) aralığında 0.1 basamaklarla Simpson kuralı ile hesaplanmıştır. Bu değerler kullanılarak kurulan

$$P(u) = q, \quad u = P^{-1}(q) \quad (1.5)$$

fonksiyonunun sayısal değerleri Şekil:1.1'deki noktalarla gsterilmiştir. Amacımız bu noktalardan geçen fonksiyonu temsil edecek analitik bir ifade bulmaktır. Şekilde bulunacak eğrinin ($q = 0.5, u = 0$) noktasına gbre tek fonksiyon olduğu ve $q = 0$ ve $q = 1$ değerlerinde asimptotik olarak sırasıyla (-) ve (+) sonsuza gittiği gbrlmektedir. $P^{-1}(q)$ fonksiyonu için

$$P^{-1}(q) = p_1 \left(\frac{1}{1+p_2-q} - \frac{1}{p_2+q} \right) + p_3 (q-0.5) + p_4 (q-0.5)^3 + p_5 (q-0.5)^5 + p_6 (q-0.5)^7 \quad (1.6)$$

gibi bir ifadenin uygun olacađı dűřnmlműřtir. Burada p_i 'ler (1.6) ifadesi Őekil:1.1'deki noktalara en uygun olacak biřimde tayin edilecek parametrelerdir.

(q_j, u_j) 'ler Şekil:1.1 'deki noktaların koordinatları olmak üzere p_i parametrelerinin fonksiyonu olan

$$\chi^2(p_i) = \sum_j \left(\frac{P^{-1}(q_j) - u_j}{u_j} \right)^2 \quad j = 1, 2, \dots, 41 \quad (1.7)$$

ifadesini minimum yapan p_i değerleri tayin edilmiştir.

İlk olarak (1.6) bağıntısında $p_5 = p_6 = 0$ alınarak diğer parametreler tayin edilmiş ve aşağıdaki değerler bulunmuştur :

$$\begin{aligned} p_1 &= 1.61209 \times 10^{-2} & p_2 &= 1.52373 \times 10^{-2} \\ p_3 &= 1.63371 & p_4 &= 2.04022 \\ \chi^2(p_1, p_2, \dots, p_4) &= 2.5235 \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (1.8)$$

İkinci denemede p_5 de serbest parametre olarak alınmış ($p_6 = 0$) ve

$$\begin{aligned} p_1 &= 8.78166 \times 10^{-3} & p_2 &= 9.33035 \times 10^{-3} \\ p_3 &= 1.7128 & p_4 &= 1.04614 \\ p_5 &= 8.53386 \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\chi^2(p_1, p_2, \dots, p_5) = 5.3120 \times 10^{-4}$$

değerleri elde edilmiştir. p_6 parametresini de serbest bırakarak yapılan denemede ise

$$\begin{aligned} p_1 &= 5.77642 \times 10^{-3} & p_2 &= 6.65545 \times 10^{-3} \\ p_3 &= 1.723126 & p_4 &= 2.147836 \\ p_5 &= -5.216578 & p_6 &= 52.092492 \end{aligned} \quad (1.10)$$

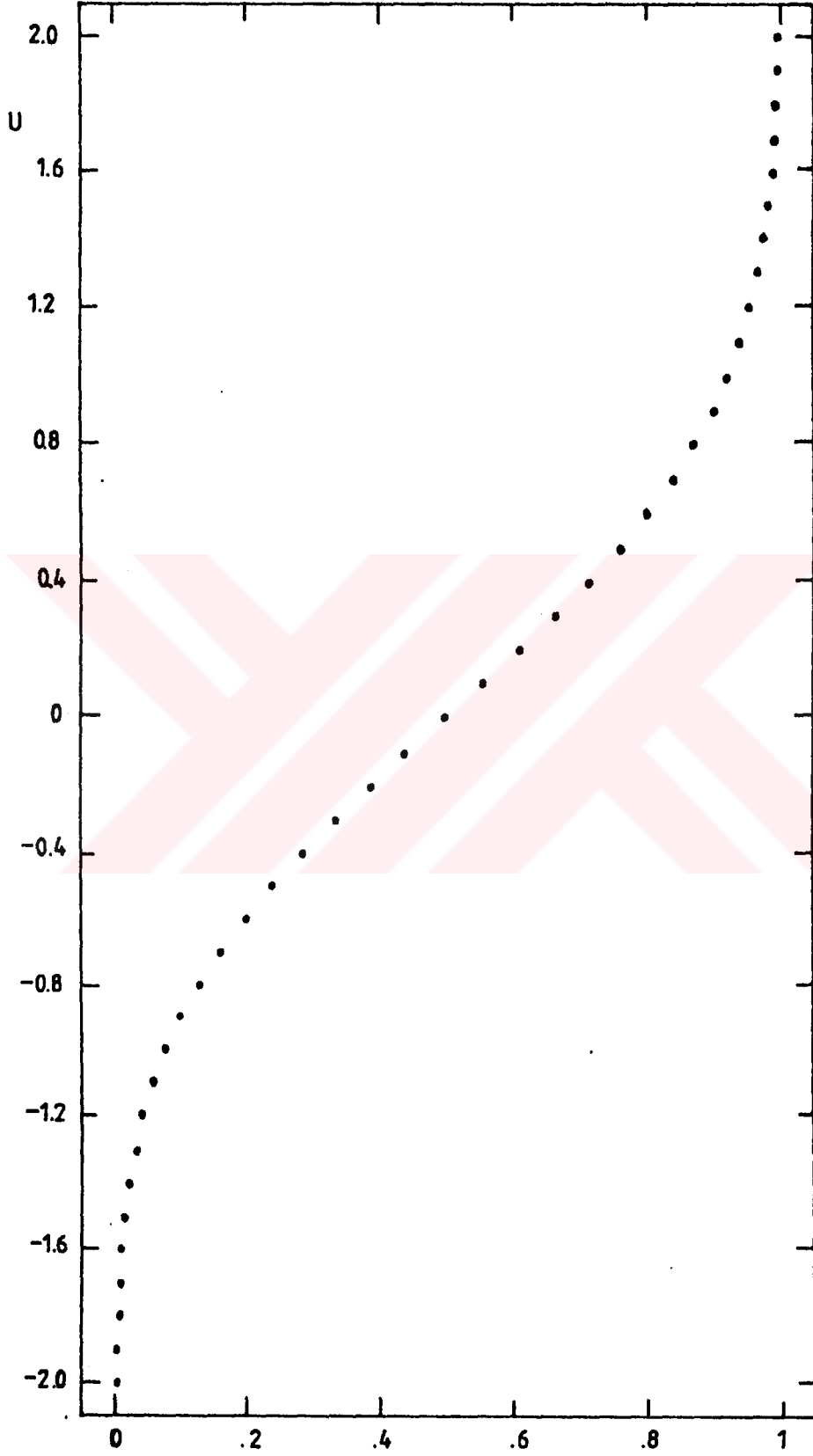
$$\chi^2(p_1, p_2, \dots, p_6) = 1.4055 \times 10^{-4}$$

değerleri elde edilmiştir. Her bir çözümde bulunan eğrilerin Şekil:1.1'deki noktalardan sapmaları şekil üzerinde gözle ayırt edilemeyecek kadar küçüktür. Her bir çözümde yapılan en büyük hata sırasıyla % 1.7, % 0.72 ve % 0.33 kadardır.

