

**T C**  
**ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**  
**SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**  
**İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI**

**AÇI KAVRAMININ GERÇEKÇİ MATEMATİK**  
**ÖĞRETİMİ VE YAPILANDIRMACI KURAMA GÖRE**  
**ÖĞRETİMİNİN KARŞILAŞTIRILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Öznur (KÖSE) TUNALI**

**BURSA 2010**



**T C**  
**ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**  
**SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**  
**İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI**

**AÇI KAVRAMININ GERÇEKÇİ MATEMATİK**  
**ÖĞRETİMİ VE YAPILANDIRMACI KURAMA GÖRE**  
**ÖĞRETİMİNİN KARŞILAŞTIRILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Öznur (KÖSE) TUNALI**

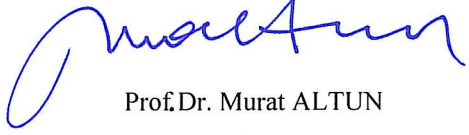
**Danışman**

**Prof. Dr. Murat ALTUN**

**BURSA 2010**

T. C.  
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

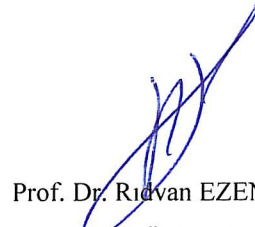
İlköğretim Anabilim Dalı, Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı'nda 700634005 numaralı Öznur (KÖSE) TUNALI'nın hazırladığı "Açı Kavramının Gerçekçi Matematik Eğitimi Ve Yapılandırmacı Kurama Göre Öğretiminin Karşılaştırılması" konulu Yüksek Lisans Tezi ile ilgili tez savunma sınavı, 27/01/ 2010 günü 13:00 – 15:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin Başarılı olduğuna oybirliği ile karar verilmiştir.



Prof. Dr. Murat ALTUN

Uludağ Üniversitesi

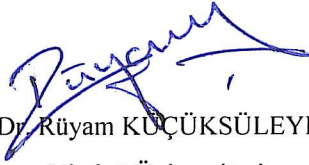
Tez Danışmanı- Sınav Komisyonu Başkanı



Prof. Dr. Ridvan EZENTAŞ

Uludağ Üniversitesi

Üye



Yard. Doç. Dr. Rüyam KUÇÜKSÜLEYMANOĞLU

Uludağ Üniversitesi

Üye

27/01/ 2010

## ÖZET

Yazar : Öznur (KÖSE) TUNALI  
Üniversite : Uludağ Üniversitesi  
Anabilim Dalı : İlköğretim  
Bilim Dalı : Matematik Eğitimi  
Tezin Niteliği : Yüksek Lisans Tezi  
Sayfa Sayısı : XI + 107  
Mezuniyet Tarihi : ...../...../2010  
Tez Danışmanı : Prof. Dr. Murat ALTUN

### ACI KAVRAMININ GERÇEKÇİ MATEMATİK ÖĞRETİMİ VE YAPILANDIRMACI KURAMA GÖRE ÖĞRETİMİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Matematiksel kavram ve genellemeler soyutlular ve soyut bir bilginin kazanımı da oldukça zordur. Bununla birlikte; yurt dışında birçok bilim adamının soyutlama sürecinin oluşumu üzerinde çeşitli çalışmalar yapmasına rağmen, ülkemizde özellikle ilköğretim seviyesinde bu alandaki çalışmaların yetersizliği ve soyutlama kavramı ile oluşum sürecinin tanınmasına olan ihtiyacın eksikliği göze çarpmaktadır. Bu nedenle hazırlanan bu çalışmada, soyutlama kavramı derinlemesine tanımlanmış ve soyutlamaların oluşumunun analizi üzerinde durulmuştur. Bu sürecin analizinde; çağımızın matematik öğretiminin önemli yaklaşımlarından biri olan Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) ve Yapılandırmacı Öğrenme yaklaşımlarıyla matematiksel bir kavramın elde edilme süreci üzerine odaklanılarak soyutlamanın nasıl oluştuğu incelenmiştir. Farklı teorik temeller çerçevesinde incelenen soyutlama süreci ve bilgi oluşturma süreçleri, bu süreci gözlemlenebilir hale getiren TKO+P (Tanıma, Kullanma, Oluşturma +Pekiştirme) modeli ile analiz edilmiştir. Buna göre; seçilen “acı” kavramı üzerinde örnek olay yöntemi kullanılarak grup ve bireysel öğretim görüşmeleri yapılmıştır. Çalışmaya katılan öğrenciler 3. Sınıf öğrencileridir ve yaşları 9-10’dur. Çalışmanın sonucu olarak; öğrencilerin bilgi oluşturma süreleri arasında farklılıklar olabileceği, bilgi oluşumuna, GME ve Yapılandırmacı Yaklaşımın farklı katkılarının olduğu, bir kavramın elde edilebilmesi için her iki kuramın da aynı kavramın farklı kazanımlarının elde edilmesinde kullanılabileceği gözlemlenmiştir. Bireysel ve grup çalışmalarında GME yaklaşımının bağlamsal yapısının bilgi oluşturma sürecinde oldukça etkili olduğunun, Yapılandırmacı yaklaşımda ise grup çalışmasının önemi ortaya çıkmıştır. Bu anlamda; epistemik eylemlerle açıklanan TKO+P modeli de, öğrencilerin oluşturduğu soyutlama sürecini açıklayan, tam öğrenmenin oluşumuna katkı sağlayan ve öğrenme stratejilerinin seçiminde belirleyici rol oynayan bir model olarak görülmüştür.

Anahtar Sözcükler:

Öğrenme, Yapılandırmacı Kuram, GME, Aktif Öğrenme, Kavram Öğrenme ve Öğretme, Soyutlama.

## ABSTRACT

Yazar : Öznur (KÖSE) TUNALI  
Üniversite : Uludağ Üniversitesi  
Anabilim Dalı : İlköğretim  
Bilim Dalı : Matematik Eğitimi  
Tezin Niteliği : Yüksek Lisans Tezi  
Sayfa Sayısı : XI+107  
Mezuniyet Tarihi : ...../...../2010  
Tez Danışmanı : Prof. Dr. Murat ALTUN

### COMPARISION OF TEACHING ANGLES WITH REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION AND CONSTRUCTIVISM.

Mathematical concepts and generalizations are abstract learnings and an abstract knowledge never could be learned easily. Although most scientists make different researches about abstraction process in overseas, in Turkey especially for primary education department the demand of identification of abstraction as a concept and abstraction process and also deficiency of researches in this subject could be stand out. Analysis of this process, it is focused on process of getting a mathematical concept with a few of the new teaching methods like RME (Realistic Mathematics Education) and Constructivism for mathematics. Abstraction process analyzes with RBC+C (Recognizing, Building-with, Constructing + Consolidation) model makes which can be observed. Accordingly, the selected concept of “angle” was conducted group and individual teaching interviews with using case study method. The working groups are students at grade 3 and 9-10 years old. As the results of study have been observed the abstraction process periods between students may differ, RME and Constructivist approaches have different contributions for the process and both theories can be used to get different gains of the same concept. RME approach with own contextual structure is highly effective in the abstraction process for individual and group works and constructivist approach that has emerged is the importance of group work. In this sense; RBC+C model which is described epistemic actions has been seen as a model which explains abstraction process by students own, contributes to the formation of learning exactly and plays a determining role in choosing learning strategies.

#### Key words:

Learning, Constructivism, RME, Active Learning, Concept Learning and Teaching, Abstraction.

## ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasının öncelikli hedefi, matematik öğretiminde son yılların dikkat çeken kuramlarından Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacı Kurama göre matematiksel bir kavramın öğretimi ve bu kavramın oluşum sürecini mercek altına almaktır.

Bu iki kuramın amacı, bilgiyi öğrencinin kendisinin edinmesidir. Ancak, matematiksel bilgi soyuttur ve bu bilgiye soyutlamalar ile ulaşılabilir. Bu noktada ise, matematik öğrenmenin dayandığı temel süreç olarak “soyutlama” kavramının iyi tanınması ihtiyacı ortaya çıkmaktadır. Bu ihtiyaç doğrultusunda bu çalışmada, soyutlama kavramı ve soyutlamanın temelleri üzerinde durulmuştur.

Bu çalışmanın, ülkemizdeki matematik öğretimine katkı getirmesini ve bu alanda benzer çalışma yapmayı planlayan kişilere ışık tutmasını gönülden dilerim.

Bu çalışmanın hazırlanmasında; danışmanlığının yanı sıra iyi bir araştırmacı olarak yetişebilmem için emeğini ve sevgisini benden hiçbir zaman esirgemeyen, sorularımı hiçbir zaman yanıtsız bırakmayan değerli danışman hocam Sayın Prof. Dr. Murat ALTUN’a teşekkür ederim.

Tezin tamamlanmasında katkıları olan hocalarım Sayın Prof. Dr. Rıdvan EZENTAS’a ve Sayın Yard. Doç. Dr. Rüyam KÜÇÜKSÜLEYMANOĞLU’na teşekkür ederim.

Yüksek Lisans programım süresince, bana ve çalışmalarına olan katkılarından dolayı TÜBİTAK’a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, çalışmamın hazırlanması sürecinde hep yanımda olan sevgili annem ve babam Şükran ve Necmettin BALCIOĞLU’na bana verdikleri manevi destek için teşekkür ederim. Hayatımın her döneminde ve çalışmam süresince desteğini hiçbir zaman esirgemeyen sevgili teyzem Saniye KÖSE’ye teşekkür ederim. Son olarak, tezin incelenmesinde ve tamamlanmasında hep yanımda olan ve varlığı ile bana güç veren sevgili eşim Samet TUNALI’ya teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
TEZ ONAY SAYFASI.....	II
ÖZET.....	III
ABSTRACT.....	IV
ÖNSÖZ.....	V
İÇİNDEKİLER.....	VI
KISALTMALAR.....	IX
TABLolar.....	X
ŞEKİLLER.....	XI
GİRİŞ.....	1

### BİRİNCİ BÖLÜM

#### GİRİŞ

1.1 Problem .....	2
1.2 Öğrenme.....	2
1.3 Yapılandırmacı Kuram.....	5
1.4 Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME).....	9
1.4.1 Yapılandırmacı Kuram ile GME Arasındaki Benzerlikler ve Farklılıklar.....	16
1.5 Aktif Öğrenme.....	17
1.6 Kavram Öğrenme ve Öğretimi.....	18
1.6.1 Kavram Öğrenme.....	19
1.6.2 Kavram Öğretimi.....	20
1.7 Soyutlama.....	22
1.7.1 Soyutlamanın Felsefi Temelleri.....	22
1.7.2 Soyutlamanın Bilişsel Temelleri.....	22
1.7.3 Soyutlamanın Sosyo-Kültürel Temelleri.....	23
1.7.4 Soyutlamanın Deneysel Temelleri.....	27
1.7.4.1 TKO (Tanıma, Kullanma, Oluşturma) Modeli.....	29



1.7.4.2 Epistemik Eylemler Arasındaki İlişki.....	32
1.7.4.3 TKO+P (TKO+Pekleştirme) Modeli.....	33
1.8 Öğretim Programı ve Açık Kavramı.....	37

## İKİNCİ BÖLÜM

### YÖNTEM

2.1 Araştırma Modeli.....	43
2.2 Çalışma Grubu.....	45
2.3 Veri Toplama Araçlarının Geliştirilmesi.....	46
2.4 Örnek Olay Problemleri.....	48
2.5 Yönerge.....	52
2.5.1 Örnek Olay Çalışmasının Gerçekleştirilmesi Prosedürü.....	52
2.5.2 Araştırmacının Rolü.....	52
2.6 Veri Toplama Araçlarının Geçerlik ve Güvenilirliği.....	53
2.7 Verilerin Analizi.....	56

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### BULGULAR VE YORUMLAR

3.1 Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) Örnek Olay Çalışmalarına Ait Bulgular.....	58
3.1.1 Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Grup Örnek Olay Çalışması.....	58
3.1.1.1 Gol Atma Problemi Bulguları.....	58
3.1.1.2 Yıldız İnceleme Problemi Bulguları.....	60
3.1.1.3 Rüzgar Yapma Problemi Bulguları.....	63
3.1.2 Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Bireysel Örnek Olay Çalışması.....	65
3.1.2.1 Gol Atma Problemi Bulguları.....	65
3.1.2.2 Yıldız İnceleme Problemi Bulguları.....	66
3.1.2.3 Rüzgar Yapma Problemi Bulguları.....	68
3.1.3 Gerçekçi Matematik Eğitimi İle İlgili Bulguların Değerlendirilmesi.....	70

3.1.4 Gerçekçi Matematik Eğitimi Problemlerinin Değerlendirilmesi.....	79
3.2 Yapılandırmacı Kuram Örnek Olay Çalışmalarına ait Bulgular.....	82
3.2.1 Yapılandırmacı Yaklaşım Grup Örnek Olay Çalışması.....	82
3.2.2 Yapılandırmacı Yaklaşım Bireysel Örnek Olay Çalışması.....	85
3.2.3 Yapılandırmacı Yaklaşım İle İlgili Bulguların Değerlendirilmesi.....	87
3.2.4 Yapılandırmacı Yaklaşım Etkinliğinin Değerlendirilmesi .....	89
3.3 Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacı Yaklaşım Kuramlarına ait Bulguların Karşılaştırılması ve Değerlendirilmesi.....	90
SONUÇ ve ÖNERİLER.....	92
KAYNAKLAR.....	94
EKLER.....	103

## KISALTMALAR

<b>Kısaltma</b>	<b>Bibliyografik Bilgi</b>
Al.	Alıntı
Çev.	Çeviren
Edit	Editör
GME	Gerçekçi Matematik Eğitimi
IOWO	Matematik Eğitimi Geliştirme Kurumu
KD, KUD, KUF	Norveç Öğretim Programı
NCERT	Indian National Council of Education Research and Training
pp.	Page to page
PISA	Programme for International Student Assessment
s.	Sayfa Sayısı
s.s	Sayfadan Sayfaya
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study
TKO	Tanıma- Kullanma- Oluşturma Modeli
TKO+P	Tanıma- Kullanma- Oluşturma+Pekiştirme Modeli
Vol.	Volume

## **TABLO LİSTESİ**

Tablo 1. Öğrencilerin Sayısal Dağılımı.....	45
Tablo 2. Örnek Olay Çalışmasının Geçerlik ve Güvenirligi.....	55

## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1. Bilgi İşleme Modeli.....	3
Şekil 2. Otobüs Problemi.....	14
Şekil 3. Otobüs Problemine Verilen Öğrenci Çalışmaları.....	15
Şekil 4. Aile Yemeği Problemi.....	15
Şekil 5. Aile Yemeği Problemine Verilen Öğrenci çalışmaları.....	16
Şekil 6. Kavram (Yamuk) Öğretimi Etkinliği.....	21
Şekil 7. Soyutlamanın Oluşumu ve Dinamik Epistemik Eylemler Arasındaki İlişki... 32	
Şekil 8. Solda; David'in çizimi, ortada; çubuk adam Laura'nın çizimi, sağda; Bir ip çatıya nasıl bağlanır? Laura'nın çizimi. Spiss vinkel'in anlamı; dar açı.....	40
Şekil 9. Gol Atma Problemi.....	48
Şekil 10. Yıldız İnceleme Problemi.....	49
Şekil 11. Rüzgar Yapma Problemi.....	50
Şekil 12. Yapılandırmacı Etkinlik.....	51
Şekil 13. Barış ve Umut'un Gol Atma Problemi İçin Yaptığı Çizim.....	60
Şekil 14. Barış ve Umut'un Yıldız İnceleme Problemi İçin Yaptığı Çizim.....	61
Şekil 15. Barış'ın Kalem ile Ölçüm Anı .....	62
Şekil 16. Şeyma'nın Gol Atma Problemi İçin Yaptığı Çizim.....	66
Şekil 17. Şeyma'nın Yıldız İnceleme Problemi İçin Yaptığı Çizim.....	68
Şekil 18. Şeyma'nın Yel pazeleri Kesme Anı.....	69
Şekil 19. Barış ve Umut'un Ortak Şekil Çizimi.....	74
Şekil 20. Şeyma'nın Üç Problem İçin Ortak Şekil Çizimi.....	77
Şekil 21. Onur ve Ömer'in Çizimi.....	84
Şekil 22. Elif'in Çizimi.....	86

## GİRİŞ

Öğrenmenin nasıl oluştuğu birçok bilim insanını meşgul etmiş ve gelmiştir. Bununla birlikte bilim adamları öğrenme üzerine çeşitli düşünce ve kuramlar geliştirmişlerdir. Yapılandırmacı öğrenme uygulamaları bu düşüncenin en göze çarpan örnekleridir. Ülkemizde ve dünyada sadece yapılandırmacı öğrenme ile sınırlı kalmayan çeşitli program değişiklikleri gerçekleştirilmiş ve özellikle son dönemlerdeki çalışmalar içeriğin sunumu üzerinde yoğunlaşmıştır. Bu alandaki çalışmalar; öğretme ve öğrenme kuramlarının geliştirilmesine, insanın daha etkin öğrenebilmesi için uygun eğitim ortamlarının hazırlanmasına katkıda bulunması bakımından önemlidir (Altun, 2008; s.15).

İlköğretim düzeyinde yapılan TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ve PISA (Programme for International Student Assessment) gibi uluslararası karşılaştırmalarda öne çıkan Singapur, Kore, Finlandiya ve diğer bir kısım Uzakdoğu ve bir kısım Avrupa ülkelerinin programları incelendiğinde bu programların diğer ülkelerdeki programlardan bariz farkının uygulanan öğretim yöntem ve tekniklerinde olduğu görülmüştür. Bu çerçevede Matematik öğretiminin en çok etkilendiği kuramlar, Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME)'dir. Her iki kuramın temel felsefesi bilgiyi öğrencinin kendisinin edinmesi ve bilgi edinmede sorumluluk sahibi olmasını esas almasıdır. Öğrencinin bilgiyi oluşturma süreci, özde bilginin soyutlanmasına indirgenebilir. Bilginin soyutlanmasının en kristalize olduğu alanlardan biri matematiktir. Çünkü matematiksel bilgi soyuttur ve matematiksel bilgiye soyutlama suretiyle varılır.

Yukarıda sıralanan bu düşünceler dikkate alındığında, matematik ve bilginin oluşmasında temel süreç olan **soyutlamanın** iyi tanınması ihtiyacını ortaya çıkarmaktadır. Bu çalışmanın konusu, matematiksel bilgi oluşturma süreçlerinin; çağımızın matematik öğretiminde önemli yaklaşımlarından olan GME ve Yapılandırmacı Öğrenme yaklaşımlarıyla matematiksel bir kavramın elde edilme süreci üzerine odaklanarak soyutlamanın nasıl oluştuğunu incelemektir. Bu yönüyle bu

çalışmaya GME ve Yapılandırmacı Yaklaşımına göre bir kavramın öğretimi ve bu kavram üzerinde soyutlama sürecini mercek altına alma girişimi olarak bakılabilir.

Bir başka söyleyişle; bu çalışmada, epistemik eylemler çerçevesinde matematiksel bilgi oluşturma süreçlerini ve nihayetinde oluşan soyutlamayı detaylı bir şekilde analiz edebilmek ve buradan öğrenme için bazı sonuçlar elde etmek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmanın problem konusu oluşturulmuştur.

### **1.1 Problem**

İlköğretim 3. Sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreci nasıl gerçekleşmektedir ve iki önemli matematik yaklaşımı olan GME ve Yapılandırmacı yaklaşımın sürece olan katkısı nedir?

İlköğretim 3.Sınıf öğrencilerinin kavram öğrenmelerinde soyutlama modellerinin rolünün belirlenmesi ise araştırmanın alt problemlerinden biridir.

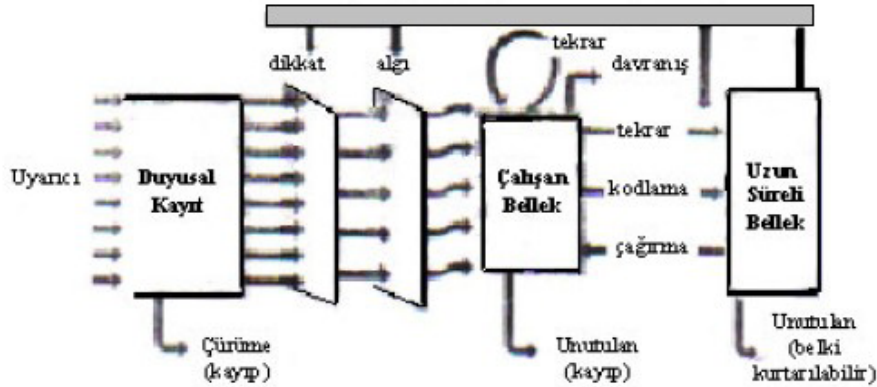
Yukarıdaki problemde hareketle kavramsal bir temel oluşturulmuştur. Çalışmanın kavramsal temelini ise; öğrenme, Yapılandırmacı Kuram, GME, aktif öğrenme, kavram öğrenme, kavram öğretme ve soyutlama kavramları oluşturmaktadır. Aşağıda bu kavramların tanıtımına yer verilmiştir.

### **1.2 Öğrenme**

Öğrenme, en genel tanımıyla “bireyin çevresiyle belli düzeydeki etkileşimleri sonucunda meydana gelen nispeten kalıcı izli davranış değişikliğidir” (Senemoğlu, 2001, s.13). Bilginin nasıl öğrenildiği konusunda yapılan araştırmalar daha çok, “bazı çocuklar daha iyi anlama seviyesine sahipken, bazıları çok az bilgi düzeyine sahip olurlar” sorunundan ortaya çıkmıştır (Kılıç, 2007). Bununla beraber, öğrenmenin ne olduğu ve nasıl gerçekleştiği yıllardır çeşitli disiplinler tarafından araştırılmıştır. Ayrıca öğrenmeyi açıklayan ve öğrenmenin oluşmasında etkili olan çeşitli yöntemler bulunmuştur. Her disiplin öğrenmeyi kendi alanına göre tanımlamıştır. Burada bunlardan bazılarını yer verilmiştir.

*Nörolojik görüşe göre öğrenme*, bilginin beynimizde oluşma süreci belli aşamalardan geçmektedir. Fiziksel *uyarıcı* beş duyu tarafından seçilerek alınır. Bu alınan uyarıcı *duyusal kayıta* geçici bir süre depolanır. Bu uyarının duyusal kayıttan

*kısa süreli belleğe (çalışan bellek) geçebilmesi yani bilginin saklı kalması için dikkatimizi çekecek şiddette olmalıdır. Dikkat, bu süreci başlatır ve bilginin kalıcı olmasını sağlayan önemli bir gerekliliktir. Bundan sonra, uyarının algılanması yani anlamlandırılması gerekmektedir. Algı, duysal bilginin yapılandırması ya da anlamlandırılması işlemidir. Algı, büyük ölçüde geçmiş yaşantılara dayanır (Madi, 2006, s.139). Bilginin tamamen kalıcı olması için uzun süreli belleğe aktarılması gerekir. Uzun süreli bellek, bilginin kalıcı olarak depolandığı ve gerektiğinde kullanmak üzere geri çağrıldığı bellektir. Bilginin uzun süreli belleğe aktarıldığında unutulmaması için tekrar ve örgütlenme gibi çeşitli stratejiler uygulanabilir. Bilgi işleme modelindeki ilişkiler, Şekil-1 üzerinde daha ayrıntılı görülmektedir.*



**Şekil 1.** Bilgi İşleme Modeli (Eggen ve Kauchak, 2004)

*Eğitim bilimleri ve psikolojiye göre öğrenme, öğrenmenin tanımının nasıl yapılacağı, öğrenmeye hangi açıdan bakıldığına göre değişir. Günümüzde öğrenmeyi açıklayan değişik kuramlar vardır. Bu kuramları, davranışçı ve bilişsel olmak üzere iki grupta toplamak mümkündür (Ziya, 2000).*

Öğrenme, uzun yıllar boyunca davranış değişikliği ile açıklanmış ve öğrencilerde amaçlanan davranışlar gözlemlendiğinde, onların öğrendikleri kabul edilmiştir. Öğretime başlamadan önce hedef davranışlar belirlenmiş ve hedef davranışların öğrencilere kazandırılabilmesi için gerekli öğretim ortamları hazırlanarak öğrenmeleri desteklenmiştir. Öğrencilerin motivasyonu dışarıdan verilen etkilerle (not, ödül vb.) sağlanmaya çalışılmıştır. Son yıllarda ise; öğrenme davranış değişiklikleri ile değil, öğrenenin bilişinde olan değişik süreçlerle açıklanmaktadır (Kılıç, 2006; s.31).



Günümüzde bireylerden, bilgi tüketmekten çok bilgi üretmeleri beklenmektedir. Çağdaş dünyanın kabul ettiği birey, kendisine aktarılan bilgileri aynen kabul eden, yönlendirilmeyi ve biçimlendirilmeyi bekleyen değil, bilgiyi yorumlayarak anlamın yaratılması sürecine etkin olarak katılanlardır (Yıldırım ve Şimşek, 1999, s.9). Davranışçı yaklaşımın öğrenmede bireysel farklılıkları açıklama konusunda yetersiz kalışı bilişsel yaklaşımın açıklanmasına olan ihtiyacı doğurmuştur.

*Bilişsel yaklaşıma göre öğrenme*, öğretmen ve öğrencinin karşılıklı etkileşimi ile gerçekleşir. Eğer öğrencilerin duyduklarını ve karşılaştıklarını anlama çabası içerisinde olması bekleniyorsa, öğretmen ve öğrencilerin beraberce, karşılıklı güven içerisinde ve birbirlerinden yüksek beklentiler ile çalışmaları gerekmektedir (Brooks ve Brooks, 1993). Bu şekilde gerçekleşen yeni öğrenmeler öncekilerin üzerine inşa edilir. Öğretmen, anlattığı konu hakkında öğrencinin daha önceden bildiklerinin farkında olmalı, bu bilgilere saygı göstermeli ve öğretme esnasında değerlendirmelidir. Yeni bilgiler öğrenciye bir şeyleri açıklayabilme gücü verdiği ve daha önceki bilgilerini genişletebilme olanağı sunabildiği oranda öğrenci için anlamlı olacaktır (Cohen, McLaughlin ve Talbert,1993).

