



T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

128 501

**DÜZLEMSEL DALGA SPEKTRUM İNTEGRALİ YÖNTEMİNİN
DÖNEL PARABOLOİDAL REFLEKTÖR ANTENLERE
UYGULANMASI**

**RE. TÜRKİYE KÜLTÜR VE TURİZM BAKANLIĞI
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

YUSUF ZİYA UMUL

128 501

**DOKTORA TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

BURSA - 2002

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÜZLEMSEL DALGA SPEKTRUM İNTEGRALİ YÖNTEMİNİN
DÖNEL PARABOLOİDAL REFLEKTÖR ANTENLERE
UYGULANMASI

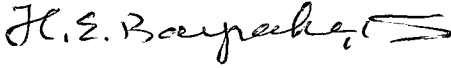
YUSUF ZİYA UMUL

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMAN YERİNE MERKEZİ


DOKTORA TEZİ

ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu tez 12.01.2002 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği/oy çekişi ile kabul edilmiştir.



Prof. Dr. H. Ergun BAYRAKÇI
(Danışman)



Prof. Dr. Ali OKTAY



Prof. Dr. İnci AKKAYA



Prof. Dr. Alinur BÜYÜKAKSOY



Doç. Dr. Naim DEREBAŞI

ÖZET

Doktora Tezi olarak sunulan, “Düzlemsel Dalga Spektrum İntegrali Yönteminin Dönel Paraboloidal Reflektör Antenlere Uygulanması” konulu bu çalışma sekiz bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölüm, elektromagnetik alanın ve geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integralinin Huygens-Green integralinden elde edilmesine ayrılmıştır.

İkinci bölümde, sonlu kaynaklı mükemmel iletken dışbükey ve içbükey eğrisel yüzeylerden yansıma geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integrali ile incelenmiştir. Neticede her iki yüzeye ait yansıyan alanlar ve diverjans katsayıları elde edilmiştir.

Üçüncü bölümde köşe kırınım alanlarının yarım düzlem için düzlemsel dalgaların spektrum integrali ile ifade edilmesi incelenmiştir. Bu amaçla iki ayrı metod kullanılmış olup, ilk metod ile spektrum integrali yarım düzlem ve boşluk için ayrı ayrı yazılmıştır. Neticede elde edilen katsayı klasik FO ile bulunan kırınım katsayısından daha doğru neticeler vermektedir. İkinci metod ise gelme ve kırınım açılarının stasyoner faz noktasına bağlı olarak tanımlanmasına dayanmaktadır. Bu yöntem sonucunda tam köşe kırınım katsayısı elde edilmiştir.

Dördüncü bölümde yüzey kırınım alanlarının düzlemsel dalgaların spektrum integrali ile ifade edilmesi incelenmiştir. İlk önce geometrik optiğin spektrum integralinde semer noktası için ν kompleks düzlemine geçilmiş ve rezidü hesabı ile yüzey kırınım katsayıları bulunmuştur. Bu katsayılara ve Huygens-Green integraline dayanılarak yüzey kırınımının düzlemsel dalga spektrum integrali tanımlanmıştır. Ayrıca bu integral sınırlı yüzeyler içinde ele alınmıştır.

Beşinci bölümde mükemmel iletken düzgün eğrisel yüzeylerde fisıldayan galeri modları için düzlemsel dalgaların spektrum integrali ifade edilmiştir.

Altıncı bölümde mükemmel iletken sonlu kaynaklı dairesel kesik silindirden saçılma incelenmiştir. Neticede direkt köşe kırınımı, köşe kırınımından dolayı oluşan sürünüm dalgaları ve fisıldayan galeri modları, yüzey kırınım alanları ve sürünüm dalgalarından dolayı oluşan köşe kırınım alanları ve ilgili katsayılar düzlemsel dalgaların spektrum integrali yöntemi ile hesaplanmıştır.

Yedinci bölümde odaktan beslemeli dönel paraboloidal reflektör antenden saçılan alanlar düzlemsel dalgaların spektrum integrali metodu ile incelenmiştir. Neticede reflektörden yansıyan alan, reflektörün köşesinde oluşan direkt köşe kırınım alanı ve bu alandan hasil olan sürünüm dalgaları ve fisıldayan galeri modları hesaplanmıştır.

Sekizinci bölüm, bu çalışmada elde edilen sonuçların tartışılmasına ayrılmıştır.



ABSTRACT

“The Application of the Spectrum Integral of Plane Waves Method to the Paraboloidal Reflector Antennas” subjected thesis, consisted by eight parts, briefly described below.

The first part includes obtaining of the plane wave spectrum integral of the electromagnetic field and geometrical optics from Huygens-Green integral.

In the second part, reflection from convex and concave perfectly conducting surfaces with finite sources is examined with the plane wave spectrum integral of the geometrical optics. As a result reflected fields and divergence coefficients of the two surfaces are obtained.

In the third part, expression of the edge diffraction fields of a half plane with the the plane wave spectrum integral is studied. For this purpose two different methods are used. The plane wave spectrum integral is written for the half plane and the unbounded medium. The obtained coefficient gives more clearer results from that of Physical Optics. Second method is based on the definition of the incident and diffraction angles according to the stationary phase method. As a result of this process, the exact edge diffraction coefficient is obtained.

In the fourth part, expression of the surface diffracted fields with the plane wave spectrum integral is studied. First of all ν complex plane is defined for the plane wave spectrum integral at the stationary point and surface diffraction coefficients are obtained by the residue method. According to these coefficients and the Huygens-Green integral, the plane wave spectrum integral of diffraction is defined. This integral is discussed for limited surfaces.

In the fifth part, expression of the whispering gallery modes with the plane wave spectrum integral is studied.

In the sixth part, scattering from a perfectly conducting circular cylinder with finite sources is examined. As a result, direct edge diffracted field, creeping waves and the whispering gallery modes formed from the edge diffraction, surface diffracted fields, edge diffracted fields formed from the creeping waves and related coefficients are obtained by the method of plane wave spectrum integral.

In the seventh part, scattering from a paraboloidal reflector antenna is examined by the method of plane wave spectrum integral. As a result, reflected field from the reflector, direct edge diffracted field at the corner of the reflector, creeping waves and the whispering gallery modes formed from the edge diffraction and related coefficients are obtained.

At the eighth part, the result of this study are examined.



İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR VE SİMGELER

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

1. GİRİŞ	1
1.1. ÇALIŞMANIN AMACI VE KAPSAMI	2
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	3
3. MATERYAL VE YÖNTEM	9
3.1. ELEKTROMAGNETİK ALANIN DÜZLEMSEL DALGA SPEKTRUM İNTEGRALI	9
3.1.1. Geometrik Optik Yaklaşıklığı	9
3.1.2. Huygens Prensibi	10
3.1.3. Düzlemsel Dalgaların Spektrum İntegrali	11
3.1.4. Bir Düzlemdeki Yüzey Akımları	14
3.2. SONLU KAYNAKLI MÜKEMMEL İLETKEN EĞRİSEL YÜZEYDEN YANSIMA	15
3.2.1. Mükemmel İletken Dışbükey Yöresel Yüzeyden Yansımaya Ait Spektrum İntegrali	16
3.2.2. Mükemmel İletken İçbükey Yöresel Yüzeyden Yansımaya Ait Spektrum İntegrali	18
3.3. KÖŞE KIRINIM ALANLARININ DÜZLEMSEL DALGALARIN SPEKTRUM İNTEGRALI İLE İFADE EDİLMESİ	20
3.3.1. Köşe Kırınımı İçin Düzlemsel Dalgaların Spektrum İntegrali	21
3.3.2. Alan Fonksiyonunun Türevinin Kritere Bağlı Olarak Belirlenmesi	26
3.4. YÜZEY KIRINIM ALANLARININ DÜZLEMSEL DALGALARIN SPEKTRUM İNTEGRALI İLE İFADE EDİLMESİ	28
3.4.1. Yansımaya Ait Düzlemsel Dalgaların Spektrum İntegralinde v Kompleks Düzlemine Geçiş ve Sürünüm Dalgalarının Hesabı	29

3.4.2. YüzeY Kırınımının Düzlemsel Dalga Spektrum İntegrali	32
3.4.3. Sınırlı Düzgün Eğrisel YüzeY için Kırınımın Düzlemsel Dalga Spektrum İntegrali	35
3.5. FISILDAYAN GALERİ MODLARININ DÜZLEMSEL DALGALARIN SPEKTRUM İNTEGRALİ İLE İFADE EDİLMESİ	37
3.6. MÜKEMMEL İLETKEN DAİRESEL KESİK SİLİNDİRDE SAÇILMA	40
3.6.1. Yansıyan Alanın Hesabı	41
3.6.2. Mükemmel İletken Silindirde Direkt Köşe Kırınımı	44
3.6.3. Direkt Köşe Kırınımından Dolayı Oluşan Sürünüm Dalgaları ve Fısıldayan Galeri Modları	46
3.6.4. Mükemmel İletken Kesik Silindirde Sürünüm Dalgalarının Hesabı	48
3.6.5. Sürünüm Dalgalarından Dolayı Oluşan Köşe Kırınım Alanı	50
3.7. ODAKTAN BESLEMELİ PARABOLOİDAL REFLEKTÖR ANTENLER	52
3.7.1. Paraboloidal Reflektörden Yansıyan Alan	53
3.7.2. Paraboloidal Reflektör Antenlerde Köşe Kırınımları	57
3.7.3. Paraboloidal Reflektörde Köşe Kırınımından Dolayı Oluşan İkincil Kırınım Alanları	59
4. TARTIŞMA VE SONUÇLAR	64
KAYNAKLAR	69
EKLERİ	73
EK-1 STASYONER FAZ METODU	73
EK-2 YANSIMA İNTEGRALİNDEKİ FAZ FONKSİYONUNUN SEMER NOKTASINDA TAYLOR SERİSİNE AÇILIMI	75
EK-3 KÜRESEL YÜZEY İNTEGRALLERİNİN STASYONER FAZ METODU İLE HESAPLANMASI	77
EK-4 KÜRESEL KOORDİNATLARDA v KOMPLEKS DÜZLEMİNE GEÇİŞ	79
TEŞEKKÜR	81
ÖZGEÇMİŞ	82

KISALTMALAR VE SİMGELER

GO	Geometrik Optik
KGT	Kırınımın Geometrik Teorisi
FO	Fiziksel Optik
KFT	Kırınımın Fiziksel Teorisi
DAT	Düzenli Asimptotik Teori
\vec{E}	Elektrik alan vektörü
$H_v^{(1)}(x)$	v 'ncü mertebeden birinci nevi Hankel fonksiyonu
$H_v^{(2)}(x)$	v 'ncü mertebeden ikinci nevi Hankel fonksiyonu
$J_v(x)$	v 'ncü mertebeden Bessel fonksiyonu
j	$\sqrt{-1}$
∇	Nabla operatörü
\approx	Yaklaşık ifade
λ	Dalga boyu
k	Dalga sayısı
$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$	Kayıpsız ortamda dalga empedansı
s	Işın yolu
\vec{n}	Yüzeyin birim dik vektörü
D_e	Köşe kırınım katsayısı
D_s	Yüzey kırınım katsayısı
D_{es}	Köşe kırınımından dolayı oluşan yüzey kırınım katsayısı
D_{se}	Sürünüm dalgalarından dolayı oluşan köşe kırınım katsayısı
D_{ew}	Köşe kırınımından dolayı oluşan fisıldayan galeri modlarına ait katsayı
v_i	İkinci nevi Hankel fonksiyonunun i . sıfırı
$F[x]$	Fresnel fonksiyonu
\vec{K}	Eğrisel yüzeyin yer vektörü

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1.1	İkinci skaler Green Teoremi'ndeki integrasyon bölgeleri	12
Şekil 3.1.2	İntegrasyon yüzeyinin bir koordinat sistemine göre yazılışı	13
Şekil 3.2.1	Mükemmel iletken dışbükey yüzeyde yansıma geometrisi	16
Şekil 3.2.2	Mükemmel iletken içbükey yüzeyde yansıma geometrisi	19
Şekil 3.3.1	Yarım düzlem için köşe kırınım geometrisi	22
Şekil 3.3.2	Boşluk için düzlemsel dalga spektrum integrali geometrisi	24
Şekil 3.4.1	v kompleks düzleminde integrasyon çevreleri ve Hankel fonksiyonunun sıfırları	30
Şekil 3.4.2	Yöresel yüzeyde sürünüm dalga ışını	31
Şekil 3.4.3	Mükemmel iletken eğrisel yüzey üzerinde sürünüm dalga ışını ve kırınım noktaları	33
Şekil 3.4.4	Sınırlı düzgün eğrisel yüzey geometrisi	35
Şekil 3.5.1	Kaynak eğrisel yüzeyin üzerindeki oluşan elektromagnetik alanlar	37
Şekil 3.6.1	Mükemmel iletken dairesel kesik silindir geometrisi	41
Şekil 3.6.2	Mükemmel iletken dairesel silindirden yansıma geometrisi	41
Şekil 3.6.3	Mükemmel iletken kesik silindirde köşe kırınım geometrisi	44
Şekil 3.6.4	Mükemmel iletken silindirde sürünüm dalgaları	48
Şekil 3.7.1	Odaktan beslemeli dönel paraboloidal reflektör geometrisi	53
Şekil 3.7.2	$z=0$ ve (x,y) düzleminde yansıyan ışına ait geometri	54
Şekil 3.7.3	Köşe kırınımından dolayı oluşan sürünüm alanı geometrisi	60
Şekil 3.7.4	Yüzeyden fırlayan sürünüm dalgasına ait geometri	61
Şekil E-4.1	Halka kaynak beslemeli küre geometrisi	79

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1	Kesik silindir için kırınım katsayıları	68
Çizelge 4.2	Dönel paraboloidal reflektör için kırınım katsayıları	69



1. GİRİŞ

Uzayda ilerleyen bir elektromagnetik dalga herhangi bir süreksizlik veya engel ile karşılaştığında faz ve genliğinde değişim olur. Yeni alan bileşenleri ortaya çıkabilir. Engel veya süreksizlik ortada olmadığı zaman gözlenen alan, gelen alan olarak adlandırılabilir. Yüzeyden oluşan yansımadan dolayı yansıyan alan olarak isimlendirilen bir bileşen ortaya çıkacaktır. Süreksizliklerde ve ayrıtlarda ise kırınım alanları oluşur. Bu alanlardan dolayı geometriye bağlı olarak ikincil kırınımlarda meydana gelebilir. Bahsi geçen alanların hepsi saçılan alan olarak adlandırılmaktadır. Yansıyan alanların dışındakiler ise kırınım alanları şeklinde isimlendirilebilir.

Saçılma olayı uzun yıllardır inceleme konusu olmakla beraber, son yıllarda haberleşme tekniğinde daha yüksek frekans bandlarına çıkılması ile ayrı bir önem kazanmıştır. Fakat ilgili problemlerin çözümünde gelişen bilgisayar teknolojisine paralel olarak daha çok nümerik yöntemler kullanılmaktadır. Uygun asimptotik çözüm yöntemleri ile saçılma problemleri anlamlı sonuçlar verecek şekilde çözülebilir.

Kaynak Araştırması Bölümü'nde de bahsedileceği üzere kırınım olayının incelenmesinde Kırınımın Geometrik Teorisi (KGT) ve Kırınımın Fiziksel Teorisi (KFT) olmak üzere başlıca iki teori kullanılmaktadır. Helmholtz denklemlerinin sınır koşulları da kullanılarak yapılan kesin çözümünün uygulanamayacağı problemlerde KGT'den büyük ölçüde yararlanılmaktadır. Bu teoride faydalanılan katsayılar kesin çözümü bilinen basit kanonik problemlerden elde edilen katsayılardır. Fakat geçiş bölgeleri ve kostik olarak isimlendirilen bölgelerde KGT sonsuz çözümler vermektedir. KFT ile bir yüzeyden yansıyan alan için çok sağlıklı sonuçlar elde edilmektedir. Ayrıca bu teori ile nümerik yöntemlerin esası olan saçılma problemlerinin integral formülasyonu kolayca yapılabilir. KFT'de sadece aydınlık bölgedeki alanlar gözönüne alınmakta, karanlık bölgede ise alan sıfır olarak değerlendirilmektedir. Bunun neticesinde yansıyan alanın net bir şekilde ifade edilebilmesine karşın, köşe kırınım alanları eksik olarak elde edilmektedir. Ayrıca köşe kırınım dalgaları yüzey üzerindeki sınır koşullarını da sağlamamaktadır. Yüzey kırınımı ve fisıldayan galeri modları ise KFT ile elde edilememektedir. KFT ile bulunan köşe kırınım katsayıları tam katsayılardan çıkartılmakta böylece aradaki fark köşe akımları olarak adlandırılmaktadır.

1.1. ÇALIŞMANIN AMACI VE KAPSAMI

Günümüzde saçılma problemlerinin çözümünde sıkça kullanılan nümerik yöntemler problemin integral formülasyonuna dayanmaktadır. KFT ise bir önceki kısımda bahsedilen yetersizliklerine rağmen Amerikan B-2 görünmez bombardıman uçaklarının yapımında kilit rolü üstlenmiştir. Bu teorinin eksik kısımlarının kapatılması ile birlikte çok daha kullanışlı hale gelebileceği açıktır. KFT'nin bir bakıma elektromagnetik alanların düzlem dalgaların spektrum integrali olarak gösteriminden ibaret olduğu açıktır.

Bu araştırmada, sonlu kaynakları elektromagnetik dalgaların düzgün eğrisel ve mükemmel iletken konveks ve konkav yüzeylerden optik gibi saçılmasında düzlemsel dalga ve yöresel düzlemsel dalga yaklaşıklığı ne Maxwell denklemlerinde, ne de kesin çözümde yapılmış, fakat geometrik optiğin ve kırınımın düzlemsel dalga spektrumuna ait integrali ele alınarak yapılmıştır. Yansımaya ait düzlemsel dalga spektrum integrali yüzey üzerindeki sınır koşullarında dikkate alınarak ifade edilmiştir. Yansıma için odak dışına alınmış besleme ve mükemmel iletken yüzeyden oluşan iki boyutlu problem ele alınmış ve sonlu kaynaklı elektromagnetik dalgaların düzgün eğrisel ve mükemmel iletken içbükey ve dışbükey yüzeylerden saçılmasında yansıyan alana ait skaler büyüklük, düzlemsel dalgaların spektrum integralinden bulunmuştur. Köşe kırınım alanları yansıma için yazılmış olan düzlemsel dalgaların spektrum integralinden hesaplanacaktır. Bu sebeple iki ayrı yöntem kullanılacaktır. Birinci yöntemde spektrum integrali mükemmel iletken yüzey ve yüzeyin bittiği köşeden sonra gelen boşluk için ayrı ayrı yazılacak ve alan integrallerin köşe noktalarında asimptotik olarak hesaplanacaktır. Yüzey kırınım alanları spektrum integralinden semer noktasında kompleks düzleme geçilmesi ile bulunacak olan kesin çözümün Poisson integral dönüşümü ifadesinden rezidü yöntemi ile hesaplanacaktır. Daha sonra bulunan katsayılar kırınımın düzlemsel dalga spektrum integrali ifade edilirken kullanılacaktır. Bu integral yöresel ve yöresel olmayan yüzeyler için yazılabilir. Fısıldayan galeri modlarında yüzey kırınımı ile aynı yöntemle hesaplanacaktır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Elektromagnetik dalgalar uzayda bir engele çarptıkları zaman yansıma ve kırınım olayları oluşur. Bu alanları toplamı saçılan alan olarak isimlendirilmektedir. Aynı olay gelen dalganın engel yüzeyi üzerinde indüklediği akımların tekrar ışması olarak da açıklanabilir. Saçılma gelen alanın tipi, frekansı ve polarizasyonu, engelin geometrisi, elektromagnetik özellikleri ve yayılım ortamının karakteristiklerine bağlı olan karmaşık bir işlemdir.

Elektromagnetik dalgaların saçılmasının incelenmesinde birkaç metod kullanılmaktadır. Eğer engel yüzeyi ortogonal koordinat sisteminin eksenlerinden birisi ile çakışiyorsa, saçılan alanlar dalga denkleminin değişkenlerine ayırma metodunun (Morse ve Rubenstein 1938, Siegel ve ark. 1953) kullanılması ile elde edilebilir. Fakat çözüm genellikle yavaşça yakınsak sonsuz seriler formundadır. Gelen alan vektörel olarak gösterildiğinde çözüm daha da karmaşıklaşabilir. Saçılan alanların bulunmasında diğer bir yaklaşım integral denklem formülasyonudur (Balanis 1989). Burada saçılan alanlar saçılma integrali olarak isimlendirilen bir integral formunda ifade edilebilir. Saçılma integralinin formülasyonu, LEE (1977) tarafından düzlemsel dalgaların mükemmel iletken yarı sonsuz düzlemden saçılması gibi özel durumlar için elde edilmiştir. Fiziksel optiğin (FO), formülasyonu kolaylaştırmasına rağmen, köşe akımlarının ifade edilmesindeki başarısızlığı sebebi ile bu metodla bulunan kırınım alanları hatalıdır (James 1976). Saçılma integralinin analitik hesabı çok zordur. Bu sebeple küçük boyutlara haiz cisimler için moment metodu, sonlu elemanlar metodu ve sonlu farklar metodu gibi nümerik yöntemler kullanılmaktadır (Ishimaru 1991). Engelin boyutları dalgaboyuna göre daha büyük olduğunda ise bahsi geçen metodlar çok fazla bilgisayar zamanına mal olmaktadır. Cisim boyutlarının dalgaboyuna göre çok büyük olduğu yüksek frekanslarda saçılma integrali stasyoner faz metodu, en dik inişli integrasyon çevresi yöntemi gibi asimptotik metodlarla çözülebilir (Erdelyi 1956, Felsen ve Marcuwitz 1994, Borovikov 1994).

Yüksek frekanslarda, kaynak bölgesinden yeterince uzak olan gözlem noktasındaki elektromagnetik alanlar Maxwell denklemlerinde yaklaşıklıkla yapılarak karakterize edilebilir (Borovikov ve Kinber 1994, Collin ve Zucker 1969). Uzak alan için saçılan alanların reaktif kısımları ihmal edilebilir. Bu yaklaşım yerel bir olay olan

yüksek frekanslı saçılmanın yayılım ortamında düz çizgiler olan ışınlar cinsinden ifade edilmesini sağlamaktadır. Işınlar boyunca enerjiyi taşıyan elektromagnetik dalgalar sadece bu ışınlar üzerindeki alanlardan etkilenir ve bu alanların değerlerini belirlerler. Işınlarla ilişkilendirilen dalgalar yöresel düzlemsel dalga karakteristiğini taşımaktadır. Yüksek frekanslı saçılma olayının yerel karakteri saçılan alanların hesabını kolaylaştırmaktadır. Buna göre herhangi bir gözlem noktasında, bir cisimden saçılan alanlar, cismin davranışı ve gelen alanın cisim yüzeyinde ve ayrıtlarda bulunan bazı stasyoner noktadaki davranışı ile belirlenebilir (Borovikov 1994).

Mükemmel iletken yarısonsuz düzlemden, düzlem dalga gelişi için ilk kesin çözümü SOMMERFELD (1964) yapmıştır. Bu çözüm, herhangi bir geometri ve gelen alana haiz cisimlerden saçılan alanların bulunmasında kanonik çözüm olarak kullanılmaktadır (Büyükaksoy ve Uzgören 1987).

Yüksek frekanslı saçılmanın temelleri 1950'lerde ortaya atılmıştır. KELLER (1962), Fermat prensibini kırınım yasası ile genişleterek saçılan alan ifadeleri içinde kırınım terimlerini tanımlamıştır. Kırınımın Geometrik Teorisi (KGT) olarak bilinen bu teori köşe, kama veya çok küçük eğrilik yarıçapına sahip uç gibi bölgelerden kırınım problemlerine çözüm getirmiştir. Aynı yıllarda UFIMTSEV (1975) tarafından geliştirilen Kırınımın Fiziksel Teorisi (KFT) reflektör köşelerinin yakınlarında hatalı olarak hesaplanan Fiziksel Optik (FO) akımlarının düzeltilmesine dayanmaktadır. Bu düzeltilmiş köşe akımları ile hesaplanan alanların FO çözümünü geliştireceği açıktır. Saçılma integralinin hesaplanmasındaki zorluklar ve düzeltme akımları yüzünden KFT, KGT ile kıyaslandığında yeterli uygulama alanı bulamamıştır (KNOTT ve ark. 1974, Ufimtsev 1975).

Yüksek frekanslı saçılma problemlerinde kama, uç veya eğik yüzeylerden kırınım için kanonik problemler kullanılmaktadır (McNamara 1990). Çözülecek problem ve kanonik problem arasında benzerlik kurulmaktadır. Açıkçası burada yüksek frekanslı dalgaların saçılmasında yerellik özelliği kullanılmaktadır. KGT'nin en büyük eksikliği kostiklerdeki ve gölge/yansıma sınırlarında bulunan geçiş bölgelerindeki tekilliklerdir. Yüksek frekanslı elektromagnetik dalgaların boş uzayda eğik yüzeylerin ayrıtı tarafından kırınımı, ışın optiğinin genişletilmiş bir hali olan KGT kullanılarak KELLER (1957, 1962) tarafından incelenmiştir. Geniş bir uygulama alanı bulan KGT'ye önemli kısıtlama gölge sınırlarında gelmektedir. Bu bölgelerde çözüm süresiz

ve sonsuz olmaktadır. Bu zorluk ışın optiği tanımlamasının dışına çıkılmak ve SOMMERFELD'in (1964) yarım düzlem problemi çözümünde önerdiği üzere özel fonksiyonlar tanımlanarak giderilebilir. Bu düzeltme işlemi birkaç yolla yapılabilir ve genellikle bunlar eşdeğer olmaz. Saçılan alanın kostiklerdeki tekillikleri bazı durumlarda kaldırılabilir özelliktedir (Albertsen ve ark. 1977). Örneğin aksenal simetrik reflektörlerin aksenal kostikleri gibi. Aksenal bölgelerdeki kırınmış alanlar eşdeğer köşe akımları metodu (Knop 1976, Ryan ve Peters 1969, James ve Kerdelmidis 1973) veya düzeltilmiş asimptotik fiziksel optik (Şafak 1977) yöntemleri kullanılarak hesaplanabilir. Genellikle asimptotik metodlar kostiklerde başarılı sonuçlar vermemektedir. Bu bölgede, saçılan alanlar FO saçılma integralinin analitik veya nümerik değerlendirilmesi ile bulunabilir.

KOUYOUMJIAN ve PATHAK (1974) tarafından geliştirilmiş bulunan Kırınımın Düzenli Geometrik Teorisi (KDGT), KGT çözümlerinde bulunan tekillikleri geçiş bölgelerinde Fresnel integralleri kullanarak gidermektedir. Yani KGT çözümündeki Keller'in kırınım katsayısını Fresnel integrali içeren bir çarpan faktörü kadar değiştirmişlerdir. Gözlem noktası gölge sınırına yaklaştığında, değişim faktörü kırınım katsayısındaki tekilliği kompanze ederek sonlu bir alan çözümüne olanak verecek şekilde sifira gitmektedir. Esinlenen kanonik çözüm elektrik polarizasyonu için olduğundan dolayı, KDGT köşe koşulunu sadece bu polarizasyon için sağlamaktadır. Bu teori kendine birçok uygulama alanı bulmuştur. Bunlar arasında reflektörlerin ışın diyagramları (Ratranasirs ve ark. 1970, Şafak 1976, Mentzer ve Peters 1975, Rusch ve Sorensen 1975), yarık, horn ve açıklık antenleri, açık sonlu ve paralel levhalı dalga kılavuzu analizi sayılabilir. KDGT ayrıca anten verimliliğinin artırılması, yan kulakçık seviyelerinin düşürülmesi (Claydon ve James 1970) gibi sentez problemlerinde de kullanılmaktadır. Diğer yandan moment metodu ve yüzey integralleri ile de kullanılabilir. Uydu antenleri gibi karmaşık yapılarda da çoklu yansıma ve kırınımın hesaplanması amacı ile uygulanabilir. Gelen alanın köşedeki değeri sıfır ise veya elektrik polarizasyonu için sıyırma kırınımı durumunda, bir sonraki kırınım teriminin gelen alanın eğimine oranı gözönüne alınmaktadır. Bu yeni terim eğim kırınım terimi olarak adlandırılmaktadır.