Örnekleme işleminde önce q sayısı tayin edilir (1.6) bağıntısından u hesaplanır ve (1.3) ifadesi kullanılarak x_0 ortalama değer ve σ standart sapmasına sahip normal dağılımlı gelişigüzel sayı

$$x = \sqrt{2} \sigma u + x_0 \quad (1.11)$$

olarak bulunur.



Şekil: 1.1 $u = P^{-1}(q)$ fonksiyonu.

q

EK: 2- COMPTON SAÇILMASINDA AÇISAL DAĞILIM ÖRNEKLEMESİ

Monte Carlo uygulamalarında Compton saçılması benzetişiminde serbest bir elektronla E enerjili bir fotonun θ saçılma açısının ne değer alacağını saptamak gerekir. Bu bilgi kullanılarak korunum yasaları yardımı ile saçılan fotonun E' enerjisi hesaplanabilir. Compton saçılmasının makroskobik incelemesinde θ açısı gelişigüzel bir değişkendir ve bu değişkenin sıklık fonksiyonu, diferansiyel tesir kesitidir. Bu tesir kesiti Klein-Nishina tarafından kuantum mekaniksel olarak hesaplanmıştır.^(6,10)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1 + \cos^2\theta + \frac{k^2(1 - \cos\theta)^2}{1 + k(1 - \cos\theta)}}{(1 + k(1 - \cos\theta))^2} \quad (2.1)$$

$$d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta = -2\pi d(\cos\theta)$$

$$r_e^2 = 7.94 \times 10^{-30} \text{ m}^2 = 0.0794 \text{ barn}$$

$$k = \frac{E(\text{MeV})}{0.511}$$

Compton saçılmasında θ açısı örneklenmek istendiğinde karşılaşılan ilk sorun (2.1) bağıntısının integrallenebilir olmasına rağmen bulunan ifadenin tersine çözülememesidir. İkinci sorun ise sıklık fonksiyonunun gelen fotonun enerjisine bağlı olmasıdır. (Şekil:2.4). Kaba bir çözüm Carlson tarafından verilmiştir.⁽²¹⁾ Daha yakın tarihlerde birçok araştırmacı bu problemi farklı yöntemlerle çözmeye çalışmıştır.⁽²²⁻²⁷⁾

(2.1) bağıntısında

$$\cos\theta = x, \quad d(\cos\theta) = dx \quad (2.2)$$

değişken değişimi ile

$$\begin{aligned} \sigma(k) &= \pi r_e^2 \int_{-1}^1 \frac{1 + x^2 + \frac{k^2(1-x)^2}{1+k(1-x)}}{(1 + k(1-x))^2} dx \\ &= \pi r_e^2 \int_{-1}^1 A(k, x) dx \end{aligned} \quad (2.3)$$

yazılabilir. Burada integral alındığında

$$\sigma(k) = \pi r_e^2 \left| \frac{1}{2k} \frac{1}{(1+k(1-x))^2} + \frac{1+2k}{k^2} - \frac{1}{(1+k(1-x))} \right. \\ \left. - \frac{1}{k^3} (1+k(1-x)) - \frac{(k-1)^2-3}{k^3} \ln(1+k(1-x)) \right|_{-1}^1 \quad (2.4)$$

bulunur. Bu sonuç kullanılarak

$$\frac{\pi r_e^2 \int_{-1}^x A(k, x') dx'}{\pi r_e^2 \int_{-1}^1 A(k, x') dx'} = P(k, x) \quad (2.5)$$

fonksiyonu elde edilebilir. Bu ifade kullanılarak çeşitli k değerleri için

$$P(k, x) = q, \quad x = P^{-1}(k, q) \quad (2.6)$$

fonksiyonu sayısal değerleri ile bulunabilir. k = 0.01, 0.1, 1, 10 ve 40 değerleri için $P^{-1}(k, q)$ fonksiyonu Şekil:2.2 'de gösterilmiştir. Burada temel sorun farklı k değerleri için bu eğrilerin hepsini birden verecek analitik bir ifade bulmaktır. Çözüm olarak

$$P^{-1}(k, q) = 2q - 1 + (q - q^2) (A_1(k) + A_2(k)q + A_3(k)q^2 + A_4(k)q^3) \quad (2.7)$$

şeklinde bir ifade önerilmiştir. 0.01 - 40 arasında 36 k değeri için yukarıda anlatılan yolla elde edilen $P^{-1}(k, q)$ fonksiyonu sayısal değerlerini y_i olarak temsil edersek

$$\chi^2(A_j(k)) = \sum_{i=1}^{21} (y_i - P^{-1}(k, q_i))^2 \quad (2.8)$$

olarak kurulan fonksiyonu en küçük yapan $A_j(k)$ (j=1,2,3,4) değerleri tayin edilmiştir. Elde edilen sonuçlar Tablo: 1'de ve Şekil:2.3 'te görülmektedir. $A_j(k)$ katsayıları için de birer analitik ifade bulabilmek amacıyla bu defa Şekil:2.3' teki noktalara en uygun düşen bağıntılar içindeki parametreler yukarıda anlatılan minimum bulma yöntemi ile tayin edilmiştir. Bu yolla bulunan bağıntılar :

$$A_1(k) = 5.6613 (1.5233 - \exp(-0.043334k)) - 3.5376 \exp(-0.39113k) \quad (2.9)$$

(36 noktada $\chi^2 = 0.055$)

$$A_2(k) = -37.047(1+0.0011739k) + \frac{96.969(k+0.35469)}{(1+1.5216k+0.59381k^{1.3773})} \quad (2.10)$$

(36 noktada $\chi^2 = 0.991$)