Eğitimin yeni hedefi; bilgiyi nasıl ve nerede kullanacağını bilen, kendi öğrenme yöntemlerini tanıyıp etkili bir biçimde kullanan ve yeni bilgiler üretmede önceki bilgilerinden yararlanan bir insan modeli yaratmadır (Abbott ve Ryan, 1999, s. 68).

Bilişsel öğrenme kuramlarının en yaygın olarak kullanılanı yapılandırmacı (yapılandırmacı) öğrenme olmuştur. Yapılandırmacılık, öğretimle ilgili bir kuram değil, bilgi ve öğrenme ile ilgili bir kuramdır. Bu kuram bilgiyi temelden kurmaya dayanır (Demirel, 2000, s.233). Kuramın özünde, öğrenin bilgiyi yapılandırması ve uygulamaya koyması vardır. Öğrenenlerin bilgiyi nasıl öğrendiklerine ilişkin bir kuram olarak gelişmeye başlayan yapılandırmacılık zamanla öğrenenlerin bilgiyi nasıl yapılandırdıklarına ilişkin bir yaklaşım halini almıştır. Yapılandırmacılıkta bilginin tekrarı değil, bilginin transferi ve yeniden yapılandırılması söz konusudur (Perkins, 1999, s.8). Aşağıda yapılandırmacı kuram daha ayrıntılı olarak tanıtılmaktadır.

### 1.3 Yapılandırmacı Kuram

Son yıllarda yapılandırmacı kuramla (Constructivism) ilgili bilimsel çalışmalara eğitim alanyazınında sıkça rastlanmaktadır (Yaşar, 1998, s.68). Yapılandırmacı kuramın uzun bir tarihi geçmişe dayandığı ve yapılandırmacılığı benimseyen ilk eğitimcinin 18. yy' da İtalya'da yaşayan Giambatista Vico olduğu ileri sürülmektedir. Ancak Vico'nun yapılandırmacılıkla ilgili görüşleri, o yüzyılda eğitimcilerin fazla dikkatini çekmemiştir (Duffy ve Cunningham, 1996). Bugünkü anlamıyla yapılandırmacılık, Piaget'nin bilişsel gelişim ve bilginin oluşumu ile ilgili çalışmalarına dayalı olarak geliştirilmiş bir öğrenme kuramıdır (Kindsvatter, Wilen ve Ishler, 1996, s.112). Yapılandırmacılık bilginin nasıl oluştuğu, insanın bilgiyi nasıl elde ettiği ile ilgili bir kuramdır ve konusu, bilginin doğası ve elde ediliş şekli ile ilgilidir. Yapılandırmacılık ile ilgili birçok yorum yapılmıştır. Bu yorumlara bağlı olarak yapılandırmacılığın birçok türünden söz edilmektedir. Başlıca yapılandırmacı yaklaşımlar; Bilişsel, sosyal ve radikal yapılandırmacılıktır (Altun, 2006). İlgili alanyazın yapılandırmacılığın esasları olarak dört temel ilke vermiştir (Doolittle, 1999);

1. Bilgi birey tarafından pasif olarak alınmaz, bireyin aktif olduğu kendi kontrolünde gerçekleştirdiği bilişsel bir eylemin sonucunda oluşur.
2. Öğrenme (bilgi edinme) bir adaptasyon sürecidir.
3. Öğrenme, öznel, nesnel değildir; yani herkes kendine özgü biçimde öğrenir.
4. Öğrenme, sosyal etkileşim kültür ve dilden etkilenen bir süreçtir.

Bu ilkelere bağlı olarak bilişsel, sosyal ve radikal yapılandırmacılık aşağıda tanımlanmaktadır.

*Bilişsel yapılandırmacı kuramın*, dayanak noktası bireyin yeni bilgiyi var olan bilgi ve deneyimleri ile birleştirerek zihnindeki şemaları geliştirdiği düşüncesidir. Bu şemalar bilişsel yapıyı oluşturur ve tatmin duygusu yaratan bir öğrenme hali sonunda bilişsel denge oluşur. Yapılandırmacılık için yukarıda verilen ilkelere ilk ikisini, yani bilginin bir adaptasyon süreci sonunda edinildiğini ve bu edinimin bireyin kendisi tarafından gerçekleştirildiği ilkelerini esas alır (Doolittle, 1999).

Piaget'nin öncülük ettiği yapılandırmacı yaklaşıma göre; bilgi bir yerlerde var değil, onu bireyin kendisi oluşturmaktadır (Altun, 2005; s.21). Piaget, öğrenmeyi özümseme, düzenleme ve bilişsel dengeye ulaşma süreçleri ile açıklar. Öğrenci bir şey öğrenmeye ihtiyaç duyduğunda veya yeni bir bilgiyle karşılaştığında eski bilgisiyle yetinmez ve bu durum zihinsel dengenin bozulması anlamına gelir. Yeni bilgiyi daha önceden zihninde var olan bilgi ile karşılaştırır. Böylelikle “özümseme” işlevi gerçekleşir. Eski bilgi ile yeni bilgi arasında bir çatışma varsa yeni bilgiye göre zihnini yeniden yapılandırarak “uyuma” işlevini yerine getirir. Tüm bu olaylar zihinde “dengeleme” işlevi olarak gerçekleşir. Dengeleme sonunda daha önce edinilmiş kavramlarda bazen genişleme bazen daralma olur (Altun, 2008, s.22). Bunun sonucunda öğrenme gerçekleşir ve bu şekilde edinilen bilgi, hem kalıcı hem de anlamlı olur. Bu durum bir örnek üzerinde şöyle açıklanabilir:

‘Onluk sayı sistemini tanıyan öğrenci, sayı sistemi kavramını onluk sistemle özdeş düşünür ve işlemleri yapabilmek için ona mecbur olduğumuzu zanneder ve bu konudaki bilişsel yapı dengededir. Sayı sistemleri ile ilgili öğretim çalışmaları sırasında, örneğin nesnelere (yumurta, gazoz kapağı, ... ) 10’arlı gruplamak yerine, 5’erli gruplama ile karşılaşıncı 10 dışında da gruplamaların olduğunu ve başka sayı sistemlerinin kurulabileceğini fark eder. Bu farkında oluş ile bireyin sayı sistemi ile ilgili bilişsel dengesi bozulur. Sayı sistemlerinin temelini, herhangi bir sayıyı temel alan gruplama eylemine dayandığını ve gruplama keyfiyetinden ötürü bunların sayısının çok fazla olduğunu fark eder ve sayı sistemi kavramında genişleme olur’ (Altun, 2006).

Bilişsel yapılandırmacı kurama göre öğrenmenin ne olduğu ile ilgili yapılan başka tanımlar da şu şekildedir; Öğrenme, bireyin zihninde oluşan bir süreçtir. Birey dış uyaranların edilgen bir alıcısı olmayıp, onların özümleyicisi ve davranışların aktif oluşturucusudur (Fidan, 1986, s.65). Yapılandırma sürecinde birey, zihninde bilgiyle ilgili anlam oluşturmaya ve oluşturduğu anlamı kendisine mal etmeye çalışır. Bir başka deyişle, bireyler öğrenmeyi kendilerine sunulan biçimiyle değil, zihinlerinde yapılandırdıkları biçimiyle oluştururlar (Yaşar, 1998, s.69).

Yapılandırmacı öğrenme; içerik, öğrenme ortamı, öğrencinin inanç, tutum ve davranışlarından etkilenmektedir. Öğrencilerin kendilerini ifade etmelerini, düşüncelerini, hipotezlerini ve çözümlerini ortaya koyabilme gibi becerilerin gelişiminde de haklı paya sahiptir. Bu sayede, yeni bilginin eskisi ile ilişkilendirilip elde edinilmesine imkân sağlanmış olur.

Bilişsel yapılandırmacı kuram, öğrenmenin nasıl oluştuğunu açıklamakta büyük önem taşır. Ancak öğrenmeyi açıklamada bilişsel boyutun yanı sıra öğrenmeyi etkileyen sosyal ortamın da tanımlanması gerektiği bu sayede öğrenmenin daha etkili olarak açıklanabileceği düşünülmüştür. Bu görüşe uygun olarak Lev Vygotsky, yaklaşımın özünden uzaklaşmadan öğrenmenin sosyal boyutuna dikkat çekmiş ve Sosyal Yapılandırmacı Kuramı tanımlamıştır.

*Sosyal yapılandırmacı kuram*, yapılandırmacılığın yukarıda sıralanan ilkelerinden dördüne yer veren ve bu şekliyle bilişsel yapılandırmacılığa göre bilginin ediniminde, fazladan sosyal etkileşimin, dilin ve kültürün önemini vurgulayan bir yaklaşımdır (Doolittle, 1999).

Vygotsky; çocuğun dili ve deneyimleri yoluyla sosyal çevresiyle etkileşerek öğrendiğini, sosyal çevrenin ve bu sosyal çevredeki insanların çocukların öğrenmesini etkilediğini ve bilişsel gelişimin sonu olmadığını, sürekli geliştiğini savunur (Kılıç, 2006; s.36) . Vygotsky'nin düşüncelerinden matematik eğitiminde yararlanmak için, iyi organize edilmiş öğretim ortamları hazırlamak ve öğrencileri etkileşim içinde olacakları; beraber gerçekleştirecekleri etkinliklerle birlikte, çözebilecekleri problemlerle yüz yüze getirmek gerekir. Böylece; öğrenme olayına karşı çocukta, bir içten isteme oluşacak ve öğrenme gerçekleşir (Souviney, 1983) .

Bu durumda, sosyal ve bilişsel yapılandırmacılık yaklaşımlarını birleştirip öğrencilerin sosyal öğrenmelerini destekleyerek, aynı zamanda bilişsel süreçlerini izleyerek iki yaklaşımın avantajlarını yaşamalarını sağlayabiliriz (Kılıç, 2006; s.39). Yani, Piaget gibi bilişsel olarak öğrencilerin nasıl öğrendiğini gözlemlemek ve Vygotsky gibi de öğrenmenin olduğu çevreyi ve çevredekilerle olan sosyal etkileşimi işin içine katmak öğrenmenin nasıl gerçekleştiği ile ilgili daha ayrıntılı fikir edinmemizi sağlar ve öğrenme ortamını daha verimli hale getirir.

*Radikal yapılandırmacı kuram* ise; yukarıda sıralanan ilkelerin ilk üçünü aynen, dördüncüyü de başka bir yorumla esas alır. Bilişsel yapılandırmacılığın temel esaslarına ek olarak radikal yapılandırmacılık, gerçekle ilgili bilgi, bireyin kendi deneyimlerine, algılama kapasitelerine ve çevre ile etkileşimine bağlı olarak oluştuğunu kabul eder. Ancak yapılandırmacı kuramın dördüncü ilkesini sosyal yapılandırmacılıktan farklı olarak ele alır. Radikal yapılandırmacılıkta sosyal etkileşim ve grupta çalışma, öğrencinin kavram üzerinde derin düşünmesine yol açtığı için önemlidir (Altun, 2006) ve bu yönüyle bir ilke olarak yer almaktadır.

Yapılandırmacı yaklaşımda, bilişsel, sosyal ve radikal boyut, öğrenmeyi açıklamada ve öğrenme ortamının hazırlanmasında büyük önem taşır. Öğrenme çevrelerinin düzenlenmesinde yukarıda açıklanan üç yapılandırmacı kuramdan birlikte yararlanılabilir. Bu sayede öğrenme ortamı daha verimli hale gelecektir. Bunun gerçekleşmesi için öğrenci ve öğretmenlerin yapılandırmacı kuramdaki rollerinin neler olduğu ve öğrenme ortamının nasıl olması gerektiğinin tartışılmasının büyük önem taşımaktadır.

*Yapılandırmacı yaklaşıma göre öğrenci*, öğrenmenin kontrolü bireydedir. Öğrenmeye öğretmeniyle birlikte yön verir. Öğrenenlerin önceki yaşantıları, öğrenme stilleri, bakış açıları ve hazır bulunuşluk düzeyleri öğrenmelerine yön veren etmenlerdendir. Öğrenen kendi kararlarını kendi alır (Brooks ve Brooks, 1993, s.10). Yapılandırmacı öğrenme ortamlarında sorumluluğunu yerine getiren bireylerin *girişimci olma, kendini ifade etme, iletişim kurma, eleştirel gözle bakma, plan yapma, öğrendiklerini yaşamda kullanma* gibi özelliklere sahip olması beklenir (Marlowe ve Page, 1998: 32). Öğrenenler bilgiyi araştırıp keşfederek, yaratarak, yorumlayarak ve çevre ile etkileşim kurarak yapılandırır. Böylece, içerik ve süreci aynı zamanda öğrenirler (Şaşan, 2002).

*Yapılandırmacı öğretmen ise*; düşündürücü sorular sorarak öğrenenleri araştırmaya ve problem çözmeye teşvik eder. Öğretmen, öğrenene soru sorar ama neyi ya da nasıl düşüneceğini söylemez. Yapılandırmacı öğretmen kuzey yıldızı gibidir, öğrencinin nereye gideceğini söylemez fakat yolunu bulmasına yardımcı olur (Brooks ve Brooks, 1999, s.21,23).

*Yapılandırmacı yaklaşıma göre öğrenme ortamı*, öğrenenlerin sorumluluk alma, yaratıcı ve aktif olma becerilerini geliştirici nitelikte olmalıdır. Bu nedenle, öğrenme çevresi ve materyaller bu amaca hizmet etmelidir. Öğrenme ortamını düzenleyen öğretmen, öğrencilerin kendi istekleri doğrultusunda çalışabilecekleri zengin, etkileşimli ve demokratik bir sınıf ortamı tasarlamalıdır. Bu ortam hazırlanırken, çeşitli yöntem ve öğrenme stratejilerinden yararlanılabilir. Örneğin; işbirlikli öğrenme, probleme dayalı öğrenme, drama teknikleri...

Özetle, yapılandırmacı öğrenme ortamlarında işe koşulan öğrenme yaklaşımları, öğrencilerin öğrenme sürecinde daha fazla etkileşimde bulunmalarına ve kendilerini ifade etmelerine olanak sağlamaktadır (Yaşar, 1998, s.71)

Son yılların matematik eğitiminde dikkat çeken bir başka yaklaşımı ise, Hans Freudenthal'in öncülüğünde gelişen Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME)'dir.

#### **1.4 Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME)**

1960'ların sonlarına doğru, daha sonraları 'Gerçekçi Matematik Eğitimi' olarak adlandırılacak olan reform hareketinin ilk adımları Hollanda'da atılmıştır. Hollanda reform hareketinden, aritmetik eğitiminin var olan geleneksel yaklaşımına duyulan isteksizliğe bağlı olarak, Hollanda eğitimine hakim olan Amerika'nın "Yeni Matematik" anlayışına bir alternatif sunması beklenmiştir (Heuvel-Panhuizen, 1996).

Matematik eğitimini geliştirmeye yönelik yürütülen bu reform hareketi yalnızca Hollanda'da değil diğer Avrupa ülkelerinde de ortaya çıkmıştır. İngiltere ve Belçika başta olmak üzere Almanya'da da Matematiği geliştirme ve çağdaştırma anlamında önemli çalışmalar yapılmış ve çeşitli kurumlar kurulmuştur. Hollanda'da bu anlamda Wijdeveld ve Goffree tarafından oluşturulan 'Wiskobas' projesi, başlangıçta ortaöğretim kurumlarını iyileştirmek için kurulduysa da çok geçmeden ilköğretim okullarındaki matematiğin de iyileştirmesi gerektiği ön plana çıkmış ve 1971 yılında IOWO (Matematik Eğitimi Geliştirme Kurumu)'nun kurulmasıyla bu proje profesyonel bir biçimde geliştirilmiş ve GME yaklaşımının temelini oluşturmuştur.

Hollanda reform hareketinin gelişiminde 4 ayrı akımın; *Hollanda eğitiminin geleneksel sistemi*, *bilişsel akım*, *yapılandırmacı akım* ve *yeni matematik yaklaşımının*

katkısı vardır (Treffers, 1978, 1978a). Treffers'e göre, bu akımlardan her biri Hollanda'daki yeni matematik eğitimi yaklaşımının gelişiminde iz bırakmıştır (Heuvel-Panhuizen, 1996). Matematiğin gelişiminde ve matematiksel soyutlamaların elde edilmesinde güçlü bir etkiye sahip olan GME yaklaşımı, işte bu 4 akımın birleşmesiyle oluşur ve böylece GME'yi diğer akımlardan ayrı tutmak yerine onun diğer akımlarla olan ilişkisi daima göz önünde bulundurularak bir bütün olarak düşünülmelidir. Bu reformun en önemli belirleyicilerinden biri; insanları ve matematiği birlikte göz önüne alan bakış açısının kabul edilmesidir (Freudenthal, 1977). Freudenthal'e göre matematik; gerçeklikle ilişkili olmalı, çocuklara yakın kalmalı ve toplumun insani değerlerine uygun olmalıdır (Heuvel-Panhuizen, 1996). Freudenthal tarihte *“matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığını, gerçek hayatın matematikleştirildiğini daha sonra formal sisteme geçildiğini”* ileri sürerek, önce formal matematik bilgiyi verip arkasından uygulamaya geçme şeklinde öğrenmenin anti didaktik olduğunu belirtmiştir (Altun, 2006). Freudenthal'e göre matematik öğrenmenin didaktik olması için; matematik gerçek hayatla bağlantılı insani bir etkinlik olarak gerçekleştirilmeli ve bu etkinlik sonucunda birey yeni bilgiyi icat etmelidir.

GME'ye göre matematik öğrenme; *‘matematikleştirme’* süreci ile olur ve matematikleştirme Freudenthal tarafından şöyle açıklanmıştır; *“İnsanlığın öğrenmek zorunda olduğu; matematiğin kapalı bir sistem olmadığı ancak, bir etkinlik olarak matematikleştirme süreci gerçeği ve hatta eğer mümkün olursa, matematiği matematikleştirmedir”* (Freudenthal, 1968, s.7). Freudenthal'e göre matematiksel bir aktivite, insanın problem çözerken karşılaştığı bir aktivitedir. Bu aktivitenin sonucunda bir matematik bilgiye ulaşma işine matematikleştirme adını vermiştir. Yani insan söz konusu problemle uğraşırken matematik yapmış olmaktadır ve ortaya çıkan sonuç o olayın ya da problem durumunun matematikleştirilmesidir (Gravemeijer, 1994) .

Freudenthal'in, matematik eğitiminde matematikleştirmeye bu kadar önem vermesinin altında iki sebep yatar;

- i) Matematikleştirme sadece matematikçilerin işi değildir. Herkes matematikleştirme yapabilir. Öğrenciler günlük yaşamlarındaki olaylara da matematiksel yaklaşmalıdırlar.

- ii) Matematikleştirmenin, matematik eğitiminin odak noktası olmasıdır. Öğrenciler, matematik bilgiye yeniden keşfedercesine ulaşmalıdır. Matematikte konuya uygun çevresel durumlardan hareket edilmeli; önce bunlarla uğraşılmalıdır. Formal bilgi, örneğin; matematiksel tanımlar, en son ulaşılan nokta olmalıdır (Altun, 2008, s.29) .

Matematik, gerçeğin matematikleştirilmesinden doğmuştur, böylece çoğu öğrenilen matematik bilgi matematikleşme gerçeğinden meydana gelmiştir. Freudenthal (1973)'e göre; gerçeklik, matematiği kendine bağlayan bir çatıdır. Belirli soyutlamalar ya da tanımlamalar ile başlamakta bunlara daha sonra başvurulur. Öncelikle dikkat çekici zengin çevredeki matematiksel düzenlemelerle başlamalı ya da diğer bir ifadeyle; çevre, matematikleştirilebilir olmalıdır (Freudenthal; 1979b, 1986). Hollanda eğitiminde “gerçeklik” öğrencinin zihniyle ilgilidir. Öğrencinin aslında gerçek olmayan bir olay ya da olguyu gerçek olarak algılaması da yeterlidir.

Treffers (1978, 1978a), matematikleştirmeyi “dikey” ve “yatay” matematikleştirme olmak üzere iki çeşide ayırarak eğitimsel bir çerçevede formüle etmiştir. Yatay matematikleştirmede öğrenciler gerçek yaşamdan sunulan bir problemi çözme ve düzenlemeye yardım eden matematiksel araçlarla meşgul olurlar. Dikey matematikleştirme ise, matematiksel sistemlerin kendi içindeki işlemlerinden ve yeniden düzenlemelerinden oluşan bir süreçtir. *Yatay matematikleştirme*, matematiksel olmayan durumlar ve matematiksel fikirler arasındaki ilişkilere dayanır. *Dikey matematikleştirme*, “matematiksel öğeleri genellikle orijinal olanlardan daha soyut ya da formal yapıya sahip olan diğer öğelerle bir araya getiren, yapılandıran, düzenleyen, geliştiren bir etkinliktir.” (Hershkowitz, Parzys ve Van Dormolen; 1996, s. 177) . Freudenthal'e göre ise; Yatay matematikleştirme, yaşam dünyasından sembollerin dünyasına geçişi içerirken, Dikey matematikleştirme, semboller dünyası içindeki hareketlilik ve daha formal bir dille ifade etmedir (Heuvel-Panhuizen, 1996).

Freudenthal, bu iki dünya arasına bir sınır çizgisi koymanın doğru olmadığını, iki dünya arasında geçişlerin olabileceğini vurgular. Bunun yanı sıra, yatay ya da dikey matematikleştirmelerin birbirlerine göre üstünlüklerinin olmadığını, eş değer olduklarını



belirtmekle beraber matematiğin her seviyesinde bu iki formun geçerli olduğunu söylemiştir.

Bu matematikleştirme fikri açıkça, Freudenthal (1973)'a göre matematik kavramını, yaparak öğrenmenin bir etkinlik olarak düzenlemesi olabileceğine yönlendirir. Öğrenciler, zaten hazır olan matematiği alan bireyler olmak yerine, her türlü matematiksel araç ve anlayışlarını geliştirmek için eğitimsel süreçte etkin katılımcılar olarak davranışta bulunurlar. Freudenthal (1973) bunu “yeniden icat” ilkesi olarak söylemektedir (Heuvel-Panhuizen, 1996). Ona göre, öğrencileri hazır matematikle ve hatta önceden hazırlanmış materyallerle karşı karşıya bırakmak onların yaratıcılıklarını yok etmektedir ve bu yol öğretici değildir. Dolayısıyla bu yolla matematiksel bilgilere ve soyutlamalara kendilerinin ulaşmaları mümkün değildir ve öğrenciler herhangi bir matematik durumu karşılaştığında bu yola başvurmayacaktır. Bu nedenle, uygun bir ortam hazırlanması halinde öğrenciler bu matematikleştirme işini başarıp soyutlamalara ulaşacak ve karşılarına çıkacak benzer problem durumlarında bu soyutlamalara başvuracaklardır.

GME yaklaşımı üç temel ilkeyi içermektedir. Bu ilkeler doğrultusunda kalıcı öğrenmelere ve soyutlamalara varılacağını açıklamaktadır. Aşağıda GME'yi özetleyen üç ilkenin tanım ve açıklamaları bulunmaktadır.

Birincisi, *didaktik fenemoloji* (olay bilim) ile ilgilidir. Didaktik fenemoloji matematik kavramlarının analizini yapmak suretiyle onun nasıl oluştuğunu açıklayabilmektedir. Buna göre, çevre problemleri uyarıcı olmakta ve kavram, *sürecin yeniden keşfi* ile kazanılmaktadır (Altun, 2006). Bize düşen iş genelleştirilebilecek durumlar için, yatay matematikleştirmeye uygun problem durumları bulmak, sonra da dikey matematikleştirmeyi sağlayacak öğrenme ortamlarını yaratmaktır (Gravemeijer, Hauvel ve Streefland; 1990).

İkincisi, *yönlendirilmiş keşfetme* ile matematikleştirmeyi gerçekleştirir. Bu ilke çerçevesinde öğrencilere, matematiğin icat edilmesine benzer bir yöntemi ya da çalışmayı denemeleri için fırsat verilmelidir. Matematik yapma, öğrencilerin informal bilgilerinden yola çıkıp formal bilgiye ulaşmaları süreci olarak tanımlanabilir (Altun, 2006).

Üçüncüsü, informal matematik bilgi ile formal matematik bilgi arasında köprü rolü üstlenerek *kendi kendine gelişen modellere* yer vermedir. GME’de modeller öğrenciler tarafından geliştirilir. Bunun anlamı, öğrencilerin problem çözme için model geliştirmeleridir. Kendi geliştirdikleri modeller öğrenci için anlamlıdır (Gravemeijer ve diğerleri, 1990).

*GME’ye göre öğrenme*, öğrencilerin informal bilgilerinden hareketle günlük yaşamdan seçilen gerçek problem durumları üzerinde kendilerinin çalışması ve yeni modeller üretmesi sonucu formal bilgiye ulaşma olarak tanımlanabilir. Yani; GME, yatay matematikleştirmeyi dikey matematikleştirmeye bağlamaktadır. Bu bakımdan GME yaklaşımı, matematikleştirmenin iki formu arasında köprü kurarak öğrenilen yeni bilginin soyutlanmasını kolaylaştırmaktadır.

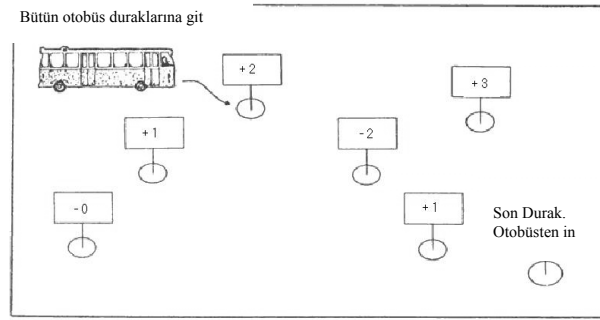
*GME’ye göre öğretmen*, Yapılandırmacı yaklaşımda olduğu gibi, yönlendirici bir rol üstlenmektedir. Ancak, öğrenme ortamının hazırlanmasına olan katkısı bakımından yapılandırmacı yaklaşımdan ayrılmaktadır. Bu yönüyle öğretmen, öğrenme ortamını gerçek hayatla ilişkilendirmekle yükümlüdür. Sınıfa gerçek problem durumları getiren, öğrencileri günlük hayat problemleri ile baş başa bırakan, öğrencilerin matematik yapma ihtiyacı hissedecekleri etkinlikleri düzenleyen ve grup çalışmalarını bu doğrultuda yönlendiren kişidir. Bununla birlikte, öğrenci çalışmalarına birebir müdahale etmesi doğru değildir.