KGT'nin geçiş bölgelerindeki tekilliklerini kaldıran diğer bir teori ise Düzenli Asimptotik Teori (DAT) olarak adlandırılmıştır. Köşe kırınım probleminde alan

çözümünün Fresnel integrali içeren asimptotik serilere açılacağı önermesine dayanan AHLUWALIA ve ark. (1968) tarafından geliştirilmiştir. Dalga faktörünün bütün değerleri için asimptotik serilerin katsayılarını belirleyen sistematik bir prosedür tanımlamışlardır. Çözümleri gölge bölgelerine yakın ve uzak yerlerde düzenli olarak geçerlidir. Pratikte yüksek mertebeli terimler hızla karmaşıklaştığından, sadece baskın terimler gözönüne alınmaktadır. Bu yaklaşım KGT çözümüne geçiş alanı eklenmesi şeklinde tanımlanabilir ki, yine bu işlem asimptotik açılımın (Felsen ve Marcuwitz 1994) diğer problemlerinde kullanılmaktadır. Manyetik polarizasyon için Sommerfeld kanonik çözümünden esinlendiği için bütün durumlarda köşe koşulu sağlanmaktadır (Lewis ve Boersma 1969). Bu teori kullanılarak yüksek dereceden kırınım terimleri bulunabilmektedir. Neticede kırınım alanları matematiksel analiz ile elde edilmektedir. Açıklıktan kırınım problemi DAT ile MENDEZ ve JAMES (1977) tarafından detaylı olarak incelenmiştir. DAT vektör alanına (Boersma ve Kersten 1967) ve eğik kama tarafından skaler alanın kırınımında da (Ahluwalia 1970) kullanılmıştır. Bir kama üzerine gelen vektör alan için çözüm sadece KOUYOUMJIAN ve PATHAK (1974) tarafından KDGT'ye dayanılarak yapılmıştır. Bu problemin DAT'a göre çözümü LEE (1976) tarafından incelenmiştir.

Yukarıda bahsi geçen bütün asimptotik teoriler kostiklerin dışında ve yöresel düzlemsel dalga gelişi için geçerlidir. Bu teorinin bir sakıncası da sadece düzlemsel yüzeylerde sınır koşullarını sağlamalarıdır (Şafak 1980). Dışbükey yüzeylerde bu engel yüzey kırınımına, içbükey yüzeylerde ise çoklu yansımalarından dolayı oluşan fısıldayan galeri modlarına (Felsen ve Ishihara 1979) isnad edilmektedir. Uzak alanda bütün bu terimler geçiş bölgelerinin dışında eşdeğerdir.

Elektromagnetik alanların düzlemsel dalgaların spektrum integrali olarak ifade edilmesi CLEMMOW (1966) tarafından detaylı olarak incelenmiştir. Alanlar düzlemsel dalgaların kompleks integrali olarak elde edilmiş ve yarım düzlem, kama ve açıklık tipi problemler başarı ile incelenmiştir. Açıklık, reflektör ve mikrodalga antelerinin açılmal spektrum integrali ile incelenmesi CLARKE ve BROWN (1980) tarafından yapılmıştır. BAYRAKÇI (1984) sonlu kaynaklı elektromagnetik dalgaların düzgün eğrisel ve mükemmel iletken yöresel ve yöresel olmayan konveks yüzeylerden saçılmasında, düzlemsel dalgaların ışın yolunun geometrisi ifade etmiş ve geometrik optik yaklaşıklığı bu integralde yapmıştır. Yansıyan dalgalara ait spektrum integralinin en dik inişli

integrasyon çevresi ile hesabını yapmış ve iki boyutlu mükemmel iletken konveks yüzeyler için diverjans katsayısını bulmuştur. Ayrıca yüzey kırınımı içinde yöresel ve yöresel olmayan yüzeyleri kapsayacak şekilde kırınımın düzlemsel dalga spektrum integralini tanımlamıştır.

Uzay ve uydu haberleşmesi için büyük reflektörlü antenlerin uygulaması dikkate değer bir önem kazanmıştır. Araştırmacılar reflektör anten analiz ve sentezi için yeni yöntemler geliştirmektedirler. Blokajın azaltılması, açıklık verimliliğinin artırılması, uzak alan paternlerinin şekillendirilmesi ve yan kulakçık seviyelerinin düşürülmesi gibi tasarım gereklilikleri daha komplike anten yapılarının geliştirilmesine sebebiyet vermiştir (Love 1978, Clarricoats ve Poulton 1977, Rudge ve Adatia 1978). Sentez problemlerinde geometrik optiğin yasalarına bağlı olarak dual yapıli reflektör tasarımı kullanılmaktadır (Galindo-Israel ve ark. 1979). Reflektörlerin uzak alan performanslarının incelenmesi için ışımaya karakteristiklerinin vektör kırınımı açısından ele alınması gereklidir. Dual yapıli antenlerde tipik olarak alt reflektör geniş bir kulağa sahiptir. Ana reflektörün ışımaya diyagramı ise ince bir kulak vermektedir. Alt reflektör analizi KGT'ye bağlı olarak yapılabilir (Lee ve ark. 1979).

Literatürde FO ışımaya integralinin direkt hesabı veya ışın tarama ve açıklık alanı metodlarının kombinasyonu gibi yöntemler kullanılmaktadır (Silver 1949). FO ışımaya integrali ana kulak ve birkaç yan kulakçık için uzak alanda çok doğru sonuçlar vermektedir. Pratikte parabolik ve küresel reflektörler için sonuçlar elde edilmiştir. BAYRAKÇI (1981) sonlu kaynaklı elektromagnetik dalgaların dairesel silindirik ve küresel mükemmel iletken yüzeylerden saçılmasında FO'ya bağlı olarak yüzey akım dağılım metodunu kullanmıştır. Bu metod faydalı olmasına rağmen çok fazla bilgisayar zamanı gerektirmektedir. Bunun sebebi büyük reflektörler için ışımaya integralinin çok hızlı osilasyon yapması ve bunun neticesinde doğru sonuçların hesaplanmasının zorlaşmasıdır. Başka bir zorluk ise gözlem açısı her değiştiğinde integralin bir kez daha hesaplanmasının gerekmesidir. Belirtilen sebeplerden dolayı ışımaya integralinin daha hızlı hesaplanabilmesi için değişik yöntemler geliştirilmiştir. Bu metodlardan biri ışımaya integralinin yüzeyin eğriliğinin etkisini içeren etkin açıklık dağılımı gözönüne alınarak Fourier dönüşümlerinin toplamı cinsinden ifade edilmesidir. Neticede Fourier dönüşümleri Jacobi-Bessel seri açılımları şeklinde yazılmıştır (Rahmat-Samii ve

Galindo-Israel 1980). Bu metod simetrik ve odak dışı beslemeli parabolik reflektör antenler için başarılı sonuçlar vermiştir (Galindo-Israel ve Mittra 1977).



3. MATERYAL VE YÖNTEM

Dönel paraboloidal reflektör antenden saçılan alanlar geometrik optiğin ve kırınımın düzlemsel dalga spektrum integrali metodu ile incelenecektir. Bu sebeple ilk önce bahsi geçen yöntemin ortaya konması gerekmektedir. İlk önce ikinci skaler Green Teoremi ele alınacak ve buradan Green fonksiyonları ve kaynak alanı Helmholtz denklemi ile birlikte tanımlanarak Huygens-Green integraline ulaşılabilecektir. Bu integral ise saçılma geometrisi ve yüzeyin sınır koşulları ile birlikte değerlendirilecek ve ışın yolu fazda ifade edilecektir. Elde edilen integral geometrik optik yaklaşıklığı altında stasyoneryaz yöntemiyile asimptotik olarak hesaplanarak saçılan alanlar bulunacaktır. Bu çalışmada zaman faktörü $e^{j\omega t}$ şeklinde alınacaktır.

3.1. ELEKTROMAGNETİK ALANIN DÜZLEMSSEL DALGA SPEKTRUM İNTEGRALİ

Düzlemsel dalga yaklaşıklığının gerçekleştirilebilmesi amacı ile elektromagnetik alanın bir skaler bileşeni için Huygens-Green integrali ele alınmış ve ışın yolunun geometrisi bu integralin içinde ifade edilmiştir. Böylece düzlemsel dalgaların spektrum integrali geometrik optik yaklaşıklığı ile elde edilmiş olmaktadır. İlgili integralin hesabı geometriye bağlı olarak stasyoneryaz metodu ile gerçekleştirilecektir. Işın boyunca

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{s} \times \vec{E} \quad , \quad \vec{s} \cdot \vec{E} = \vec{s} \cdot \vec{H} = 0 \quad , \quad \vec{E} \cdot \vec{H} = 0$$

koşulları geçerli olmaktadır ki bu geometrik optik yaklaşıklığının bir sonucudur. Burada \vec{s} ışın yönündeki birim vektördür. Sonuçta elektromagnetik alana ait yöresel düzlemsel dalgalar bulunmuş olur. Bu kısımda bahsi geçen integralin genel ifadesi elde edilecektir.

3.1.1. Geometrik Optik Yaklaşıklığı

Geometrik optik yaklaşıklığı radar uygulamalarında ve optik sistemlerin analiz ve tasarımında oldukça doğru sonuçlar vermektedir. Zira optik sistemlerin açıklık boyutları yanında dalgaboyu oldukça küçük kalmaktadır. Mikrodalga sistemlerinde

dalgaboyu her zaman sistemin açıklık boyutuna izafeten küçük olmayabilir. Buna rağmen geometrik optik, dalgaboyunun beş katı büyüklükteki açıklığa sahip antenler için anlamlı ve kullanışlı sonuçlar verebilmektedir.

Genellikle geometrik optik kırınım ve girişim olaylarının ihmal edilebileceği varsayımı altında optik sistemlerin analiz ve sentezinde kullanılmaktadır. İzotropik bir ortamda, geometrik optiğe göre, enerji ışın adı verilen yollarda ortamın belirlediği bir hız ile akmaktadır ve her yerde bu ışınlar dik olan ve dalga cephesi adı verilen eğri ailesi mevcuttur. Dalga cephesi arasında ışınlar vasıtası ile noktadan noktaya bir bağıntı kurulabilmektedir ve ışınların olmadığı bölgelerde enerji bulunmadığı varsayılmaktadır. Açıkırki bütün dalga cephesi biliniyorsa, bütün ışınlar da belirlenebilir. Klasik geometrik optik dalgaboyunu, fazı ve elektromagnetik dalga hareketinin vektör karakterini ihmal etmektedir. Mikrodalga uygulamaları açısından klasik teoremin yukarıdaki ihmal edilmiş bulunan faktörlerin etkilerini kapsayacak şekilde genişletilmesi gerekmektedir. Bu genişletilme aksiyom denklemlerinin $\lambda \rightarrow 0$ için değerlendirilmesi ile yapılmaktadır. Neticede dalgaboyu küçük fakat sonlu bir değer olarak alınmakta, dalga cephesi eşfaz yüzeyleri olarak tanımlanmakta ve homojen bir ortamda bir ışının herbir noktasında \vec{E} ve \vec{H} elektromagnetik alanları tanımlanarak ışın boyunca yayılan bir düzlemsel dalga olarak birbirlerine ilişkilendirilmektedir. Bu genişletilme geometrik optik yaklaşıklığı olarak adlandırılmaktadır.

3.1.2. Huygens Prensibi

Huygens Prensibi'ne göre bir dalga cephesindeki her nokta, dışarıya ikincil dalga yayılımı yaparak yeni bir kaynak gibi davranır ve bu ikincil dalgalar yeni bir dalga cephesi oluşturmak üzere birleşirler. Böylece kaynaktan uzakta bulunan bir dalga cephesi veya yansıma ve kırınımına sebep olan yüzey ve süreksizliklerin ikincil birer kaynak gibi davrandıkları düşünülebilir. Bu prensip optikte kırınım problemlerinde sağlıklı sonuçlar bulunabilmesi için uzun zamandır kullanılmaktadır. Endüksiyon ve eşdeğerlilik teoremleri ile uygun şekilde birleştirildiğinde birçok açıklık anteni probleminin çözümünde kullanılabilmektedir. Bu çalışmada kullanılacak olan

düzlemsel dalgaların spektrum integrali ise tamamen Huygens prensibine dayanılarak çıkartılacaktır.

3.1.3. Düzlemsel Dalgaların Spektrum İntegrali

İçinde kaynaklar bulunmayan, homojen ve izotrop bir ortamda elektromagnetik alanın bir skaler bileşeni olan $u(\vec{r})$ fonksiyonu

$$\nabla^2 u(\vec{r}) + k^2 u(\vec{r}) = 0 \quad (3.1.1)$$

şeklindeki skaler homojen Helmholtz denklemini sağlar. Bu denklemin sağlandığı bölge V hacmi olarak gösterilebilir. İlgili bölge için ikinci skaler Green Teoremi

$$\iiint_{V'} (u \nabla^2 G - G \nabla^2 u) dV' = \iint_S (u \nabla G - G \nabla u) \cdot \vec{n} ds \quad (3.1.2)$$

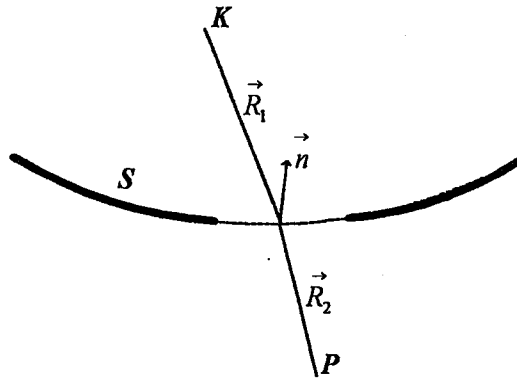
şeklinde ifade edilebilir. Bu denklemden $G(\vec{r}, \vec{r}')$ Green fonksiyonunu göstermekte olup aynı hacim için

$$\nabla^2 G + k^2 G = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (3.1.3)$$

şeklindeki homojen olmayan skaler diferansiyel denklemini sağlar. Bu denklemin bir çözümü Şekil 3.1.1'deki P noktasından yayılan küresel dalgalar için

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} \quad (3.1.4)$$

olarak yazılabilir.



Şekil 3.1.1- İkinci skaler Green Teoremi'ndeki integrasyon bölgeleri

S yüzeyi uzayı iki ayrı bölgeye ayırmaktadır. Bu bölgelerden birisi S'in iç bölgesi, diğeri ise dış bölgesi olarak adlandırılabilir. Şekil 3.1.1 genel bir gösterim olup birçok kırımın problemine uyarlanabilecek yapıdadır. Açıklık problemleri gözönüne alındığında, ilgili geometri kullanılabilir. Yarım düzlem problemlerinde ise açıklık yüzeyinin sınırlarından birisi sonsuza gidecektir. Böyle bir durumda P gözlem noktası iç veya dış bölgeye göre değerlendirilebilir. Aslında bu tarz bir integrasyon sadece yarı uzaydaki alanın bulunmasına yarayacaktır. Bu ise pek çok problem türünde yeterlidir. Ayırıt kırımlarında ise analizin doğası gereği bütün uzaydaki alanlar bulunabilmektedir. 3.1.2 denklemindeki integrasyon için P gözlem noktasının bulunduğu dış bölge seçilebilir. Küresel bir dalgayı betimleyen Green fonksiyonunun kaynağı P noktasında bulunan bir noktasal kaynak olarak düşünülebilir ve bu nokta integrasyon bölgesinden soyutlanmıştır. 3.1.3 diferansiyel denkleminin sağ tarafındaki Delta-Dirac fonksiyonu bahsedilen tür ve yerdeki bir kaynak terimini ifade etmektedir. 3.1.1 ve 3.1.3 denklemleri , 3.1.2 denkleminin sol yanında yerine konursa

$$u_p(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S (u \nabla G - G \nabla u) \cdot \vec{n} dS \quad (3.1.5)$$

eşitliği elde edilebilir. Bu denklemin skaler $u(\vec{r})$ fonksiyonunun V bölgesinin bir P noktasındaki değerini yine bu fonksiyonun bir S yüzeyi üzerindeki davranışı yardımı ile hesaplamaya olanak sağlamaktadır. Birim genlikli yöresel düzlemsel dalga için

$$u(\vec{r}) = \frac{e^{-jkR_1}}{R_1}$$

ifadesi yazılabilir. Bu ifade ve 3.1.4 eşitliği 3.1.5'te yerine konursa

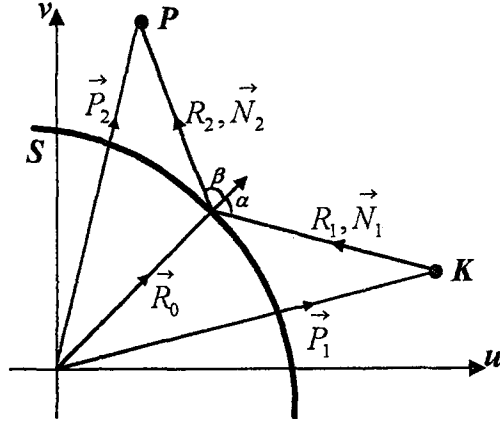
$$u_p(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkR_2}}{R_2} \right) - \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} \right) \right] dS$$

denklemini elde edilebilir ki burada $\frac{\partial}{\partial n}$ yüzeyin normal birim vektörüne göre alınan

türevi belirtmektedir. Ortamın dalga sayısı $k \gg 1$ için

$$u_p(\vec{r}) \approx \frac{jk}{4\pi} \iint_S \frac{e^{-jk(R_1+R_2)}}{R_1 R_2} \left[\cos(\vec{n}, \vec{R}_1) - \cos(\vec{n}, \vec{R}_2) \right] dS \quad (3.1.6)$$

integrali yazılabilir.



Şekil 3.1.2- İntegrasyon yüzeyinin bir koordinat sistemine göre yazılışı

Green fonksiyonu bu ifadede dS yüzey elemanları tarafından uzaya yayılan ve bu yüzeyden R_2 mesafesindeki P gözlem noktasına varan küresel dalgalar olarak düşünülebilir. Eğer u ve $\frac{\partial u}{\partial n}$ ifadelerinin S yüzeyi üzerinde alacağı değerler biliniyorsa, 3.1.6 denklemi ile herhangi bir P noktasındaki u_p fonksiyonunun değeri bulunabilir. Şekil 3.1.2'deki geometriden faydalanarak R_1 ve R_2 büyüklükleri

$$R_1 = \left[\vec{R}_0 - \vec{P}_1 \right] \cdot \vec{N}_1, \quad R_2 = \left[\vec{P}_2 - \vec{R}_0 \right] \cdot \vec{N}_2 \quad (3.1.7)$$

şeklinde hesaplanabilir. Böylece 3.1.6 denklemi

$$u_p(\vec{r}) \approx \frac{jk}{4\pi} \iint_S \frac{e^{-jk \left[\left(\vec{R}_0 - \vec{P}_1 \right) \cdot \vec{N}_1 + \left(\vec{P}_2 - \vec{R}_0 \right) \cdot \vec{N}_2 \right]}}{R_1 R_2} \left[\cos(\vec{n}, \vec{R}_1) - \cos(\vec{n}, \vec{R}_2) \right] dS \quad (3.1.8)$$

biçiminde düzlemsel dalgaların spektrum integrali olarak elde edilebilir. Bu integral gelen ve yansıyan alanların toplamını ihtiva ettiği için geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrumu olarak da ifade edilebilir.

S yüzeyi burada Huygens Prensibi'ne göre ikincil bir kaynak olarak davranmaktadır. İki boyutlu bir bölgede 3.1.8 denklemi

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jkR_2}}{\sqrt{R_2}}$$

şeklinde bir Green fonksiyonu için

$$u_p(\vec{r}) \approx \frac{jk}{4\pi c} \int \frac{e^{-jk\left[\left(\vec{R}_0-\vec{P}_1\right)\cdot\vec{N}_1+\left(\vec{P}_2-\vec{R}_0\right)\cdot\vec{N}_2\right]}}{\sqrt{R_1R_2}} \left[\cos(\vec{n}, \vec{R}_1) - \cos(\vec{n}, \vec{R}_2)\right] dl \quad (3.1.9)$$

olarak yazılabilir (Bayrakçı 1984). Problemin iki veya bir boyutlu olmasına göre sırası ile 3.1.8 veya 3.1.9 integrallerinden birisi kullanılabilir. Burada bahsedilmesi gereken önemli bir husus Green fonksiyonunun Şekil 3.1.2’de, Huygens Prensibi’ne dayanılarak seçilmiş olmasıdır. Green fonksiyonu kaynak ve gözlem noktasının bir fonksiyonudur. Huygens Prensibi’ne göre, ikincil kaynak integralin hesaplandığı yüzey olmaktadır. Buna göre R_2 büyüklüğü S yüzeyi ve P gözlem noktası arasında değişmektedir.

3.1.4. Bir Düzlemdeki Yüzey Akımları

Düzlemsel dalga spektrum integrali kullanılarak saçılan alanların hesaplanmasında gelen alanın yüzey üzerindeki davranışı önemlidir ve bu yüzeydeki sınır koşulları ile de sıkı sıkıya bağlıdır. 3.1.5 denkleminde kullanılacak olan elektromagnetik alanların u skaler fonksiyonunun seçiminde, bu yüzey koşullarının önemli bir rol oynayacağı açıktır. İlgili sınır koşuluna bağlı olarak, S yüzeyi üzerinde bu fonksiyonun kendisi veya yüzeyin normaline göre alınan türevi sıfır olabilir. Bu nedenden dolayı bir düzlemde akan yüzey akım yoğunluğunun ilgili denklemlerle bağdaştırılması uygun olacaktır.

Herhangi bir yüzey akım yoğunluğu \vec{J} geçilirken, elektrik alanının yüzeye teğet bileşeni ve \vec{J} 'ye paralel olan magnetik alanın teğet bileşeni sürekli kalmaktadır. Fakat \vec{H} 'in \vec{J} 'ye dik olan teğet bileşeni j büyüklüğü kadar bir sıçramaya maruz kalır. Bu ifadeler

$$\left. \vec{n} \times \vec{E} \right|_S = 0 \quad , \quad \left. \vec{n} \times \vec{H} \right|_S = \vec{J}_{es}$$

sınır koşulları ile belirtilebilir. Burada \vec{n} , yüzeyin normal birim vektörüdür. Bu çalışmada kolaylık sağlamak açısından saçılma yüzeyleri mükemmel iletken olarak alınacaktır. Eğer u fonksiyonu olarak \vec{E} alanının yüzeye teğet bileşeni alınırsa, 3.1.5 denkleminde

$$u_p(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \iint_S G \frac{\partial u}{\partial n} dS \quad (3.1.10)$$

yazılabilir. Burada u fonksiyonu yüzeye gelen ve yüzeyden yansıyan geometrik optik alanların toplamını ifade etmektedir. u fonksiyonu olarak magnetik alanın yüzeye teğet bileşeni alındığında ise

$$u_p(\vec{r}) = -\frac{1}{2\pi} \iint_S u \frac{\partial G}{\partial n} dS \quad (3.1.11)$$

ifadesi geçerli olacaktır. Polarizasyona göre bu iki denklemden biri problemlerin çözümünde kullanılabilir.

3.2. SONLU KAYNAKLI MÜKEMMEL İLETKEN EĞRİSEL YÜZEYDEN YANSIMA

Odak dışına alınmış, z eksenine paralel sonsuz uzun çizgisel akım kaynağı ile beslenen bir mükemmel iletken yüzeyden oluşan iki boyutlu problem gözönüne alınacaktır. Sonlu kaynaklı elektromagnetik alanların düzgün eğrisel ve mükemmel iletken konveks yüzeylerden saçılmasında yansıyan alana ait skaler büyüklük, 3.1.9 denklemi, 3.1.10 eşitliği de hesaba katılarak yazılan düzlemsel dalgaların spektrum integralinden bulunmuştur. Yansıyan dalgaya ait düzlemsel dalgaların spektrum integrali stasyoner faz metodu ile hesaplanarak, yöresel düzlemsel dalgalar olarak, yansıyan geometrik optik terimleri elde edilmiştir. Yapılan bu hesapta, integral yazılırken gelme ve yansımaya açıları farklı alınmış ve semer noktasında bu açıların eşit olduğu görülmüştür. Bu açıları eşit olarak alındığı takdirde fazda ikinci türeve geçmek mümkün olmaz. Neticede elektromagnetik dalga ışını boyunca

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{s} \times \vec{E} \quad , \quad \vec{s} \cdot \vec{E} = \vec{s} \cdot \vec{H} = 0 \quad , \quad \vec{E} \cdot \vec{H} = 0$$

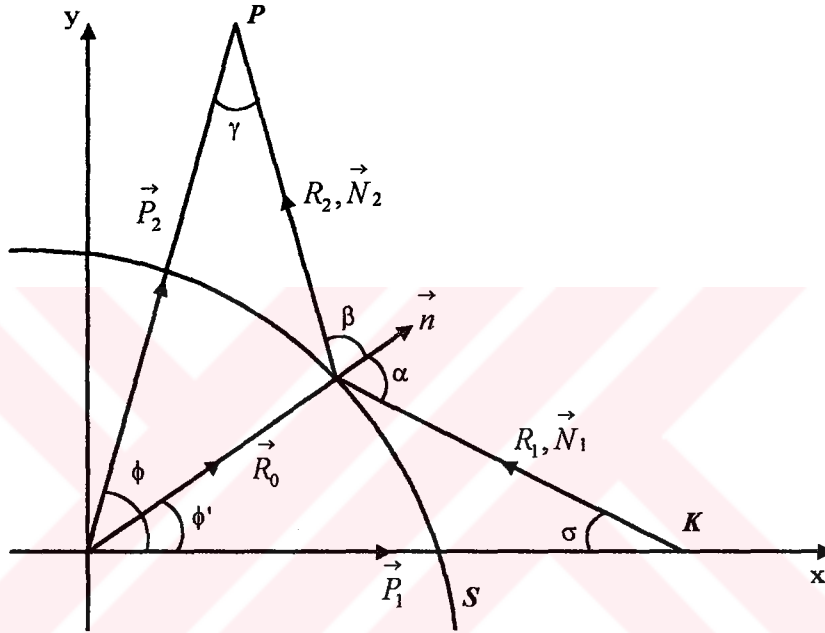
koşullarının yanında, mükemmel iletken yüzeyin yansımaya noktasında

$$\vec{n} \times \vec{H}_1 \Big|_S = \vec{n} \times \vec{H}_2 \Big|_S$$

şartıda geçerli olmaktadır. Burada $i=1$ gelen ve $i=2$ yansıyan dalgalara ait alanları göstermektedir.

3.2.1. Mükemmel İletken Dışbükey Yöresel Yüzeyden Yansımaya Ait Spektrum İntegrali

Kartezyen koordinat sisteminde, bir koordinata göre simetrik olan, iki boyutlu optik gibi saçılma problemlerini kapsayan, sonlu kaynaklı elektromagnetik dalgaların düzgün eğrisel ve mükemmel iletken dışbükey yüzeylerden yansıması gözönüne alınmaktadır. Şekil 3.2.1'de böyle bir yüzeye ait geometri verilmiştir.