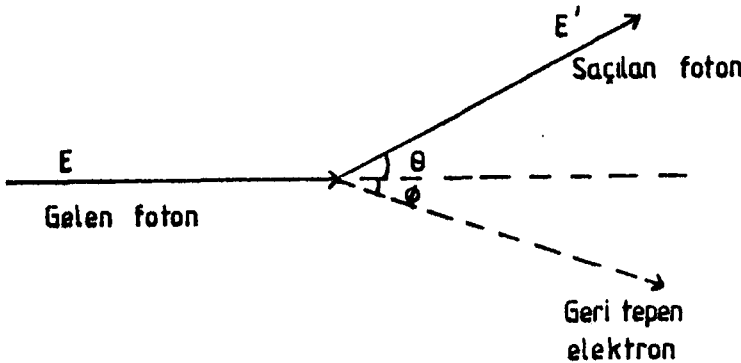
$$A_3(k) = 40.238(1+0.0031476k) - \frac{104.51(k+0.28547)}{(1+1.2273k+0.59744k^{1.3436})} \quad (2.11)$$

(36 noktada $\chi^2 = 5.945$)

$$A_4(k) = -20.9 + \frac{54.28(k+0.226)^{0.924}}{(1+1.79k+0.0252k^2)} \quad (2.12)$$

(36 noktada $\chi^2 = 4.555$)

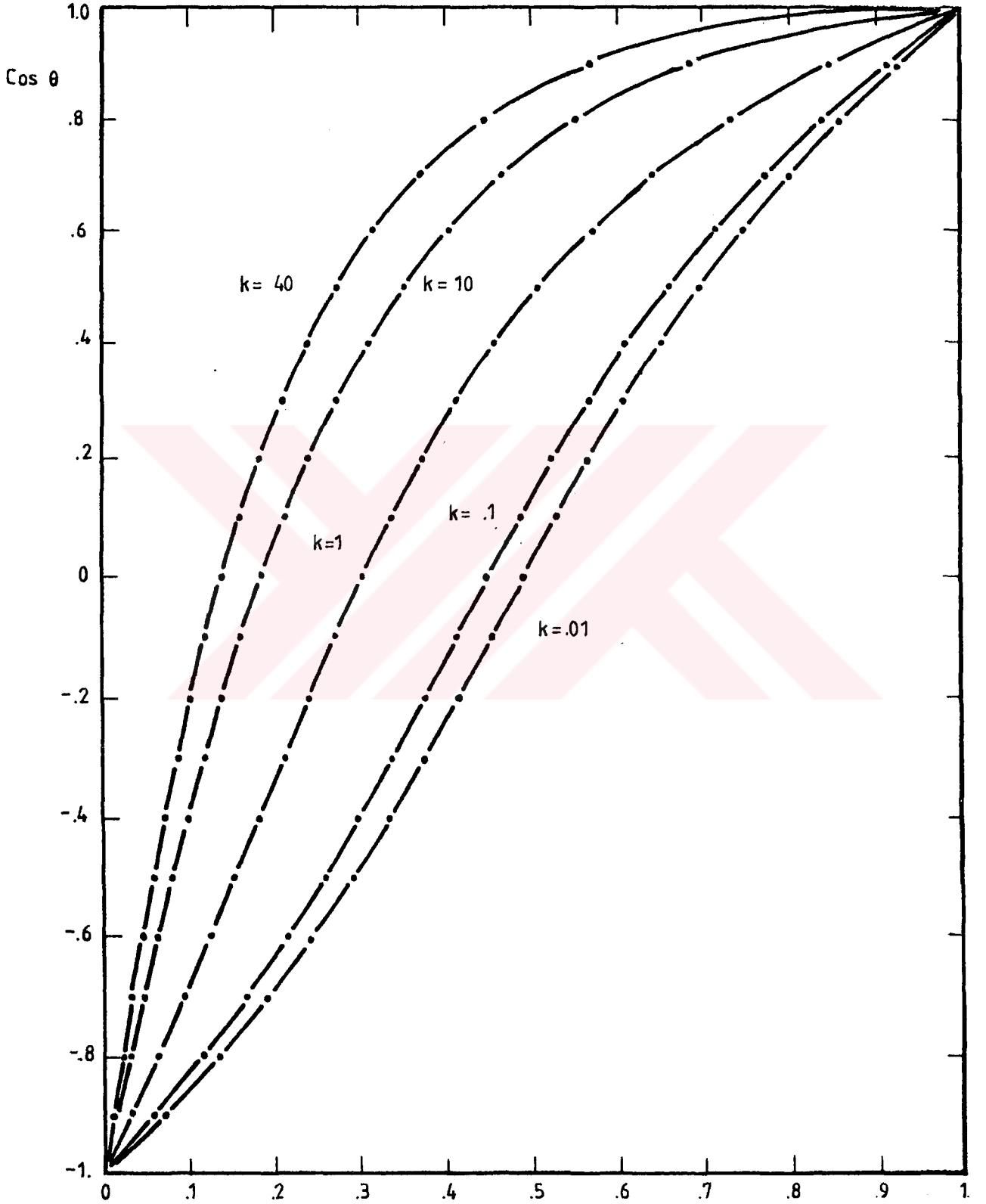
Bu çözüm kullanılarak yapılan benzetişim örnekleri Şekil:2.4'te görülmektedir. Sonuçlar $k = 0.01-40$ enerji aralığında saçılma açısının hassas olarak ve oldukça hızlı bir şekilde örneklenebildiğini göstermektedir. Çözümümüz $k = 0.005, 0.01$ ve $40,55$ enerji bölgelerinde de yeteri kadar hassas çalışmaktadır.



