GİRİŞ

Çağdaş bilimi belirleyen niteliklerden birisi artan uzmanlaşmadır. Bu nitelik sayesinde farklı bilimsel alanlarda yer alan benzer kavramlar gelişmiş ve bu kavramları içeren yeni bilim dalları ortaya çıkmıştır. Bu gelişen benzer kavramlar içindeki en genel kavram *sistem* kavramıdır. Sistem, belirli bir hedefe yönelmiş ve aralarında ilişkiler bulunan öğeler topluluğudur. Sistem üzerinde gerçekleştirilecek çalışmalar, gerçek sistem veya sistemin bir modeli yardımı ile yapılabilir. Bununla birlikte, sistem yaklaşımı yöneticilerin en önemli yardımcılarından biridir. Sistem yaklaşımının karmaşık sistemlerin analizinde ve tasarımında yararlandığı en önemli yöntemlerden biride simülasyon (benzetim) olarak adlandırılır.

Simülasyon yönteminin ilk aşaması olan problemin tanımlanması ve amaçların belirlenmesinden sonra, modelin kurulması, verilerin toplanması ve daha sonra da modelin bilgisayar ortamına aktarılması gerçekleştirilmelidir. Modeli bilgisayar ortamına aktarmak için simülasyon uygulamalarında kullanılan özel amaçlı dillerden (GPSS, GASP, SIMSCRIPT,…vb.) ve ayrıca genel amaçlı diller olarak kabul edilen (Fortran, Pascal, Basic,...vb.) yararlanılabilir. Sözü edilen aşamalardan sonra modelin gerçek sistemi doğru bir şekilde yansıtıp yansıtmadığını test etmek gerekir. Bu amaçla istatistiksel testlerden faydalanılır. Bu doğrulama işleminden sonra sistemin bilgisayar ortamında çalıştırımları yapılabilir. Simülasyon sürecindeki son aşama söz konusu çalıştırımlardan elde edilen sonuçların değerlendirilmesidir.

Çalışmamızın birinci bölümünün ilk kısmında, simülasyon yönteminin model ve sistem kavramları ile olan ilişkisinin tanımlanması yapılmıştır. Daha sonra yöntemin tarihi gelişimi, genel kullanım amaçları ve uygulama alanları, ortaya çıkabilecek güçlükler ve kullanım üstünlükleri, sahip olunan avantaj ve dezavantajlar ele alınmıştır. Son kısımda ise, simülasyon türleri ile simülasyon uygulama yöntemleri genel bir çerçevede ele alınarak açıklanmaya çalışılmıştır.

İkinci bölümde ise, simülasyon uygulama sürecinde ilk aşama olan problemin tanımlanması ile uygulamaya ilişkin verilerin toplanarak derlenmesi, modelin bilgisayar programına uygulanması ve test edilmesi, modelin geçerliliğinin sağlanarak yapılan deney sonuçlarına ilişkin sonuçların elde edilmesi ve modelin bilgisayar programına uygulanması işlevini gerçekleştiren bilgisayar program ve dilleri üzerinde durulmuştur.

Üçüncü bölümde, simülasyon çalıştırımlarının yapılabilmesi için gerekli olan rasgele sayı üreteçleri ve üreteçlerden elde edilen rassal sayıların rasgeleliğinin test edilmesi üzerinde durulmuştur.

Uygulama bölümünü içeren dördüncü bölümde, problemimizin tanımı yapılarak, problemin çözüm sürecine *kesikli - olay sistem simülasyonunun* nasıl uygulandığı açıklanmıştır.

BÖLÜM 1

SİMÜLASYON YÖNTEMİ

1.1. Simülasyonun Temel Kavramları

Simülasyon, özellikle problemin boyutunun ve karmaşıklığının analitik tekniklerin kullanımını zorlaştırdığı yada imkansızlaştırdığı durumlarda başvurulan analitik bir yaklaşımdır.[1]

Sistem; belirli girdileri alan ve bunları uygun olarak işleyerek, bunlarla çıktılar arasındaki ilişkiyi gösteren bir fonksiyonu en iyilemeyi amaçlayan varlıklar ve öğeler topluluğudur. Model ise düşünce sürecinin dışında varolan gerçek olayın soyut bir gösterimi, temsilidir. Sistemin bir öğesi üzerinde değişiklik yapmak, sistemin tümünde değişimlere neden olacaktır. Bu durum sistem yaklaşımının doğmasını ve gelişmesini sağlamıştır.

Sistem yaklaşımı, yöneticilerin kullandığı en önemli araçlardan biridir. Sistem yaklaşımının karmaşık sistemlerin analizinde ve çözümlenmesinde yararlandığı en önemli yöntemlerden biride simülasyon olarak bilinmektedir.

Simülasyon, gerçek sistemin temsili için bir model kurma, bu model yardımı ile gerçek sistemin davranışını kestirebilme ve değişik stratejileri değerlendirebilmek amacıyla deneylerin yürütülme sürecidir.[2]

Simülasyon, ayrıca her bir rasgele değişkenin sahip olduğu frekanslardan elde edilen rasgele değişkenlerin olasılık dağılımlarının kullanımı ile amaca yönelik sonuçların bulunabildiği bir yöntemdir.[3]

---

[1] CHASE B.R.., AQUILANO N. J.,"Production and Operations Management; A Life Cycle Approach" Richard D. Irwin Inc.,USA,1981, Sayfa 369

[2] ERKUT Haluk, " Analiz, Tasarım ve Uygulamalı Sistem Yönetimi ", İrfan Yayımcılık, 2. Baskı, Yönetim Bilimleri Dizisi=4, İstanbul, 1996, Sayfa 32 - 189 - 298

[3] LAPIN L.,"Quantative Methods For Business Decisions With Cases", Harcourt B.Inc.,1988, Sayfa 494

1.2. Simülasyon Yönteminin Kullanıldığı Durumlar

Simülasyon, stokastik yada deterministik sistemlerin tasarımlarının yapılması yada geliştirmesi amacına yönelik olarak kullanılabilir. Burada ifade edilen stokastik sistemler Markov zincirlerinin ve kuyruk sistemlerinin örneklerine benzerdir. Böyle durumlarda sistem içinde gerçekleşen çeşitli olaylar şansa bağlı olarak üretilerek, bunların olasılık dağılımlarının kullanımıyla gerçek sistemin performansı örneklendirilmiş olur.[4]

Simülasyon, geleneksel istatistiksel tekniklerle de kullanılabilir. Ayrıca, simülasyon çalışanların eğitimi ve sistemi nasıl idare edecekleri, matematiksel ve örgütsel ilişkiler ile ilgili yeni teorilerin geliştirilmesinde de yararlıdır.[5]

Simülasyon yönteminin etkin olarak kullanılması, bilgisayar kullanımı ile daha da artmıştır. Bu nedenle çoğu kez simülasyon terimi yerine "bilgisayarla simülasyon" terimi kullanılır olmuştur. Bilgisayarla yapılan simülasyonun en önemli dört özelliği ise şunlardır;[6]

- Simülasyon uygulaması firma, endüstri, ekonomi ve/veya bunların oluşturduğu birimler üzerinde yapılabilir.
- Deneyler (veya denemeler) mantıksal veya matematiksel modeller üzerinde yapılır.
- Simülasyon denemeleri sayısal ve karma bilgisayarlar ile yapılır.
- Denemeler uzun bir zaman periyodunda stokastik veya dinamik koşullar altındadır.

1.3. Simülasyonun Tarihi Gelişimi

Yüzyılımızın son yarısında, eğitimden eğlenceye, taşımacılığa ve animasyona kadar, modelleme ve simülasyon çok hızlı bir şekilde ilerlemiştir. Son 40 yılda simülasyon dillerinin ve paket programlarının gelişimi ve

---

[4] HILLER S. FREDERICKH., LIEBERMAN GERALD J., " Introduction to Operations Research " , Mc Graw – Hill Publishing Company ,USA, 1990, Sayfa 857
[5] CHASE B.R., AQUILANO N. J.,a.g.e., Sayfa 369
[6] İŞYAR Yüksel, "Ekonometrik Modeller", Ceren Basım Yayın, Bursa, 1999, Sayfa 621

sayısının artması, simülasyonun kullanılma şekilleri ile kullanım alanları da çarpıcı bir şekilde arttırmıştır.

Simülasyon, 1950 ve 1960'lı yılların sonlarına doğru, genellikle büyük sermaye yatırımları gerektiren şirketlerin kullandığı, çok pahalı ve özel alanlarda kullanılan bir araç idi. Bu şirketler, Fortran gibi programlama dilleri ile büyük ve karmaşık simülasyon modellerini geliştirmek için uzman kişilerden oluşan çalışma grupları kurmuşlardı. Geliştirilen modeller daha sonra büyük bilgi işlem merkezlerinde çalıştırılıyordu. O yıllarda bu makinelerin kullanım maliyeti, çok yüksekti. Günümüzdeki kişisel bilgisayarlar, bu makinelerden çok daha güçlü ve hızlıdır.

Simülasyonun asıl gelişimi 1970'li yılların sonlarında olmuştur. İşlem hızı yüksek bilgisayarların maliyeti oldukça düşmüş ve simülasyon çok farklı alanlarda kullanılmaya başlanmıştı. Aynı zamanda, bu süreç içerisinde simülasyon (benzetim) üniversitelerde endüstri mühendisliği, yöneylem araştırması ve işletme derslerinin standartlaşan bir bölümü haline gelmişti.

Simülasyonun endüstri alanındaki hızlı ilerleyişi, üniversiteleri simülasyonu daha kapsamlı bir şekilde ele almaya zorlamıştır. Gelişen taleple beraber bu konuda çalışan araştırmacı ve öğrencilerin sayısı da artmıştır. Son zamanlarda modern yönetim biliminde önemli bir araç olarak simülasyonun kullanıldığı gözlenmektedir.

Simülasyon kullanımı 1980'li yılların sonuna gelindiğinde kişisel bilgisayarların kapasitelerinin de artmasıyla iş dünyasına yerleşmişti. Simülasyon günümüzde, hem var olan sistemlerin analizinde bir analiz aracı hem de tasarı halindeki sistemlerin analizinde bir tasarım aracı olarak yaygın şekilde kullanılmaktadır. .

Çok iyi bir animasyon yeteneğine sahip olması, kullanım kolaylığı, bilgisayarların kapasitelerindeki gelişme, diğer paket programlarıyla kolay uyumu ve simülatörlerin gelişmesi, simülasyonu birçok firma için standart bir araç haline getirmiştir. Ayrıca simülasyonu uygulama şekli de değişebilmektedir; sistemlerin tasarım aşamasında kullanılan simülasyon programları, yapılan herhangi bir değişiklikle sistemin farklı alanlarında kullanılabilmektedir. Böylelikle yaşayan bir simülasyon kullanımı sağlanabilmektedir.[7]

1.4. Simülasyon Yönteminin Kullanım Amaçları

Özel-amaca ilişkin simülasyon dillerinin kullanılmaya başlanması ve simülasyon yöntembiliminde sağlanan ilerlemeler, bu yöntemi yaygın biçimde kullanılan ve kabul edilen bir araç haline getirmiştir.

Bu anlamda simülasyon izleyen amaçlara yönelik olarak kullanılabilir;

1. Simülasyon, karmaşık sistemlerin yada bir karmaşık sistem içindeki alt sistemlerin iç etkileşimlerini deneysel olarak ele almak amacıyla kullanılabilir.
2. Bilgisel, örgütsel ve çevresel değişimlerin benzetimi yapılabileceği gibi bu değişimlerin modelin davranışları üzerindeki etkileri incelenebilir.
3. Belirli bir araştırma altında bir simülasyon modelinin tasarımından elde edilen bilgi sistem içinde bir gelişmenin olduğunu işaret edebilir.
4. Simülasyon girdilerinin değiştirilmesi ve sonuçlanan çıktıların incelenmesiyle, hangi değişkenlerin daha çok önemli olduğu ve değişkenler arasında nasıl bir etkileşimin olduğunu belirlemek oldukça yararlı olacaktır.
5. Simülasyon, analitik çözüm yöntembilimlerinin güçlendirilmesi için kullanılabilir.
6. Simülasyon, analitik çözümlerin doğruluğunu kanıtlamak için kullanılabilir.[8]
7. Benzetim ile gerçekleştirilecek sistem gözönünde canlandırılabilir.
8. Modern sistemler (Fabrika, servis örgütü, imalat birimleri,...vb,) oldukça karmaşık bir yapıda olduğundan, bunların etkileşimleri doğrudan simülasyon yönteminin kullanımıyla elde edilebilir.[9]

---

[7] KUŞ Pelin "Simülasyon Uygulamaları", Yayımlanan Makalesi, Ankara, 2004, Sayfa 53 -54.
[8] BANKS J., CARSON II J.S., NELSON B.L., "Discrete - Event System Simulation", 2.Baskı, Prentice Hall International, Inc, New Jersey - USA, 1996, Sayfa 4
[9] LIEBERMAN GERALD J., "Introduction to Simulation" Articles, www. Jstor.com.tr., 1995 Sayfa 3-4

1.5. Simülasyon Yönteminin Uygulandığı Alanlar ve Kullanım Koşulları

Amerika'nın önde gelen çoğu şirketi 1980'lerin başında simülasyon yöntemini daha etkin bir biçimde kullanmaya başlamıştır. Bu yöntemi özellikle şirketlerin fonksiyonel alanlarının tanımlanmasında kullanmışlardır. Daha sonra ise, genel yüzdelik dilimler kullanarak; şirket planlaması, mühendislik, finans, araştırma ve geliştirme (ar-ge) vb., bölümlerde simülasyon yöntemini kullanmışlardır.[10]

Tablo 1-5. **Belirli Fonksiyonel Alanlarda Simülasyonun Kullanım Yüzdeleri**

Faaliyet Alanı	**Yüzdelik Dilim (%)**
Üretim	% **59**
Şirket Planlaması	% **53**
Mühendislik	% **46**
Finans	% **41**
Ar-Ge	% **37**
Pazarlama	% **24**
Bilgi İşlem	% **16**
Personel	% **10**

Simülasyonun ayrıca genel anlamda uygulandığı birtakım uygulama alanları da mevcuttur. Bu alanlar izleyen şekilde listelenmiştir.[11]

İmalat sistemleri

- Yarı – iletken imalatı için malzeme yönetim sistemi tasarımında,
- Envanter sistemi planlamasında,
- Yolcu uçağı harekatlarının planlanmasında,

---

[10] HILLER S. FREDERICKH., LIEBERMAN GERALD J., a.g.e. , Sayfa 863 - 864
[11] BANKS J., CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 6 - 7 - 8

- Bilgisayarla bütünleşmiş bir imalat sistemi için dağıtım modelinin tasarımında,
- İmalat sistemi içinde alet paylaşımının etkin olarak yapılmasında,
- Tam zamanlı üretim için envanter maliyet modeli tasarlanmasında.

Kamusal sistemler

<u>Sağlık Sektörü</u>

- Ecza maliyet ve giderlerini önceden haber vermede,
- Acilde bekleme süresinin düşürülmesinde.

<u>Askeri</u>

- Operasyonel test ve değerlendirme konularında,
- Kolordu savaş simülasyonu tasarımında,
- Hava komuta ve kontrol alanlarında.

<u>Doğal Kaynaklar</u>

- Atık yönetim sisteminin tasarlanmasında,
- Depo atıklarını iyileştirme sistemi tasarımında,
- Çevresel tanzim faaliyetlerinin gerçekleştirilmesinde.

Ulaştırma Sistemleri

- Kargo nakliyatlarının tam zamanlı yapılmasında,
- Konteyner liman harekatlarının düzenlenmesinde.

Kurulum Sistemleri

- Madencilik uygulamalarında,
- Tasarımları güçlendirme / Ara yüzlerin kurulumunda,
- İleri düzey proje planlamasında.

Gıda Süreçleri

- Balık endüstrisinde balıkçı gemisi harekatlarının düzenlenmesinde,
- Küçükbaş hayvan üretiminde uluslar arası rekabetin değerlendirilmesinde.

Bilgisayar Sistemi Performansları

- Üst – düzey bilgisayar sistemi performanslarının değerlendirilmesinde,
- Müşteri / hizmetçi (client /server) sistemi tasarımında.

Bunlarla birlikte, havalimanı tasarımı, yolcu uçağı bakım programlaması, haberleşme sistemi tasarımı, finansal tahminler, personel planlaması, su kaynaklarının geliştirilmesi, tüketici davranışlarının tahmini, demiryolu trafiği planlaması,..vb, daha birçok alanda da uygulanabilir.[12]

Bir bilim dalı olarak simülasyon yönteminin bazı stokastik sistemler için tercih edilebilmesi, uygulanması ve uygulamanın başarılı olabilmesi için belirli bir takım koşullarında oluşmuş olması gerekmektedir. Bu koşulları da şu şekilde sıralayabiliriz:

- **<u>Belirsizlik</u>**

Çevre koşullarında ve iç olaylarda yer alan belirsizlik ve yönetsel kararların büyük ölçüde belirsizlik altında alınma zorunluluğunun bulunması.

[12] CHASE B.R., AQUILANO N. J., a.g.e., Sayfa 370

- **<u>Rassallık</u>**

Çevresel değişimlerin belirli bir kurala ve düzene bağlı olamadan rassal olarak oluşması.

- **<u>Deneysellik</u>**

Çevre koşulları ile sistemi oluşturan değişkenler, parametreler ve sistemi kısıtlandıran kısıt ve varsayımlarda değişiklikler yaparak, alternatif plan, karar ve yön oluşturma gereksiniminin bulunması. Simülasyonu bir "yönetim laboratuarı" olarak kullanarak, "Böyle olursa ne yapmalıyız ?, Şöyle olsaydı ne yapardık ?" (What if ?) türünden durumların deneylerle incelenme gereksiniminin bulunması.

- **<u>Davranış Analizi</u>**

Yönetim ve karar sistemlerinin, belli gelecekteki belirli bir noktada içerdikleri çözüm değerlerinin tahmini yerine, gelecekte ortaya çıkabilecek davranışlarının yönlendirilme gereksiniminin olması.

- **<u>Sistem Görüşü</u>**

Yapı, sistem ve olayların bir bütün olarak çok yönlü ve geniş bir açıdan incelenme gereksiniminin bulunması. Ayrıca, *evrimsellik* görüşü bakımından da, sistem ve olayların zaman içindeki değişimlerinin incelenme zorunluluğunun olmasıdır.[13]

1.6. Simülasyonu Kullanmanın Sağladığı Avantaj ve Üstünlükler

Simülasyon birtakım dezavantajlara sahip olduğu gibi belirli avantajlara da sahip bir yöntemdir. Bunlardan ilk değinilecek olan, yöntemin sağlamış olduğu yarar ve üstünlükler olup, Pedgen, Shannon ve Sadowski tarafından 1995 yılında düzenlenmiş ve izleyen şekilde sıralanmıştır.[14]

1. Yeni politikalar, işlemsel prosedürler, karar kuralları, bilgi akışları, örgütsel prosedürler, yeni donanımsal tasarımlar, fiziksel yerlerin planlaması, ulaştırma

[13] ERKUT Haluk, a.g.e., Sayfa 299 - 300
[14] BANKS J., CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 4 - 5

sistemleri ve daha birçoğu gerçek sistemin devam eden işlevselliği aksatılmadan incelenebilir ve test edilebilir.

2. Olayın nasıl yada niçin meydana geldiği ile ilgili hipotezler uygunluk için test edilebilir.

3. Ekonomik inceleme altındaki olayın hızlandırılması yada yavaşlatılması için zaman daraltılabilir veya uzatılabilir.

4. Değişkenler arası etkileşimlerin ortaya çıkarılmasında kullanılabilir.

5. Sistemin performansı üzerinde değişkenlerin önemleri ile ilgili bilgi elde edilebilir.

6. Bir simülasyon çalışması bireylerin sistemi nasıl yöneteceklerini düşünmelerinden ziyade sistemi nasıl yöneteceklerini anlamalarında yardımcı olabilir.

7. "Ne olursa - ne olur" soruları cevaplanabilir. Bu durum özellikle yeni sistemlerin tasarımında yararlıdır.

Simülasyon, yukarıda belirtilen durumlarda yararlı olmasının yanında;

1. Simülasyon esnek bir çözüm yöntemidir.

2. Deney koşulları üzerinde analist tam bir kontrole sahiptir. Simülasyonu istenen zamanda durdurup yeniden başlatabilir.[15]

3. Simülasyon, sistem verilerinin detaylı olmadığı durumlarda da kullanılabilir.[16]

1.7. Simülasyon Kullanımının Ortaya Çıkardığı Güçlük ve Dezavantajlar

Simülasyonun kullanım avantajlarının yanı sıra ortaya çıkabilecek güçlük ve dezavantajlarını da göz önünde bulundurmak gerekir;

1. Simülasyon kesin olmayabilir. Bu bakımdan bazen değişik işletim koşullarına sistemin tepkilerinden oluşan bir set ortaya koyar.

---

[15] TÜTEK H. Hülya, GÜMÜŞOĞLU Şevkinaz, "Sayısal yöntemler - Yönetsel Yaklaşım" Beta basım yayım A.Ş., İstanbul, 2000, Sayfa 378 - 379
[16] KUŞ Pelin, a.g.e. , 2004.

2. İyi bir simülasyon modeli yüksek maliyetli olabilir. Çoğunlukla kullanılabilecek nitelikte bir şirket planlaması modelini geliştirmek çok uzun süre alabilir.

3. Her durum simülasyon kullanılarak değerlendirilemez; yalnızca belirsizlik içeren durumlar simülasyon kullanımına adaydır ve rassal olarak değer alan bir süreç olmadan simülasyonun tüm deneyleri aynı sonucu verir.

4. Simülasyon, çözümlerin kendilerini değil, bir çözüm değerlendirme yolu geliştirir.[17]

5. Simülasyon sonuçlarının yorumlanması analitik tekniklerin sonuçlarına benzemediği için zor olabilmektedir.

6. Simülasyon, analitik çözümün olası yada tercih edilebilir olması durumunda da kullanılabilmektedir. Ancak bu durum özellikle bazı bekleme – hattı sistemi modellerinin simülasyonunda olasıdır.[18]

1.8. Simülasyon Türleri

Simülasyon kelimesinin modern anlamda kullanılışı 1940 yılı sonlarında John Von Neumann ve Stanislaw Ulam'ın çalışmalarına Monte - Carlo Simülasyonu adını vermeleri ile başlar. Bu teknik sayesinde analitik işlemleri çok karışık ve deneysel işlemleri de çok pahalı olan nükleer savunma problemleri başarıyla çözülmüştür. 1950 yılı başlarında sayısal bilgisayarların gelişimi ile simülasyon kelimesi başka anlamlarda kazanmıştır. Bu sayede sosyal bilimciler de fizik ve kimyacılar gibi laboratuar deneylerine benzer deneyleri bilgisayarda gerçekleştirme olanağı bulmuştur.[19]

Ekonominin ve sanayiinin çoğu problemleri çok karmaşık olup, deneysel olarak incelemek yada matematiksel olarak kesin bir çözüm bulabilmek oldukça zordur. Bu gibi durumlarda yaklaşık çözüme götüren tekniklere, sezgisel yaklaşımlara, daha doğrusu sistematik denemeye, modele uygun sayısal denemeye dayanan metotlara başvurulmaktadır.[20]

---

[17] TÜTEK H. Hülya, GÜMÜŞOĞLU Şevkinaz, a.g.e., Sayfa 379
[18] BANKS J., CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 5
[19] HALAÇ Osman, "Kantitatif Karar Verme Teknikleri", Evrim Dağıtım, 3. Baskı, İstanbul, 1991, Sayfa 335
[20] YILMAZ Zekai, "Sayısal Yöntemler", Uludağ Üniversitesi Basımevi, Bursa, 1988, Sayfa 203 - 204

Yukarıda ifade edilen bu metotlar belli ana başlıklar halinde sıralanacak olursa, bunlarla ilgili dört simülasyon çeşidi mevcut olup; şunlardır:[21]

1. Monte - Carlo Simülasyonu
2. Sürekli - Sistem Simülasyonu
3. Kesikli - Olay Sistem Simülasyonu
4. Birleştirilmiş Kesikli – Sürekli Sistem Simülasyonu

1.8.1. Monte Carlo Simülasyonu

Bir üniform dağılımdan yani rassal sayıları U(0,1) rassal değişkeni kullanan monte carlo simülasyonu aynı zamanda zaman unsurundan bağımsız bir yapı ile statik modellere ilişkin olarak kullanılmaktadır. Monte Carlo Simülasyon yöntemi aşağıdaki beş temel aşamadan meydana gelmektedir.

1. Değişkenler için ihtimal (olasılık) dağılımının bulunması,
2. İlk aşamadaki her değişken için olasılık dağılımının kümülatif toplamının bulunması,
3. Her değişken için rasgele sayı aralığının bulunması,
4. Rasgele sayıların üretilmesi,
5. Simülasyon işleminin tamamlanarak, geçek olayın benzetiminin yapılması.[22]

Monte Carlo Simülasyon yöntemi, iki farklı sınıftaki problemlerin çözümünde kullanılabilir. İlk problem tipi için Monte Carlo metodu, olasılık dağılımlarından veri tabanı simüle etmek için geliştirilebilir. İkinci sınıf problemlerde ise, kümülatif dağılım fonksiyonunun fonksiyonel ilişkilerini ve

---

[21] HALAÇ Osman, "Kantitatif Karar Verme Teknikleri", İstanbul Üniversitesi Yayını Arpaz Matbaacılık Ltd., İstanbul, 1978, Sayfa 444

[22] TEKİN Mahmut, "Kantitatif Karar Verme Teknikleri" Akça Ofset Basımevi, 2. Baskı, Konya, 1992, Sayfa 260 -261

deterministik bir problemin çözüm gereksinimlerini karşılayan bir stokastik süreç simülasyonu ile yaklaşık çözümler olası olabilir.[23]

1.8.2. Sürekli Sistem Simülasyonu

Sürekli sistem simülasyonu, bir sistemin modellenmesi ile ilgili durum değişkenlerinin zamana bağlı olarak sürekli değişim içinde olduğu temsili bir modeldir.[24]

Bir başka ifade ile de, davranışları zamanla birlikte sürekli değişim gösteren sistemlerle ilgilenmektedir. Sürekli sistemlerin simülasyonu genelde, sistemin farklı elemanları arasındaki etkileşimin birtakım diferansiyel denklemlerle ifade edildiği modellerdir. Dünya nüfusundaki hareketliliğin araştırılması buna tipik bir örnek olarak verilebilir.[25]

Sistem simülasyonu güncel verilerin karmaşık problemlerde yararlı olduğu ve bir model doğrultusunda işlevsel çevrenin bir kopyası ile ilerleme sağlayan bir süreçtir. Buna göre sürekli sistem simülasyonu, durum değişkenlerinin değeri zamana göre sürekli değişen bir sistemin modellenmesine ilişkindir. Yani burada *zaman unsuru* söz konusudur. Bu simülasyon türü, sistem analizlerinin alternatif yönetim faaliyetlerine yanıt vermesine ve kararlar için sağlam bir temel sağlanmasına olanak vermektedir.[26]

Bu anlamda söz konusu bir işletmenin toplam maliyetini bulabilmek için değişik işletme koşullarında sistemin performansının ölçümü gerekmektedir. Bunun içinde sistemin modelini kurmaya gerek vardır. Model kurulduktan sonra, sıra sistemin davranışını incelemeye gelmiştir. Bunun içinde simülasyon yapılır.

Bu amaca ilişkin olarak;

- Sisteme gerçekte karşılaşacağı düşünülen girdiler verilir.

---

[23] THIERAUF J.R., KLEKAMP C.R., "Decision Making Throught Operations Research" John Willey and Sons, Inc., New York, 1975, Sayfa 454
[24] LAW Averil M., KELTON W. David, "Simulation Modeling and Analysis ", Mc Graw Inc., Singapore, 1991, Sayfa 109
[25] TAHA Hamdy A., "Yöneylem araştırması", Literatür Yayıncılık,Dağıtım, Pazarlama San Tic. Ltd. Şti., Beyoğlu - İstanbul, 2000, Sayfa 671
[26] THIERAUF J.R., KLEKAMP C.R.,a.g.e. , Sayfa 455

- Sistemde dalgalanmalar oluşturacak olan gerçekçi bozucu etkiler sisteme dahil edilir.[27]

1.8.3. Kesikli – Olay Sistem Simülasyonu

Kesikli olay sistem simülasyonu, dinamik, kesikli ve olasılıklı veya deterministik yapıdaki sistemlere ilişkin durum değişkenlerinin zamanın belirli noktalarında değişim gösterdiği durumlardaki simülasyon modellemesi ile ilgilidir.

Diğer bir ifadeyle durum değişkenlerinin zaman içindeki belirli noktalarda sadece kesikli yada sayılabilir olarak değiştiği durumlardır.[28] Kesikli simülasyon modelleri, sistemlerin davranışlarındaki değişimleri sadece verilmiş olan bir anda izleyen modellerdir. Buna tipik bir örnek olarak, bekleme - hatlarında ortalama kuyrukta bekleme süresinin ve bekleme hattı uzunluğunun tahmini gösterilebilir.

Sistemin durumu sadece bir müşterinin sisteme girdiği yada sistemden çıktığı anda değişir. Sitemde zaman içinde meydana gelen değişimler modelde olay unsurunu oraya çıkarır. Bu olaylar kesikli noktalarda meydana geldiği için kesikli olay simülasyonu yöntemi ortaya çıkmıştır. [29]

Kesikli – olay sistem simülasyonu birçok yardımcı unsurla ilgili olup, bu unsurlar mantıksal bir örgütlenme ile simülasyon modelinin bilgisayar programının kodlanmasına, hatasızlaştırılmasına ve gelecekteki değişimlerin geliştirilmesine yardımcı olmuştur. Özellikle, söz konusu bu unsurların çoğu kesikli - olay simülasyon modelinde bulunmakta ve sonraki - olayların planlanması yaklaşımında kullanılmaktadır. Başlıca önemli unsurlar aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

- Sistem durumu : Belirli bir zamanda sistemin açıklanması için sistem durum değişkenlerinin toplanmasıyla belirlenir.