Şekil 3.2.1- Mükemmel iletken dışbükey yüzeyde yansıma geometrisi

Şekil 3.2.1'de, K kaynak noktasını, P ise gözlem noktasını belirtmektedir. Elektrik alanın yüzeye teğet olan bileşeni gözönüne alındığında, 3.1.9 denklemi 3.1.10 eşitliği ile değerlendirilerek,

$$u_p(\vec{\rho}) \approx \frac{jk}{2\pi} \oint_C \frac{e^{-jk \left[(\vec{R}_0 - \vec{P}_1) \cdot \vec{N}_1 + (\vec{P}_2 - \vec{R}_0) \cdot \vec{N}_2 \right]}}{\sqrt{R_1 R_2}} \cos(\vec{n}, \vec{R}_1) dl \quad (3.2.1)$$

ifadesi yazılabilir. R eğrisel yüzeyin eğrilik yarıçapı olmak üzere

$$dl = R d\phi', \quad \cos(\vec{n}, \vec{R}_1) = -\cos\alpha$$

eşitliklerinin sağlanacağı Şekil 3.2.1'den görülmektedir. Burada α ışının yüzeye geliş açısıdır. Faz ve genlikteki R_1 ve R_2 büyüklükleri Şekil 3.2.1'deki geometriden

$$\begin{aligned}
\vec{P}_1 &= \rho_0 \vec{e}_x \\
\vec{P}_2 &= \rho \cos \phi \vec{e}_x + \rho \sin \phi \vec{e}_y \\
\vec{N}_1 &= -\cos \sigma \vec{e}_x + \sin \sigma \vec{e}_y \\
\vec{N}_2 &= \cos(\beta + \phi') \vec{e}_x + \sin(\beta + \phi') \vec{e}_y \\
\vec{R}_0 &= R \cos \phi' \vec{e}_x + R \sin \phi' \vec{e}_y
\end{aligned}$$

eşitlikleri kullanılarak

$$\begin{aligned}
R_1 &= \rho_0 \cos(\alpha - \phi') - R \cos \alpha \\
R_2 &= \rho \cos(\beta - \phi + \phi') - R \cos \beta
\end{aligned}$$

olarak ifade edilebilir. Burada σ açısı için $\sigma = \alpha - \phi'$ bağıntısı kullanılmıştır. 3.2.1 integralinin daha anlaşılır bir şekilde yazılabilmesi için

$$g(\phi') = \rho \cos(\beta - \phi + \phi') + \rho_0 \cos(\alpha - \phi') - R(\cos \alpha + \cos \beta) \quad (3.2.2.a)$$

$$f(\phi') = \frac{R \cos \alpha}{\sqrt{\rho \cos(\beta - \phi + \phi') - R \cos \beta} \sqrt{\rho_0 \cos(\alpha - \phi') - R \cos \alpha}} \frac{k}{2\pi} \quad (3.2.2.b)$$

ifadeleri kullanılabilir. Neticede integral

$$u_p(\vec{\rho}) = \oint_C f(\phi') e^{-jk_g(\phi')} d\phi' \quad (3.2.3)$$

şeklinde düzenlenebilir. Bu integralin hesabı stasyonere faz metodu ile yapılabilir. Dikkat edilmesi gereken husus geliş ve yansıma açılarının α ve β olarak farklı şekilde alınmış olmalarıdır. EK-1'de açıklandığı üzere stasyonere noktada faz fonksiyonunun birinci türevi sıfıra eşit olmaktadır. Bu ise ışının stasyonere olduğu noktayı belirtmektedir. Yansıma integrali için bu noktanın yansıma kanununu vermesi beklenebilir. Yani geliş ve yansıma açıları semer noktasında eşit olmalıdır. Bu amaçla 3.2.2.a denklemindeki faz fonksiyonunun birinci türevi alınırsa

$$\frac{dg}{d\phi'} = R(\sin \alpha - \sin \beta) \quad (3.2.4)$$

eşitliği bulunabilir. Burada Şekil 3.2.1'deki gelen ve yansıyan ışınların oluşturduğu üçgenlerden açıkça görülebileceği üzere

$$\begin{aligned}
\rho \sin(\beta + \phi' - \phi) &= R \sin \beta \\
\rho_0 \sin(\alpha - \phi') &= R \sin \alpha
\end{aligned}$$

sinüs bağıntıları kullanılmıştır. 3.2.4 ifadesi semer noktasında sıfıra eşitlenirse beklenildiği gibi

$$\alpha_s = \beta_s$$

ifadesi bulunur. Stasyoner faz noktasında ışın yüzeye geldiği açı ile yansımaktadır. Faz fonksiyonunun ikinci türevi alındığında

$$\frac{d^2g}{d\phi'^2} = R \left(\cos\alpha \frac{d\alpha}{d\phi'} - \cos\beta \frac{d\beta}{d\phi'} \right)$$

eşitliği elde edilir. Neticede faz ve genlik fonksiyonları stasyoner faz noktasında

$$\begin{aligned} l_0 &= \rho_0 \cos(\alpha_s - \phi_s') - R \cos\alpha_s \\ l &= \rho \cos(\alpha_s + \phi_s' - \phi) - R \cos\alpha_s \end{aligned}$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} f_s &\approx \frac{jk R \cos\alpha_s}{2\pi \sqrt{l_0}} \\ g_s &\approx l + l_0 + \frac{1}{2} \frac{R \cos\alpha_s}{l_0} [R \cos\alpha_s (l + l_0) + 2l_0] (\phi' - \phi_s)^2 \end{aligned}$$

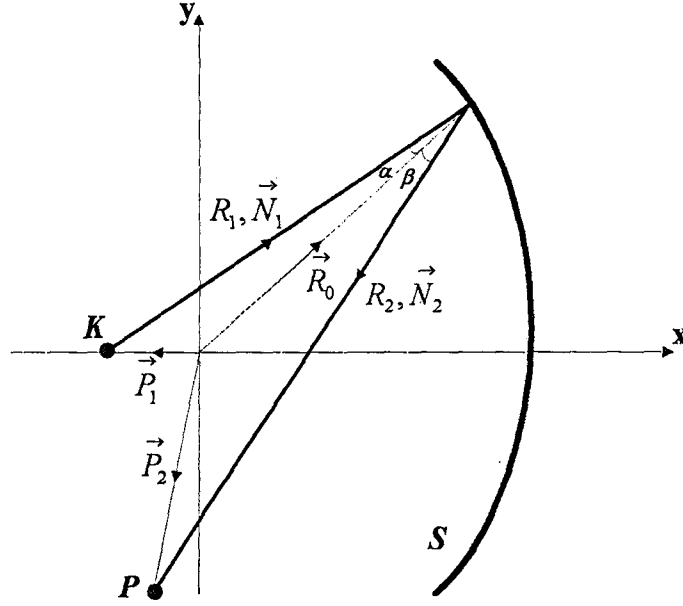
olarak yazılabilir. Bu hesabın ayrıntıları EK-2'de verilmiştir. Neticede mükemmel iletken yüzeyden yansıyan alan

$$u_p \approx \frac{ke^{\frac{j\pi}{4}} e^{-jk(l+l_0)}}{j\sqrt{2\pi} \sqrt{k(l+l_0)}} \sqrt{\frac{R \cos\alpha_s (l+l_0)}{R \cos\alpha_s (l+l_0) + 2l_0}} \quad (3.2.5)$$

şeklinde bulunabilir.

3.2.2. Mükemmel İletken İçbükey Yöresel Yüzeyden Yansıma Ait Spektrum İntegrali

Kartezyen koordinat sisteminde, bir koordinata göre simetrik olan, iki boyutlu optik gibi saçılma problemlerini kapsayan, sonlu kaynaklı elektromagnetik dalgaların düzgün eğrisel ve mükemmel iletken içbükey yüzeylerden yansıması gözönüne alınmaktadır. Şekil 3.2.2'de içbükey bir yüzeyden yansıma problemine ait geometri görülmektedir.



Şekil 3.2.2- Mükemmel iletken içbükey yüzeyde yansıma geometrisi

Bu problem için 3.2.1 integrali aynen geçerlidir. İntegral stasyonær faz yöntemi ile hesaplanabilir. 3.2.1 integralinin faz ve genliğindeki büyüklükleri, Şekil 3.2.2'deki geometriden,

$$\vec{P}_1 = -\rho_0 \vec{e}_x$$

$$\vec{P}_2 = \rho \cos \phi \vec{e}_x + \rho \sin \phi \vec{e}_y$$

$$\vec{N}_1 = \cos(\phi' - \alpha) \vec{e}_x + \sin(\phi' - \alpha) \vec{e}_y$$

$$\vec{N}_2 = -\cos(\beta + \phi') \vec{e}_x - \sin(\beta + \phi') \vec{e}_y$$

$$\vec{R}_0 = R \cos \phi' \vec{e}_x + R \sin \phi' \vec{e}_y$$

eşitlikleri kullanılarak

$$R_1 = \rho_0 \cos(\phi' - \alpha) + R \cos \alpha$$

$$R_2 = -\rho \cos(\beta - \phi + \phi') + R \cos \beta$$

olarak yazılabilir. İntegralin faz ve genlik fonksiyonları için

$$g(\phi') = -\rho \cos(\beta - \phi + \phi') + \rho_0 \cos(\phi' - \alpha) + R(\cos \alpha + \cos \beta)$$

$$f(\phi') = \frac{R \cos \alpha}{\sqrt{-\rho \cos(\beta - \phi + \phi') + R \cos \beta} \sqrt{\rho_0 \cos(\phi' - \alpha) + R \cos \alpha}} \frac{k}{2\pi j}$$

ifadelerinden yararlanılarak, integral 3.2.3 eşitliği formuna getirilebilir. Dışbükey yüzey için yapılan işlemler bu yüzey içinde tekrar edilirse neticede yansıyan alan ifadesi

$$u_p \approx \frac{ke^{j\frac{\pi}{4}} e^{-jk(l+l_0)}}{j\sqrt{2\pi} \sqrt{k(l+l_0)}} \sqrt{\frac{R\cos\alpha_s(l+l_0)}{R\cos\alpha_s(l+l_0) - 2ll_0}} \quad (3.2.6)$$

şeklinde elde edilebilir.

Dışbükey ve içbükey yüzeylerden yansıyan alana ait 3.2.5 ve 3.2.6 ifadeleri gözönüne alındığında, bu eşitliklerin geometrik optiğin yansıyan alan ifadeleri ile aynı formda olduğu görülebilir. Diverjans katsayısı

$$D(\alpha_s) = \sqrt{\frac{R\cos\alpha_s(l+l_0)}{R\cos\alpha_s(l+l_0) \pm 2ll_0}} \quad (3.2.7)$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada + ve – işaretleri sırası ile dışbükey ve içbükey yüzeyleri göstermektedir. Düzlemsel dalgaların spektrum integraline uygulanan stasyonere faz yöntemi ise Fermat prensibinin bir nevi matematiksel ifadesini vermektedir. Eğer integral yazılırken gelme ve yansıma açıları eşit alınır, stasyonere faz metodu uygulanırken faz fonksiyonunun birinci türevi kendiliğinden sıfıra eşit olacak ve ikinci türeve geçilemeyecektir.

3.3. KÖŞE KIRINIM ALANLARININ DÜZLEMSEL DALGALARIN SPEKTRUM İNTEGRALI İLE İFADE EDİLMESİ

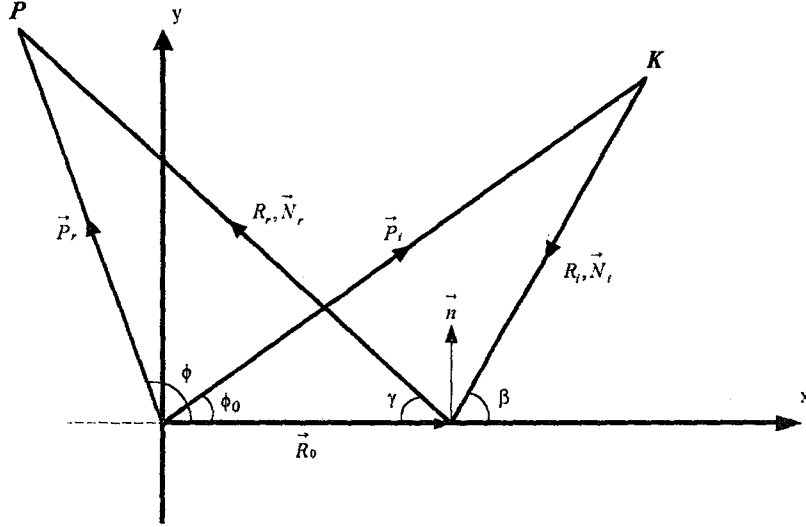
Uzayda ilerleyen bir elektromagnetik alan herhangi bir engele çarptığında saçılma olayı gözlenmektedir. Bu engelin meydana getireceği alanlar genel olarak yansıma ve kırınım alanları şeklinde ikiye ayrılabilir. Kırınım alanları ise engelin geometrisine göre köşe kırınımı, sürünüm dalgaları ve fısıldayan galeri modları gibi çeşitli elektromagnetik dalga yayılımları olabilir. Bölüm 3.2’de incelendiği gibi yansıyan alan geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integrali metodu ile kolayca hesaplanabilmektedir. Kırınım alanları ise türlerine göre değişen yöntemler aracılığı ile düzlemsel dalgaların spektrum integralinin geometriye bağlı olarak farklı şekillerde yazılması ve değerlendirilmesi ile incelenebilirler. Bu bölümde bahsi geçen inceleme teknikleri üzerinde durulacak ve köşe kırınımı, yüzey kırınımı ve fısıldayan galeri modları ele alınacaktır. Köşe kırınım alanları, düzlemsel dalgaların spektrum integralinin sınır noktalarının katkılarının değerlendirilmesi ile hesaplanacak ve bu amaçla iki ayrı yöntemden yararlanılacaktır.

3.3.1 Köşe Kırınımı İçin Düzlemsel Dalgaların Spektrum İntegrali

Köşe kırınım alanları yarım düzlem veya kama tipi kanonik problemlerde ortaya çıkmaktadır. Bu incelemede yarım düzlem problemi ele alınacaktır. Kırınım olayına, iki boyutlu uzayda, tek bir noktadaki süreksizlik neden olmaktadır. Böyle bir süreksizlik sonucunda yansıyan ve gelen alanlar için keskin bir şekilde sıfıra gittikleri geçiş bölgeleri oluşmaktadır. Bu geçiş bölgelerinde çözümlerin fiziksel olarak anlamlı olmalarını köşe kırınım alanları sağlamaktadır. Bu nedenle toplam alan gelen ve yansıyan alana ait köşe kırınım alanı olarak iki şekilde ifade edilebilir. Bu problem ilk olarak SOMMERFELD (1964) tarafından incelenmiştir. Bu inceleme matematik esaslara dayandığı için kırınımın matematik teorisi olarak adlandırılabilir (Borovikov ve Kinber 1994). Daha sonra Wiener-Hopf faktörizasyon tekniğine dayalı çözümler geliştirilmiştir (Büyükaksoy ve Uzgören 1987). KELLER (1957) KGT'de, köşe kırınım için bulunan ilgili katsayılardan faydalanmıştır. Fakat bu köşe kırınım katsayıları geçiş bölgelerinde sonsuza gitmektedir. Bu sebepten dolayı köşe kırınımının daha kullanışlı ifadeleri araştırılmış ve iki ayrı yol geliştirilmiştir (Kouyoumjian ve Pathak 1974, Ahluwalia ve ark. 1968). Bu çalışmada ilgili incelemelerin ayrıntılarına girilmeyecektir. Fakat Fresnel integralleri ile ifade edilen yeni katsayılar düzenli çözüm olarak adlandırılmaktadır. Bu konuda yapılan diğer bir yaklaşım ise FO yaklaşıklığıdır. UFIMTSEV (1971) tarafından geliştirilen bu yöntem ile tam kırınım katsayıları bulunamamaktadır. Fiziksel optikte kırınım katsayısının bulunması için kullanılan yöntem bu çalışmada da ele alınmış olup farklı bir yaklaşımla daha geçerli sonuçlar elde edilmiştir.

Köşe kırınım alanının hesaplanmasında 3.2.1 yansıyan alana ait düzlemsel dalgaların spektrum integrali aynen kullanılacaktır. EK-1'de verilen yöntemler ile bu integral hesaplanabilir. Fresnel kırınımında, uzayda ilerleyen dalgaların karşısına çıkan engelden saçılmasında, her zaman engele çarpmayan dalga cephesi gözönüne alınmaktadır. Engelin kapatmadığı bölüm üzerinden integrasyon alınarak, engeli geçen alan ve kırınım alanı toplam olarak bulunmaktadır. Fiziksel optik yaklaşıklığında ise yarım düzlem problemi için sadece mükemmel iletken düzlem üzerinde indüklenen akımlar gözönüne alınmakta ve alan bu akımlar yardımı ile hesaplanmaktadır. Bu çalışmada düzlemsel dalgaların spektrum integrali hem yarım düzlem, hem de boşluk

için ayrı ayrı yazılacak ve bulunan iki ayrı kırınım alanı toplanacaktır. Kullanılan metod itibarı ile düzenli çözüm elde edilecektir.



Şekil 3.3.1- Yarım düzlem için köşe kırınım geometrisi

Şekil 3.3.1'deki geometri için 3.2.1 integrali aynen kullanılabilir. Fakat köşe kırınım alanı, integralin köşe noktalarının gözönüne alınması ile bulunacaktır. Bu nedenle 3.2.3 ifadesi

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-jk_g(x)} dx - \int_{-\infty}^0 f(x)e^{-jk_g(x)} dx \quad (3.3.1)$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki birinci integral yüzeyden yansıyan alanı vermekte olup, stasyonær faz metodu ile hesaplanabilir. İkinci integralin ise köşe noktasından gelen katkısı gözönüne alınacaktır. Buradan köşe kırınım alanı bulunabilir. İlgili integral

$$f(\rho_1) = \frac{\sin \beta}{\sqrt{\rho_1 \cos \gamma - \rho \cos(\gamma + \phi)} \sqrt{\rho_0 \cos(\beta - \phi_0) - \rho_1 \cos \beta}} \quad (3.3.2.a)$$

$$g(\rho_1) = -\rho \cos(\gamma + \phi) + \rho_0 \cos(\beta - \phi_0) + \rho_1 (\cos \gamma - \cos \beta) \quad (3.3.2.b)$$

olmak üzere

$$I_0 = \int_{-\infty}^0 f(\rho_1)e^{-jk_g(\rho_1)} d\rho_1 \quad (3.3.3)$$

şeklinde ifade edilebilir. Dikkat edileceği üzere burada da geliş ve yansıma açıları farklı alınmıştır. Bunun sebebi, köşe noktasında geliş açısının sabit, kırınım açısının ise değişken olmasıdır. İntegralde x eksenindeki değişken ρ_1 olarak tanımlanmıştır.

3.3.2.b faz terimi köşe noktasında birinci ve ikinci terimleri dikkate alınıp,

$$g(\rho_1) \approx \rho + \rho_0 - (\cos \phi_0 + \cos \phi) \rho_1 + \left(\frac{\sin^2 \phi_0}{\rho_0} + \frac{\sin^2 \phi}{\rho} \right) \frac{\rho_1^2}{2} \quad (3.3.4)$$

şeklinde ikinci türeve kadar Taylor serisine açılabilir. Köşe noktasında $\beta = \phi_0$ ve $\gamma = \pi - \phi$ olduğu dikkate alınmıştır. 3.3.2.a genlik teriminin ise köşe noktasında yavaşça değiştiği gözönüne alınarak,

$$f(\rho_1) \approx \frac{\sin \phi_0}{\sqrt{\rho \rho_0}} \quad (3.3.5)$$

Taylor açılımının ilk terimi ile yetinilebilir. 3.3.4 ve 3.3.5 eşitlikleri 3.3.3 integralinde yerine konursa,

$$A = \cos \phi + \cos \phi_0$$

$$B^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin^2 \phi_0}{\rho_0} + \frac{\sin^2 \phi}{\rho} \right)$$

olmak üzere

$$I_0 \approx \sin \phi_0 \frac{e^{-jk(\rho + \rho_0)}}{\sqrt{\rho \rho_0}} \int_{-\infty}^0 e^{-jk(A\rho_1 + B^2 \rho_1^2)} d\rho_1$$

ifadesi elde edilebilir. $\rho_1 = -\rho_1$ dönüşümü ile

$$I_0 \approx \sin \phi_0 \frac{e^{-jk(\rho + \rho_0)}}{\sqrt{\rho \rho_0}} \int_0^{\infty} e^{-jk(A\rho_1 + B^2 \rho_1^2)} d\rho_1 \quad (3.3.6)$$

integrali yazılabilir. Faz terimine

$$C = \frac{A}{2B}$$

olmak üzere $C^2 - C^2$ terimi ilave edilirse 3.3.6 integrali

$$I_0 \approx \sin \phi_0 \frac{e^{-jk(\rho + \rho_0)}}{\sqrt{\rho \rho_0}} e^{jkC^2} \int_0^{\infty} e^{-jk(B\rho_1 + C)^2} d\rho_1$$

şeklinde yazılabilir. Elde edilen integralde

$$t = \sqrt{k}(B\rho_1 + C)$$

değişken dönüşümü yapılırsa

$$I_0 \approx \frac{e^{-jk(\rho + \rho_0)}}{\sqrt{\rho \rho_0}} \frac{\sin \phi_0}{\sqrt{k}B} e^{jkC^2} \int_{\sqrt{k}C}^{\infty} e^{-t^2} dt$$

ifadesine ulaşılabilir. Bulunan integral ise,

olmak üzere

$$I_e = \int_0^{\infty} f(\rho_1) e^{-jk g(\rho_1)} d\rho_1 \quad (3.3.9)$$

şeklinde yazılabilir. Köşe noktasında $\gamma = \pi + \phi$ ve $\beta = \phi_0$ ifadeleri gözönüne alınarak, faz fonksiyonu

$$g(\rho_1) \approx \rho + \rho_0 - (\cos \phi_0 + \cos \phi) \rho_1 + \left(\frac{\sin^2 \phi_0}{\rho_0} + \frac{\sin^2 \phi}{\rho} \right) \frac{\rho_1^2}{2}$$

ve genlik fonksiyonu da

$$f(\rho_1) \approx \frac{-\sin \phi_0 + \sin \phi}{\sqrt{\rho \rho_0}}$$

olarak elde edilebilir. Bu ifadeler 3.3.9 integralinde yerine konursa,

$$I_0 \approx (\sin \phi - \sin \phi_0) \frac{e^{-jk(\rho+\rho_0)}}{\sqrt{\rho \rho_0}} \int_0^{\infty} e^{-jk(-A\rho_1+B_1^2\rho_1^2)} d\rho_1$$

ifadesi bulunur. Burada

$$A = \cos \phi + \cos \phi_0$$

$$B_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin^2 \phi_0}{\rho_0} + \frac{\sin^2 \phi}{\rho} \right)$$

eşitlikleri kullanılmıştır. Bir önceki kısımdaki prosedür bu integrale uygulanırsa,

$$I_e \approx \frac{e^{-jk(\rho+\rho_0)}}{\sqrt{\rho \rho_0}} \frac{\sin \phi - \sin \phi_0}{\sqrt{k B_1}} F[\sqrt{k C_1}]$$

ifadesi bulunur. Bu ifade de C , $A/2B_1$ değerine sahiptir. Neticede I_0 ve I_e ifadeleri toplanacak olursa

$$I_T \approx \frac{e^{-jk(\rho+\rho_0)}}{\sqrt{\rho \rho_0}} \frac{\sin \phi}{\sqrt{k B}} F[\sqrt{k C}]$$

ifadesine erişilir. $\sqrt{k C} \gg 1$ için Fresnel fonksiyonu yaklaşık olarak

$$F[\sqrt{k C}] \approx \frac{1}{\sqrt{k C}}$$

şeklinde yazılabilir (James 1976). Bu yaklaşık ifade kullanılarak,

$$I_T \approx \frac{e^{-jk(\rho+\rho_0)}}{k \sqrt{\rho \rho_0}} \frac{\sin \phi}{\cos \phi + \cos \phi_0}$$

ifadesi bulunabilir. Burada dikkat edilebileceği gibi, toplam köşe kırınım katsayısı

$$D_K = \frac{\sin \phi}{\cos \phi + \cos \phi_0} \quad (3.3.10)$$

şeklinde elde edilmiştir. 3.3.8 ve 3.3.1 ifadelerinde gözükten birinci integraller bütün x düzlemi için yansıyan ve gelen alanları göstermektedir. Bu bölümde sadece köşe kırınım alanları ile ilgilenildiği için bu integraller hesaplanmadan bırakılmıştır.

Bu çalışmada izlenen prosedür FO'da köşe kırınım alanlarının bulunması için kullanılan yol ile aynıdır. Fakat FO'da, elektrik alan yarı düzleme paralelken bulunan köşe kırınım katsayısı, $\phi=0$ ve $\phi=2\pi$ düzlemlerinde sıfıra gitmemektedir. Bu katsayı

$$D_{KFO} = \frac{\sin \phi_0}{\cos \phi + \cos \phi_0}$$

olarak yazılabilir (James 1976). Fakat mükemmel iletken yarı düzlem için sınır koşulları dikkate alındığında, bu düzlemdeki toplam alan için

$$E_T|_S = (E_i + E_r + E_K)|_S = 0$$

koşulu geçerlidir. Burada E_T toplam elektrik alanı göstermektedir. Düzlem üzerinde geometrik optik alanın yani gelen ve yansıyan alanların toplamının sıfır olacağı açıktır. Buna göre yarı düzlemde kırınan alan için

$$E_K|_S = 0$$

koşuluna erişilebilir. S ibaresi $\phi=0$ ve $\phi=2\pi$ düzlemlerini ifade etmektedir. Neticede FO yaklaşımı sonucunda bulunan köşe kırınım katsayısının bu koşulu sağlamadığı görülmektedir. Bu çalışmada yapılmış bulunan yaklaşım sonucunda elde edilen katsayı her ne kadar kesin çözümden bulunan katsayı ile aynı olmasa da, yüzey üzerinde kırınım alanının alması gereken değerleri vermektedir. Ayrıca geçiş bölgelerinde de sağlıklı sonuçlar elde edilebilir. Fakat bu sonuçta kesin çözümden elde edilmiş bulunan kırınım katsayısından farklıdır ve bir düzeltme teriminin eklenmesine gerek vardır.

3.3.2. Alan Fonksiyonunun Türevinin Kritere Bağlı Olarak Belirlenmesi

Bir önceki bölümde FO yaklaşıklığının köşe kırınım prosedüründe yeni bir yaklaşım kullanılarak köşe kırınım katsayısı hesaplanmıştı. Bu bölümde, düzlemsel

dalgaların spektrum integralinde bulunan gelen alanın yüzeyin normaline göre türevinin, aşağıda belirlenecek olan bir kritere göre tayini ile tam kırınım katsayısı bulunacaktır.

Kriter; Yüzeye geliş açısının kosinüsü öyle tayin edilmelidir ki, yansımaya ait stasyoner faz noktasında, α geliş açısı olmak üzere, $\cos\alpha$ değerine sahip olmalıdır.