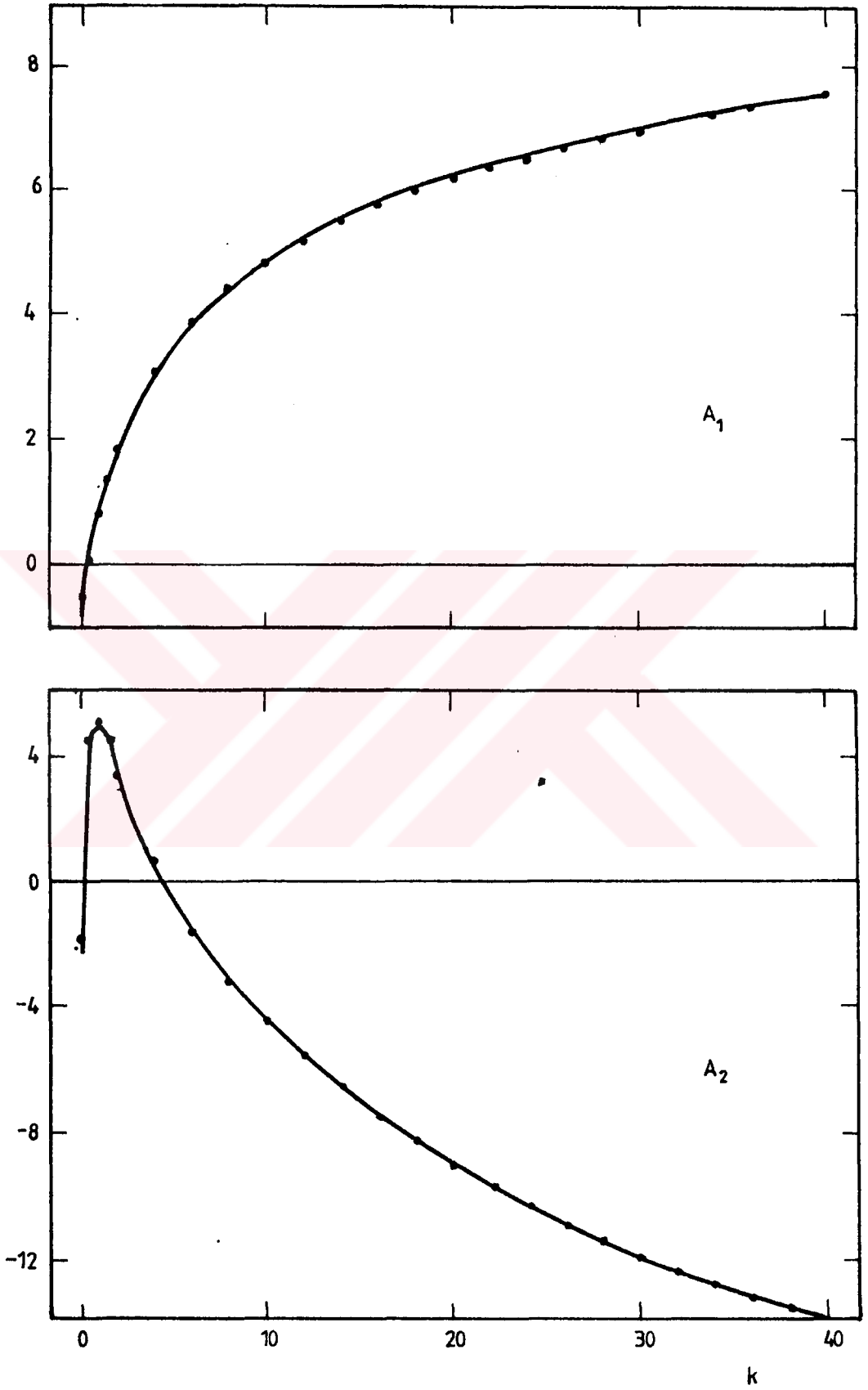
Şekil: 2.1 Compton Saçılması.