---

[27] ERKUT Haluk, "Sistem Analizi" Sistem Bilimleri Dizisi 2, İrfan Yayımcılık ve Tanıtım Ltd. Şti., İstanbul,1995, Sayfa 38
[28] WINSTON WAYNE L., a.g.e., Sayfa 1115
[29] TAHA Hamdy A., a.g.e., Sayfa 671

- Simülasyon saati : Simüle edilen zamanın geçerli değerini veren değişkendir.
- Olay listesi : Her bir olayın meydana geleceği zamanı dilimini içeren listedir.
- İstatistiksel sayaç : Sistem performansı ile ilgili istatistiksel bilgileri saklamak için kullanılan değişkenlerdir.
- Başlangıç unsuru : Simülasyon modelini sıfırdan başlatmak için bir alt programdır.
- Olay unsuru : Özel türde bir olay meydana geldiğinde sistemi güncelleştirir.
- Kütüphane unsuru : Simülasyon modelinin bir bölümü gibi tanımlanan ve olasılık dağılımlarından rasgele gözlemler üretmek için kullanılan bir alt program grubudur.
- Rapor üretici : Simülasyon bittiğinde istenilen performans ölçümlerini tahmin ederek hesaplayan (istatistiksel sayaçlardan) ve rapor üreten bir alt programdır.
- Ana program : Zamanlama unsuru ile bir sonraki olayı tanımlar ve daha sonra sistemi buna uygun bir biçimde güncelleştirir.[30]

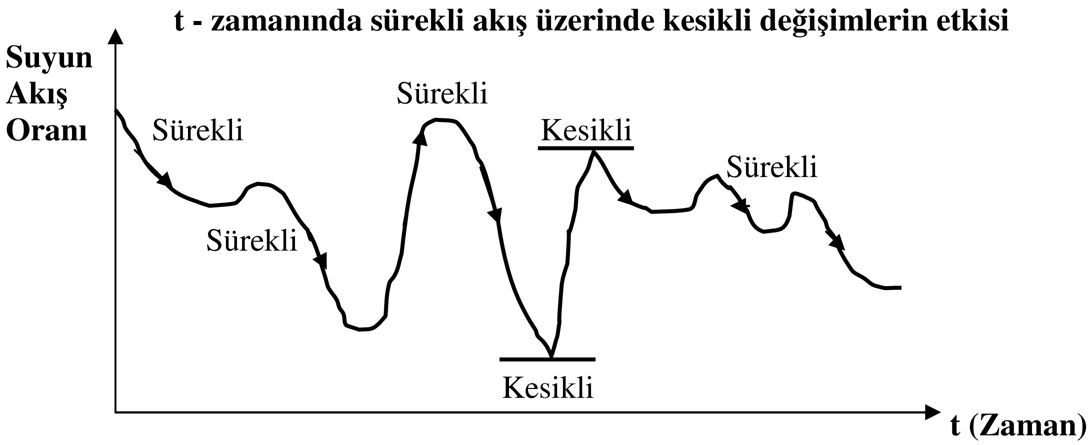
1.8.4. Birleştirilmiş Kesikli – Sürekli Sistem Simülasyonu

Bir sistemde, bazı durum değişkenleri sürekli ve diğerleri de kesikli olarak değişiyorsa bu sistem birleştirilmiş sistem olarak sınıflandırılır. Bazı fiziksel sistemler olan (süreç endüstrileri, rafineri içeren endüstriler, kimyasal fabrikalar ..vb.) birleştirilmiş sistem simülasyonu uygulama alanları olarak sınıflandırılmaktadırlar.

Bu durumu şekil yardımı ile de açıklamak mümkündür.[31]

[30] LAW Averil M., KELTON W. David, ,a.g.e., Sayfa 10
[31] KHOSHNEVIS B. ,a.g.e., Sayfa 13-14-15

Şekil 1.9 **4.3 Birleştirilmiş Sistemdeki Durum Değişkeni**



Yukarıda ifade edilen şekil 4.3. birleştirilmiş (kesikli–sürekli) sistem durum değişkeninin bir örnek yardımı ile gösterimidir.

1.9. Simülasyon Modellerinin Genel Olarak Sınıflandırılması

Modeller, somut ve soyut olmak üzere genel itibariyle sınıflandırılabilir. Simülasyon modeli ise somut bir model olarak bilinir ve bir sistemi sembolik notasyonlar ve matematiksel eşitlikler kullanarak temsil eder. Böylece simülasyon modeli, söz konusu sistemin matematiksel bir modeli olmaktadır.[32]

Bu modellerin sınıflandırılması izleyen şekilde ifade edilebilir;

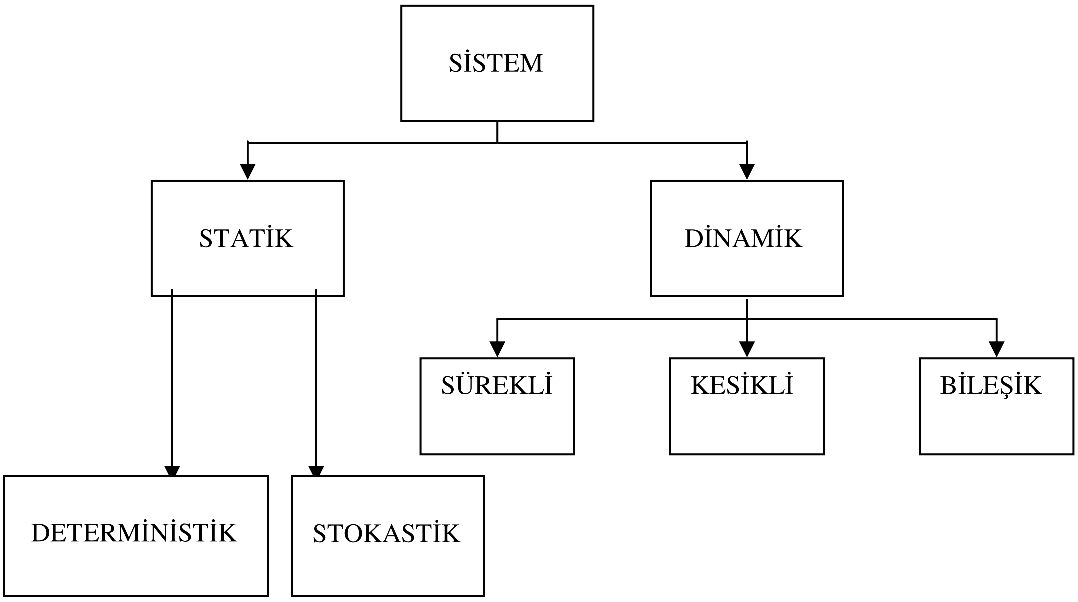
1. Statik ve dinamik simülasyon modelleri,
2. Deterministik ve stokastik (rassallık özelliği taşıyan) simülasyon modelleri,
3. Sürekli ve kesikli simülasyon modelleri.[33]

---

[32] BANKS J., CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 12
[33] KHOSHNEVIS B., " Discrete Systems Simulation " Mc Graw Hill Inc., Singapore,1994, Sayfa 15

Bu durumla ilgili olarak şekil 1.9.1 simülasyon modellerinin nasıl sınıflandırılabileceği hakkında bilgi vermektedir.

Şekil 1.9.1 **Simülasyon Modellerinin Sınıflandırılması ve İlişkilendirilmesi**



1.9.1. Statik ve Dinamik Simülasyon Modelleri

1.9.1.1. Statik Simülasyon Modelleri

Statik simülasyon modeli, zamanın belirli bir noktasında bir sistemin temsil edilmesidir. Genellikle statik bir simülasyon Monte - Carlo simülasyonu olarak adlandırılır.[34]

Bir başka ifadeyle, statik simülasyon modelleri ekonomik ilişkileri zamandan soyutlayarak veya zamanın bir noktasında ele alarak inceleyen modeller olarak tanımlanırlar.[35]

1.9.1.2. Dinamik Simülasyon Modelleri

Dinamik simülasyon modeli ise, zamanın her noktasında değişen bir sistemin temsil edildiği modeldir. Ayrıca zaman kavramını veya zamanı açıkça içeren

[34] WINSTON WAYNE L., " Operations Research Applications and Algorithms ", PWS - KENT Publishing Company, Boston, 1991, Sayfa 1115

[35] İŞYAR Yüksel, a.g.e., Sayfa 9

modellerdir. Bununla birlikte, dinamik modellerde değişkenlerin fonksiyonel ilişkiye girdiği zaman açıkça belirtilmektedir. Dinamik süreç, model veya sistemdeki tüm değişkenlerin zaman sürecindeki davranışını belirleyen bir teoridir. Dinamik modellerde değişkenlerin geçmiş ve geleceğe ait değerleri arasında simülasyon ile bağlantı kurulabilir.[36]

1.9.2. Deterministik ve Stokastik Simülasyon Modelleri

1.9.2.1. Deterministik Simülasyon Modelleri

Deterministik simülasyon modelleri, kullanılacak tüm verilerin kesin olduğu problemlerin analizi ve çözümü için uygundur. Örneğin; deterministik yapıya sahip stok problemleri, seyahat ve vardiya planlarının simülasyon modelleri vb.., bir çoğu sayılabilir. Deterministik simülasyon modeli, şematik bir biçimde şekildeki gibi girdi ve çıktı ilişkisine sahip bir kara kutu olarak tasvir edilebilir.

Şekil 1-9.2 **Kara Kutu Olarak Deterministik Simülasyon Modeli**

Bu kara kutunun daha doğru karakterize edilebilmesi için aşağıdaki ayrımlardan yararlanılabilir.

Elemanlar : Sistem teorisi çerçevesinde bir sistemi oluşturan öğeler eleman olarak nitelendirilmektedir. Örneğin; trenler, istasyonlar, üretim siparişleri, makineler eleman olabilir.

Eleman Özellikleri : Eleman özelliklerinin tanımlanabilmesi için belirli değişken tipleri kullanılmaktadır. Üç değişken grubu arasında ayrım yapmak mümkündür.

Bunlar ;

- Deterministik simülasyon modellerinde kullanılan (bağımsız) girdi değişkenleri.

[36] İŞYAR Yüksel, a.g.e., Sayfa 9 - 11

- Belirli bir zaman sürecinde modelin güncel statüsünü açıklayan statü değişkenleri; örnek olarak bir seyahat simülasyonun da trenlerin varış ve hareket zamanları verilebilir.

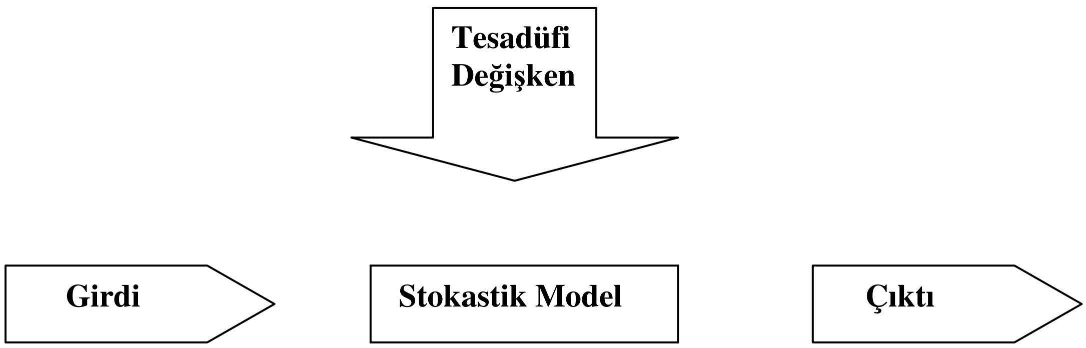
- Girdi ve statü değişkenlerinin bağlantısı sonucunda elde edilen ve istenilen simülasyon sonuçlarını teşkil eden (bağımlı) çıktı değişkenlerine; bir seyahat simülasyonun da belirli iki istasyon arasındaki trenlerin seyir sürelerini örnek vermek mümkündür.

İlişkiler : İlişkiler, modelin elemanları veya daha açıkçası yukarıda açıklanan değişken tipleri arasındaki ilişkileri tasvir etmektedir. Bunlara, başlangıç şartlarının tanımı için gerekli teşhis ve sınırlama ilişkileri de dahil edilmektedir.

1.9.2.2. Stokastik simülasyon Modelleri

Bazı simülasyon modellerinde ele alınan olaylar büyük ölçüde tesadüfi olaylara bağlı olduğundan stokastik problemlerin analizi ve çözümü için stokastik simülasyon modellerinden yararlanılabilir. Stokastik simülasyon modelini izleyen kara kutu sistemi ile ifade edebiliriz.

Şekil 1-9.3 **Kara Kutu Olarak Stokastik Simülasyon Modeli**



Deterministik simülasyon modellerinden farklı olarak stokastik simülasyon modellerinde rassallık söz konusudur. Bu tipteki bir simülasyonun özellikleri bir tesadüfi deneyin sonuçlarından elde edilebilmektedir. [37]

[37] WINSTON WAYNE L., a.g.e., Sayfa 1154

BÖLÜM 2

SİMÜLASYON UYGULANMA SÜRECİ VE AŞAMALARI

Bu kısımda ele alınacak olan simülasyonun aşamaları, bir simülasyonun çalışmasının nasıl yapılacağı ile ilgilidir. Herhangi bir simülasyon çalışması birkaç farklı ana aşamadan oluşabilmektedir.

Bununla birlikte, yapılan yada yapılacak bazı simülasyon çalışmaları, bu aşamaların tamamından oluşmayabileceği gibi burada ifade edilecek olan sıra ile de meydana gelmeyebilir.[38]

Bununla birlikte, simülasyon çalışması basit sayılabilecek bir süreç değildir. Bu bakımdan, çalışmanın yürütülebilmesi ve sistem ile ilgili unsurların daha iyi anlaşılmasını sağlayabilmek için sıklıkla önceki adımlara geri dönülmek istenir. Örneğin, çalışma devam ederken sisteme yeni bilgi girişlerinin olması, problemin çözümlenebilmesinde problemin yeniden formülasyonunu gerektirebilir.[39]

Ayrıca sistemde bulunan ve dinamik nitelik gösteren unsurlar algı veya sezgi yoluyla incelenebilir.[40]

Simülasyon yöntemi kullanımı uygulamalarda,

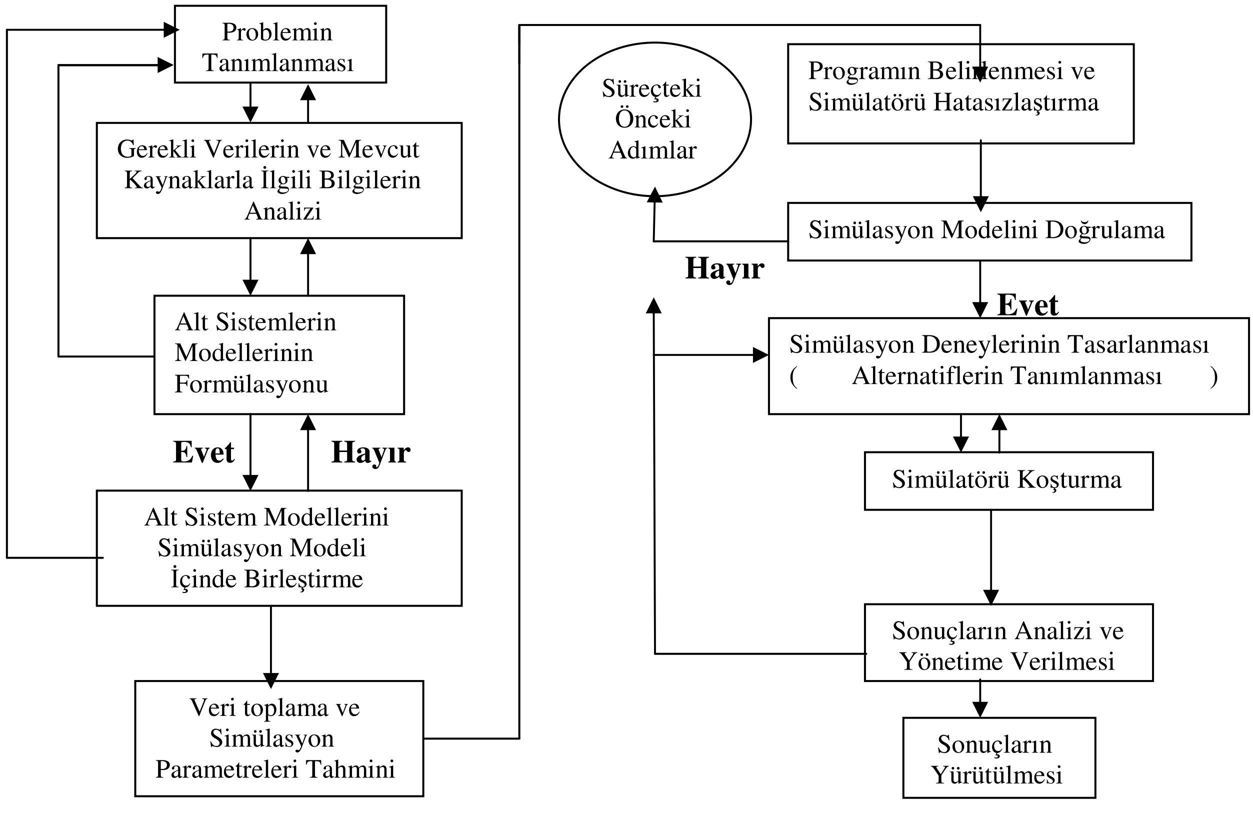
1. Sistemlerin davranışlarını inceleme ve tanımlama,
2. Gözlenen sistem davranışını açıklayan teori yada hipotezleri deneme ve uygulama,
3. Bu teorileri kullanarak, sistemdeki değişimlerin etkilerini belirleme ve böylece sistemin gelecekteki davranışını tahmin etmeyi amaçlayan deneysel bir özellik sağlar.[41]

---

[38] WINSTON WAYNE L., a.g.e., Sayfa 1155
[39] LAW Averil M., KELTON W. David,, a.g.e. , Sayfa 106
[40] ŞEN Salim., "İşletme Yönetimine Modeller Yoluyla Yaklaşım; İşletme Yönetim Sürecinde Model Kullanma Üzerinde Bir Araştırma", Emel Matbaacılık San. Ltd. Şti., Ankara, 1973, Sayfa 23
[41] SARIASLAN Halil, a.g.e, Sayfa 44

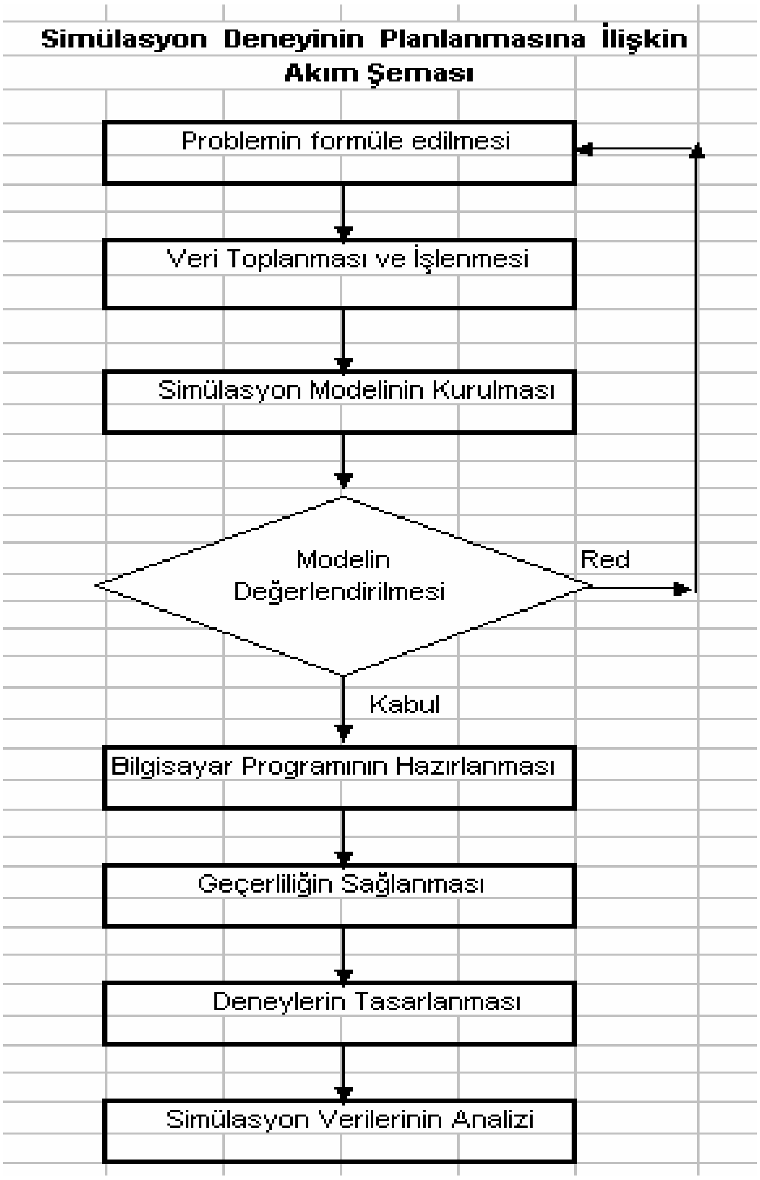
Yukarıda ifade edilenlerin ışığında, bir simülasyon çalışmasına rehberlik edebilecek aşamalar uygulama bölümünde izleyen şekille gösterilebilir.[42] Ayrıca aşağıdaki akış diyagramından uygulama bölümünde yararlanılmıştır.

<u>Şekil 2.1.</u> **Simülasyon Sürecindeki Aşamalara İlişkin Akış Diyagramı**



[42] EMSHOFF James R., SISSON Roger L., "Design and Use of Computer Simulation Models", The Macmillan Company, USA, 1970, Sayfa 50

Şekil 2.2 **Genel Hatları ile Simülasyon Sürecine İlişkin Akış Diyagramı**



Yukarıda ifade edilmiş olan simülasyon sürecine ilişkin akış diyagramı genel aşamalar halinde ele alınmış olup, 4. bölüm olan uygulama bölümü ile ilişkilidir.[43]

[43] ŞEN Salim., a.g.e. , Sayfa 22

2.1. Problemin Tanımlanması ve Formülasyonu

Yapılan tüm bilimsel çalışmalar belirgin bir durumda ve ortamda ilgili hedeflerin bütünüyle ortaya konarak, amaca yönelik etkin sonuçlar bulmak amacıyla yapılmaktadır.[44]

Simülasyon denemesi planlamadan önce, söz konusu problem açık bir şekilde tanımlanmalıdır. Bu aşama simülasyon denemesi boyunca problemin yeniden ifade edilmesini gerektirebilir. Pek çok araştırmada olduğu gibi simülasyon denemesi de sorunlara çözüm bulma, hipotez testi, parametre etkilerinin gözlenmesi gibi daha basite indirgenerek ele alınabilir.

Simülasyon süreci başlatılırken araştırmanın amacı ve değerlendirme kriterleri mutlaka belirlenmelidir. Bu temel unsurlar belirlendikten sonra bilgisayarla simülasyon yapmanın maliyeti, simülasyonun karmaşık düzeyi ve hedeflenen amacı karşılama düzeyi gibi simülasyona devam edip etmeme kararına etki edebilecek faktörler göz önüne alınmalıdır.[45]

Ayrıca, araştırma ekibi tarafından belirlenen problemler ve bunların giderilmesine yönelik çözümlerin gerçekleştirilmesini sağlayacak ve incelenen sistemi temsil edecek bir model formüle edilmelidir. Model belli bir amaç için geliştirileceğinden ilgili amaca yönelik olarak formüle edilmelidir. Dolayısıyla, model hedeflenen ilgili amaca yönelik olarak toplam sistemin yalnızca belli bir alt sisteminin ya da alt sistemlerinin işleyişini temsil edecek bir biçimde de formüle edilebilir.

İyi bir benzetim modelinde gerçeğin temsil edilebilmesi, anlaşılabilir ve kullanımının kolay olması aranan temel özellikler olduğundan, sistemin işleyişini belli bir ya da birkaç alt sistemi kapsayan bir model geliştirerek temsil etmek daha uygun olacaktır.

Daha öncede ifade edildiği gibi bir simülasyon modeli, karmaşıklık düzeyi ve model üzerinde yapılacak deneylerin çokluğu sebebiyle bir akış şeması biçiminde ifade

[44] LAW Averil M., KELTON W. David, a.g.e. , Sayfa 107
[45] HALAÇ Osman, " İşletmelerde Simülasyon Tekniği", İstanbul Matbaası, İstanbul, 1982, Sayfa 3-4

edilebilir. Daha sonra ise, bu akış şeması yardımı ile simülasyon bilgisayar ortamında gerçekleştirilebilir.[46]

Bununla birlikte, ele alınan problemin teşhisinin iyi yapılması ve anlaşılması, sistemi temsil edecek olan modelin geliştirilmesi bakımından çok kritik bir aşamadır. Bu aşamanın önemi özellikle, simülasyon sürecinin tekrarlı işleyişinde ortaya çıkmaktadır.[47]

2.2. Verilerin Toplanması

Veri toplama, gerektiğinde işlenebilir özellikteki verilerin elde edilerek kullanıldığı bir süreçtir. Veriler toplanmaya, kaydedilmeye, etkin bir araca dönüştürülmeye başlandığı zaman verileri elle işleme işlemi ve son çıktı hazırlıkları da başlamış olur. Elle işleme aşamaları; işlem performansları için sınıflandırma, sıralama, birleştirme vb., aritmetik ve mantıksal işlemlerdeki gibi adlandırılır. Bu işlemler, elle işlenecek veri miktarına bağlı olarak bilgisayar kullanarak yada kullanmaksızın ortaya konabilir.[48]

Bir problem tanımlanmadan önce verilerin derlenmesi ve işlenmesi gerekir. Bu amaçla bilgisayarla yapılacak olan bir simülasyon çalışmasında başarılı olabilmek için birtakım ön hazırlıklar yapılmalıdır. Bunlar ;

1. Kantitatif veriler önceden hazırlanmalıdır.
2. Anlamlı bir düzeye indirgenen verilerin, sistemin davranışlarını araştırmak için matematik bir model kurmaya uygun olup olmadığı araştırılmalıdır.
3. Veriler, simüle edilmekte olan sistemin matematik modelini iyileştirmeye imkan verebilir.
4. Veriler, sistemin durum değişkenlerinin çalışma karakteristiklerinin parametrelerini tahmin etmek için kullanılır.
5. Veriler olmaksızın simülasyon modellerinin geçerliliğini araştırmak olası değildir.

---

[46] SARIASLAN Halil, a.g.e. , Sayfa 45
[47] EMSHOFF James R., SISSON Roger L., a.g.e. , Sayfa 51
[48] NAYLOR Thomas H.,BALINTFY Joseph L.,CHU Kong, BURDICK Donalds, “Computer Simulation Techniques”, John Wiley and Sons, Inc., USA, 1966, Sayfa 28 - 29

Özellikle stokastik sistemlerin tasarımında, tecrübelere dayalı verilerin yada teorik olasılık dağılımlarının kullanımı önem taşımaktadır. Bu durum önemli bir aşamadır ve izleyen nedenlerden dolayı araştırmanın temelini oluşturur.

- İşlem görmemiş ham verilere göre sistemin çalıştırılması.
- Modelin işlenmesi için gerekli olan rasgele değişkenler üretilirken tabloların kullanılması yerine teorik dağılımların, bilgisayar ve belleğin etkin bir biçimde kullanılması.
- halde, kullanılan veriler, geçerlilik, verilerin dağılımı, teorik dağılımlar gibi unsurlar simülasyon çalışmasının başarısını önemli ölçüde etkileyen faktörlerdir.[49]

2.3. Modelin Bilgisayara Aktarılması

Model kurulduktan sonra bu modeli bilgisayarda analiz etmek için modeli bilgisayar ortamına aktarmak gerekir. Bu genellikle söz konusu model için bir bilgisayar programı geliştirmeyi kapsamaktadır. Buradaki önemli kararlardan biri dilin seçimidir. Bununla birlikte, burada göz önünde tutacağımız önemli kriter ise, özel - amaca ilişkin simülasyon dillerin, genel-amaca ilişkin dillere göre daha az programlama gerektirmesinin yanında daha az esnek olması ve bilgisayarda işlem yapabilme performansının daha uzun olmasıdır.[50]

Simülasyon modelinin bilgisayar ortamına aktarılmasında belirli adımlar söz konusudur.

Bunlar;

- Akış diyagramının çizilmesi,
- Kodlama,
  - Genel - amaçlı simülasyon dilleri , Özel amaçlı simülasyon dilleri,
- Hataların ayıklanması,

[49] HALAÇ Osman, a.g.e., Sayfa 4
[50] WINSTON WAYNE L., a.g.e., Sayfa 1156

- Toplanan verilerin kullanılması ve başlama koşulları,
- Toplanan verilerden yeni verilerin üretilmesi,
- Çıktı raporunun hazırlanması.

Birbirinden farklı özelliklere sahip olan simülasyon dilleri arasındaki belirgin farklar kısım 2.10'da ayrıntılı olarak ele alınacaktır.[51]

Simüle edilen model çok basit bir yapıya sahipse, standart programlama dilleri (Fortran, Basıc, PL/1, Algol ..vb.) kullanılarak model bilgisayar ortamına aktarılır. Ancak daha karmaşık modellemeler için özel-amaçlı simülasyon dilleri olan GPSS, GASP, SLAM, SIMAN, SIMSCRIPT, MODSIM, SIMNET ..vb., simülasyon dilleri kullanılmaktadır.[52]

2.4. Modelin Test Edilmesi

Bilgisayara kodlanarak aktarılan modelin doğru bir şekilde işleyip işlemediği yada geliştirilen modelin gerçek sistemi iyi temsil edip etmediği yani geçerliliği test edilmelidir.[53] Modelin test edilerek doğrulanmasındaki amaç, kurulan modelin tam olarak bilgisayara aktarılmış temsilinde yansıtıldığını anlamaktır. Bununla birlikte, doğrulama sürecinin kullanımına yaygın olarak kabul görmüş birçok öneri verilebilir. Bunlar;

1. Araştırma ekibine modele ilişkin tüm kodların anlatılması.
2. Olaylar meydana geldiğinde sistemde oluşabilecek olası faaliyetleri içeren ve modeli her bir olay tipindeki her faaliyet için izleyen bir akış diyagramı yapmak.
3. Girdilerin doğru bir biçimde yerleştirilebilmeleri için model çıktılarının dikkatlice gözden geçirilmesi ve bilgisayardan elde edilen temsili çıktının istatistiksel testlerle tamamen doğrulanması.

[51] HALAÇ Osman, a.g.e., Sayfa 5
[52] WAGNER Harvey M., " Principles Of Operations Research With Applications To Managerial Decisions ", Prentice Hall International Inc., London, 1972, Sayfa 893
[53] SARIASLAN Halil, a.g.e., Sayfa 46

4. Bilgisayar ortamına aktarılan temsili modelin sahip olduğu girdilerin simülasyon bitiminde çıktısını alırken, bunların parametre değerlerinin sehven değiştirilmediğinden emin olmak.

5. Modelde kullanılan her değişkene ilişkin tam bir tanımlama vermek.[54]

2.5. Modelin Geçerliliğinin Sağlanması

Genel olarak bir simülasyon modeli çok sayıda öğe ve mantıksal bağlantıdan meydana gelir. Bu bakımdan, bireysel unsurlar dikkatlice test edildiğinde, tüm modelin çıktıları içindeki büyük değişimlerin pek çok küçük değişimler sonucu meydana geldiği anlaşılabilir. Dolayısıyla, bilgisayar programının yazılması ve hatasızlaştırılmasından sonra benzetilen sistemin davranışının uygun bir biçimde tahmin edilerek modelin geçerli kılınmasını sağlamak oldukça önemlidir.