Bu kritere göre yarım düzlem probleminin 3.3.2.a ifadesinde $\sin\beta$ yerine

$$n(\beta, \gamma) = \sin\left(\frac{\beta + \gamma}{2}\right) + \sin\left(\frac{\beta - \gamma}{2}\right) \quad (3.3.11)$$

ifadesi yazılabilir. Yansımaya ait stasyoner faz noktasında $\gamma_s = \beta_s$ için, $\sin\beta_s$ olacağı açıktır. 3.3.2.a,b eşitlikleri kullanılarak kırınım integrali

$$I_e = \int_0^{\infty} \frac{e^{-jk[-\rho \cos(\gamma + \phi) + \rho_0 \cos(\beta - \phi_0) + \rho_1 (\cos\gamma - \cos\beta)]}}{\sqrt{-\rho \cos(\gamma + \phi) + \rho_1 \cos\gamma} \sqrt{\rho_0 \cos(\beta - \phi_0) - \rho_1 \cos\beta}} n(\beta, \gamma) d\rho_1$$

olarak elde edilebilir. Bu integralin faz ve genliği köşe noktasında,

$$g(\rho_1) \approx \rho + \rho_0 - (\cos\phi_0 + \cos\phi)\rho_1 + \left(\frac{\sin^2\phi_0}{\rho_0} + \frac{\sin^2\phi}{\rho}\right)\frac{\rho_1^2}{2}$$

$$f(\rho_1) \approx \frac{\cos\frac{\phi - \phi_0}{2} - \cos\frac{\phi + \phi_0}{2}}{\sqrt{\rho\rho_0}}$$

şeklinde yazılabilir. Bir önceki kısımda yarım düzlem için uygulanan prosedür takip edilirse, kırınım alanı

$$I_T \approx \frac{e^{-jk(\rho + \rho_0)}}{\sqrt{\rho\rho_0}} \frac{\cos\frac{\phi - \phi_0}{2} - \cos\frac{\phi + \phi_0}{2}}{\sqrt{kB}} F[\sqrt{kC}]$$

olarak bulunabilir. $\sqrt{kC} \gg 1$ için bu ifade

$$I_T \approx \frac{e^{-jk(\rho + \rho_0)}}{k\sqrt{\rho\rho_0}} \frac{\cos\frac{\phi - \phi_0}{2} - \cos\frac{\phi + \phi_0}{2}}{\cos\phi + \cos\phi_0}$$

şeklinde yazılabilir. Neticede yukarıda verilmiş bulunan kriter kullanılarak düzlemsel dalga spektrum integrali ile tam köşe kırınım katsayısı elde edilmiştir. Bu yeni katsayı köşedeki süreksizlikten dolayı oluşan düzensiz akım bileşenini ifade etmektedir ki, görüldüğü gibi stasyoner yansıma noktasında, yani köşeden uzaklaştıkça, değeri geliş açısının sinüsüne eşit olmaktadır.

3.4. YÜZEY KIRINIM ALANLARININ DÜZLEMSEL DALGALARIN SPEKTRUM İNTEGRALI İLE İFADE EDİLMESİ

Bölüm 3.3'de mükemmel iletken yarım düzlemin gölge bölgesinde nasıl kırınmış enerjiye sebep olduğu görülmüştü. Gölge bölgesinin, yüzeyin kaynağı doğrudan görmediği bölge olduğu düşünülürse, eğik yüzeylerde de böyle bir kırınımın olacağı anlaşılabilir. Kaynaktan gelen alanın yüzeye, yüzeyin normal birim vektörüne dik olarak çarptığı noktada yüzey kırınımı oluşacaktır. Bu kırınımdan dolayı gelen alan yüzeyde ilerleyen bir alana dönüşür. Gölge bölgesinde, yüzey boyunca ilerleyen bu elektromagnetik alana sürünüm dalgası ismi verilir.

Sürünüm dalgaları mükemmel iletken ve düzgün dışbükey yüzeyin eşfaz yüzeylerine dik olan elektromagnetik dalga ışınlarının zarfıdır. Buna göre eşfaz yüzeylerinin eğrilik merkezlerinin geometrik yeri düzgün eğrisel yüzeydir. Sürünüm dalgası bu eğrisel yüzey üzerinde düzlemsel dalga olarak yayılır. Yüzeyden dik olarak fırlayan ışınlar sönümü, yüzey üzerinde ilerleyen kısım ise yayılımı ifade eder. Yüzeyden ayrılan dalgalar dışbükey eşfaz yüzeyine sahiptir.

KELLER ve LEVY (1959), eğik yüzeydeki kırınım katsayıları ve zayıflama sabitleri için ilk mertebeden ifadeleri bulmuşlardır. KOUYOUUMJIAN (1975), daha yüksek dereceden kırınım terimlerini belirtmiştir. Ayrıca elektrik alanın yüzeye teğet olduğu durum için "yumuşak yüzey", dik olduğu durum içinde "sert yüzey" notasyonlarını kullanmıştır. Ayrıca PATHAK (1979) kırınım noktasında oluşan geçiş bölgelerindeki alanın düzenli ifadesini Fresnel ve Pekeris fonksiyonları cinsinden hesaplamıştır.

Konveks yüzeylerin eğrilik yarıçapları odaklanmışsa yöresel yüzey, odaklanmamışsa yöresel olmayan yüzey olarak tanımlanabilir. Yöresel yüzeylere örnek küresel ve dairesel silindirik yüzeyler ve yöresel olmayan yüzeylere de örnek parabolik silindir, dönel paraboloidal, vs. gösterilebilir.

Bu çalışmada önce geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integralinde v kompleks düzlemine geçilecek ve elde edilen yeni integralde rezidü hesabı ile kırınım alanları ve katsayıları hesaplanacaktır. Böyle bir hesabın kompleks düzleme geçmeden nasıl bir analize denk olacağı incelenecek olup, ayrıca bulunan katsayılar kullanılarak eğrisel yüzeyler için kırınımın düzlemsel dalga spektrum integrali tanımlanacaktır.

3.4.1. Yansımaya Ait Düzlemsel Dalgaların Spektrum İntegralinde v Kompleks Düzlemine Geçiş ve Sürünüm Dalgalarının Hesabı

Düzgün eğrisel yüzey için 3.2.1 integrali, 3.2.2.a,b bağıntılarında gözönüne alınarak semer noktasında

$$I_e = \frac{jk}{2\pi_0} \int_0^\infty f(\phi') e^{-jk[\rho \cos(\beta - \phi + \phi') + \rho_0 \cos(\alpha - \phi') - 2R \cos \alpha]} d\phi' \quad (3.4.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\alpha = \sigma + \phi'$ ve $\gamma = \beta - \phi + \phi'$ açı bağıntıları dikkate alınıp, faz fonksiyonuna $\Delta\phi'$ gibi bir açısal artım için diferansiyel işlem uygulanırsa

$$g(\phi') = \rho \cos \gamma + \rho_0 \cos \sigma - 2R \cos \alpha + \rho(\gamma + \phi) \sin \gamma + \rho_0 \sigma \sin \sigma - 2R\alpha \sin \alpha$$

ifadesi elde edilebilir. Semer noktası $\alpha_s = \beta_s$ olarak alınmıştır. Bu bağıntı ϕ' açısı $\Delta\phi'$ kadar değiştirilip, geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integralinin faz fonksiyonuna diferansiyel işlem uygulanarak bulunabilir. Dikkat edilirse, bu fonksiyondaki sinüslü terimlerin toplamı sifıra eşittir. 3.4.1 integralinde

$$v = kR \sin \alpha = k\rho \sin \gamma = k\rho_0 \sin \sigma$$

değişken dönüşümü yapılırsa, faz fonksiyonu

$$g(v) = \sqrt{(k\rho)^2 - v^2} + \sqrt{(k\rho_0)^2 - v^2} - 2\sqrt{(kR)^2 - v^2} + v \left(\phi - \cos^{-1} \frac{v}{k\rho} - \cos^{-1} \frac{v}{k\rho_0} - 2 \cos^{-1} \frac{v}{kR} \right)$$

ve genlik fonksiyonu da

$$f(v) = \frac{1}{\left[(k\rho)^2 - v^2 \right]^{1/4} \left[(k\rho_0)^2 - v^2 \right]^{1/4}}$$

olarak elde edilebilir. Hankel fonksiyonlarının Debye asimptotik açılımlarının

$$H_v^{(1),(2)}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{\pm j \left[\sqrt{x^2 - v^2} - v \cos^{-1} \frac{v}{x} - \frac{\pi}{4} \right]}}{\left[x^2 - v^2 \right]^{1/4}}$$

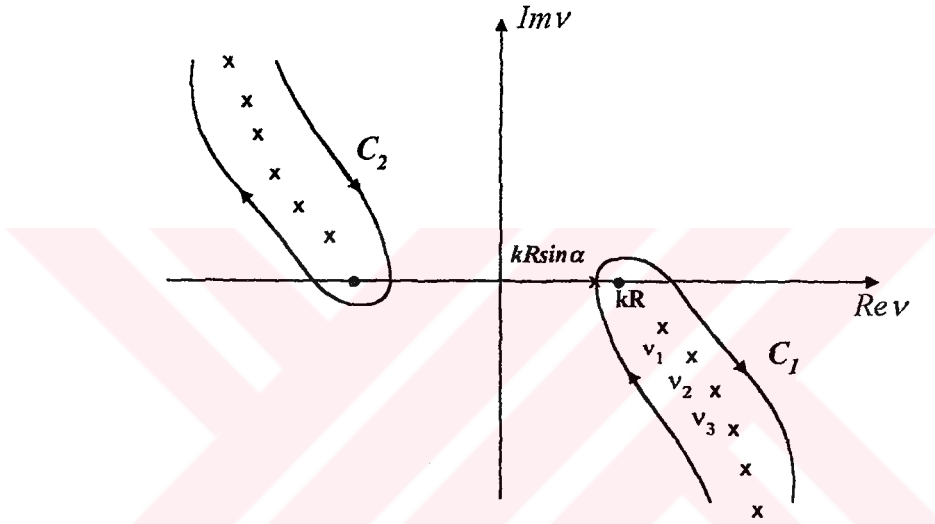
olduğu gözönüne alınabilir (Bayrakçı 1991). Neticede integral

$$u_p \approx \int \frac{H_v^{(1)}(kR)}{c H_v^{(2)}(kR)} H_v^{(2)}(k\rho_0) H_v^{(2)}(k\rho) e^{-jv\phi} dv \quad (3.4.2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada kR 'li terimler için

$$e^{j2\left[\sqrt{(kR)^2 - v^2} - 2\cos^{-1}\frac{v}{kR}\right]} = j \frac{H_v^{(1)}(kR)}{H_v^{(2)}(kR)}$$

ifadesi dikkate alınmıştır. 3.4.2 integrali mükemmel iletken küre ve dairesel silindir için Poisson toplama formülünden başka bir şey değildir. Bu integralin hesabı sürünüm dalgalarının bulunması için $|v - kR| \approx 0(v^{1/3})$ koşulunda $H_v^{(2)}(kR) = 0$ şeklinde Hankel fonksiyonunu sıfır yapan v değerlerinde kompleks düzlemde rezidü hesabı ile kolayca bulunabilir (Bayrakçı 1978, 1984).



Şekil 3.4.1- v kompleks düzleminde integrasyon çevreleri ve Hankel fonksiyonunun sıfırları

Şekil 3.4.1 dikkate alınarak $H_v^{(2)}(kR)$ 'nin sıfırları $kR \gg 1$ için

$$v_i = kR - j\alpha_i \left(\frac{kR}{2}\right)^{1/3} e^{-j\pi/3}, i = 1, 2, \dots$$

şeklinde yazılabilir (James 1976, Bayrakçı 1978). Burada $-\alpha_i$ 'ler Airy fonksiyonunun sıfırlarıdır. Sürünüm dalgalarının bulunması için Hankel fonksiyonunun birinci kutbu ile yetinilebilir. Burada $k\rho$ ve $k\rho_0$ argümanlı Hankel fonksiyonları yerine Debye asimptotik açılımları kullanılırsa,

$$u_p \approx \frac{H_v^{(1)}(kR)}{H_v^{(2)}(kR)} \bigg|_{v_1} \frac{e^{-j\left[\sqrt{(k\rho)^2 - v_1^2} + \sqrt{(k\rho_0)^2 - v_1^2}\right]} e^{-jv_1\left(\phi - \cos^{-1}\frac{v_1}{k\rho} - \cos^{-1}\frac{v_1}{k\rho_0}\right)}}{\left[(k\rho)^2 - v_1^2\right]^{1/4} \left[(k\rho_0)^2 - v_1^2\right]^{1/4}}$$

ifadesi elde edilir. Ayrıca yüzeye gelen ve yüzeyi terk eden alanlar için

$$\sqrt{(k\rho_0)^2 - v_1^2} = kl_0, \quad \sqrt{(k\rho)^2 - v_1^2} = kl$$

ve yüzeyin kırınım katsayısı

$$D_s^2 = \frac{H_v^{(1)}(kR)}{H_v^{(2)*}(kR)} \Big|_{v_1}$$

şeklinde ele alınabilir. Neticede yüzeyde oluşan sürünüm dalgaları

$$u_p \approx D_s^2 e^{-\alpha_1 R \phi_0} e^{-jkR\phi_0} \frac{e^{-jk(l+l_0)+j\pi/4}}{\sqrt{kl}\sqrt{kl_0}} \quad (3.4.3)$$

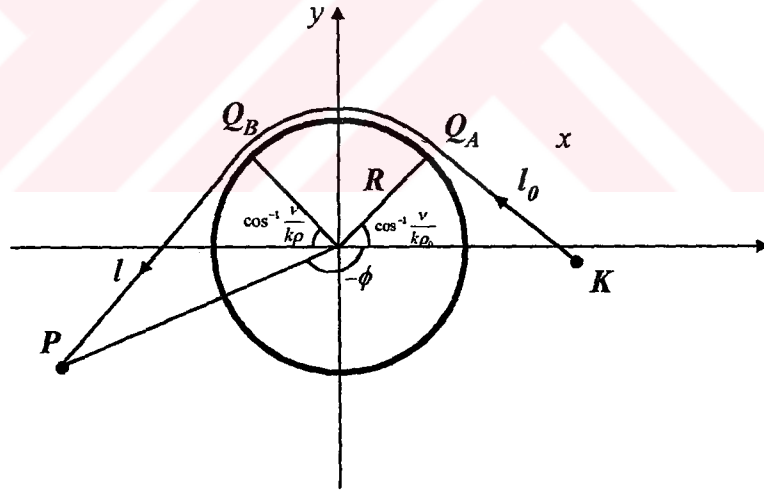
olarak bulunabilir. Burada

$$\phi_0 = \phi - \cos^{-1} \frac{v_1}{k\rho} - \cos^{-1} \frac{v_1}{k\rho_0}$$

ve

$$v_1 = kR - j\alpha_1 R$$

şeklinde alınmıştır.



Şekil 3.4.2- Yöresel yüzeyde sürünüm dalga ışını

3.4.3 ifadesi, Şekil 3.4.2'de dikkate alınarak, A noktasında yöresel yüzeye teğet olarak gelen, bu noktada D_s kadar genliğinde değişime uğrayarak sürünüm dalgasına dönüşen ve yine B noktasından D_s kadar genliğinde bir değişimle yüzeyi teğet olarak terk eden bir ışını vermektedir. Alan yüzeye yöresel düzlemsel dalga olarak gelmekte,

yüzey üzerinde düzlemsel dalga olarak ilerlemekte ve tekrar yüzeyi yöresel düzlemsel dalga olarak terk etmektedir.

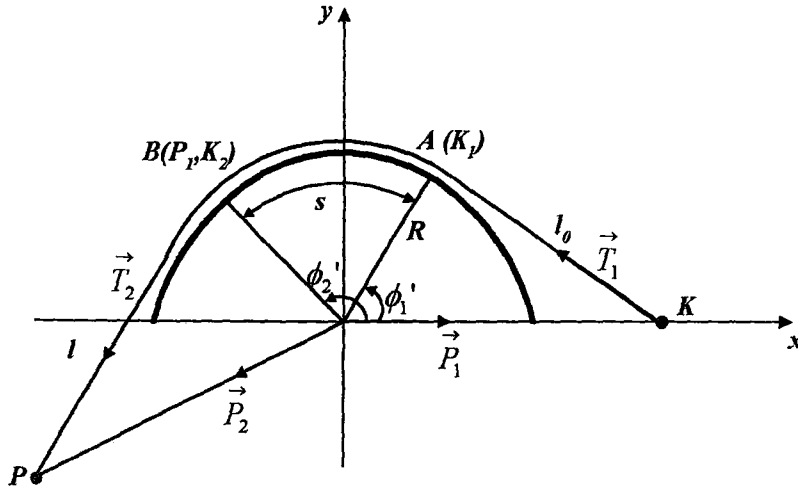
Geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integrali semer noktasında gözönüne alındığında v kompleks düzlemine geçilebilmiştir. Yüzey kırınımının, kaynaktan gelen alanın yüzeyin normaline dik olduğu noktada meydana geldiği dikkate alınır, α geliş açısının $\frac{\pi}{2}$ olacağı anlaşılır. Buna göre

$$v = kR \sin \alpha \Big|_{\alpha=\frac{\pi}{2}}$$

olduğu gözönüne alındığında, yüzey kırınım alanlarının A kırınım noktasından sonra oluşacağı açıktır. Bu noktadan sonra geliş açısı reel olmayacaktır. Dalganın yüzey üzerinde yayılırken maruz kalacağı zayıflamayı da gösterecek şekilde kompleks değerli bir açı olabilir. Şekil 3.4.1'den görülebileceği üzere bu açı değerinin reel kısmı kR 'ye eşit olan Hankel fonksiyonunun sıfırları olduğu anlaşılabilir. Böyle bir açının değeri Hankel fonksiyonunu sıfır yapan v değerleri gözönüne alınarak tanımlanabilir. Bu kriter gereğince 3.4.1 integralinin fazı analiz edilecek olursa, $\rho \cos \gamma$ ve $\rho_0 \cos \sigma$ terimlerinin yüzeye gelen ve yüzeyden ayrılan yöresel düzlemsel dalgaların ışın yollarını, $\rho(\gamma + \phi) \sin \gamma + \rho_0 \sigma \sin \sigma$ terimlerinin yüzey üzerinde ilerleyen sürünüm dalgalarının ışın yolu ve zayıflamasını, $2R \cos \alpha + 2R \alpha \sin \alpha$ terimlerinin de A ve B noktalarındaki kırınım katsayılarını göstereceği açıktır. Bu analiz tarzı sınırlı yüzeylerden oluşan kırınım alanlarının bulunmasında önemli bir rol oynayacaktır.

3.4.2. Yüzey Kırınımının Düzlemsel Dalga Spektrum İntegrali

Bölüm 3.3'de görülebileceği üzere köşe kırınım alanları geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integralinden elde edilebilmektedir. Kırınım katsayısının bilindiği veya kırınım noktalarına göre yazılabileceği varsayılırsa, yüzey kırınım alanı iki katlı integral olarak ifade edilebilir. Yöresel yüzeyler için kolaylıkla elde edilebilecek bu ifade tarzı, yöresel olmayan yüzeylerde bazı sorunlar çıkartabilmektedir. Bilindiği gibi yöresel olmayan yüzeyin eğrilik yarıçapı bir açıya bağlı olarak değişmektedir ve herhangi bir sabit noktada da odaklanmaz. Bu durumda yüzey kırınım katsayısının argümanı ve mertebesi de açıya bağlı olarak bir değişim gösterecektir.



Şekil 3.4.3- Mükemmel iletken eğrisel yüzey üzerinde sürünüm dalga ışını ve kırınım noktaları

Şekil 3.4.2'ye göre kaynaktan yüzeye dik olarak gelen alan A noktasında yüzey kırınımına uğrar ve yüzey üzerinde düzlemsel dalga olarak sürünerek B noktasına gelir ve buradan kırınımına uğrayarak yüzeyi teğet olarak terk edip P gözlem noktasına ulaşır. Bu şekilde gözlem noktasına ulaşan alan iki katlı integral dönüşümü ile ifade edilebilir. İlk integral için kaynak K noktası, gözlem noktası ise B'dir. İkinci integralin kaynağı ise A noktası ve gözlem noktası da P olacaktır. K kaynağından çıkan ışınlar $A(K_1)$ noktasında yüzey kırınımına uğramaktadır. Bu noktada kırınımına uğrayan ışınlar zayıflayarak $B(P_1, K_2)$ noktasına erişirler. Bu nokta için Huygens-Green integrali

$$u_{p1} = \int_{c_1} G_1 \frac{\partial u}{\partial n} dl_1$$

şeklinde yazılabilir. $B(P_1, K_2)$ noktasında alan ikinci kez kırınımına uğrayarak yüzeyi terk eder. Bu defa kaynak $B(P_1, K_2)$ noktası olmuştur. P noktasındaki alan ise

$$u_p = \int_{c_2} G_2 \frac{\partial u_{p1}}{\partial n} dl_2$$

olarak ifade edilebilir. Bu integralde hesap semer noktasında yapıldığından dolayı geliş açısı $\pi/2$ için alanın yüzeyin normali ile yaptığı açının kosinüsü sıfıra eşit olacaktır. Genlik fonksiyonunun Taylor serisindeki ilk türevine haiz terim ele alınmalıdır. Fakat yüzey kırınımının düzlemsel dalga spektrum fonksiyonunda bu mecburiyet ortadan

kalkmaktadır. Düzlemsel dalga spektrum integrali sınırlı düzgün eğrisel yüzeyler için yazılırken görülebileceği gibi genliğe birinci ve ikinci nevi Hankel fonksiyonlarının çarpımından dolayı $1/kR \cos \alpha$ terimi gelmektedir. Buna göre yüzey kırınımının düzlemsel dalga spektrum integrali

$$u_p \approx -\frac{1}{4\pi^2 c_2} \int e^{-jk \vec{P}_1 \cdot \vec{T}_2} \left[\int_{C_1} A(\phi_1', \phi_2') e^{-jk(\vec{P}_1 \cdot \vec{T}_1 + s)} ds_1 \right] ds_2 \quad (3.4.4)$$

olarak yazılabilir. Burada

$$A(\phi_1', \phi_2') = \frac{H_v^{(1)}(kR)}{H_v^{(2)'}(kR)} \Big|_{v_1} e^{-\alpha_1 s}$$

ve

$$s = R(\phi_2' - \phi_1')$$

şeklinde alınmıştır. \vec{T}_1 ve \vec{T}_2 eğrisel yüzeyin kırınım noktalarındaki teğet vektörleridir. 3.4.4 integrali Huygens-Green integralinden de bulunabilir. Yukarıda açıklandığı gibi sırası ile iki kaynak noktası için integral yazılmaktadır. Bu şekilde ilk integral ikincinin kaynağı olmaktadır.

Yöresel olmayan yüzey ele alındığında, eğrilik yarıçapı ve yer vektörü noktadan noktaya açığa bağlı olarak değişeceğinden, eğrisel yüzey üzerinde çok küçük bir uzunluk elemanına ait sönüm katsayısı bulunup, sürünüm dalga ışını boyunca integre edilerek sönüm bulunabilir. Sönüm faktörü integrali ağırlık fonksiyonuna etkiyecektir. Böylece sönüm faktörü

$$e^{-\int_{\phi_1}^{\phi_2} \alpha_1(s) ds}$$

olarak ifade edilebilir. Yüzey üzerindeki s yay uzunluğu ise

$$s = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \left(\frac{d\vec{K}}{d\phi} \cdot \frac{d\vec{K}}{d\phi} \right)^{1/2} d\phi$$

formülü ile hesaplanabilir. Burada \vec{K} yüzeyin yer vektörüdür. A ve B noktalarındaki kırınım katsayıları ise

$$D_{SA} = \sqrt{\frac{H_v^{(1)}(kK_A)}{H_v^{(2)'}(kK_A)}} \Big|_{v_1}, \quad D_{SB} = \sqrt{\frac{H_v^{(1)}(kK_B)}{H_v^{(2)'}(kK_B)}} \Big|_{v_1}$$

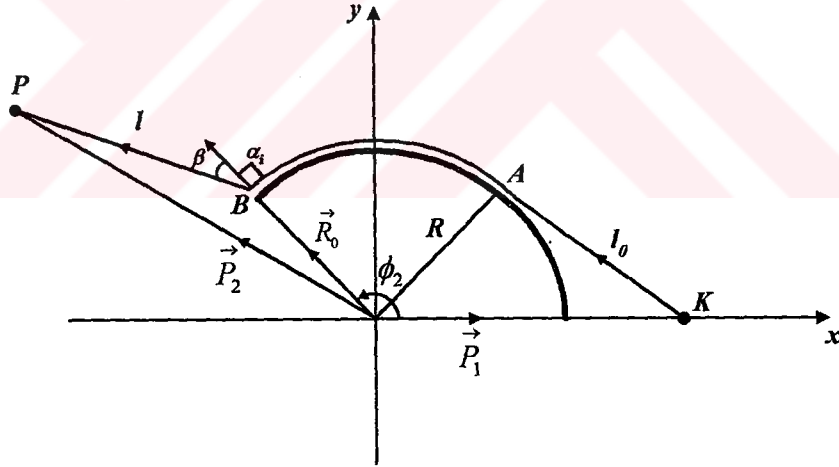
şeklinde yazılabilir. Bu işlemler, ikinci nevi Hankel fonksiyonunun birinci sıfırı olan v_1 'in yöresel olmayan yüzey için açığa bağlı olarak değişeceği gözönüne alındığında, düzlemsel dalgaların spektrum integralindeki Green fonksiyonunun ifadesi

$$G(\phi_1', \phi_2') = e^{-j \int_{\phi_1'}^{\phi_2'} v_1(t) dt} \quad (3.4.5)$$

şeklinde olduğu görülebilir. Bu çalışmada ve problemlerin çözümünde bu ifadeden yola çıkılacaktır.

3.4.3. Sınırlı Düzgün Eğrisel Yüzey için Kırınımın Düzlemsel Dalga Spektrum İntegrali

Kaynaktan düzgün eğrisel yüzeye teğet olarak gelen elektromagnetik dalga ışınları, kırınıma uğrarlar ve her noktada zayıflayarak yüzey üzerinde ilerlerler. Eğer yüzey kesikse, bu noktada sürünüm dalgalarının köşe kırınımına uğrayacağı açıktır.



Şekil 3.4.4- Sınırlı düzgün eğrisel yüzey geometrisi

Şekil 3.4.3 gözönüne alındığında, α_i sürünüm dalgalarının kırınım noktasına kompleks geliş açısını, β ise kırınan alanın yüzeyin B noktasındaki normal birim vektörü ile yaptığı saçılma açısını gösterdiği açıktır. Yüzey kırınımında bu iki açı birbirine eşittir. v_i ikinci nevi Hankel fonksiyonunun i . sıfırı olmak üzere

$$v_i = kR \sin \alpha_i$$

bağıntısı mevcuttur. α_i kompleks değerli bir açı olup, gerçel kısmı propagasyonu, sanal kısmı ise yüzey üzerindeki zayıflamayı göstermektedir. β ise gerçel bir açıdır. α_i açısı

$$\alpha_i = \eta + j\chi$$

şeklinde yazılabilir. Buradan

$$v_i = kR \sin \eta \operatorname{ch} \chi + jkR \cos \eta \operatorname{sh} \chi$$

ifadesi bulunabilir. Bu ifade ikinci nevi Hankel fonksiyonlarının sıfırını belirten kompleks değerli v_i cinsinden yazılırsa,

$$kR \sin \eta \operatorname{ch} \chi + jkR \cos \eta \operatorname{sh} \chi = kR - j(kR)^{1/3} \alpha_i$$

ifadesi elde edilebilir. Bu eşitliğin gerçel ve sanal kısımları ayrı ayrı çözümlerse,

$$A = \alpha_i (kR)^{-2/3}$$

olmak üzere $A \gg A^2/4$ için

$$\cos \eta \approx \sqrt{A}, \quad \sin \eta \approx 1 - A/2, \quad \operatorname{sh} \chi = \sqrt{A}, \quad \operatorname{ch} \chi = \sqrt{1 + A}$$

eşitlikleri bulunabilir. Bölüm 3.22'deki köşe kırınım integralide gözönüne alınarak kırınımın düzlemsel dalga spektrum integrali

$$u_p \approx -\frac{1}{4\pi^2} \int_{C_2} \frac{e^{-jk(\vec{P}_2 - \vec{R}_0) \cdot \vec{N}_2}}{\sqrt{R_2}} \frac{\cos\left(\frac{\alpha_i + \beta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha_i - \beta}{2}\right)}{kR \cos \alpha_i} \left[\int_{C_1} A(\phi_1', \phi_2') e^{-jk(\vec{P}_1 \cdot \vec{T}_1 + s)} ds_1 \right] ds_2$$

olarak yazılabilir. Yüzey kırınım katsayısı

$$A(\phi_1', \phi_2') = \frac{1}{H_v^{(2)'}(kR)} \Big|_{v_i} e^{-\alpha_i(\phi_2' - \phi_1')}$$

şeklinde alınmıştır. Payda bulunan kR argümanlı birinci nevi Hankel fonksiyonu kaynaktan gelen fonksiyonla çarpıldığı için kırınım katsayısında gözükmemektedir. Burada Şekil 3.4.3'deki geometriden

$$\left(\vec{P}_2 - \vec{R}_0 \right) \cdot \vec{N}_2 = \rho \cos(\phi - \phi_2' - \beta) - R \cos \beta$$

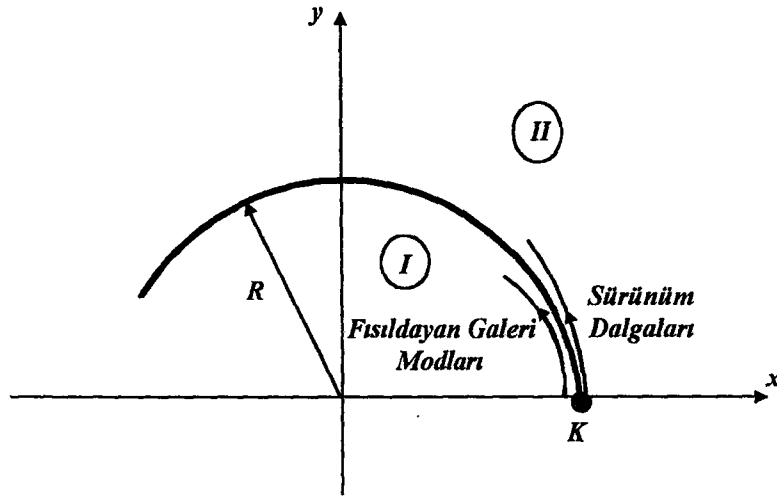
ifadesi yazılabilir. Faz fonksiyonu, zayıflama faktörü de dikkate alınarak

$$g(\phi_2') = \rho \cos(\phi - \phi_2' - \beta) - R \cos \beta + R \sin \alpha_i (\phi_2' - \phi_{1,s})$$

şeklinde yazılabilir. Yöresel yüzeyde $R \sin \alpha_1$ ifadesi sabit olacaktır. α_1 ikinci nevi Hankel fonksiyonunun birinci sıfırına karşılık gelmektedir. Yöresel olmayan yüzey için, ϕ_2' açısına bağlı olarak $R \sin \alpha_1$ ifadesi değişecektir. İntegral hesaplandıktan sonra $R \sin \alpha_1$ yerine ν_1 konacaktır. Bu integralin ayrıntılı hesabı kesik silindirden saçılma problemi incelenirken yapılacaktır.