Tablo : 1 $A_j(k)$ ($j=1,2,3,4$) değerleri

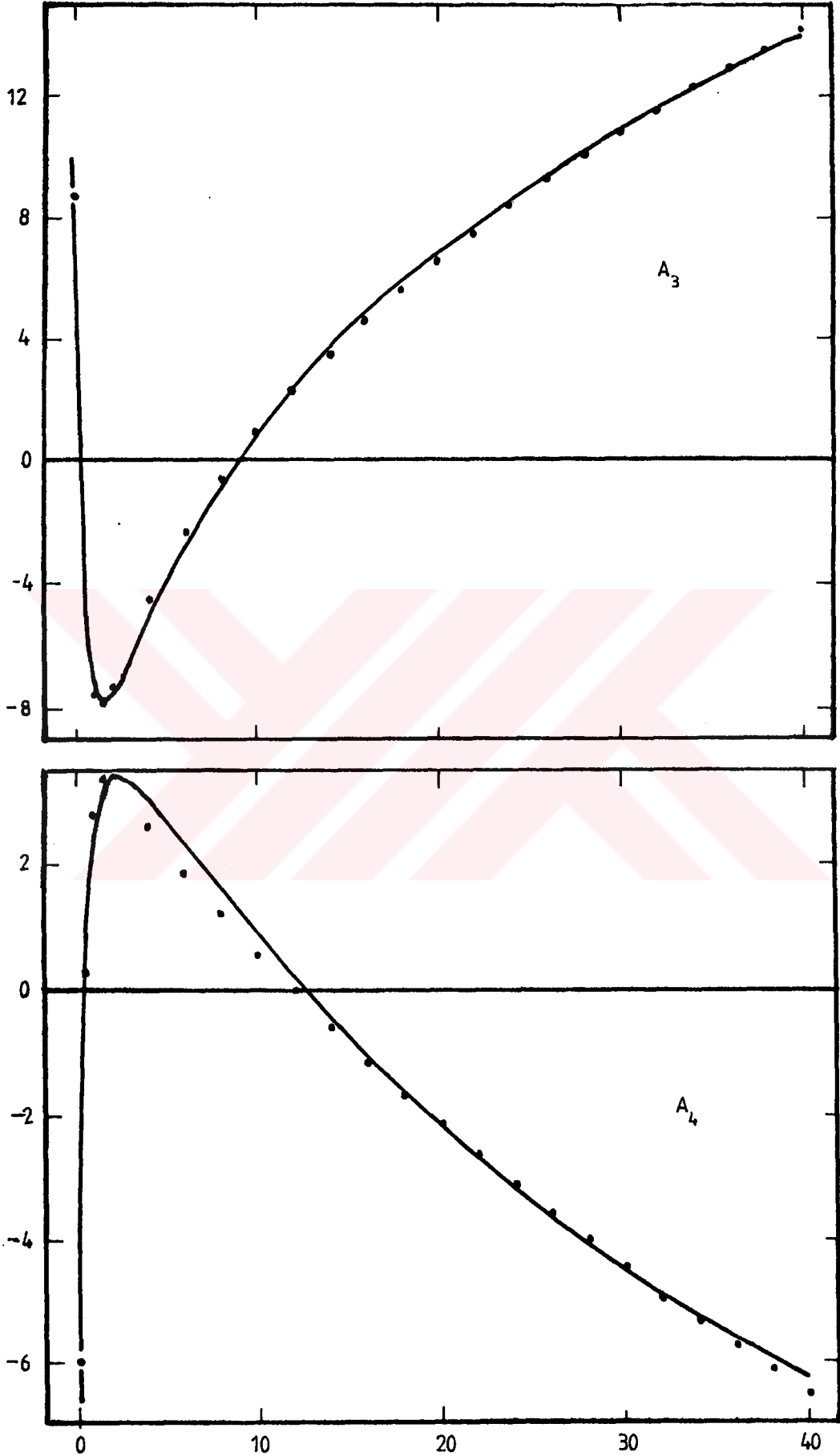
k	A_1	A_2	A_3	A_4	χ^2
1.0×10^{-02}	-4.814×10^{-01}	$-1.820 \times 10^{+00}$	$8.786 \times 10^{+00}$	$-5.989 \times 10^{+00}$	9.04×10^{-05}
2.0×10^{-02}	-4.779×10^{-01}	$-1.591 \times 10^{+00}$	$8.505 \times 10^{+00}$	$-5.931 \times 10^{+00}$	9.74×10^{-05}
4.0×10^{-02}	-4.656×10^{-01}	$-1.160 \times 10^{+00}$	$7.944 \times 10^{+00}$	$-5.797 \times 10^{+00}$	1.18×10^{-04}
6.0×10^{-02}	-4.512×10^{-01}	-7.429×10^{-01}	$7.359 \times 10^{+00}$	$-5.627 \times 10^{+00}$	1.46×10^{-04}
8.0×10^{-02}	-4.307×10^{-01}	-3.746×10^{-01}	$6.833 \times 10^{+00}$	$-5.480 \times 10^{+00}$	1.81×10^{-04}
1.0×10^{-01}	-4.218×10^{-01}	8.831×10^{-02}	$6.036 \times 10^{+00}$	$-5.126 \times 10^{+00}$	2.17×10^{-04}
2.0×10^{-01}	-3.231×10^{-01}	$1.875 \times 10^{+00}$	$2.711 \times 10^{+00}$	$-3.577 \times 10^{+00}$	3.84×10^{-04}
3.0×10^{-01}	-1.943×10^{-01}	$3.189 \times 10^{+00}$	$-1.502 \times 10^{+00}$	$-2.046 \times 10^{+00}$	4.67×10^{-04}
4.0×10^{-01}	-4.843×10^{-02}	$4.091 \times 10^{+00}$	$-2.394 \times 10^{+00}$	-7.457×10^{-01}	4.79×10^{-04}
5.0×10^{-01}	1.075×10^{-01}	$4.664 \times 10^{+00}$	$-4.050 \times 10^{+00}$	2.752×10^{-01}	4.52×10^{-04}
6.0×10^{-01}	2.636×10^{-01}	$5.020 \times 10^{+00}$	$-5.297 \times 10^{+00}$	$1.096 \times 10^{+00}$	4.08×10^{-04}
7.0×10^{-01}	4.141×10^{-01}	$5.221 \times 10^{+00}$	$-6.204 \times 10^{+00}$	$1.722 \times 10^{+00}$	3.06×10^{-04}
8.0×10^{-01}	5.623×10^{-01}	$5.295 \times 10^{+00}$	$-6.841 \times 10^{+00}$	$2.200 \times 10^{+00}$	3.14×10^{-04}
9.0×10^{-01}	7.055×10^{-01}	$5.274 \times 10^{+00}$	$-7.246 \times 10^{+00}$	$2.534 \times 10^{+00}$	2.72×10^{-04}
$1.0 \times 10^{+00}$	8.401×10^{-01}	$5.211 \times 10^{+00}$	$-7.540 \times 10^{+00}$	$2.803 \times 10^{+00}$	2.35×10^{-04}
$1.5 \times 10^{+00}$	$1.424 \times 10^{+00}$	$4.487 \times 10^{+00}$	$-7.808 \times 10^{+00}$	$3.375 \times 10^{+00}$	1.12×10^{-04}
$2.0 \times 10^{+00}$	$1.888 \times 10^{+00}$	$3.592 \times 10^{+00}$	$-7.310 \times 10^{+00}$	$3.411 \times 10^{+00}$	5.35×10^{-05}
$4.0 \times 10^{+00}$	$3.119 \times 10^{+00}$	5.654×10^{-01}	$-4.534 \times 10^{+00}$	$2.627 \times 10^{+00}$	2.25×10^{-06}
$6.0 \times 10^{+00}$	$3.884 \times 10^{+00}$	$-1.532 \times 10^{+00}$	$-2.344 \times 10^{+00}$	$1.860 \times 10^{+00}$	1.56×10^{-07}
$8.0 \times 10^{+00}$	$4.439 \times 10^{+00}$	$-3.131 \times 10^{+00}$	-5.788×10^{-01}	$1.189 \times 10^{+00}$	7.05×10^{-07}
$1.0 \times 10^{+01}$	$4.876 \times 10^{+00}$	$-4.438 \times 10^{+00}$	9.351×10^{-01}	5.669×10^{-01}	8.86×10^{-07}
$1.2 \times 10^{+01}$	$5.235 \times 10^{+00}$	$-5.549 \times 10^{+00}$	$2.278 \times 10^{+00}$	-1.762×10^{-02}	7.86×10^{-07}
$1.4 \times 10^{+01}$	$5.541 \times 10^{+00}$	$-6.520 \times 10^{+00}$	$3.492 \times 10^{+00}$	-5.730×10^{-01}	5.90×10^{-07}
$1.6 \times 10^{+01}$	$5.806 \times 10^{+00}$	$-7.389 \times 10^{+00}$	$4.620 \times 10^{+00}$	$-1.116 \times 10^{+00}$	3.94×10^{-07}
$1.8 \times 10^{+01}$	$6.041 \times 10^{+00}$	$-8.173 \times 10^{+00}$	$5.662 \times 10^{+00}$	$-1.632 \times 10^{+00}$	2.33×10^{-07}
$2.0 \times 10^{+01}$	$6.252 \times 10^{+00}$	$-8.889 \times 10^{+00}$	$6.635 \times 10^{+00}$	$-2.128 \times 10^{+00}$	1.18×10^{-07}
$2.2 \times 10^{+01}$	$6.443 \times 10^{+00}$	$-9.554 \times 10^{+00}$	$7.568 \times 10^{+00}$	$-2.621 \times 10^{+00}$	4.73×10^{-08}
$2.4 \times 10^{+01}$	$6.618 \times 10^{+00}$	$-1.017 \times 10^{+01}$	$8.449 \times 10^{+01}$	$-3.097 \times 10^{+00}$	1.47×10^{-08}
$2.6 \times 10^{+01}$	$6.778 \times 10^{+00}$	$-1.075 \times 10^{+01}$	$9.283 \times 10^{+00}$	$-3.555 \times 10^{+00}$	1.40×10^{-08}
$2.8 \times 10^{+01}$	$6.927 \times 10^{+00}$	$-1.129 \times 10^{+01}$	$1.009 \times 10^{+01}$	$-4.008 \times 10^{+00}$	3.95×10^{-08}
$3.0 \times 10^{+01}$	$7.066 \times 10^{+00}$	$-1.180 \times 10^{+01}$	$1.086 \times 10^{+01}$	$-4.450 \times 10^{+00}$	8.60×10^{-08}
$3.2 \times 10^{+01}$	$7.196 \times 10^{+00}$	$-1.228 \times 10^{+01}$	$1.160 \times 10^{+01}$	$-4.888 \times 10^{+00}$	1.49×10^{-07}
$3.4 \times 10^{+01}$	$7.318 \times 10^{+00}$	$-1.276 \times 10^{+01}$	$1.234 \times 10^{+01}$	$-5.336 \times 10^{+00}$	2.28×10^{-07}
$3.6 \times 10^{+01}$	$7.433 \times 10^{+00}$	$-1.320 \times 10^{+01}$	$1.304 \times 10^{+01}$	$-5.758 \times 10^{+00}$	3.15×10^{-07}
$3.8 \times 10^{+01}$	$7.541 \times 10^{+00}$	$-1.361 \times 10^{+01}$	$1.368 \times 10^{+01}$	$-6.133 \times 10^{+00}$	4.03×10^{-07}
$4.0 \times 10^{+01}$	$7.645 \times 10^{+00}$	$-1.402 \times 10^{+01}$	$1.432 \times 10^{+01}$	$-6.528 \times 10^{+00}$	5.02×10^{-07}