Ele alınan model gerçek verilerin bulunmadığı bir sistem için alternatif tasarım biçimlerinin benzetimini yada politikalarının incelenmesini amaçlıyorsa modelin çıktıları ile toplanan birtakım gerçek verilerin karşılaştırılmasında Alan Testleri kullanımı yararlı olabilmektedir. Buradaki diğer bir olasılık ise, var olan sistemin önerilenlerden birini karşılaması için geçici ve amaca uygun bir biçimde bozulmasıdır.[55]

Bir simülasyon modelinin geçerliliğini araştırmak için üç yöntem kullanılabilir.

1. Modelin geçerli olması : Parametrelere sınır değerler verildiğinde modelden olumlu cevaplar alınabilir.

2. Varsayımların testi.

3. Girdi – çıktı dönüşümünün testi.

Buradaki son iki yöntem ortalama testi, varyans testi, regresyon analizi, faktör analizi, spektral analiz, oto - korelasyon, ki - kare, parametrik olmayan testlerle ilgilidir.[56]

[54] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 401 - 402
[55] HILLER S. FREDERICKH., LIEBERMAN GERALD J., a.g.e., Sayfa 873
[56] HALAÇ Osman, a.g.e., Sayfa 5 - 6

2.6. Deneyin Gerçekleştirilmesi ve Çıktıların Alınması

Bu aşamaya kadar gelinmiş olunan simülasyon modelinin performansından memnun kalındığı takdirde, söz konusu model eldeki problemin çözümü için kullanılabilir. Bu aşamayı takiben de modelden elde edilen sonuçların istatistiksel güvenirlilik ve geçerliliklerinin analizi yapılmalıdır.[57]

Gelinen bu aşamada modelin geçerliliği sağlanmışsa model ile amaçlanan karar değişkenlerinin değerlendirilmesi ve gerçek sistemi temsil eden bu model üzerindeki uygulama sonuçları gözden geçirilmelidir. Ancak burada dikkat edilmesi gereken husus, deneysel nitelikteki simülasyon modellerinin istatistiksel deney hatalarına açık bir yapıda olmasıdır. Buna neden olarak, her deneyin ana kütleden alınan bir örneklemi temsil etmesi ve bunun sonucunda da istatistiksel örneklem hatalarının oluşabilmesi gösterilebilir. Bu bakımdan, simülasyon çalıştırımları kullanılarak ana kütle parametreleri hakkında belli bir olasılıkla belli bir güven aralığında tahminde bulunabilmek ve istatistiksel deney hatalarını kabul edilebilir bir düzeyde tutabilmek için simülasyon deneylerini çok iyi planlamak gerekir.[58]

Yapılan bir simülasyon çalışması ele alınan problemle ilgili kabul edilebilir, anlaşılır ve kullanılabilir bir sonuç sağlamalıdır. Simülasyon sonuçlarının alınması önemli bir süreç sonunda oluşmaktadır. Yapılan bir araştırmaya göre, simülasyon projelerine harcanan zamanın aşamalara göre payı izleyen şekliyle; %25'i problemin tanımlanmasına, %20'si veri derleme ve analizine, %30'u modelin geliştirilmesine, %25'i uygulama ve çıktıların alınarak değerlendirilmesine ayrılmıştır.[59]

Simülasyondan elde edilen çıktıların alınmasına ilişkin dikkat edilmesi gereken hususlar şu şekilde sıralanabilir;[60]

- Çıktılar için uygun bir kelime haznesinin seçilmesi,
- Çıktıların uzunluğunun ve biçiminin kısa ve özlü olarak yazılması,

---

57 WINSTON WAYNE L., a.g.e. , Sayfa 1156
58 SARIASLAN Halil, a.g.e., Sayfa 46
59 HALAÇ Osman, a.g.e. , Sayfa 7
60 SHANNON E. Robert, "Introduction to the Art and Science of Simulation" In Proceeding of the 1998 Winter Simulation Conference, MEDEIROS D.J., WATSON E.F., CARSON J.F., MANIVANNAN M.S.,Eds.,USA,1998, Sayfa 13

- Çıktıların tam vaktinde ve uygun olarak elde edilmesi,
- Kullanıcının amacına uygun olarak düzenlenmesi önemlidir.

2.7. Sonuçların Değerlendirilmesi

Geliştirilen modelin çalıştırımı sonucu elde edilen bilgi ve veriler başlangıçta belirlenen amaçlar göz önünde bulundurularak çözümlenir ve değerlendirilir daha sonra ise karar seçeneklerine ilişkin olarak yorumlanır ve gerçek sistemin işleyişi konusunda bir karara varılır. Bununla birlikte, elde edilen sonuçlara ilişkin olarak modelin istenilen amaca hizmet edip etmediğinin araştırılması gereklidir. Model istenilen amaca hizmet etmiyorsa, yani iyi bir temsili model olduğu konusunda şüpheler oluşmuş ise bu şüphelerin giderilmesi için gerekli düzenlemeler yapılmalıdır. Modelin gerçek sitemin iyi bir temsili olduğu konusunda karara varıldıktan sonra model çeşitli uygulamalar için kullanılmalıdır.[61]

İlgili sistem modelinin yardımı ile bilgisayar kullanılarak elde edilen veriler için sonuçların değerlendirilmesi adımına başvurulur. Simüle edilen verilerin analizi ise izleyen üç adımdan meydana gelmektedir;

(1) Simüle edilen verilerin toplanması ve işlenmesi,

(2) Test istatistiklerinin hesaplanması,

(3) Sonuçların yorumlanması.

Simüle edilen verilerin analizi ile gerçek dünya verilerinin analizi birbirine çok benzer bir yapıda olmasına rağmen bazı önemli faklılıklarda mevcut olabilmektedir.

Bilgisayar simülasyonunun istatistiksel tekniklerle analizinde önemli bir zorlukta örnekleme dağılımından yararlanmadır. Örnekleme dağılımında rasgeleliğin oluşabilmesinin yolu bu unsurun iyi anlaşılması ve açıkça belirtilmesinden geçmektedir. Ancak, simülasyon deneylerinde ise rasgelelik kavramı genelde stokastik süreçlerle ilgili olup, özellikle sayısal değerleri hesaplanabilen algoritmalardan farklı

[61] SARIASLAN Halil, a.g.e., Sayfa 47

olarak, ilişkiler açık değildir. Bunun yanında diğer bir zorlukta, örnekleme dağılımının genellikle statik modellerle ilişkili olabilmesine karşın, simülasyonun doğası gereği genelde dinamik modellerle ilişkili olabilmesidir.[62]

2.8. Simülasyon Deneyinin Tasarımı

Simülasyon, gerçek bir sistem hakkında bilgi elde etmek için bir model aracılığı ile deneme yaparak, istenilen bilgileri sağlamayı amaçlar. Bu bakımdan, deneme yapmak için istenilen bilgileri sağlayacak deneyin iyi bir şekilde tasarlanması gerekmektedir. Deney tasarımı konusu biyoloji, fen bilimleri ve simülasyon alanlarında geniş uygulama bulmuştur.

Deney tasarımının iki kullanım amacı vardır;

- Gerekli deneme sayısını azaltmak,.
- Araştırmacının öğrenme sürecini hızlandırmak.

Deney tasarımıyla incelenen sistem hakkında yeterli bilgi elde edilmeye çalışılır. Tasarım, çözüme öncülük eden bilgiyi sağlayan gözlem ve analiz sürecidir. İyi bir deney tasarımı, amaca ilişkin olarak yapılacak sentez ve konjonktür için faydalı delilleri derleme stratejisi sağlar. Deney tasarımı ile yürütülen her bir testin bilgisayarda nasıl yürütüleceği ile ilgili olarak ; (1) Başlama koşulları, (2) örneklem hacmini düşürürken aynı zamanda varyansı da azaltma unsurları önem taşımaktadır.[63]

İstatistiksel olarak küçük bir varyansa sahip ve yansız olan bir tahminci için araştırma ekibinin her bir deney tasarımında izleyen unsurların uygunluğunu açıkça belirtmesi gerekmektedir :

- Her bir simülasyon çalıştırımının uzunluğu,
- Bağımsız simülasyon çalıştırımlarının sayısı,

---

[62] NAYLOR Thomas H.,BALINTFY Joseph L.,CHU Kong, BURDICK Donalds, a.g.e., Sayfa 41
[63] HALAÇ Osman, a.g.e. , Sayfa 6

- Simülasyonu koşturma süresinin kesin olarak belirtilmesi ve en uygun zaman diliminin bu amaç için belirlenmesi.[64]

Bir deney tasarımının gerçekleştirilebilmesi için sistemin gözlemlenmesi ve ilgili değişkenlerin amaca yönelik olarak yönlendirilmesi gerekir. Bir simülasyon modeli, kontrol edilebilir değişkenler ve performans ölçümü arasındaki ilişkinin ortaya koyduğu kontrol koşulları ve sonuçlar altında incelenir. Bununla birlikte, deney tasarımına ilişkin olarak karar almaya etki eden birkaç etmen arasında; kontrol edilebilir değişkenler için performans tahmini yapmada gereken bilgisayar kullanım süresi ve maliyeti, spesifik değişkenlerin performans ölçümlerinin duyarlılığı ve kontrol değişkenleri arasındaki bağımlılığın derecesi unsurları sayılabilir.[65] Bununla birlikte, meydana getirilen simülasyon modelinin geçerliliğinin yapılan testler sonucunda tatmin edici bir düzeyde olduğu belirlenmiş ise, o zaman model asıl simülasyon deneylerinin yürütülmesi için kullanılabilir.[66] .

Özellikle, simülasyon analistleri bu amaçla, karar değişkenlerinin yanıt değişkenleri üzerindeki etkilerini ölçmeyi ve verilen bir karar değişkeni yanıt değişkeni üzerinde kayda değer bir etkiye sahipse, bunu tanımlamayı isteyebilirler. İstatistiksel literatürde, sistemin girdi değişkenleri olan karar değişkenleri, yapısal tahminler ve rasgele değişkenlerin parametreleri faktörler olarak adlandırılırlar. Faktör ile ilgili her bir olası değer ise, faktör düzeyi olarak bilinmektedir. Faktör bileşimlerinin özel bir düzeyde ele alınması ise davranış olarak ifade edilir.

Faktörler ayrıca nitel ve nicel olarak sınıflandırılırlar. Nitel faktörlere örnek olarak kuyruk disiplini verilebilir. Nicel bir faktör ise, sayısal bir değer almak kaydıyla oluşan ; (örneğin ; varış oranı, paralel servis verenlerin sayısı vb..) durumlar ile örneklendirilebilir.

Buna ilave olarak, deterministik faktörlerin yöneticinin kontrolü altında olduğu ve istenilen şekilde amaca yönelik olarak değiştirilebileceği söylenebilir. Bu faktörler karar değişkenleri yada politika değişkenleri olarak isimlendirilir.

---

[64] LAW Averil M., COMAS Michael G. Mc., “Simulation of Manufacturing Systems” In Proceeding of the 1998 Winter Simulation Conference, MEDEIROS D .J., WATSON E .F., CARSON J .F., MANIVANNAN M. S., Eds. ,USA, 1998, Sayfa 51

[65] EMSHOFF James R., SISSON Roger L., a.g.e., Sayfa 57

[66] NAYLOR Thomas H., BALINTFY Joseph L.,CHU Kong, BURDICK Donalds, a.g.e., Sayfa 40

Diğer faktörler ise, yöneticiler tarafından kontrol edilemeyen ancak ve sadece analist tarafından simülasyon çalıştırımları sırasında müdahale edilebilen faktörler olarak bilinir. Buna örnek olarak; rasgele varış yapan müşteriler için varış oranı yada talep oranı verilebilir.

Sonuç itibariyle, bu aşamadan sonra model (What if) " ne olursa – ne olur " şeklindeki soruları cevaplandırmak amacı ile kullanılabilir. Ayrıca, deney yapan araştırmacılara, çeşitli girdi parametrelerinin performans ölçümleri üzerindeki etkilerini değerlendirmeleri için olanak sağlanmaktadır.[67]

2.9. Simülasyon Deneme Sayısının Belirlenmesi

Simülasyonu bilgisayar ortamına aktarmadan önce verilecek en önemli kararlardan biri örneklem hacminin belirlenmesidir. Fakat simülasyon çalıştırılıncaya kadar örnek hacminin (deneme sayısı) kesin olarak bilinememesi gerekli bilginin yeterli düzeyde olmamasından kaynaklanmaktadır. Bu nedenle bazı varsayımların yapılması gereklidir. Simülasyon yönteminde özellikle, ortalama ve standart sapma gibi iki parametre bulunmaktadır. Dolayısıyla, bu parametreler yardımıyla deneme sayısı hesaplanabilir.

2.9.1. Ortalama ile Deneme Sayısının Belirlenmesi

Yeterince büyük bir örnek hacmi seçildiğini ve örnekleme ortalamalarının normal dağıldığını varsayalım. (n) Örnek hacmini, $Z_{x/2}$ ile 1- α/2 arasında olan ve güven düzeyi 1 – α olan normal sapmayı, (d) anakütle ortalaması ile örneklem ortalaması arasındaki farkı göstermek üzere, örnek hacmi (deneme sayısı) ;

$$n = \frac{(Z_{x/2})^2}{d^2} \qquad (2.9)$$

formülü ile hesaplanır.

Yukarıda verilen formülün kullanılabilmesi için standart sapmanın bilinmesi gereklidir. Eğer standart sapma bilinmiyorsa ;

[67] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 500

$$S = \frac{\sqrt{\sum_{i}^{n}(x-\bar{x})^2}}{n-1} \quad ; \quad \text{formülü yardımıyla hesaplanabilir.} \quad (2.10)$$

2.9.2. Standart Sapma ile Deneme Sayısının Belirlenmesi

Örneklem hacmi, ana kütlenin varyans duyarlılığı ve güven düzeyi ile bulunabilir. Genel yaklaşım $(n-1)$ serbestlik derecesi ve normalliği varsayarak, χ^2 dağılımı olan ;

Burada $s^2 \rightarrow$ örneklem varyansını, $\sigma^2 \rightarrow$ anakütle varyansını, $n \rightarrow$ gözlem sayısını göstermektedir.

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \qquad (2.11)$$

bağıntısından örnek hacminin belirlenmesidir.

Bununla beraber, büyük örnek hacimlerinin normal dağılıma sahip olduğu gerekçesiyle örnek hacmi için;

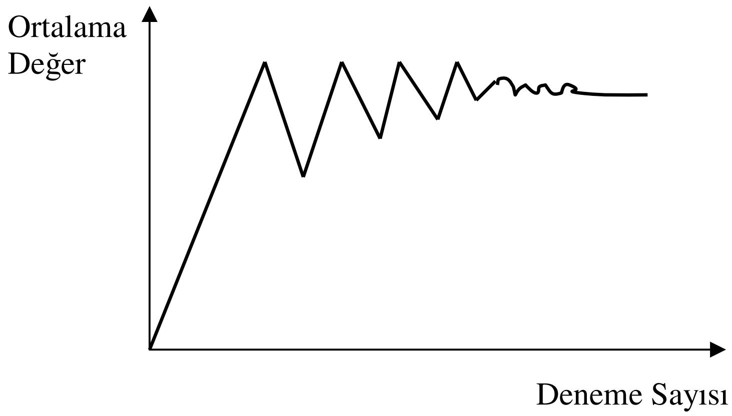
$$Z_{\alpha/2} = \frac{d'(n-1)}{\sqrt[2]{(n-1)}} \quad \text{bağıntısı yazılır ve buradan,} \quad (2.12)$$

$$Z_{a/2} = \frac{2(Z_{\alpha/2})^2}{(d')^2} + 1 \; ; \quad \text{haline dönüştürülebilir.} \qquad (2.13)$$

Buradaki, d' örnek varyansı ile gerçek varyans arasındaki farkı ifade etmektedir.

Ayrıca, simülasyon sonuçları kullanılarak güvenlik sınırı saptanabilir. Bunun için her bir denemeden sonra ortalama değer hesaplanarak aşağıdaki şekilde ifade edileceği üzere bir limite doğru gidilir. En yüksek ve en düşük noktalar arası mesafe, bir değere eşit veya ondan küçük olduğu zaman simülasyon durdurulur.[68]

Şekil 2.9 **Stokastik Limit**



2.10. Simülasyon Dilleri

Bilgisayar kodunun karmaşık bir simülasyon modeli için yazılması genellikle zor ve çok çaba isteyen bir iştir. Bu nedenle, bir takım özel – amaca ilişkin simülasyon dilleri programlamayı kolaylaştırmak amacı ile geliştirilmiştir. Ayrıca, çoğu simülasyon dili, iki tür modelle yaklaşımından birinin uygulanmasında kullanılır. Bunlar; olay programlama ve süreç etkileşimidir.[69]

Bununla birlikte, simülasyon dillerinin neden faydalı olduğuna ilişkin olarak iki ana sebep söz konusudur. Bunlardan ilki, simülasyonun kurulma sürecinde, kesin olan işlerin bir araya getirilerek gruplandırılmasıdır.

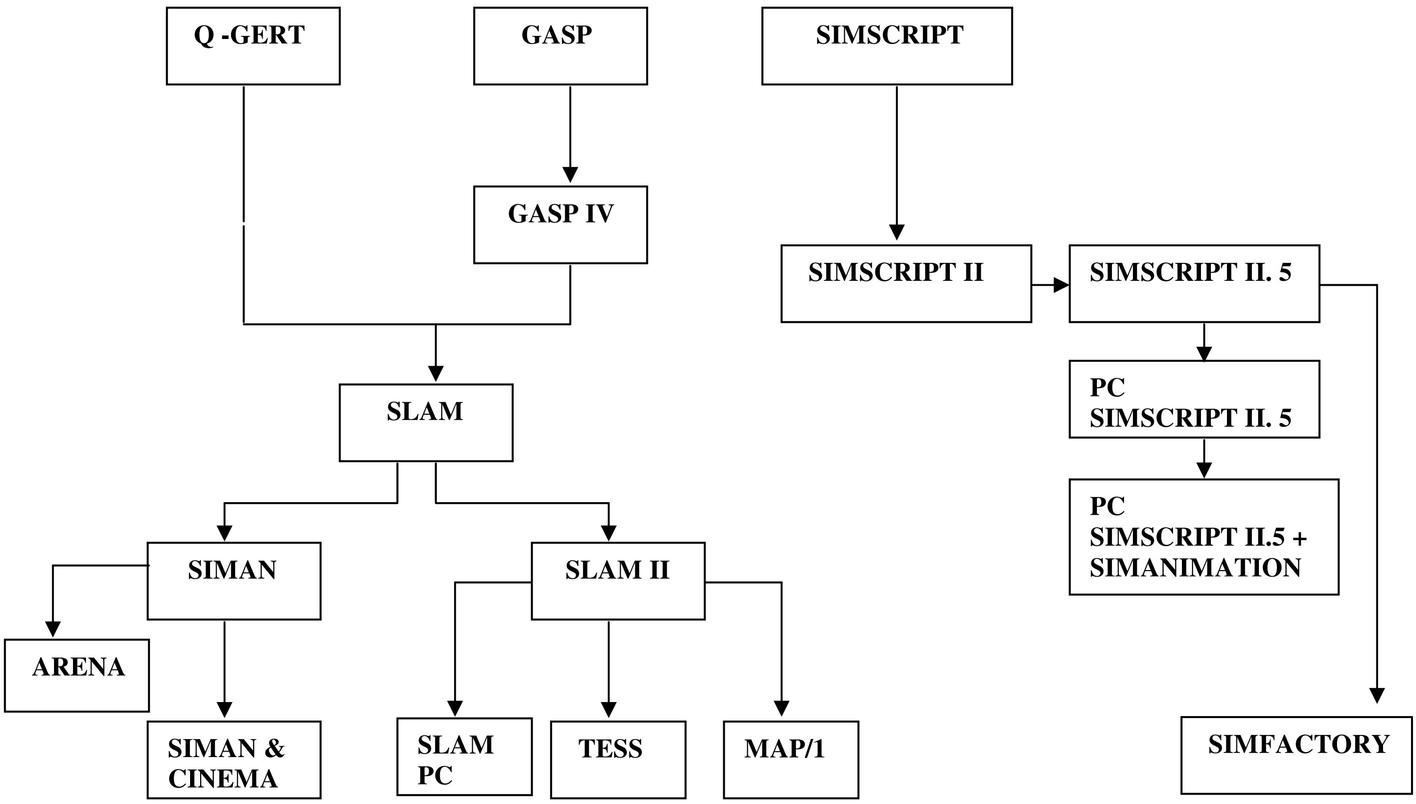
İkincisi ise, simülasyonların yapısı içindeki yaygın kesin özelliklerdir. Bu anlamda, temel tipteki bir yapıya uygunluk sağlanması açısından diller, formülasyonu oldukça kolaylaştırmakta ve simülasyonu hatasızlaştırmaktadır.[70]

Söz konusu simülasyon dilleri, ana başlıklar halinde sürekli ve kesikli olarak izleyen şekilde sınıflandırılabilir.

---
[68] HALAÇ Osman, a.g.e., Sayfa 354 - 355 - 356
[69] WINSTON WAYNE L., a.g.e. , Sayfa 1153
[70] MITCHEL G.H., " Operational Research Techniques and Examples ", The English Universities Press Ltd., London, 1972, Sayfa 215

Sürekli simülasyon dilleri	**Kesikli simülasyon dilleri**
* DYNAMO – Sürece Yönelik	* GASP – Olay Sıralamalı
* SLAM – Olay Sıralamalı	* GPSS – Sürece Yönelik
	* SIMSCRIPT II .5 – Olay Sıralamalı
	* SIMAN – Sürece Yönelik.

Şekil 2.10 **Amerikadaki Belirli Simülasyon Paketlerinin Tarihsel Gelişimi**



Yukarıdaki şekilde, simülasyon dillerine ilişkin paket programların gelişim evreleri ana hatlarıyla ifade edilmektedir.[71]

Simülasyon paket programlarının kullanılması bazı avantajlarda sağlamaktadır. Bunlar izleyen şekilde ifade edilebilir.

- Programlama işlerinin azaltılması,
- Kavramsal yardım sağlama,
- Model değiştirilirken esnekliği arttırma,
- Daha az programlama hatası,
- Otomatik olarak veri toplama.

Bununla birlikte, herhangi bir simülasyon paket programının temel amacının, kurulan yapısal model ile uygulama için oluşturulan model arasındaki açığın kapatılması olduğu söylenebilir.[72]

2.10.1 GPSS

Sürece yönelik en eski dil GPSS olarak bilinmektedir. Bu dil, ilk olarak 1960 'ların başında geliştirilmiş olup, yıllar boyu yavaş yavaş karmaşık modellerin kurulmasına ilişkin gereksinimleri de karşılayacak şekilde geliştirilmiştir.[73]

Genel amaçlı sistemler simülatörü (General purpose systems simulator) olarak bilinen GPSS, simülasyonu otomatik olarak ortaya koymak için değişmez bir grup prosedürü belirlerken, sistemlerin geniş bir sınıfı üzerinde uygulanabilir.

GPSS 'in model kurmak için kullanılmasında, analist ilk olarak dilin temelinden gelen dört unsurla ilgilenmelidir. Bunlar ; işlemler, fırsatlar, depolamalar ve bloklardır.

---

[71] CARRIE Allan, " Simulation of Manufacturing Systems ", John Wiley and Sons Ltd., Great Britain, 1988, Sayfa 99
[72] SHANNON E. Robert, "Introduction to the Art and Science of Simulation" In Proceeding of the 1998 Winter Simulation Conference, MEDEIROS D.J., WATSON E.F., CARSON J.F., MANIVANNAN M.S.,Eds.,USA,1998, Sayfa 11
[73] TAHA Hamdy A., a.g.e.,Sayfa 699

GPSS, GASP simülasyon diline tezat bir yapıda ve özel – amaca ilişkin bir dil olarak da yapılandırılabilir. IBM tarafından geliştirilen GPSS, ayrıca alışılmış anlamda herhangi bir program yazmayı gerektirmeyen bir yapı arz eder.

Bunlarla birlikte önemli bir hususta, simülasyon motorunun seçimidir. Simülasyon motorunun seçiminde belirleyici olarak ifade edilen birkaç özellik vardır. Bunlar ; motor için kullanılacak olan dilin, bilgisayar yazılımı üzerinde genelleştirilen modelin taleplerini kontrol altına alabilecek bir esneklikte olması ve uygulanma hızının iyi olması şeklinde belirlenmiştir. Bu bakımdan, GPSS 'in hızı ve esneklik içinde yapılandırılmış olması, onu özel - amaca ilişkin simülatörler arasında önemli kılar.[74]

2.10.2 GASP

Kesikli – olay simülasyonunda, bir sisteme ilişkin alt sistemler belirli bir zaman dilimi içerisinde kesikli noktalar şeklinde göz önünde tutulur ve bu noktalar olaylar olarak adlandırılır. Olaylar sistem durumunun nedenini oluşturur ve zaman içinde kesikli noktalarda değişir. Sistem davranışının kopya edilmesi, sistemin olay sürecinde incelenmesi ile gerçekleşir. Bir simülasyon çalışması sistem performansına ilişkin bir sonuç çıkarmak için sistemin davranışının bir kopyasını çıkarma kabiliyetini kullanır. GASP, bu anlamda analiste etkin bir modelleme yapısı ve bir grup programlama dili kullanımı sağlayarak, analistin işlerini hem çabuklaştırır hem de gelişim için destek olur.

Bununla birlikte, sistem faaliyet olaylarına ek olarak kontrol olaylarının da tanımlanması ile simülasyon esnekliği arttırılmış olunur. Söz konusu bu olaylar zamana yönelik bir içeriğe sahip olmakla birlikte, mantık temelinde olduğu gibi belirli bir zamanda modun değişmesine izin vermektedir. Bir olayın bu anlamda " Çıktı moduna git" şeklinde programlandığı düşünülürse, bunun anlamı talepler yüz birimi aştığında simülasyon saatinin de bin saatlik bir yol alması gerektiği örneği ile tasvir edilebilir.[75]

---

[74] CRAIN Robert C., HENRIKSEN James O., "Simulation Using GPSS/ H", Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference, FARRINGTON P.A., NEMBHARD H.B., STURROCK D.T., EVANS G.W., Eds., Wolverine Software Corporation, USA, 1999, Sayfa 182 -184 -185 -186

[75] PRITSKER D. Alan. B., KIVIAT P. J., " Sïmulation With Gasp II – A Fortran Based Simulation Language ", Prentice Hall Inc., Engle Wood Cliffs, New Jersey, 1969, Sayfa 6, 8, 16

2.10.3 SIMAN

SIMAN, (SIMulation Analysis) simülasyon analizi olarak tanımlanan bir kavramdan ismini almıştır. SIMAN simülasyon dili 1982 yılında Dennis Pedgen tarafından geliştirilmiştir. Bu gelişme sonucunda mikro bilgisayarlar için ilk başta gelen bir simülasyon dili olması ve imalatta sağladığı özel bir takım yararlar sebebiyle, çalışma istasyonlarından, nakliyatçılardan, taşımacılardan ve otomatik rehberleştirilmiş araçlardan kullanım bakımından çabuk bir şekilde kabul görmüştür. Bu dil içinde temsil edilen önemli birkaç süreç söz konusudur.

Bu süreçler imalatta olduğu gibi uygulamalarda da dilin faydasını arttırmaktadır. Ayrıca, sahne animasyon yazılımı olarak bilinen ve Cinema olarak adlandırılan modül ayrıca SIMAN içinde mevcuttur.

SIMAN'ın çıktı işlemcisi ise farklı yada aynı sistem biçimleriyle yapılan simülasyon koşturmaları tarafından üretilen çıktı verilerini analiz etme, güven aralığı tahminleri ve hipotez testleri gibi bazı istatistiksel teknikleri kullanabilme yeteneğine sahiptir. Buna ek olarak, histogramlar ve farklı türde grafiksel gösterimleri de kullanılabilir.[76]

Bununla birlikte, SIMAN 'ın hatasızlaştırıcıları yada süreç ilerleme kontrolleri çok etkin bir alet sağlamaktadır. Modelin fonksiyonel yetenekliliğinin test edilmesi için SIMAN hatasızlaştırıcıları yada kontrollerinden yararlanılması gerekir.[77]

2.10.4 SIMSCRIPT II.5

SIMSCRIPT bilgisayar simülasyonu için yapılandırılan ilk programlama dilleri arasındadır. Rand şirketi SIMSCRIPT 'i 1962'de geliştirmiş ve bunu takip eden gelişme 1968'de SIMSCRIPT II'nin amerika hava kuvvetleri için tasarlanması olmuştur. SIMSCRIPT II.5 ise, ticari bir versiyon olarak CACI kuruluşu tarafından

---

[76] LAW Averil M., KELTON W. David, a.g.e., Sayfa 248 - 249
[77] GURU A., SAVORY S., WILLIMAS R., " A Web Based Interface For Storing and Executing Simulation Models ", Proceedings Of The 2000 Winter Simulation Conference, JOINES J .A., BARTON R.R., KANG K. and Fishwick P.A.Eds ,University of Nebraska,Lincoln,USA,Sayfa 1810-1811

1970’lerde pazarlanmış ve geliştirilmiştir. 1979’da ise, Harry Markowitz bir makalesinde SIMSCRIPT II’nin fonksiyonelliğinin aşamalarını sıralamıştır.[78]

Simülasyonun değerli bir araç olduğu kanıtlanmasına rağmen, temel simülasyon modelinin formülasyonu için bir bilgisayar programının geliştirilmesi çok zaman almıştır. Neyse ki deneyimlerle, mantıksal formülasyon ve asıl programlamaya ilişkin işlemler üzerinde daha fazla zaman harcanması gerektiği anlaşılmış ve bu durum bir simülasyon probleminden diğerine benzer olarak sık sık yinelenmiştir.

Dolayısıyla, programlanan bir sistemin problemlere uyarlanmasında simülasyon programının yazılması önemli bir ihtiyaç haline gelmiştir. İşte SIMSCRIPT bu ihtiyaca cevap vermek için tasarlanmıştır. Buna ek olarak, SIMSCRIPT, simülasyon problemlerinin çözümü için geliştirilmiş özel –amaca yönelik bir dil olmasının yanında benzetimi yapılamayan problemlerinde değerlendirilebilmesine olanak sağlayan bir dildir.[79]

SLAM (Simulation Language For Alternative Modeling)

SLAM Dennis Pedgen ve Alan Pritsker tarafından 1979 yılında geliştirilen aynı zamanda da Alan Prtisker tarafından tanıtılan bir simülasyon dilidir. SLAM (Simulation Language for Alternative Modeling) sürece – yönelik, olaya – yönelik veya bunların bileşimine yönelik bir model için yapılandırılabilen özel amaca yönelik bir simülasyon dilidir.