3.5. FISILDAYAN GALERİ MODLARININ DÜZLEMSEL DALGALARIN SPEKTRUM İNTEGRALI İLE İFADE EDİLMESİ

İçbükey düzgün eğrisel bir yüzeyin ayrıtında kırınan ışınlar, bu yüzeyin konkav kısmına yakın bir noktaya çeşitli şekillerde erişirler. Direkt olarak bu noktaya erişen ışının yanısıra, bir kere yansıma ile, iki kere yansıma ile, vs... ulaşan ışınlarda olacaktır. Gözlem noktası yüzeyin içbükey kısmına yaklaştıkça, yansımalarla bu noktaya erişebilen ışınların sayısı artar. Bu yüzeyin üzerindeki bir noktaya ulaşan ışınlardan birisinin ise sonsuz defa yansıma ile ilgili yolu aldığı düşünülebilir. Eğer yansımalar esnasında enerji kaybı yoksa, ayrıttan gözlem noktasına elektromagnetik alan zayıflamadan erişecektir. Bu tür terimler fisıldayan galeri modları olarak adlandırılmaktadır.



Şekil 3.5.1- Kaynak eğrisel yüzeyin üzerindeki oluşan elektromagnetik alanlar

Ayrıca fisıldayan galeri modları, kaynak ve gözlem noktası içbükey yüzeye çok yakinken, bu yüzeyde oluşan çoklu yansımalar olarak da tanımlanabilir. Eğer ortam kayıpsız ise, alan kayba uğramadan kaynaktan gözlem noktasına kadar ulaşacaktır.

Şekil 3.5.1 ve 3.4.2 formülü gözönüne alınır, $\rho_0 \rightarrow R$ için

$$u_p \approx \int_C A(\nu) \frac{H_\nu^{(1)}(kR)}{H_\nu^{(2)}(kR)} H_\nu^{(2)}(kR) H_\nu^{(2)}(k\rho) e^{-j\nu\phi} d\nu \quad (3.5.1)$$

ifadesi yazılabilir. Bu ifade de kaynak olarak ayrıta gelen alanın denklemi gözönüne alınmış ve yöresel dalga faktörü köşe kırınım katsayısı $A(\nu)$ genlik fonksiyonunun içinde olmak üzere

$$H_\nu^{(2)}(k\rho_0) = A(\nu) H_\nu^{(2)}(kR)$$

eşitliği kullanılmıştır. Birinci ve ikinci nevi Hankel fonksiyonlarının çarpımı

$$H_\nu^{(2)}(kR) H_\nu^{(1)}(kR) \approx \frac{2}{\pi} \frac{1}{\sqrt{(kR)^2 - \nu^2}}$$

şeklinde ifade edilebilir. P gözlem noktasındaki alan ifadesi

$$u_p \approx \frac{2}{\pi c} \int \frac{H_\nu^{(2)}(k\rho)}{H_\nu^{(2)}(kR)} \frac{A(\nu) e^{-j\nu\phi}}{\sqrt{(kR)^2 - \nu^2}} d\nu$$

olarak bulunabilir. Bu integral $\rho < R$ ve $x \rightarrow \infty$ için

$$J_\nu(x) \approx \frac{1}{2} H_\nu^{(2)}(x)$$

ifadesi gözönüne alınarak,

$$u_p \approx \frac{8}{\pi c} \int \frac{J_\nu(k\rho)}{J_\nu(kR)} \frac{A(\nu) e^{-j\nu\phi}}{\sqrt{(kR)^2 - \nu^2}} d\nu$$

biçiminde yazılabilir. Aynı bölge için özfonksiyon açılımlarında benzer fonksiyonlar verecektir. Dikkat edilirse sürünüm dalgaları Hankel fonksiyonunun sıfırlarında rezidü hesabı ile bulunmaktaydı. Bu hesabın ise reel düzlemde $kR \sin \alpha$, yerine Hankel fonksiyonunun sıfırlarını gösteren ν , ifadesinin konmasına denk olduğu gösterilmişti. Şekil 3.5.1.'deki $\rho < R$ bölgesinde oluşacak olan fisıldayan galeri modlarının hesabı içinde aynı yöntem uygulanabilir. Buna göre alan

$$u_p \approx 16i J_{\xi_1}(k\rho) \frac{A(\xi_1) e^{-j\xi_1\phi}}{\sqrt{(kR)^2 - \xi_1^2}} \lim_{\nu \rightarrow \xi_1} \frac{\nu - \xi_1}{J_\nu(kR)}$$

şeklinde elde edilebilir. Burada ξ_i , kR argümanlı Bessel fonksiyonunun i . sıfırını göstermektedir. P gözlem noktası yüzeye yakınsa fısıldayan galeri modları için düzlemsel dalgaların spektrum integrali

$$u_{pi} \approx \int_c \frac{J_{\xi_i}(k\rho)}{J_{\xi_i}'(kR)} \frac{e^{-jk(\vec{R}_0 - \vec{P}_1) \cdot \vec{N}_1 - j\xi_i \phi'}}{\sqrt{R_1}} \frac{\cos\left(\frac{\alpha + \beta_i}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha - \beta_i}{2}\right)}{kR \cos \beta_i} d\phi' \quad (3.5.2)$$

şeklinde yazılabilir. Gözlem noktası yüzeyin üzerine geldiğinde, ρ yerine R yazılacağı açıktır. Bu fonksiyon i . sifıra aittir. Toplam fısıldayan galeri modları

$$u_T = \sum_{i=1}^N u_i$$

olarak bulunabilir. Bu ifade de N , $J_{\xi_i}(x) = 0$ denkleminin $\text{Re} \xi_i > 0$ olan köklerinin sayısıdır. $x \rightarrow \infty$ için geçerli asimptotik ifade

$$J_{\xi}(kR) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\cos(kR - \xi \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})}{\sqrt{kR}}$$

kullanılarak orijin yakınındaki ξ_i değerleri

$$\xi_i \approx \frac{2}{\pi} \left(kR + \frac{\pi}{4} - N\pi \right)$$

olarak belirlenebilir (Bayrakçı 1991). $x \rightarrow kR$ koşulunda kR 'ye yakın olan sıfırlar için

$$H_{\xi}^{(2)}(x) \approx 2 \left(\frac{2}{x} \right)^{1/3} e^{j\frac{\pi}{3}} A_1(\tau e^{-j\frac{2\pi}{3}})$$

asimptotik ifadesi yazılabilir (James 1976). Bu ifadede $|\xi - x| > 0$ ($x^{1/3}$) koşulunda

$$\tau = (\xi - kR) \left(\frac{2}{kR} \right)^{1/3}$$

denklemleri kullanılabilir. Neticede

$$\bar{\xi}_i \approx kR - \tau_i \left(\frac{kR}{2} \right)^{1/3}$$

eşitliği yazılabilir. Bu iki ifade karşılaştırılarak N sayısı tayin edilebilir. τ_i Airy fonksiyonunun i . sıfırındadır.

Bu noktada belirtmek gerekir ki , geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integrali ile 3.4.2 integrali arasında $\nu = kR \sin \alpha$ şeklinde bir ilişki mevcuttur. Kompleks

düzlemde rezidü hesabı, v yerine integraldeki bir fonksiyonun sıfırları olan v_i koymak olduğu için, 3.4.2 integralinde bazı terimlerin kompleks düzleme geçilmeden bırakılması ve burada

$$v_i = kR \sin \alpha_i, \quad \sqrt{(kR)^2 - v^2} = kR \cos \alpha_i \quad (3.5.3)$$

eşitliklerinin gözönüne alınarak reel düzlemdeki ifade de kullanılması işlemlerde kolaylık sağlayacaktır. Bu varsayımın örnek olarak kesik silindirin köşe kırınım alanları dolayısı ile oluşan sürünüm dalgaları ve fısıldayan galeri modları verilebilir. Kaynak fonksiyonu 3.5.1 integralindeki gibi alınacaktır. Bunun nedeni köşe kırınım alanlarının Huygens prensibine göre ikincil kaynak gibi davranmasıdır. $D_e(\alpha, \beta)$ köşe kırınım katsayısı olmak üzere, genlik fonksiyonu

$$A(v) = D_e(\alpha, \beta) \Big|_{\beta \rightarrow v}$$

şeklinde yazılabilir. α alanın köşeye geliş açısı, β ise kırınım açısıdır. $\beta \rightarrow v$ ise

$$v_i = kR \sin \beta$$

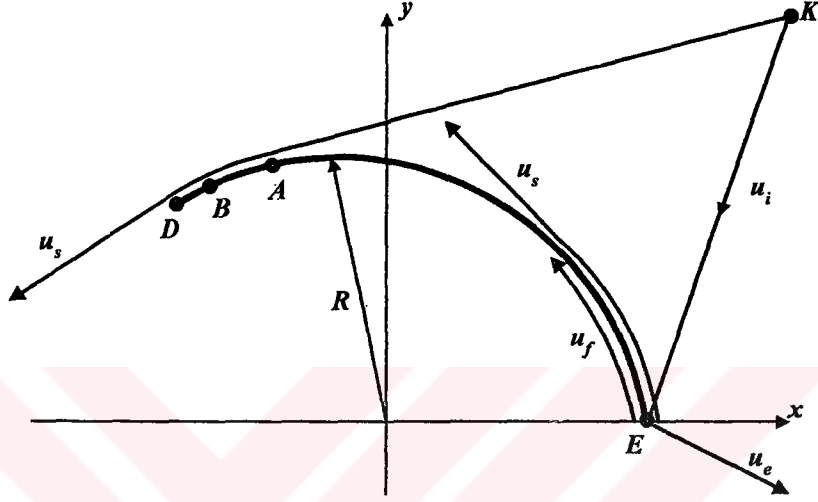
dönüşümünü ifade etmektedir. Fısıldayan galeri modları ve sürünüm dalgalarının $\beta = \pi/2$ için oluşacağı açıktır. Kırınım katsayısının v değişkenine dönüştürülmeden rezidü hesabında 3.5.3 eşitliklerinin kullanılması işlem basitliği açısından bir tercih sebebi olabilir.

3.6. MÜKEMMEL İLETKEN DAİRESEL KESİK SİLİNDİRDEN SAÇILMA

Sonlu kaynaklı mükemmel iletken dairesel kesik silindir ele alınmaktadır. Kaynak olarak z eksenine paralel çizgisel akım kaynağı kullanılmaktadır. Böyle bir silindirin üzerinde oluşan yansıma ve yüzey kırınımı KGT ve mükemmel iletken yüzey için yansıma katsayıları birlikte kullanılarak hesaplanabilir. Ayrıtlarda oluşan ayrıt kırınımları ve bunların neticesinde meydana gelen daha yüksek mertebeden kırınım terimleri ise kesin çözümde Wiener-Hopf faktörizasyonu kullanılarak bulunabilir.

Şekil 3.6.1 incelenirse, kaynaktan E noktasına gelen alanın burada köşe kırınımına uğrayacağı açıktır. Köşe kırınım alanı ise iç yüzeyden fısıldayan galeri modlarının, dış yüzeyde ise sürünüm alanlarının oluşmasına neden olacaktır. Bu alanlar içten ve dıştan ilerleyerek D noktasında ikinci bir köşe kırınım alanını oluşturacaklardır.

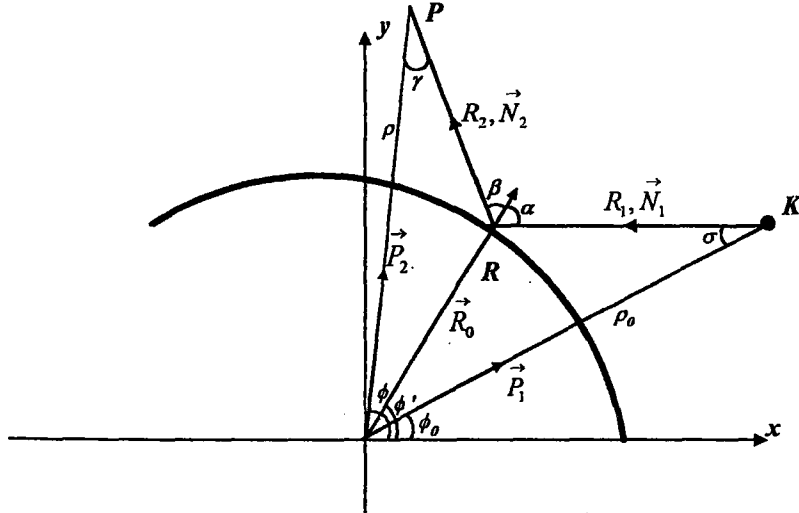
Kaynağın yüzeyi teğet olarak gördüğü A noktasında yüzey kırınımı dolayısı ile sürünüm dalgaları meydana gelmektedir. Bu sürünüm alanı D noktasında köşe kırınımına uğrayacak ve yüzey üzerinde ikinci bir sürünüm alanına, yüzeyin içinde ise fısıldayan galeri modlarının oluşmasına neden olacaktır. İlgili alanlar bu bölümde ayrıntılı olarak inceleneceklerdir.



Şekil 3.6.1- Mükemmel iletken dairesel kesik silindir geometrisi

3.6.1. Yansıyan Alanın Hesabı

Mükemmel iletken dairesel silindirden yansıyan alanın bulunması için geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integrali gözönüne alınacaktır.



Şekil 3.6.2- Mükemmel iletken dairesel silindirden yansıma geometrisi

Elektrik alanın yüzeye paralel olduğu durum için 3.2.1 formülü ele alınabilir.

Burada

$$dl = Rd\phi' , \cos(\vec{n}, \vec{R}_1) = -\cos\alpha$$

eşitlikleri Şekil 3.6.2'den görülebilir. α ışının yüzeye geliş açısıdır. İlgili geometriden R_1 ve R_2 büyüklükleri

$$\begin{aligned}\vec{P}_1 &= \rho_0 \cos\phi_0 \vec{e}_x + \rho_0 \sin\phi_0 \vec{e}_y \\ \vec{P}_2 &= \rho \cos\phi \vec{e}_x + \rho \sin\phi \vec{e}_y \\ \vec{N}_1 &= -\cos(\phi' - \alpha) \vec{e}_x + \sin(\phi' - \alpha) \vec{e}_y \\ \vec{N}_2 &= \cos(\beta + \phi') \vec{e}_x + \sin(\beta + \phi') \vec{e}_y \\ \vec{R}_0 &= R \cos\phi' \vec{e}_x + R \sin\phi' \vec{e}_y\end{aligned}$$

eşitlikleri kullanılarak,

$$\begin{aligned}R_1 &= \rho_0 \cos(\alpha + \phi_0 - \phi') - R \cos\alpha \\ R_2 &= \rho \cos(\beta - \phi + \phi') - R \cos\beta\end{aligned}$$

olarak ifade edilebilir. σ ve γ açıları

$$\sigma = \alpha - (\phi' - \phi_0) , \gamma = \beta - (\phi - \phi')$$

şeklinde alınabilir. Geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integrali, genlik ve faz fonksiyonları

$$\begin{aligned}f(\phi') &= \frac{-R \cos\alpha}{\sqrt{\rho \cos(\beta - \phi + \phi') - R \cos\beta} \sqrt{\rho_0 \cos(\alpha - \phi' + \phi_0) - R \cos\alpha}} \\ g(\phi') &= \rho \cos(\beta - \phi + \phi') + \rho_0 \cos(\alpha - \phi' + \phi_0) - R(\cos\alpha + \cos\beta)\end{aligned}$$

olmak üzere

$$u_p(\vec{\rho}) = \oint_C f(\phi') e^{-jk_g(\phi')} d\phi' \quad (3.6.1)$$

şeklinde yazılabilir. Yansıyan alanın bulunmasında stasyonere faz metodu kullanılacaktır. Buna göre faz fonksiyonunun birinci türevi semer noktasında sıfıra eşitlenirse

$$\left. \frac{dg}{d\phi'} \right|_s = R(\sin\alpha_s - \sin\beta_s) = 0$$

denkleminde $\alpha_s = \beta_s$ sonucu elde edilir. Bu sonuç ise yansıma yasasını vermektedir.

Faz fonksiyonu Şekil 3.6.2'deki geometriden

$$\begin{aligned}\rho \sin(\beta + \phi' - \phi) &= R \sin \beta \\ \rho_0 \sin(\alpha - \phi' + \phi_0) &= R \sin \alpha\end{aligned}\quad (3.6.2)$$

eşitlikleri kullanılarak sadeleştirilmiştir. Stasyonere faz metoduna göre faz fonksiyonu semer noktasında Taylor serisine açılır ve ikinci türevide dahil olmak üzere ilk iki terimi ile yetinilir. 3.6.2 eşitlikleri de kullanılarak faz fonksiyonunun ikinci türevi semer noktasında

$$g_s = \frac{R \cos \alpha_s}{l_0} [R \cos \alpha_s (l + l_0) + 2l_0]$$

şeklinde yazılabilir. Neticede faz terimi

$$g_s \approx l + l_0 + \frac{1}{2} \frac{R \cos \alpha_s}{l_0} [R \cos \alpha_s (l + l_0) + 2l_0] (\phi' - \phi_s)^2$$

olarak ifade edilebilir. Burada

$$\begin{aligned}l_0 &= \rho_0 \cos(\alpha_s - \phi_s' + \phi_0) - R \cos \alpha_s \\ l &= \rho \cos(\alpha_s + \phi_s' - \phi) - R \cos \alpha_s\end{aligned}$$

şeklinde yüzeye gelen ve yüzeyden yansıyan ışın yollarını vermektedir. Genlik fonksiyonu ise semer noktasında yavaşça değiştiğinden ilk terimi ile yetinilirse,

$$f_s \approx -\frac{jk}{2\pi} \frac{R \cos \alpha_s}{\sqrt{l_0}}$$

ifadesi elde edilir. Bu eşitlikler 3.6.1 integralinde yerine konarak EK-2'deki işlemler uygulanırsa neticede mükemmel iletken silindirden yansıyan alan

$$u_p \approx -\frac{ke^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-jk(l+l_0)}}{\sqrt{k(l+l_0)}} \sqrt{\frac{R \cos \alpha_s (l+l_0)}{R \cos \alpha_s (l+l_0) + 2l_0}}\quad (3.6.3)$$

olarak bulunabilir. Burada diverjans katsayısı 3.2.7 katsayısı ile aynı şekilde bulunmuştur. Dikkat edilecek olursa faz fonksiyonunun semer noktasındaki değeri ışın yolunu, ikinci türevinin semer noktasındaki değeri ise diverjans katsayısını vermiştir. Yansıyan alan yöresel düzlemsel dalga yani silindirik dalga olarak elde edilmiştir. Yansıyan dalga uzayda ilerlerken genliğinde hasil olacak zayıflamayı diverjans katsayısı göstermektedir.

3.6.2. Mükemmel İletken Silindirde Direkt Köşe Kırınımı

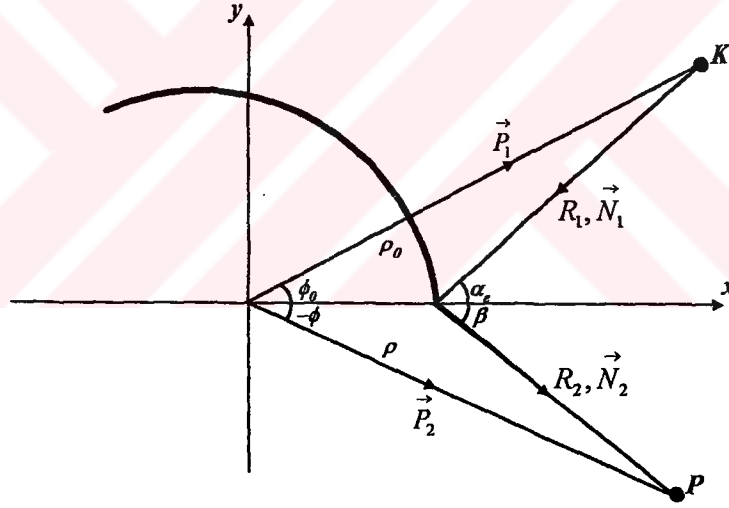
Kaynağın silindirin kesik kenarlarını direkt gördüğü noktada köşe kırınım alanı oluşur. Bu alanın hesabı Bölüm 3.3’de verilmiş olan yöntemlerden herhangi birisi ile yapılabilir. Bu çalışmada tam katsayının bulunabilmesi için ikinci yöntem kullanılacaktır. Semer noktasında $\cos \alpha_s$ ’e eşit olan bir fonksiyon

$$W(\alpha, \beta) = \cos \frac{\alpha + \beta}{2} - \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (3.6.4)$$

şeklinde belirlenecektir. EK-1’de verilen yöntemle göre kırınım integrali

$$\int_0^{\infty} f(\phi') e^{-jk g(\phi')} d\phi' = \int_{-\infty}^{\infty} f(\phi') e^{-jk g(\phi')} d\phi' - \int_{-\infty}^0 f(\phi') e^{-jk g(\phi')} d\phi'$$

şeklinde yazılabilir. Toplam alan yansıma ve köşe kırınım integrallerinin toplamı olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.6.3- Mükemmel iletken kesik silindirde köşe kırınım geometrisi

Şekil 3.6.3’de dikkate alınarak köşe kırınım alanı

$$u_e \approx \frac{jk}{\pi} \int_{-\infty}^0 \frac{e^{-jk(R_1+R_2)}}{\sqrt{R_1 R_2}} W(\alpha, \beta) R d\phi'$$

olarak yazılabilir. Burada R_1 ve R_2 için Bölüm 3.6.1’deki yansıma terimleri aynen geçerlidir. Böylece faz fonksiyonu köşe noktasında Taylor serisine açılıp ilk üç terimi ile yetinilirse

$$\begin{aligned}
l &= \rho \cos(\beta - \phi) - R \cos \beta \\
l_0 &= \rho_0 \cos(\alpha_e + \phi_0) - R \cos \alpha_e \\
D &= l l_0 (\cos \alpha_e + \cos \beta) + R(l \cos^2 \alpha_e + l_0 \cos^2 \beta)
\end{aligned}$$

olmak üzere

$$g(\phi') \approx l + l_0 + R(\sin \alpha_e - \sin \beta)\phi' + \frac{1}{2} R \frac{D}{l l_0} \phi'^2$$

şeklinde elde edilebilir. Genlik fonksiyonunda da köşe noktası için Taylor açılımının ilk terimi ile yetinilirse, kırınan alan

$$u_e \approx \frac{jk e^{-jk(l+l_0)}}{\pi \sqrt{l l_0}} RW(\alpha_e, \beta) \int_{-\infty}^0 e^{-j(Au+Bu^2)} du \quad (3.6.5)$$

ifadesi

$$A = kR(\sin \alpha_e - \sin \beta), \quad B = \frac{kRD}{2l l_0}, \quad u = \phi'$$

olmak üzere yazılabilir. 3.6.5 eşitliğindeki integral

$$M = \int_{-\infty}^0 e^{-j(Au+Bu^2)} du$$

şeklinde ifade edilebilir. u yerine -u konursa

$$M = \int_0^{\infty} e^{-j(-Au+Bu^2)} du$$

olarak yazılabilir. M integralinde

$$C = \frac{A}{2\sqrt{B}}$$

olmak üzere $C^2 - C^2$ terimi faza eklenirse

$$M = e^{jC^2} \int_0^{\infty} e^{-j(\sqrt{B}u-C)^2} du$$

ifadesi elde edilebilir. Bu ifade de

$$\sqrt{B}u - c = t$$

dönüşümü kullanılarak

$$M = \frac{e^{jC^2}}{\sqrt{B}} \int_{-c}^{\infty} e^{-jt^2} dt$$

eşitliği bulunabilir. Bu ifade ise

$$M = \frac{1}{\sqrt{B}} F[-C]$$

şeklinde Fresnel fonksiyonu cinsinden yazılabilir. Neticede kırınan alan

$$u_e \approx \frac{jk e^{-jk(l+l_0)}}{\pi \sqrt{l l_0}} \frac{RW(\alpha_e, \beta)}{\sqrt{B}} F\left[-\frac{A}{2\sqrt{B}}\right] \quad (3.6.6)$$

olarak bulunabilir. Burada $\frac{A}{2\sqrt{B}} \gg 1$ için

$$u_e \approx -\frac{j e^{-jk(l+l_0)}}{\pi \sqrt{l l_0}} D_e$$

elde edilir ki D_e ifadesi

$$D_e = \frac{W(\alpha_e, \beta)}{\sin \alpha_e - \sin \beta}$$

şeklinde kırınım katsayısıdır. Bu ifadede trigonometrik işlemler yapılarak

$$D_e = \frac{\cos \alpha_e \cos \beta}{\sqrt{1 - \sin \beta} \sqrt{1 + \sin \alpha_e}} \frac{1}{\sin \alpha_e - \sin \beta} \quad (3.6.7)$$

biçiminde de yazılabilir.