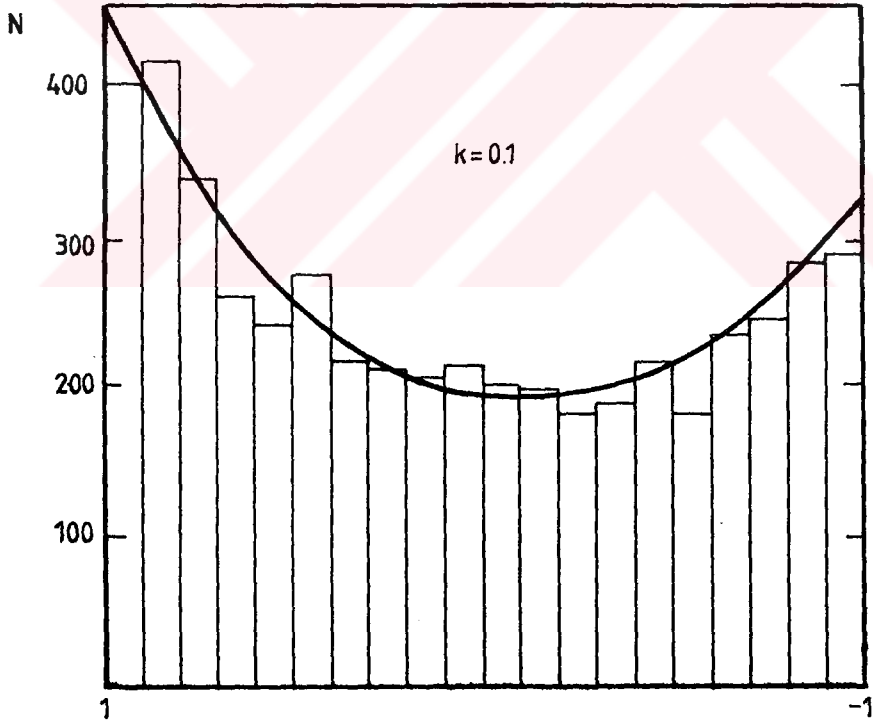
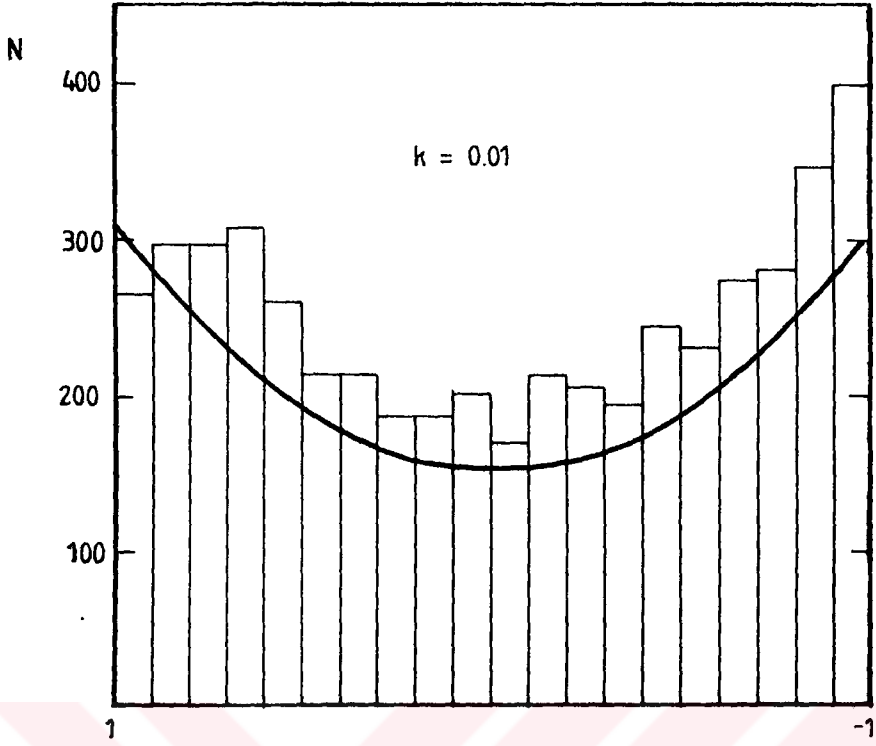
Şekil: 2.2 Çeşitli k değerleri için $\cos \theta = P^{-1}(k, q)$ fonksiyonları