Tipik uygulamalarda çoğu simülasyon modeli süreç – uyarlaması kullanılarak geliştirilmektedir. Süreç yaklaşımı için imkansız yada uygunsuz olan karmaşık karar mantığı olay rutini içinde kodlanır ve daha sonra süreç modeli olarak çağırılır. Süreç modelinin oluşturulması sıklıkla analistin sistem için grafiksel bir ağ diyagramı oluşturması ile başlar. Bu diyagram belirli sembollerin bir setini içerir ve bu semboller düğümler ve dallar olarak tanımlanır.[80]

---

[78] RICE Stephen V., “Database Access In Simscrript II.5”, Proceedings of the 15th IASTED International Conference on Modeling And Simulation, The University of Mississippi,USA, 2004, Sayfa 1
[79] MARKOWITZ H.M.,HAUSNER B.,HEWSNER H.,“Simscript/A simulation Programming Language” Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs N.J.,California,1963, Sayfa 2
[80] LAW Averil M., KELTON W. David,a.g.e. , Sayfa 258 - 259

2.10.5 MODSIM III

MODSIM III, belirli bir amaca yönelik olan bir genel - amaçlı simülasyon programlama dilidir. Derlenebilir bir dildir. MODSIM III yapı itibariyle nesneleri dinamik olarak bağlayıcı, bilgi saklayıcı ve veri soyutlayıcı bir özellik taşır.[81]

Bir MODSIM simülasyon modeli, tek bir simülasyon saatine sahiptir. Bu saat, tüm simülasyon modeli işlemlerini ardışık olarak sıraya koymaktadır. Söz konusu saat - *0.0* - itibariyle başlayıp simülasyon süreci içinde ilerlemektedir.

Ayrıca MODSIM III simülasyon dilinin etkin olarak kullanılması kayda değer bir zaman kazanımı ve risk azaltımı sağlamaktadır.[82]

---

[81] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L,a.g.e., Sayfa 128

[82] JOHNSON Glen D., “ Network Simulation With HLA And Modsim III ”, Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference, FARRINGTON P.A., NEMBHARD H.B., STURROCK D.T., EVANS G.W., Eds., CACI Products Company, USA, 1999, Sayfa 1067 - 1070

BÖLÜM 3

RASTSAL SAYILARIN ÜRETİLMESİ VE RASTSAL SAYI ÜRETEÇLERİNİN TESTİ

3.1. Rastsal Sayıların Üretilmesi

Uygulama bölümünde ele alınan kesikli – olay sistem simülasyonunun kullanılabilmesi için, olasılık dağılımlarından rassal değişken değerlerinin elde edilmesi ve bunun gerçekleşmesi için de rassal sayıların üretilmesi gereklidir..

Rassal sayılar; (1) *el işlemleri*, (2) *tablolar,* (3) *çeşitli bilgisayar yöntemleri* kullanılarak elde edilir. El işlemleri yöntemi yorucu olması nedeni ile pratik değildir. Rassal sayı tablolarından elde edilen sayıların gerçekten rasgele sayılar oldukları düşünülür. Ayrıca bu işin bilgisayar süreci içinde çok yavaş ilerlediği söylenebilir. Rasgele sayıların üretilmesinde bir diğer durumsa sözde rasgele sayılarını üretmektir. Bu işlem genellikle bir rassal sayı generatörü ile olur. Ancak sözde rasgele sayılar dizisi tamamen matematik süreçlerle elde edildiğinden, gerçekte tam rasgele değildirler. Buna bağlı olarak bu yolla üretilen rassal sayıların rasgele olup olmadıklarının anlaşılması için, bu sayıları üreten generatörlere istatistiksel uyum iyiliği testlerinin uygulanması gerekir.

Rassal sayıların üretilmesinde birtakım pratik yöntemler kullanılabilir. Bu yöntemlerden kare ortası yönteminde sayının karesi alınarak ortadaki basamak rasgele sayı olarak kullanılır, (n) değeri ilk sayıdaki basamak sayısıdır. Onu izleyen sayıda ise, bir önceki bulunan rasgele sayı, ilk sayı olarak ele alınır ve işlemlere devam edilir. Uygunluk (Congruential) yöntemlerinde ise bazı formüller kullanılmaktadır. Örneğin, çarpım uygunluk yönteminde k ve m pozitif tamsayılar olmak üzere ve k m'den küçük olmak $(k < m)$ şartı ile; $X_{n+1} = k.X_n.(\mathrm{mod}\, ulo\ m)$ formülü kullanılır. $(k.X_n),(m)$'e bölünür ise, rasgele sayılar kalan değerlerdir ve bu sayılar X_{n+1} sayısının X_n'den üretileceği anlamındadır.[83]

---

[83] HALAÇ Osman, a.g.e., Sayfa 352 - 353

Rassal sayıların üretilebilmesi için gerekli olan rassal sayı generatörlerinin izleyen özellikleri içermesi beklenir ;

1 . Üretilen rassal sayıların düzgün dağılımı en iyi şekilde temsil etmesinin sağlanması,

2 . Kökü (başlangıç sayısı) takip eden tesadüfi sayıların tekrar üretilebilme imkanının olması,

3 . Rassal sayı üreteci hızlı olmalı,

4 . Mümkün olduğunca az kayıt yeri işgal etmesi gerekir.[84]

Ayrıca rassal sayılar; (a) *Kesikli rassal değişkenlerin değerleri* ve (b) *Sürekli rassal değişkenlerin değerleri* ile bunların bir kümülatif dağılım fonksiyonu altındaki özellikler dikkate alınarak incelenmektedir.

(a) Kesikli rasgele değişkenler : X 'in rasgele bir değişken olduğu düşünülsün. X 'in olası değerlerinin sayısı sonlu yada sayılabilen bir sonsuzlukta ise X bir kesikli rasgele değişken olarak adlandırılır. X 'in olası değerleri burada $x_1, x_2, \ldots\ldots$ olarak listelenebilir. X 'in olası değerleri R_x 'de $R_x = \{0,1,2,.....\}$ olarak ifade edilebilir. Bununla birlikte, X 'in kesikli bir rasgele değişken olduğu dikkate alındığında, buradan R_x içindeki X 'in olası değerleri x_i 'ler için $p(x_i) = P(X = x_i)$ eşitliği bir rasgele değişkenin x_i değerine eşit olma olasılığını verir. $p(x_i)$ sayılarının, $i = 1,2,.......$ olmak üzere izleyen iki koşulu karşılaması gereklidir;

1 . $p(x_i) \geq 0$ **tüm i ' ler için;** (3.1)

2 . $\sum_{i=1}^{\infty} p(x_i) = 1.$ (3.2)

---

[84] YILMAZ Zekai, a.g.e., Sayfa 211

Burada toplanan çiftler olan $(x_i, p(x_i))$, $i = 1,2,.....X$ 'in olasılık dağılımı olmakla birlikte, $p(x_i)$ ise X 'in olasılık yığın fonksiyonu (p m f) olarak bilinir.

(b) Sürekli rasgele değişkenler : X rasgele değişkeninin dizisi olan R_x belirli bir aralık yada aralık toplamlarıyla ilgili ise, o zaman X bir rasgele sürekli değişken olarak tanımlanır. Sürekli rasgele değişken X 'in $[a,b]$ aralığında yer almasının olasılığı şu şekilde tanımlanabilir.

$$p(a \le X \le b) = \int_a^b f(x)dx \qquad (3.3)$$

Burada $f(x)$ fonksiyonu X rasgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu (p d f) olarak tanımlanmaktadır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf) ayrıca aşağıdaki koşulları karşılamaktadır ;[85]

- R_x içindeki tüm x 'ler için $f(x) \ge 0$. (3.4)
- $\int_{R_x} f(x)dx = 1.$ (3.5)
- Eğer x, R_x içinde yer almıyorsa, $f(x) = 0$. (3.6)

(c) Kümülatif yoğunluk fonksiyonu : Kümülatif yoğunluk fonksiyonu (c d f), $F(x)$ ile gösterilir ve rasgele değişken X 'in, x 'den küçük yada ona eşit bir değer alma olasılığını gösterir.

Bu durum özellikle ;

$F(x) = P(X \le x)$ şeklinde gösterilebilir. (3.7)

Eğer X bu durumda kesikli ise,

[85] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L, a.g.e., Sayfa 186 - 187

$$F(x) = \sum_{\substack{tüm \\ x_i \leq x}} p(x_i) \tag{3.8}$$

Eğer X bu durumda sürekli ise,

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx. \tag{3.9}$$

Kümülatif yoğunluk fonksiyonu (c d f)'nin bazı özellikleri şu şekilde ifade edilebilir;

- F azalmayan bir fonksiyondur. Eğer $a \leq b$ ise, o zaman $F(a) \leq F(b)$'dir.
- $\lim_{x \to \infty} F(x) = 1.$ (3.10)
- $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0.$ (3.11)

Ardışık rasgele sayıların, en önemli iki istatistiksel özelliği üniform ve bağımsız olmalarıdır. Her R_i rasgele sayısı 0 ile 1 arasındaki sürekli bir üniform dağılımdan bağımsız örneklemler çekilerek oluşur. Burada olasılık yoğunluk fonksiyonu şu şekilde belirlenir ;[86]

$$f(x) = \begin{cases} 1 \,, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \,, & \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.12}$$

[86] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L, , a.g.e., Sayfa 189 - 289

3.2. Rastsal Sayı Üreteçlerinin Testi

Rassal sayı üreteçlerinin test edilmesine ilişkin olarak testler özelliklerine göre iki farklı kategoriye ayrılmaktadır. Bunlar üniform dağılıma ilişkin testler ve bağımsızlık testleri olarak adlandırılır. Söz konusu bu testlerden Kolmogorov - Smirnov ve Ki –Kare testleri üniform dağılıma ilişkin testler olmakla birlikte Frekans testi, Run testi, Otokorelasyon testi, Gap testi ve Poker testi ise bağımsızlık testleri olarak bilinir.[87]

Bunlardan üniform dağılıma ilişkin olan her iki testte, rassal sayı üreteçleri tarafından üretilen rasgele sayıların örnekleme dağılımı ile teorik üniform dağılımların arasındaki uyumun derecesini ölçer. Ayrıca, bu testler örnekleme dağılımı ile teorik dağılım arasında kayda değer bir farklılık olmadığını ifade eden sıfır hipotezi temel alınarak geliştirilmiştir.[88] Bu testler izleyen şekilde ele alınabilir;

3.2.1. Ki – Kare Uygunluk Testi

Ki – kare uygunluk testinin esası, n hacimlik bir örneklemin ana kütleyi iyi temsil edip edemediği veya hangi bölünmeye sahip bir ana kütleden geldiği unsurlarının incelenmesidir. Bu anlamda, eğer gözlenen frekanslarla teorik frekanslar arasında az çok bir fark ortaya çıkarsa, işte bu durumda ki – kare uygunluk testi bu farkın rassal sebeplere bağlanıp bağlanamayacağını araştırır. Ki - kare (χ^2) uygunluk testinin nasıl işlediğini ifade etmede izleyen adımlar yararlı olacaktır.

Adım : 1

χ^2 uygunluk testinde ilk adım olarak amaca ilişkin hipotezler oluşturulmalıdır ;

---

[87] BANKS J., CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e, Sayfa 298
[88] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 299

Burada;

H_0 : Örneklem ana kütleyi temsil edebilir.

H_1 : Örneklem ana kütleyi temsil edemez.

hipotezleri yazılabilir.

Adım : 2

"Anlamlılık düzeyi" için %1 ve %5 düzeylerinden biri, kararın etkilenmemesi için öncelikle belirlenir.

Adım : 3

" Red bölgesi " ise, şu şekilde tanımlanabilir;

Red bölgesi : (Hesaplanan test istatistik değeri) χ^2_{hes} > χ^2_t (Tablo değeri).

Adım : 4

χ^2_{hes} istatistiğinin bölünmesi χ^2_t bölünmesine çok yaklaştığı için, test istatistiği belli bir anlamlılık düzeyine ve k - 1 serbestlik derecesine göre mevcut bir " χ^2 Değerleri Tablosundan" bulunan kritik değerler ile karşılaştırılmaktadır. ($\chi^2_{hes} \longleftrightarrow \chi^2_t$)

<u>" Test istatistiği "</u> burada ;

$$\chi^2_{hes} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(G_i - B_i)^2}{B_i} \qquad (2.1)$$

formülüne göre hesaplanır. Burada G_i , i. sınıftaki gözlemlenen frekansı, B_i , i. sınıftaki beklenen frekansı ve k ise sınıf sayısını göstermektedir. Yukarıda red bölgesi, (χ^2_{hes})'nın (χ^2_t)'den büyük olduğu bölge şeklinde tanımlanmıştır. Bu tanımlamaya göre $\chi^2_{hes} < \chi^2_t$ olduğunda H_0 hipotezi kabul edilirken, $\chi^2_{hes} \geq \chi^2_t$ olduğunda ise reddedilir. H_0 hipotezinin kabul edilmesi ise, örneklemden elde edilen frekans bölünmesinin H_0 karşıt hipotezini destekleyici yeterli bir kanıt sayılamayacağı, yani örneklem bölünmesinin ana kütle bölünmesine uygun olduğu (örneklemin ana kütleyi temsil edebileceği) anlamını taşır.[89]

3.2.2 Kolmogorov - Smirnov Uygunluk Testi

Bu test üniform dağılımın sürekli dağılım fonksiyonu $F(x)$ ile N adet gözlem setinden örneklem olarak alınmış olan ampirik sürekli dağılım fonksiyonu $S_N(x)$ 'i karşılaştırmaktadır.

Tanım olarak;

$$F(x) = x, \qquad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{verilebilir.} \qquad (2.2)$$

Ayrıca, eğer rasgele sayı üreticilerinden alınan örneklem seti ; $R_1, R_2, ..., R_N$ olarak belirlenir ise, o zaman ampirik sürekli dağılım fonksiyonu $S_N(x)$ şu şekilde tanımlanabilir;

$$S_N(x) = \frac{R_1, R_2, ..., (toplamsayısı) \leq x}{N} \qquad (2.3)$$

Bununla birlikte, N değeri büyüdükçe (gözlem sayısı arttıkça), $S_N(x)$ fonksiyonu, $F(x)$ fonksiyonuna daha iyi bir yaklaşım ile sıfır hipotezinin doğruluğunu sağlayacaktır.

---

[89] SERPER Özer, "Uygulamalı İstatistik - 2 ", Genişletilmiş 2. Baskı, Filiz Kitabevi, İstanbul, 1993, Sayfa 114 - 116 - 117

Kolmogorov – Smirnov uygunluk testi, $F(x)$ ve $S_N(x)$ fonksiyonları arasındaki en büyük kesin sapmanın, rasgele değişkenler dizisi üzerinden elde edilmesi ile uyarlanan bir testtir. Bu durum bir istatistik üzerinden uyarlamalı olarak ;

$$D = \max\left|F(x) - S_N(x)\right| \qquad (2.4)$$

şeklinde ifade edilir.

Bu ifade edilenlerin ışığında, üniform sürekli dağılıma sahip bir fonksiyonun test edilmesine ilişkin olarak test yöntemi şu adımları izlemektedir ;

Adım : 1

İlk adım söz konusu verilerin küçükten büyüğe doğru sıralanmasıdır. Bu bakımdan, $R_{(i)}$' nin i'ninci en küçük gözlemi belirttiği düşünülerek ;

Dolayısıyla ;

$$R_{(1)} \leq R_{(2)} \leq \dots\dots\dots \leq R_{(N)} \text{ şeklinde sıralanabilir.} \qquad (2.5)$$

Adım : 2

Bu adımda ise aşağıda yer alan eşitlikler hesaplanır ;

$$D^{+} = \max_{1 \leq i \leq N} \left\{ i/N - R_{(i)} \right\} ; \qquad (2.6)$$

$$D^{-} = \max_{1 \leq i \leq N} \left\{ R_{(i)} - (i-1)/N \right\} ; \qquad (2.7)$$

Adım : 3

Buradan ise ; $D = \max(D^{+}, D^{-})$ hesaplanır. (2.8)

Adım : 4

Bu adımda ise, α anlamlılık düzeyi ve verilen N örneklem büyüklüğü ile D_α, kritik değeri tablo yardımıyla tanımlanır.

Adım : 5

Son adım ise, karar aşaması olarak adlandırılır. Eğer örneklem istatistiği D, D_α'dan daha büyük ise, o zaman örneklemin bir üniform dağılımdan geldiği bilgisini veren sıfır hipotezi reddedilir. Eğer $D \leq D_\alpha$ ise, sonuç olarak $\{ R_{(1)}, R_{(2)}, ..., R_{(N)} \}$'in doğru dağılımı ile üniform dağılım arasında hiçbir fark olmadığı anlaşılır.[90]

Bunun yanında bağımsızlık testlerine ilişkin tanımlamalar da izleyen şekilde özetlenebilir ;

1 . <u>Frekans Testi</u> : Bu test, üniform bir dağılım ile üretilen sayı setinin dağılımını karşılaştırmak amacı ile Kolmogorov – Smirnov yada Ki – Kare testini kullanır.

2 . <u>Run Testi</u> : Üretilen sayıların belirli bir ortalamanın aşağısında ve yukarısında yada altında ve üstünde yer alma durumunun gerçek değerler ile beklenen değerler karşılaştırılarak test edilmesine ilişkindir. Karşılaştırma için Ki – kare istatistiğinden yararlanılmaktadır.

3 . <u>Otokorelasyon Testi</u> : Sayılar arasındaki korelasyonu test ederek, örneklem korelasyonu ile beklenen korelasyonu karşılaştırır.

4 . <u>Gap Testi</u> : Arada tekrarlanan belirli rakamları ortaya çıkarabilmek için rakamların sayısını sayar ve daha sonra Kolmogorov - Smirnov testini kullanarak boşlukların beklenen büyüklükleriyle karşılaştırır.

5 . <u>Poker Testi</u> : Bir poker elindeki gibi sayıların gruplandırıldığı düşünülür. Daha sonra ise, Ki – kare testi kullanılarak elden elde edilen ile beklenen durum

---

[90] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e. , Sayfa 299 - 300

karşılaştırılır.[91] Bununla birlikte, üniformluğun test edilmesinde hipotezler izleyen şekilde oluşmaktadır ;

$$H_0 : R_i = U[0,1]$$

$$H_1 : R_i \neq U[0,1]$$

Burada boş (sıfır) hipotez olan H_0 hipotezi, $[0,1]$ aralığı üzerinde sayıların üniform olarak dağıldığını ifade eder. Ayrıca bağımsızlık için test yapmada ilgili hipotezler şu şekildedir ;

$H_0 : R_i =$ Bağımsız (olarak birbirini etkilemeden dağılış gösterir.)

$H_1 : R_i \neq$ Bağımsız (olarak birbirini etkilemeden dağılış gösterir.)

Burada ise H_0 hipotezi, sayıların bağımsız olduklarını ifade etmektedir. Bunlara ilave olarak, karar alıcı burada ifade edilen her bir test için α değerini belirlemektedir. Bu α değeri sık sık 0.01 yada 0.05 anlamlılık düzeylerinde belirlenmektedir.[92]

3.3. Rastsal Değişken Değerlerini Elde Etme Teknikleri

Rassal değişken değerlerinin elde edilmesi, bir simülasyon modeline ilişkin olan dağılımdan rassal değişken değerlerinin bulunması olarak ifade edilebilir. Bu amaç için Gamma, Poisson, Beta vb., dağılımlardan yararlanılabilir. Ayrıca bu dağılımlar sürekli yada kesikli bir biçimde olabilir.

Simülasyon içinde bu dağılımları kullanmanın bir avantajı da parametrelerin değişim aralığının belirlenmesi için yapılan duyarlılık analizlerine olanak sağlanmasıdır. Bununla birlikte, araştırmacı kullanılan verilerin ait olduğu değişkenleri modellemek için uygun bir teorik dağılım bulamıyorsa, bu durumda belirli bir takım tekniklerinin kullanması önemli bir hale gelmektedir.[93] Bu amaçla, Ters - Dönüşüm tekniği ve Kabul - Red tekniği rastsal değişken değeri elde etmek

[91] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 297
[92] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 298
[93] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 223 – 328

için kullanılmaktadır. Bu tekniklerin her ikisinin de kökeninde aynı şekilde dağılmış olan üniform $[0,1]$ rasgele sayıların ve bağımsız birtakım olayların kullanımı vardır.[94]

3.3.1 Ters – Dönüşüm Tekniği

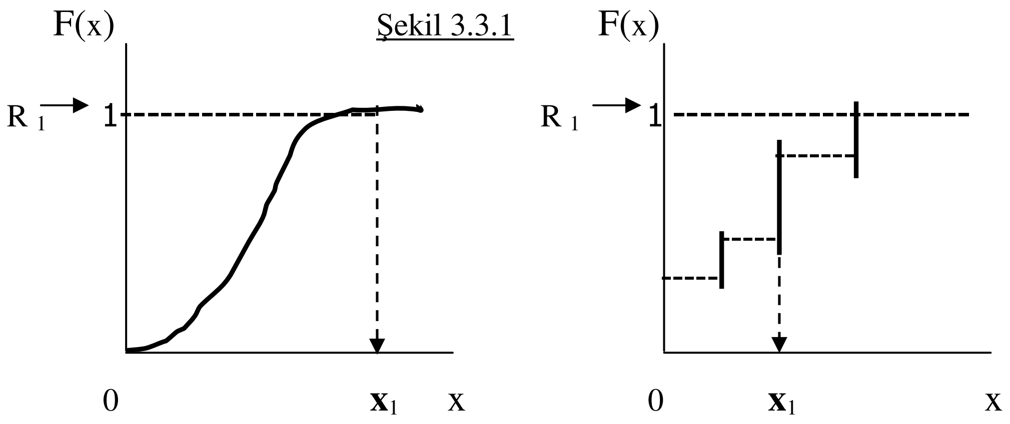
$F(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonundan (sürekli yada kesikli) bir x rasgele örneklemi elde edileceği varsayılsın. Ters dönüşüm yöntemi önce, y'nin tanımlanmış tüm değerleri için $0 \leq F(x) \leq 1$ olmak üzere, $F(x) = P\{y \leq x\}$ birikimli olasılık fonksiyonunun kapalı bir formunu belirlemektedir. R, üniform bir $(0,1)$ dağılımından elde edilen rasgele bir değişken olarak verilmiş ise ve F^{-1} de F'in tersi olarak belirlenmiş ise , yöntemin adımları aşağıdaki gibi olacaktır ;

Adım 1 . $R(0,1)$ rasgele sayısını üret.

Adım 2 . İstenen $x = F^{-1}(R)$ değerini hesapla.

Şekil 3.3.1, bu yöntemi hem sürekli hem de kesikli değişkenler için göstermektedir. Burada düşey $F(x)$ eksenindeki üniform $R_1(0,1)$ rassal sayı değerlerinden dik çıkılırsa, bunun fonksiyonu kestiği yere karşılık gelen yatay eksen değeri x_1 değeri olarak belirlenmiş olur.

Şekil 3.3.1



(a) x Sürekli **(b) x Kesikli**

---
[94] TAHA Hamdy A., a.g.e., Sayfa 674

Önerilen bu yöntemin geçerliliğinin ilgili teorem ile gösterildiği gibi, $0 \le z \le 1$ aralığında üniform olarak dağılmış $z = F(x)$ rasgele değişkenine dayandığı görülmektedir.

Teorem 3.3.1 : $-\infty \le x \le \infty$ olmak üzere, x rasgele değişkeninin $F(x)$ birikimli yoğunluk fonksiyonu verildiğinde, $0 \le x \le 1$ olmak üzere $z = F(x)$ rasgele değişkeni aşağıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olur :

$$f(x) = 1, \qquad \rightarrow \qquad 0 \le x \le 1 \qquad (3.13)$$

Bu bir üniform $(0,1)$ dağılımıdır.

İspat $\rightarrow$ Rasgele değişken sadece ve sadece ;

$$P\{z \le Z\} = Z \ , \quad \rightarrow \qquad 0 \le Z \le 1 \qquad (3.14)$$

ise üniform dağılmıştır. Bu sonuç aşağıdaki eşitlikten yararlanılarak doğrudan çıkarılır

$$P\{z \le Z\} = P\{F(x) \le Z\} = P\{x \le F^{-1}(Z)\} = F\left[F^{-1}(Z)\right] = Z \qquad (3.15)$$

Ayrıca, $0 \le P\{z \le Z\} \le 1$ olduğundan $\rightarrow$ $0 \le Z \le 1$ ' dir.[95]

3.3.2. Kabul – Red Tekniği

Kabul – red tekniği, bilinen dağılımların uymadığı karmaşık olasılık yoğunluk fonksiyonlarını kullanabilmek için tasarlanmıştır. Bu teknikte karmaşık olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x)$ ' i daha analitik olarak kullanabilen bir *temsili* (p d f) $h(x)$ ile değiştirmektir. $h(x)$ 'ten alınan örneklemler daha sonra orijinal (p d f) $f(x)$ 'teki örneklemleri belirlemede kullanılmaktadır.

$g(x)$ gibi bir üsteleme fonksiyonu olduğu ve bu foksiyonun yetişebildiği her yerde $f(x)$ üzerinde baskın bir davranış sergilediği varsayılsın.

$$g(x) \ge f(x) \ , \qquad -\infty < x < \infty \qquad (3.16)$$

[95] TAHA Hamdy A., a.g.e., Sayfa 675

olup, bunun ardından *temsili* (p d f) olan $h(x)$, $g(x)$' in normalizasyonu ile

$$h(x) = \frac{g(x)}{\int_{-\infty}^{+\infty} g(x)dx} , \qquad -\infty < x < \infty \qquad (3.17)$$

şeklinde tanımlanır.

Kabul – Red yönteminin adımları aşağıdaki gibidir :

Adım 1 . Ters dönüşüm yöntemini kullanarak $h(x)$ 'ten $x = x_1$ örneklemini elde et.

Adım 2 . Bir $(0,1)$ rasgele sayısını elde et.

Adım 3 . Eğer $R \leq \frac{f(x_1)}{g(x_1)}$ ise, x_1'i $f(x)$ 'in uygun bir örneği olarak kabul et.

Aksi halde, x_1'i reddederek (dışarıda tutarak) adım 1'e dön.

Ayrıca bu yöntemin geçerliliği aşağıdaki eşitliğe dayanmaktadır;

$P\{x \leq a, x = x_1\}$kabul edilmiştir, $-\infty < x_1 < \infty \rightarrow \int_{-\infty}^{a} f(x)dx$; $-\infty < a < \infty$

Bu olasılık ifadesine göre, adım 3'teki koşulu sağlayan $x = x_1$ örneklemi, istendiği gibi orijinal (pdf) $f(x)$ 'ten alınan bir örneklem olmaktadır. Önerilen bu yöntemin etkinliği, adım 3'teki red olasılığının azalması ile birlikte artmaktadır.

Bu olasılık büyütme fonksiyonu $g(x)$ 'in özel seçimine bağlı olup, $f(x)$ ile çok uyumlu bir $g(x)$ 'in seçimi ile azalacaktır.[96]

[96] TAHA Hamdy A., a.g.e., Sayfa 682

3.3.3. Convolution Tekniği

Bu teknik iki yada daha fazla bağımsız rassal değişkenin olasılık dağılımlarının istatistiksel olarak toplanmasını öngörür. Bunu ise, istenilen dağılıma sahip yeni bir rassal değişkeni ortaya çıkarmak amacıyla yapar. Bu teknik özellikle erlang, binom ve normal dağılım gibi teorik dağılımlar için kullanılmaktadır.[97]

Y rassal değişkeninin $x_1 + x_2 + ... + x_n$ ile aynı dağılıma sahip olduğu bir $x_1 + x_2 + ... + x_n$ bağımsız rassal değişkenler dizisinin olduğu varsayılsın. Buradan özellikle Y = $x_1 + x_2 + ... + x_n$ yazılabilir.[98]

Herhangi bir X_i'nin T gibi ve Y'nin ise F gibi bir dağılım fonksiyonuna sahip olduğu da düşünülürse, bu durumda Y rassal değişken değeri izleyen adımları öngörür:

Adım 1. Her birinin dağılım fonksiyonu T olan bağımsız $x_1 + x_2 + ... + x_n$'i elde et.

Adım 2. Y = $x_1 + x_2 + ... + x_n$ al ve geriye dön.[99]

3.3.4. Yaklaşık Normal Rassal Değişken Değeri Oluşturma Tekniği

Normal bir rasgele sapmanın elde edilebilmesine iyi bir yaklaşım da merkezi limit teoreminin kullanılmasıdır. Burada ifade edilen aynı dağılımdan elde edilecek n adet rasgele değişkenin ortalaması ve n'in limitte sonsuza gittiği düşünüldüğünde, normal dağılımın söz konusu olduğudur. Dolayısıyla, standart sapma orantısal olarak $1/\sqrt{n}$'e eşit olmaktadır. Böylece, eğer n adet üniform olasılıksal değişken birlikte toplanırsa ve sonuçta elde edilen olasılıksal değişken $(1/2.n)$ ortalama

---

[97] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 343
[98] TAHA Hamdy A., a.g.e., Sayfa 676
[99] LAW Averil M., KELTON W. David, a.g.e., Sayfa 490

ve $\sqrt{n/12}$ standart sapma ile normal dağılıma yaklaşır. Pratikte, n değerinin en az 10 olması uygulama açısından kolaylık sağlar.[100]

Normal dağılımın bir değişkenin açıklanmasına yönelik olarak kullanılması için ortalamanın ve standart sapmanın bir şekilde belirlenmesi gerekir. Eğer buna ilişkin olan simülasyon problemindeki x değişkeninin sürekli ve normal dağıldığı düşünülürse x değişkeni aşağıdaki eşitlikten hesaplanabilir ; $\rightarrow X \approx N(\mu, \sigma^2)$.

$$x = \sigma_x \frac{(12)^{1/2}}{(n)} (\sum_{i=1}^{n} r_i - n/2) + \mu_x \qquad (3.18)$$

Bu eşitlikte ;

σ_x → dağılımın standart sapmasını,

μ_x → dağılımın ortalamasını,

n → ampirik gözlem sayısını ifade eder.[101]

Normal dağılımın (pdf) olasılık yoğunluk fonksiyonu ise ;

$$f(x) = \frac{1}{\sigma 2\sqrt{\pi}} \exp\left[-1/2((x-\mu)/\sigma^2\right], \quad -\infty < x < \infty \qquad (3.19)$$

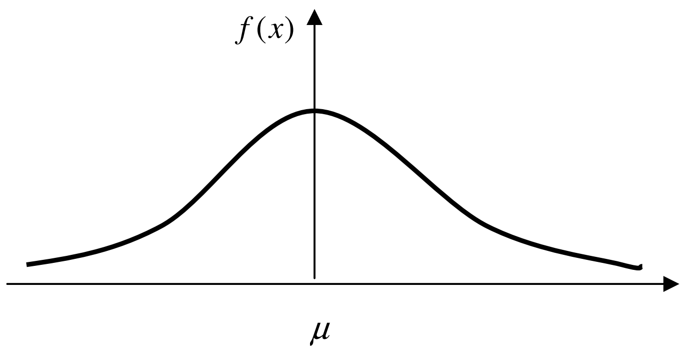
[100] TOCHER K.D., “The Art Of Simulation”,The English Universities Press Ltd., London, 1973, Sayfa 31
[101] SHAMBLIN J.E., STEVENS G.T., “ Operations Research A Fundemental Approach ”, Mc. Graw Hill inc.,USA, 1794, Sayfa 168

Birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu (cdf) ise ;

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma 2\sqrt{\pi}} \exp\left[-1/2((x-\mu)/\sigma^2\right]dx. \qquad (3.20)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir.