3.6.3. Direkt Köşe Kırınımından Dolayı Oluşan Sürünüm Dalgaları ve Fısıldayan Galeri Modları

Kaynaktan gelen alan kesik silindirin köşesinde kırınımına uğradığında Huygens prensibine göre bu noktada ikincil bir kaynak gibi davranır. İkincil kaynaktan çıkan ve eğrisel yüzeye teğet olan ışınlar sırası ile içte fısıldayan galeri modlarını, dışta ise sürünüm dalgalarını oluşturacaktır. Geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integralinde Bölüm 3.4.1'de gösterildiği gibi ν kompleks düzlemine geçilirse,

$$u_p \approx \int \frac{H_\nu^{(1)}(kR)}{c H_\nu^{(2)}(kR)} H_\nu^{(2)}(k\rho_0) H_\nu^{(2)}(k\rho) e^{-j\nu\phi} d\nu$$

ifadesi bulunabilir. Kaynak, silindirin köşesinde oluşan köşe kırınım alanları olduğundan dolayı

$$H_\nu^{(2)}(k\rho_0) \rightarrow \frac{e^{-jk l_0}}{\sqrt{l_0}} H_\nu^{(2)}(kR) D_e \Big|_{\nu=kR \sin \beta} \quad (3.6.8)$$

dönüşümü ile silindirin dış yüzeyi için sürünüm alanına ait integral ifadesi

$$u_p \approx \frac{e^{-jkl_0}}{\sqrt{l_0}} \int_c \frac{H_v^{(1)}(kR)}{H_v^{(2)}(kR)} H_v^{(2)}(kR) H_v^{(2)}(k\rho) D_e \Big|_{v=kR \sin \beta} e^{-jv\phi} dv$$

olarak bulunabilir. Burada birinci ve ikinci nevi Hankel fonksiyonlarının Debye asimptotik açılımlarının çarpımı

$$H_v^{(2)}(kR) H_v^{(1)}(kR) \approx \frac{2}{\pi} \frac{1}{\sqrt{(kR)^2 - v^2}} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{kR \cos \beta} \Big|_{v=kR \sin \beta}$$

olmak üzere

$$u_p \approx \frac{2 e^{-jkl_0}}{\pi \sqrt{l_0}} \int_c \frac{H_v^{(2)}(k\rho)}{H_v^{(2)}(kR)} \frac{D_e}{kR \cos \beta} \Big|_{v=kR \sin \beta} e^{-jv\phi} dv$$

ifadesi elde edilebilir. Bu integral kompleks düzlemde ikinci nevi Hankel fonksiyonlarının sıfırları için rezidü ile hesaplanırsa, i . sıfır için

$$u_p \approx 4i \frac{e^{-jkl_0}}{\sqrt{l_0}} \frac{e^{-jk\sqrt{(k\rho)^2 - v^2}} e^{-jk\left(\cos^{-1}\frac{v_i}{k\rho} + \frac{\pi}{4} - \phi\right)v_i}}{\left[(k\rho)^2 - v^2\right]^{1/4}} \frac{1}{H_{v_i}^{(2)'}(kR)} \frac{D_e}{kR \cos \beta} \Big|_{v=kR \sin \beta}$$

ifadesi bulunabilir. Bu ifadede

$$D_{es} = \frac{D_e}{kR \cos \beta} \Big|_{v_i} = \frac{kR \cos \alpha_e}{\sqrt{kR - v_i} \sqrt{kR + kR \sin \alpha_e} (kR \sin \alpha_e - v_i)}$$

$$D_s = \frac{1}{H_{v_i}^{(2)'}(kR)} \Big|_{v=v_i}$$

$$\sqrt{(k\rho)^2 - v^2} = kl, \quad \phi_i = \cos^{-1} \frac{v_i}{k\rho} - \phi$$

olmak üzere

$$u_p \approx D_{es} D_s \frac{e^{-jk(l+l_0)}}{\sqrt{l+l_0}} e^{-jkR\phi_i} e^{-\alpha_e R \phi_i} e^{jv_i \frac{\pi}{4}} \quad (3.6.9)$$

şeklinde yazılabilir. Böylece köşe kırınım alanlarından dolayı oluşan sürünüm dalgaları bulunmuş olur. Fısıldayan galeri modları için 3.6.8 dönüşümü yapılır ve $\rho < R$ bölgesinde

$$J_v(kx) \approx \frac{1}{2} H_v^{(2)}(kx)$$

yaklaşıklığı ile

$$u_p \approx \int_c \frac{J_v(k\rho)}{J_v(kR)} \frac{D_e}{kR \cos \beta} \Big|_{v=kR \sin \beta} e^{-jv\phi} dv$$

ifadesi elde edilir. Bu integral için ν kompleks düzleminde Bessel fonksiyonunun sıfırları ile rezidü hesabı yapılabilir. Neticede fışıldayan galeri modları, ξ_i bessel fonksiyonunun i . sıfırı olmak üzere

$$u_{p_i} \approx \frac{J_{\xi_i}(k\rho)}{J_{\xi_i}'(kR)} D_{ef} \Big|_{\xi_i} e^{-j\xi_i \phi} \quad (3.6.10)$$

ve

$$u_T = \sum_{i=1}^N u_{p_i}$$

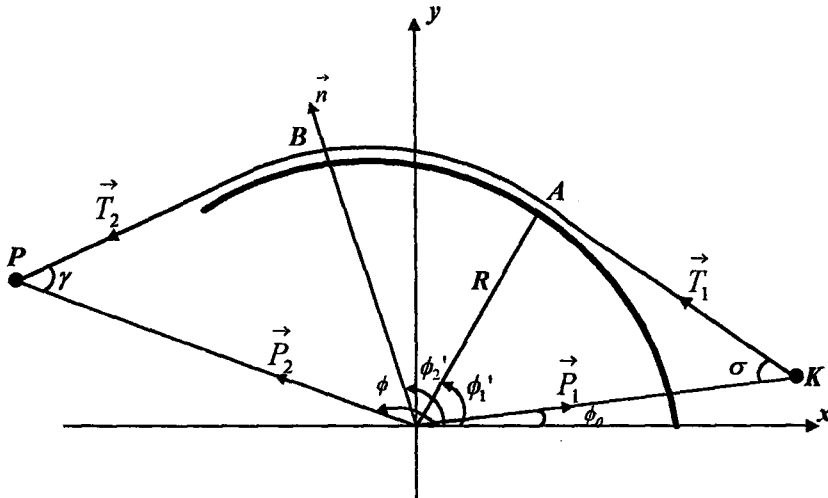
şeklinde bulunabilir. Köşe kırınım alanını fışıldayan galeri modlarına çeviren katsayı

$$D_{ef} = \frac{D_e}{kR \cos \beta} \Big|_{\xi_i = kR \sin \beta_i} = \frac{kR \cos \alpha_e}{\sqrt{kR - \xi_i} \sqrt{kR + kR \sin \alpha_e} (kR \sin \alpha_e - \xi_i)} \quad (3.6.11)$$

olarak tanımlanmıştır.

3.6.4. Mükemmel İletken Kesik Silindirde Sürünüm Dalgalarının Hesabı

Kaynaktan çıkan ışınların mükemmel iletken silindire teğet olduğu noktada yüzey kırınımı oluşur. Bu kırınım ise silindirin dışbükey yüzeyinde sürünüm dalgalarının oluşmasına sebep olur.



Şekil 3.6.4- Mükemmel iletken silindirde sürünüm dalgaları

Şekil 3.6.4'deki geometride görülen mükemmel iletken silindirde oluşan sürünüm dalgalarının hesabı için Bölüm 3.4.2'deki 3.4.4 formülü ile verilen yüzey kırınımının düzlemsel dalga spektrum integrali kullanılabilir. Bu integral

$$u_p \approx -\frac{1}{4\pi^2 c_2} \int e^{-jk \vec{P}_2 \cdot \vec{T}_2} \left[\int_{C_1} A(\phi_1', \phi_2') e^{-jk(\vec{P}_1 \cdot \vec{T}_1 + s)} ds_1 \right] ds_2 \quad (3.6.12)$$

şeklinde yazılabilir. Burada dairesel silindir yöresel yüzey olduğu için

$$A(\phi_1', \phi_2') = \frac{H_v^{(1)}(kR)}{H_v^{(2)'}(kR)} \Big|_{v_1} e^{-\alpha_1 s}$$

ve

$$s = R(\phi_2' - \phi_1')$$

olarak alınmıştır. İntegralin birinci katı için Şekil 3.6.4'deki geometriden,

$$\begin{aligned} \vec{P}_1 &= \rho_0 \cos \phi_0 \vec{e}_x + \rho_0 \sin \phi_0 \vec{e}_y \\ \vec{T}_1 &= \sin \phi_1' \vec{e}_x - \cos \phi_1' \vec{e}_y \end{aligned}$$

olmak üzere genlik fonksiyonu

$$g(\phi_1', \phi_2') = \rho_0 \sin(\phi_1' - \phi_0) + R(\phi_2' - \phi_1')$$

şeklinde ifade edilebilir. Genlik fonksiyonunun türevi alınıp, semer noktasında sıfıra eşitlenirse,

$$\frac{\partial g}{\partial \phi_1'} \Big|_s = \rho_0 \cos(\phi_{1s} - \phi_0) - R = 0$$

ifadesi bulunur. Burada

$$R = \rho_0 \sin \gamma$$

eşitliği de kullanılarak

$$\gamma_s + \phi_{1s} - \phi_0 = \frac{\pi}{2}$$

şeklinde semer noktası belirlenebilir. İkinci türevde semer noktasında ifade edilirse, faz fonksiyonu

$$g(\phi_1', \phi_2') \approx l_0 + R(\phi_2' - \phi_{1s}) - \frac{1}{2} l_0 (\phi_1' - \phi_{1s})^2$$

olarak yazılabilir. Semer noktasının kaynağın yüzeyi teğet olarak gördüğü açı olduğu anlaşılmaktadır. Neticede 3.6.12 integrali

$$u_p \approx -\frac{\sqrt{2\pi}}{4\pi^2} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-jk l_0}}{\sqrt{k l_0}} \int_{C_2} A(\phi_{1s}, \phi_{2s}') e^{-jk \left[\vec{P}_2 \cdot \vec{T}_2 + R(\phi_2' - \phi_{1s}) \right]} ds_2$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada faz fonksiyonu ilgili geometriden

$$g(\phi_{1s}, \phi_{2s}') = \rho \cos(\phi_2' - \phi) + R(\phi_2' - \phi_{1s})$$

olarak bulunur. İntegralin birinci katına uygulanan prosedür, bu kat içinde aynen geçerlidir. Neticede sürünüm alanı

$$u_p \approx \frac{j}{2\pi} A(\phi_{1s}, \phi_{2s}') \frac{e^{-jk(l+l_0)}}{\sqrt{k l_0} \sqrt{k l}} e^{-jkR(\phi_{2s}' - \phi_{1s})} \quad (3.6.13)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada önemli olan nokta, ϕ_{1s} ve ϕ_{2s}' açılarının sırasıyla kaynaktan gelen ışınların yüzeye teğet olduğu açı ve yüzeyi teğet olarak terk eden sürünen dalgaların yüzeyin normali ile yaptığı açığı göstermesidir.

3.6.5. Sürünüm Dalgalarından Dolayı Oluşan Köşe Kırınım Alanı

Bölüm 3.6.4'de bulunmuş olan alan mükemmel iletken silindir yüzeyinin sürekli olduğu durum için geçerlidir. Eğer silindir yüzeyi belli bir noktada kesilecek olursa, ortaya çıkan ayrıtta köşe kırınım alanı oluşacaktır. Bu alanların hesabı için Bölüm 3.4.3'teki geometri ve ilgili integral aynen kullanılabilir. İntegralin ilk katı Bölüm 3.6.4'deki yöntemle hesaplanırsa,

$$u_p \approx -\frac{\sqrt{2\pi}}{4\pi^2} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-jk l_0}}{\sqrt{k l_0}} \int_{C_2} A(\phi_{1s}, \phi_{2s}') \frac{e^{-jk \left(\vec{P}_2 - \vec{R}_0 \right) \cdot \vec{N}_2}}{\sqrt{R_2}} e^{-jk(\phi_2' - \phi_{1s})} \frac{W(\alpha_1, \beta)}{kR \cos \alpha_1} ds_2 \quad (3.6.14)$$

ifadesi bulunabilir. $W(\alpha_1, \beta)$ 3.6.4 formülü ile tanımlanmıştı. Faz fonksiyonu

$$\vec{P}_2 = \rho \cos \phi \vec{e}_x + \rho \sin \phi \vec{e}_y$$

$$\vec{R}_0 = R \cos \phi_2' \vec{e}_x + R \sin \phi_2' \vec{e}_y$$

$$\vec{N}_2 = -\cos(\beta - \pi + \phi_2') \vec{e}_x - \sin(\beta - \pi + \phi_2') \vec{e}_y$$

olmak üzere R_2 büyüklüğü

$$R_2 = \rho \cos(\beta - \phi + \phi_2') - R \cos \beta$$

şeklinde hesaplanarak

$$g = \rho \cos(\beta - \phi + \phi_2') - R \cos \beta + R(\phi_2' - \phi_{1s})$$

olarak yazılabilir. Faz fonksiyonunun ilk iki türevi

$$g' = R(1 - \sin \beta)$$

$$g'' = -R \cos \beta \frac{d\beta}{d\phi_2'}$$

şeklinde bulunabilir. A genlik fonksiyonundaki zayıflama ve Bölüm 3.4.1'de bahsedilen Hankel fonksiyonunun sıfırları beraberce değerlendirilerek, $v_i = kR \sin \alpha_i$ ifadesinden de faydalanılarak

$$g \approx kl + kR(\phi_e - \phi_{1s}) + (v_i - kR \sin \beta)(\phi_2' - \phi_e) + \frac{kR \cos \beta}{2} \left(1 + \frac{R \cos \beta}{l}\right) (\phi_2' - \phi_e)^2$$

olarak faz fonksiyonu köşe noktasında Taylor serisine açılabilir. ϕ_e köşe açısıdır.

Neticede 3.6.14 integrali

$$u_p \approx -\frac{j}{2\pi} A(\phi_{1s}, \phi_e) \frac{W(\alpha_i, \beta)}{kR \cos \alpha_i} \frac{e^{-jk(l+l_0)}}{\sqrt{kl_0} \sqrt{kl}} e^{-jk(\phi_e - \phi_{1s})} \frac{1}{\sqrt{B}} F\left[-\frac{A}{2\sqrt{B}}\right] \quad (3.6.15)$$

olarak hesaplanabilir. Burada

$$A = v_i - kR \sin \beta$$

$$B = \frac{kR \cos \beta}{2} \left(1 + \frac{R \cos \beta}{l}\right)$$

şeklinde alınmıştır. 3.6.6 ifadesinde kullanılan koşul ile kırınım katsayısı

$$D_{se} = \frac{W(\alpha_i, \beta)}{(v_i - kR \sin \beta) kR \cos \alpha_i}$$

olarak yazılabilir ki, $v_i = kR \sin \alpha_i$ için $W(\alpha_i, \beta)$ fonksiyonun açık olarak yazılması ile,

$$D_{se} = \frac{kR \cos \beta}{\sqrt{kR - kR \sin \beta} \sqrt{kR + v_i}} \frac{1}{v_i - kR \sin \beta} \quad (3.6.16)$$

ifadesine erişilir. Bu ifadenin sürünüm dalgalarının köşe kırınımına uğrarken genliğinde meydana gelecek değişmeyi gösterdiği açıktır. Problemin incelenmesinde polarizasyon olarak elektrik alanın yüzeye teğet olduğu durum gözönüne alınmıştır. Magnetik alanın yüzeye teğet olduğu durumda ise $W(\alpha, \beta)$ fonksiyonu

$$W(\alpha, \beta) = \cos \frac{\alpha + \beta}{2} + \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

şeklinde alınacaktır.

3.7. ODAKTAN BESLEMELİ PARABOLOİDAL REFLEKTÖR ANTENLER

Mikrodalga antenleri arasında en çok kullanılanlar dönel paraboloidal reflektör ve silindirik parabolik reflektör antenlerdir. Paraboloidal reflektör antenler, odaktan beslemeli ve Cassegrain beslemeli olmak üzere iki çeşittir. Cassegrain beslemeli antenin ana reflektöründen başka, odak noktası aynı olan ikinci bir hiperbolik alt reflektörü bulunmaktadır. Bu nedenle ilgili antenlere çift reflektörlü antenlerde denebilir.

Odaktan beslemeli paraboloidal reflektör antenler mikrodalga frekanslarında çalıştığından, parabolün eksenine paralel, düzlemsel dalga olarak gelen elektromagnetik dalga ışınları, odakta yoğunlaşmakta veya odaktaki besleme anteninden yöresel düzlemsel dalgalar olarak ışılan elektromagnetik dalga ışınları parabolün eksenine paralel düzlemsel dalgalar olarak yansımaktadır.

Paraboloidal reflektörün yüzeyi bir parabolün eksenini üzerinde döndürülmesi ile oluşmaktadır. Böylece ϕ 'ye göre simetri sağlanmakta ve odaktan gelen ışınlar düzlemsel dalgalara dönüşmektedir. Tasarım optik tekniklere dayalı olarak yapılmaktadır. Şekil 3.7.1 dikkate alınırsa, dönel paraboloidal reflektörün küresel koordinatlardaki r ve θ ya bağlı olarak denklemini

$$r = \frac{2f}{1 + \cos\theta} = \frac{f}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} \quad (3.7.1)$$

şeklinde yazılabilir. Dönel simetriden dolayı ϕ açısına bağımlılık olmayacaktır. Yüzeyin normal vektörü

$$\vec{n} = \frac{\vec{N}}{\sqrt{\vec{N} \cdot \vec{N}}} = -\vec{e}_r \cos \frac{\theta}{2} + \vec{e}_\theta \sin \frac{\theta}{2} \quad (3.7.2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$\vec{N} = \cos \frac{\theta}{2} \left(-\vec{e}_r \cos \frac{\theta}{2} + \vec{e}_\theta \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

şeklinde yüzeyin denkleminin gradyanıdır. Odaktan gelen ışın ile yüzeyi birim normal vektörü arasındaki açı

$$\alpha = -\vec{e}_r \cdot \vec{n} = \cos \frac{\theta}{2} \quad (3.7.3)$$

olarak bulunabilir.

3.7.4 integralinin ϕ' ve θ' katları ayrı ayrı hesaplanabilir. Bunun sebebi faz teriminin

$$\left. \frac{\partial^2 g}{\partial \phi' \partial \theta'} \right|_{\phi_s, \theta_s} = 0$$

şeklinde sifıra eşit olmasıdır. Bu ise ϕ' ve θ' değerleri arasında semer noktasında etkileşim olmadığını göstermektedir. Neticede integral

$$f = \frac{W(\theta'/2, \beta)}{R_1 R_2} (r')^2 \sin^2 \theta'$$

$$g = \Omega_1 + r' \left[1 + \cos \theta' \cos(\beta - \theta'/2) \right] - r \cos \theta \cos(\beta - \theta'/2)$$

olmak üzere

$$u_p = \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} f e^{-jkz} d\theta' d\phi'$$

olarak yazılabilir. ϕ' değişkenine bağlı terimler Ω_1 'in içinde olduğundan bu ifade g fonksiyonundan ayrılabilir. Stasyoner faz yöntemi ilk olarak bu kata uygulanacaktır. Bu şekilde yansıyan alanın (x,y,0) düzlemindeki davranışı belirlenmiş olacaktır. Ω_1 fonksiyonunun ϕ' 'ne göre birinci türevi alınırsa,

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial \phi'} = r' \sin \theta' \sin(\beta - \theta'/2) \sin(\phi' - \alpha)$$

ifadesi elde edilir ki, stasyoner faz noktası

$$r' \sin \theta' \sin(\phi' - \alpha) = r \sin \theta \sin(\phi - \alpha)$$

bağıntısında Şekil 3.7.2'ye göre dikkate alınarak,

$$\alpha_s = \phi_s' = \phi$$

şeklinde bulunabilir. Bu eşitlikten yansıyan ışının semer noktasında (x,y,0) düzlemindeki izdüşümünün orijine odaklanmış olduğu görülmektedir. İkinci türev ise yine aynı sinüs eşitliğinde kullanılarak, semer noktasında

$$\left. \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial \phi'^2} \right|_s = - \frac{r \sin \theta' \sin \theta' \sin(\beta - \theta'/2)}{r' \sin \theta' - r \sin \theta}$$

şeklinde yazılabilir. Neticede Ω_1 fonksiyonu semer noktasında Taylor serisine açılıp ilk iki terimi ile yetinilirse,

$$\Omega_1 \approx \sin\left(\beta - \frac{\theta'}{2}\right) [r \sin \theta - r' \sin \theta'] - \frac{1}{2} \frac{r \sin \theta r' \sin \theta' \sin\left(\beta - \frac{\theta'}{2}\right)}{r' \sin \theta' - r \sin \theta} (\phi' - \phi_s')^2$$

ifadesi bulunabilir. İntegralin ϕ' katı bilinen yöntemler kullanılarak alınırsa,

$$u_p \approx \int_0^{\theta_p} \frac{e^{-jk[g + \sin(\beta - \theta'/2)]r \sin \theta - r' \sin \theta'}}{\sqrt{R_2}} W\left(\frac{\theta'}{2}, \beta\right) \sqrt{\frac{r' \sin \theta'}{r \sin \theta}} \sin \theta' d\theta' \quad (3.7.5)$$

biçiminde elde edilebilir. İntegralin ϕ' ve θ' katlarının ayrı ayrı hesaplanmasına olanak veren analizin detayları Ek-3'te verilmiştir. Burada

$$R_2 = \frac{r' \sin \theta' - r \sin \theta}{\sin\left(\beta - \frac{\theta'}{2}\right)}$$

eşitliğinden faydalanılmıştır. Parabolün eğrilik yarıçapı

$$R(\theta') = \frac{2f}{\cos^3 \frac{\theta'}{2}}$$

olmak üzere yer vektörü ile arasında

$$r' = \frac{R(\theta')}{2} \cos \frac{\theta'}{2}$$

$$\frac{dr'}{d\theta'} = \frac{R(\theta')}{2} \sin \frac{\theta'}{2}$$

bağıntıları mevcuttur. Faz fonksiyonunun birinci türevi alınıp bu bağıntılardan da faydalanılarak, semer noktası

$$\beta_s = \frac{\theta_s}{2}$$

olarak bulunabilir. Bu bağıntıya göre reflektörden yansıyan ışın z eksenine paralel olarak ilerlemektedir. Ek-3'te yapılan işlemler θ' katı için takip edilerek faz fonksiyonu semer noktasında yaklaşık olarak

$$l = r_s \cos 2\beta_s - r \cos \theta$$

$$l_0 = \frac{R(\theta_s)}{2} \cos \beta_s$$

olmak üzere

$$g \approx l + l_0 + \frac{1}{8} \frac{R^2(\theta_s) \cos^2 \beta_s}{l} (\theta' - \theta_s)^2$$

şeklinde yazılabilir. Genlik fonksiyonu semer noktasında Taylor serisine açılıp ilk iki terimi ile yetinildiğinde

$$f \approx \frac{1}{\sqrt{l}l_0} \sqrt{\frac{r_s \sin \theta_s}{r \sin \theta}} \frac{R(\theta_s) \cos^2 \beta_s \sin \theta_s}{2}$$

ifadesi yazılabilir. Ayrıca semer noktasında

$$W\left(\frac{\theta_s}{2}, \beta_s\right) = \cos \beta_s, \quad r_s \sin \theta_s = r \sin \theta$$

eşitlikleri gözönüne alınmıştır. Neticede gözlem noktasındaki alan

$$u_p \approx 2\sqrt{\pi} e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-jkl_0}}{l_0} e^{-jkl} \sin \theta_s \cos \beta_s \quad (3.7.6)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu ifadede yansıyan alanın düzlemsel dalga olduğu açıkça görülmektedir.

3.7.2. Paraboloidal Reflektör Antenlerde Köşe Kırınımları

Dönel paraboloidal reflektörde ϕ' 'ne göre simetri olduğundan 3.7.4 integralinin ϕ' katı Bölüm 3.7.1'deki gibi hesaplanabilir. Böylece 3.7.5 integrali yeniden elde edilir. Köşe kırınımının $\theta' = \theta_0$ 'da olacağı açıktır. 3.7.5 integrali yeniden

$$u_e = \int_{\theta_0}^{\infty} f e^{-jkg} d\theta'$$

şeklinde yazılabilir. Burada faz fonksiyonu

$$g = r' \left[1 + \cos \theta' \cos(\beta - \theta'/2) \right] - r \cos \theta \cos(\beta - \theta'/2)$$

ve genlik fonksiyonu da

$$f = W\left(\frac{\theta'}{2}, \beta\right) \sqrt{\frac{r' \sin \theta'}{r \sin \theta}} \frac{r' \sin \theta'}{R_1 \sqrt{R_2}}$$

olarak ifade edilmiştir. Elektrik alan köşeye paralel olduğu için gelme ve yansıma açılarının farkı alınmıştır. Bu problemde de Bölüm 3.6.2'de yapılan işlemler aynen tekrarlanabilir. Faz fonksiyonu köşe noktasında yaklaşık olarak

$$g(\theta') \approx l + l_0 + \frac{R(\theta_0)}{2} \left[\sin \frac{\theta_0}{2} - \sin \beta \right] (\theta' - \theta_0) + \frac{1}{2} g''(\theta_0) (\theta' - \theta_0)^2$$

şeklinde yazılabilir. Genlik fonksiyonu da aynı şekilde

$$f(\theta') \approx W\left(\frac{\theta_0}{2}, \beta\right) \sqrt{\frac{r_e \sin \theta_0}{r \sin \theta}} \frac{r_e \sin \theta_0}{l_0 \sqrt{l}}$$

olarak elde edilebilir. Köşe noktasında R_1 ve R_2 sırasıyla l_0 ve l' ye gitmektedir.

Neticede köşe kırınım integrali

$$u_e = \frac{e^{-jk(l+l_0)}}{l_0\sqrt{l}} W\left(\frac{\theta_0}{2}, \beta\right) r_e \sin \theta_0 \sqrt{\frac{r_e \sin \theta_0}{r \sin \theta}} M$$

biçiminde yazılabilir. Burada

$$A = \frac{R(\theta_0)}{2} \left[\sin \frac{\theta_0}{2} - \sin \beta \right], \quad B = \frac{g''(\theta_0)}{2}$$

olmak üzere $u = \theta' - \theta_0$ dönüşümü ile

$$M = \int_0^{\infty} e^{-jk(Au + Bu^2)} du$$

integrali tanımlanmıştır. Bu ifade kareselleştirilip, Fresnel fonksiyonu cinsinden ifade edilirse

$$M = \frac{1}{\sqrt{B}} F \left[\frac{\sqrt{kA}}{2\sqrt{B}} \right]$$

olarak yazılabilir. Neticede köşe kırınım alanı

$$u_e = \frac{e^{-jk(l+l_0)}}{l_0\sqrt{l}} W\left(\frac{\theta_0}{2}, \beta\right) r_e \sin \theta_0 \sqrt{\frac{r_e \sin \theta_0}{r \sin \theta}} \frac{1}{\sqrt{B}} F \left[\frac{\sqrt{kA}}{2\sqrt{B}} \right] \quad (3.7.7)$$

şeklinde elde edilebilir. Direkt köşe kırınım katsayısı ise

$$D_{eE} = \frac{\cos\left(\frac{2\beta + \theta_0}{4}\right) - \sin\left(\frac{2\beta - \theta_0}{4}\right)}{\sin \frac{\theta_0}{2} - \sin \beta} \quad (3.7.8)$$

ifadesine eşittir. Elektrik polarizasyon (magnetik alan köşeye paralel) içinde köşe kırınım katsayısı aynı metodla bulunabilir. Bu durumda ifade

$$D_{eM} = \frac{\cos\left(\frac{2\beta + \theta_0}{4}\right) + \sin\left(\frac{2\beta - \theta_0}{4}\right)}{\sin \frac{\theta_0}{2} - \sin \beta}$$

şeklinde yazılabilir. Neticede dönele paraboloidal reflektör anten için köşe kırınım katsayıları diyadik olarak yazılırsa

$$\begin{bmatrix} E_{dE} \\ E_{dM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{eE} & 0 \\ 0 & D_{eM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{IE} \\ E_{IM} \end{bmatrix} \frac{e^{-jk l}}{\sqrt{kl}} \sqrt{\frac{r_e \sin \theta_0}{r \sin \theta}} \quad (3.7.9)$$

ifadesi elde edilebilir. Burada E_{dE} gelen elektrik alanın köşeye paralel olduğu durumdaki köşe kırınım alanını ve E_{dM} ise gelen elektrik alanın köşeye dik olduğu durumdaki köşe kırınım alanını göstermektedir.