*GME’ye göre öğrenme ortamı*, öğrencilerin kendilerini rahatça ifade edebilecekleri bir çevre ve matematik yapma ihtiyaçlarını karşılayabilecek materyallerden oluşmaktadır. Öğrenciler gerçek hayat problemleri ile çalışarak çözüm yolları denerler (Heuvel- Panhuizen, 2001).

*GME’ye göre değerlendirme*, GME yaklaşımıyla matematik eğitiminin değerlendirilmesi sürecini ele alan De Lange (1987) değerlendirmenin 5 kuralı olduğunu ileri sürmüştür. *Birinci ve en önemli kural*; Öğrenme ve öğretimi geliştirmek. *İkinci kural*; değerlendirme yöntemlerinde öğrencilere, onların neyi bilmediklerinden çok neyi bildiklerini gösterebilecekleri olanak sağlanmalıdır. *Üçüncü kural*; Matematik eğitiminin tüm amaçlarını içermelidir. *Dördüncü kural*; Objektif puanlama. *Beşinci kural ise*; değerlendirme araçları pratik olmalıdır.

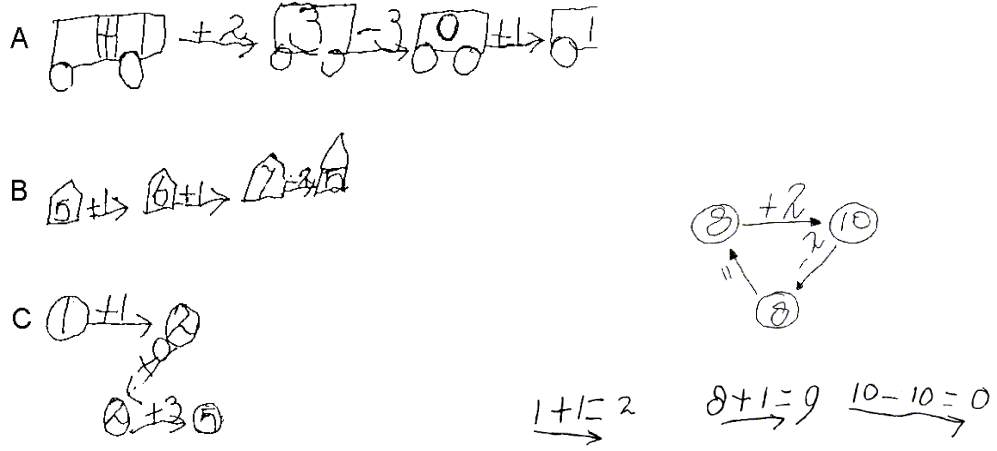
Aşağıda GME kuramı ile ilgili somut örneklere yer verilmiştir. 80’li yılların başında Hollanda’da 4. Sınıf seviyesinde dört işlem konusunun öğretimi, küçük sayılardan başlayarak karmaşık sayılara doğru gittikçe zorlaşan alıştırmalar verilerek gerçekleştirilmiştir. Bu yaklaşımı “aşamalı güçlük” olarak tanımlamışlardır. Ancak GME yaklaşımı ile birlikte öğrenciler doğrudan büyük sayılar ile karşı karşıya bırakılmıştır. Buna ise “aşamalı şemalaştırma” denmiştir (Heuvel-Panhuizen, 2001).

Öğrencilere yöneltilen problemlerin gerçeğe dayalı olması öğrenme ortamının daha güçlü olmasını sağlamaktadır. Bu problemlerin öğrencilerde formal matematik dil geliştirme fırsatı sunması da önemlidir. Örneğin; bir otobüs probleminde (Şekil 2) öğrencilerden otobüs şoförü olmaları istenmiş ve durdukları her durakta inen ve binen yolcular ile ilgili işlem yapmaları istenmiştir (Brink, 1989).



**Şekil 2.** Otobüs problemi.

Öğrencilerin soruya verdiği cevaplar (Şekil 3) incelendiğinde, gerçek hayatta karşılaşılabilecek bir olayın matematiksel bir dille ifade edildiği görülmüştür. Öğrenciler matematiğe başvurma ihtiyacı duymuşlar ve bunu çizimlerinde de sergilemişlerdir.



**Şekil 3.** Otobüs problemine verilen öğrenci çalışması

Modellerin kullanıma ilişkin örneklerde de boylamsal bir ilişki söz konusudur. Örneğin, 1. Sınıfta sayı doğrusu için verilen model “bir kolye” iken ileri seviye sınıflarında “boş sayı doğrusu, çift sayılı doğru ve kesir yüzdeler içeren grafiklere” dönüşmektedir (Heuvel-Panhuizen, 2001).

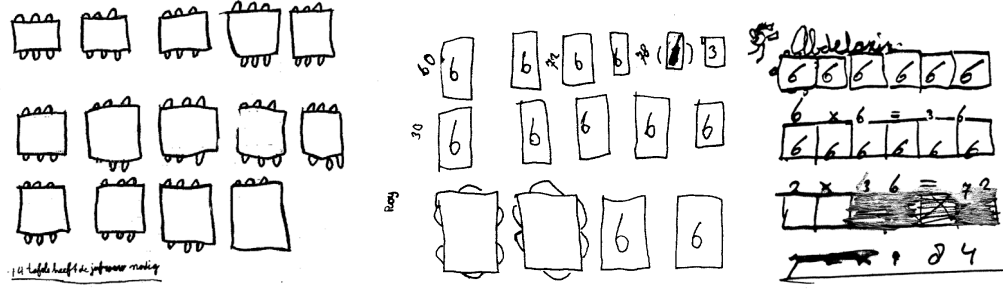
GME eğitimi yalnızca bireysel uygulandığında etkin olan bir yöntem olmayıp, grup ve sınıf çalışmasında da etkili bir şekilde uygulanmaktadır. En belirleyici özelliği ise *ilkeler arasındaki etkileşimdir*. Bunu gösterebilmek için de 3. Sınıf öğrencilerine “aile yemeği” problemi yöneltilmiştir (Van Galen ve Feijs 1991):

*Bu akşam bir akşam yemeği verilecektir. Bu yemeğe 81 kişi katılacaktır. Toplantı büyük konferans salonunda yapılacaktır. Aileler büyük masaların etrafında oturacaklardır. Her masa 6 kişi almaktadır.*

*81 kişi için kaç masa gereklidir?*

**Şekil 4.** Aile yemeği problemi

Öğretmen, problemi yönettikten sonra sınıfta dolaşmaya başlamış ve gerekli olduğu takdirde bazı yardımlarda bulunmuştur. 10 dakika sonra da çocuklardan çalışmalarını göstermelerini istemiştir. Öğrenci çalışmalarına Şekil 5’te yer verilmiştir.



**Şekil 5.** Aile Yemeği Problemine Verilen Öğrenci Çalışmaları (Badr, Roy ve Abdelaziz)

Üç öğrencinin çalışması incelendiğinde Abdelaziz’in matematiksel dili kullanma becerisi göze çarpmaktadır. Ayrıca şemalaştırmanın, matematikleşmenin gerçekleşmesi için güçlü bir araç olduğu görülmektedir (Heuvel-Panhuizen, 2001).

Örneklerden de görüldüğü gibi GME yaklaşımı gerçeklik yönü ağır basan bir eğitimi hedef almaktadır. Öğrencilerin etkinlikler ile baş başa bırakılması ve çözüm yolları için yaratıcılıklarını kullanmaları, yapılandırmacı yaklaşımın da hedefleri arasındadır. İki yaklaşım arasında benzerlikler olduğu kadar farklılıklar da mevcuttur. İki yaklaşımı ayıran çizgiyi görebilmek için benzerlikler ve farklılıklar irdelenmiştir.

#### **1.4.1 Yapılandırmacı Kuram ile GME Arasındaki Benzerlikler ve Farklılıklar**

GME ve Yapılandırmacı Yaklaşım arasındaki en temel farklılık; Yapılandırmacı yaklaşım, temelde bir bilgi kuramıdır ve bilgiyi nasıl edindiğimiz ile ilgilidir, bir öğretim kuramı değildir. GME ise, bir öğretim kuramıdır. Gerçekçi Matematik Eğitimi, temelde yapılandırmacı karaktere sahip olsa da farklılık bilginin yapılandırmasında izlenen yollarda çıkmaktadır (Altun, 2006). GME, öğretimde kuramsal bilginin uygulamalardan ayrıldığını reddeder iken yapılandırmacı öğrenme reddetmez. GME kuramında; informal bilgi ve deneyimleri temele alan ve bilgiyi ister kuramsal ister

uygulama olsun, öğrencinin oluşturabilmesine fırsat tanıyan her öğrenme biçimini kabul eder ve hatta materyal seçimi dahi öğrenciye aittir (Gravemeijer ve Diğerleri, 1990) .

İki kuram arasındaki temel benzerlikler de şu şekilde sıralanabilir;

- İki kuram da geleneksel öğretimden farklı olarak sonuçtan çok sürece odaklıdır (Altun, 2006).
- Öğrenme için informal bilgi ve beceriler, deneyimler,
- Öğretimde motivasyon ve anlamlandırma,
- Çevrenin öğrenme üzerindeki rolü,
- Grupta tartışma ve dil bakımından önemlidir (Nelissen ve Tomic, 1998) .

Öğrenme çevresinin ve öğretimin düzenlenmesinde her iki kuramdan da yararlanılabilir bu sayede daha etkili bir öğretim ve nihayetinde öğrenim gerçekleşmiş olur. Yine son yıllarda yapılandırmacılık ve GME gibi akımların öğretimin niteliğini arttırmaya dönük getirileri göz önüne alınarak sınıf içi ve bireysel çalışmalara kalite kazandırmak üzere *Aktif Öğrenme* kavramı geliştirilmiştir. Aktif öğrenme, bir kuram olmayıp, derinlemesine kuram bilgisine girmeden nitelikli öğretim yapma ile ilgili bir karma çalışmadır. Nitelikli öğrenme için öğrenme ortamının düzenlenmesi, böyle bir ortamda öğretmen ve öğrencinin rollerinin belirlenmesi, ilgili ayrıntıları belirler. Bu kavram, aşağıda ayrıntılı olarak tanıtılmaktadır.

### **1.5 Aktif Öğrenme**

Aktif Öğrenme yaklaşımına göre, öğrenme etkinlikler temelinde gerçekleşir. Öğrencilerin aktif olarak katılacakları etkinlikler, bu yaklaşıma uygun olarak tasarlanır ve yaratıcılığı ön plana çıkaracak öğrenme ortamları düzenlenir.

Aktif öğrenme ve yapılandırmacılığın amaçları ortaktır. Bunlar, öğrenciyi aktif hale getirip yeni bilgi üretmesinde uygun çevre düzenlemesi yapmak ve bilgiyi öğrencinin kendisinin edinmesini sağlamaktır. Aktif öğrenmenin ağırlıklı hedefi; öğrencilerin yaratıcılıklarını ön plana çıkararak, zengin materyaller sunan ve öğrencinin sahibi olacağı etkinlikler tasarlayıp sunmaktır.

Aktif öğrenme, öğrencinin bir takım zihinsel ve fiziksel eylemler yapmak yoluyla öğrenme işini daha çok kendi denetiminde gerçekleştirme sürecidir. Böylece aktif öğrenme, yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının pratik bir ürünü olarak görülebilir (Olkun ve Toluk, 2007). Aktif öğrenmeyi gerçekleştirebilmek için öğretim etkinliklerle sürdürülmelidir (Kriacou, 1998). Etkinliklerde genel olarak, bilgiyi bir problem biçiminde sunma ve bilgiye bu problemin çözümü sonucunda ulaşma vardır. Aktif öğrenme için bir öğrenme etkinliğinde; etkinliğin sahibi öğrenci olmalıdır, öğrenci ne yapmakta olduğunu açıklayabilmelidir, konuyla ilgili hem öğretmen hem arkadaşları ile tartışabilmelidir ve etkinlik zihindeki bir karmaşayı açıklayabilmelidir şeklinde sıralanan özelliklerden en az birini taşımaktadır (Altun, 2008; s.36).

Bu süreçte öğretmenin en önemli görevi, öğrencinin eylemde bulunacağı etkinliği hazırlamaktır. Bir başka deyişle öğrenci, yeni matematiksel bilgiyi eski bilgilerinin üzerine inşa eder, ancak ortaya çocuk için yeni bir ürün çıkar. Öğretmenin hazırladığı ortamın zenginliği, öğrencilerin matematiksel kavramları soyutlamalarını kolaylaştırır. Öğrenci, sunulan problem ortamında, somut nesnelere yaptığı eylemlerle bir çözüm oluştururken aynı zamanda önemli matematiksel düşünceleri soyutlar (Olkun ve Toluk, 2007).

Bu çalışmaya olan ihtiyaç bu noktada belirginleşmektedir. Öğrencilerin soyutlamalara ulaşmada etkili olan en iyi yöntemi kullanabilmeleri için nasıl bir öğretim yapılmalıdır? Bir kavram, tek bir yaklaşım kullanarak öğrenilebileceği gibi birden fazla yaklaşımın bir arada kullanılması sonucu da öğrenilebilir. Yukarıda tanımladığımız yaklaşımların kavram ve genelleme öğretiminde daha etkili kullanılabilmesi için “kavram öğrenme ve öğretme” kavramlarını açıklamak yararlı olacaktır.

## **1.6 Kavram Öğrenme ve Öğretimi**

Kavram; benzer nesnelere, insanları, olayları, fikirleri, süreçlerin bu benzerliklerine göre oluşturulmuş gruplarına verilen bir addır. Kavramlar, bireyin bir grup, varlık, olay, fikir ve süreçleri diğer gruplardan ayırt etmesini sağladığı gibi, diğer grup, varlık, olay, fikir ve süreçlerle ilişki kurmasına da yardım eder (Senemoğlu, 2004, s.511). Örneğin; kesir, aç, üçgen, eğim, ... kavramlarının matematik biliminde

kullanılan kavramlar olduğu bilinmektedir bu yönüyle diğer bilim dallarından ayrıldığı gibi, aynı zamanda da diğer bilim dallarıyla ilişkilidir.

Bütün öğrenme ve düşünme süreçlerinin temelinde kavramlar vardır. Kavramlar yaşamımızı zenginleştirirler ve insanlarla iletişimimizi kolaylaştırır. Aynı zamanda, bilgilerimizi düzenlememize yardımcı olurlar. Ayrıca çok sayıda insanı, nesneyi ve olayları, arabalar, bitkiler, ülkeler ve kahramanlar gibi kategorilere yerleştirmemize yardımcı olurlar. Bu yüzden kavramlar, bilgi yaratma sisteminin önemli bir parçasıdır (Martorella, 1986).

Kavramların tam anlamıyla ve doğru şekilde öğrenilmesi genelleme öğrenimini kolaylaştırır. Çünkü genellemeler, kavramlar arasındaki ilişkilerin tanımlanması ile oluşur. Bilim adamları uzun yıllar genelleme ile ilgilenmişlerdir. Genellemeler, bilinmeyeniyi aydınlatmaya ve anlamlandırmaya yardım etmektedir. İşte bu nedenle genelleme öğreniminin tüm disiplinler için olduğu gibi Matematik disiplini için de önemi vardır ve ayrıntılı olarak incelenmesi gereken bir konudur. Ancak, bu çalışmada “kavram” öğrenimi ve öğretimi üzerinde durulduğu için genelleme öğrenimi ve öğretimi kavramları ayrıntılı olarak ele alınmayacaktır.

### **1.6.1 Kavram Öğrenme**

Kavramların anlaşılması son yıllarda araştırmacıların önem verdikleri konular arasındadır ve öğrenciler bilimsel kavramları anlamakta zorluk çekmektedirler (Turan, 2002). Bilişsel gelişimin temelinde, kavram öğrenme vardır. Kavram öğrenme çeşitli düzeylerde gerçekleşmektedir. Kavram öğrenmede bir düzeyden diğerine geçişi sağlayan zihinsel süreçlerin aynı sırayı izlediği ve bunun değişmez bir sıra olduğu araştırmalarda ortaya konmuştur (Senemoğlu, 2004, s.514). Aşağıda kavram öğrenmede aşamalılık gösteren düzeylerden kısaca bahsedilmektedir. Bir düzey tam anlamıyla bitirilmeden diğerine geçilmemektedir. Bu nedenle en alt düzeyden tanıtılmaya başlanacaktır. Senemoğlu (2004)’na göre bu düzeyler; somut düzey, tanıma düzeyi, sınıflama düzeyi ve soyut düzeyden oluşmaktadır. *Somut düzey*, Objenin algılanabilir çevresine dikkat etme, objeyi diğer objelerden ayırt etme, ayırt edilen objeyi, aynı kapsam ve durumda bir başka zamanda da gördüğünde hatırlama gibi zihinsel



işlemlerden oluşmaktadır. Örneğin, çocuk sıranın üzerinde duran “cetvel” i gördüğünde dikkatini verir ve diğer nesnelere ayırt eder.

*Tanım düzeyi:* Bu aşamada çocuk, somut düzeyde sadece aynı kapsam ve aynı durumda gördüğünde tanıyabildiği objeyi, farklı bir yer ve durumda gördüğünde de tanıyabilir. Bu düzeyde objeyi birden fazla algısal temelle depolar ve kavramın adını öğrenebilir (Senemoğlu, 2004, s.514–515). Örneğin; çocuk, üçgenin bir kenarını cetvel kullanarak ölçen bir başka çocuk gördüğünde ölçüm aracının “cetvel” olduğunu tanıyabilir, bu araç ‘cetveldir’ deyip kavramı adlandırabilir ve ‘cetvel ölçüm yapma işine yararmaktadır’ genellemesine varabilir. Sonrasında ise genellemeye vardığı bu nesneyi hatırlayabilir.

*Sınıflama düzeyi;* Bu düzeyin, somut ve tanıma düzeyinden farklı olarak kendine özgü olan zihinsel işlemi, iki ya da daha fazla objenin eş değer olduğunun genellenmesidir. Bundan önceki işlemler kavram öğrenmenin önceki düzeylerinde de vardır. Ancak çocuk bu düzeyde kavramları sınıflandırabilse de sınıflandırmanın temel özelliklerini ifade edemezler ve kavram öğrenme tam anlamıyla gerçekleşmez (Senemoğlu, 2004, s.516). Örneğin, çocuk farklı renk ve biçimlerdeki cetvelleri (iletki, açölçer...) eşdeğer görerek aynı gruba dâhil etmektedir ve bu gruba genel ad olarak ‘cetvel’ demektedir.

*Soyut düzey;* Bu düzeyde birey, kavram örneklerini doğru olarak tanıma; kavramın adını verme; kavramın tanımlanan özelliklerini ayırt etme; kavramın toplumca kabul edilmiş tanımını verme; kavram örneklerinin aynı düzeydeki benzer kavram örneklerinden nasıl farklılaştığını açıklama gibi zihinsel işlemleri gerçekleştirmelidir (Senemoğlu, 2004, s.516). Örneğin; öğrenci, “kısa boyları ölçmeye yarayan araçtır” tanımını verebilir.

### **1.6.2 Kavram Öğretimi**

Ülkemizde yapılan araştırmalar sonucunda pek çok kavramın yanlış ya da eksik kavramsallaştırıldığı ve bunun da önemli bir sorun olduğu belirtilmektedir (Yükselir, 2006; Turan, 2002; Yontar, 1991). Kavram öğretiminde, fazlaca sembolik ve

matematiksel dilden kaçınılmalı, öğrencilerin anlayabileceği bir dil kullanılmalı ve öğrenme somut yaşantılara dayandırılmalıdır (Altun, 2008, s.60) .

Kavram öğrenmede önemli bir yer tutan kavramın ayırt edici olan ve ayırt edici olmayan özellikleri ile örnek olan ve olmayanları, aslında kavram öğretiminin de temelini oluşturmaktadır (Kılıç, 2007).

Her kavramın belirleyici özellikleri vardır. Öğretmen çocukların söz konusu özellikleri anlamalarını, bunları belirleyici olmayanlardan ayırmalarını sağlamalıdır. Kavramın belirleyici özellikleri, kavramın değişik örneklerinde değişmeden kalan hususlardır. Aşağıda somut bir örnek olarak *Yamuk* kavramının öğretimi etkinliği verilmiştir (Altun, 2008, s.18):


**Yamuk Kavramı**

**Grup:** 2-3 kişi

**Materyal:** Aşağıdaki şekillerin fotokopileri

**İşlem:**

- Öğrencilerin mevcut bilgileri ile “yamuk nedir?” sorusuna cevap vermeleri ve cevaplarını not etmeleri.
- Aşağıdaki şekillerden b, d, e dekiler yamuk; a, c, f dekiler yamuk değildir.



- Şekilleri inceleyiniz ve yamuğun özelliklerini bulunuz. (Yamuk bir dörtgendir, yamuğun iki kenarı paraleldir gibi.)
- Yamuğun tanımıyla ilgili sınıf tartışmasının açılması ve yamuğun “iki kenarı paralel olan dörtgen” olduğunun açıklanması.

**Şekil 6.** Kavram (Yamuk) Öğretimi Etkinliği

Kavramların öğretimi kadar, öğrenilen kavramların değerlendirilmesi de önemli bir konudur. Çocukların bilimsel kavramları nasıl edindiğine ve kullandığına dair sorularla sürekli karşılaşırız ve herhangi bir yazılı sınav çeşidinin çocukların bilgisini ölçmede sınırlı kaldığını görürüz. Bu amaçla, kavram yanlışlarını ortadan kaldırmak ve kavramlar arasındaki ilişkilerin tam olarak açıklanmasını sağlamak amacıyla kullanılan araçlardan biri de kavram haritalarıdır (Kılıç, 2007) .

Novak ve Growin (1998), kavram haritalarının öğrencilerin önceden neler bildiklerinin anlaşılması, etkili ve anlamlı öğrenme için yol haritası oluşturmaları gibi pek çok eğitsel öneme sahip olduğunu belirtmektedirler. Öğrenciye temel bir çerçeveye sağlayarak, ayrıntıyı nereye yerleştireceğine yol gösterir.

Son dönemlerdeki gelişmeler dikkate alındığında, öğrencilerin kavram veya genellemelere ulaşmada izledikleri yolu çeşitli yöntemlerle incelemek mümkündür. Matematiksel her kavram bir soyutlama süreci sonunda oluşur. Bu bakımdan soyutlama sürecinin burada açıklanması bir ihtiyaç olarak görülmektedir.

## **1.7 Soyutlama**

Yurt dışında birçok bilim adamı, soyutlamayı daha iyi tanımlayabilmek için çeşitli çalışmalar yapmışlardır. Hazırladıkları bu çalışmalarda soyutlamayı farklı bakış açıları ile ele almış ve çeşitli teorilere dayandırarak modeller üretmişlerdir. Değişen eğitim sistemimizle soyut bir bilginin öğrenciye nasıl kazandırılacağını ve yeni bir bilginin soyutlanma sürecinin nasıl olduğunu mercek altına alma ihtiyacı hissedilmiştir. Bu nedenle soyutlamanın daha ayrıntılı olarak analiz edilebilmesi için soyutlama kavramı, farklı teorik temeller çerçevesinde incelenmiş ve kavram ayrıntılı olarak tanımlanmıştır. Bu temellerde, soyutlamaların nasıl oluştuğu ve öğrenim ortamının nasıl olması gerektiği sorusuna cevap aranmıştır.

Geçmişten günümüze birçok araştırmacı soyutlamayı değişik teorik temellere dayandırmıştır. Bu temeller; felsefi, sosyo - kültürel, bilişsel ve deneysel temeller olmak üzere dört başlık altında incelenmiştir.

### **1.7.1 Soyutlamanın Felsefi Temelleri**

Soyutlama, felsefe için derin araştırmaya dayalı bir konu olmuştur (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus; 2001). Aristotle'nun çalışmalarında 'alıp götürmek' anlamındaki 'aphairesis' kelimesi ile karşımıza çıkan soyutlama, insanoğlunun düşünmesiyle ilgili felsefi ve psikolojik çalışmalara etkide bulunmuştur; öyle ki Aristotle'nun ürettiği bu bilgi teorisi, daha sonradan İngiliz deneyimci filozoflar tarafından ele alınmıştır (Van Oers, 2001). Bu teori genel olarak (Van Oers, 2001); soyutlamaların nesnelere kategorileşmesinden oluştuğunu, bağlamdan bağımsız

temsiller olduğu ve soyut düşünmenin, düşünce gelişiminin daha ileri adımlarının ayırt edici bir özelliği olduğu varsayımlarından oluşmaktadır. Bu varsayımlarda dikkat çeken önemli noktalardan biri; soyutlamanın düşünme yapısı içinde üst düzeylerde gerçekleştiği düşünülen bir süreç olması ve soyutlamanın öğrenmenin gerçekleştiği zamandan, mekândan ve ortamdan bağımsız gerçekleşebileceğine inanılmasıdır (Yeşildere ve Türnüklü, 2008). Sierpinska (1994, s.61) ise, soyutlamayı kısaca “bir kavramdan belli özelliklerin ayrılması eylemi” olarak tanımlar. Bu bakış açısına göre kavramlar; soyutlamalarla elde edilirler, ama nesnel gerçeklerle denenir ve doğrulanır. Bu bağlamda hazırlanan bu çalışmada, matematiksel bir kavramın elde edilmesi ve soyutlama sürecinin analizi incelenmiştir.