Şekil 3.4.3 **Normal Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu**



Yukarıdaki şekil X'in μ ortalama ve σ^2 varyans ile normal dağıldığını gösteren X' in normal olasılık yoğunluk fonksiyonudur.[102]

[102] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 209

3.4. Rastsal Sayıların Dağılımlar için Rastsal Sayı Üreteçleri ile Üretilmesi

a) Sürekli Dağılımlardan rastsal sayı üretme

- Üniform dağılım
- Eksponansiyel (Üstel) dağılım
- Gamma dağılımı
- Erlang dağılımı
- Weibull dağılımı
- Beta dağılımı

b) Kesikli dağılımlardan rastsal sayı üretme

- Poisson dağılımı
- Geometrik dağılım
- Bernoulli dağılımı
- Binom dağılımı

3.4.1. Sürekli dağılımlardan rastsal sayı üretilmesi

Sürekli bir dağılımdan rassal sayı üretilebilmesi için rassal sayı üretecinin bu dağılım için elde edilmesi gerekir. Aynı durum kesikli dağılımlar içinde geçerlidir. Bu amaçla dağılımlara Ters – Dönüşüm, Kabul – Red, Convolution vb., teknikler de uygulanmaktadır.

3.4.1.1. Üniform dağılım için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

Bu dağılımda X rasgele değişkeni (a,b) aralığında üniform olarak dağılmaktadır ve olasılık yoğunluk fonksiyonu şu şekilde ifade edilebilir ;

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & a \le x \le b \\ 0, & \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.18}$$

Buna bağlı olarak birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu ise ;

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b \\ 1, & x \ge b \end{cases} \tag{3.19}$$

Dağılıma ilişkin ortalama ve varyans formülleri sırası ile aşağıda ayrıca verilmiştir ;

$$E(X) = \frac{a+b}{2} \quad , \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{2} \tag{3.20}$$

Üniform dağılım, simülasyon içinde çok önemli bir rol oynamaktadır. Burada rasgele sayılar, 0 ve 1 aralığında üniform olarak dağılarak rasgele olayların üretilmesi için ortalamaları sağlamaktadır.[103]

X rasgele değişkeninin daha öncede varsayıldığı gibi $[a,b]$ aralığında üniform olarak dağıldığı kabul edilir ise ;

$$X = a + (b-a).R; \quad R \approx (0,1). \tag{3.21}$$

Bununla birlikte izleyen adımlar ünifom dağılım için rasgele sayıların üretilmesi amacı ile kullanılır.

<u>Adım 1 .</u> İlk olarak birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu belirlenir ;

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \ x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & , \ a \le x \le b \\ 0 & , \ x > b \end{cases} \tag{3.22}$$

<u>Adım 2 .</u> Bu adımda ise ;

$$F(X) = (X-a)/(b-a) = R. \tag{3.23}$$

eşitliği yukarıdaki kestirime bağılı olarak yazılır.

<u>Adım 3 .</u> Son olarak ise ;

$$X = a + (b-a).R \tag{3.24}$$

eşitliğinden X , R 'nin terimlerine bağlı olarak çözümlenir.[104]

---

[103] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 201 - 202
[104] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 326

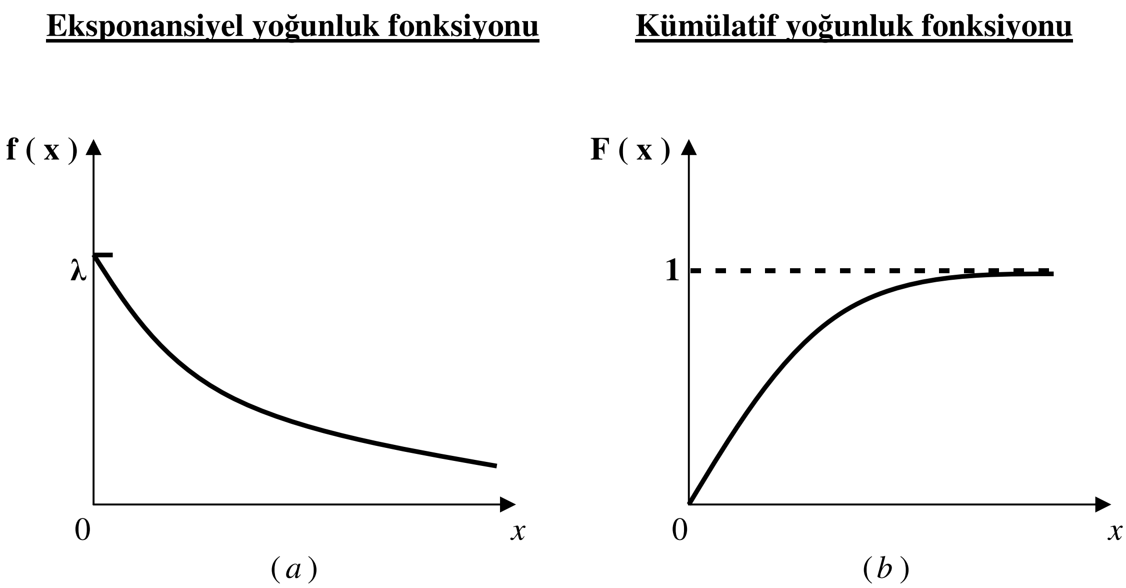
3.4.1.2. Eksponansiyel dağılım için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

Söz konusu dağılımda, rasgele X değişkeni $\lambda > 0$ koşuluna bağlı olarak eksponansiyel bir dağılım gösterir. Bu duruma ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu ise

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \qquad (3.25)$$

şeklinde ifade edilir.

<u>Şekil 3.4.2.1</u>



Eksponansiyel yoğunluk fonksiyonu grafiğinden de görüldüğü gibi x'deki artışlara bağlı olarak fonksiyon değeri (λ) eksponansiyel olarak azalmaktadır.

Birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu ise ;

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq 0 \\ \int_0^x \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda x} & , \quad x \geq 0. \end{cases} \tag{3.26}$$

şeklinde tanımlanabilir.

Ters – dönüşüm yönteminin kullanılması ile üstel dağılım için rasgele sayıların elde edilmesi adım adım şu şekilde örneklendirilebilir;

Adım 1 . İstenen rasgele değişken X 'in birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonunu hesapla. Burada eksponansiyel (üstel) dağılım için (cdf) birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu ; $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}, x \geq 0$. (3.27)

Adım 2 . X 'in dizisi üzerinden $F(X) = R$ eşitliği belirlenir. Bu duruma göre, eksponansiyel (üstel) dağılım için $x \geq 0$ eşitsizliği dizisi üzerinden $1 - e^{-\lambda x} = R$ haline gelir. Ayrıca X bir rasgele değişken olduğu için bunu takiben $1 - e^{-\lambda x}$ 'de bir rasgele değişken olmakla birlikte burada R olarak tanımlanır. R daha sonraki adımlarda da vurgulanacağı gibi, (0,1) aralığı üzerinde ve üniform bir dağılıma sahip rasgele değişkenleri temsil etmektedir.

Adım 3 . R 'nin terimlerindeki X için $F(X) = R$ eşitliği çözülür. Eksponansiyel (üstel) dağılım için çözüm süreci izleyen şekilde ilerler ;

$$1 - e^{-\lambda x} = R \tag{3.28}$$

$$e^{-\lambda x} = 1 - R \tag{3.29}$$

$$-\lambda X = \ln(1 - R) \tag{3.30}$$

$$X = \frac{-1}{\lambda}\ln(1 - R) \tag{3.31}$$

Çözüm sürecindeki dördüncü eşitlik ekspanasiyel (üstel) dağılım için rasgele olasılıksal değişken üreticisi olarak tanımlanır. Buradan, dördüncü eşitlik; genel ifade olarak $X = F^{-1}(R)$ şeklinde yazılabilir.

Adım 4 . Üniform rasgele sayıları $R_1, R_2, R_{3,}$.......... şeklinde üretilir ve istenen rasgele olasılıksal değişkenleri hesaplanır.

Bu hesaplama ; her bir X için,

$X_i = F^{-1}(R_i)$ eşitliği ile yapılır. (3.32)

Üstel durum için bu, $F^{-1}(R) = (-1/\lambda)\ln(1 - R_i)$ eşitliği ile hesaplanır.

Dolayısıyla buradan da özellikle ;

$X_i = \dfrac{-1}{\lambda}\ln(1 - R_i), (i = 1,2,3,......)$ için yazılabilir. (3.33)

Bu son eşitlikte $1 - R_i$ yerine R_i konularak buradan;

$X_i = \dfrac{-1}{\lambda}\ln R_i$ şeklinde de ifade edilir.[105] (3.34)

$$x = \sigma_x \frac{(12)^{1/2}}{(n)}\left(\sum_{i=1}^{n} r_i - n/2\right) + \mu_x \qquad (3.35)$$

[105] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L.,a.g.e., Sayfa 323

3.4.1.3. Gamma dağılımı için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

Gamma dağılımı için rastsal sayıların elde edilmesi daha önce ele alınan dağılımlardan daha karmaşık bir durum teşkil eder. Bu durum Gamma dağılım fonksiyonunun tersinin kolay bir biçimde alınamamasından ileri gelmektedir.[106]

Gamma dağılımının tanımlanmasında kullanılan fonksiyon gamma fonksiyonu olarak bilinir ve bu fonksiyon içindeki tüm $\beta > 0$ olması koşulu ile ilgili fonksiyon aşağıdaki şekilde tanımlanabilir;

$$\Gamma(\beta) = \int_0^{\infty} x^{\beta-1} e^{-x} dx. \qquad (3.36)$$

Bu fonksiyon parçalar halinde özellikle ;

$$\Gamma(\beta) = (\beta - 1)\Gamma(\beta - 1). \qquad (3.37)$$

tanımlanabilir.

Eğer β bir tamsayı ise, $\Gamma(1) = 1$ olarak kullanılabilir ve yukarıdaki parçalı eşitlikten yararlanılarak ;

$$\Gamma(\beta - 1) = (\beta - 1)! \qquad (3.38)$$

şeklinde yazılabilir.

Böylelikle, Gamma fonksiyonu sadece tamsayılara değil, tüm pozitif sayılara uygulanabilen genelleştirilmiş bir faktöriyel notasyon ile ifade edilebilir.

---

[106] LAW Averil M., KELTON W. David, a.g.e., Sayfa 487

Rasgele değişken X 'in, β ve θ parametrelerinin kullanımı ile Gamma dağılımlı olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf) aşağıda ifade edilmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\beta\theta}{\Gamma(\beta)}(\beta\theta x)^{\beta-1} e^{-\beta\theta x} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.39}$$

Bununla birlikte birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu (cdf) ise ;

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \displaystyle\int_x^{\infty} \dfrac{\beta\theta}{\Gamma(\beta)}(\beta\theta x)^{\beta-1} e^{-\beta\theta x} dx. & , \quad x > 0. \\ 0 & , \quad x \leq 0 \,. \end{cases} \tag{3.40}$$

şeklide ifade edilebilir.[107]

Burada Gamma dağılımı için rasgele sayıların üretilmesi, Kabul – Red tekniğinin ve öngörülen θ ölçek parametresi ile β şekil parametresinden elde edilen $1/\theta$ ortalama ve $1/\beta\vartheta^2$ varyansın kullanılmasına ilişkin adımların izlenmesi ile gerçekleştirilir ;

Adım 1. $a = (2\beta - 1)^{1/2}$ ve $b = 2\beta - \ln 4 + 1/a$ eşitlikleri hesaplanır.

Adım 2. R_1 ve R_2 üretilir.

Adım 3. $X = \beta\left[R_1 / (1 - R_1)\right]^a$ eşitliği hesaplanır.

Adım 4a. Eğer $X > b - \ln(R_1^2 R_2)$ ise, X reddedilir ve adım 2'ye dönülür.

---

[107] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 206 - 207

Adım 4b. Eğer $X \leq b - \ln(R_1^2 R_2)$ ise, X istenilen değişken olarak kullanılır. Adım 4b'den üretilen değişenlerin sahip olacağı ortama ve varyanslar β 'ya eşit olacaktır.

Adım 5. Son adım olarak X , $X / \beta\theta$ ifadesinde yerine koyulur.[108]

3.4.1.4. Erlang dağılımı için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

Danimarkalı bir haberleşme mühendisi olan Erlang, kuyruk teorisini ilk geliştiren araştırmacılardandır. Erlang dağılımı, izleyen duruma ilişkin olarak ortaya çıkmıştır ; Müşterilere servis vermek amacı ile oluşturulan ve k adet istasyonu içeren bir seri olduğu düşünülsün. Buradaki kural ilave bir müşterinin, süreç içersindeki müşteri tüm istasyonlara uğramadan önce ilk istasyona girememesidir.

Ayrıca burada her bir istasyon üstel dağılımlı servis zamanına $k\theta$ parametresi ile sahiptir. Bununla birlikte, β tamsayı iken, $\beta = k$ olduğunda ise ; $X = X_1 + X_2 + ... + X_\beta$ eşitliği kullanılarak dağılımın ortalaması açık bir şekilde elde edilebilir. Burada rasgele değişkenlerin toplamının beklenen değeri, her bir rasgele değişkenin beklenen değerini bulduktan sonra bunların toplanması ile elde edilir.

Böylelikle,

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + ...E(X_k). \qquad (3.41)$$

Ayrıca üstel dağılımlı X_j ' lerin her biri için beklenen değer $1/k\theta$ ile belirlenir. Buradan özellikle ;

$$E(X) = 1/k\theta + 1/k\theta + ... + 1/k\theta = 1/\theta. \qquad (3.42)$$

yazılabilir.

[108] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 348

X_j rasgele değişkenleri birbirlerinden bağımsız ise, bunların toplamlarının varyansı, varyanslarının toplamına eşittir. Bu durum ise,

$$V(X) = 1/(k\theta)^2 + 1/(k\theta)^2 + ... + 1/(k\theta)^2. \qquad (3.43)$$

$\beta = k$ olduğunda, pozitif bir tamsayı ile, birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu (cdf) şu şekilde ifade edilebilir.

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \sum_{i=0}^{k-1} e^{-k\theta x} / i\,! \ , & x > 0 \\ 0 \ , & x \leq 0. \end{cases} \qquad (3.44)$$

Burada $k\theta x$, Poisson terimleri toplamı ve $\alpha = k\theta x$ ortalama ile elde edilmiştir.[109]

Bunlara ilave olarak, Erlang dağılımı için rasgele sayıların üretilmesinde convolution tekniği kullanılmaktadır. Burada Erlang rasgele değişkeni X 'in (K,θ) parametreleri ile K adet üstel bağımsız rasgele değişkenin toplamı ile $(X_i(i = 1,....,K))$ olarak ve $1/K\theta$ ortalama ile $X = \sum_{i=1}^{K} X_i$ olarak elde edilebilir.

Buradan da $1/\lambda = 1/K\theta$ eşitliği ile, Erlang rasgele sayı üreticisi özellikle,

$$X = \sum_{i=1}^{K} (-1/K\theta) \ln R_i \qquad (3.47)$$

$$X = (-1/K\theta) \ln\left(\prod_{i=1}^{K} R_i\right) \qquad (3.48)$$

olarak ifade edilebilir.[110]

---

[109] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 207

[110] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 343

3.4.1.5. Weibull dağılımı için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

Rasgele X değişkeni eğer izleyen olasılık yoğunluk fonksiyonu biçiminde ise Weibull dağılımına sahiptir.

$$f(x) = \begin{cases} \beta/\alpha((x-v)^{\beta-1}/\alpha)\exp\left[-(x-v)^{\beta}/\alpha)\right], & x \geq v \\ 0, & \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.49}$$

Weibull dağılımına ilişkin üç önemli parametre söz konusudur. Bunlar v konum parametresi $(-\infty < v < \infty)$ aralığında, α ölçek parametresi $(\alpha > 0)$ olarak ve β şekil parametresi $(\beta > 0)$ olarak tanımlanır. Bu tanımlama ile $v = 0$, $\alpha = 1$ ve $\beta = 1$ olarak alındığında Weibull dağılımına ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu özellikle;

$$f(x) = \begin{cases} (1/\alpha)^{-x/\alpha} e, & x \geq 0 \\ 0, & \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.50}$$

şekline indirgenebilir.

Weibull dağılımına ilişkin birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu ise,

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < v \\ 1-\exp\left[-(x-v)^{\beta}/\alpha)\right] & x \geq v. \end{cases} \tag{3.51}$$

şeklinde ifade edilebilir.[111]

Weibull dağılımı ayrıca makinelerde yada bunlara ilişkin elektronik parçalarda zaman içinde oluşabilecek hatalar yada yetersizlikler için bir model öngörür. Bununla birlikte weibull dağılımı için rasgele sayıların üretilmesi, daha önce tanımlanan v, α, β parametrelerinin bu amaç için $v = 0$, $\alpha > 0$ ve $\beta > 0$ şeklinde tanımlanarak (pdf) olasılık yoğunluk fonksiyonunun buradan ;

[111] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L, a.g.e., Sayfa 215 – 217

$$f(x) = \begin{cases} (\beta / \alpha)^{\beta} . x^{\beta - 1} . e^{-(x/\alpha)^{\beta}} & , \quad x \geq 0 \\ 0 & , \quad \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.52}$$

olarak belirlenmesi ve Ters - Dönüşüm tekniğinin de kullanılmasıyla izleyen üç adımı içerir.

Adım 1. $F(X) = 1 - e^{-(x/\alpha)^{\beta}}$ $, x \geq 0$ olarak kümülatif yoğunluk fonksiyonu belirlenir.

Adım 2. $F(X) = 1 - e^{-(X/\alpha)^{\beta}} = R$ olarak tanımlanır.

Adım 3. $X = \alpha[-\ln(1-R)]^{1/\beta}$ eşitliği X için çözülür.

3.4.1.6. Beta dağılımı için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

Beta dağılımı, olası uygulamalar için gerekli olan bir takım verilerin yokluğunda, temsili bir model gibi kullanılmakla birlikte rasgele bir oran dağılımını öngörür. Bu dağılımla yükleme içinde yer alan hatalı parçaların oranı, bir görevin tamamlanmasında gerekli olan süre vb., unsurlar belirlenebilir.

Beta dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu $\mathrm{B}(\alpha_1, \alpha_2)$ parametrelerince izleyen şekilde belirlenir ;

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^{\alpha_1 - 1}(1-x)^{\alpha_2 - 1}}{\mathrm{B}(\alpha_1, \alpha_2)} & , \quad \textit{Eğer} \quad 0 < x < 1 \\ 0 & , \quad \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.53}$$

Beta dağılımı ayrıca bu eşitlikten α_1 ve α_2 için herhangi bir gerçek sayı (z_1 ve z_2 gibi) atanarak özellikle,

$$\mathrm{B}(z_1, z_2) = \int_0^1 t^{z_1 - 1}(1-t)^{z_2 - 1} dt. \quad \text{ve} \quad z_1 > 0\,, \ \ z_2 > 0 \qquad (3.54)$$

şeklinde yazılabilir.

Buradan ise beta dağılımının birtakım özellikleri olan ;

$$\mathrm{B}(z_1, z_2) = \mathrm{B}(z_2, z_1)\,, \ \mathrm{B}(z_1, z_2) = \frac{\Gamma(z_1)\Gamma(z_2)}{\Gamma(z_1 + z_2)} \qquad (3.55)$$

eşitlikleri ifade edilebilir.

Beta dağılımının ortalaması ;

$$\mu = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad , \qquad (3.56)$$

Beta dağılımının varyansı ise ;

$$V = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 (\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} \qquad (3.57)$$

olarak ifade edilir.

Beta dağılımının birikimli olasılık fonksiyonu ise,

$$F(x) = \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2)}{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)} \int_0^x x^{\alpha_1 - 1}(1-x)^{\alpha_2 - 1} dx.\text{' dir.}^{112} \qquad (3.58)$$

[112] LAW Averil M., KELTON W. David, a.g.e., Sayfa 338

Beta dağılımı için rasgele sayıların üretilmesi için izleyen adımların gerçekleştirilmesi gereklidir ancak bu adımlardan önce rasgele değişken x ile ilgili birtakım özelliklerin verilmesi yararlı olacaktır.

- $[a,b]$ aralığı üzerinde $X \approx beta(\alpha_1,\alpha_2)$; $a<b$ için.
- Eğer $\alpha_2 = 1$ olursa, $0 \le x \le 1$ için, $f(x) = \alpha_1 . x^{\alpha_1 - 1}$ ve $F(x) = x^{\alpha}$ olur.
- Buradan ise Ters – Dönüşüm tekniği kullanılarak $X \approx beta(\alpha_1, 1)$'den X'ler üretilebilir.

Adım 1 . Y_1 ve Y_2 gibi iki bağımsız değişken belirlenir ve bunlar özellikle ;

$beta(\alpha_1,\alpha_2)$ ve $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$ için,

$Y_1 \approx Gamma(\alpha_1, 1)$ $Y_2 \approx Gamma(\alpha_2, 1)$ olarak ilişkilendirilir.

Adım 2 . $X = Y_1/(Y_1 + Y_2)$ eşitliğinden X' ler beta dağılımı için bulunur.[113]

3.4.2 Kesikli Dağılımlar için rastsal sayıların üretilmesi

3.4.2.1. Poisson dağılımı için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

Poisson dağılımı çoğu rasgele süreci matematiksel olarak basit ve oldukça iyi olarak açıklar. Poisson dağılımı, ilk olarak 1837 yılında S.D. Poisson'un suç ve medeni hukuk maddeleri kitabında tanıtılmıştır.

---

[113] LAW Averil M., KELTON W. David, a.g.e., Sayfa 493

Poisson dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonu ;

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\alpha}\alpha^{-x}}{x!} , & x = 0,1,......... \\ 0 , & \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.59}$$

ve ayrıca $\alpha > 0$ koşulu sağlanmalıdır.

Ayrıca Poisson dağılımının ortalaması ve varyansı α parametresine eşittir.

Bu durum özellikle **;**

$$E(X) = \alpha = V(X) \tag{3.60}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Bununla birlikte, birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu ;

$$F(x) = \frac{\sum_{i=1}^{x} e^{-\alpha}\alpha^{i}}{i!} \tag{3.61}$$

şeklinde yazılabilir.[114]

[114] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e. Sayfa 199

Poisson dağılımı için rasgele sayıların üretilmesi amacı ile izleyen unsurlar dikkate alınmalıdır.

N Poisson rasgele sayısının ortalaması $\alpha > 0$ olmak üzere ;

$$p(n) = P(N = n) = \frac{e^{-\alpha}\alpha^{i}}{n!} \quad ; \qquad n = 0,1,2,....... \qquad (3.62)$$

gibi bir fonksiyona sahiptir. Ancak daha da önemlisi N'in bir zaman birimi içinde poisson varışlı bir süreçten, varışların sayısını kestirebilmesidir.

Yukarıda ifade edilenler ışığında Kabul –Red tekniği kullanılarak bu süreç izleyen şekilde gerçekleştirilebilir;

Adım 1 . $n = 0$ ve $P = 1$ olarak belirlenir.

Adım 2 . R_{n+1} gibi bir rasgele sayı üretilir ve P, $P.R_{n+1}$'de yerine koyulur.

Adım 3. Eğer $P < e^{-\alpha}$ ise, $N = n$ eşitliği kabul edilir. Aksi halde, geçerli n'i reddederek n'i 1'e yükselterek, adım 2'ye geri dönülür.[115]

3.4.2.2. Geometrik dağılım için rassal sayı üretecinin elde edilmesi

Geometrik rasgele değişkenlerin alabileceği olası değerler 1,2,.... olup bunlar olasılıkları ile özellikle;

$$P[X = i] = p(1-p)^{i-1}, \qquad 1,2,......, \quad \text{(pdf)} \qquad (3.63)$$

ve p, 0 < p < 1 olmak koşulu ile ifade edilebilir.

Ayrıca X gibi bir rasgele değişkenin ortaya çıkmasında, her biri p başarı olasılığına sahip ardışık bağımsız denemelerin içinden, ilk başarımın sağlanması için gerekli deneme sayısının belirlenmesi önemlidir.[116]

---

[115] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 345 - 346

[116] KARIAN A.Zaven, DUDEWICZ J.Edward, " Modern Statistical Systems And GPSS Simulation ", CRC Press, Boca Raton London NewYork Washington, D.C.,USA, 1999 Sayfa 170

Bu durum özellikle ;

$$P(FFF....FS)^{x-1} = q.p, \quad q = 1 - p \qquad (3.64)$$

ifade edilebilir.

Bu eşitlikte ; $F \rightarrow$ başarısızlıkları, $S \rightarrow$ başarıları göstermektedir.

Ayrıca dağılıma ilişkin ortalama ve varyanslar ;

$$E(X) = 1/p \quad , \quad V(X) = q/p^2. \qquad (3.65)$$

olarak ifade edilebilir.

Birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu ise ;

$$F(x) = 1 - (1-p)^{x+1} \qquad (3.66)$$

olarak ifade edilebilir.

Geometrik dağılım için rasgele sayıların üretilmesinde ters dönüşüm tekniğinin kullanılması önemlidir. Bu yöntem kullanılarak, X geometrik rasgele sayısı, x olarak varsayılır. Dolayısı ile buradan ;

$$F(x-1) = 1-(1-p)^x < R \leq (1-p)^{x+1} = F(x) \quad \text{yazılabilir.} \qquad (3.67)$$

Üretilen R rasgele sayısının $0 < R < 1$olduğu varsayılmaktadır. Yukarıda ifade edilen eşitsizliğin x için çözümlenmesi aşağıdaki süreci izlemektedir.

$$(1-p)^{x+1} \leq 1-R < (1-p)^x, \qquad (3.68)$$

$$(x+1).\ln(1-p) \leq \ln(1-R) < x\ln(1-p), \qquad (3.69)$$

Ancak $1-p<1$ ifadesi $\ln(1-p)<0$ olduğunu ima eder. Bundan dolayı ;

$$\ln(1-R)/\ln(1-p)-1 \leq x < \ln(1-R)/\ln(1-p) \qquad (3.70)$$

yazılabilir.

Böylelikle $X=x$ durumu, x'in tamsayı değerleri için yukarıdaki eşitsizliği sağlamaktadır.

Bazen geometrik değişken X, olası değerlerin $\{q, q+1, q+2, ...\}$ olarak varsayılmasına ihtiyaç duyabilir. Dolayısı ile burada öngörülen $p(x)=p(1-p)^{x-q}$ ve $(x=q, q+1, ...)$olarak, X ' lerin;

$$X = q + \left[\ln(1-R/\ln(1-p)-1\right] \qquad (3.71)$$

eşitliğinden üretilebilmesidir. Buradaki en yaygın durum $q=1$ olmasıdır.[117]

3.4.2.3 Bernoulli dağılımı için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

Başarı yada başarısızlıkla sonuçlanabilecek n adet denemeden oluşan bir deney varsayılsın. Eğer j. deneyin sonucu başarı ile sonuçlanırsa $X_j=1$,başarısızlık ile sonuçlanırsa $X_j=0$ değerlerini almaktadır. Bu n adet Bernoulli denemesi Bernoulli süreci olarak adlandırılmaktadır. Bununla birlikte, eğer söz konusu denemeler bağımsız ise o zaman her bir deneme için iki olası sonuç (başarı yada başarısızlık) ortaya çıkar. Ayrıca bu denemelere ilişkin başarı olasılığı denemeden denemeye sabit kalmaktadır.

[117] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 340 - 341

Böylece Bernoulli dağılım fonksiyonu ;

$$p(x_1, x_2, x_3, ...x_n) = p_1(x_1).p_2(x_2).........p_n(x_n)$$

ve

$$p_j(x_j) = p(x_j) = \begin{cases} p\ , & x_j = 1,\quad j = 1,2,........,n \\ 1 - p = q\ , & x_j = 0,\ j = 1,2,........,n \\ 0\ , & \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \qquad (3.72)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Burada X_j ' nin ortalaması ve varyansı izleyen şekilde hesaplanabilir;[118]

$$E(X_j) = 0.q + 1.p = p \qquad (3.73)$$

ve

$$V(X_j) = \left[(0^2.q) + (1^2.p)\right] - p^2 = p(1-p) \qquad (3.74)$$

Bernoulli dağılımı için rasgele sayıların üretilmesi için bir *ters fonksiyon* türetilmelidir. Bu amaç ile $G(y)$ gibi bir fonksiyon $P\left[G(U) \leq x\right] = F(x)$ koşulu ile kurulabilir. Buradan özellikle ;

$$G(y) = \begin{cases} 1,\ \textit{Eğer}\ \ y = 1\ \ \textit{ise}, \\ 1,\ \textit{Eğer}\ 1 - p < y < 1\ \textit{ise}, \\ 0,\ \textit{Eğer}\ \ y = 1 - p\ \ \textit{ise}, \\ 0,\ \textit{Eğer}\ 0 \leq y < 1 - p\ \ \textit{ise}, \end{cases} \qquad (3.75)$$

118 BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L.,a.g.e., Sayfa 197

$P[G(U) \leq x] = F(x)$ olma koşulu nedeni ile , eğer $x < 0$ ise $P[G(U) \leq x] = 0$, eğer $0 \leq x < 1$ ise $P[G(U) \leq x] = 1 - p$, eğer $x \geq 1$ ise $P[G(U) \leq x] = 1$ olarak belirlenebilir. Bu yüzden, $G(U_1), G(U_2),........ (p)$ başarı olasılığı ile bağımsız Bernoulli rasgele değişkenleridir.

Sonuç itibariyle $G(U_i)$ çok basit bir fonksiyon olup, genel biçimi şu şekilde ifade edilebilir;

$$G(U_i) = \begin{cases} 0, \; \textit{Eğer} \; U_i \leq 1 - p \; \textit{ise}, \\ 1, \; \textit{Eğer} \; 1 - p < U_i \; \textit{ise}, \end{cases} \tag{3.76}$$

Bernoulli rasgele değişkenlerinin üretilmesi için bu metodun uygulanmasında söz konusu X_i'ler, $U_i \leq 1 - p$ olması halinde 0, $1 - p < U_i$ olması durumunda ise 1 değerlerini almaktadırlar.[119]

3.4.2.4. Binom dağılımı için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

X rasgele değişkeni, n adet Bernoulli denemesinin içindeki başarılı denemelerin binom dağılım özelliği gösterdiğini belirterek bunu $p(x)$ fonksiyonu ile özellikle;

$$p(x) = \begin{cases} (n^C x).p^x.q^{n-x}, & x = 0,1,2,......,n \\ 0, & \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.77}$$

olarak ifade etmektedir.