3.7.3. Paraboloidal Reflektörde Köşe Kırınımından Dolayı Oluşan İkincil Kırınım Alanları

Dönel paraboloidal reflektörün köşesine çarpan ışın burada kırınımına uğrar ve köşe kırınımına bağlı ikincil alanların oluşmasına sebep olur. Bu alanların reflektörün içbükey ve dışbükey kısımlarına teğet olan ışınları sırası ile fısıldayan galeri modlarını ve sürünüm dalgalarını tetikleyecektir. İlgili alanların hesaplanabilmesi için kırınımın düzlemsel dalga spektrum integrali, Ek-3 ve Ek-4 gözönüne alınır, köşe kırınımından dolayı oluşan sürünüm dalgaları için

$$u_{es} = \int_{C_1} e^{-jk[\vec{P}_2 - \vec{R}_0] \cdot \vec{T}} \sqrt{\frac{r \sin \theta}{r' \sin \theta_2'}} \int_{\theta_0}^{\infty} A(\theta_1', \theta_2') \frac{e^{-jk \vec{R}_0 \cdot \vec{N}_1}}{R_1} e^{-j \int_{\theta_1'}^{\theta_2'} v_i(r) dr} d\theta_1' d\theta_2' \quad (3.7.10)$$

ifadesi yazılabilir. Burada

$$A(\theta_1', \theta_2') = \frac{1}{H_{\nu_i}^{(2)'}(a)} \frac{W(\theta_1'/2, \beta_i)}{a \cos \beta_i} \sqrt{\frac{\sin \theta_2'}{\sin \theta_1'}}$$

şeklinde alınmıştır. ν_i ikinci nevi Hankel fonksiyonunun i . sıfırını göstermektedir.

Ayrıca

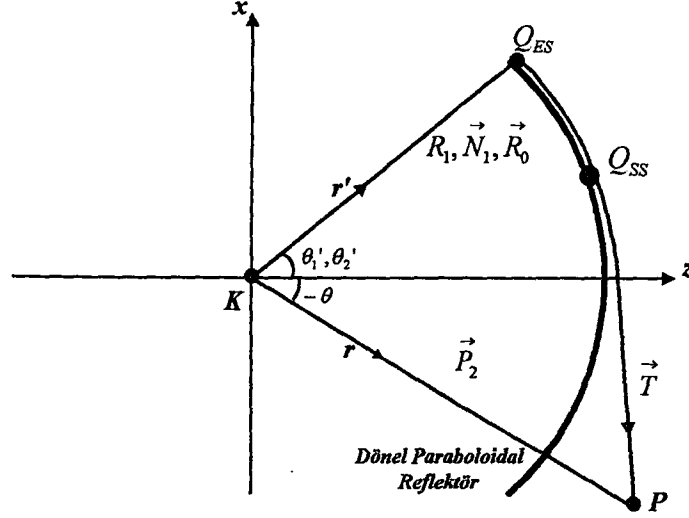
$$a = \frac{1}{2} kR(\theta_2')$$

olarak tanımlanmıştır. Bu integral yazılırken ϕ' katının Bölüm 3.7.1'de olduğu gibi alınabileceği dikkate alınmış ve bu kattan genliğe

$$\sqrt{\frac{\sin \theta_2'}{\sin \theta_1'}} \cdot \sqrt{\frac{r \sin \theta}{r' \sin \theta_2'}}$$

ifadeleri gelmiştir. Bu ifadeler ıraksama çarpanı olup, dalğanın bir noktadan diğer bir noktaya yayılırken genliğinde hasil olacak değişimi göstermektedir. 3.7.10 integrali yazılırken, Bölüm 3.4.2 ve 3.4.3 dikkate alınmıştır. İntegralin ilk katı köşe noktasında hesaplanacak ve bu kattan D_{es} , köşe kırınım alanlarının meydana getirdiği sürünüm

dalgalarına ait kırınım katsayısı elde edilecektir. İkinci kat ise uzaya yöresel düzlemsel dalga olarak yayılan alanı ve yüzey kırınım katsayısını verecektir.



Şekil 3.7.3- Köşe kırınımından dolayı oluşan sürünüm alanı geometrisi

Şekil 3.7.3'te Q_{ES} ve Q_{SS} noktaları sırası ile direkt köşe kırınımının olduğu (r_e, θ_0) koordinatlı noktayı ve sürünüm dalgasının yüzeyi teğet olarak terk ettiği noktayı göstermektedir. 3.7.10 integralinin ilk katı Bölüm 3.3.1'de gösterilen yöntemle hesaplanabilir. Bu noktada önemli olan faz fonksiyonunun durumudur. Yöresel olmayan yüzey söz konusu olduğu için sürünüm alanında v_i reel ve sanal kısımlarına ayrılmamış ve ışın yolu boyunca olduğu gibi integre edilme yoluna gidilmiştir. Şu durumda hangi bileşenlerde olduğu bilinmemekle beraber, yüzeyin eğrilik yarıçapının bir fonksiyonu olduğu açıktır. Ayrıca Bölüm 3.4.1'de bahsedilen formda olacağı da düşünülebilir. Faz fonksiyonlarının birinci türevlerinin köşe ve semer noktasındaki davranışlarından v_i 'nin formu hakkında bir bilgi edinilecektir. İlk katın faz fonksiyonu,

$$g_1 = kr' + \int_{\theta_1'}^{\theta_2'} v_i(t) dt$$

şeklinde yazılabilir. Faz fonksiyonunun birinci ve ikinci türevlerinin köşe noktasındaki değerleri

$$\left. \frac{\partial g_1}{\partial \theta_1'} \right|_e = a \sin \frac{\theta_0}{2} - v_i(\theta_0)$$

$$\left. \frac{\partial^2 g_1}{\partial \theta_1'^2} \right|_e = B = k \left. \frac{1}{2} \frac{dR(\theta_1')}{d\theta_1'} \right|_e \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{k}{4} R(\theta_0) \cos \frac{\theta_0}{2} - \left. \frac{dv_i(\theta_1')}{d\theta_1'} \right|_e$$

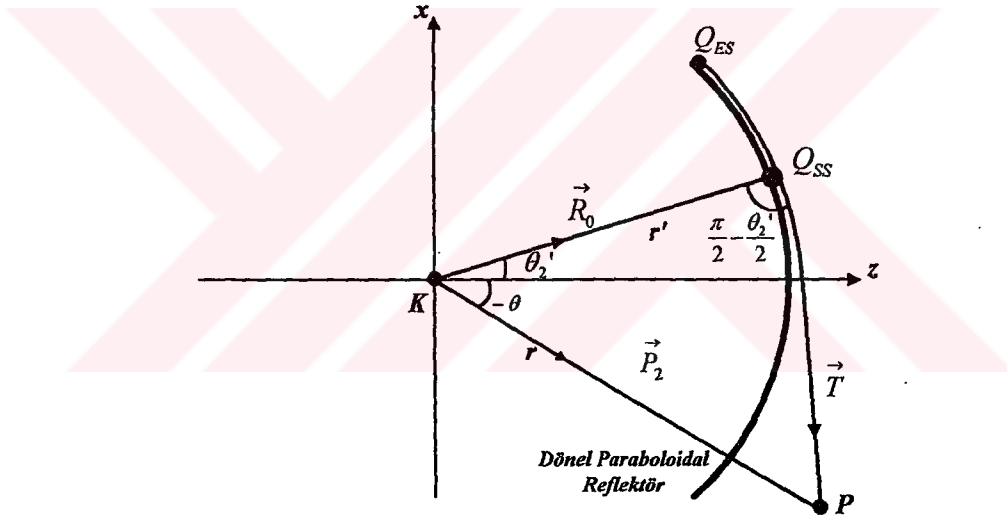
olarak bulunabilir. Faz fonksiyonu köşe noktasında Taylor serisine açılıp üçüncü türevine kadar olan terimlerle yetinilirse,

$$g_1 \approx kl_0 + \int_{\theta_0}^{\theta_1'} v_i(t) dt + \left[a \sin \frac{\theta_0}{2} - v_i(\theta_0) \right] (\theta_1' - \theta_0) + \frac{B}{2} (\theta_1' - \theta_0)^2$$

ifadesi elde edilebilir. Neticede integralin ilk katı

$$u_{es} = \frac{e^{-jk l_0}}{kl_0} \int_{C_1} \frac{A(\theta_0, \theta_2')}{\left[a \sin \frac{\theta_0}{2} - v_i(\theta_0) \right]} e^{-jk \left[\vec{P}_2 - \vec{R}_0 \right] \cdot \vec{T}} e^{-j \int_{\theta_0}^{\theta_2'} v_i(t) dt} \sqrt{\frac{r \sin \theta}{r' \sin \theta_2'}} d\theta_2' \quad (3.7.11)$$

şeklinde hesaplanabilir.



Şekil 3.7.4- Yüzeyden fırlayan sürünüm dalgasına ait geometri

Şekil 3.7.4'den yüzeyin birim teğet vektörü

$$\vec{T} = \sin \frac{\theta_2'}{2} \vec{e}_z - \cos \frac{\theta_2'}{2} \vec{e}_x$$

olarak bulunabilir. Faz fonksiyonu şekildeki geometriden de faydalanılarak

$$g_2 = kr \sin \left(\frac{\theta_2'}{2} - \theta \right) + kr' \sin \frac{\theta_2'}{2} + \int_{\theta_0}^{\theta_2'} v_i(t) dt$$

şeklinde yazılabilir. Bu fonksiyonun birinci türevi

$$g_2' = \frac{1}{2}R(\theta_2') + v_i(\theta_2')$$

olarak ifade edilebilir. Bu eşitlik sıfıra eşitlenirse,

$$\text{Re}[v_i(\theta_{2s})] = -\frac{1}{2}kR(\theta_{2s})$$

ifadesi bulunabilir. Buradan ikinci nevi Hankel fonksiyonunun köklerinin Şekil 3.4.1'in ikinci bölgesinde olduğu anlaşılır. θ_2' katı bilinen yöntemlerle semer noktasında hesaplandığında toplam sürünen alan

$$u_{es} = \frac{e^{-jk(l+l_0)}}{kl_0\sqrt{kl}} e^{-j \int_{\theta_0}^{\theta_{2s}} v_i(t) dt} \frac{\sqrt{r \sin \theta}}{\sqrt{r' \sin \theta_{2s}}} \frac{A(\theta_0, \theta_{2s})}{\left[a \sin \frac{\theta_0}{2} - v_i(\theta_0) \right]} \quad (3.7.12)$$

şeklinde elde edilebilir. Burada

$$A(\theta_0, \theta_{2s}) = \frac{1}{H_{v_i}^{(2)'}(a)} \frac{W(\theta_0/2, \beta_i)}{a \cos \beta_i} \sqrt{\frac{\sin \theta_{2s}}{\sin \theta_0}}$$

şeklinde ifade edilmiştir. a ve b değerleri

$$a = \frac{1}{2}kR(\theta_{2s})$$

olarak alınmıştır. Köşe ve yüzey kırınım katsayıları

$$D_{es} = \frac{W(\theta_0/2, \beta_i)}{a \cos \beta_i \left[a \sin \frac{\theta_0}{2} - v_i(\theta_0) \right]} \quad (3.7.13)$$

$$D_{sb} = \frac{1}{\sqrt{H_{v_i}^{(2)'}(a)}} \quad (3.7.14)$$

biçiminde tanımlanabilir. D_{es} köşe kırınım alanlarından dolayı oluşan sürünüm dalgalarının B kırınım noktasında genliğinde meydana gelen değişmeyi, D_{sb} yüzey kırınım katsayısı vermektedir. Yüzey üzerinde zayıflayarak ilerleyen sürünüm dalgalarına ait ışın yolunu ve zayıflamayı

$$v_i = -\frac{1}{2}kR(t) + j\alpha_i(t) \left(\frac{kR(t)}{4} \right)^{1/3} e^{-j\pi/3}, \quad i = 1, 2, \dots$$

olmak üzere

$$e^{-j \int_{\theta_0}^{\theta} v_i(t) dt}$$

üssel ifadesi vermektedir.

Fısıldayan galeri modları ise Bölüm 3.1'deki 3.5.2 integralinden faydalanılarak hesaplanabilir. Ek-3 dikkate alınıp, bahsi geçen integral paraboloidal reflektör için

$$u_{efi} \approx \int_c \frac{J_{\xi_i}(kr)}{J_{\xi_i}'(a)} \frac{e^{-jk(\vec{R}_0 - \vec{P}_1) \cdot \vec{N}_1}}{R_1} e^{-j \int_{\theta_0}^{\theta} \xi_i(t) dt} \frac{\sqrt{r \sin \theta}}{\sqrt{r' \sin \theta'}} \frac{\cos\left(\frac{\theta' + 2\beta_i}{4}\right) - \sin\left(\frac{\theta' - 2\beta_i}{4}\right)}{kR \cos \beta_i} d\theta'$$

ifadesi yazılabilir. Bu integral Bölüm 3.7.2'deki yöntemle, faz ve genlik fonksiyonları köşe noktasında Taylor serisine belli terimlere kadar açılarak kolayca hesaplanabilir.

Neticede i . fısıldayan galeri modu,

$$u_{efi} \approx \frac{J_{\xi_i}(kr)}{J_{\xi_i}'(a)} \frac{\sqrt{r \sin \theta}}{\sqrt{r_e \sin \theta}} \frac{e^{-jk l_0}}{l_0} e^{-j \int_{\theta_0}^{\theta} \xi_i(t) dt} \frac{\cos\left(\frac{\theta_0 + 2\beta_i}{4}\right) - \sin\left(\frac{\theta_0 - 2\beta_i}{4}\right)}{\frac{kR(\theta_0)}{2} \cos \beta_i \left[a \sin \frac{\theta_0}{2} - \xi_i(\theta_0) \right]} \Bigg|_{\xi_i = \frac{kR(\theta_0)}{2} \sin \beta_i}$$

şeklinde yazılabilir. Toplam mod ise

$$u_{efT} = \sum_{i=1}^N u_{efi}$$

olarak hesaplanabilir. Fısıldayan galeri modlarına ait kırınım katsayısı

$$D_{ef} = \frac{\cos\left(\frac{\theta_0 + 2\beta_i}{4}\right) - \sin\left(\frac{\theta_0 - 2\beta_i}{4}\right)}{\frac{kR(\theta_0)}{2} \cos \beta_i \left[a \sin \frac{\theta_0}{2} - \xi_i(\theta_0) \right]} \Bigg|_{\xi_i = \frac{kR(\theta_0)}{2} \sin \beta_i} \quad (3.7.15)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu katsayı, köşe kırınım alanı fısıldayan galeri moduna dönüştüğünde genlikte oluşacak değişimi göstermektedir.

4. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Bu çalışmanın amacı, herhangi bir yüzeyden saçılan alanların düzlemsel dalgaların spektrum integrali şeklinde elde edilebilmesi ve bu yöntemin yöresel olmayan yüzeylerde uygulanmasından ibarettir.

Bölüm 3.1'de elektromagnetik alanın ve geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integrali Huygens-Green integralinden elde edilmiş ve yüzeydeki sınır koşulları ve gelen alanın polarizasyonuna göre bu integrali nasıl ifade edileceği incelenmiştir. Buradan görülmektedir ki, Fiziksel Optik yöntemi düzlemsel dalgaların spektrum integrali metodunun mükemmel iletken yüzeyler için özel bir halinden başka bir şey değildir.

Bölüm 3.2'de, sonlu kaynaklı mükemmel iletken dışbükey ve içbükey eğrisel yüzeylerden yansıma geometrik optiğin düzlemsel dalga spektrum integrali ile incelenmiştir. Neticede her iki yüzeye ait yansıyan alanlar ve diverjans katsayıları elde edilmiştir. İntegraller asimptotik olarak hesaplanmıştır. Gelme ve yansıma açıları düzlemsel dalgaların spektrum integrali ilgili geometri için yazılırken farklı alınmış fakat stasyoner faz yöntemi uygulanırken, bu açıların birbirine eşit olduğu görülmüştür. İntegralin asimptotik olarak hesaplanmasının bir nevi Fermat prensibinin doğrulanması olduğu anlaşılmaktadır. Eğer integral yazılırken gelme ve yansıma açıları eşit alınırsa, stasyoner faz metodu uygulanırken faz fonksiyonunun birinci türevi kendiliğinden sıfıra eşit olacak ve ikinci türeve geçilemeyecektir. İçbükey ve dışbükey yüzeyler için diverjans katsayıları 3.2.7 eşitliği ile verilmiştir.

Üçüncü bölümde köşe kırınım alanlarının yarım düzlem için düzlemsel dalgaların spektrum integrali ile ifade edilmesi incelenmiştir. Bu amaçla iki ayrı metod kullanılmış olup, ilk metod ile spektrum integrali yarım düzlem ve boşluk için ayrı ayrı yazılmıştır. Neticede elde edilen katsayı klasik FO ile bulunan kırınım katsayısından daha doğru neticeler vermektedir. İkinci metod ise gelme ve kırınım açılarının stasyoner faz noktasına bağlı olarak tanımlanmasına dayanmaktadır. Bu yöntem sonucunda tam köşe kırınım katsayısı elde edilmiştir. Köşe kırınım alanının hesaplanmasında 3.2.1 yansıyan alana ait düzlemsel dalgaların spektrum integrali aynen kullanılacaktır. EK-1'de verilen yöntemler ile bu integral hesaplanabilir. Fresnel kırınımında, uzayda ilerleyen dalgaların karşısına çıkan engelden saçılmasında, her zaman engele çarpmayan

dalga cephesi gözönüne alınmaktadır. Engelin kapatmadığı bölüm üzerinden integrasyon alınarak, engeli geçen alan ve kırınım alanı toplam olarak bulunmaktadır. Fiziksel optik yaklaşığında ise, yarım düzlem problemi için sadece mükemmel iletken düzlem üzerinde indüklenen akımlar gözönüne alınmakta ve alan bu akımlar yardımı ile hesaplanmaktadır. Bu çalışmada düzlemsel dalgaların spektrum integrali hem yarım düzlem, hem de boşluk için ayrı ayrı yazılmış ve bulunan iki ayrı kırınım alanı toplanmıştır. Kullanılan metod itibarı ile düzenli çözüm elde edilmiştir. Bu çalışmada izlenen prosedür FO'da köşe kırınım alanlarının bulunması için kullanılan yol ile aynıdır. Fakat FO'da, elektrik alan yarı düzleme paralelken bulunan köşe kırınım katsayısı, $\phi=0$ ve $\phi=2\pi$ düzlemlerinde sıfıra gitmemektedir. Bu katsayı

$$D_{KFO} = \frac{\sin \phi_0}{\cos \phi + \cos \phi_0}$$

olarak yazılabilir. Fakat mükemmel iletken yarım düzlem için sınır koşulları dikkate alındığında, bu düzlemdeki toplam alan için

$$E_T|_S = (E_i + E_r + E_K)|_S = 0$$

koşulu geçerlidir. Burada E_T toplam elektrik alanı göstermektedir. Düzlem üzerinde geometrik optik alanın yani gelen ve yansıyan alanların toplamının sıfır olacağı açıktır. Buna göre yarım düzlemde kırınan alan için

$$E_K|_S = 0$$

koşuluna erişilebilir. S ibaresi $\phi=0$ ve $\phi=2\pi$ düzlemlerini ifade etmektedir. Neticede FO yaklaşımı sonucunda bulunan köşe kırınım katsayısının bu koşulu sağlamadığı görülmektedir. Bu çalışmada yapılmış bulunan yaklaşım sonucunda elde edilen katsayı her ne kadar kesin çözümden bulunan katsayı ile aynı olmasa da, yüzey üzerinde kırınım alanının alması gereken değerleri vermektedir. Ayrıca geçiş bölgelerinde de sağlıklı sonuçlar elde edilebilir. Fakat bu sonuçta kesin çözümden elde edilmiş bulunan kırınım katsayısından farklıdır ve bir düzeltme teriminin eklenmesine gerek vardır. Bu amaçla yüzeye gelen alanın türevi semer noktasında $\cos \alpha$ değerine eşit olacak şekilde belirlenmiştir. Bu ifade hem geliş açısına, hem de yansıma veya saçılma açısına bağlıdır. Neticede kesin çözümden elde edilen köşe kırınım katsayısına ulaşılmıştır.

Bölüm 3.4'de yüzey kırınım alanlarının düzlemsel dalgaların spektrum integrali ile ifade edilmesi incelenmiştir. İlk önce geometrik optiğin spektrum integralinde semer

noktası için ν kompleks düzlemine geçilmiş ve rezidü hesabı ile yüzey kırınım katsayıları bulunmuştur. Bu katsayılara ve Huygens-Green integraline dayanılarak yüzey kırınımının düzlemsel dalga spektrum integrali tanımlanmıştır. İlgili integralde, gelen veya yansıyan alanın yüzeyin normaline göre türevinden gelen trigonometrik terimin yer almadığı görülmektedir. Bunun sebebinin, kaynak yüzey üzerine geldiğinde, birinci ve ikinci nevi Hankel fonksiyonlarının Debye asimptotik açılımlarının çarpımından gelen terimin bu ifadeyi sadeleştirme olduğu Bölüm 3.5 ve 3.6.3'de anlaşılmıştır. Ayrıca bu integral sınırlı yüzeyler içinde ele alınmıştır. Yüzeyde ilerleyen ve zayıflayan dalgaları belirtmek üzere kompleks gelme veya saçılma açıları tanımlanmış ve bu açılar ikinci nevi Hankel fonksiyonunun sıfırları ile Bölüm 3.4.3'de bağdaştırılmıştır. Ayrıca yöresel olmaya yüzey için 3.4.4 integralinin ilk katındaki s , ışın yolunu ifade eden Green fonksiyonunun

$$G(\phi_1', \phi_2') = e^{-j \int_{\phi_1'}^{\phi_2'} v_1(t) dt}$$

şeklinde olacağı görülmüştür. Sürünüm dalgalarından dolayı oluşan köşe kırınımı incelenmiş ve kırınımın spektrum integrali ile ifade edilmiştir. 3.3.11 ile verilen köşe akımlarına ait ifadenin paydasına bu integralde birinci ve ikinci nevi Hankel fonksiyonlarının Debye asimptotik açılımlarının çarpımından gelen terimin geldiği anlaşılmıştır.

Bölüm 3.5'de mükemmel iletken düzgün eğrisel yüzeylerde fisıldayan galeri modları için düzlemsel dalgaların spektrum integrali ifade edilmiştir. Bu integral 3.5.1 ifadesi ile verilen kompleks integralin $\rho \ll R$ koşulunda

$$J_\nu(x) \approx \frac{1}{2} H_\nu^{(2)}(x)$$

şeklindeki yaklaşıklığı ile Bessel fonksiyonları cinsinden ifade edilmesi ile yazılabileceği görülmüştür.

Altıncı bölümde mükemmel iletken sonlu kaynaklı dairesel kesik silindirden saçılma incelenmiştir. Neticede direkt köşe kırınımı, köşe kırınımından dolayı oluşan sürünüm dalgaları ve fisıldayan galeri modları, yüzey kırınım alanları ve sürünüm dalgalarından dolayı oluşan köşe kırınım alanları ve ilgili katsayılar düzlemsel dalgaların spektrum integrali yöntemi ile hesaplanmıştır. Bu katsayılar aşağıdaki tablo

ile verilebilir. Çizelge 4.1 incelendiği zaman, UZGÖREN (1982)'in hesaplamış olduğu sonuçlar ile aynı olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.1- Kesik silindir için kırınım katsayıları

D	Diverjans katsayısı	$\frac{R \cos \alpha_s (l + l_0)}{\sqrt{R \cos \alpha_s (l + l_0) + 2ll_0}}$
D_e	Köşe kırınım katsayısı	$\frac{\cos \alpha_e \cos \beta}{\sqrt{1 - \sin \beta} \sqrt{1 + \sin \alpha_e}} \frac{1}{\sin \alpha_e - \sin \beta}$
D_s	Yüzey kırınım katsayısı	$\frac{1}{H_v^{(2)'}(kR)_{v=v_i}}$
D_{es}	Köşe kırınım alanını sürünüm dalgasına çeviren katsayı	$\frac{kR \cos \alpha_e}{\sqrt{kR - v_i} \sqrt{kR + kR \sin \alpha_e} (kR \sin \alpha_e - v_i)}$
D_{ew}	Köşe kırınım alanını fisıldayan galeri moduna çeviren katsayı	$\frac{kR \cos \alpha_e}{\sqrt{kR - \xi_i} \sqrt{kR + kR \sin \alpha_e} (kR \sin \alpha_e - \xi_i)}$
D_{se}	Sürünüm dalgalarını köşe kırınım alanına çeviren katsayı	$\frac{kR \cos \beta}{\sqrt{kR - kR \sin \beta} \sqrt{kR + v_i}} \frac{1}{v_i - kR \sin \beta}$

Yedinci bölümde odaktan beslemeli dönel paraboloidal reflektör antenden saçılan alanlar düzlemsel dalgaların spektrum integrali metodu ile incelenmiştir. Neticede reflektörden yansıyan alan, reflektörün köşesinde oluşan direkt köşe kırınım alanı ve bu alandan hasıl olan sürünüm dalgaları ve fisıldayan galeri modları hesaplanmıştır. Reflektörden yansıyan alanın düzlemsel dalga olduğu görülmüştür. Bu, odaktan besleme için beklenen bir sonuçtur. Odakta bulunan kaynaktan gelen ışınlar, z eksenine paralel olarak uzaklaşmaktadırlar. Buna göre kostikleri sonsuzda olacaktır. Fakat literatürde bulunan çeşitli kaynaklarda (Clarke ve Brown 1980, Şafak 1980) reflektörden yansıyan alanlar küresel dalga olarak ifade edilmişlerdir. Bunun sebebi FO yöntemi uygulanırken integralin ϕ' katı, $\phi = \phi'$ olmasına rağmen Bessel fonksiyonu olarak EK-3'teki gibi alınması ve uzak alan yaklaşıklığı yapılrkende paydaya r teriminin gelmesidir. Fakat bu integralde $\phi = \phi'$ olduğundan dolayı bu ifadeye bağlı kosinüslü terim bire eşit olacak ve ϕ' katından sadece 2π gibi bir terim gelecektir. Kırınım katsayıları Çizelge 4.2 ile verilebilir.

Çizelge 4.2- Dönel paraboloidal reflektör için kırınım katsayıları

D	Diverjans katsayısı	1
D_e	Köşe kırınım katsayısı	$\frac{\cos\left(\frac{2\beta + \theta_0}{4}\right) - \sin\left(\frac{2\beta - \theta_0}{4}\right)}{\sin\frac{\theta_0}{2} - \sin\beta}$
D_{es}	Köşe kırınım alanını sürünüm dalgasına çeviren katsayı	$\frac{W(\theta_0/2, \beta_i)}{a \cos \beta_i \left[a \sin \frac{\theta_0}{2} - v_i(\theta_0) \right]}$
D_{ef}	Köşe kırınım alanını fısıldayan galeri moduna çeviren katsayı	$\frac{\cos\left(\frac{\theta_0 + 2\beta_i}{4}\right) - \sin\left(\frac{\theta_0 - 2\beta_i}{4}\right)}{\frac{kR(\theta_0)}{2} \cos \beta_i \left[a \sin \frac{\theta_0}{2} - \xi_i(\theta_0) \right]} \Bigg _{\xi_i = -\frac{kR(\theta_0)}{2} \sin \beta_i}$

Kırınım alanları hesaplandığında ilgili alana ait ıraksama çarpanının

$$\sqrt{\frac{r \sin \theta}{r' \sin \theta'}}$$

şeklinde kırınımın düzlemsel dalga spektrum integralinin içinde ifade edildiği görülmektedir ki, EK-4 incelendiği zaman kürede v kompleks düzlemine geçildiğinde bu ifadenin integrale geleceği görülmektedir.