Şekil: 2.3 a,b Tablo:1 'de verilen A_1 ve A_2 katsayılarının k bağılı değişimi

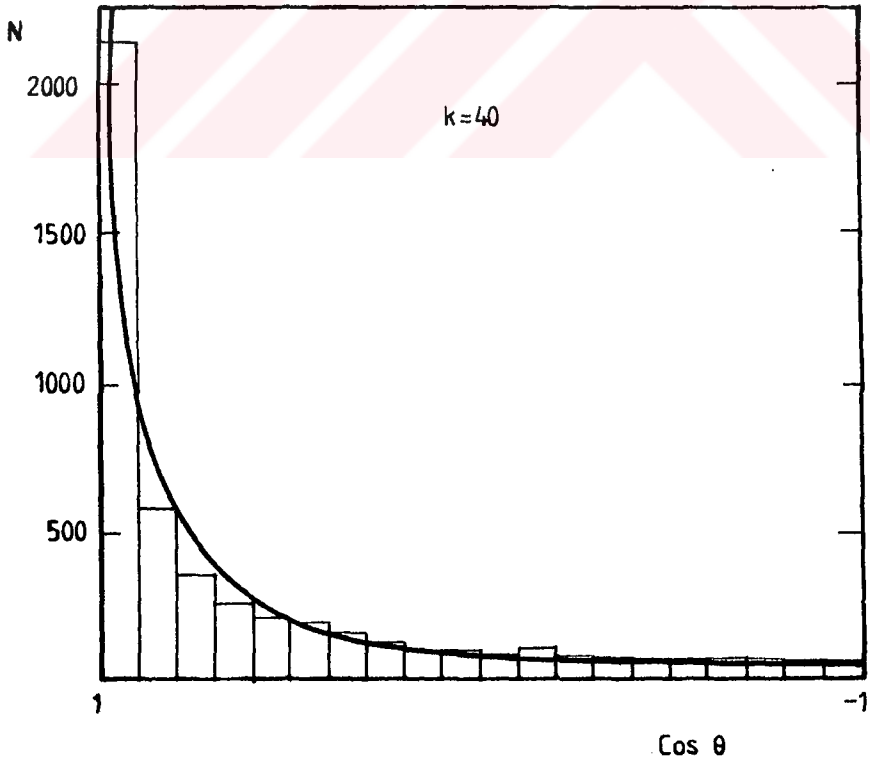
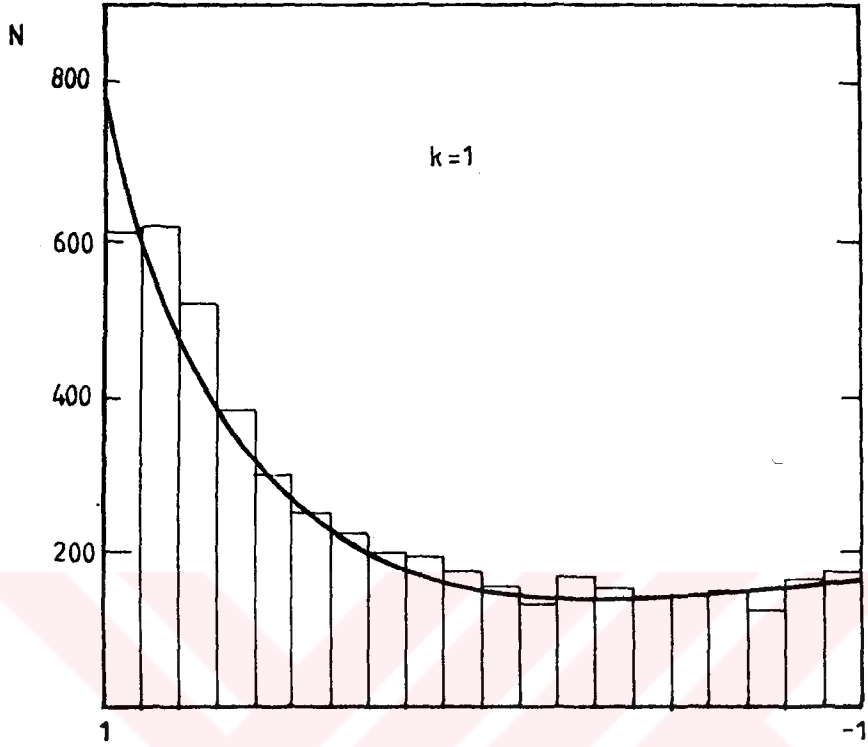


Şekil: 2,3 c,d Tablo:1'de verilen A_3 ve A_4 katsayılarının k bağlı değişimi.



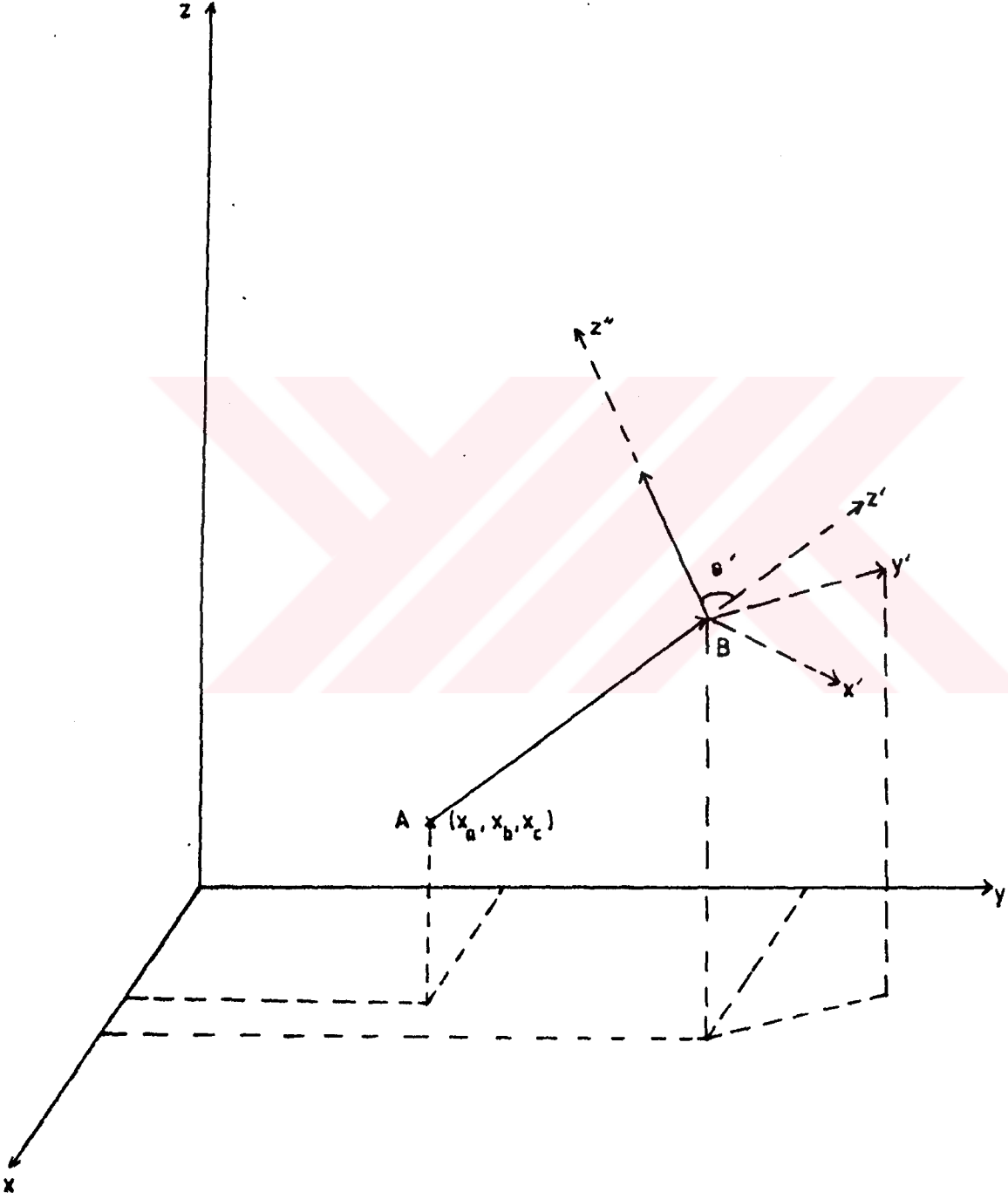
$\text{Cos } \theta$

Şekil: 2.4 a, b Çeşitli k değerleri için benzetişim örnekleri.