20. yüzyıldaki soyutlama anlayışını, modern felsefeci Russell (1926)’ın soyutlama tanımını vererek açıklayabiliriz; “soyut düşünce, insan zekâsının en üst düzey başarısı ve en güçlü aracıdır” (Yeşildere ve Türnüklü, 2008). Günümüze gelindiğinde ise; bilim insanları soyutlamayı değişik bakış açıları altında incelemişlerdir. Bunlardan ilki olan bilişsel bakış açısına göre soyutlama kavramı aşağıda incelenmiştir.

### **1.7.2 Soyutlamanın Bilişsel Temelleri**

Klasik bilişsel psikologlar; a) Bir dizi somut örnekten oluşan ortak noktaların çıkarımı üzerinde dururlar, b) Soyutlamanın temel özelliği olarak sınıflamayı uygun görürler (Rosch ve Mervis, 1975). Onlara göre, soyutlama somuttan soyuta geçişte bir köprüdür ve bu benzerlikler dizisi sayesinde olur ( Hershkowitz ve Diğerleri, 2001). Bu bakış açısına önemli katkı getiren isimlerden biri Piaget’dir.

Piaget; soyutlamayı, deneyimsel soyutlama ve sözde-deneyimsel soyutlama olarak iki boyutta inceler. Deneyimsel soyutlama, kavramlar arasındaki yüzeysel benzerliklere dayanmaktadır. Daha yalın bir ifadeyle, deneyimsel soyutlamanın günlük yaşamdaki kavramları oluşturmaya yönelik bir soyutlama tipi olduğu söylenebilir (Mitchelmore, 2002). Hem deneyimsel soyutlama hem de sözde deneyimsel soyutlama, kavramların ortak özelliklerini dikkate almaktadır. Ancak sözde - deneyimsel soyutlama bunun yanı sıra eylemler arasındaki çok yönlü ilişkiyi de göz önünde bulundurmaktadır

(Yeşildere ve Türnüklü, 2008). Piaget ayrıca soyutlama sürecini açıklamak için yansıtıcı soyutlama görüşünü ileri sürmüştür.

Piaget'nin yansıtıcı soyutlama görüşü, bu klasik yaklaşımın gelişimine önemli ölçüde katkı sağlamıştır. Yansıtıcı soyutlama, Piaget'nin zihinsel işlemleri sınıflandırmasına ve zihinsel nesnelerin soyutlanmasını incelemesine yol göstericidir. Yansıtıcı soyutlama ürünü olan şemalar, her gelişim döneminde bilginin yapılandırılmasındaki bloklardır. Bu süreç, mantıklı ve tutarlı teorik modellerin yapılmasını sağlar (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001).

Piaget'yi izleyen birkaç matematikçi somutu soyuta dönüştürme gücüne sahip öğrencilerin yardımıyla ortam ya da süreci tanımladıklarını belirtirler (Dreyfus, 1991). Bu matematikçilerden bir tanesi de Dienes'tir. Dienes (1961) soyutlamayı, bitmiş bir ürün olarak değil, bir süreç olarak ele almakta ve soyutlamayı "bir grup farklı durumdan ortak özellik çıkarma süreci" olarak tanımlar.

Bilişsel matematikçiler için soyutlama, bir dizi matematiksel süreçten meydana gelmektedir ve zihinlerindeki nesnelere bu süreç sonucunda oluşan nesnelere arasında ilişki kurmayı ve kurulan bu ilişkiyi anlamlandırmayı içermektedir. Bu ilişkilerde benzerlikler ve farklılıklar üzerine odaklanılarak sınıflamalara gidilir ve nihayetinde kavram zihne yerleşmiş olur. Daha sonra karşılaşılabilecek benzer bir durumda öğrenilen bu kavram kullanılır hale gelir ve soyutlanmış olur.

Goodson- Espy (1998), Cifarelli tarafından önerilen 'soyutlama seviyeleri' kavramını kullanmıştır. Örneğin, en düşük seviye, karşılaşılan yeni bir durumda önceden çözülmüş problemin belirleyicilerini tanıma kabiliyetidir ve *tanıma* olarak adlandırılır (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001). Bu kavram ve diğer seviyeler ilerleyen bölümlerde daha ayrıntılı tanımlanmıştır.

Soyutlamalara ulaşma, bu temelde problemi çözenin ya da öğretim uygulaması yapılan kişinin kişisel geçmişine, hazır bulunuşluk düzeyine, öğrenim biyografilerine göre değişim göstermektedir. Bu nedenle öğrenenin öğrenme çevresi, soyutlamalara ulaşmada önemli rol oynamaktadır. Bağlamsal faktörlerin (Kişisel geçmiş, araç kullanma ve sosyal etkileşim) önemi bu noktada açığa çıkar. Soyutlama sürecini

etkileyen bir dizi dış faktörden biri çevredir. Çevrenin nasıl olması gerektiğinden “sosyo-kültürel temeller” alt başlığında bahsedilmiştir.

Son zamanlarda, bilim insanlarından bazıları soyutlamanın bu klasik yaklaşımını eleştirmektedirler. Örneğin; Ohlsson ve Lehtinen (1997)’e göre; bilişsel soyutlama düzeni, daha karmaşık fikirler içinde var olan fikirlerin toplanmasından oluşmaktadır. Bu nedenle, süreç somuttan soyuta tek yönlü sonuç vermez. Somut ve soyut kavramları ayrı oluşlar değildir, birbirleriyle bağlantılıdır ancak soyutlama süreci boyunca birbirinden ayrılırlar.

Confrey ve Costa (1996) ise; klasik yaklaşımda öncelik verilen özel matematiksel hedefler kavramını eleştirmektedirler. Bu önceliğin, matematik topluluğunu sadece dar bir bakış açısı ile pekiştirebildiğini belirtmiştir. Çünkü matematiksel düşünmeyi orijinal sosyal çevresinden ayırmaktadır ve matematiksel araç kullanımını ve gelişimini ihmal etmektedir.

Ahsbabs (2004)’e göre soyutlamaya, öğrenim çevresinin getireceği herhangi bir katkı yoktur. Önemli olan, etkileşim ve matematiğe karşı duyulan yoğun ilgidir. Bilişsel matematikçiler için soyutlama, bir dizi matematiksel süreçten meydana gelmektedir ve zihinlerdeki nesnelere bu süreç sonucunda oluşan nesnelere arasında ilişki kurmayı ve kurulan bu ilişkiyi anlamlandırmayı içermektedir. Bu ilişkilerde benzerlikler ve farklılıklar üzerine odaklanılarak sınıflamalara gidilir ve nihayetinde kavram zihne yerleşmiş olur. Daha sonra karşılaşılabilecek benzer bir durumda öğrenilen bu kavram kullanılabilir hale gelir ve soyutlanmış olur.

Bilişsel yaklaşımı sosyo - kültürel yaklaşımdan ayıran iki temel farklılık vardır: İçeriğin nasıl kavranması gerektiğinin temellendirilmesi (çevre) ve soyutlama sürecinin diyalektik doğası (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001). Sıradaki bölümde, sosyo - kültürel temeller tanımlanırken bu iki temel farklılık da tanımlanmış olacaktır.

### **1.7.3 Soyutlamanın Sosyo-Kültürel Temelleri**

Bu bakış açısının temelinde ‘çevre’ anlayışı vardır. Soyutlamanın oluşumu için uygun çevresel koşulların sağlanması gerektiği temel varsayımdır. Çevrenin uygun şartlarda düzenlenmesi ile soyutlama oluşumu öğrenci için anlamlı olmaktadır ve

edindiği yeni bilgilerin soyutlanması kolaylaşmaktadır. Bu alanda Leont'ev (1981) 'etkinlik teorisi' adında bir teori geliştirmiştir. Bu teori aynı zamanda Vygotsky'nin çevre görüşüne de uygundur (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001).

Etkinlik teorisine göre çevre; insan davranışlarının anlamlarını ve yapılarını düzenleyen faktörler toplamı olarak tanımlanabilir (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001). Büyük ölçüde bireysel insan davranışlarından oluşan etkinlik, analizin bir parçasıdır çünkü birey davranışlarını anlamak için en anlamlı çevredir (Kuutti, 1996, s.28). Bu nedenle çevre düzenlenirken etkinliklere yer verilmelidir ancak etkinlik geliştirilirken de dikkat edilmesi gereken hususlar vardır.

Etkinlikler, genel bir içerik ile bağlantılı ve işbirliği ya da bireysel başarıyı yansıtan davranışlar zinciridir. Çeşitli el becerilerini içerecek şekilde olmalıdırlar. Bir etkinlik boyunca el becerileri; yaratıcı, işlemsel ve dönüştürülebilir olmalıdır. Çeşitli el becerisi içeren bir etkinlik, (araç, fikirler, işaretler) aracılığıyla davranışlar dolaylı olarak elde edilirler (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001). Bir etkinliğin sonucu, diğer etkinliklerde tekrar kullanılabilir el becerilerinden oluşabilir (Bodker, 1997).

Etkinlikler; verilen içeriğin anlamlandırılması, yeni bilgi edinilmesi ve öğrenilen yeni bilgilerin kalıcı olması ve soyutlanması için çevresel düzenlemenin temelini oluşturur. Ancak, etkinlik sadece dış çevreyi düzenleyen fiziksel bir faktör değildir. Aynı zamanda, katılımcının duyuşsal özelliklerine de cevap verip katkıda bulunacak şekilde tasarlanmalıdır.

Sonuç olarak çevre etkinliğin ayrılmaz bir parçası haline gelir. Çünkü katılımcılar, onlara verilen çevreye uygun görülen davranışları sürdürmeyi seçerler. evre ve etkinlik arasındaki bu bütünlük, zihinsel davranışlara alternatif olan ya da bu davranışları kolaylaştıran durumsal rollere karşılık bilişsel araştırmacılar tarafından çevresel faktörlere başka bir yol tayin ederler (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001).

Bunun yanı sıra bazı bilim adamları ise, sosyo - kültürel bakış açısında soyutlamayı değişik şekillerde tanımlamışlardır. Örneğin Van Oers (2001); 'soyut'un bir kavramın yeni daha önce fark edilmemiş bir özelliği değil, düşünmemize katkı

sağlayan bir özellik olduğunu ifade ederek soyutlamayı ‘belli bir bakış açısından hareketle ilişkilerin oluşturulması süreci’ olarak tanımlamıştır.

Hoyles ve Noss (1996) ise; soyutlamayı, öğrencilerin sahip oldukları kavramsal bilgileri ilişkilendirmeleri boyutunda ele almışlar ve on dört yıl önce durumsal soyutlama fikrini ortaya atmışlar. Onlara göre; öğrenciler etkinlikleri başarılı olarak gerçekleştirerek ilerlediklerinde, bir önceki etkinliklerle yenilerini birleştirmeyi öğrenirler (Yeşildere ve Türnüklü, 2008) .

Soyutlamanın, bilişsel ve sosyo - kültürel görüşleri arasındaki diğer farklılık ise *soyutlamanın diyalektik doğasıdır*. Bu farklılığı açıklamak için; Davydov (1972/1990) , somut ve soyut arasındaki diyalektik bağlantıyı açığa çıkaran epistemolojik bir teori geliştirmiştir (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001) .

Davydov, iki düşünce seviyesinin de birbirinden üstün olmadığını ancak amacımız doğrultusunda birisini tercih etmemiz gerektiğini söyler. Örneğin; eğer amacımız bireye günlük kavramları kazandırmak ise, deneysel düşünceyi, amacımız bilimsel kavramları kazandırmak ise teorik düşünceyi tercih etmeliyiz. Hershkowitz ve Diğerleri’ne (2001) göre, bilimsel kavramlar soyutlar ve soyut bilginin oluşması için diyalektik bir mantığa ihtiyaç vardır. Özellikle, okulda öğrenilen bilgiler genelde deneysel düşünme ile ulaşılamayan bilimsel kavramlardan oluşmaktadır. Bu nedenle uygulamacılar, sınıflarda uygulanan yöntemler ile bu teoriyi geliştirip bilimsel kavramların kazanılması ve soyutlanması sürecinde kullanabilirler.

Son olarak; yukarıda açıklanan iki teoriden de etkilenilerek oluşturulan, deneysel bakış açısından bahsedilmiştir.

#### **1.7.4 Soyutlamanın Deneysel Temelleri**

Deneysel soyutlama, benzerliklerin farkına varılması sürecinin şekillendirilmesidir (Mitchelmore ve White, 2004). Deneysel soyutlama, bir dizi benzerliklerin göz önüne alınması ve bu benzerlikler arasında bağıntı kurulması sonucunda yeni matematiksel yapıyı meydana getirme sürecidir. Mitchelmore ve White (2004)’e göre; deneysel soyutlama sürecinin 2 temel belirleyicisi vardır; *benzerliklerin farkına varılması ve şekillendirme*.



Temel matematik bilgi ediniminin karakteristiklerinden biri *benzerliklerin farkına varılması*dır. Benzerlikler, yüzeysel olarak değil; esas yapıya bağlı olarak belirginleşirler. Örneğin; saymada, alan hesaplamasında, bağıntı bulmada gibi (Mitchelmore ve White, 2004). Daha öncesinde kavranmamış olan yapı, art arda gelen benzer etkinlikler sonucu fark edilir. Deneysel soyutlama sürecinin ikinci belirleyicisi olan *şekillendirme*, bu aşamada ortaya çıkmaktadır. Farkına varılan benzerliklerin bir araya getirilmesi sonucu yeni yapı şekillendirilir.

Skemp (1986)'e göre; soyutlama, deneyimlerimiz arasındaki benzerliklerin farkına varılmasıyla oluşan bir etkinliktir. Sınıflandırma ise; bu benzerlikler temelinde deneyimlerimizin bir araya getirilmesidir. Soyutlama, önceden şekillendirilmiş benzerlikleri ele alarak yeni deneyimlerin farkına varılmasını sağlamada sürekli değişim gösteren bir süreçtir.

Deneysel soyutlama sürecinde dikkat edilmesi gereken en önemli hususlardan biri, öğrencileri yeni yapıyı oluşturabileceği etkinliklerle baş başa bırakmak ve yönlendirici rol üstlenmektir. Çalışma esnasında öğrencilerin rahat edebileceği uygun bir ortam hazırlanmalıdır.

Kişi, benzer yapıları sonraki bir etkinlikte tanıdığı zaman birleştirip sonuca ulaşmaktadır. Yeni oluşturulmuş yapının birleşimi ve kullanımı soyutlamayı doğurmaktadır. Bu nedenle soyutlamanın doğuşu üç aşamada açıklanmaktadır:

- a) Yeni yapı için ihtiyaç duyulması,
- b) Diyalektik olarak önceden var olan yapıların kullanılması ve tanınması ile yeni bir soyut oluşum yapısı,
- c) Soyut oluşumunun birleşimidir (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001) .

Soyutlama tanım olarak ise; “*Önceden yapılandırılmış matematik bilginin içine yeni bir matematik bilgiyi dikeysel olarak yeniden düzenleyen bir etkinliktir*” şeklinde tanımlanmaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus; 2001).

Yukarıdaki tanımları ayrıntılı olarak incelersek; *önceden yapılandırılmış matematik bilgi*, kişinin daha önceki etkinlik uygulamalarından edindiği düzenlenmemiş soyutlamaları ifade etmektedir. Bu soyutlamalar, bir sonraki etkinlik için başlangıç

oluşturmaktadır. *Yeni yapının içine yeniden düzenleme*, önceden oluşturulmuş düzenlenmemiş soyutlamalar ile yeni matematiksel bilgi oluşumlarının (yeni bir strateji, yeni bir yapının icadı) dikeysel olarak bir araya gelmesidir. Yeni bir hipotez kurma ve matematiksel bir genellemenin icadı ya da problem çözme için bulunan yeni bir strateji gibi yüksek matematik davranışları içerir (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001). *Dikey* kavramı; daha önce bahsedilen Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramının üç anahtar ögesinden biri olan matematikleştirmeye dayanmaktadır. Son olarak da tanımda önemsiz gibi görünmesine karşın önemli bir yere sahip olan *yeni* kavramı ise Dreyfus (1991) tarafından; Yeni anlaşılabilir özellikler, soyutlama süreci için de en önemli bağlantılara tam olarak odaklanma sağlamaktadır şeklinde tanımlanmıştır. Yani, daha önceden ulaşılamayan ve yeni yapıları anlamlandırmayı vurgulamak amacıyla kullanılmıştır.

Soyutlama hangi teorik temele dayandırılırsa dayandırılınsın, zihinsel bir etkinlik olduğu ve doğrudan gözlenemeyeceği açıkça bilinmektedir. Soyutlama oluşumunun gözlemlenebilir olması için deneysel olarak uygulamalara ve modellere ihtiyaç duyulmaktadır. İşte bu ihtiyacı giderebilmek için Hershkowitz ve arkadaşları bir model geliştirmişlerdir. Epistemik eylemler modeli olarak tanımladığımız bu model ve karakteristikleri olan üç epistemik eylem aşağıda ayrıntılı olarak incelenmektedir. Ardından ise yukarıda kısaca değinilen TKO modelinin geliştirilmesiyle oluşan TKO+P modelinden bahsedilecektir.

#### **1.7.4.1 TKO (Tanıma-Kullanma-Oluşturma) Modeli**

Hershkowitz ve arkadaşları (2001), sosyo - kültürel temelden hareketle soyutlamaların kullanımını daha etkili kılabilmek ve soyutlamaların meydana gelme süreçlerini derinlemesine inceleyebilmek için bir model geliştirdiler. Geliştirdikleri bu modele TKO adını vermişlerdir. TKO Soyutlama Modeli, etkinlik teorisi temellidir ve üç epistemik eylemden oluşmaktadır. Bu eylemler ve birbirleri ile olan ilişkileri aşağıda tanıtılmıştır.

Yukarıda belirtilen epistemik eylemler; *Tanıma, Kullanma ve Oluşturma*dır.

**Tanıma**, bilinen yapıyı ifade eder (Ahsbahs, 2004). Daha önce oluşturulan bir yapının kullanılmasıdır (Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz, 2004). Tanıma, öğrencinin bir önceki etkinliğe benzer bir matematik yapı ile karşılaştığında yeni etkinliğin matematik yapısı arasında içsel ilişki kurmasıdır. En az iki yolla gerçekleşmektedir; Benzeşim ve uzmanlaşma (Dreyfus, 2007).

Hershkowitz ve diğerlerine göre (2001), kişi daha öncekine benzer bir yapı ile karşılaştığında yeni bilgiyi yapılandırmaya ihtiyaç duymaz. Çünkü diğer benzer durumlarda önceden kullandıkları yapıları tanır ve yapısal seviyeye uyum sağlayabilir, bu yapıları yeni durumu açıklamada kullanır ve onlardan ihtiyacı olduğu kadar yararlanır.

Yukarıdaki tanımlardan anlaşılacağı üzere ‘tanıma’; daha önceden oluşturulmuş bir yapının, benzer bir yapı ile karşılaşıldığında işe koşulması demektir. Eski yapı ile yeni yapı arasındaki ilişkilendirme sürecidir.

Tanıma sürecinin bir özelliği olarak ‘öznellik’ örnek verilebilir. Bazı bilim adamları (Chi, Feltovich ve Glaser, 1981; Lowe, 1993), bir problem durumunda ya da bir şemada; uzmanlar, derin yapıyı görürken, acemilerin genelde sadece yüzeysel yapıyı fark ettiklerini göstermişlerdir. Yani, tanıma süreci kişiden kişiye göre değişkenlik gösterebilir.

**Kullanma**, verilen bir hedefi gerçekleştirmek için eskiden oluşturulan matematiksel yapıların kullanılmasıdır (Schwarz ve Diğerleri, 2004). Bir durumda karar verme veya bir problemin çözümü gibi bir amaçla karşılaşıldığında mevcut bilgi elemanlarını birleştirmeden oluşur (Dreyfus, 2007). Süreçte bilinen bilgi parçalarını yeni içerikle birleştirir. Tanıma sürecini de içine alır (Ahsbahs, 2004). Bir amacı başarmaya yönelik öğrencilerin, el becerileri gibi, önceki etkinliklerden tanıdıkları yapıları sonraki etkinliklerdeki yapılar için kullanmaya başvurmalıdır (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001). Bilinen yapının tanınması ve yeni problem durumun çözümü için kullanılmasını ifade eder.

Aslında, tanıma ve kullanma eylemleri iç içe geçmiş bir şekilde ve birbirini bütünlendirmektedirler. Sonraki bölümde epistemik eylemler arasındaki ilişkiler daha ayrıntılı olarak incelenmiştir.

**Oluşturma**, ‘Var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilmesi ile bu bilgiler arasında yeniden bir düzenlemeye gidilmesi neticesinde yeni bir anlam oluşturulması sürecidir.’ (Ahsbahs, 2004). Yani, yeni bilginin yapılanması olarak bilinir.

İnsanlar; yeni yöntemler, stratejiler ya da içerikler oluşturabilirler. Yeni bir yapı ‘akla girdiği’ zaman, bu yapı kavranmalıdır ya da daha basit yapıların bileşenleri ile birleştirilmelidir (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Ohlsson ve Lehtinen (1997)’e göre oluşturma süreci, soyutlamanın ana basamağı olarak dikeysel yeniden düzenlenmiş bilgiyi içerir ve teorik düşünmeyi gerektirir.

Oluşturma eylemi, bir problem durumunda kişinin tanıdığı yapıları, problem çözümünde kullanarak yeni yapılara ulaşmasıdır. Ulaşılan bu yeni yapılar ise, karşılaşılabilecek benzer problem durumlarında tanıma eylemindeki bilinen yapıyı ifade edecektir.

Oluşturma ve kullanma eylemi arasındaki en önemli farklılık; oluşturma eylemi için etkinliğin amaçlarından, oluşum süreci ve yapıyı oluşturmak için (bir problem çözme, bir ispat ya da varsayımda bulunma) öğrenciler yeni matematiksel bir yapı kullanmak zorundadırlar. Kullanma yapıları ise, kişiyi amacına ulaştıran var olan yapıyı birleştirir (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001).

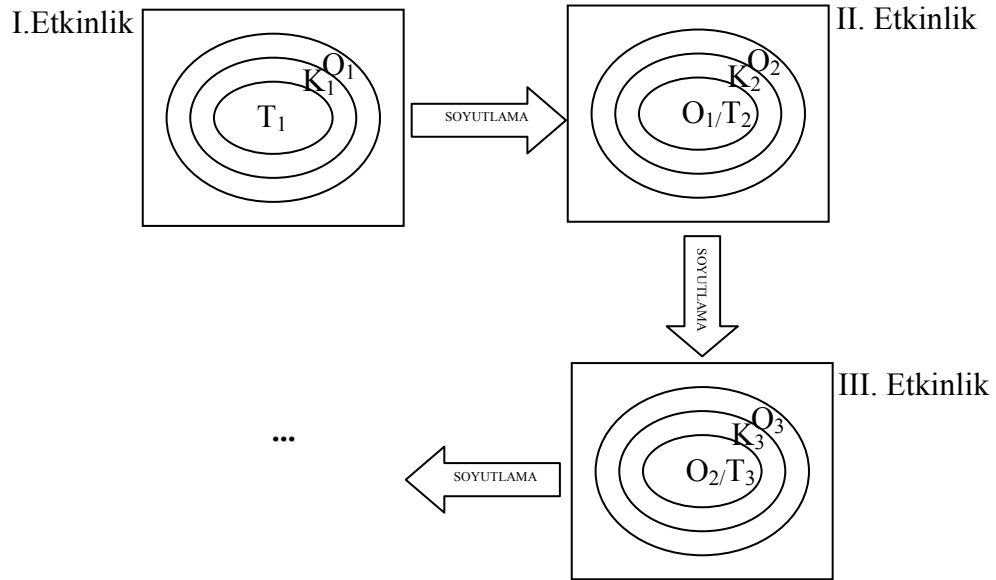
Diğer bir fark ise, aynı görev; belki bir öğrenci tarafından eylemin kullanılmasına, başka bir öğrenci tarafından ise oluşturulmasına kılavuzluk eder. Bu farklılık, öğrencilerin kişisel geçmişine bağlıdır (Dreyfus, 2007). Eğer öğrenciler sıradan bir problem çözerlerse, önceden sahip oldukları yapıları tanıma ve kullanma arasında değişim gösterirler. Eğer rutin olmayan bir problem çözerlerse, oluşturmaya gidebilirler (Hershkowitz, 2001).

Yukarıdaki açıklamalardan anlaşılacağı üzere, üç epistemik eylem birbirinden bağımsız değildir. Üç eylem arasında çeşitli ilişkiler bulunmaktadır. Bu ilişkilerin

ayrıntılı olarak ele alınması, bilgi oluşturma süreçlerinin daha etkili incelenmesine olanak sağlayacağından dolayı daha ayrıntılı olarak yer verme ihtiyacı hissedilmiştir.

#### 1.7.4.2 Epistemik Eylemler Arasındaki İlişki

Oluşturma eylemi, tanıma ve kullanma davranışlarını içerir. Tanıma eylemi, diğer iki eylemin içine yerleştirilmektedir. Kullanma ise, oluşturma davranışlarının içine yerleştirilir. Öğrenci davranışlarının altında yatan üç epistemik eylem bir zincir gibi değildir, ancak yerleşik bir düzende yer alır. Bu mekanizma, *epistemik eylemlerin dinamik yerleşimi* olarak adlandırılır (Hershkowitz ve Diğerleri, 2001).



Şekil 7. Soyutlamanın Oluşumu ve Dinamik Epistemik Eylemler Arasındaki İlişki

Şekil 7’de görüldüğü gibi, epistemik eylemler iç içe konumlanmışlardır ve sonsuz bir döngü oluştururlar. Daha önceden oluşturulmuş yapı *tanınır*, bu yapı yeni durumda *kullanılır* ve yeni yapı *oluşturulur*. Oluşturulan yeni yapı benzer bir durumda tanınacak, kullanılacak ve daha yeni bir yapı oluşturulacaktır. Dolayısıyla yeni yapı oluşturmadaki birleşimler sayesinde de soyutlamalar meydana gelecektir.