KAYNAKLAR

- AHLUWALIA, D.S., R.M. LEWIS ve S. BOERSMA. 1968. Uniform Asymptotic Theory of Diffraction by a Plane Screen. *Jiam J. Appl. Math.* 16 : 783-807.
- AHLUWALIA, D.S. 1970. Uniform Asymptotic Theory of Diffraction by the Edge of a Three Dimensional Body. *Siam J. Appl. Math.* 18 : 287-301.
- ALBERTSEN, N.C., P. BALLING VE N.E. JENSEN. 1977. Caustics and Caustic Corrections to the Field Diffracted by a Curved Edge. *IEEE Trans. Antennas. Propagat. AP-25* : 297-303.
- BALANIS, C.A. 1989. *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley & Sons Inc., Canada. 981 p.
- BAYRAKÇI, H.E. 1978. Dipolden Işıyan Yüksek Frekanslı Elektromagnetik Dalgaların Geniş Yarıçaplı Silindirik Yönlü Endüktif İki Empedans Yüzeyinden Saçılması. TÜBİTAK, MAG-430, İstanbul. 66 s.
- BAYRAKÇI, H.E. 1984. Optik Gibi Elektromagnetik Saçılma Problemlerinde Yeni Bir Yöntem – Geometrik Optiğin ve Kırınımın Düzlemsel Dalga Spektrumu. TÜBİTAK, MAG-549, Bursa. 77 s.
- BAYRAKÇI, H.E. 1988. *Elektromagnetik Dalga Teorisi*. Birsen Yayınevi, İstanbul. 295 s.
- BAYRAKÇI, H.E. 1991. *Lineer Sistemlerin Mühendislik Matematiği*. Çağlayan Kitabevi, İstanbul. 336 s.
- BAYRAKÇI, H.E. 1992. *Antenlerin Teorisi ve Tekniği*. Güneş Kitabevi, Bursa. 350 s.
- BOERSMA, S. Ve P.N.M. KERSTEN. 1967. Uniform Asymptotic Theory of Electromagnetic Diffraction by a Plane Screen. Tech. Report, Dept. of Math, Tech. University of Eindhoven, Netherlands.
- BOROVIKOV, V.A. 1994. *Uniform Stationary Phase Method*. IEE Press, London. 233p.
- BOROVIKOV, V.A. ve B. Ye. KINBER. 1994. *Geometrical Theory of Diffraction*. IEE Press, London. 390 p.
- CLARKE, R.H. ve J. BROWN. 1980. *Diffraction Theory and Antennas*. Ellis Horwood Ltd., England. 508 p.
- CLARRICOATS, P.J.B. ve G.T. POULTON. 1977. High Efficiency Microwave Reflector Antennas-A Review. *Proc. IEEE.* 65 : 1470-1504.

CLAYDON B. ve G.L. JAMES. 1970. Asymptotic Methods for the Prediction of Dual Reflector Antenna Efficiency. Proc. IEEE. 122 : 1359-1362.

CLEMMOW, P.C. 1966. The Plane Wave Spectrum Representation of Electromagnetic Fields. Pergamon press, Oxford. p. 30-56.

COLLIN, R.E. ve I.J. ZUCKER. 1969. Antenna Theory (Part II). McGraw-Hill, New York. 487 p.

ERDELYI, A. 1956. Asymptotic Expansions. Dover Publications Inc., New York. 108 p.

ERDOĞAN, E. 1982. Bir Halka Kaynağın Yarattığı Sürünen Dalgaların Mükemmel İletken Bir Küresel Reflektörden Saçılması. Doktora Tezi, İTÜ, İstanbul. 68 s.

FELSEN, L.B. ve N. MARCUWITZ. 1994. Radiation and Scattering of Waves. IEEE Press, New York. 888 p.

FELSEN, L.B. ve T. Ishihara. 1979. High-Frequency Surface Fields Excited by a Point Source on a Concave Perfectly Conducting Cylindrical Boundary. Radio Science. 14 : 205-216.

GALINDO-ISRAEL, V. ve R. MITTRA. 1977. A New Series Representation for the Radiation Integral with Application to Reflector Antennas. IEEE Trans. Antennas Propagat. AP-25 (5) : 631-641.

GALINDO-ISRAEL, V., R. MITTRA ve A.G.CHU. 1979. Aperture Amplitude and Phase Control of Offset Dual Reflectors. IEEE Trans. Antennas Propagat. 27 : 154-164.

ISHIMARU, A. 1991. Electromagnetic Wave Propagation, Radiation and Scattering. Prentice Hall, New Jersey. 635 p.

JAMES, G.L. 1976. Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves. IEE Peter Peregrinus Ltd., London. 253 p.

JAMES, G.L. VE V. KERDEMELIDIS. 1973. Reflector Antenna Radiation Pattern Analysis by Equivalent Edge Currents. IEEE Trans. Antennas Propagat. AP-21 : 19-24.

KELLER, J.B. 1957. Diffraction by an Aperture. J. Appl. Phys. 28 : 426-444.

KELLER, J.B. 1962. Geometrical Theory of Diffraction. J. Opt. Soc. American. 52 : 116-130.

KNOP, C.M. 1976. On the Front to Back Ratio of a Parabolic Disk Antenna. IEEE Trans. Antennas Propagat. AP-24 : 109-111.

KNOTT, E.F. ve T.B.A. SENIOR. 1974. Comparison of the Three High-Frequency Diffraction Techniques. Proc. IEEE, 62 (11) : 1468-1474.

- KOUYOUMJIAN, R.G. ve P.H. PATHAK. 1974. A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an Edge in a Perfectly Conducting Surface. Proc. IEEE. 62 : 1448- 1461.
- LEE, S.W. 1976. A Uniform Asymptotic Theory of Electromagnetic Diffraction by a Curved Wedge. IEEE Trans. Antennas Propagat. AP-24 : 25-34.
- LEE, S.W. 1977. Comparison of uniform Asymptotic Theory and Ufimtsev's Theory of Electromagnetic Edge Diffraction. IEEE Trans. Antennas and Propagat., AP-25 (2) : 162-170.
- LEE, S.W., P. CRAMER JR., K. WOOD ve Y. RAHMAT-SAMII. 1979. Diffraction by an Arbitrary Subreflector : GTD Solution. IEEE Trans. Antennas Propagat. 27 : 305-316.
- LEWIS, R.M. ve S. BOERSMA. 1969. Uniform Asymptotic Theory of Edge Diffraction Theory. J. Math. Phys. 10 : 2291-2305.
- LOVE, A.W. 1978. Reflector Antennas. IEEE Press, New York. p. 205-256.
- McNAMARA, D.A., C.W.I. PISTORIUS ve J.A.G. MALHERBE. 1990. Introduction to the Uniform Theory Geometrical Theory of Diffraction. Artech House, London. 473 p.
- MENDEZ, R.C. ve S.W. LEE. 1977. On the Role of Geometrical Optics Field in Aperture Diffraction. IEEE Press. AP-25 : 688-695.
- MENTZER, C.A. ve L. PETERS. 1975. A GTD Analysis of the Far-Out Side-Lobes of Cassegrain Antennas. IEEE Trans. Antennas Propagat. AP-23 : 702-709.
- MORSE, P.M. ve P.J.RUBENSTEIN. 1938. The Diffraction of Waves by Ribbons and Slits. Phys. Rev., 54 : 895-898.
- PATHAK, P.H. 1979. An Asymptotic Analysis of Plane Waves by a Smooth Convex Cylinder. Radio Science, 14 : 419-435.
- RAHMAT-SAMII, Y. ve V. GALINDO-ISRAEL. 1980. Shaped Reflector Antenna Analysis Using the Jacobi-Bessel Series. IEEE Trans. Antennas Propagat. AP-28 (4) : 425-435.
- RATRANASIRS, P.A.S., R.G. KOYOUMJIAN ve P.A. PATHAK. 1970. The Wide Angle Side Lobes of Reflector Antennas. Tech. Rept. 2183-1, Ohio State University.
- RUDGE, A.W. ve N.A. ADAITA. 1978. Offset-Parabolic Reflector Antennas-A Review. Proc. IEEE. 66 : 1592-1618.
- RUSCH W.V.T. ve O. SORENSEN. 1975. The Geometrical Theory of Diffraction for Axially Symmetric Reflectors. IEEE Trans. Antennas Propagat. AP-23 : 414-419.

RYAN, C.E. ve L. PETERS. 1969. Evaluation of Edge Diffracted Fields Including Equivalent Currents for the Caustic Regions. IEEE Trans. Antennas Propagat. AP-17 : 292-299.

SIEGEL, K.M., J.W. CRISPIN ve E.SCHESTED. 1953. Electromagnetic and Acoustical Scattering from a Semi-infinite Cone. J. Appl. Phys., 26 : 309-313.

SILVER, S. 1949. Microwave Antenna Theory and Design. Mc Graw-Hill, New York. 516 p.

SOMMERFELD, A. 1964. Optics. Academic Press, New York and London. p. 179-357.

STUTZMAN, W.L. ve G.A. THIELE. 1998. Antenna Theory and Design. John Wiley & Sons, Inc., New York. p. 545-612.

ŞAFAK, M. 1976. Calculation of Radiation Patterns of Reflector Antennas by High Frequency asymptotic Techniques. T.H. Rept. Eindhoven university of Technology. 76-E-62.

ŞAFAK, M. 1977. A comparative Study of GTD and Physical Optics Diffraction Coefficients for Axially Symmetric Reflectors. Proc. 7th European Microwave Conference. P. 670-674.

ŞAFAK, M. 1980. High-Frequency Scattering from a Focus-Fed Paraboloid. METU Symposium Proc. p. 280-318.

TAKET, N.D. ve R.E. BURGE. 1991. A Physical Optics Version of the Geometrical Theory of Diffraction. IEEE Trans. Antennas and Propagat. 39 (6) : 719-731.

UFIMTSEV P.Ya. 1975. Comments on the Comparison of Three High-Frequency Diffraction Techniques. Proc. IEEE. 63 : 1734-1737.

UZGÖREN, G. 1982. Bir Çizgisel Kaynağın Yarattığı Dalgaların Bir Silindirik Reflektörden Saçılması. Doktora Tezi, İTÜ, İstanbul. 67 s.

UZGÖREN, G. ve A. BÜYÜKAKSOY. 1987. Kırınımın Geometrik Teorisinde Birinci Mertebeden Kanonik Problemler. Yıldız Üniversitesi Yayını, İstanbul. 120 s.

EKLERİ

EK-1 STASYONER FAZ METODU

Işıma ve saçılmaya ait integraller faz ve genlik fonksiyonlarının çarpımını ihtiva etmektedir. Genliğin yavaşça ve faz fonksiyonunun da hızlı olarak değiştiği birçok durumda bu integralleri asimptotik olarak hesaplamak mümkündür. Faz ve genliği reel olan

$$I = \int_a^b f(x)e^{-jk_g(x)} dx \quad (\text{E-1.1})$$

integral gözönüne alınsın. Genlik fonksiyonu yavaşça ve k'nın çok büyük olmasından dolayı, faz fonksiyonunda hızlı değişiyorsa, belirtilen integrasyon aralığında integrale en büyük katkı stasyonere faz noktasından gelecektir. Stasyonere faz noktası

$$\frac{dg(x)}{dx} = 0, \quad x = x_0 \quad (\text{E-1.2})$$

şeklinde faz fonksiyonunun birinci türevini sıfır yapan noktadır. Faz fonksiyonu stasyonere noktada

$$g(x) \approx g(x_0) + g'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2}g''(x_0)(x - x_0)^2 + \dots$$

olarak Taylor serisine açılabilir. $g'(x_0)$ ve $g''(x_0)$ fonksiyonun birinci ve ikinci türevlerinin stasyonere faz noktasındaki değerlerini belirtmektedir. E-1.2 ifadesine göre bu noktada birinci türev sıfır olur ve stasyonere faz noktasının komşuluğunda $(x - x_0)$ o kadar küçüktür ki Taylor serisindeki ikinci türevden sonra gelen terimler ihmal edilebilir. $[a, b]$ aralığında sadece bir stasyonere nokta varsa, δ çok küçük bir sayı olmak üzere,

$$I = \int_{x_0-\delta}^{x_0+\delta} f(x)e^{-jk_g(x_0)} e^{-jk\frac{1}{2}g''(x_0)(x-x_0)^2} dx$$

ifadesi yazılabilir. Böylece integrasyon aralığı stasyonere faz noktasının çok küçük bir komşuluğuna indirgenmiş olur. $f(x)$ yavaşça değiştiği için bu aralıkta yaklaşık olarak $f(x_0)$ 'a eşit olarak alınabilir. Neticede $(x - x_0) = u$ olmak üzere

$$I \approx f(x_0)e^{-jk_g(x_0)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk\frac{g''(x_0)}{2}u^2} du \quad (\text{E-1.3})$$

ifadesi yazılabilir. Uygunluk açısından integrasyon limitleri sonsuza götürülmüştür. İntegrale en büyük katkı stasyonere faz noktasından geldiği için bu kabul çok küçük bir hataya sebep olur. Diğer bölgelerde, $f(x)$ sabit veya yavaşça değişken olduğu müddetçe, hızlı faz değişimleri bir periyotta gelen katkı diğer periyottaki katkı tarafından yok edilir. E-1.3 ifadesi

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = \sqrt{2\pi}$$

eşitliğinden yararlanılarak,

$$I \approx f(x_0) e^{-jk g(x_0)} \sqrt{\frac{2\pi}{kg''(x_0)}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \quad (\text{E-1.4})$$

şeklinde hesaplanabilir. İntegrasyon sınırları içerisinde birden fazla stasyonere faz noktası varsa ve bunlar arasında etkileşim yoksa, integralin değeri bu noktaların toplamı olarak bulunabilir. Faz fonksiyonunun ikinci türevinin de sıfır olduğu durumlarda E-1.4 ifadesi geçersizdir. Bu durumda Taylor serisi açılımındaki üçüncü türeve haiz terimi gözönüne almak gerekmektedir. E-1.4 ifadesi, integrasyon limitlerinden birisinin x_0 stasyonere noktasına çok yakın olduğu zamanda geçersizdir. Böyle bir durumda integral Fresnel fonksiyonu şeklinde ifade edilebilir. Köşe noktası katkısının elde edilebilmesi için, E-1.1 integrali

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-jk g(x)} dx - \int_b^{\infty} f(x) e^{-jk g(x)} dx - \int_{-a}^{\infty} f(-x) e^{-jk g(-x)} dx \quad (\text{E-1.5})$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifade

$$I = I_0 - I_b - I_{-a}$$

biçimine getirilebilir. I_0 E-1.4 ifadesine eşittir. I_b veya I_{-a} , kısmi integrasyon ile hesaplanabilir. Bu durumda dalga sayısı kompleksdir ve çok küçük bir zayıflamaya haizdir. Böylece integralin üst sınırındaki katkı yok olur. Neticede

$$I_b \approx -\frac{1}{jk} \frac{f(b)}{g'(b)} e^{-jk g(b)} \quad (\text{E-1.6})$$

ifadesi elde edilebilir. Eğer stasyonere nokta köşe noktası ile etkileşirse,

$$I_b \approx I_0 + f(b) e^{-jk g(b) + jh^2} \sqrt{\frac{2}{kg''(b)}} F[h] \quad , \quad h = \sqrt{\frac{k}{2g''(b)}} g'(b) \quad (\text{E-1.7})$$

şeklinde ifade edilebilir. F Fresnel fonksiyonunu belirtmektedir.

EK-2 YANSIMA İNTEGRALİNDEKİ FAZ FONKSİYONUN SEMER NOKTASINDA TAYLOR SERİSİNE AÇILIMI

3.2.1 integralinin faz fonksiyonu,

$$g(\phi') = \rho \cos(\beta - \phi + \phi') + \rho_0 \cos(\alpha - \phi') - R(\cos \alpha + \cos \beta)$$

şeklinde yazılabilir. Bu fonksiyonun ϕ' 'ne göre birinci türevi

$$\frac{dg}{d\phi'} = -\rho \sin(\beta - \phi + \phi') \left[\frac{d\beta}{d\phi'} + 1 \right] - \rho_0 \sin(\alpha - \phi') \left[\frac{d\alpha}{d\phi'} - 1 \right] + R \sin \alpha \frac{d\alpha}{d\phi'} + R \sin \beta \frac{d\beta}{d\phi'}$$

olarak ifade edilebilir. Burada Şekil 3.2.1'deki gelen ve yansıyan ışınlarla ait üçgenlerdeki

$$\begin{aligned} \rho \sin(\beta + \phi' - \phi) &= R \sin \beta \\ \rho_0 \sin(\alpha - \phi') &= R \sin \alpha \end{aligned} \quad (E-2.1)$$

bağıntıları gözönüne alınarak, faz fonksiyonu

$$\frac{dg}{d\phi'} = R(\sin \alpha - \sin \beta)$$

şeklinde elde edilebilir. Bölüm 3.2.1'de görüldüğü gibi semer noktası $\alpha_s = \beta_s$ ifadesidir. Faz fonksiyonunun ikinci türevi

$$\frac{d^2g}{d\phi'^2} = R \left(\cos \alpha \frac{d\alpha}{d\phi'} - \cos \beta \frac{d\beta}{d\phi'} \right) \quad (E-2.2)$$

olarak yazılabilir. Buradaki türevleri bulmak hesaplamak için E-2.1 bağıntıları ϕ' 'ne göre

$$\rho \cos(\beta + \phi' - \phi) \left[\frac{d\beta}{d\phi'} + 1 \right] = R \cos \beta \frac{d\beta}{d\phi'}$$

$$\rho_0 \cos(\alpha - \phi') \left[\frac{d\alpha}{d\phi'} - 1 \right] = R \cos \alpha \frac{d\alpha}{d\phi'}$$

şeklinde türetilir. Bu ifadelerde α ve β ya göre türevler

$$\frac{d\beta}{d\phi'} = \frac{-\rho \cos(\beta + \phi' - \phi)}{\rho \cos(\beta + \phi' - \phi) - R \cos \beta}$$

$$\frac{d\alpha}{d\phi'} = \frac{\rho_0 \cos(\alpha - \phi')}{\rho_0 \cos(\alpha - \phi') - R \cos \alpha}$$

olarak bulunabilir. Gelen ve yansıyan ışınlar için

$$\rho \cos(\beta + \phi' - \phi) = R_2 + R \cos \beta$$

$$\rho_0 \cos(\alpha - \phi') = R_1 + R \cos \alpha$$

bağıntıları da dikkate alınarak,

$$\frac{d\beta}{d\phi'} = -\frac{R_2 + R \cos \beta}{R_2}$$

$$\frac{d\alpha}{d\phi'} = \frac{R_1 + R \cos \alpha}{R_1}$$

ifadeleri elde edilebilir. Bu ifadeler E-2.2'de yerine konursa

$$\frac{d^2 g}{d\phi'^2} = \frac{R_1 R_2 (R \cos \alpha + R \cos \beta) + R_2 R^2 \cos^2 \alpha + R_1 R^2 \cos^2 \beta}{R_1 R_2}$$

ifadesi bulunabilir. Semer noktasında

$$R_{1s} = l_0, \quad R_{2s} = l, \quad \alpha_s = \beta_s$$

olduğu gözönüne alınarak,

$$\left. \frac{d^2 g}{d\phi'^2} \right|_s = R \cos \alpha_s \frac{R \cos \alpha_s (R_1 + R_2) + 2R_1 R_2}{R_1 R_2}$$

eşitliği bulunur.

EK-3 KÜRESEL YÜZEY İNTEGRALLERİNİN STASYONER FAZ YÖNTEMİ İLE HESAPLANMASI

İlgilenilen integralde ϕ' 'ne göre döneel simetri olduğu varsayılacaktır. Bu gibi integrallerde iki değişkenin türevleri birbirinden bağımsız olur. Bu tip bir integral genel olarak

$$u = \iint_{\theta', \phi'} \frac{e^{-jkR}}{R} (r')^2 \sin \theta' d\phi' d\theta' \quad (\text{E-3.1})$$

şeklinde yazılabilir. Faz ve genlikte görülen R büyüklüğü

$$\begin{aligned} A^2 &= r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta \cos \theta' \\ B^2 &= 2rr' \sin \theta \sin \theta' \end{aligned}$$

olmak üzere

$$R = \sqrt{A^2 - B^2 \cos(\phi - \phi')} \quad (\text{E-3.2})$$

şeklinde alınmıştır. Fazın ϕ' 'ne göre birinci türevi alınıp sıfıra eşitlenirse, semer noktası

$$\phi_s = \phi$$

olarak bulunabilir. Neticede faz fonksiyonu semer noktasında Taylor serisine açılıp ilk iki terimi ile yetinilirse,

$$R \approx \sqrt{A^2 - B^2} + \frac{1}{4} \frac{B^2}{\sqrt{A^2 - B^2}} (\phi' - \phi)^2$$

ifadesi yazılabilir. Böylece integral

$$u \approx 2\sqrt{2\pi} \int_{\theta'} \frac{e^{-jk\sqrt{A^2 - B^2}}}{(A^2 - B^2)^{1/4}} \sqrt{\frac{r' \sin \theta'}{r \sin \theta}} r' d\theta' \quad (\text{E-3.3})$$

olarak ifade edilebilir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, ıraksama çarpanının integralin içine gelmiş olmasıdır. E-3.1 integrali R'nin farklı bir şekilde değerlendirilmesi ile ifade edilebilir. Uzak alan için

$$R \approx A - \frac{B^2}{2} \cos(\phi - \phi')$$

ifadesi yazılabilir. İntegralin ϕ' katı

$$I_{\phi'} = \frac{e^{-jkA}}{A} \int_0^{2\pi} e^{jk \frac{B^2}{2} \cos(\phi - \phi')} d\phi'$$

şeklinde yazılabilir ki, integralin içindeki üssel ifade Bessel serileri cinsinden ifade edilebilir. Neticede u fonksiyonu

$$u = \int_{\theta'} \frac{e^{-jkA}}{A} J_0 \left(k \frac{B^2}{2} \right) (r')^2 \sin \theta' d\theta' \quad (\text{E-3.4})$$

olarak yazılmış olur. Ayrıca uzak alan yaklaşıklığı yapıldıktan sonra, θ' katına stasyoner faz yöntemi uygulanırsa,

$$I_{\phi'} = \frac{e^{-jkA}}{A} \frac{e^{jk \frac{B^2}{2}}}{\sqrt{kB}} 2\sqrt{\pi} e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

ifadesine erişilir ki, bu ifade

$$J_0 \left(\frac{kB^2}{2} \right) \approx \frac{1}{2} H_0^{(1)} \left(\frac{kB^2}{2} \right)$$

yaklaşıklığı altında, birinci nevi Hankel fonksiyonunun $\frac{kB^2}{2} \gg 1$ koşulu için Debye asimptotik açılımından başka bir şey değildir.

EK-4 KÜRESEL KOORDİNATLARDA v-KOMPLEKS DÜZLEMİNE GEÇİŞ

Halka kaynak beslemeli küre için Şekil E-4.1 gözönüne alınabilir. ϕ' 'ne göre simetri olduğundan dolayı bu kata ait integral semer noktasında hesaplanmıştır. İlgilenilen integral sadece θ' 'ne bağlı olacaktır. Burada $\Delta\alpha$ artımı için diferansiyel işlem uygulanırsa,

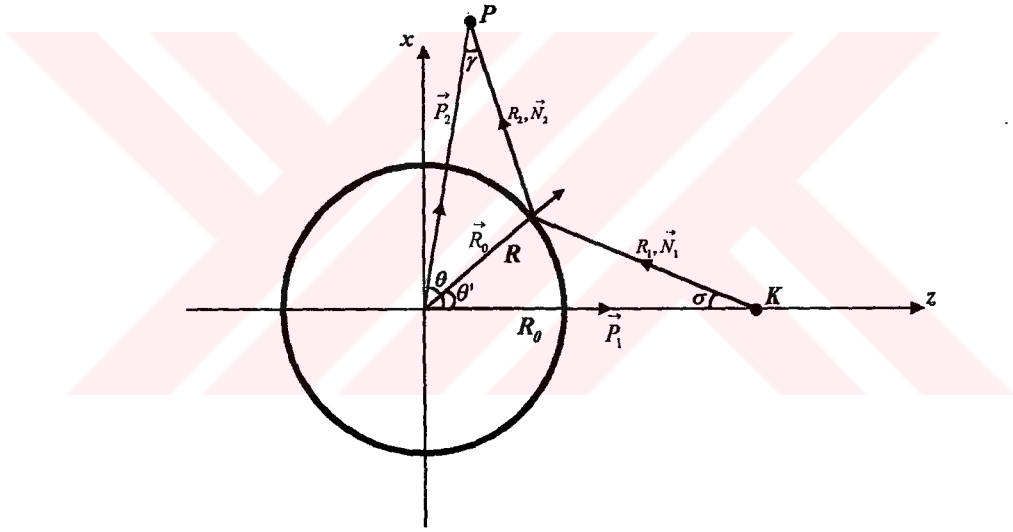
$$R_1 = -R \cos(\alpha - \Delta\alpha) + R_0 \cos[\alpha - \theta' - \Delta(\alpha - \theta')]$$

$$R_2 = r \cos[\theta - \alpha - \theta' + \Delta(\alpha + \theta')] - R \cos(\alpha - \Delta\alpha)$$

olmak üzere faz fonksiyonu

$$g = r \cos \gamma + R_0 \cos \sigma - 2R \cos \alpha + r(\gamma + \theta) \sin \gamma + R_0 \sigma \sin \sigma - 2R \alpha \sin \alpha \quad (\text{E-4.1})$$

olarak yazılabilir.



Şekil E-4.1- Halka kaynak beslemeli küre geometrisi

E-4.1 ifadesinde

$$v = kr \sin \gamma = kR_0 \sin \sigma = kR \sin \alpha$$

dönüşümü yapılarak,

$$dv = jkR \cos \alpha \sqrt{\frac{r \cos \gamma R_0 \cos \sigma}{R_1 R_2}} d\theta'$$

ve

$$kr \cos \gamma = \sqrt{(kr)^2 - v^2}, \quad kR_0 \cos \sigma = \sqrt{(kR_0)^2 - v^2}, \quad kR \cos \sigma = \sqrt{(kR)^2 - v^2}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \frac{v}{kr}, \quad \sigma = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \frac{v}{kR_0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \frac{v}{kR}$$

ifadeleri gözönüne alınarak

$$u = \int_c \frac{e^{-jk_g(v)} e^{-jv\theta}}{[(kr)^2 - v^2]^{1/4} [(kR_0)^2 - v^2]^{1/4}} \sqrt{\frac{R \sin \theta'}{r \sin \theta}} \Big|_v dv$$

ifadesi bulunur. Bu integraldeki büyüklükler Hankel fonksiyonlarının Debye asimptotik açılımından başka bir şey değildir. Neticede

$$u_p \approx \int_c \sqrt{\frac{R \sin \theta'}{r \sin \theta}} \Big|_v \frac{H_v^{(1)}(kR)}{H_v^{(2)}(kR)} H_v^{(2)}(kR_0) H_v^{(2)}(kr) e^{-jv\theta} dv$$

ifadesine erişilir. Bu ifadeden yüzey kırınımı ve dolayısı ile sürünüm dalgaları rezidü hesabı yapılarak bulunabilir.

TEŞEKKÜR

Doktora çalıŐmalarım esnasında yardımlarından dolayı Hocam Prof. Dr. H.Ergun BAYRAKÇI'ya, görüş ve fikirlerinden yararlandığım AraŐtırma Görevlisi arkadaşlarım Yük. Müh. Sevim KURTULDU ve Yük. Müh. Uđur YALÇIN'a teŐekkürlerimi sunarım.



ÖZGEÇMİŞ

1971 YILINDA İstanbul'da doğdu. Orta ve lise öğrenimini Bursa Anadolu Lisesi'nde 1989 yılında tamamladı. 1993 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. Yüksek lisans eğitimini 1996 yılında Uludağ Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik Mühendisliği anabilim dalında tamamladı. Halen Uludağ Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik Mühendisliği anabilim dalında doktora öğrenimine devam etmektedir.