[119] KARIAN A.Zaven, DUDEWICZ J.Edward., a.g.e., Sayfa 158 - 159

Yukarıda ifade edilen fonksiyonel ilişkiden yola çıkarak ilk x adet deneme sonucunda meydana gelen tüm başarılar S ile, tüm başarısızlıklar ise F ile $n-x$ adet olarak gösterilebilir.

Bu durum özellikle ;

$$P(\overbrace{SSS\ldots\ldots\ldots\ldots S}^{x\ \text{adet}}\ \overbrace{S\ \ FFF\ldots\ldots FF}^{n-x\ \text{adet}}) = p^{x}.q^{n-x} \text{ ve } \quad q = 1-p \qquad (3.78)$$

olarak gösterilebilir.

Ayrıca ; $(n^{C} x) = \dfrac{n!}{x!(n-x)!}$ adet çıktının istenen sayıda S ve F'e sahip olduğu varsayılır. (3.79)

Binom dağılımının ortalama ve varyansının tanımlanmasında kolay bir yaklaşım X'in n adet bağımsız Bernoulli rasgele değişkeninin toplamı olarak düşünülerek, buradan ortalamanın p, varyansın ise $p(1-p) = p.q$ olarak bulunmasıdır.

Özellikle ;

$$X = X_1 + X_2 + \ldots\ldots + X_n \qquad (3.80)$$

Buradan dağılım ortalaması ;

$$E(X) = p + p + \ldots\ldots + p = n.p \qquad (3.81)$$

Dağılımın varyansı ise ;

$$V(X) = p.q + p.q + ... + p.q = n.p.q \qquad (3.82)$$

olarak belirlenir.[120]

Dağılım için p başarı olasılıklı, n adet deneme sayılı parametrelere ilişkin ve her biri binom dağılımına sahip bağımsız $X_1, X_2,......$ rasgele değişkenlerinin üretilmek istendiği varsayılsın. Bu amaç ile binom dağılımına sahip rasgele X değişkenlerini $0,1,2,......,n$ değerlerini alması ve yukarıda ifade edilen $p(x)$ fonksiyonunu öngörmesi gerekir.

Daha sonra ise, Bernoulli dağılımında öngörülen $P[G(U) \le x] = F_x(x)$ *ters fonksiyonunun* kullanımı ile söz konusu X_i değişkenleri hesaplanır. Bu metodun uygulanabilmesi için $F_x(0), F_x(1),......, F_x(n)$ dizini içeren ve $P(1), P(2),......., P(n+1)$ 'den oluşan bir vektör meydana getirmek gerekir. X_i 'lerin üretilmesinde ilk olarak U_i hesaplanır ve $P(I) < U_i \le P(I+1)$ eşitsizliği ilk kez bulunana ve $X_i = I$ durumu sağlanana kadar $P(.)$ ' lerin içinden (artan ardışık sayılar) bu durum araştırılır.

Böyece, U_i $P(1)$ ile karşılaştırılır ve eğer $U_i \le P(1)$ ise $X_i = 0$ olarak belirlenir. Diğer durumda ise U_i $P(2)$ ile karşılaştırılır ve eğer $U_i \le P(2)$ ise bu durumda ise $X_i = 1$ olarak belirlenir. Ayrıca U_i $P(n-1)$ ile karşılaştırıldığında eğer $U_i \le P(n-1)$ ise $X_i = n-2$, diğer durumda U_i $P(n)$ ile karşılaştırıldığında eğer $U_i \le P(n)$ ise $X_i = n-1$, bir diğer durumda ise $U_i \le P(n+1) = 1$ eşitsizliğine sahip olunduğunda $X_i = n$ olarak belirlenir.[121]

---

[120] BANKS J.,CARSON II J.S., NELSON B.L., a.g.e., Sayfa 197
[121] KARIAN A.Zaven, DUDEWICZ J.Edward, a.g.e., Sayfa 162

3.4.2.5. Negatif Binom dağılımı için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

Negatif Binom dağılımı uygulama alanları bakımından, her bir denemenin p başarı olasılığı ile ardışık bağımsız Bernoulli denemeleri içinde yer alması ve buna bağlı olarak s. başarının gerçekleşmesinden önce başarısızlık sayısının belirlenmesi, s. hatalı parça ile karşılaşmadan önce hatasız parçaların sayısının belirlenmesi, dizi içindeki rasgele boyuttaki parçaların sayısı, bir envanterden talep edilen parçaların sayısı vb., birçok alanda kullanılmaktadır.

Negatif Binom dağılımına ilişkin olasılık fonksiyonu ise ;

$$p(x) = \begin{cases} (s+x-1^{C}x).(p)^{s}.(1-p)^{x}, \ \textit{eğer} \ x = \{0,1,......\} \text{ ise,} \\ 0 \quad , \qquad \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.83}$$

Birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu ise ;

$$F(x) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{(x)} (s+i-1^{C}i).(p)^{i}.(1-p), \quad \text{eğer} \quad x \geq 0 \quad \text{ise} \\ 0 \quad , \qquad \textit{Diğer Durumlarda.} \end{cases} \tag{3.84}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Dağılımın ortalaması ;

$$E(X) = \frac{s(1-p)}{p} \ , \tag{3.85}$$

Dağılımın varyansı ise ;

$$V(X) = \frac{s(1-p)}{p^2} \qquad (3.86)$$

olarak ifade edilebilir.[122]

Negatif binom dağılımı için rasgele sayıların üretilmesinde convolution tekniği kullanılır ve bu teknik daha öncede ifade edilen izleyen adımları içerir;

1 . $Y_1, Y_2, ..., Y_s$ gibi bir dizin s ve p arasındaki ilişkiyi göz önüne alarak oluşturulur.

2. $X = Y_1 + Y_2 + ... + Y_s$ eşitliği çözümlenerek, X_i rasgele sayıları dağılım için bulunur.[123]

3.4.2.6. Hipergeometrik Dağılım için rastsal sayı üretecinin elde edilmesi

Sonlu bir kütleden iadesiz örneklem çekimi gerekli olduğu durumlarda hipergeometrik dağılımın kullanılması gerekir. Hipergeometrik dağılımı kullanabilmek için üç koşulun sağlanması gereklidir ;

- Bir deney iki olanaklı sonuca sahip ise,
- Deneyin tekrarlanma sayısı n sabit ise,
- Deneylerden birinin sonucu diğer deney(ler)i etkiliyor ise.[124]

Dolayısı ile sonlu bir kütle ile iadesiz olarak çalışıldığından her deneme sonunda örneklem sayısı giderek azalacaktır. N gibi bir ana kütlede s adet başarılı ve r adet de başarısız durum olduğu düşünülür ise bu anlamda $N = s + r$ yazılabilir.

---

[122] LAW Averil M., KELTON W. David, a.g.e., Sayfa 348
[123]LAW Averil M., KELTON W. David, a.g.e., Sayfa 503
[124]AYTAÇ Mustafa, " Matematiksel İstatistik "Ezgi Kitabevi,Genişletilmiş 3.Baskı,Bursa,2004,Sayfa 238

Ayrıca $(x \leq n \leq N)$ olduğunda hipergeometrik dağılımın n denemede x başarı elde etmesi kesin varsayılıyor ise o zaman buradan olasılık yoğunluk fonksiyonu özellikle ;

$$f(x) = \frac{(s^{C}x)(r^{C}n - x)}{(N^{C}n)} \tag{3.87}$$

yazılabilir.

Birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu ise ;

$$F(x) = \sum_{k \leq j} \frac{(s^{C}x_k)(r^{C}n - x_k)}{(N^{C}n)} \tag{3.88}$$

yazılabilir.

Dağılıma ilişkin ortalama ve varyanslar ise ;

$$E(X) = n.p, \tag{3.89}$$

$$V(X) = n.p.q \frac{(N - n)}{(N - 1)} \tag{3.90}$$

olarak ifade edilebilir.[125]

Hipergeometrik dağılım için rasgele sayıların üretilmesinde ters – dönüşüm tekniği kullanımı gerekir. Bu anlamda rasgele değişken X örneklem içindeki S adet başarılı durumla ilgidir. Bu durum, $X = S$ 'lerin sayısı olarak ifade edilmektedir.

---

[125] www.Efunda.com., "Distributions in discrete systems" / math / distributions /dist _ discrete .cfm.,2004

Genel olarak, eğer örneklem hacmi n, M gibi bir popülasyon içindeki başarı sayısından daha küçük ise, $(n < M)$ X 'in en büyük olası değeri n olarak belirlenir. Ayrıca $(M < n)$ olduğunda ise, X en çok M 'e eşit olabilir. Benzer şekilde, popülasyon içindeki hatalar örneklem hacmini aştığında X 'in en küçük olası değeri 0 olmaktadır. Bununla birlikte, eğer $M - N < n$ ise, bu durumda X 'in en küçük olası değeri $n - (N - M)$ olarak belirlenir. Yani özetlenecek olursa, X rasgele değişkeninin olası değerleri $\left[\max(0, n - (N - M) \leq x \leq \min(N, M)\right]$ kısıdını karşılayan bir özellikte olmalıdır.[126]

[126] NORMAN Johnson, KOTZ Samuel, INGRAM Olkin, SHELDON Ross, “Discrete Random Variables and Probability Distributions ”, Chapter 3, 2004, Sayfa 129 - 130

BÖLÜM 4

BİR BEKLEME – HATTI SİSTEMİNDE KESİKLİ – OLAY SİSTEM SİMÜLASYON TEKNİĞİ KULLANIMI VE BİR İŞLETME UYGULAMASI

Simülasyon tekniği bilindiği gibi, bazı durumlarda karmaşık özellikler gösterebilen bekleme – hattı sistemlerinde kullanılabilmektedir. Söz konusu bu durumlarda ele alınan bekleme – hattı sistemine ilişkin gelişler ve servis zamanı dağılımlarının teorik istatistiksel dağılımlara uymadığı görülebilir. Dolayısıyla sistemin bir modelinin kurulması ve bu modelden elde edilen sonuçların değerlendirilmesi de buna bağlı olarak çok zor olabilmektedir.

Ayrıca diğer bir neden olarak da, ele alınan bir stokastik sistemin işleyişini sağlayan bilgi ve verilerin yeterli olmaması ve ayrıca bunlar varsa da bunların toplanmasının zaman ve para kaybına yol açması sayılabilir. İşte bu gibi bu durumlarda da simülasyon tekniğine başvurulabilmektedir.

Bu bölümde yapılan uygulamada da, ulaşılmak istenen amaçlara uygunluğu ve daha etkin sonuçların alınabileceği bir modelin kurulmasına olanak sağladığı için kesikli – olay sistem simülasyonu yöntemi kullanıma uygun görülmüştür. Bu amaçla, simülasyon sürecine ilişkin aşamalar dikkate alınarak, kesikli – olay sistem simülasyonu yöntemi söz konusu işletmenin Bakım - Onarım bölümüne uygulanmıştır.

4.1. Sistemin açıklanması ve problemin tanımlanması

Çalışmamızda ele alınan fabrika bir tekstil fabrikası olup, bünyesinde yer alan düzboya, baskı, dokuma ve çözgü işlemlerini yapmakta ve belirli tekstil ürünlerini üretmektedir. Söz konusu makinelerle ilgili olarak bakım - onarım bölümü sistemde yer alan altı farklı makine türünde toplam 35 makine ile ilgilenmektedir.

Sistemdeki makine türleri , 20 adet tam otomatik dokuma tezgahı, 3 adet MCS, 2 adet RAM, 3 adet Baskı, 2 adet seri çözgü ve 5 adet Jakar makineleridir. Söz konusu makinelerin bakım ve onarım işlemlerinde belirli bir düzenleme yapılmıştır. Bu düzenlemeye göre makineleri düzenli olarak kontrol eden dört bakım - onarım grubu oluşturulmuştur. Bu gruplardan ilki olan Düzboya grubu MCS makinelerine, Dokuma grubu Dokuma makinelerine, Baskı grubu Baskı makineleri ve RAM'lara ve son grup olan Çözgü grubu ise Jakar ve Çözgü makinelerine bakmaktadırlar.

Yapılan araştırmada, ilgili fabrikanın makine bakım bölümü incelenerek buradan alınan veriler yardımı ile ilgili bölümün nasıl bir kuyruk yapısına sahip olduğu belirlenmeye çalışılmıştır.

Sistemdeki makinelerde karşılaşılabilecek bir takım arızaların giderilmesi için gündüz çalışma grupları ve vardiya ekipleri mevcuttur. Ayrıca, gündüz ekibinin mesai saati sona erdikten sonra sistemde yer alan birçok makine aynı anda arızalanırsa, vardiya ekibi gündüz ekibinden yardım isteyebilmektedir.

Bununla birlikte, vardiya ekibi bir usta, makinist ve bir işçiden oluşmaktadır. Sistemde yer alan tüm personelin niteliklerine ve çalışma düzenlerine göre dağılımı Tablo 4.1'de gösterilmiştir. Ayrıca Gündüz ekipleri çalışma saatleri içinde arızalanan makinelerin bakımının yanında makineleri yağlama, bozulan makine parçalarının tamir etme, işletmenin temizliği ve yedek parça sevki gibi işlerden de sorumludurlar.

Tablo 4.1 **Fabrikadaki Makine Tamir - Bakım Personelinin Niteliklerine ve Çalışma Düzenlerine Göre Sınıflandırılması**

EKİBİN ADI	ÇALIŞMA SAATLERİ	USTA	İŞÇİ	MÜHENDİS
DÜZBOYA	8:30 – 18:00	2	1	2
BASKI	8:30 – 18:00	2	2	2
DOKUMA	8:30 – 18:00	2	2	2
ÇÖZGÜ	8:30 – 18.00	2	1	1
1.VARDİYA	7:30 – 15:30	1	1	YOK
2.VARDİYA	15:30 – 23:30	1	1	YOK
3.VARDİYA	23:30 – 7:30	1	1	YOK
4.VARDİYA	DÖNÜŞÜMLÜ *	1	1	YOK

* Vardiya ekipleri dönüşümlü ve düzenli olarak 5 gün çalışıp 2 gün çalışmazlar.

Birden fazla makinenin aynı anda bozulma durumuna ilişkin olarak ekiplerin tecrübelerine göre hareket ederek makinelere müdahale ettikleri görülmüştür. Bu durumun işletmede meydana getirdiği üretim kaybı ve zaman maliyeti araştırılmamıştır.

Bununla birlikte, yönetim bakım ve onarım giderlerinin olması gerekenden daha fazla olduğunu ileri sürmekte ve bu nedenle makine bakım ve onarım bölümünün faaliyetlerine ilişkin olarak bir bilimsel çalışmanın yapılarak optimal kuyruk disiplinini belirlemek (servis disiplini) istemektedir.

Bu amaçla belirli bir kuyruk disiplinin bu doğrultuda belirlenmesinin, sistemdeki sorunun çözümlenmesi bakımından önemli olduğu anlaşılmıştır. (Örneğin; FIFO, SIRO, vb.,). Sistemin gözlemlenmesi ve yöneticilerden elde edilen bilgi ve veri setinin kullanımı ile aşağıda belirtilen sorulara cevap olabilecek bir modelin önerilmesi düşünülmüştür:

- Günlük çalışma sürecinde ortaya çıkabilecek makine arızalarının boyutları nedir ?
- İşlerin yapılmasındaki öncelik hangi disipline göre yapılmalıdır ?
- Gündüz ve vardiya gruplarının gün içindeki iş yoğunluğu nedir ?
- Grupların şu anki çalışma düzenleri sistem için uygun mudur ?

Yapılan inceleme sisteme olan gelişlerin tek tek olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca grupların sadece bakım işiyle uğraşmayıp buna ilave olarak vardiyaya kalanların kontrol, gündüz düzenli çalışanların ise daha öncede ifade edildiği gibi yağlama, bozulan makine parçalarının tamiri, parça sevki ve temizlik gibi işlerle uğraştığı da öğrenilmiştir. Ayrıca şunu da ilave etmek gerekir ki, vardiya grupları tüm makinelerden çalışma saatleri içinde sorumlu iken gündüz grupları kendileri ile ilgili olan kısma ait makinelere mesai saatleri dışında da gerektiğinde bakmakta olduğu da gözlemlenmiştir. Tüm bakım - onarım işleri bu bölüm tarafından yapıldığından dolayı sistemde sıranın uzaması yani beklenenden daha büyük bir arızanın ortaya çıkması durumunda yardımda bulunacak başka bir grup bulunmamaktadır.

Çalışma düzeninin sağlanmasında servis disiplini ilk öncelikliğe sahiptir. Servis disiplini kuralında esas olan, olası bir arızaya ilişkin olarak, ilk arızanın meydana geldiği makinenin onarımı yada bakımı yapılarak söz konusu makinenin sisteme yeniden dahilidir. Bununla birlikte gündüz ve vardiya gruplarının herhangi bir makineyi onarma süreleri de aynı değildir. Bu nedenle vardiya grupları makinelerle ilgili uzun sürebilecek ve ciddi bir onarımla karşı karşıya kaldıklarında gündüz gruplarından yardım isteyebilmektedirler.

4.2. Yapılacak Çalışmanın Belirlenmesi

Sürecin ilk aşamasında belirtilen amaca yönelik olarak geliştirilecek modelde, sistemin performansını ölçütü üzerinde iki etmen (karar değişkeninin) etkileri araştırlacaktır. Burada sistem performansı ölçütünü, makinelerin onarılmak için bekledikleri zamanın fırsat maliyetleri ile mevcut grupların çalışma düzenlerinin sisteme olan maliyetinden oluşmaktadır.

Dolayısıyla yapılacak çalışmada sistemin performansı üzerinde iki etmenin (karar değişkeni) etkilerinin araştırılacağından 2^2 çok etmenli deneyi kullanılacaktır. Deneyin 2^2 çok etmenlisi türünde olmasında bir diğer neden ise ele alınacak her bir etmenin ikişer adet düzeyi olmasındandır. Ayrıca çok etmenli bir deneyin gerçekleştirilmesi için amaca yönelik olarak bir matematiksel modelin kurulumu gerekmektedir. Bu model performans ölçütü ile ilişkili olduğu düşünülen etmenler için geliştirilen bir modeldir.[127]

Çalışmada ele alınacak iki etmenden ilki grupların çalışma biçimidir. Buna göre birinci karar değişkeni (bağımsız değişken) yani ilk etmen iki düzeyli olarak tasarlanmıştır. Bu etmenin birinci düzeyi daha önce ifade edilen ve sistemde uygulanmasına devam edilen 4 gündüz ve 4 vardiya gruplu çalışma düzenidir. İkinci düzeyde ise hali hazırda bulunan 4 gündüz grubu aynı şekilde süreç içinde yer almakta iken buna ilave olarak 4 vardiya ekibi düzenli tek bir grup haline getirilerek gündüz gruplarına dahil edilmektedir. Sonuç itibariyle sistemde toplam 5 grup yer alacaktır. Bu gruplar vardiya gruplarının çalışma saatlerinde çalışacaklardır.

Sistem performans ölçütü üzerindeki etkisi araştırılacak olan ikinci karar değişkeni (bağımsız değişken) ise arızalanan makineleri servise alma şekli ile ilgilidir. Bu durum kuyruk disiplini olarak nitelendirilebilir. Söz konusu kuyruk disiplini içinde iki düzey söz konusudur.

Kuyruk disiplinin birinci düzeyi için sistemde şuan varolduğu varsayılan kuyruk disiplini yani kısım 4.1'de ifade edilmiş olan makinelerde meydana gelen arızaların diğer işlere göre daha öncelikli olduğu (FIFO) durumudur. Yani sistemde yer alan makinelerden aynı anda birde fazlası arızalandığında ilk gelen ilk servis görür (FIFO) kuralına göre seçim yapıldığı kabul edilmiştir.

Kuyruk disiplinin ikinci düzeyi ise tam öncelikli servis kuralıdır. Bu kurala göre; hem arızalanan makinelere hem de aynı anda arızalanan makinelerden daha kısa

---

[127] R. HICKS Charles, " Deney Düzenlemede İstatistiksel Yöntemler ", Ege Üniversitesi Basımevi, Bölüm 7, Bornova - İzmir,1994, Sayfa 94

sürede onarılabileceklere öncelik vererek sistemdeki kesintileri yada üretim kaybını en aza indirmek amaçlanmıştır.

Yapılacak çalışmada ele alınan diğer bir etmen ise, bu iki ana etmenin sahip olduğu ikişer düzeyin etkileşimlerinin simülasyon yardımı ile hesaplanarak bunun sistem performansı üzerindeki etkilerinin araştırılmasıdır. Diğer bir deyişle bu iki etmenin etkileşimlerinin etkisinin yanıt değişkeni üzerindeki etkisi araştırılmıştır.

Söz konusu iki etmenin ikişer düzeyinin etkileşimleri seçenek sistem tasarımlarını (işleyimleri) oluşturmaktadır. Bu etkileşimlerden birinci etmenin ilk düzeyi ile ikinci etmenin ilk düzeyi birinci işleyimi, birinci etmenin ilk düzeyi ile ikinci etmenin ikinci düzeyi ikinci işleyimi, birinci etmenin ikinci düzeyi ile ikinci etmenin ilk düzeyi üçüncü işleyimi ve yine birinci etmenin ikinci düzeyi ile ikinci etmenin ikinci düzeyi de dördüncü işleyimi oluşturmaktadır.

Fabrika sistemi işleyişi itibariyle durumu ele alındığında sahip olduğu karar değişkenleri olan ekiplerin dolu-boş olma durumları, kuyruktaki iş sayısı ve arızalanan makinelerin arıza zamanları zaman içinde belirli zaman noktalarında ani (spontane) olarak değiştiğinden *kesikli – olay sistem simülasyonu* söz konusudur.

Mevcut sistemin simülasyonuna başlarken, daha önce de ifade edildiği gibi başlangıçta simülasyon saatinin sıfır olma koşulu ile ilgili olarak, gündüz gruplarının işe yeni geldiği ve onarılmak için bekleyen herhangi bir makinenin bulunmadığı varsayılmıştır.

4.3. Verilerin Toplanması ve Analizi

Mevcut sistemin simülasyon tekniği ile bilgisayarda çalıştırımının yapılmasında gerekli olan verilerin yeterliliği önemli bir unsurdur. Sistemin çalıştırımı için gereken bilgi ve veriler yetersiz olduğunda sistemi çalıştırmak imkansız bir hale gelmekte ya da çalıştığına inanılan sistem yanıltıcı birtakım sonuçlar vererek analistin yanlış kararlar almasına yol açar. Bununla birlikte, eksik verilerle gerçek ve kesin sonuçlara ulaşmak olası değildir. Ancak bu anlamda yapılan araştırmalar, sisteme ilişkin verilerin tamamına ulaşmanın her zaman mümkün olmadığını göstermiştir.

Bununla birlikte, ele alınan modele ilişkin verileri iki grup halinde incelemek mümkündür. Buna göre ilk gruba ilişkin veriler sistemin girdi sürecini, ikinci gruba ilişkin veriler ise sistemin servis sürecini belirlemektedir.

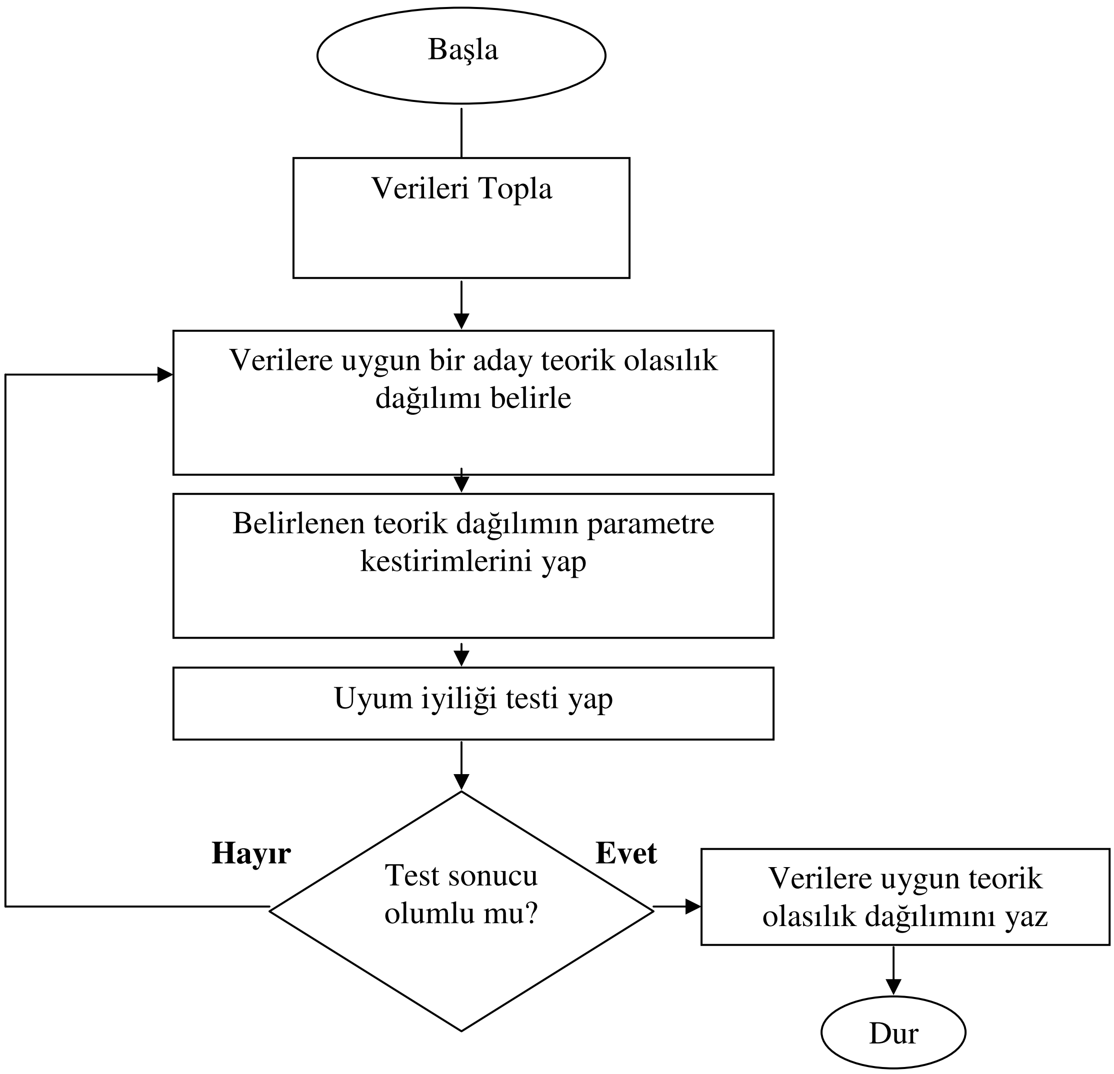
Girdi sürecini belirleme amacına ilişkin olan veriler, makine türlerine göre gün içinde arızaların meydana gelme durumu ile ilgilidir. Bunun için araştırmanın yapıldığı fabrikada konuya ilişkin kayıt tutulmuştur. Bu kayıtlar gözden geçirildiğinde bazı makinelere ilişkin olarak meydana gelen arızaların diğer makinelerden daha az olduğu tespit edilmiştir. Bu nedenle makinelerin yapısı ve işlevleri göz önünde bulundurularak makinelerin arızalanma düzeyine ilişkin veriler belirli gruplarda toplanmıştır.

Buna göre 20 tam otomatik dokuma tezgahı "DOKUMA"; 3 MCS makinesi "MCS"; 2 ram makinesi "RAM"; 3 baskı makinesi "BASKI"; 2 seri çözgü makinesi "ÇÖZGÜ" ve 5 jakar makinesi de "JAKAR" başlıkları altında toplanmıştır.

Buna ilave olarak, her bir makine grubu için makinelerin arızalanmaları arasında geçen süreler dakika birimi cinsinden hesaplanarak model için kullanılmıştır. Ayrıca (1.1.2004-31.4.2005) tarihleri arasındaki veri toplama döneminde, altı makine grubuna ilişkin makinelerin arızalanmaları arasında geçen sürelerin yer aldığı altı adet seriye ulaşılmıştır.

Ayrıca makinelerde meydana gelen arızaların zaman içindeki belirli noktalarda tekrarlı ve sürekli olarak gerçekleşmediği varsayılmıştır. Makine türlerine ilişkin makine arızalanmaları arasında geçen sürelerle ilgili olan veriler, amaca yönelik olarak kullanılabilecek bir duruma geldikten sonra önemli olan bu verileri en iyi şekilde temsil edebilecek bir teorik olasılık dağılımının varlığının araştırılmasıdır. Bu araştırma için izlenecek süreç Şekil 4.3'deki akış şemasında özetlenmektedir.

Şekil 4.3 **Girdi verilerine uygun teorik olasılık dağılımı için izlenecek adımlar**



Şekil 4.3'de ifade edilen akış şemasına ilişkin olarak elde edilen veriler için teorik olasılık dağılımının belirlenmesinde ARENA paket programında yer alan Input Analyzer modu kullanılmıştır. Input Analyzer modunun kullanımı ile girdi verileri için teorik olasılık dağılımları içinden en uygun olan dağılım belirli bir olasılık kriterine göre belirlenmektedir. Bu kritere göre verileri en iyi temsil eden teorik olasılık dağılımına ilişkin olasılık değeri sıfıra çok yakın bir değer alırken diğer dağılım türleri ise sıfırdan daha büyük yani pozitif yönde artan değerlerle karşımıza çıkmaktadır.

DÜZBOYA bölümü MCS makineleri arasında geçen sürelerin Gamma dağılımına uygun dağılım gösterdiği χ^2 uygunluk testi ile ortaya konmuştur. Gözlem değerlerinden yararlanılarak Gamma dağılımına ilişkin şekil parametresi $\widehat{\alpha} = \left(\frac{\overline{x}}{s}\right)^2$ = 0.9216 ve ölçek parametresi ise $\widehat{\beta} = \left(\frac{s^2}{\overline{x}}\right)$ = 30.9162 olarak kestirilmiştir. Ayrıca aşağıdaki tablo 4.2'de verilen hesaplamalar yardımıyla da χ^2_k = 5,6581 olarak bulunmuştur.