TKO modelinin, öğretim sırasında oluşabilecek olası tikanıklara odaklanma sağlayarak sorunu giderebilmek için gerekli öğretim stratejisinin seçiminde etkili rol oynadığı görülmüştür. Buna bağlı olarak Dreyfus’un geliştirdiği TKO+P Modeli’ne

uygun olarak *Pekiştirme* eylemi üzerinde durulmuştur. Bu eylemin somutlaştırılabilmesi için öncelikle eylemin tanıtılmasına ihtiyaç duyulmuştur.

#### 1.7.4.3 TKO+P (Tanıma- Kullanma- Oluşturma + Pekiştirme) Modeli

Soyutlamayı açıklamada çeşitli teori ve modellerden yararlanılmıştır: Davydov (1972)'un Düşünme Teorisi, Leont'ev (1981)'in Etkinlik Teorisi, Ahsbahs (2004)'ın Yoğun İlgi Teorisi, Hershkowitz ve Arkadaşlarının (2001) TKO Modeli. Soyutlama oluşumunu açıklamada son yapılan çalışmalardan biri ise, TKO Modeli'nin geliştirilmesiyle oluşan TKO+P Modeli'dir.

TKO+P Modeli; TKO Modeli'nin epistemik eylemlerinden oluşmakla beraber, ek olarak Consolidation (Pekiştirme) eylemini de içine almaktadır. Üç epistemik eylemden yukarıda ayrıntılı olarak bahsedildiği için burada tekrar yer verilmeyecektir. Ek olarak verilen '*Pekiştirme*' eylemi şöyle açıklanabilir.

Pekiştirme, yeni bir etkinlik için daha önce uygulanan etkinliğin yapılarından yararlanma ve bu yapıları birleştirerek yeni bir yapı oluşturmaktır. Pekiştirme sürecinin anlaşılmasına en iyi katkı Dreyfus ve Tsamir (2001)'den gelmektedir. Pekiştirme konusunda yer alan üç çeşit düşünme tanımlamışlardır: Kullanma, yansıtıcı kullanma ve yansıtma. Kullanma davranışlarının birleştirmenin anlamını en doğrudan ve basit haliyle açıkladığını iddia ederler.

Monaghan ve Özmantar (2004)'a göre; bir soyutlamanın pekiştirilme karakteristikleri şu yapılardır: Yakınlık, özgüven, güvenilirlik, değişkenlik ve farkındalık. Onlar, bir öğrencinin verilerini içeren ayrıntılı notları incelerler ve pekiştirmeyi bir soyutlama durumunda değişik tarzdaki öğrencilerin kullanımına hazır olan uzun vadeli bir süreç olarak tanımlarlar.

Soyutlanmanın oluşumunda pekiştirici rolün etkisinden yukarıda kısaca bahsedilmiştir. Ancak soyutlama için "*Pekiştirmenin*" önemi yadsınamayacak kadar çoktur. Yeni oluşan yapının soyutlanması için pekiştirilmeye ihtiyacı vardır. Bu ihtiyaca dikkat çeken Dreyfus, soyutlama sürecini analiz eden TKO+P modelini sunmuştur. Bu model, öğrencinin soyutlamalara ulaşmada; tanıdığı eski yapı ile yeni yapıyı birleştirmesini derinlemesine incelemektedir.

Dreyfus (2007)'a göre; etkinliklerde birbirini izleme, önceki yapıların karmaşıklaşması ve çok yönlü olmasından beri matematik eğitiminde önemli bir yer tutmaktadır. Bu yüzden daha ileri etkinliklerde, önceki yapılara başvurma durumlarında soyut yöntemleri kullanmak zorunlu olmaktadır.

Pekiştirme eyleminin gerçekleşebilmesi için yeni edinilen soyut bilgiye başvurma ihtiyacı içeren etkinliklere yer verilmeli ve öğrencilerin bu etkinlikler ile birebir çalışmaları sağlanmalıdır. Bu etkinlikler sayesinde; yeni yapılar benzer durumlarda kullanılarak pekiştirilmekte ve soyutlanmış bilgi, kavram ya da genellemeler kalıcı hale gelmektedir.

Son dönemlerde soyutlama süreci üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmaların bazıları nitel çalışma halinde olup sürecin tanınmasına yönelik ise de bazıları deneysel uygulamalara yer vermektedir. TKO modeli ile yapılan çalışmalardan birkaçı aşağıda sunulmuştur.

Örneğin, Monaghan ve Özmantar (2007), lise 2. Sınıf öğrencileri ile Mutlak değer fonksiyonu bilgisinin oluşturulma süreci üzerine bir çalışma yapmışlardır. 20 öğrenci ile yürütülen çalışmada çoklu örnek olay yöntemi kullanmışlardır. Öğrencilerin bir kısmı öğretmen olmaksızın bireysel ve grup çalışması yaparken, bir kısmı da öğretmen yardımı alarak bireysel ve grup olarak çalışmıştır. Bu çalışmada amaç; iletişim ve etkileşimin öğretimi ne derecede etkilediğini öğrenmektir. Soyutlanacak bir kavram söz konusu olduğunda, öğrenciler, gelişim düzeylerine bağlı olarak birbirleri ve öğretmenleri ile etkileşim halinde olmalıdırlar. Öğrencilerin gelişiminde ve soyutlamaların oluşumunda diyalektik yapıya ihtiyaç duyulduğundan bahsetmektedir.

Tsamir ve Dreyfus (2002), 15 yaşındaki bir öğrenci ile “sonsuz nicelikler” konusu üzerine bir çalışma yapmışlardır. Öğrenciye iki sonsuz serinin büyüklüklerini karşılaştırmak için birbirine iki zıt yöntem kullanabileceği bir ortam sağlanmıştır. Öğrencinin zihninde oluşan çelişkiye verdiği tepkileri incelemişlerdir. Öğrencinin cevapları TKO modeline göre analiz edilmiştir. Ayrıca öğrencinin çalışması; epistemolojik, psikolojik, didaktik ve teorik olarak da incelenmiştir.

Ülkemizde ise; Yeşildere ve Türnüklü (2008), çalışmalarını matematiksel gücü yüksek ve düşük olan 2 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütmüşlerdir. Bilgi oluşturma süreçlerinin incelendiği bu çalışmada farklı matematiksel güce sahip öğrenciler arasında bilgi oluşturmada da farklılıklar yaşandığı gözlemlenmiştir. Matematiksel gücü yüksek olan öğrenciler, ipuçları sayesinde hatalarını fark edip, doğru sonuca giderken, matematiksel gücü düşük olan öğrenciler ipuçlarını fark edememiş ve kullanma eylemini gösterememişlerdir.

Altun ve Yılmaz (2008), örnek olay yöntemini kullanarak tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma sürecini ele almışlardır. Yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak gerçekleştirilen öğretim deneyimi sonucunda öğrencilerin ilk problemde öğrendikleri yapıyı diğer problemlerde de kullandıkları, tam değer ve parçalı fonksiyon bilgisini belirli bir seviyede oluşturdukları gözlemlenmiştir.

Ayrıca TKO+P modelini inceleyen çalışmaların sayısı da giderek artmaktadır. Bunlardan birkaçı şu şekildedir:

Monaghan ve Özmantar (2004)'ın bir başka fonksiyon çalışmasında, 16-18 yaşlarındaki 10 öğrenci ile çalışılan mutlak değer fonksiyonu bilgisini oluşturma çalışmasının pekiştirilmesi sürecini ele almışlardır. Bu süreci açıklamak için önceki çalışmada yer alan öğrencilerden biri ile pekiştirme eylemini gerçekleştirmiştir. Pekiştirme süreci boyunca elde edilen gözlem ve değişimler tartışılmıştır. Sağlamaştırma sürecinin en çok kullanma eyleminden etkilendiğini belirtmişlerdir. Buna bağlı olarak da pekiştirme süreci şöyle ifade edilmiştir: “*soyutlamaların yeniden yapılandırılması, iddialara karşı dayanıklılığın artması, soyutlama için yeni bir dil geliştirilmesi ve daha fazla esneklik*”(Monaghan ve Özmantar, 2004).

Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006),’ın “Olasılık” konusu üzerine yürüttükleri çalışmalarındaki asıl amaç yakın zamanda soyutlanmış bir bilginin sağlamaştırılması sürecini oluşturan mekanizmaları araştırmaktır. Epistemik eylemlerle açıklanan benzer 3 mekanizma tanımlanmıştır. *Yapıyı kullanma sürecinde pekiştirme, yapının yansıtılma sürecinde pekiştirme, sonraki yapıların oluşumları sürecinde pekiştirme*. Dreyfus ve arkadaşları, bu çalışmada özellikle sonuncu mekanizmayı tanımlamışlardır. 6 çift öğrenci grubu ile gerçekleştirilen bu çalışmada öğrencilerin



olasılık bilgisini oluşturma süreci 10 saatlik ve 3 aşamadan oluşan dersler ile desteklenmiştir. Bu derslerde olasılık hesaplamaları üzerinde durulmuştur. Genel olarak, 1. Mekanizmanın; daha sık ve kolay gözlemlenebilen olduğunu söylemişlerdir. Öğrencilerin farklı içerikli ancak benzer olarak hazırlanan sorulara verdikleri cevaplarda öğrencilerin yapıyı daha hızlı, daha esnek ve daha kendine güvenli olarak kullandıkları saptanmıştır. Bu esneklik onların sadece farklı içeriklere çabuk uyum sağlamalarından değil aynı zamanda özgür olarak üretme imkânı bulmalarından da kaynaklanmaktadır. 2. Mekanizmada; pekiştirme eyleminin, yansıtma sürecinde öğrencilerin fırsatları değerlendirmesine bağlı olduğunu ve farkındalık kavramının, pekiştirme eylemi için çok önemli bir belirleyici olduğunu vurgulamışlardır. 3. Mekanizmada ise; önceden edinilmiş yapının oluşturma süreci boyunca yeni bir yapı ile pekiştirildiğini ve pekiştirme eyleminin, oluşturma sürecindeki görevinin yeni yapı ile önceki yapı arasında bağ kurmak olduğunu tanımlamışlardır.

Benzer bir çalışma Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz (2007), tarafından 3 öğrenciyle yürütülen çalışmada amaç; belirlenen bir konu üzerinde gelişim süreçleri boyunca birbirlerini doğrudan etkileyen bireylerden oluşturulmuş küçük bir grupla ortak bir bilgiyi yapılandırma ve sağlamlaştırma sürecini incelemektir. Kişisel farklılıklar ve her bireyin doğal yapısı gözlemlenmiş ve incelenmiştir. Bilgi akışının ortak bir temele varılmadan bir öğrenciden diğerine nasıl olduğunu gözlemlemişlerdir. Bunu gözlemleyebilmek için ise TKO+P modelini kullanmışlardır. Araştırma, olasılık ünitesinden 3 adet öykü ve değişik kaynaklardan taranmış olasılık problemlerinden oluşmaktadır. Öyküler, öğrencilerin etkileşim halinde olabilecekleri ve aralarında bilgi akışının sağlanabileceği şekilde oluşturulmuştur. Çalışmanın başında katılımcılara bireysel olarak ön test uygulaması yapılmıştır. Sonunda ise bireysel olarak yazılı ve bireysel görüşme şeklinde son test uygulaması yapılmıştır. Sonuç olarak, epistemik eylemlerin kesintisiz öğrenim süresi boyunca meydana geldikleri ve bir önceki yapının pekiştirilmesini sağlayıcı rol oynadıklarını vurgulamışlardır. Ayrıca grupla gerçekleştirilen ortak yapılandırmanın, yeni yapılandırmaları ve pekiştirmeleri de beraberinde getirdiğini ortaya koymuşlardır.

Bu çalışmada öğretimi yapılacak konu olarak “açı kavramı” seçilmiştir. Soyutlama oluşumunun incelenmesi ve her iki yaklaşım ile yapılan öğretimin karşılaştırılabilmesi için açı kavramının öğretimi uygun görülmüştür. Buna bağlı olarak da açı kavramının öğretim programındaki yeri incelenmiştir. İlgili alınyazın incelendiğinde ülkemizde açı kavramı öğretimine ilköğretim 3. Sınıf seviyesinde başlandığı görülmüştür.

### 1.8 Öğretim Programı ve Açı Kavramı

Ülkemizde Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı'nın 13.01.2009 tarihinde yayımladığı İlköğretim 1-5 Matematik öğretim programında açı kavramı 3. sınıftan itibaren verilmektedir.

Açı kavramı, sözcük kökeni bakımından, Yunanistan'ın “agkos” yani “eğmek” anlamına gelen ve eski Fransızcada angel, Latince “angulus” ve İngilizce “angel” sözcüğünden meydana gelmektedir (Fyhn, 2006). Ayrıca, Norveç'te “vinkel”, Almanya'da “winkel” ve Hollanda'da “hoek” sözcükleriyle eş değer olan açı kavramı ülkemizde şu şekilde tanımlanmaktadır: *ortak bir noktadan çıkan iki ışının oluşturduğu uzam biçim (TDK, 23.05.2009 tarihinde indirilmiştir).*

Açı, düzlemde bir doğrunun diğeri ile oluşturduğu ve birinin dönmesiyle tekrar birbirleriyle buluşan açıklıktır ve hiçbir zaman düz bir çizgi boyunca uzanmaz (Euclid, 1956). Açı, Henderson ve Taimina (2005)'ya göre üç farklı bakış açısıyla tanımlanabilir; geometrik bir şekildir, değişken ve dinamiktir ve son olarak ölçülebilen bir kavramdır. Matematiksel olarak açı, öncelikle geometrik bir şekildir ve iki ışının ortak bir noktadan birleşmesiyle meydana gelmektedir. Bunun dışında açı ölçülebilir ve ölçüm birimleri ( $360^0$ ,  $2\pi...$ ) vardır (Freudenthal, 1973, s.477).

Açı kavramının değişken ve dinamik olması, açının en doğal ve en içgüdüsel yanıdır ve yön değiştirme sürecidir (Freudenthal, 1983). Açı, dönme noktası ve yönü olduğu için dinamik bir kavramdır (Fyhn, 2006). Öğretmenler için açı kavramının döngüsellliğini öğrencilere kazandırmak oldukça güçtür. Bunun için 80'li ve 90'lı yıllarda Logo adı verilen bir yazılım programı oldukça yaygın hale gelmiştir. Ancak,

çok fazla teorik bilgi yüklemesi yaptığından dolayı günümüz eğitim anlayışında tercih edilmemektedir (Simmons ve Cope, 1993).

Açı kavramının 3. Sınıf Matematik öğretim programındaki kazanımları incelendiğinde,

1. Açıya çevresindeki modellerden örnekler verir (1 ders saati),
2. Açıyı modelleri ile çizer (1ds),
3. Dik açıya çevresindeki modellerden örnekler verir ve çizer (1ds),
4. Açıları dar açı, dik açı, geniş açı ve doğru açı olarak sınıflandırır (2ds)

Öğretim programında 5 ders saati ayrıldığı ve tüm matematik dersi içinde %3'lük bir dilime sahip olduğu görülmüştür. Ülkemiz dışındaki öğretim programlarında da açı kavramına ayrılan pay ve zaman dilimi incelenmiştir.

Norveç öğretim programı (1987)'nda açı kavramı ilköğretimin son 3 yılında verilmeye başlanır ancak açıölçer ve açıların ölçümüne bu sınıfta yer verilmez (KUD, 1987). Ancak, 1997 programına göre açı öğretiminde ölçüme yer verilmesinin daha dinamik bir yaklaşıma olacağına karar verilmiş ve 3. Sınıftan itibaren “ öğrencilere başlangıç noktası belli bir alanda döndürme işlemini gerçekleştirebilecekleri, özellikle bir çeyrek tur atıp doğru açıyı kavrayabilecekleri bir deneyim ortamı sağlanmalıdır” kazanımıyla yer almaktadır (KUF, 1996a, s.161, KUF 1996b). 2006 öğretim programında ise 4. Sınıfta ve ‘ölçüler’ öğrenme alanında yer alması uygun görülmüştür (KD, 2006a).

Hollanda matematik eğitiminde belirlenmiş bir ulusal öğretim programı mevcut değildir. Her okul, kitap seçimi ve öğretim programı oluşturma konusunda özgürdür. Ancak, ilköğretimin bitiminde öğrencilerin hükümet tarafından belirlenmiş 23 kazanımı edinmiş olmaları gerekmektedir. Açı kavramı, geometri alanında “ Bazı kavramları geometrik yolla ifade eder ve sınıflandırır” kazanımı altında değerlendirilmektedir (Heuvel-Panhuizen, 2000).

Açılar genelde ilköğretim seviyesindeki çocuklara oldukça geç verilmektedir (Menon, 2008). Hindistan öğretim programında özet olarak 5. Sınıfta yani 11-12

yaşlarında verilmektedir (NCERT, 2006, s.70-71). Açık kavramının kazanımları ise, ‘Pratik olarak açık kavramını tanımlar, karşılaştırır ve betimler’ ve ‘Matematiksel fikirleri ve sembolleri kullanarak tanımlar’ şeklindedir. 3 adımda gerçekleştirilir. Tüm sınıf tartışması, çift ve grup çalışması ve sınıfa sunum yapma. Materyallerden bir kaçısı ise, eğrilebilen çubuklar, şeffaf kağıtlar, çalışma kağıdıdır (*Curriculum K-12 Directorate, NSW Department of Education and Training, 25.04.2009 tarihinde indirilmiştir.*)

Açık kavramının öğretimi ile ilgili yapılan çalışmalar ise şu şekildedir.

Menon (2008), aralarında okul öncesinden 5. Sınıfa kadar öğrencilerin olduğu 1000 kişilik bir çalışma grubu ile açık kavramının öğretimini gerçekleştirmiştir. “Köşe” kavramını kullanarak öğrencilere “odada kaç köşe var?” sorusu yöneltilip sınıfta bulunan köşeler saydırılmış ve daha sonra da iki bambu çubuğu kullanılarak açılarının büyüklük ve küçüklük boyutuna yer verilmiştir. Ayrıca en büyük ve en küçük açık sorularla da doğru açığa dikkat çekilmiştir. 5 yaşındaki bir öğrenci yapılan etkinlikler sonrasında; “açık ve köşe ikiz kardeşlerdir. Köşenin olduğu her yerde açık da olacaktır.” yargısına varmıştır. Sonuç olarak ise, 6 yaşından 14 yaşına kadar olan çocuklarla yapılan birebir etkileşimlerde ya da öğretim görüşmelerinde açık kavramının kazanıldığı görülmüştür. Yalnızca 10 yaşındaki bir öğrenci uzunluğa odaklandığı için açık kavramını yapılandıramamıştır.

Açık kavramının öğretimi konusunda Anne Birgitte Fyhn (2006)’ın 12 yaşındaki bir dağcı kızın tatil boyunca yaptığı dağa tırmanışları üzerine yaptığı bir öğretim görüşmesinde çocuğun açık kavramını öğrendiği gözlemlenmiştir. Çocuğa gerçekleştireceği tırmanış öncesi açık ve tırmanma arasında bir ilişkinin olup olmadığı konusunda yönlendirici sorular sorulmuştur. Çocuk başlangıçta tırmanma ile açık kavramının ilişkili olabileceğini anlam verememiştir. Ancak yapılan görüşme sonrasında çocuk, tırmanış öyküsünün içinde aslında açık kavramının kendiliğinden var olduğunu ve onu başlangıçta fark etmediğini belirtmiştir.

Fyhn (2006), 12 yaşındaki kız öğrenci ile gerçekleştirdiği öğretim uygulamasının ardından bu kızın sınıfındaki arkadaşları ile bir çalışma yürütmüştür. Aynı tırmanış macerasından yola çıkarak tüm sınıfın açık kavramını nasıl

yorumladıklarını incelemiştir. Bir gün süren gezi ve yarım günlük öğretim görüşmeleri sonucu, öğrencilerin çizimleri ve yaptıkları çalışmalar analiz edilmiştir. Sonuç olarak ise, öğrencilerin yaptıkları açıklama ve çizimler doğrultusunda 3 kategori belirlenmiştir; tanıma, tanımlama ve bağlamsal faktörler. Ayrıca çalışma, geometride analitik çizimlerin kavram öğretimlerindeki etkisini ortaya koymaktadır. Şekil 8’de bu çalışmalara ait birkaç örnek verilmiştir.



**Şekil 8.** Solda; David’in çizimi, ortada; çubuk adam Laura’nın çizimi, sağda; Bir ip çatıya nasıl bağlanır? Laura’nın çizimi. Spiss vinkel’in anlamı; dar açı.

İlköğretim seviyesinde geometrik düşünmenin gelişimi ve geometrik kavrama düzeyi konusunda birçok çalışma mevcuttur. Bu çalışmalardan bir tanesi Van Hiele’in geometrik kavrama düzeyi çalışmasıdır. Van Hiele, yalnızca ilköğretim değil, ortaöğretim alanında da öğrencilerin geometrik kavrama gelişimlerini incelemiştir.

Hollanda’da geometri öğretimi deyince akla gelen ilk isimlerden biri olan Van Hiele, çocukta matematik ve özellikle geometrik düşünmenin nasıl geliştiğine dair çalışmalar yapmıştır. Çocukların geometrik kavrama düzeylerini 5 aşamada incelemiştir. Bu düzeyler 0,1,2,3,4 olarak bilinmektedir. İlköğretim seviyesinde 0,1,2 düzeyleri görülmektedir (Altun, 2008).

*0. seviye:* gözlenen seviye

*1. seviye:* betimleyici seviye

*2. seviye:* teorik seviye

*3. seviye:* formal mantık seviyesi

*4. seviye:* mantıksal kurallar seviyesi (Van Hiele, 1986).

0. seviyede; çocuk geometrik cisim ve şekilleri göz önünde canlandırmaktadır ve bir bütün olarak algırlar. Öğrencilerin cisim ve şekiller hakkındaki gözlem ve düşüncelerini anlatmaları için ortam hazırlanır ve formal tanımlardan kaçınılır. İlköğretimin 1. 2. ve 3. Sınıfları için uygun etkinliklerdir (Altun, 2008). Örneğin; aç kavramını “açı” olarak adlandırmaz, ancak bir bütün olarak algılar ve gözlemleri konusunda yorum yapar; iki kolu olduğu ve birleştiği gibi... Ayrıca, şemalaştırma yapar. Örneğin, aç kavramını “kucağa” benzetebilir.

1. seviyede; Çocuklar kullanılan geometrik eşyayı tanımlama, ölçme, şekli bozarak başka şekle çevirme çalışmaları yaparlar. Bu seviye etkinlikleri ise 3. ve 4. Sınıflar için uygundur (Altun, 2008). Örneğin; aç kavramının ne olduğunu tanımlar ve kendi içinde ölçme yaparak açıları büyüklük-küçüklüklerine göre sınıflandırır.

2. seviye; bu evre şekil sınıfları arasında bağ kurabildiği evredir. Geometrik şekilleri karakteristik özelliklerine uygun olarak sınıflandırabilirler. Bu seviye de ilköğretim 5. Sınıf için uygun etkinlikler içermektedir (Altun, 2008). Örneğin; farklı geometrik cisim ve şekillerdeki açıları fark eder, verilen ölçüde çizimler yapabilir ve “Üçgenin iç açılarının toplamı  $180^0$ ’dir” gibi genellemelere varabilir. Van Hiele’in 3. ve 4. Seviyeleri, ortaöğretim sınıflarını kapsadığı için ayrıntılı olarak yer verilmemiştir.

Van Hiele’in geometrik kavrama seviyelerini oluşturmasında Dienes (1973)’in soyut matematik bilgiye ulaşmak için belirlediği altı öğrenme seviyesi önemli bir rol oynamıştır. 1.aşama; *serbest oyun*, 2. aşama; oyunun kuralları, 3. aşama; soyutlama, 4. aşama, *sesli veya görsel sunum*, 5. aşama; *sunum için dil geliştirme*, 6. aşama; *sistemik teoremler*. Ancak, Dienes’in aşamaları öğrencilerin matematikleştirme çalışmalarını açıklamada yetersiz kaldığı için Van Hiele bu aşamaları geliştirmiştir (Fyhn, 2007).

Bununla birlikte Fyhn (2007) ’ın, aç öğretimi çalışmasında fiziksel etkinlik ve beden hareketleri ön planda olduğu için Van Hiele seviyelerinden yola çıkarak 3 seviye belirlemiştir: 1.Seviye; *gözlenen evre*, öğrenciler aç kavramını tırmanma bağlamında fark ederler. 2.Seviye; *tanımlayıcı evre*, öğrenciler fark ettikleri aç kavramını tanımlarlar. 3.Seviye; *bağlamsal araç olarak aç*, öğrenciler açıların büyüklüklerini neye göre tanımladıklarını ifade edebilirler.

Bu araştırma, Van Hiele seviyeleri referans alınarak hazırlanmıştır. Bu seviyelerden ilköğretim 3. Sınıf kazanımları göz önüne alınarak, yürütülen öğretim uygulamasında 0 ve 1. Seviyeler analiz edilmiştir.

Yurt içi ve yurt dışında yürütülen çalışmalar incelendiğinde soyutlama çalışmalarının ilköğretimin alt seviyelerinde olmaması modelin etki alanını sınırlandırmakta ve alanyazındaki eksiklik ve beraberinde uygulamada getirdiği güçlük göze çarpmaktadır. Dolayısıyla bu çalışma, ilköğretimin alt seviyelerinde alanyazına getireceği katkı bakımından önem taşımaktadır.

## YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, çalışma grubu ve araştırma yöntemi ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

### 2.1 Araştırma Modeli

Bu araştırma nitel bir çalışmadır. Nitel araştırmanın derinlik kazanması, bilgi oluşturma süreçlerinin mercek altına alınması ve verilerin kendi bağlamında ayrıntılı olarak incelenebilmesi için araştırma yöntemi olarak örnek olay yöntemi seçilmiştir. Örnek olay çalışması “karmaşık sosyal olayları anlama arzusundan ortaya çıkmıştır ve gerçek yaşam olaylarının bütünsel ve anlamlı özelliklerini araştırmaya olanak tanımaktadır” (Yin, 1994, s.3).

Örnek olay incelemesi; güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi (içeriği) içinde çalışan, olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı ve birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan görgül bir araştırma modelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.277). Örnek olay çalışması, özellikle olgu ve bağlam arasındaki sınır açıkça belli değilse, anlık bir olguyu gerçek yaşam bağlamında araştırır (Yin, 1994 s.13).