Şekil: 2.4 c, d Çeşitli k değerleri için benzetişim örnekleri.

EK : 3 KOORDİNAT DÖNÜŞÜMLERİ



Şekil: 3.1 Koordinat dönüşümleri

Şekil: 3.1 'de görüldüğü gibi $A(x_a, x_b, x_c)$ noktasından yayınlanan bir foton B noktasında Compton saçılması yapmış olsun. Saçılan fotonun hareket doğrultusunun örneklenmesi için yeni bir koordinat sistemi seçilmiştir. Yeni x', y', z' koordinat sistemi; z' , gelen fotonun hareket doğrultusu ve y', xOy düzlemine paralel olacak şekilde seçilmiştir. Böylece üslü koordinat sisteminde birim vektörler.

$$\begin{aligned}\vec{i}' &= \alpha\gamma / \sqrt{1-\gamma^2} \vec{i} + \beta\gamma / \sqrt{1-\gamma^2} \vec{j} - \sqrt{1-\gamma^2} \vec{k} \\ \vec{j}' &= -\beta / \sqrt{1-\gamma^2} \vec{i} + \alpha / \sqrt{1-\gamma^2} \vec{j} \\ \vec{k}' &= \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}\end{aligned}\quad (3.1)$$

olur. Burada α , β ve γ gelen fotonun doğrultman kosinüsleridir.

Üslü sistemden laboratuvar sistemine dönüşüm matrisi,

$$T = \begin{pmatrix} \alpha\gamma / \sqrt{1-\gamma^2} & -\beta / \sqrt{1-\gamma^2} & \alpha \\ \beta\gamma / \sqrt{1-\gamma^2} & \alpha / \sqrt{1-\gamma^2} & \beta \\ -\sqrt{1-\gamma^2} & 0 & \gamma \end{pmatrix}\quad (3.2)$$

dır. Üslü sistemde saçılan foton için θ' açısı Klein-Nishina bağıntısına dayanarak Ek:2 'de anlatıldığı gibi ve

$$\phi' = 2\pi q \quad (3.3)$$

olarak örneklenmiştir.

Üslü sistemde saçılan fotonun doğrultman kosinüsleri

$$\alpha' = \sin \theta' \cos \phi' \quad \beta' = \sin \theta' \sin \phi' \quad \gamma' = \cos \theta' \quad (3.4)$$

dür. Saçılan fotonun laboratuvar sistemindeki doğrultman kosinüsleri

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \\ \gamma' \end{pmatrix}\quad (3.5)$$

bağıntısıyla elde edilmiştir.

KAYNAKLAR

1. Yalçın, C., Biget N., Modern Fizik ve Atom Fiziği, Ankara, M E B, (1981)
2. Kaplan, I., Nuclear Physics, 3th. edition, Addison-Wesley Publishing Company Inc.,(1956).
3. Dicke, R.H., Wittke, J.P., Introduction to Quantum Mechanics, Addison-Wesley Publishing Company Inc.,(1960).
4. Enge, H., Introduction to Nuclear Physics, Addison-Wesley Publishing Company Inc.,(1966).
5. Arya, A. P., Fundamentals of Nuclear Physics, Allyn and Bacon,(1966)
6. Hubbell, J.H. Photon Cross Sections, Attenuation Coefficients, and Energy Absorption Coefficients from 10 keV to 10 GeV NSRDS-NBS (U.S.)29, (1969).
7. Hall, H., Phys. Rev., 45, 620, (1951).
8. Hulme, H.R., J. McDaugall, R.A. Buckingham, and R.H. Fowler, Proc. Roy. Soc., London; 149A, 131, (1935).
9. Heitler, W., The Quantum Theory of Radiation, Chapter 3.119, London, Oxford Press, (1936).
10. Klein, O., Nishina Y., Z. Physik., 52, 853, (1929).
11. Perrin, F., Compt.Rend. 197, 1100, 1933. Watson, K. M., Phys.Rev. 72, 1060, (1947).
12. Bethe, H., and W.Heitler, Proc.Roy. Soc., London, 146A, 83, (1954).
13. Özmutlu, C., Dinçer, S., Sayaçlar ve Sayma Tekniği.
14. Spanier, J., Gelbard, E.M., Monte Carlo Principles and Neutron Transport Problems, Addison-Wesley Publishing Company,(1969).
15. Kirkegaard, P. Nuclear Particle Transport with Emphasis on Monte Carlo and Shielding Calculations. Risø Report No.136,(1966).
16. Price, W.J., Nuclear Radiation Detection, 2nd edition, Mc Graw Hill Company,(1964).

17. Hull, T.E., Dobell, A.R., Random Number Generators, SIAM Review, vol.IV, No.3,(1962).
18. Forsythe, G.E., Malcolm, M.A., Moler, C.B., Computer Methods For Mathematical Computations, Prentice-Hall, Inc.,(1977).
19. Carnahan, B., Luther, H.A., Wilhes, J.O.,Applied Numerical Methods, John Wiley and Sons,(1969).
20. Beeler, J.R., JR., Radiation Effects Computer Experiments, North-Holland, (1983).
21. Cashwell, E.D., Everet, C.J., A Practical Manual on the Monte Carlo Method for Random Walk Problems. LA. 2120,(1957)
22. Saito, K., Moriuchi S., Nucl. Instr. and Method, 226, 449,(1984).
23. Chen. C., Lockwood A., Hsieh L., Nucl. Instr. and Method, 138, 363, (1976).
24. Lal, B., Iyengar, K.V.K., Nucl. Instr. and Method, 79,19,(1970).
25. Belluscio M. ve grubu. Nucl. Instr. and Method. 118, 553,(1974).
26. Nakamura T., Nucl. Instr. and Method, 131, 521,(1975)
27. Alkhafaji, S.M., Nucl. Instr. and Method, 187, 547,(1981)