Tablo 4.2 MCS makinelerinin bozulmalar arası sürelerine ilişkin veriler için χ^2 işlemler tablosu

Arızalanmalar Arasında Geçen Süre (Dakika)	Gözlenen Frekanslar (G_i)	Beklenen Frekanslar (B_i)	$\chi^2 = \frac{\sum_{t=1}^{10}(G_İ - B_İ)^2}{B_i}$
0 - 820.13	99	98	0,010204
820.13 - 1640.26	55	61	0,590164
1640.26 - 2460.39	46	47	0,021277
3280.52 - 4100.65	37	38	0,026316
4100.65 - 4920.78	25	17	3,764706
4920.78 - 5740.91	21	23	0,173913
5740.91 - 6561.04	9	7	0,571429
6561.04 - 7381.17	7	8	0,125000
7381.17 - 8201.30	5	4	0,250000
8201.30 - +	7	8	0,125000

<u>Tablo 4.2</u> MCS makinelerinin bozulmalar arası sürelerine ilişkin veriler için χ^2 işlemler tablosu

Serbestlik derecesi f = (sınıf sayısı - parametre sayısı - 1) = 10-2-1 = 7 ve %1 anlamlılık düzeyinde χ^2 tablo değeri 18,48 olduğundan MCS makinelerinin arızalanmaları arasında geçen sürelere ilişkin verileri en iyi Gamma olasılık yoğunluk fonksiyonunun temsil ettiği sonucuna varılabilir.

Bu durum özellikle MCS makineleri için; f(x) olasılık yoğunluk fonksiyonu ile;

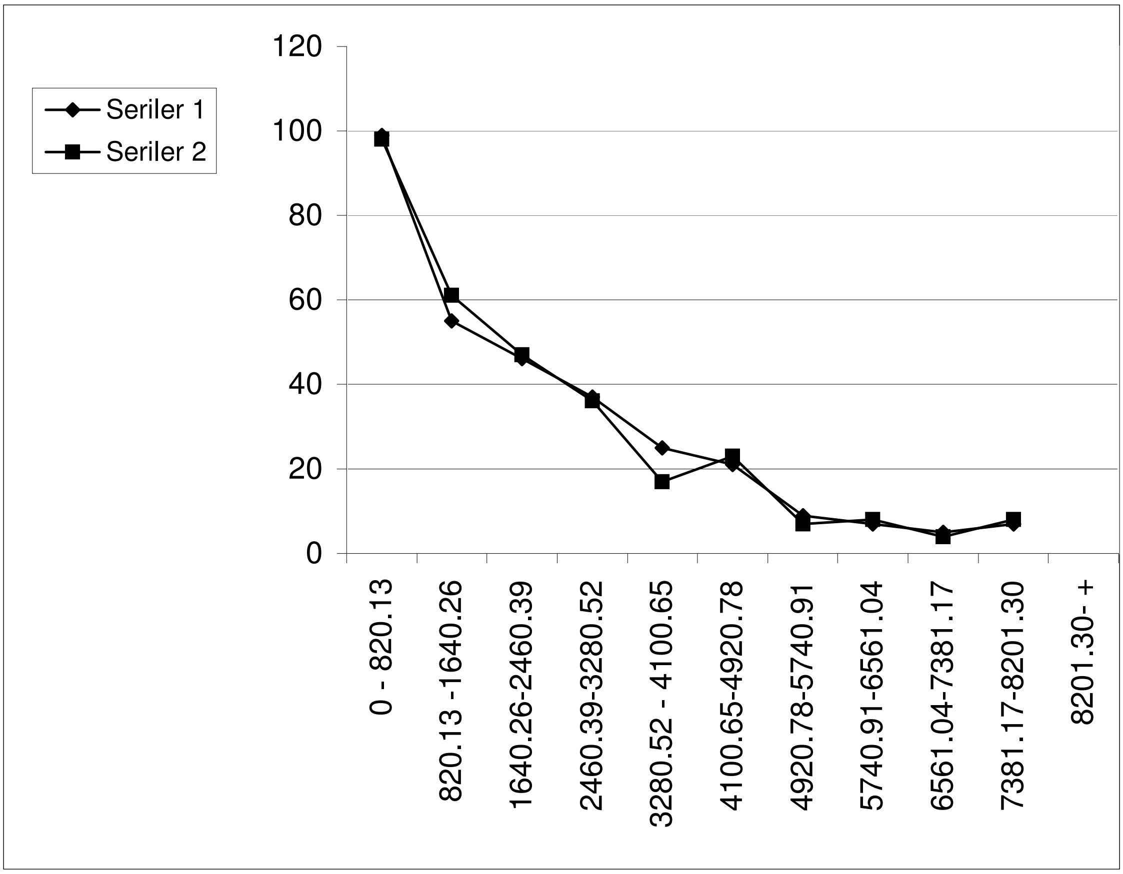
$$f(x) = \frac{\hat{\beta}^{-\hat{\alpha}} x^{\hat{\alpha}-1} e^{-x/\hat{\beta}}}{\Gamma(\hat{\alpha})} = \frac{(30,9162)^{-(0,9216)} x^{(0,9216-1)} e^{-x/(30,9162)}}{\Gamma(0,9216)} \qquad (4.1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Gözlenen frekanslar ile yukarıdaki Gamma olasılık yoğunluk fonksiyonundan elde edilen beklenen frekans değerleri Şekil 4.2'deki grafikte verilmiştir. Şekil 4.2 incelendiğinde gözlenen ve beklenen frekansların yakınlığı dikkat çekmektedir. Dolayısıyla, buradan gamma dağılım fonksiyonunun, MCS makinelerinin arızalanmaları arasındaki sürelere ilişkin verilere olan uygunluğu daha iyi görülebilir.

MCS makineleri dışındaki makine grupları içinde arızalanmalar arasında geçen süreleri en iyi temsil eden teorik olasılık dağılımlarının belirlenmesinde, gruplara ilişkin χ^2 işlem tabloları ile bunların olasılık dağılımları Ek-1'de verilmiştir. Yapılan bu testlerde anlamlılık düzeyi yine %1 olarak kabul edilmiştir.

Testler sonucunda tüm makine gruplarına ilişkin arızalanmalar arasında geçen sürelerin ortalama olarak yine en iyi Gamma dağılımı ile temsil edilebileceği anlaşılmıştır. Bununla birlikte, makine grupları arasındaki farklılık Gamma dağılımının parametre tahmin değerlerinden kaynaklanmaktadır.

Şekil 4.4 **MCS makinelerinin arızalanmaları arasında geçen sürelere ilişkin gözlenen ve beklenen frekanslar**



* Seri 1 – Gözlenen Frekanslar

* Seri 2 – Beklenen Frekanslar

Ele alınan sistemdeki servisin işleyişini modellemek amacıyla gereksinim duyulan veriler arasında, bölüm içindeki servis görevlilerinin bakım için bekleyen makineleri onarma süreleri en önemli sayılabilecek bir veri kümesidir. Bilindiği üzere, sistem gündüz ve vardiya gruplarını içermektedir. Bununla birlikte, arızalanan herhangi bir makineyi onarım süresi, sistemde görevli olan gruba bağlıdır. O anda gündüz grubu çalışıyorsa beklenen onarım süresi vardiya grubunun beklenen onarım süresinden daha kısa sürecektir. Ayrıca, sistem simülasyonunu iyi bir şekilde yapabilmek için, daha önce ifade edilen makine gruplarına ilişkin olarak ortaya çıkabilecek olası bir arızanın gündüz grupları ve vardiya grupları tarafından ayrı ayrı onarılma sürelerinin ortaya konması önemlidir.

Bununla birlikte, kontrolden de sorumlu vardiya gruplarının servis verme süreleri ile gündüz gruplarının servis verme sürelerinin aynı olduğu kabul edilmiştir. Ayrıca (1.1.2004 –31.4.2005) tarihleri arasındaki veri toplama periyoduna ilişkin her bir makine grubu ile ilgili olarak üzere dört ayrı servis verme süresine ilişkin veri kümesi oluşturulmuştur. ARENA programı kullanımı ve Şekil 4.1'deki adımlarda dikkate alınarak makine türleri ile bakım onarım bölümündekilerin servis verme sürelerine ilişkin onarım süreleri verilerini en iyi şekilde temsil edebilecek bir teorik olasılık dağılımının belirlenmesine çalışılmıştır. Ek olarak, bunlara ilişkin olarak yapılan χ^2 testlerinin aşamaları ayrıntılı bir biçimde verilmemiş olup, ilgili χ^2 işlemlerine ait tablolar ile belirlenen teorik dağılımların olasılık yoğunluk fonksiyonları Ek-2'de yer almaktadır. Ek –2'deki tablolara ilişkin testlerdeki anlamlılık düzeyi yine %1 olarak kabul edilmiştir.

Bakım - onarım bölümü çalışanlarının mesai saatlerindeki görevlerinin sadece makine onarım işiyle sınırlı kalmadığı ifade edilmişti. Bu bakımdan, yapılan araştırmada sistem içinde yer alan vardiya gruplarının kontrol, gündüz ekiplerinin ise parça sevki, işletmenin temizliği ve yedek parça tamiri gibi işleri de yaptığı saptanmıştır.

Servis sistemi için temsili bir modelin kurulumu için ilgili serviste görev yapan grupların söz konusu işleri gerçekleştirmek için geçirdikleri zamana ilişkin verilerin de bu amaç doğrultusunda belirlenmesi ve kullanımı önemlidir. Söz konusu verilerin belirlenmesinde bakım – onarım bölümünde görevli olan işçiler ve üst yönetimle yapılan toplantıda, ilgili servis sürecinin nasıl işlediği ve hangi zaman periyoduna ilişkin olarak gerçekleştirildiği sorularına cevap olabilecek yanıtlar aranmıştır.

Söz konusu bilgiler sistem içinde yer alan gözlemlerle karşılaştırılarak ve olası farklılıkların nedenleri araştırılmış ve ilgili çalışanların tümünün bir fikir birliğine vardığı veri kümeleri elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar gündüz grupları olan Düz boya, Baskı, Dokuma ve Çözgü için izleyen sırayla aşağıdaki Tablo 4.3, Tablo 4.4, Tablo 4.5 ve Tablo 4.6'de özetlenmiştir.

Tablo 4.3 **DÜZBOYA ekibinin bakım dışı işleri yapma durumu ve geçen süreler**

YAPILAN İŞ	YAPILMA DURUMU	GEÇEN SÜRE (Dakika) MİN	ORTALAMA	MAX
YAĞLAMA	HAFTADA BİR	50	70	110
YED. PARÇA TAM.	HERGÜN	60	120	200
EK İŞLER	HERGÜN	40	60	80

Tablo 4.4 **BASKI ekibinin tamir dışı işleri yapma durumu ve geçen süreler**

YAPILAN İŞ	YAPILMA DURUMU	GEÇEN SÜRE (Dakika) MİN	ORTALAMA	MAX
YAĞLAMA	AYDA BİR	30	60	100
YED. PARÇA TAM.	HERGÜN	40	100	170
EK İŞLER	HERGÜN	30	50	80

Tablo 4.5 **DOKUMA ekibinin tamir dışı işleri yapma durumu ve geçen süreler**

YAPILAN İŞ	YAPILMA DURUMU	GEÇEN SÜRE (Dakika) MİN	ORTALAMA	MAX
YAĞLAMA	ÜÇAYDA BİR	100	210	450
YED. PARÇA TAM.	HERGÜN	70	140	200
EK İŞLER	HERGÜN	50	80	120

Tablo 4.6 **ÇÖZGÜ ekibinin tamir dışı işleri yapma durumu ve geçen süreler**

YAPILAN İŞ	YAPILMA DURUMU	GEÇEN SÜRE (Dakika) MİN	ORTALAMA	MAX
YAĞLAMA	ALTIAYDA BİR	120	250	560
YED. PARÇA TAM.	HERGÜN	50	100	150
EK İŞLER	HERGÜN	40	80	120

Oluşturulan tablolar gözden geçirildiğinde gündüz gruplarının yedek parça tamiri, yağlama ve diğer ek işleri tekrarlı olarak her gün yaptıkları anlaşılabilir. Bununla birlikte, makinelerin yağlanma işlemi yine belirli aralıklarla yapılmaktadır.

Makine onarımı ve kontrolünden sorumlu olan vardiya grupları sistem içinde başka bir işten sorumlu değildir. Vardiya grupları mesai saatleri sırasında ortaya çıkabilecek basit makine arızalarına bakmaktadırlar. Ayrıca sistem içinde yapılan araştırmalarda, vardiyaların makineleri kontrol etme sürelerinin 10 ile 30 dakika arasında düzgün olarak dağıldığı sonucuna ulaşılmıştır.

4.4. Yapısal Modelin Kurulması

Çalışmanın ikişer düzey içeren iki etmenle yürütüleceği kısım 4.2'de daha önce belirtilmişti. Bu bakımdan, yanıt değişkeni olan performans ölçüsünün analizi için uygun yapısal model izleyen şekilde;

$$y_{ijk} = \mu + \delta_i + \beta_j + (\delta\beta)_{ij} + \theta_k + \varepsilon_{ijk} \qquad (4.2)$$

(i =1,2; j =1,2; r = 1,.....,50) olarak oluşturulmuştur.

Denklemde yer alan yanıt ve bağımsız değişkenlerin ne ifade ettiğine ilişkin olarak;

y_{ijk} ; bakım – onarım bölümünde görev yapanların çalışma düzeni etmeninin i., kuyruk disiplini etmeninin j. düzeyi ile k.. bölük etkisinin yanıt değişkeni Y'nin bir gözlem değeri olarak tanımlanabilir.

δ_i; " Bakım – onarım bölümünde görev yapanların çalışma düzeni" etmeninin yanıt değişkeni üzerindeki etkisini analiz etmek amacıyla tanımlanmıştır.,

β_j; "Kuyruk disiplini etmeninin" yanıt değişkeni üzerindeki etkisini tanımlar.

$(\delta\beta)_{ij}$; Yanıt değişkeni üzerinde "Bakım – onarım bölümünde görev yapanların çalışma düzeni" ve "kuyruk disiplini" etmenlerinin etkileşiminin etkisini; (Sinerji etkisi),

θ_k; Yanıt değişkeni üzerinde etkisi kaldırılmak istenen bölük etmeni etkisi

ε_{ijk}; Hata terimini gösterir,

tanımlamaları verilebilir.

Oluşturulan yapısal modele ilişkin olarak sistemin analizi ve benzetiminin yapılabilmesi için daha önce belirlenen deney koşulları altında sistemin çalıştırımı gereklidir. Diğer bir deyişle, amaca yönelik olarak oluşturulan etmenlerin yanıt değişkeni üzerindeki etkilerinin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının sınanabilmesi için söz konusu etmenlerin etkileşimleri ile elde edilebilen işleyimlerin sisteme uygulanması gerekir. Bu uygulamayla sistem yapısal olarak elde edilen işleyimlerin her biri için tekrar yapılandırılmakta ve yapılandırılan sistem belirli bir zaman süreci boyunca belirlenen koşullar altında çalıştırılarak, sistemin bu koşullardan nasıl etkilendiği incelenmektedir.

Mevcut sistemin yapısal olarak her işleyim için yeniden düzenlenerek uygun hale getirilmesi ve belirli bir zaman sürecinde çalıştırılması oldukça maliyetli olabilmektedir. Bu nedenle, ek maliyetlerin ortadan kaldırılması ve sistem yapısal olarak bozulmadan her bir işleyimin etkisinin bulunması için bilgisayar ortamında sistemin çalıştırılması gerekir.

Dolayısıyla belirlenen işleyimler ile Tekstil Fabrikasının Bakım-Onarım bölümünün işleyişine uygun bir modelin kurulumu gerekir. Buradaki temel amaç sistemi bilgisayar ortamına aktarmak ve çalıştırmaktır. Sistemin işleyiş amacına yönelik olarak gerekli akış çizelgesi oluşturulduktan sonra bu işleyiş bilgisayar ortamına aktarılabilmektedir. Ayrıca, sistemi bilgisayar ortamında çalıştırmak için de ARENA 5.0 programıyla ilgili olan SIMAN özel amaçlı simülasyon dili kullanılacağı için, sistemin akış çizelgesi de SIMAN blok diyagramı yardımıyla gösterilecektir.

İkinci işleyim için bakım - onarım bölümünde çalışanların düzeni ve sistemin işleyiş biçimi birinci işleyime eşdeğer bir yapıdadır. Bununla birlikte, ikinci işleyimi birinci işleyimden farklı kılan kuyruk disiplini etmeni ile ortaya çıkar. Bu etmene göre kuyrukta bakım için bekleyen birden fazla makine varsa bu durumda servis verme önceliği kuralı esas alınmaktadır. Bu kural ise sırada yer alan makinelerden en kısa sürede işlem görecek makineye öncelik verilmesi mantığına göre işlemektedir.

Üçüncü işleyim ise birinci etmenin ikinci düzeyi ile ikinci etmenin birinci düzeyinin (FIFO) etkileşimi ile meydana gelir. Bu durum içinde sistemin SIMAN blok diyagramları ARENA 5.0 programı tarafından kurulmuştur.

Birinci ve ikinci etmenin ikinci düzeylerinin etkileşimleri sonucunda da dördüncü işleyim meydana gelir. İkinci işleyimin akış modeli için ifade edilen sebep dolayısı ile üçüncü ve dördüncü işleyimin akış modeli aynı olacaktır. İki işleyim arasındaki farklılık SIMAN'ın ikinci bölümü olan deney bölümünde ortaya çıkmaktadır.

4.5. Kullanılacak Bilgisayar Programının Belirlenmesi

Daha öncede ifade edildiği gibi SIMAN özel amaçlı simülasyon dili kullanımı ile bir sistemin bilgisayar ortamına aktarımı iki bölümden oluşur. Bu bölümlerden ilki olan model bölümünün dosya uzantısı MOD olup, sistemin işleyişi SIMAN blokları tarafından bilgisayara aktarılır. Deneysel koşullar ise SIMAN içinde tanımlandığından deney bölümünün dosya uzantısı EXP olarak belirlenir.

Çalışmamızda yer alan dört işleyimin her biri için yazılan ve SIMAN simülasyon dilinin model ve deney bölümlerinden oluşan dört SIMAN bilgisayar programlaması ARENA 5.0 programı altında elde edilmiştir. Bir sistemin simülasyonu için sistemin bilgisayar ortamına aktarılmasında bir genel amaçlı simülasyon dili yerine SIMAN gibi bir özel amaçlı simülasyon dilini kullanmak, aktarımı yapılan sistemi doğrulama ve gerçekleme bakımından oldukça önemlidir. Bununla birlikte, SIMAN dilinin sistemi bilgisayara aktarmada sağladığı diğer bir avantaj da, bu sürece ilişkin olası bir hatanın hata mesajları ile kullanıcıya bildirilmesidir. Bu mesajlar genellikle hatanın ne olduğu ve nerede olduğunu ifade etmektedir.

4.6. Sistemin Simülasyon Koşturumlarının Gerçekleştirilmesi

Uygulama için amaca yönelik olarak elde edilmesi gereken söz konusu işleyimler için sistemin bilgisayarda bir takım deneme koşturumları yapılmış ve ulaşılan sonuçlar gözden geçirilmiştir. Sonuçların doğruluğu ve kesinliği saptandıktan sonra asıl amaçlanan simülasyon koşturumlarına geçilmiştir. Asıl koşturumlara geçiş kararının verilmesinde deneme koşturumlarının yanında simülasyon süreci içersindeki tüm aşamalarında doğrulanması önemli olmuştur. Ayrıca, fabrikanın üst yönetim kadrosu ve çalışanlarının da yapılan çalışmaya destek olmaları ve fikirlerini bu doğrultuda ifade etmeleri de uygulamanın doğruluğunu pekiştiren önemli bir etken olmuştur.

Oluşturulan her bir işleyim için ARENA 5.0 paket programı kullanılarak 50 yineleme yapmak kaydı ile simülasyon koşturumlarının gerçekleştirildiği görülebilir. İşleyim koşullarından hareketle yapılan simülasyon koşturumlarında sistem birbirinden bağımsız üçer yıllık dönemler halinde ellişer defa bilgisayar ortamında işletilmiştir. Böylelikle sistem, her bir işleyim için yüz elli yıl işletildiğinden toplamda dört işleyim için altı yüz yıl çalıştırılmış olmaktadır.

4.7. Simülasyon Çıktılarının Analizi ve Değerlendirilmesi

Bir önceki adımda yapılan simülasyon koşturumlarına bağlı olarak birinci ve ikinci işleyimler için belirlenen üç yıl içinde bölümler itibari ile makinelerin toplam kuyrukta bekleme süreleri ve grupların mesai saati dışındaki toplam çalışma süreleri belirlenmeye çalışılmıştır. Üçüncü ve dördüncü işleyimlere için de yinelemerde yalnızca makine grupları için toplam kuyrukta bekleme sürelerine ilişkin veriler toplanabilmiştir.

Bu süreçte ayrıca simülasyon koşturmalarından elde edilen verilerle işleyimler arasında herhangi bir farkın olup olmadığının belirlenmesi gerekmektedir. İşleyimler için elde edilen simülasyon çıktıları gözlemlendiğinde çıktı verilerinin homojen bir yapı göstermediği anlaşılabilir. Ancak bunun yanında veriler arasında anlamlı bir fark olup olmadığı hakkında yani farkın neden ve nasıl ortaya çıktığı ile ilgili bir yorum istatistiksel olarak yapılamaz.

Böyle bir yorumun yapılabilmesinde fabrikanın performans ölçüsünün "*işleyimlerin sistem için maliyeti*" olarak tanımlanması önemlidir. Ayrıca birinci ve ikinci işleyimin uygulanmasında maliyetlerin iki düzeyden oluşacağı bilinmektedir. Bu düzeyler makinelerin kuyrukta beklemesinin fırsat maliyeti ile gruplar için ödenen mesai ücretleridir. Üçüncü ve dördüncü işleyim içinse yalnız makinelerin kuyrukta beklemelerinin fırsat maliyetleri yer alacaktır.

Maliyetlere ilgili olarak sistemde yapılan incelemelerden Nisan - 2004 fiyatları baz alınarak makinelerin bir dakika kuyrukta beklemesinin fırsat maliyetleri izleyen şekilde tespit edilmiştir;

Düz boya makineleri - ortalama 3526 TL.,

Baskı makineleri - ortalama 5629 TL.,

Çözgü Makineleri - ortalama 2500 TL.,

Dokuma makineleri - ortalama 4100 TL. olarak belirlenmiştir.

Ekiplerin normal mesai dışında bir dakikalık çalışma ücretleri ise;

Düz boya grubunda - 8305 TL.,

Baskı grubunda - 8200 TL.,

Çözgü grubunda - 8957 TL.,

Dokuma grubunda - 9562 TL. olarak hesaplanmıştır.

Maliyetlere ilgili olarak yapılan belirlemeleri takiben her yineleme için işleyimlerin sistemde çalıştırımının günlük maliyeti,

$$y_i = [(\sum_{j=1}^{4} E_j G_j + \sum_{j=1}^{4} K_j L_j)/(365*3)] \ , \ (\text{ i} = 1,2,......,50) \qquad (4.3)$$

modeli yardımıyla belirlenebilir.

Burada,

E_j : Üç yıllık simülasyon süresince j. makine grubunun belirlenen toplam kuyrukta bekleme süresini (dakika cinsinden) (j = 1,2,3,4; 1 = düzboya, 2 = baskı, 3 = dokuma, 4=çözgü),

G_j : j. makine grubunun bir dakika kuyrukta beklemesinin fırsat maliyetini,

K_j : Üç yıllık simülasyon süresi boyunca j. makine grubunun belirlenen toplam fazla mesai süresini (dakika cinsinden),

L_j : j. makine grubunun aldığı bir dakikalık fazla mesai ücretini temsil etmektedir..

Yukarıdaki asıl ilişkinin ifade edildiği modele ilişkin olarak elde edilen simülasyon çıktıları, takip eden tablo 4.7'de bu veriler baz alınarak yapılacak olan varyans analizinde kullanılmak üzere hesaplanmıştır.

Tablo 4.7 Modelden Elde Edilen Simülasyon Çıktıları

Yineleme (Bölük) No:	İşleyim1 $a_0 b_0$	İşleyim 2 $a_0 b_1$	İşleyim 3 $a_1 b_0$	İşleyim 4 $a_1 b_1$	$\sum_{j=1}^{4} Y_j$
1	4758	4736	4247	3884	17625
2	4869	5048	4054	4040	18011
3	4905	4633	3950	4114	17602
4	4865	4801	4128	4129	17923
5	4836	4766	4768	3841	18211
6	4978	5179	5458	4802	20417
7	5123	4835	4223	5784	19942
8	4890	4865	4491	4180	18426
9	4786	4756	3894	4824	18260
10	4968	4952	3935	3744	17599
11	4880	4880	4280	3712	17752
12	4805	4908	3681	4457	17851
13	5228	5016	4108	3685	18037
14	5065	4961	3767	4667	18460
15	5248	4900	4335	3455	17938
16	5012	4857	4780	4788	19437
17	5136	5240	3995	3699	18070
18	5100	4870	4205	4378	18553
19	5264	4736	4150	4244	18394
20	5046	4864	3591	4094	17595
21	5149	4911	3417	3587	17064
22	5185	4761	4285	4138	18369
23	4878	4870	3588	3359	16695
24	4659	4934	4033	4371	17997
25	4850	4850	4011	3885	17596
26	4899	4712	4285	4083	17979
27	5041	4979	3339	4151	17510
28	4872	4928	4170	4067	18037
29	5234	4715	4113	3542	17604
30	5201	4801	4190	4426	18618
31	4754	5026	3916	3430	17040
32	5044	4627	4443	5242	19356
33	4926	5027	3874	4570	18182
34	4906	5295	4331	4006	18538
35	4811	4910	4541	4140	18408
36	4963	4685	4239	4279	18166
37	4947	4924	5109	4012	18992
38	5569	4896	4037	4520	19022
39	5104	4769	4171	4015	18059
40	4870	4820	4260	3842	17792
41	5032	4856	4843	3950	18644
42	5204	4701	4391	3784	18080

43	4760	4648	5001	4154	18563
44	5145	5084	5624	5043	20896
45	4798	4874	4218	4211	18101
46	5066	4809	3840	3827	17542
47	5191	4759	4521	5843	19934
48	4826	4845	5648	4657	19976
49	4918	5066	4222	3705	17911
50	5385	5254	4346	4554	19301
Y_i	249949	244139	213046	208941	916075
$\overline{Y}_i$	4998,98	4882,78	4260,92	4178,82	
$\sum_{i=1}^{50} y_{.j}^2$	1251154779	1193248021	919598232	885844713	4249845745

Elde edilen simülasyon verileri yardımıyla tablo 4.8'deki gibi işleyim etkileri arasındaki farkın anlamlı olup olmadığı incelenmelidir. Bu yapılan sınamada işleyim etkileri arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu sonucuna varılırsa, bunun kaynağının ne olduğu irdelenmelidir. Ele alınan bu dört işleyim arasında anlamlı bir fark olup olmadığının anlaşılması için yokluk ve alternatif hipotezler oluşturulmalıdır :

$$H_0 : \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta_4$$

$$H_1 : \eta_i \neq \eta_j$$

Bu aşamadan sonra ise bizim için önemli olan A,B,C,T temel nicelikleri Tablo 4.7'den belirlenir. Bu temel nicelikler aşağıdaki ilişkiler yardımıyla hesaplanabilir.

$$A = \sum_{i=1}^{4}\sum_{J=1}^{50} y^2{}_{ij} = (4758^2 + 4769^2 + \ldots.. + 4554^2) = 4249845745$$

$$T = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{4} Y_{i.}^2 = \frac{1}{50}(249949^2 + \ldots\ldots + 208941^2) = 4222465870$$

$$B = \frac{1}{t}\sum_{i=1}^{50} Y_{.j}^2 = \frac{1}{4}(17625^2 + \ldots\ldots + 19301^2) = 4204942475$$

$$C = \frac{Y^2}{N} = 916075^2 / 200 = 4195967028$$

Yukarıdaki ilgili eşitliklerde;

r ; yineleme sayısını,

t ; işleyim sayısını,

N ; terim sayısını göstermektedir.

Hesaplanan bu temel niceliklerden yola çıkarak işleyimler, bölükler, yanılgı ve genel kareler toplamı izleyen şekilde;

T - C = 26498842

B - C = 8975447

A - B - T + C = 18404428

A - C = 53878717

bulunabilir.

Bu hesaplamalar baz alınarak oluşturulabilecek varyans çözümleme tablosu tablo 4.8'de özetlenmiştir.

Tablo 4.8 Simülasyon verilerine ilişkin varyans çözümleme tablosu

DEĞİŞİM KAYNAĞI	SERBESTLİK DERECESİ	KARELER TOPLAMI	KARELER ORTALAMASI	F
İşleyimler	t-1 = 4-1 = 3	26498842	$S_T^2 = 8832947{,}33$	$S_T^2 / S_E^2 = 70{,}55$
Bölükler	r-1 = 50-1 = 49	8975447	$S_B^2 = 183172{,}4$	
Yanılgı(Hata)	t -1(r – 1) =147	18404428	$S_E^2 = 125200{,}2$	
Genel	(r*t-1) = 199	53878717		$F_{0,05;3,196} \approx 4{,}28$

Hesaplanan F = 70,55 > $F_{0,05;\ 3,\ 196} \approx 4{,}28$ olduğu için işleyim etkileri arasındaki farklar %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur.

Bir başka ifade ile etkileri araştırılmak istenen etmenlere ilişkin düzeyler arası birleştirimler (işleyimler) arasında fark söz konusudur. Dolayısı ile bu doğrultuda çalışmanın asıl konusu olan, işleyim etkileri arasındaki farklılıkların hangi etmenlere bağlı olarak ortaya çıktığının belirlenmesi önemlidir. Bunun sağlanması için dik doğrusal bağıntıların hesaplanması gerekir. Bu hesaplamayı geçekleştirmek için Tablo 4.8 düzenlenmiştir.

Tablo 4.9 Dik Doğrusal Bağıntıların Etkileşimlere İlişkin Gösterimi

	(ab) **a_1b_1** 208941	(a) **a_1b_0** 213046	(b) **a_0b_1** 244139	(1) **a_0b_0** 249949	Etki Z	Bölen D*r	Kareler Toplamı Z^2/D*r
A	+1	+1	-1	-1	-72101	4*50=200	25992771,0
B	+1	-1	+1	-1	-9915	4*50=200	491536,1
AB	+1	-1	-1	+1	1705	4*50=200	14535,1

Tablo 4.9'de ifade edilen dik doğrusal bağlantılara ilişkin katsayılar, A ve B etmenlerinin sonuç değişkeni üzerindeki bireysel etkilerini ve etkileşimlerini (AB) ortaya koymaktadır. Dik doğrusal bağıntılar hesaplandıktan sonra bunlara ilişkin varyans çözümleme tablosu düzenlenebilir.

Tablo 4.10 Dik Doğrusal Bağıntılar Kullanılarak Varyans Çözümlemesi

Etkiler	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı (ve Kareler Ort.)	F
A	A -1 = 2-1 = 1	25992771,0	$S_A^2 / S_E^2 = 207{,}61$
B	B -1 = 2-1 = 1	491536,1	$S_B^2 / S_E^2 = 3{,}93$
AB	(a -1)(b -1) = 1	14535,1	$S_{AB}^2 / S_E^2 = 0{,}12$
İşleyimler	A*b-1 = 4 -1 =3	26498842,2	$F_{0,05\,;\,1\,;\,147} \approx 3{,}92$

Dik doğrusal bağıntılar için yapılan F sınamasında işleyim etkileri arasındaki farkların A ve B etmenlerinden kaynaklandığı sonucuna varılmıştır. Başka bir ifadeyle, sonuç yada yanıt değişkenindeki herhangi bir değişim, grupların çalışma şeklinden ve kuyruk disiplinindeki değişmelerden ileri gelmektedir.