Örnek olay yöntemi, elde edilecek sonuçlarına göre üçe ayrılmaktadır; keşfetmeye yönelik, açıklayıcı ve betimsel (Yin, 1994). Araştırmada bilgi oluşturma süreçlerinin ve iki farklı kuramın öğretim uygulamasına etkisi incelendiğinden bu çalışma, *açıklayıcı örnek olay yöntemine* uygundur.

Örnek olay yönteminin veri toplama teknikleri; belgeleme, arşivsel kayıtlar, görüşmeler, doğrudan gözlem, katılımcı-gözlem ve fiziksel katılımıdır (Yin, 1994, s.79). Bunların dışında ise; filmler, fotoğraflar, video kayıtları ve gerçek yaşam hikâyeleri ile de veri elde edilebilir (Marshall ve Rossman, 1989).

Araştırmada ne kadar çok teknik bir arada kullanılırsa çalışma o oranda kusursuz olur (Yin, 1994, s. 80). Bu araştırmada kullanılan veri toplama teknikleri ise; görüşme, katılımcı gözlem, video kayıtları ve doküman incelemesidir.



Görüşme, nitel araştırmalarda en sık kullanılan veri toplama aracıdır. Önceden belirlenmiş ve ciddi bir amaç için yapılan soru sorma ve yanıtla ma tarzına dayalı karşılıklı ve etkileşimli bir iletişim sürecidir (Stewart ve Cash, 1985).

Bu çalışma için standartlaştırılmış açık uçlu görüşme tarzı uygun görülmüştür. Standartlaştırılmış açık uçlu görüşme tarzı; dikkatlice yazılmış ve belli bir sıraya konmuş bir dizi sorudan oluşur ve her görüşülen bireye bu sorular aynı tarzda ve sırada sorulur. Bu yaklaşımın kullanılmasındaki diğer bir sebep ise; çalışmanın başka bir araştırmacı tarafından tekrar edilebilirliğini arttırmasıdır.

*Açık uçlu soru* uygulamasında, katılımcılara bir sorun hakkındaki görüşleri sorulmaktadır. Hatta bazı durumlarda sonuçlanmış olaylar hakkında da yorumları istenmektedir (Yin, 1994, s.84).

Araştırmada kullanılan bir diğer veri toplama tekniği ise; katılımcı gözlemdir. Öğrencilerin bir problemi doğal ortam içerisinde çözmeleri sürecinde gözlemlenmesi, matematiksel düşünmelerini ve bilgi oluşturmalarını anlamlandırmada katkı sağlayabilir. Bu araştırma, gözlemcinin pasif kalmaması, gerektiğinde yönlendirici sorular ile sürecin devamlılığını sağlaması ve gözlemcinin görüşme sürecinde çeşitli roller (dinleyici, yönlendirici, gözlemci, ... gibi) üstlenmesi bakımından katılımcı gözlemi gerektirmiştir.

Bilgi oluşturma sürecinin nasıl meydana geldiği, bu süreçte nelerin yaşandığı, bilgi oluşturma sürecine hangi kuramın (Yapılandırmacı Kuram ve GME) daha nitelikli öğretime yol açtığını belirlemek amacıyla, sürecin gelişimini sağlayan açık uçlu gerçek yaşam problemleri ve etkinlik çalışması kullanılmıştır. Görüşme süresince “Neye göre o noktayı seçtin?”, “Sen olsaydın ne yapardın?”, “Niye bu şekilde sınıflandırdın?” gibi açıklama olanağı sağlayan ve düşünme süreçlerini incelemeye yönelik yönlendirici sorulara yer verilmiştir. Ayrıca görüşme esnasında video kayıt tekniği de kullanılarak katılımcıların uygulama esnasında gözlemlenemeyen davranışlarını inceleme fırsatı da bulunmuştur.

## 2.2 Çalışma Grubu

Nitel araştırmaların genellenen ötesinde amaçlarının olması, örnekleme (çalışma grubu) seçiminde nicel araştırmalardan ayrılmasına neden olmaktadır (Yeşildere, 2006).

Çalışma grubunun seçiminde, amaçlı örnekleme yer verilmiştir. Amaçlı örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünölen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir (Patton, 1987). Bu nedenle, örnek olay katılımcıları araştırmacı tarafından sürece getireceği katkı düşünölenerek dikkatle seçilmiştir.

Bu nedenle 158 ilköğretim okulundan random yoluyla belirlenmiş okullar arasından belirlenen bir resmi ilköğretim okulundan amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilen ve amaca en iyi katkı sağlayacak matematiksel zekaya sahip olduğu düşünölen pilot örnek olay çalışması dâhil toplam 12 öğrenci seçilmiştir. Öğrencilerin dağılımı Tablo 1’de verilmiştir.

**Tablo 1**

*Öğrencilerin Sayısal Dağılımı*

Öğretim Kuramı	Öğrenci dağılımı	Pilot örnek olay çalışması	Örnek olay Çalışması
GME Öğretim Yaklaşımı	Grup çalışması	2	2
	Bireysel	1	1
	Öğrenci sayısı	6	
Yapılandırmacı yaklaşım	Grup çalışması	2	2
	Bireysel	1	1
	Öğrenci sayısı	6	
Toplam öğrenci sayısı		12	

Çalışmaya katılan öğrenciler 3. Sınıf öğrencileridir ve yaşları 9-10'dur. Öğrencilerin matematik derslerinde başarılı oldukları derslerine giren sınıf öğretmenleri tarafından ve matematik ders notlarından doğrulanmıştır. Ayrıca seçilen öğrenciler, oluşturmaları gereken yapı ile ilgili hiçbir ön bilgiye sahip değillerdir.

### **2.3 Veri Toplama Araçlarının Geliştirilmesi**

Çalışmada veri toplama aracı olarak, *açık uçlu matematiksel problemler* kullanılmıştır. Açık uçlu matematiksel problemler her iki öğretim kuramı dikkate alınarak araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini ortaya koyan, bilgi oluşturma süreçlerinin ve iki kuramın öğretime katkısını irdeleyen problemlere yer verilmiştir.

Açık uçlu problemler, özellikle gerçek yaşam problemlerinden oluşan bağlamsal problemlerin seçilmesi öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini yansıtmaları bakımından önemlidir ve değerlendirmede önemli rol oynar.

Bu amaçlar göz önünde tutularak yapılandırmacı kuram için 1 etkinlik ve GME kuramı için 3 açık uçlu problem hazırlanmıştır. GME kuramı için hazırlanan problemler gerçek yaşam problemleridir. Ayrıca, yapılandırmacı kurama uygun olarak bir etkinlik hazırlanmıştır. GME kuramı için 3 problem, Yapılandırmacı Yaklaşım için 1 etkinlik belirlenmesinin amacı, GME kuramına ait öğretim uygulamalarının sınırlı olması ve Yapılandırmacı Yaklaşım uygulamalarının eğitim sistemimizde belirli bir yer edinmiş olmasıdır.

Hazırlanan 3 problem ve 1 yapılandırmacı etkinliğin yukarıdaki amaçlara tam olarak hizmet edip etmediğini anlamak için pilot örnek olay çalışması yapılmıştır. Pilot çalışma öncesi, problemler bir matematik uzmanı, dört 3. sınıf öğretmeni ve 1 başka matematik araştırmacısı tarafından değerlendirilmiş ve önerilen değişiklikler yapıldıktan sonra uygulamaya geçilmiştir.

Pilot çalışmanın araştırmaya sağlayacağı katkılardan biri; hazırlanan açık uçlu matematik problemlerinin öğrenciler için anlaşılır olup olmadığını, öğrencilerin problem ile karşılaştıklarında problemi aynı çerçevede anlayıp anlamadıklarını ve problemde biçimsel anlamda yaşanacak olası güçlüklerin neler olduğunu belirlemektir.

Bir diğer katkısı ise; problemlerin araştırmanın amacına hizmet edip etmediğini saptamaktır.

6 öğrenci ile yürütölen pilot çalışma yaklaşık 3 saat sürmüştür. Bu zaman diliminde, gerek grup çalışması gerekse de bireysel çalışmada, problemler araştırmacının gözleminde ve görüşme tekniği kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Görüşme sırasında araştırmacı, yönelttiği sorularla öğrencilerin problemleri nasıl anlamlandırdıklarını, problem çözümünde izledikleri yolları kendi cümleleri ile nasıl ifade ettiklerini ve anlamlandırmada sıkıntı yaşadıkları noktaları gözlemlemiş ve notlar almıştır.

Pilot çalışmadan elde edilen bulgulara göre; yapılandırmacı yaklaşıma ait olan problemde herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır. Ancak GME kuramına ait problemlerinde birtakım değişiklikler yapma ihtiyacı hissedilmiştir. Birinci probleme ait biçimsel bir eksiklik giderilmiştir. Kalecinin kalenin ortasına çekilmesine, A ve B noktalarındaki Arda'nın ise kaleyi görüş açılarını birbirine oldukça yakınlılaştırarak iki mesafenin kolayca karşılaştırılması engellenmiştir. İkinci problemde ise; soru kökünde anlam kargaşasını gidermek için düzeltmeler yapılmıştır ve probleme ait şekle ve problem metnine akıl yürütme ve ilişkilendirme becerisini ortaya koyacak bir nesne eklenmesine karar verilmiştir. Ancak ikinci kez yapılan pilot uygulamada, ikinci problemin amacına hizmet etmediği görölmüş ve sorudan vazgeçilmiştir. Bu problemin yerine, öğrencilerin düşüncelerini daha iyi yansıtabilecekleri ve yaratıcılıklarını arttırıcı yeni bir problem yazılmıştır. Ardından ise yeni yazılan problem için bir pilot uygulama daha yapılmış ve soruda herhangi bir değişiklik yapılmadan öğretim uygulamasına alınmıştır. Son problemde ise; başlangıçta masal kahramanlarının kullanılması düşünüldüyse de gerçeklikten uzaklaşmaması için vazgeçilmiştir. Bunun yerine aynı yaş seviyelerinde gerçek karakterler kullanılmıştır. Başlangıçta yelpazeler arasındaki açıklık oldukça belirgin iken pilot uygulamaların ardından yelpazeler arasındaki açıklık farkı yalnızca %8 olarak belirlenmiş ve farkın açıkça görölmesi engellenmiştir.

Ayrıca genelde; yazı karakterinin boyutunun ve şekillerin daha açık görölebilir olması gerektiği anlaşılmış ve karakter boyutu 16 punto yapılarak, şekiller büyütölerek bu sıkıntı giderilmiştir (Bkz. Ek 1a-1b ve 1c).

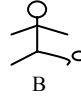
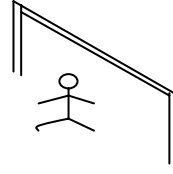
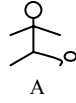
Sonuç olarak; bir problemten vazgeçilmiş ve diğer problemlerde de değişiklikler uygulanmıştır. Örnek olay çalışmasına, pilot çalışmada son şekli verilen GME için 3 problem ve yapılandırmacı yaklaşıma uygun bir etkinlik ile devam edilmiştir.

#### 2.4 Örnek Olay Problemleri

Bu bölümde örnek olay çalışmasında GME yaklaşımına ait 3 gerçek yaşam problemine yer verilmiştir (Bkz., Ek-1a,1b ve 1c).

##### Gol Atma Problemi (Problem 1)

*Derbi maçlardan biriydi. Maçın son dakikaları ve skor 0 – 0. Arda topu almış, rakip kaleye ilerliyor; rakiplerini birer birer çalınlayarak kaleci ile karşı karşıya kalıyor. Hakem saatine bakıyor, Arda'nın sadece bir şut şansı var ve çabuk karar vermek zorunda.*



*Şekilde gördüğünüz gibi Arda hangi noktadan (A noktasından mı? B noktasından mı ?) topa vurmali ki vuruşunun gol olma ihtimali yüksek olsun ve maçı kazansınlar?*

##### Şekil 9. Gol Atma Problemi

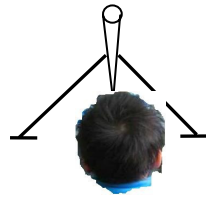
Birinci problemde öğrencilerden beklenen performans; futbolcu Arda'nın hangi noktadan kaleyi daha iyi gördüğünün, her iki noktaya göre görüş mesafesinin ne kadar olduğunu, öğrencinin kendisi tarafından yapılandırılmasıdır. Ayrıca, öğrencilerden yapması muhtemel olan çizimleri, kendi akıl yürütmeleri, düşüncelerini sözlü veya yazılı olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Öğrencilere problem A<sub>4</sub> kağıdına

yukarıdaki şekli ile sunulacaktır. Ayrıca, öğrencilere istedikleri takdirde kullanmaları için boş kağıt ve renkli kalemler de masada hazır olarak bulundurulacaktır.

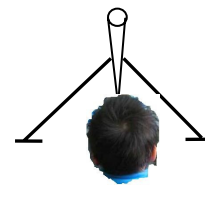
Öğrenciler tarafından problemin anlamlandırılması, daha önceden edinmiş oldukları matematiksel bilgi yapılarını kullanarak yeni yapıyı oluşturma süreçlerini gözlemlemek hedeflenmektedir. Öğrenciler çözüm için akıl yürütme, tahminde bulunma, yaratıcılık becerilerini kullanarak matematik bilgilerini hatırlayıp, kullanarak yeni yapılar oluşturmaları beklenmektedir. Seçilen problem bunların irdelenmesine müsait bağlamsal bir problemidir.

### Yıldız İnceleme Problemi (Problem 2)

*Metin ve Oktay teyze çocuklarıdır. Babaları yurt dışı seyahatinden dönerken çocuklarına birer teleskop alıyor. Metin ve Oktay, teleskoplarıyla bir gözlem yapıyorlar fakat görebildikleri yıldızları sayma imkânları yok. Hangisi daha çok yıldız görebileceğini merak ediyor.*



*Metin*



*Oktay*

*Sizce Metin mi, yoksa Oktay mı daha fazla yıldız görür?*

**Şekil 10.** Yıldız İnceleme Problemi

Problemin çözümlene sürecinde gerçekleşmesi beklenen öğrenci performansları şu şekildedir:

- Problemi tam olarak anlayıp, anladıklarını kendi ifadeleri ile anlatmaları,
- Anlamlandırma sürecinde varsa anlamını bilmedikleri kelimeleri belirtmeleri,
- Yıldızları inceleme sürecinde nelerden yararlanacaklarını belirtmeleri,
- Teleskopun görüş açısını belirlemeleri ve çizimlerine yansıtılmalarıdır.

### 2.4.3 Rüzgar Yapma Problemi (Problem 3)

*Pınar ve Nehir sıcak bir günde ellerinde yelpazeleri ile yürürken, yolda sıcaktan bayılmış bir kadına rastlarlar. Hangi yelpazeyi kullanırlarsa baygın kadını uyandırabileceklerine karar veremezler.*

  
*Pınar*  


  
*Nehir*  


*Hangi yelpazeyi kullanırlarsa, daha fazla rüzgâr yapar ve baygın kadını daha kolay uyandırabilirler?*

Şekil 11. Rüzgar Yapma Problemi

Öğrencilerin bu problemde oluşturmaları beklenen kavramsal yapıyı modellerden yararlanarak farkına varmaları hedeflenmiştir. Böylece öğretim programının kazanımları arasında yer alan “açıya çevresindeki modellerden örnek verir” kazanımının da oluşması beklenmektedir. Ancak kavramın orijinal adını kullanmaları ya da bulmaları beklenen bir davranış değildir.

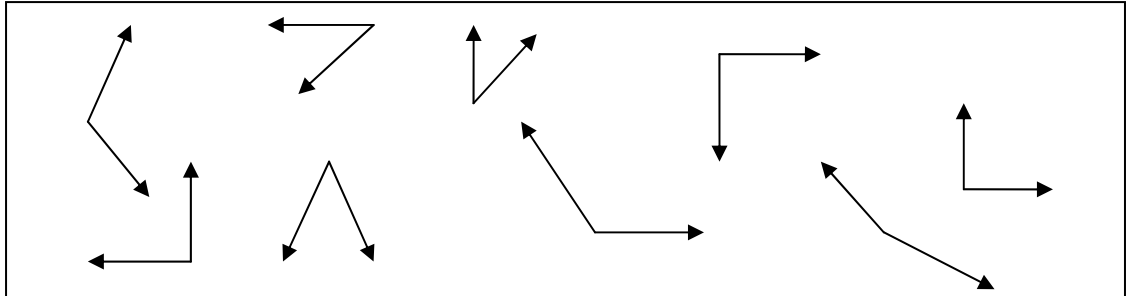
Öğrencilerin ön bilgileri dahilinde “açı” kavramı bulunmadığı için bu kavramı istedikleri gibi adlandırmakta ya da adlandırmamakta özgürdürler. Bu kavramın

tanındığı, kullanıldığı ve yeni bir yapı olarak zihne yerleştiği öğrencilerin davranışlarından, kullandıkları ifadelerden ve çizimlerinden anlaşılacaktır.

Öğrencilere problemler yukarıda verilen sırayla sunulmuştur. Problemlerin bu sırayla sunulmasının sebebi ilk iki problem arasındaki çözümlerin benzerliklerinden yola çıkarak öğrencilerin kullandıkları yapıları tanımaları ve yeni yapılar oluşturmaları hedeflenmektedir. Bu ilişkinin gözlemlenmesi ve süreçte yaşananlar da araştırmanın amacına cevap vermiştir. Ardından öğrencilere üçüncü problemin verilmesiyle oluşturdukları yapının bir modelini görme fırsatı sunulmuştur. Öğrencilerde bu farkındalık gözlemlenmiş ve oluşturulan yeni yapının pekiştirilmesi sağlanmıştır. Sonuç olarak GME yaklaşımı ile öğretimi yapılan kavramın süreçleri incelenmiştir.

Yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak hazırlanan etkinlik (Bkz., Ek-1d) aşağıda verilmiştir. Bu etkinliğin diğer problemlerden farkı bağlamsallıktan uzak, matematik dünyası içinde olmasıdır. Ayrıca problemde hedef olarak açı kavramı değil, “açı çeşitleri” kazanımının öğrenimi seçilmiştir. Öğrenciler, açı kavramını bilen ancak açı çeşitleri konusunda herhangi bir önbilgiye sahip değildiler.

### Yapılandırmacı Etkinlik



a) Yukarıda verilen şekilleri gruplandırınız. Kaç gruplandırma yaptınız?  
b) Gruplandırmayı neye göre yaptınız?  
c) Gruplara isim vermek isteseydiniz nasıl adlandırırdınız?

Şekil 12. Yapılandırmacı Etkinlik

Yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak hazırlanan etkinlik 3 aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar sonucunda bilgi oluşturma süreçleri yapılandırmacı yaklaşım ışığında incelenerek, kavram oluşumuna olan etkisi araştırılacaktır. Yine, sorular araştırmacının yanında verilmiş ve görüşme tekniği ile cevaplandırılmıştır.



Birinci aşamada; şekillerin sınıflandırılması istenmiştir ve “açı” kavramı telaffuz edilmeden “şekil” denmesi uygun görülmüştür. Öğrencilerden beklenen performans ise; problemdeki şekilleri, belirleyecekleri bir amaç doğrultusunda gruplandırmak veya sınıflandırmaktır. Ayrıca, öğrencilerin öncelikle 2 grup üzerinde yoğunlaşmaları ancak daha sonra 3. bir grup açma ihtiyacı hissetmeleri beklenmektedir. İkinci aşamada beklenen performans; Öğrencilerin yaptıkları gruplandırma çalışmasını kendi cümleleri ile ifade etmelerini ve bunu yaparken var olan matematiksel yapıları tanımları ve kullanmaları, bunun yanı sıra akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerini de kullanarak neye göre gruplandırma yaptıklarını açıklayabilmeleridir. Üçüncü aşamada ise; Öğrencilerin belirledikleri grupları adlandırmaları beklenmektedir. Bu aşamada da, öğrenciler adlandırma yaparken özgür olmalıdırlar. Beklenen performans ise; şekillerin açıklık-kapalılıklarına göre gruplandırılıp adlandırılmasıdır.

## **2.5 Yönerge**

Bu bölümde örnek olay çalışmasının nasıl gerçekleştirildiği ve araştırmacının çalışma içindeki rolü tanımlanmıştır.

### **2.5.1 Örnek Olay Çalışmasının Gerçekleştirilmesi**

Örnek olay çalışması, yalnızca öğrenci ve araştırmacının bulunduğu ve öğrencinin kendini rahat hissedeceği bir ortamda gerçekleşmiştir. Araştırmacı ile bir masanın karşı tarafında oturan öğrencinin karşısına video-kamera yerleştirilmiştir. Kamera, öğrenciyi tam olarak alacak şekilde ayarlanmıştır. Öğrencinin kullanması muhtemel görünen boş kağıtlar, renkli kalemler ve aynı soru kağıtlarından gerektiği kadar konulmuştur. Öğrencinin kağıdını yenilemek isteyebileceği ve üzerinde silme işlemi yapmaktansa kağıdın yenilenmesinin daha uygun olacağı düşünülmüştür. Öğrenciye yapılan çalışma konusunda bilgilendirme konuşması yapılmıştır (Bkz., Ek-2)

### **2.5.2 Araştırmacının Rolü**

Örnek olay incelemesinde ve nitel araştırmalarda araştırmacı nicel çalışmalarda olduğu gibi sadece araştırma konusunu gözleyen değil, aynı zamanda konuyu ve katılımcıları daha iyi anlayıp analiz edebilmek için çalışmaya bizzat katılan,

katılımcılarla birebir görüşen kişi konumundadır, yani sürecin bir parçasıdır (Altun ve Yılmaz, 2008).

Örnek olay çalışmasını gerçekleştirecek olan araştırmacı aşağıdaki becerilere sahip olmalıdır (Yin, 1994, s.56; Yeşildere, 2006):

- İyi soru sorabilmeli ve cevapları yorumlayabilmelidir.
- İyi bir dinleyici olmalıdır ve önyargılarını ve ideolojisini yansıtmamalıdır.
- Yeni karşılaştığı durumları bir tehdit değil fırsat olarak görmesini sağlayacak ölçüde esnek olmalıdır.
- Çalışılan konu hakkında sağlam bir kavrayışa sahip olmalıdır.
- Tarafsız olmalıdır.

Yıldırım ve Şimşek (2008) ise araştırmacının rolünü; Nitel araştırmacı bizzat alanda zaman harcayan, deneklerle doğrudan iletişime geçen ve gerektiğinde deneklerin deneyimlerini yasayan, alanda kazandığı perspektifi ve deneyimleri toplanan verilerin analizinde kullanan kişi olarak tanımlamaktadır. Ayrıca nitel araştırmacı, araştırma raporunda okuyucuya toplanan veriler sonucunda belli sonuçlara ve yorumlara nasıl ulaştığını, aşama aşama ve çok sayıda bol örnekle açıklamak zorundadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008)

Yapılan çalışmada da araştırmacı yukarıdaki rolleri üstlenmiştir ve görüşme sırasında, öncesinde ve sonrasında bu ölçütlere bağlı kalmıştır. Görüşmenin akışını, öğrencilerin düşünme biçimlerini, elde edilen verilerin geçerliliğini ve güvenilirliğini etkileyecek tavır ve davranışlarda bulunmamıştır. Görüşme esnasında öğrenci davranışları gözlemlenmiş ve öğrencilerin kendilerini açıkça ifade etmelerini sağlayacak yapılandırılmamış yansıtıcı sorulara başvurulmuştur. Öğrenci araştırmacı tarafından bilgilendirilmiş ve gerektiğinde bu bilgiler hatırlatılmıştır ve araştırmacı gerektiğinde küçük notlar almıştır.

## **2.6 Veri Toplama Araçlarının Geçerlik ve Güvenilirliği**

Nitel araştırmaların geçerlik ve güvenilirlik analizleri nicel araştırmaların analizleri ile farklılıklar gözlemlenmektedir. Nicel araştırmalarda geleneksel olarak kabul gören ve önemli değer ölçütleri olarak ön plana çıkan “geçerlik” ve “güvenirlik” kavramları

çerçevesinde değil nitel araştırmanın doğasına uygun olabileceğini düşündükleri alternatif kavramlarla yapılmaktadır. Bu çerçevede “iç geçerlik” yerine “inandırıcılık”, “dış geçerlik” yerine “aktarılabirlik”, “iç güvenilirlik” yerine “tutarlık” ve “dış güvenilirlik” yerine “teyit edilebilirlik” ifadelerini kullanmayı tercih etmektedirler (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 264).

Nitel araştırmalarda, araştırma boyunca sağlanan uzun süreli etkileşim, derin odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi ile iç geçerliğin, ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme ise dış geçerliği sağlamanın ölçütleridir (Altun ve Yılmaz, 2008). Araştırmacının birden çok stratejiyi kullanması, araştırmanın inanılırlığını arttıracaktır (Mertens, 1998).

Çeşitleme “insan davranışının bazı yönleri üzerine yapılan çalışmada iki veya daha çok veri toplama yönteminin kullanımı” olarak tanımlanabilir (Cohen, Manion ve Morrison, 2002: s.112; Yeşildere, 2008). Katılımcı teyidi ise, katılımcıdan görüşme öncesi, görüşme sırasında ve sonrasında teyit alınmasıdır.

Uzman incelemesi; “araştırmacı tarafsız bir akranı ile bulgular, sonuçlar, analizler ve hipotezler üzerine geniş tartışmalar yapmalıdır... Bu kişi araştırmanın sonraki adımlarına rehber olmak ve yardımcı olmak için araştırmacının karşılaşabileceği araştırma soruları yöneltmelidir” (Mertens, 1998, s.182; Yeşildere, 2006).

Ayrıntılı betimleme, çeşitleme ile elde edilen verilerin ayrıntılı olarak analiz edilmesi ve betimsel analizin öğelerinden faydalanılarak geniş açıklamalara yer verilmesi olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca, öğrenci seçimi amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu da araştırmanın dış geçerliğini (aktarılabirliğini) arttırmaktadır.