Bu ulaşılan sonuç, grupların çalışma şekli ile kuyruk disiplini etmenlerinin sistemin performans ölçütü üzerinde etkili olduklarını istatistiksel olarak ortaya koymuştur. Bu aşamada bulunan sonuca yönelik olarak şunlar sorulabilir: "acaba araştırma ekibi söz konusu etmenlerin hangi düzeyleri ile ilgilenmelidir?" "Bu amaçla ortalaması en düşük olan işleyim ile ilgilenmek istatistiksel olarak anlamlı bir sonuç verir mi?".

İşte bu aşamada bu tip sorulara cevap verebilmek için söz konusu etmenlerin düzeyleri arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının sınanması gerekir.

Bu sınama Tukey tekniği kullanılarak gerçekleştirilir. Bu amaçla, Tukey'in W ölçütü (istatistiği);

$W = Q_\alpha * \sqrt{S_E^2 / n}$ ' dir. (4.4)

Eşitlikte yer alan;

Q_α; yanılgı (hata) serbestlik derecesi, anlam düzeyi ve işleyim sayısına göre düzenlenmiş tablo değerini,

S_E^2; ortalama kare hatayı,

n; yineleme (iterasyon) sayısını göstermektedir.

%5 anlamlılık düzeyi için Tukey ölçütü hesaplanacak olursa,

W= $2,78 * \sqrt{125200,2/50} = 137,6$ olarak bulunur.

A etmeninin (ekiplerin çalışma şekli) iki düzeyi arasındaki farkın anlamlı olup olamadığı sınanabilir. Bu amaçla A'nin birinci düzeyinin yer aldığı etkileşimler dikkate alınarak bunların ortalaması $\overline{a}_0 = 4940{,}88$; ikinci düzeyinin yer aldığı işleyimlerin ortalaması ise; $\overline{a}_1 = 4219{,}87$ olarak ifade edilir. İşte bu ortalamalar arası fark W değeri ile karşılaştırılırsa; W< 721,01 olduğu için A'nın iki düzeyi arasındaki farkın anlamlı olduğuna kara verilir.

Söz konusu bu hesaplamalar B etmeni içinde tekrarlanırsa;

$$\overline{b}_0 = 4629{,}95$$

$$\overline{b}_1 = 4330{,}80$$

ve ortalamalar arası fark da 299,15>W olduğundan kuyruk disiplini etmeninin iki düzeyi arasındaki fark istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Burada önemli bir husus F testi ile daha önce sınanan işleyim bileşenleri arası farkın anlamlı bulunması (genel olarak anlamlı) durumuna ilişkin olarak, tukey testi ile bireysel etmenlerin düzeyleri arasındaki farkın yine anlamlı olarak çıkabilmesi durumudur. (B etmeninin düzeyleri).

Sonuç itibariyle, kurulan model için A etmeninin (çalışma şekli) B etmenine (kuyruk disiplini) göre daha önemli olduğu sonucuna varılmış olsa da model genel olarak anlamlı olduğu ve en düşük günlük ortalama maliyeti veren işleyim dördüncü işleyim olduğu için işleyimin sistemde uygulanması uygun görülmüştür.

Başka bir ifadeyle, fabrikadaki çalışma şekli takviyeli dört ekipten oluşmalı ve bozulan makineleri en düşük işlem süresi önceliği kuralına göre servise almalıdır. Bu işletim disiplininin bakım – onarım servisi tarafından dikkate alınması ile günde ortalama 823560 TL kazanç sağlanacaktır. (Bu karar %5 anlamlılık düzeyinde verilmiştir.)

5. SONUÇ.

Yapılan çalışmada belirlenen konu ile ilgili olarak iki temel amaç üzerinde durulmuştur. Bu amaçlardan ilki simülasyon yönteminin ne olduğu, kavramsal ve tanımsal niteliklerinin belirlenmesi ile yöntemin genel metodolojisinin açıklanarak bu doğrultuda istatistiksel yöntem ve tekniklerin nasıl kullanılacağı ile ilgilidir. Başka bir deyişle, bir simülasyon çalışmasının başlatılıp sürdürülebilmesi için gerekli olan bilgiler genel olarak verilmeye çalışılmıştır.

Herhangi bir simülasyon çalışmasında problemin çözümü için gerekli olduğu düşünülen modelin kurulmasında en önemli ve zahmetli işlerden biri kullanılacak girdi verilerinin toplanması ve işlenmesidir. Söz konusu verilerin nasıl toplanması ve nelere dikkat edilmesi gerektiğine ilişkin ayrıntılı bilgi ilgili başlık altında ele alınmıştır. Bu bakımdan yapılacak söz konusu bir simülasyon çalışmasında verilerin iyi bir şekilde toplanarak analiz edilmesine çok önem verilmelidir.

Yukarıdaki hususa ilave olarak bir simülasyon çalışmasında önem verilmesi gereken bir diğer unsur ise rastsal sayıların kullanımıdır. Bu unsurun önemi yapılacak olan simülasyon çalışmasında, sonuçların doğrudan etkilemesinden ileri gelmektedir. Bu bakımdan yapılacak olan simülasyon çalışmasında elde edilen sonuçları etkileyebilecek olan bu konuya da gerekli özen gösterilmelidir.

Ayrıca sistemin bilgisayar ortamına aktarılmasında, genel amaçlı bir simülasyon dili kullanılıyorsa, kullanılan sistemin; özel amaçlı bir simülasyon dili kullanılıyorsa da kullanılan dilin rastsal sayı üretecinin ne olduğu ve hangi istatistiksel sınamalardan geçtiğinin bilinmesi gerekmektedir.

Herhangi bir simülasyon çalışmasında çalışmamızda belirtilen testlerden ve hatta daha zorlu testlerden bile geçen çok iyi bir üreteçle yada kusurlu rassal sayı üreteçleri ile karşılaşılabilir. Ancak rassal sayı üreteçlerinin test edilmesi çok zaman gerektiren güç bir iş olduğu için bu işe sıradan bir adım olarak girilmemeli, kısım 3.2'de ifade edilen öneri ve yöntemlerin kullanılabilirliği araştırılmalıdır.

Çalışmanın uygulama bölümünde ise, ele alınan halihazırdaki sistemleri analiz etmeye ve olası bir takım değişikliklerin etkileri karşısında sistemde meydana gelebilecek tepkilerin ölçülmesi için simülasyon yönteminin nasıl kullanılabileceği ortaya konmaya çalışılmıştır. Bu amaçla Bursa Demirtaş Sanayi bölgesinde faaliyet göstermekte olan bir tekstil fabrikasının makine Tamir – Bakım bölümü çalışma sistemi olarak seçilmiş ve bu sistem için simülasyon yöntemini etkin bir biçimde kullanarak Tamir – Bakım planlaması yapılmıştır. Ele alınan sistemdeki durum değişkenlerinin değerleri zaman içinde kesikli olarak değiştiklerinden dolayı çalışmamız kesikli olay sistem simülasyonu ile yürütülmüştür.

Uygulamanın yapıldığı mevcut ve seçenek olarak ele alınabilecek sistemlerin bilgisayar ortamında işletilmesinde SIMAN özel amaçlı bilgisayar dilini taban olarak kullanan ARENA 5.0 paket programı kullanılmıştır. Çalışmada özel - amaçlı bir simülasyon dilini taban olarak kullanan bir paket programın kullanılma gereği, programın gerçeklenmesi ve modelin doğrulanmasını kolaylaştırması durumlarından kaynaklanmaktadır. Özel-amaçlı simülasyon dilleri arasından da SIMAN simülasyon dilinin seçilmesinin nedeni de, en gelişmiş özel – amaçlı simülasyon dillerinden biri olmasındandır.

Uygulamadaki simülasyon modeline ilişkin girdi olarak kullanılan makine arızalanmaları arasında geçen sürelere ilişkin teorik olasılık dağılımları Gamma olarak bulunmuştur. Kısım 4.3'den de izlenebileceği gibi makine türleri itibariyle Gamma dağılımının parametre tahmin değerlerinde farklılıklar vardır. Bununla birlikte, makine türlerine ilişkin olarak grupların hizmet verme sürelerinin yine aynı olasılık dağılımları tarafından temsil edildiği belirlenmiştir. Yani Düzboya, Baskı, Çözgü ve Jakar, Mcs ve Ram makinelerine servis verme süreleri dağılımının Gamma dağılımı olduğu belirlenmiştir. Çalışmadaki ilgili uygunluk sınamalarında anlamlılık düzeyi %1 olarak seçilmiştir.

Bakım - onarım bölümünün işleyişinin benzetimi sonucunda gündüz ve vardiya gruplarının normal mesai saatlerinde sırasıyla %45-50 ve %30-35 kapasite ile çalıştıkları ancak normal mesai saatleri dışındaki makine bozulmaları nedeni ile ortalama her gün 1-2 saatlik mesai ücreti aldıkları belirlenmiştir. Bu sonuçsa, grupların çalışma saatlerinden kaynaklanmaktadır.

Mevcut olan sistem için yapılan simülasyon çalıştırımları sonucunda dört gündüz grubuna günde ortalama 4.216.785 TL mesai ücreti ödendiği belirlenmiştir. Ayrıca Düzboya, Dokuma, Baskı, Çözgü ve Jakar makinelerinin tamir için beklemelerinin günlük ortalama fırsat maliyetleri de sırasıyla 825.300, 765.250, 640.130, 428.600 ve 146.340 TL olarak hesaplanmıştır.

Sistemin mevcut performansının daha iyi bir biçimde değerlendirilmesi ancak tasarlanacak seçenek sistemlerle birlikte değerlendirilmesiyle mümkün olur. Bu amaçla üç adet seçenek sistem tasarımı meydana getirilerek şu andaki sistem ile seçenek sistemler arasında anlamlı bir fark olup olmadığı istatistiksel olarak incelenmiştir. Seçenek sistem tasarımları karar vericinin kontrolündeki iki karar değişkenine ilişkin olarak tasarlanmıştır. Bu karar değişkenlerinin ilki daha öncede ifade edilen grupların çalışma şekli ve diğeri ise kuyruk disiplini etmenidir. Bu sözü edilen seçenek sistem tasarımları, karar değişkenleri düzeylerinin birleşimleri olan işleyimler olarak bilinmektedir.

İşleyimlere göre yapılan sistem simülasyonunun çalıştırımları sonucunda söz konusu işleyimlerin istatistiksel olarak anlamlı olduğu sonucuna varılmıştır. Daha açık bir ifade ile, her iki karar değişkenine ilişkin değerlerdeki değişimin sistemin sonuç değişkenini istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde değiştirdiğine karar verilmiştir.

Seçenek sistemler arasındaki fark anlamlı bulunduğu için söz konusu farkın karar değişken(ler)i etkisi ile mi yoksa karar değişkenlerinin etkileşimlerinin etkisi ile mi ortaya çıktığı sınanmıştır.

Gerçekleştirilen sınamalarda da (dik doğrusal bağlantılara ilişkin olarak) görüleceği üzere karar değişkenleri arasındaki etkileşimin etkisinin olmadığı fakat bunun yanında seçenek sistemler arasındaki farkın her iki karar değişkeninden kaynaklandığı belirlenmiştir.

Grupların çalışma şekli ve kuyruk disiplini değiştikçe sistem performansının da (kurulan sistem modeli sonuç değişkeni) değiştiği ortaya konmuştur. Bu sonuç doğrultusunda ele alınan sistem için "karar değişkenleri düzeylerinden" hangisinin uygulanmasının rasyonel olacağı araştırılmış ve sonuç itibari ile bulunan düzey ortalamalarını karşılaştırarak "yardımcılı dört grup ve en küçük onarım süreli makineye öncelik verme" olarak belirlenen seçenek sistem tasarımının en iyi ve uygun sistem tasarım şekli olduğu kararı alınmıştır.

Sonuç olarak, çalışmamızda SIMAN özel-amaçlı simülasyon dilini taban olarak kullanan ARENA 5.0 paket programı kullanılmış ve *Kesikli - Olay Sistem Simülasyonu yöntemi* yardımıyla bir tekstil fabrikasının Bakım – Onarım bölümünün ve ayrıca fabrika yöneticilerinin uygulayıp yararlanabileceği önemli bir takım sonuçlara ulaşılmıştır.

KAYNAKLAR

- AYTAÇ Mustafa, "Matematiksel İstatistik" Ezgi Kitabevi,Genişletilmiş 3. Baskı Bursa, 2004

- BANKS J., CARSON II J.S., NELSON B.L., " Discrete - Event System Simulation", 2.Baskı, Prentice Hall International, Inc, New Jersey – USA,1996

- CARRIE Allan, "Simulation of Manufacturing Systems ", John Wiley and Sons Ltd., Great Britain, 1988

- CHASE B.R.., AQUILANO N. J., "Production and Operations Management; A Life Cycle Approach" Richard D. Irwin Inc.,USA,1981

- CRAIN Robert C., HENRIKSEN James O., " Simulation Using GPSS/ H ", Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference, FARRINGTON P.A., NEMBHARD H.B., STURROCK D.T., EVANS G.W., Eds., Wolverine Software Corporation, USA, 1999

- EMSHOFF James R., SISSON Roger L., "Design and Use Of Computer Simulation Models", The Macmillan Company, USA, 1970

- ERDOĞMUŞ Şenol, "Kesikli Olay Sistem Simülasyonu ve Bir Tekstil Fabrikası Tamir – Bakım Bölümüne Uygulama Denemesi", Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir, 1994

- ERKUT Haluk, "Sistem Analizi" Sistem Bilimleri Dizisi 2, İrfan Yayımcılık ve Tanıtım Ltd. Şti., İstanbul,1995

- ERKUT Haluk, " Analiz, Tasarım ve Uygulamalı Sistem Yönetimi ", İrfan Yayımcılık, 2. Baskı, Yönetim Bilimleri Dizisi=4, İstanbul, 1996

- GURU A., SAVORY S., WILLIMAS R., " A Web Based Interface For Storing and Executing Simulation Models ", Proceedings Of The 2000 Winter Simulation Conference, JOINES J .A.,BARTON R.R., KANG K. and Fish wick P.A.Eds ,University of Nebraska, Lincoln,USA,2000

- HALAÇ Osman, “Kantitatif Karar Verme Teknikleri”, İstanbul Üniversitesi Yayını Arpaz Matbaacılık Ltd., İstanbul, 1978
- HALAÇ Osman, “ İşletmelerde Simülasyon Tekniği ”, İstanbul Matbaası, İstanbul, 1982
- HALAÇ Osman,“Kantitatif Karar Verme Teknikleri”, Evrim Dağıtım, 3. Baskı, İstanbul, 1991
- HILLER S. FREDERICKH., LIEBERMAN GERALD J., “ Introduction To Operations Research ”, Mc Graw – Hill Publishing Company ,USA, 1990
- İŞYAR Yüksel, “Model Kurma Teknikleri”, Uludağ Üniversitesi Basımevi, Bursa, 1997
- İŞYAR Yüksel, “Ekonometrik Modeller”, Ceren Basım Yayın evi, Bursa, 1999
- JOHNSON Glen D., “ Network Simulation With HLA and Modsim III ”, Proceedings Of The 1999 Winter Simulation Conference, FARRINGTON P. A., NEMBHARD H. B., STURROCK D.T., EVANS G.W., Eds., CACI Products Company, USA, 1999
- KARIAN A. Zaven, DUDEWICZ J. Edward, “ Modern Statistical Systems and GPSS Simulation ”, CRC Press, Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.,USA, 1999
- KHOSHNEVIS B., “ Discrete Systems Simulation ” Mc Graw Hill Inc., Singapore,1994
- KUŞ Pelin “Simülasyon Uygulamaları”,Yayımlanan Makalesi, www.kho.edu.tr/ yayınlar/ bilim dergisi/ 2000_2/ - 9k, Ankara, 2000
- LAPIN L.,“Quantative Methods For Business Decisions With Cases”, Harcourt B. Inc.,1988

- LAW Averil M., KELTON W. David, “ Simulation Modeling and Analysis ”, Mc Graw-Hill International Editions, Singapore, 1991
- LAW Averil M., COMAS Michael G. Mc., “ Simulation of Manufacturing Systems” In Proceeding Of The 1998 Winter Simulation Conference, MEDEIROS D .J., WATSON E .F., CARSON J .F., MANIVANNAN M. S., Eds. ,USA, 1998
- LIEBERMAN GERALD J., “Introduction to Simulation” Articles, Winter Simulation Conference Proceedings of the 25th conference on Winter simulation Los Angeles, California, United States portal.acm.org/citation.cfm? id = 256571, 1995
- LITTLECHILD S. C.,SHUTLER M .F.,“Operations Research In Management”, Prentice Hall International, (UK) Ltd., 1991
- MARKOWITZ H.M., HAUSNER B., HEWSNER H., “Simscript/A Simulation Programming Language” Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs N.J., California, 1963
- MITCHEL G.H., “ Operational Research Techniques and Examples ”, The English Universities Press Ltd., London, 1972
- NAYLOR Thomas H.,BALINTFY Joseph L., CHU Kong, BURDICK Donalds, “Computer Simulation Techniques”, John Wiley and Sons, Inc., USA, 1966
- NORMAN Johnson, KOTZ Samuel, INGRAM Olkin, SHELDON Ross, “Discrete Random Variables and Probability Distributions ”, Chapter 3, 2004
- PRITSKER D. Alan. B., KIVIAT P. J., “ Simulation With Gasp II – A Fortran Based Simulation Language ”, Prentice Hall Inc., Engle Wood Cliffs, New Jersey, 1969
- R. HICKS Charles, “ Deney Düzenlemede İstatistiksel Yöntemler ”, Çeviri - Ege Üniversitesi Basımevi, Bölüm 7, Bornova - İzmir,1994

- RICE Stephen V., “Database Access In Simscript II.5”, Proceedings Of The 15th IASTED International Conference On Modeling and Simulation, The University of Mississippi,USA, 2004

- RICHMOND Samuel B., “ Operations Research For Management Decisions ”, The Ronald Press Company, New York, 1968

- SARIASLAN Halil, “Sıra Bekleme Sistemlerinde Simülasyon Tekniği”, A.Ü.S.B.F. ve Basın -Yayın Yüksekokulu Basımevi, Ankara, 1986

- SERPER Özer, “Uygulamalı İstatistik - 2 ”, Genişletilmiş 2. Baskı, Filiz Kitabevi, İstanbul, 1993

- SHAMBLIN J. E., STEVENS G. T., “ Operations Research A Fundamental Approach ”, Mc. Graw Hill inc.,USA, 1794

- SHANNON E. Robert, “ Introduction To The Art and Science of Simulation ” In Proceeding Of The 1998 Winter Simulation Conference, MEDEIROS D.J., WATSON E.F., CARSON J.F., MANIVANNAN M.S.,Eds.,USA,1998

- ŞEN Salim., “İşletme Yönetimine Modeller Yoluyla Yaklaşım; İşletme Yönetim Sürecinde Model Kullanma Üzerinde Bir Araştırma”,Emel Matbaacılık San. Ltd. Şti., Ankara, 1973

- TAHA Hamdy A., “ Yöneylem araştırması ”, Literatür Yayıncılık, Dağıtım, Pazarlama San Tic. Ltd. Şti., Beyoğlu - İstanbul, 2000

- TAHA Hamdy A., “ Simulation Modeling and Simnet”, Prentice Hall Inc., New Jersey, 1988

- TEKİN Mahmut, “Kantitatif Karar Verme Teknikleri”, Akça Ofset Basımevi, 2. Baskı, Konya, 1992

- THIERAUF J.R., KLEKAMP C.R., “Decision Making Through Operations Research” John Willey and Sons, Inc., New York, 1975

- TOCHER K.D., "The Art Of Simulation",The English Universities Press Ltd., London, 1973
- TÜTEK H. Hülya, GÜMÜŞOĞLU Şevkinaz, "Sayısal yöntemler - Yönetsel Yaklaşım" Beta basım yayım A.Ş., İstanbul, 2000
- WAGNER Harvey M., "Principles Of Operations Research With Applications To Managerial Decisions ", Prentice Hall International Inc., London, 1972
- WINSTON WAYNE L.,"Operations Research Applications and Algorithms ", PWS - KENT Publishing Company, Boston, 1991
- www.Efunda.com., "Distributions In Discrete Systems" / math / distributions /dist _ discrete .cfm.,2004
- YILMAZ Zekai, "Sayısal Yöntemler", Uludağ Üniversitesi Basımevi, Bursa, 1988

EKLER

Ek – 1. Makine grupları itibariyle makine bozulmaları arasında geçen sürelere ilişkin teorik olasılık yoğunluk fonksiyonları ve χ^2 işlemler tabloları

Ek- 1 A. Dokuma bölümü Dokuma makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 635.73	347	343	0,046647
635.73 - 1271.46	114	95	3,800000
1271.46 - 1907.19	65	61	0,262295
1907.19 - 2542.92	32	37	0,675675
2542.92 - 3178.65	24	24	0,041666
3178.65 - 3814.38	5	9	1,777777
3814.38 - 4450.11	7	7	0,142857
4450.11 - 5085.84	9	8	0,125000
5085.84 - 5721.67	4	12	5,333333
5271.67 - +	6	8	0,500000

$$f(x) = \frac{\widehat{\beta}^{-\widehat{\alpha}} x^{\widehat{\alpha}-1} e^{-x/\widehat{\beta}}}{\Gamma(\widehat{\alpha})} = \frac{(184{,}629)^{-(0{,}3320)}\, x^{(0{,}3320-1)}\, e^{-x/(184{,}629)}}{\Gamma(0{,}3320)}$$

Ek- 1.B. Baskı bölümü RAM makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 916.22	326	312	0,628205
916.22 - 1832.44	142	161	2,242236
1832.44 - 2748.66	56	48	1,333333
2748.66 - 3644.88	30	28	0,142285
3644.88 - 4581.10	22	23	0,043478
4581.10 - 5497.32	17	15	0,266666
5497.32 - 6413.54	12	11	0,090909
6413.54 - 7329.76	9	6	1,500000
7329.76 - 8245.98	7	5	0,800000
8201.30 - 9162.20	8	6	0,666666
9162.20 - +	7	4	2,250000

$$f(x) = \frac{\widehat{\beta}^{-\widehat{\alpha}} x^{\widehat{\alpha}-1} e^{-x/\widehat{\beta}}}{\Gamma(\widehat{\alpha})} = \frac{(164{,}102)^{-(0{,}3523)} x^{(0{,}3523-1)} e^{-x/(164{,}102)}}{\Gamma(0{,}3523)}$$

Ek- 1.C. Baskı bölümü Baskı makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 700	92	89	0,101123
700 - 1400	63	61	0,065573
1400 - 2100	41	45	0,355555
2100 - 2800	36	38	0,105263
2800 - 3500	16	14	0,285714
3500 - 4200	16	13	0,692307
4200 - 4900	9	9	0,111111
4900 - 5600	8	6	0,666666
5600 - 6300	4	4	0,250000
6300 - 7000	12	10	0,400000
7000 - +	15	11	1,454545

$$f(x) = \frac{\hat{\beta}^{-\hat{\alpha}} x^{\hat{\alpha}-1} e^{-x/\hat{\beta}}}{\Gamma(\hat{\alpha})} = \frac{(28{,}0236)^{-(0{,}9927)} x^{(0{,}9927-1)} e^{-x/(28{,}0236)}}{\Gamma(0{,}9927)}$$

Ek- 1.D. Çözgü bölümü Çözgü makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 545.44	150	156	0,230769
545.44 - 1090.88	112	84	9,333333
1090.88 - 1636.32	67	75	0,853333
1636.32 - 2181.76	35	41	0,878048
2181.76 - 2727.20	38	23	1,086956
2727.20 - 3272.64	17	18	0,055555
3272.64 - 3818.08	9	12	0,750000
3818.08 - 4363.52	7	8	0,125000
4363.52 - 4908.96	6	5	0,200000
4908.96 - 5454.40	7	5	0,800000
5454.40 - +	12	7	3,571429

$$f(x) = \frac{\hat{\beta}^{-\hat{\alpha}} x^{\hat{\alpha}-1} e^{-x/\hat{\beta}}}{\Gamma(\hat{\alpha})} = \frac{(55{,}6415)^{-(0,7420)}\, x^{(0,7420-1)} e^{-x/(55,6415)}}{\Gamma(0{,}7420)}$$

Ek- 1.E. Çözgü bölümü Jakar makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 411.34	288	291	0,030927
411.34 - 822.68	102	111	0,729729
822.68 - 1234.02	93	85	0,752941
1234.02 - 1645.36	56	54	0,074074
1645.36 - 2056.70	42	46	0,347826
2056.70 - 2468.04	35	39	0,410256
2468.04 - 2879.38	27	23	0,695652
2879.38 - 3290.72	15	10	0,125000
3290.72 - 3702.06	8	5	2,500000
3702.06 - 4113.40	6	7	0,142857
4113.40 - +	9	7	0,571429

$$f(x) = \frac{\widehat{\beta}^{-\widehat{\alpha}} x^{\widehat{\alpha}-1} e^{-x/\widehat{\beta}}}{\Gamma(\widehat{\alpha})} = \frac{(110,0695)^{-(0,5584)} x^{(0,5584-1)} e^{-x/(110,0695)}}{\Gamma(0,5584)}$$

Ek – 2. Makine grupları itibariyle makinelere servis verme sürelerine ilişki teorik olasılık yoğunluk fonksiyonları ve χ^2 işlemler tabloları

Ek- 2 A. Düz boya bölümü Mcs makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 66.25	140	114	5,929824
66.25 - 132.50	80	63	4,587302
132.50 - 198.75	48	57	1,421053
198.75 - 265.0	32	33	0,030303
265.0 - 331.25	11	19	3,368421
331.25 – 397.50	9	9	0,111111
397.50 - 463.75	8	7	0,142857
463.75 - 530.0	7	9	0,444444
530.0 - 596.25	6	4	0,250000
596.25 - 662.50	7	8	0,125000
662.50 - +	12	10	0,400000

$$f(x) = \frac{\hat{\beta}^{-\hat{\alpha}} x^{\hat{\alpha}-1} e^{-x/\hat{\beta}}}{\Gamma(\hat{\alpha})} = \frac{(57,0845)^{-(0,5637)} x^{(0,5637-1)} e^{-x/(57,0845)}}{\Gamma(0,5637)}$$

Ek- 2 B. Dokuma bölümü Dokuma makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 45.18	420	428	0,149532
45.18 - 90.36	218	206	0,699029
90.36 - 135.54	113	121	0,528926
135.54 - 180.72	52	44	1,454545
180.72 - 225.86	36	28	2,285714
225.90 - 271.08	22	24	0,166666
271.08 - 316.26	19	13	2,769230
316.26 - 361.44	9	8	0,125000
361.44 - 406.62	8	5	1,200000
406.62 - 451.80	6	5	0,200000
451.80 - +	10	7	1,285714

$$f(x) = \frac{\widehat{\beta}^{-\widehat{\alpha}} x^{\widehat{\alpha}-1} e^{-x/\widehat{\beta}}}{\Gamma(\widehat{\alpha})} = \frac{(200{,}0497)^{-(0{,}4149)} x^{(0{,}4149-1)} e^{-x/(200{,}0497)}}{\Gamma(0{,}4149)}$$

Ek- 2.C. Baskı bölümü Baskı makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 120.15	205	208	0,043269
120.15 - 240.30	80	73	0,671233
240.30 - 360.45	39	45	0,800000
360.45 - 480.60	28	18	1,180000
480.60 - 600 .75	17	9	7,111111
600.75 - 720.09	9	11	0,363636
720.09 - +	14	8	4,500000

$$f(x) = \frac{\widehat{\beta}^{-\widehat{\alpha}} x^{\widehat{\alpha}-1} e^{-x/\widehat{\beta}}}{\Gamma(\widehat{\alpha})} = \frac{(79{,}0178)^{-(0{,}6923)} x^{(0{,}6923-1)} e^{-x/(79{,}0178)}}{\Gamma(0{,}6923)}$$

Ek- 2 D. Baskı bölümü RAM makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 38.43	199	185	1,059459
38.43 - 115.29	103	91	1,582418
115.29 - 153.72	49	52	0,173077
153.72 - 192.15	31	33	0,121212
192.15 - 230.58	29	21	3,047619
230.58 - 269.01	18	11	4,454545
269.01 - 307.44	8	5	1,800000
307.44 - +	11	7	2,285714

$$f(x) = \frac{\widehat{\beta}^{-\widehat{\alpha}} x^{\widehat{\alpha}-1} e^{-x/\widehat{\beta}}}{\Gamma(\widehat{\alpha})} = \frac{(69{,}5372)^{-(0{,}9102)}\, x^{(0{,}9102-1)}\, e^{-x/(69{,}5372)}}{\Gamma(0{,}9102)}$$

Ek- 2.E. Çözgü bölümü Çözgü makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 88.65	354	326	2,404907
88.65 - 177.30	155	142	1,190141
177.30 - 265.95	100	96	0,166666
265.95 - 354.60	76	58	5,586207
354.60 - 443.25	50	42	1,523095
443.25 - 531.90	35	38	0,236842
531.90 - 620.55	17	14	0,642857
620.55 - 709.20	8	8	0,125000
709.20 - 797.85	6	4	0,250000
886.50 - +	9	7	0,571429

$$f(x) = \frac{\widehat{\beta}^{-\widehat{\alpha}} x^{\widehat{\alpha}-1} e^{-x/\widehat{\beta}}}{\Gamma(\widehat{\alpha})} = \frac{(140{,}9338)^{-(0{,}5747)} x^{(0{,}5747-1)} e^{-x/(140{,}9338)}}{\Gamma(0{,}5747)}$$

Ek- 2 F. Çözgü bölümü Jakar makineleri

SINIFLAR	(G_i)	(B_i)	χ^2
0,00 - 71.42	652	614	2,351792
71.42 - 142.84	412	437	1,430206
142.84 - 214.26	335	354	1,019774
214.26 - 285.68	284	263	1,676806
285.68 - 357.10	181	177	0,090395
357.10 - 428.52	128	103	6,067961
428.52 - 499.94	59	44	5,113636
499.94 - 571.36	24	25	0,040000
571.36 - 642.78	19	14	1,785714
642.78 - 714.20	9	8	0,125000
714.20 - +	8	6	0,666666

$$f(x) = \frac{\widehat{\beta}^{-\widehat{\alpha}} x^{\widehat{\alpha}-1} e^{-x/\widehat{\beta}}}{\Gamma(\widehat{\alpha})} = \frac{(227{,}3561)^{-(0{,}8441)} x^{(0{,}8441-1)} e^{-x/(227{,}3561)}}{\Gamma(0{,}8441)}$$