Nitel araştırmalarda güvenilirlik; olgu ve olayların ortama ve zamana bağlı olarak oluşturdukları ve aynen tekrar edilmesinin mümkün olmadığı göz önüne alınarak farklı bir biçimde ele alınmaktadır (Altun ve Yılmaz, 2008). Bu çalışmada güvenilirlik; Erlandson, Harris, Skipper ve Allen (1993)’ın geliştirdiği iki stratejiden yararlanarak sağlanmıştır.

Tutarlık incelemesi stratejisinin amacı, araştırmaya dışarıdan bir gözle bakılması ve araştırmacının baştan sona gerçekleştirdiği araştırma etkinliklerinde tutarlı davranıp davranmadığını ortaya koymaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 272).

Teyit incelemesinde dışarıdan bir uzman, araştırmada ulaşılan yargıların, yorumların ve önerilerin ham verilere geri gidildiği zaman teyit edilip edilmediğine ilişkin bir değerlendirme yapar (Yıldırım ve Şimşek, 208, s.272).

Bu araştırmada kullanılan geçerlik ve güvenirlik stratejileri Tablo 2’de verilmiştir.

**Tablo 2**

*Örnek Olay Çalışmasının Geçerlik ve Güvenirliği*

Geçerlik		Güvenirlik	
İç Geçerlik (İnandırıcılık)	Dış Geçerlik (Aktarılabilirlik)	İç Güvenirlik (Tutarlık)	Dış Güvenirlik (Tarafsızlık)
Çeşitleme	Ayrıntılı Betimleme	Tutarlık incelemesi	Teyit edilebilirlik
Katılımcı teyidi	Amaçlı		
Uzman İncelemesi	Örnekleme		

Bu araştırmada *inandırıcılık*, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi ile sağlanmıştır.

Veri çeşitlemesi; görüşme, gözlem ve doküman incelemesi olmak üzere üç bakımdan sağlanmıştır. Görüşme, grup çalışması ve bireysel çalışma olarak iki türlü yürütülmüştür. Grup çalışmasında öğrencilerin akran yardımı almalarına ve aralarında konuşmalarına fırsat tanınmıştır. Araştırmacı, çalışma öncesinde, sırasında ve sonrasında “katılımcı gözlemci” rolünü üstlenmiş ve görüşmeyi kayıt altına almıştır. Veri çeşitlemesi için analiz edilen dokümanlar; öğrencilere araştırmacı tarafından verilen çalışma ve karalama kâğıtları ile görüşme boyunca kaydedilen video ve ses kayıtlarıdır. Bu kayıtlar, çalışmanın hedefleri GME ve yapılandırmacı öğrenmenin

gerçekleşmesi, bilgi oluşturma süreçlerinin grup ve bireysel olarak gerçekleşmesi ve son olarak da iki yaklaşımın sürece olan etkisinin karşılaştırılması bakımından analiz edilmiştir.

Araştırmada, tarafsız bir matematik uzmanına başvurularak bulgular, sonuçlar, analizler ve hipotezler üzerinde tartışmalar yapılmış, getirilen öneriler ışığında karşılaşılabilecek araştırma soruları belirlenmiş ve notlar alınmıştır. Ayrıca, bulgular ve sonuçlar yeniden ele alınmıştır.

Katılımcı teyidinin sağlanabilmesi için; katılımcılara önceden yönerge bildirilmiş, görüşmeler sırasında “yanlış yapmaktan korkmayın, düşüncelerinizi açıkça söyleyin...” gibi ifadeler kullanılmıştır. Ayrıca, görüşme bitiminde katılımcılardan, katılımcıların gerçek isimlerinin ve çizimlerinin kullanılabilmesi için teyit alınmıştır.

Aktarılabirlik ise; ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme ölçütleri ile sağlanmıştır. Veri çeşitleme tekniği ile elde edilen veriler ayrıntılı olarak analiz edilmiş ve geniş açıklamalara yer verilmiştir.

Bu çalışmanın tutarlık incelemesi; çalışmanın tamamlanmasının ardından elde edilen bulgular bağımsız olarak iki araştırmacı tarafından ayrıca değerlendirilmiştir. İki araştırmacının değerlendirmeleri karşılaştırıldığında bulguların birbiriyle tutarlı olduğu ortaya çıkmıştır.

Bu çalışmanın teyit incelemesi, dışarıdan bir uzman tarafından çalışmada ulaşılan yargılar, yorumlar ve öneriler ile çalışmanın bulgularının teyit edilmesiyle sağlanmıştır.

## **2.7 Verilerin Analizi**

Nitel verilerin analizinde, alanyazın birçok yaklaşım öne sürmektedir. Ancak yapılan analizin derinliğine göre veri analizini iki grupta incelemek mümkündür; Betimsel analiz ve İçerik analizi (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 223).

Bu çalışmada amaç, elde edilen verilerin düzenlenmesi ve okuyucuya açık bir biçimde sunulmasıdır. Bununla birlikte, elde edilen veriler arasında neden-sonuç ilişkileri incelenerek bu süreçte meydana gelen soyutlamaların ortaya çıkarılabilmesi hedeflendiği için betimsel analize ihtiyaç duyulmuştur.

Betimsel analiz için, başlangıçta kavramsal bir çerçeve oluşturulmuştur. Bu çerçeveye uygun olarak veriler düzenlenmiştir. Bulguların tanımlanmasında epistemik eylemler kullanılmıştır. İç içe geçmiş bu eylemler görüşme metinleri esas alınarak sunulmuş ve karşılaştırmalı olarak yorumlanmıştır.

Bu çalışmada örnek olay çalışmalarına ait metinler numaralandırılmış ve bu numaralandırmadan yardım alarak öğrencilerden elde edilen veriler tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri ile analiz edilmiştir. Sonuç olarak ise analiz edilen veriler ışığında, “GME problemlerinin gerçekliği, soyutlamanın gerçekleşmesi...” gibi temalar ortaya çıkmıştır. Bu sonuçlar doğrultusunda örnek olay çalışmalarından elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur.

## BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde örnek olay çalışmasının, ilköğretim 3. Sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi sonucu elde edilen bulgulara ve bu bulguların değerlendirilmesine yer verilmiştir. Öncelikle Gerçekçi Matematik Eğitimi Kuramı'na yer verilmiştir. Ardından ise; Yapılandırmacı yaklaşıma ait bulgular incelenmiştir.

### 3.1 Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) Örnek Olay Çalışmalarına Ait Bulgular

GME yaklaşımı için iki örnek olay çalışması gerçekleştirilmiştir. Bunlardan birincisi 2 öğrenciden oluşan grup odaklı görüşmedir; ikincisi ise, bireysel örnek olay görüşmesidir. Grup çalışmasında, Barış (B) ve Umut (U) ve bireysel çalışmada ise Şeyma (Ş) ile öğretim görüşmesi yapılmıştır ve bu öğrencilerin çalışmaları sunulmuştur. Araştırmacı, metinlerde (A) olarak kısaltılmıştır.

Ayrıca diyaloglardaki numaralandırma, satır numaralarının benzerliğini sağlamak için 100 sayısından başlatılmıştır.

#### 3.1.1 Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Grup Örnek Olay Çalışması

Bu çalışma, örnek olay grup çalışmasıdır ve iki öğrenci ile yürütülmüştür. Öğretim görüşmesi yaklaşık 23 dakika sürmüştür. Üç problem metni arka arkaya ve belirli bir sıralamada verilmiştir. Çalışmanın yürütüldüğü öğrenciler Barış (B) ve Umut (U)'dur.

##### 3.1.1.1 Gol Atma Problemi Bulguları

Araştırmacı öğrencilerle prosedürü konuştuktan sonra, birinci soruyu içeren çalışma kağıdını öğrencilere vermiş ve okumalarını istemiştir. Başlangıçta kimin okuyacağı konusunda kararsız kalan öğrenciler aralarında anlaşarak Umut'un okumasına karar vermişlerdir.

Umut soruyu okumuş ve Barış dikkatlice dinlemiştir. Sorunun okunması biter bitmez öğrenciler cevap vermeye başlamışlardır.

100A: Soruyu anladınız mı? Ne anlatıyor soru Barış?

Bariş'ın seri bir şekilde soruyu özetlemesinin ardından, araştırmacı şekilleri incelemelerini istemiştir. A ve B noktalarındaki kişinin Arda olduğu iki öğrenci tarafından da söylenmiştir. Problem sorusu bir kez daha tekrarlandıktan sonra çözüme geçilmiştir.

101B: Bence A noktasından atarsa kaleci ile karşılaşması daha yüksek olur.

102A: Peki A'dan veya B'den kalenin ne kadarını görebilir?

103B: Bence B'den kaleyi daha çok görür.

104A: Sence Umut?

105U: Bence de.

106A: Bu durumu bir başka arkadaşına nasıl anlattırırın?

107B: Çizebilir miyiz?

108A: Elbette.

Öğrenciler çizim yapmaya başlamışlardır. Bariş, A noktasından Umut ise B noktasından kalenin ne kadarını gördüğünü belirlemiştir. Öğrenciler, B'den gol olma ihtimalini tartışmışlardır.

109B: B'den daha iyi görüyor kaleyi. Şuralara uzunlukların arasına atarsa hep gol olur. Buraya kadar gol atabilir (kale çizgisini gösterir.).

110A: Sence Umut?

111U: Bence de B'den daha iyi görür.

112B: A'dan bakarsa kalenin çok az bir yerini görüyor (Çizimini yapar.)

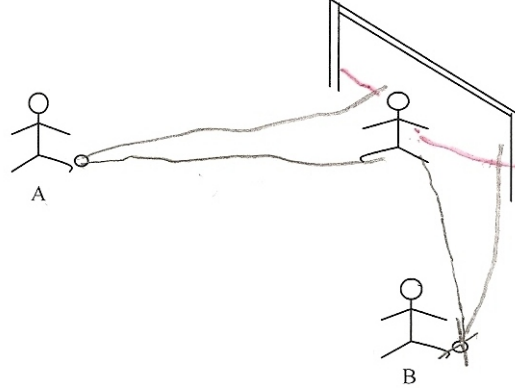
Öğrencilerin, iki noktadan kaleyi nasıl gördüklerini çizmelerinin ardından öğrenciler parmakları ile iki nokta arasındaki görüş alanı mesafesini karşılaştırmışlar ve A noktasındaki çizimlerinde parmaklarını az açarken B noktasındaki çizimlerinde daha çok açmışlardır. Bunun üzerine araştırmacı, açıklamalarını çizimleri üzerinde göstermelerini istemiştir. Öğrenciler renkli kalem ile iki nokta arasındaki mesafeyi çizmişlerdir.

113B: Burası çok küçükken (A), burası çok büyük (B).

114A: Bu durumda hangi noktadan topa vurulursa gol atma ihtimali değişebilir ya da değişir mi?

115U: B'den.





**Şekil 13.** Barış ve Umut'un gol atma problemi için yaptığı çizim

Şekil 13'te görüldüğü gibi öğrenciler, A ve B noktasından gol olma ihtimalini kaleyi görüş açısını ele alarak hesaplamışlar ve bu doğrultuda çizimlerini yapmışlardır. Ayrıca, bu iki nokta arasındaki mesafeleri de karşılaştırmışlar ve bir karara bağlamışlardır.

Öğrencilerin ilk soruyu tamamlamalarının ardından ikinci soruya geçilmiştir.

### 3.1.1.2 Yıldız İnceleme Problemi Bulguları

İkinci problemin yazılı olduğu çalışma kâğıdı öğrencilere verilmiştir. Bu aşamada kim okuyacak sıkıntısı yaşanmadan ikinci soruyu Barış yüksek sesle okumuş ve Umut dinlemiştir.

116A: Soruyu anladık mı? Ne anlatılıyor, bizden ne isteniyor soruda?

117U: Metin ve Oktay teyze çocuklarıymış. Seyahatten dönüşte teleskop almış babası. Teleskopla Metin mi daha çok yoksa Oktay mı daha çok yıldız görebilir?

Araştırmacı öğrencilerden şekilleri incelemelerini istemiştir.

118B: Yıldızlar, Metin, Oktay, teleskop.

Araştırmacının problem sorusunu yinelemesinin ardından Barış hemen çizim yapmaya başlamıştır. Bunun üzerine araştırmacı Barış'ın neden çizim yapma gereği duyduğunu sorgulamıştır.

119B: Çünkü teleskoptan bakıldığında küçükten başlar büyür gider (Eliyle çizdiği şeklin aynısını gösterir).

Barış bu cevabı verirken Umut da Oktay için aynı çizimi yapmaya başlamıştır. Araştırmacı neden o çizimi yaptığını sormuştur.

120U: Çünkü teleskoptan öyle görünür.

121A: Neyi belirliyorsunuz onu çizerek?

122U: Sınırları.

123A: Neden belirlediniz sınırları?

124U: Teleskopun ne kadar gördüğünü belirlemek için.

125A: Bu durumda Metin mi daha çok yıldız görür yoksa Oktay mı?

126U: Oktay.

127B: Bence de Oktay.

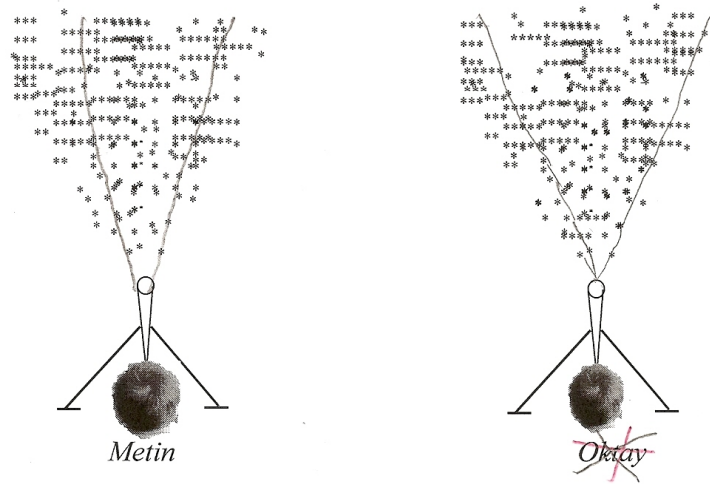
Araştırmacı öğrencilerin bu kararı nasıl verdiklerini sorgulamak için açıklama gerektiren bir başka yönlendirici soru sormuştur.

128A: Neden yıldızları sayma gereği duymadınız? Sayılır mı acaba bu yıldızlar?

129U: Sayılır.

130B: Sayılmaz. Yıldızlar sonsuz sayıya kadar gider.

131A: Umut sayılır dedi, say bakalım.



**Şekil 14.** Barış ve Umut'un Yıldız İnceleme Problemi için yaptığı çizim

Şekil 14'te görüldüğü gibi öğrenciler, Metin ve Oktay'ın görüş alanlarını belirlemişlerdir. Metin'in çizimini Barış, Oktay'ın çizimini Umut yapmıştır. Öğrencilerin çizimleri arasında belirgin bir darlık-genişlik farkı vardır. Bu fark

tamamen öğrencilerin gelişigüzel çizimlerine dayalıdır ve öğrenciler bu çizimleri esas olarak değerlendirme yapmışlardır.

Umut saymaya başlar ancak görüş alanı dışındaki yıldızdan saymaya başladığı için araştırmacı o yıldızları görüp göremeyeceğini sormuştur. Barış, o yıldızların görünmeyeceğini çünkü sınırı çizdiklerini belirtir. Diğer tarafları görmedikleri için sayamayacaklarını söylemiştir. Umut ise doğru deyip onaylamıştır.

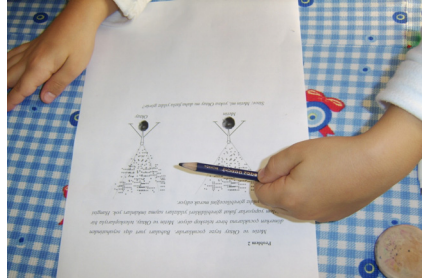
132U: (Yeniden saymaya başlar.) 1,2,3...44 sayılmıyor öğretmenim.

133A: Neden?

134B: Küçükler.

135U: Çok fazlalar.

Araştırmacının Metin mi, Oktay mı? Sorusunu yinelemesinin ardından Barış, eline kalemi almış ve önce Metin için yaptıkları çizimin açıklığını, sonra Oktay için yaptıkları çizimin açıklığını kalemin boyuyla ölçmüştür. (Kalemin üzerindeki yazıdan yardım almışlardır.)



**Şekil 15.** Barış'ın ölçümünü göstermesi

136B: Bakın burada kalemin ucunu buraya koyarsak, kalemin üzerindeki JOHANN yazısının sonuna kadar geliyor (Oktay'ın görüş alanı). Burada ise; kalemin ucunu buraya koyduğumuzda ancak J'ye kadar geliyor (Metin'in görüş alanı). Öyleyse, Oktay'ın görüş alanı daha fazladır ve daha çok yıldız görür.

137U: Oktay daha fazla görür.

İkinci problemin tamamlanmasının ardından rüzgar yapma problemine geçilmiştir. Bu problemin sorulmasının amaçlarından biri oluşturdukları yeni yapıyı adlandırmayı kolaylaştırmak, pekiştirmeyi sağlamak ve öğrencileri yeni yapıya ait somut bir model ile baş başa bırakmaktır.

### 3.1.1.3 Rüzgar Yapma Problemi Bulguları

Araştırmacı, son problemin yazılı olduğu çalışma kağıdını öğrencilere uzatmıştır. Umut soruyu okumuş ve Barış dinlemiştir.

138A: Soruda ne anlatıyor?

139B: Pınar ve Nehir yelpazeleri ile sıcak bir havada gezinirken baygın bir kadına rastlıyorlar ve yelpazelerin hangisini kullanırlarsa kadını iyileştirebilirler diye soruyor.

140U: Bence eşit.

141B: Bence bunları sayabiliriz (yelpazedeki katları).

Öğrenciler, yelpazelerdeki katları saymaya başlamıştır ve her iki yelpazenin kat sayısının aynı olduğunu görmüşlerdir. Bu noktada tereddüde düşen öğrencilere araştırmacı yönlendirici bir soru sormuştur.

142A: Neden bunları sayma gereği duydunuz?

143B: Çünkü öğretmenim, bir böyle biri de böyle olur (Kolları ile açıklığı gösterir).

144A: Böyle ne?

145U: Açıklığı.

146B: (Kolları ile göstererek) Açıklığı böyle ya (Az açık); o zaman rüzgar az olur. Açıklığı böyle olunca (çok açık); o zaman rüzgar daha çok olur.

147A: Peki hangi yelpaze daha fazla rüzgar yapar?

148B: Bence bu (Nehir).

149U: Bence de bu (Nehir).

150A: Bunu başka bir arkadaşınıza nasıl anlatırdınız? Nasıl ikna ederdiniz?

Barış bu sorunun üzerine ikinci problem için uyguladığı ispat yöntemini bu sorunun çözümü ve ispatı için de kullanmıştır.

151B: Buradan buraya kadar (Kalemin ucunu yelpazenin bir ucuna koyar) O ve H harflerinin arasına kadar geliyor (Nehir'in yelpazesi). Burada ise; kalemin ucunu koyarsak, ancak J ve O harflerinin arasına kadar gelebiliyor.(Johann kelimesini kullanırlar). Bu yüzden bu daha açık (Nehir).

Araştırmacı öğrencilerin bu cevabından sonra başka yöntemler üretip üretmeyeceklerini sınamak için başka türlü nasıl ispat edebileceklerini sormuştur. Bu sırada masanın üzerinde makas bulunmaktadır ve alternatif bir yöntem olarak makasla keserek ölçüm yapmaları beklenmektedir.

152U: Parmağımızla (Parmaklarını ölçü olarak kullanırlar).

153A: Başka?

154U: Makasla.

Öğrenciler makasla ispatı düşünmüşler ancak makası amacı dışında kullanarak makasa cetvel vazifesi gördürmüşlerdir.

155A: Sonuç olarak Pınar'ın yelpazesi mi Nehir'in yelpazesi mi?

156 B ve U: Nehir.

157U: Bunun açıklığı daha çok bunun daha az aynı teleskop gibi. Teleskop hani böyle açılır ya bu da aynı böyle açılıyor (Elleriyle gösterir).

Bu cevabı aldıktan sonra araştırmacı, öğrencilerin çalıştıkları üç çalışma kağıdını da yan yana getirmiş ve öğrencilerin önüne koymuştur.

158A: şimdi, üç soruya da bakmanızı istiyorum. Bu üç soruya bakarak çizdiğiniz şekiller ve sorular arasında benzerlik görüyor musunuz?

159U: Var. Açıklık, açıklık, açıklık.

160B: Burada ölçüm yapıyoruz, burada açıklık burada kapalılık var (Rüzgar yapma).

161A: Burada.

162U: Burada da (Yıldız İnceleme), burada da (Gol atma).

163A: Üç soruda da kullandığınız ortak bir şekil var mı?

164B: Evet var. (Çizerler)

165A: Peki bu şekle bir isim vermek isteseniz ne ad verirdiniz?

166U: Açıklık- kapalılık.

Öğrenciler Umut'un bu düşüncesi üzerinde biraz tartıştıktan sonra bu ismin uygun olabileceğine karar vermişler ve şekli *açıklık-kapalılık* olarak adlandırmışlardır.

### 3.1.2 Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Bireysel Örnek Olay Çalışması

Bu çalışma bireysel örnek olay çalışmasıdır ve bir öğrenci ile yürütülmüştür. Öğretim görüşmesi, 20 dakika sürmüştür. Bireysel çalışmada verilen problemlerin sunumu ve sırası, grup çalışmasındaki ile aynıdır. Çalışmanın yürütüldüğü öğrencinin adı Şeyma'dır ve (Ş) olarak kısaltılmıştır.

#### 3.1.2.1 Gol Atma Problemi Bulguları

Öğrenci ile gerekli prosedür konuşulduktan sonra, problemin yazılı olduğu çalışma kağıdı öğrenciye verilmiş ve okuması istenmiştir. Öğrenci ise soruyu yüksek sesle okumuştur.

167A: Ne istiyor senden soruda?

168Ş: Derbi maçlardan biriymiş. 0-0'mış. Arda gol atarsa, maçı kazanacaklarmış. Hangi noktadan atarsa gol olurmuş?

169A: Şekilleri inceleyelim. Şekillerde kimler var?

170Ş: A da bir tane çocuk var B de bir tane çocuk var.

171A: Kim o çocuk?

172Ş: Arda, bir de kaleci var.

Problemin anlamlandırılma safhasının ardından problemin çözümüne yönelik sorulara geçilmiştir.

173A: Peki, A dan gol olma ihtimali ne kadardır?

174Ş: (Düşünür) Çizebilir miyim?

175A: Tabi ki.

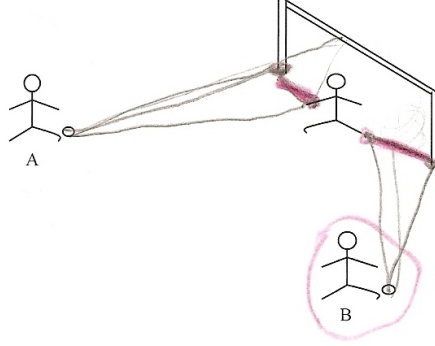
176Ş: (Çizer.) Bence B den kaleyi daha çok görür. A da az bir ihtimal var. B'den ise kaleci buradayken buraları daha çok görür.

Öğrencinin problem hakkında ne düşündüğünü ortaya koymak için açıklama gerektiren sorular yöneltilmiştir.

177A: Onu nasıl gösterirsin?

Öğrenci öncelikle çizimini göstermiştir. Ancak bu şekilde ispatlamada zorluk çektiği için yaptığı çizimin sınırlarını belirleme gereği duymuş ve iki nokta arasındaki büyüklükleri karşılaştırmıştır.

178Ş: Buradan burasını ve şurayı (Çizer) . Bence burası daha geniş (B), burası daha dar (A).



**Şekil 16.** Şeyma'nın gol atma problemi için yaptığı çizim

Öğrencinin şekil üzerinde yaptığı çizimden anlaşılacağı üzere önce A ve B noktaları üzerinden Arda'nın kaleyi görüş alanının sınırlarının çizimini yapmış ardından ise aralarındaki mesafeyi yine çizim yaparak göstermiştir. Burada renkli kalem kullanarak çözümünü somutlaştırarak ispatlamaya çalışmıştır.

Problemin çözümünün ardından ikinci soruya geçilmiştir.

### 3.1.2.2 Yıldız İnceleme Problemi Bulguları

İkinci problemin yer aldığı çalışma kağıdı öğrenciye verilmiş ve yüksek sesle okuması istenmiştir. Öğrenci soruyu okumuştur.

179A: Soruda ne anlatıyor? Kendi cümlelerinle anlatır mısın?

180Ş: (Soruyu özetler). Hangisi daha çok yıldız sayabilirmiş? Sorusunu yönelttikten sonra kendisini düzelterek “yok, görebilirmiş?” der.

181A: Şekilde ne görüyorsun?

182Ş: Metin ve Oktay teleskopla bakıyor. Bakış yerleri burası (teleskopu gösterir). Hangisi daha çok sayabilir?

183A: Sayabilir misin oradaki yıldızları?

184Ş: Sayarım.

185A: Pekala, say bakalım.

186Ş: (saymaya başlar, 14'e kadar sayar) Hayır sayamam.

187A: Neden?

188Ş: Çok küçük oldukları için karışıyor.

189A: Peki Metin mi daha fazla görür yoksa Oktay mı? Nasıl anlayacağız?

190Ş: Boyutlarına bakarak anlarım. (İki şekli inceler) Olmaz.

191A: Peki nasıl anlayacağız? Metin ve Oktay'ın yerinde olsaydın. Teleskopla sen baksaydın? Nasıl ve ne kadarını görürdün?

192Ş: Bence şöyle şu kadarlarını görürdüm. (Yıldızların alt bölümünü gösterir).

193A: O kadar mı?

194Ş: Şuralarını da görürdüm ama çok fazla yukarılarını değil.

195A: Peki nasıl belirlersin bunu?

196Ş: Oktay, şuraları görür. (Dikdörtgen bir çizim yapar)

197A: Peki buralarda yıldızlar var mı?

198Ş: Hayır yok onun için buraları görür. (Çiziminden vazgeçip siler ve yeni bir çizim yapar)

199A: Pekala, bir de Metin'i göster bakalım.

200Ş: Metin hepsini görebilir bence. Oktay bu çizgilerin arasını.

201A: Bu çizgileri neye göre çizdin?

202Ş: Teleskopun bakışına göre.

203A: Peki bu teleskop ile diğerinin arasındaki fark nedir?

204Ş: Yok.

Araştırmacı öğrenciden soruyu bir daha düşünmesini istemiştir ve soruyu genel hatlarıyla özetlemiştir.

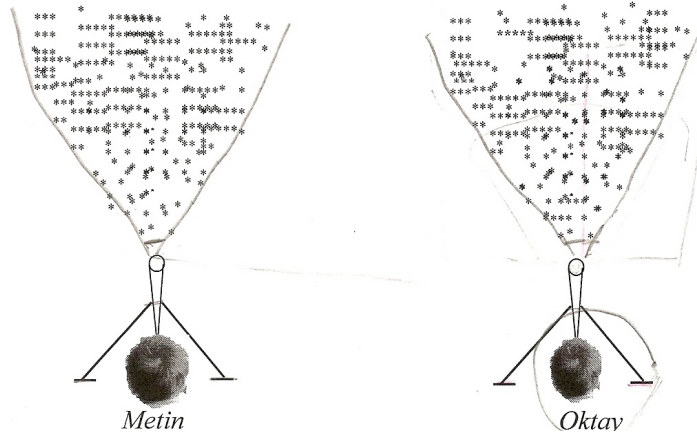
205Ş: Sağı, solu bir de ortasını görür.

206A: Peki. Göster bakalım.

207Ş: (Şeklin üzerinde gösterir) Bu çizginin sağını, bunun solunu ve ortayı görür. Ama tam burasını göremez. (teleskopun tam olarak önünü çizer)

Öğrenci bu çizimleri hem Metin hem Oktay için yapmıştır. Araştırmacı soruyu yinelemiştir.





**Şekil 17.** Şeyma'nın yıldız inceleme problemi için yaptığı çizim

Şekil 17'de görüldüğü gibi, öğrenci her iki çocuk için aynı çizimi yapmıştır. Başlangıçta, dikkat edilirse Oktay'ın şeklinde silik dikdörtgen çizimi görülmektedir, teleskopları ve başlangıç noktasını ele almadan bir çizim yapmış ancak hatasının farkına varıp kendisine bir başlangıç noktası seçmiş ve bu noktadan görüş alanını sınırlandırmıştır.

208Ş: Bence Oktay.

209A: Neden?

210Ş: Çünkü burada daha çok yıldız görünüyor.

211A: Nerede?

212Ş: Oktay'a çizdiğim alanda.

İkinci sorunun ardından son soruya geçilmiştir. Bu soru, öğrencinin soyutladığı bilgiyi doğru adlandırmasını kolaylaştırmıştır. Soruda, kavram ile ilgili somut bir modele yer verilmiştir. Bu problemin bulguları ise aşağıda yer almaktadır.

### 3.1.2.3 Rüzgar Yapma Problemi Bulguları

Son problemin yer aldığı çalışma kağıdı öğrenciye verilmiştir. Öğrenci problemi yüksek sesle okumuştur.

213A: Soruda senden ne istiyor?

214Ş: Pınar ve Nehir yolda yürürler. Ellerinde de yelpaze var sıcak olduğu için. Baygın kadın görürler. Hangi yelpazeyi kullanırlarsa kadını uyandırırılar.

Bu problem diğer iki probleme gore daha kolay anlaşılmaktadır ve cozme daha çabuk gidilmiştir.

215A: Onlara yardımcı olabilecek misin?

216ř: Evet.

217A: İki yelpaze arasında ne fark var?

218ř: Bu daha büyük, bu daha kck.

219A: Hangisi daha büyük? Nasıl anladın?

220ř: (Biraz düşünür)

221A: Nasıl ispat edebilirsin onu bize?

222ř: Keserek (şekil 18).



şekil 18. şeyma'nın yelpazeleri kesme anı

223A: Pekala kes.

224ř: (İki yelpazeyi de keser).

225A: şimdi ne yapacaksın onları?

226ř: (İkisini st üste koyar).

227A: Nasıl ispat ettin?

228ř: İkisini de kestim. Üst üste koydum. Bu daha geniş. Sağdaki, Nehir'in ki.

229A: Yani,

230ř: Yani, Nehir'in yelpazesi daha açık olduğu için baygın kadını uyandırabilirler.

Problemin tamamlanmasının ardından c problemin çalışıldığı kağıtlar yan yana getirilerek öğrencinin önüne koyulmuştur ve öğrenciye c soru arasında benzerlikler olup olmadığı, c soru için kendisinin yaptığı çizimlerde ortak bir yan sezip sezmediği sorulmuştur.

231ř: Evet, izimler benziyorlar.

- 232A: Üç şekilde şu şekle benziyor diyebileceğin bir şekil var mı?
- 233Ş: Üçü de böyle (çizer).
- 234A: 1. Soruda neden bu şekli çizmiştin?
- 235Ş: Kaleyi nereden daha iyi gördüğünü söylemek ve gol atması için.
- 236A: Peki burada?
- 237Ş: Hangisinin daha fazla yıldız görebileceğini.
- 238A: Burada ise?
- 239Ş: Yel pazenin ne kadar açık olduğunu ve rüzgâr yaptığını bulmak için.

Araştırmacının öğrencinin bu şekli niye çizdiğini hatırlatmak amacı ile üç problemde de niye bu çizimlerin yaptığı hatırlatılmıştır. Bu hatırlatmanın öğrencinin bu şekli adlandırmasını kolaylaştıracağı düşünülmüştür. Ardından ise öğrenciye bu şekle isim vermek isteseydi ne ismi verebileceği sorulmuştur.

- 240Ş: Aradaki mesafe ismini verebilirdim ya da büyüklük.
- 241A: Son olarak hangisi peki?
- 242Ş: Büyüklük.

### 3.1.3 Gerçekçi Matematik Eğitimi ile İlgili Bulguların Değerlendirilmesi

*Grup örnek olay çalışmasında;* Öğrenciler çalışmaya gönüllü olarak katılmışlardır ve bunu çalışma süresince hissettirmişlerdir. GME problemlerinin bağlamsal yapıda olması problemin anlaşılması safhasının önemli olduğu sonucunu doğurmaktadır. Bu safhada araştırmacı, öğrencilere çeşitli sorular yönelterek öğrencilerin problemin içinde olmalarını ve anlaşılmayan bir nokta kalmamasını sağlamıştır.

*Gol atma problemi,* Barış ve Umut kendilerine başlangıç noktası olarak Arda'nın ayağındaki topu seçmişlerdir. İlk bakışta Arda'nın B'den vurması durumunda daha şanslı olduğunu düşünmelerine rağmen araştırmacının ispat istemesi (106A) üzerine başlangıçta çaresiz kalmışlardır. Ardından ise, öğrenciler bu durumda çizme ihtiyacı hissetmişlerdir ve çizerek anlamaya ve anlatmaya çalışmışlardır (107B).

Bu aşamada öğrencilerin, çizimlerinde kendilerine bir başlangıç noktası seçmeleri (Top-Arda), bu noktadan çizim yapmaları ve çizdiği uzunluklara bir yön vermeleri dikkat çekicidir. Ayrıca, tek bir çizgi yerine topun kaleci ile direk arasındaki mesafelerini ölçebilmek için başlangıç noktası belli iki ışın çizmişlerdir ve bunu görüş alanı olarak ifade etmişlerdir. Bu da öğrencilerin başlangıç noktasını, ışını tanıyıp kullandıklarını göstermektedir. Ancak onlar ışını, 'çizgi' olarak ifade etmişlerdir.

Bu noktadan öğrenciler A noktasındaki çizimleri ile B noktasındaki çizimlerini karşılaştırabilmişlerdir (109B, 111U, 112B). Karşılaştırma yaparken parmakları ile A ve B noktalarındaki mesafeleri ölçmüşler ve bir karar vermişlerdir. Bu doğrultuda bir çıkarım yaparak B noktasındaki görüş mesafesinin daha açık olduğunu fark etmişlerdir (113B, 115U). A ve B noktalarındaki görüş mesafelerinin ne kadar olduğunu ise çizimlerine farklı renkte bir kalemle çizerek yansıtmışlardır.

Sonuç olarak, öğrenciler tanıdıkları yapıları kullanarak (ışın) kendilerine bir çözüm üretmişlerdir. Kendilerinin başlangıçta çizgi olarak adlandırdıkları, daha sonra ise uzunluk (109B) adını verdikleri başlangıç noktası belli iki ışından oluşmuş açı kavramını oluşturmaya başlamışlardır.

*Yıldız İnceleme Problemi*, İlköğretim öğrencileri için problemin anlaşılması safhası büyük önem taşımaktadır. Öğrenciler bu aşamayı zihinlerinde tam olarak yerleştirene kadar sorgulamaktadırlar ve zamana gereksinim duyarlar. Bu noktada ise kullanılan problemin bir bağlam içinde sunulması, öğrencilerin soruyu benimsemelerini ve çözüme ulaşmalarını kolaylaştırmaktadır. Bu soruda ise; öğrencilerin soruyu kendi cümleleri ile özetlemeleri ve soruda onlardan tam olarak ne istediğini ifade etmeleri (117U), şekilleri doğru bir biçimde ele almaları (118B) soruyu benimsediklerini göstermektedir. Ancak, araştırmacının bu soruda öğrencilerden ispat istememesine rağmen, öğrenciler çizim yapma gereği hissetmişler ve hiç beklemeden çizim yapmaya başlamışlardır.

Öğrenciler başlangıç noktasını teleskop olarak belirlemişlerdir. Öğrencilerin bu soruda dikkat edecekleri bir araç (teleskop) vardır ve bu araç yardımı ile gökyüzündeki yıldızları inceleyebilecekleri alanın sınırlarını belirlemeleri gerektiğinin farkındadırlar (122U, 124U).

Öğrenciler gol atma problemi için çizdikleri şekillerin aynısını bu soru için de çizmişlerdir ve cevabın Oktay olduğu kararını vermişlerdir (126U, 127B). Bu noktada araştırmacı çalışmanın etkinliğini sağlayarak, öğrencilerin bu kararı nasıl verdiklerini ortaya çıkarabilmek için öğrencilere farklı bir bakış açısı sunmuştur (128A). Bunun üzerine öğrenciler arasında ikilik meydana gelmiştir (129U, 130B).

Çelişkinin giderilmesi için Umut yıldızları saymaya başlamış ancak bu fikrin mantıklı olmadığı sonucuna varmışlardır (132U, 134B, 135U). Ayrıca, Umut'un yıldızları saymaya başlarken görüş alanı dışındaki yıldızlardan başlaması bunun üzerine ise Barış'ın müdahalesi sonucu Umut yaptığı hatayı fark etmiştir. Bu hata ise Umut'un zihninde yeni edindiği bilgiyi kalıcı hale getirmiştir.

Bunun üzerine araştırmacı "Metin mi Oktay mı?" Sorusunu sorarak öğrencilerin çözümlerini sahiplenmelerini ve ispat yapmalarını beklemektedir. Öğrenciler ise, çizdikleri şekilleri kullanarak, Metin'in görüş alanının, Oktay'a göre daha az olduğunu ve bu görüş alanları içerisinde Oktay'ın görebileceği yıldızların daha fazla sayıda görüldüğünü belirtmişlerdir (136B, 137U).

Öğrenciler görüş alanları arasındaki açıklığı karşılaştırabilmek için kalemi araç olarak kullanmışlar ve aradaki açıklığı kalemin boyu ile karşılaştırarak ölçmüşlerdir. Bu da öğrencilerin bir önceki problemde parmakları ile yaptıkları ölçümü, bu problemde araç kullanarak yapmaları ve çizdikleri şekillerin amaca hizmet etmesi öğrencilerin bir önceki etkinlikten tanıdıkları yapıları kullanarak yeni bir yapı oluşturduklarını göstermektedir.

Sonuç olarak yukarıdaki metinlerden de anlaşılacağı üzere öğrenciler, çok kısa bir süre içinde iki problem arasındaki benzerliğin farkına varmış ve oluşturduğu yeni yapıyı ikinci problemde kullanarak pekiştirmiş ve soyutlamaya ulaşmıştır.

*Rüzgar Yapma Problemi*, Öğrencilerin son problemi daha istekli okudukları görülmüş ve diğer sorulara göre özgüvenlerinin daha yüksek olduğu hissedilmiştir. Problemi anlamlandırma safhasında öğrencilerde herhangi bir sıkıntı görülmemiştir (139B). Ancak, Umut bu soruda şekilleri iyi yorumlayamamış ve buna bağlı olarak da yanlış bir karar vererek çözüme başlamıştır (140U). Bunun üzerine Barış, diğer iki

soruda olduğu gibi bu soruyu da ispat ederek çözümleneceklerini düşünmüş ve çözüm olarak da yelpazedeki katları saymayı önermiştir (141B).

Barış'ın önerisini kullanan öğrenciler bir çelişki ile karşılaşmışlardır ve bu çelişki onların, tanıdıkları yapıları kullanarak doğru çözümü bulmalarını sağlamıştır. Araştırmacının sorduğu yönlendirici soru sayesinde öğrenciler son problemde ilk iki problemde çizdikleri şekillere farkına varmadan bir isim vermişlerdir (143B, 145U). Karşılaştıkları bu modelde çizimlerini somutlaştırmışlardır.

Öğrencilerin hangi yelpazenin daha fazla rüzgar yapacağı konusunda açıklama yapmaları oluşturdukları yapıyı tanıdıklarını gösterir (146B). Bununla beraber Nehir'in yelpazesini seçmeleri ise tanıdıkları yapıyı kullandıklarının göstergesidir (148B, 149U).

İspat yöntemi olarak masanın üzerinde duran makası kullanabilecekleri beklenirken kendi geliştirdikleri kalem boyu ile karşılaştırma tekniğini seçmişlerdir ve başarılı olmuşlardır (151B). Araştırmacının farklı ispat yöntemi olup olmayacağı yönündeki sorusuna ise, öğrenciler ısrarla kendi yöntemlerini savunarak cevap vermişlerdir.

Sonuç olarak öğrenciler, ilk problemde oluşturdukları yapıyı ikinci problemde kullanarak soyutlamışlar ve son problemde pekiştirmişlerdir. Bu üç soru arasındaki ilişki öğrencilere sorulduğunda ise beklenen cevap alınmıştır.

Araştırmacının sorusuna (158A) karşılık, öğrenciler üç soru arasında bir ilişki olduğunu ve bu ilişkiyi “açıklık” kelimesi ile ifade edebileceklerini belirtmişlerdir (159U). Üç soruyu da açıklık ve kapalılık yönünden tartıştıktan sonra (160B,162U), üç soru için geçerli olabilecek bir şekil çizip çizemeyecekleri sorulmuş ve öğrenciler çizebileceklerini söyleyip Şekil 19'u çizmişlerdir (164B).



### Şekil 19. Barış ve Umut'un Ortak Şekil Çizimi

Bunun üzerine öğrencilerden çizdikleri bu şekilleri adlandırmaları istenmiştir (165A). Öğrenciler uzun bir tartışma süreci yaşamışlar ve “açıklık-kapalılık” olarak adlandırma yapmayı uygun bulmuşlardır.

Sonuç olarak, bu noktada Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımı ile tasarlanan örnek olay grup çalışması ve öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri yansıtılmıştır. Grup etkileşiminin bilgi oluşturma süreçlerine etkisini öğrenebilmek için aynı çalışma bireysel bir öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmanın bulguları aşağıda sunulmuştur.

*Bireysel örnek olay çalışmasında;* Öğrenci çalışmaya gönüllü olarak katılmıştır ve çalışma süresince bunu hissettirmiştir. Araştırmacı öğrenci ile çalışma boyunca iletişim halinde olmuş ve yönlendirici sorular ile çalışmanın sürekliliğini sağlamıştır.

*Gol atma problemi;* Öğrencinin problemi okuduktan sonra özetlemesi (168Ş) ve şekilleri doğru bir biçimde yorumlaması (170-172Ş) problemi anlamlandırma safhasında sorun yaşamadığını göstermektedir.

Problemin çözüm aşamasında ise; önce düşünmüştür ve ardından çizim yapma ihtiyacı hissetmiştir. B noktasından kalenin ortasına doğru bir çizgi çizmiştir (176Ş). Bu çizgi öğrencinin soruyu tahmin yöntemi ile çözmeye çalıştığını göstermektedir. Ancak araştırmacı öğrencinin soruyu benimsenmesi sağlayacak sorular sorarak öğrenciyi aktif hale getirmiştir.

Bu soruların ardından Şeyma, bakış açısını tüm kale olarak değiştirmiş ve kalenin tamamına göre yorum yapmaya başlamıştır. Çizimini kale direkleri arasında tutmuş ve gol olma sınırlarını kendince belirlemiştir. Başlangıç noktası olarak topu

seçmiştir ve çizimini bu toplardan çıkan ışınlar olarak değiştirmiştir. Bu da Şeyma'nın tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Ancak, konu bu terimleri adlandırmaya geldiğinde istenen sonuç elde edilememektedir.

Bunların ardından Şeyma, A ve B noktasından ışınlar çizerek iki noktanın kaleyi görüş mesafesini bulmuştur. Görüş alanını çizen Şeyma, kararını vermiş ve B noktasından gol olma ihtimalinin daha fazla olduğunu söylemiştir (176Ş). Bunun üzerine araştırmacı öğrenciden ispat istemiştir (177A). Bunun üzerine Şeyma çizdiği şekiller üzerinde açıklamalar yapmış ancak ispatlamakta güçlük çekmiştir. Ardından ise; iki nokta arasındaki büyüklükleri kale çizgisi üzerinde göstererek karşılaştırma yapabileceğini fark etmiştir. Çizimini yapar ve renkli kalem ile çizimlerinin üzerinden geçerek karşılaştırmayı netleştirir (178Ş). Öğrencinin, geniş ve dar kelimelerini kullanması ise yeni yapıyı oluşturmaya başladığının göstergesidir.

Şeyma'nın her iki nokta için yaptığı çizimleri karşılaştırabilmesi ve A ve B noktası için, kaleci engelini gözeterek çizim yapması ve görüş alanını daraltması, A ve B noktasındaki çizimlerinin dar ve geniş olması yeni yapının oluşumunu kuvvetlendirmiştir. Ancak bu oluşumun kırılğan olduğu ve soyutlanabilmesi için pekiştirilmesine ihtiyaç olduğu bilinmektedir. Bu nedenle bu yeni yapıyı kullanabileceği ikinci bir problem verilmiştir. Bu problem ait bulgular aşağıda değerlendirilmektedir.

*Yıldız inceleme problemi;* Öğrenci, problemi anlamlandırma safhasında hiç güçlük çekmemiştir (180Ş-181Ş). Hatta hemen cevap vermeye çalışmıştır. Ancak araştırmacı, sürecin ayrıntılı olarak gözlemlenebilmesi için öğrenciye açıklama yapmasını sağlayacak sorular (183A) yöneltmiştir. Bunun üzerine öğrenci, soru metnini unutup yıldızları sayma fikrine kapılmıştır. Ancak araştırmacı öğrencinin bu fikrine müdahale etmemiştir. Çünkü bu deneyim onu bir önceki problemde oluşturduğu yeni yapıyı kullanmaya itmiştir.

Öğrenci, çözüm üzerinde çeşitli fikirler yürütmüştür (190Ş, 192Ş, 196Ş). Başlangıçta görüş mesafesinin sınırlarını çizmesi gerektiğini fark etmemiştir. Ancak, araştırmacının soruları ile (191A, 193A, 195A, 197A) nasıl bir çizim yapması gerektiğini fark etmiştir. Öncelikle dikdörtgen bir çizim yapmıştır. Ardından ise Oktay'ın ne kadarlık bir alanı görebileceğini hesap ederek çiziminden vazgeçmiş ve



yeni bir çizim yapmıştır. Şeyma bu çizimi neye göre yaptığının farkındadır (202Ş) bu da yeni yapıyı amacına uygun olarak kullandığını göstermektedir. Ancak genelleme yapamamaktadır. Metin'in bütün yıldızları görebileceğini düşünmektedir.

Araştırmacının kritik sorusu (203A), öğrenciye yaptığı hatayı fark ettirmiş (204Ş) ve hemen çözüme girişmiştir (205Ş, 207Ş). Görüş alanını tam olarak belirleyen öğrenci sorunun doğru cevabını da vermiştir (210Ş). Sonuç olarak ise öğrenci, bir önceki soruda oluşturduğu yeni yapıyı bu soruda da kullanarak soyutlama yoluna gitmiştir. Ancak tam olarak soyutlamanın olabilmesi ve pekiştirilmesi için başka bir soru üzerinde daha çalışılmıştır.

Son problemde öğrenci oluşturduğu yeni yapıyı somut bir model üzerinde görmesi sağlanmış ve böylece yeni yapının somutlaştırılarak pekiştirilmesi amaçlanmıştır. Bu probleme ait bulgular aşağıda sunulmaktadır.

*Rüzgar yapma problemi;* Son probleme gelindiğinde öğrenci son derece özgüveni yüksek bir şekilde soruyu okumuş ve özetlemiştir (214Ş). Bu anlamda problemin anlamlandırılmasında herhangi bir sorun yaşanmamıştır.

İlk bakışta iki yelpaze arasındaki farkı keşfetmiştir (218Ş). Bunu nasıl ispat edebileceği sorulduğunda ise tereddüt etmeden “keserek” (222Ş) cevabını vermiştir. Bu cevap karşısında araştırmacı öğrenciden düşündüğünü yapmasını istemiştir.

Öğrenci iki yelpazeyi kesip üst üste koyarak karşılaştırmıştır. Öğrencinin iki yelpazenin açıklığını bu şekilde karşılaştırma düşüncesi önceki sorularda edindiği bilgiyi kullanmasıyla ortaya çıkmıştır. Genişlik ve darlıklarına bakarak iki yelpaze arasında seçim yapmıştır. Bu ise öğrencinin soyutladığı bir bilgiyi model yardımı ile pekiştirdiği anlamına gelebilir.

Sonuç olarak öğrenci, üç problem sayesinde yeni bir bilgi edinmiştir. Bu bilginin oluşma süreci mercek altına alınarak incelenmiştir. Araştırmacı, son olarak öğrenciden üç soru arasındaki ilişkiyi sormuş ve bir adlandırma yapmasını istemiştir.

Öğrenci sorular arasındaki benzerliğin farkına varmıştır ve bunu ortak bir şekilde (Şekil 20) gösterir:



### Şekil 20. Şeyma'nın Üç Problem İçin Ortak Şekil Çizimi

Çizdiği şeklin her üç soru için hangi anlama geldiği konuşulmuş ve öğrencinin kullandığı açıklık, görüş alanı gibi ifadelerden (235, 239Ş) öğrencinin yapıyı soyutladığı çıkarılmıştır. Ancak öğrenci çizdiği bu şekle isim olarak “büyüklük” demeyi uygun seçmiştir.

Şeyma'nın bu açıklaması, örnek olay çalışmasının amacına ulaştığını göstermektedir. Öğrenci, bir önceki etkinlikte oluşturduğu yeni yapıyı tanıyıp kullanarak oluşturduğu yeni yapıyı farklı bir etkinlikte tanıyıp soyutlamaya ulaşmıştır. Ancak, kavramın adlandırılması genellikle öğrencilere güç gelen bir eylem olmuştur ve çoğunlukla beklenen sonuç alınamamıştır.

*GME grup ve bireysel örnek olay çalışmasının karşılaştırılması;* GME grup çalışması 23 dakika ve bireysel çalışma 20 dakika sürmüştür. Bu durumda GME yaklaşımı için grup ve bireysel çalışma arasında zaman farkı bulunmamaktadır. Bu da öğrencilerin GME soruları ile aynı zaman diliminde bilgiyi oluşturduklarını göstermektedir.

*Gol atma problemi;* Grup ve bireysel çalışmada öğrencilerin hepsi hem A ve B noktalarından kaleyi gören birer açı çizmiş (açı olduklarını bilmeden) hem de çizdikleri bu iki açı arasındaki mesafeyi karşılaştırmışlardır. Sonuca aynı çözüm yolu ile ulaşmışlardır. Bireysel çalışma yaklaşık 6 dakika ve grup çalışması yaklaşık 5 dakika kadar sürmüştür. Yeni bilgiyi oluşturma süreçleri çok zaman almamıştır.

*Yıldız İnceleme Problemi,* Grup çalışmasında ve bireysel çalışmada öğrenci çizimleri arasında belirgin bir fark görülmüştür. Her öğrenci kendine göre bir çizim yapmıştır. Bireysel çalışmada öğrenci başlangıçta ne tür bir çizim yapacağını belirleyememiş ve bunu belirlemek uzun zamanını almıştır. Ardından teleskopu

başlangıç noktası seçerek bir önceki etkinlikte oluşturduğu yeni yapıyı kullanmayı ve soyutlamayı başarmıştır. Grup çalışmasında ise; öğrenciler yine birbirlerinden farklı çizimler yapmışlardır. Başlangıç noktalarını belirlemeleri ve görüş alanını sınırlandırmaları bireysel çalışmaya oranla çok kısa bir sürede gerçekleşmiştir ancak Barış görüş alanını dar tutarken, Umut daha geniş açılı bir çizim yapmıştır. Yine de grubun yaptığı çizimler yıldız sayısını epey sınırlandırmakta, bireysel çalışmada ise neredeyse yıldızların tamamını içermektedir. Bu da öğrenciler arasında çeşitli bakış açısı farkları olabileceğini ancak oluşturdukları yapıyı doğru bir biçimde kullanıp soyutlamaya ulaşmalarına engel olmadığı görülmüştür. Ayrıca öğrenciler çizimlerini belli bir amaç doğrultusunda yapmışlardır ve çözüme aynı yolla ulaşmışlardır. Bireysel çalışma yaklaşık 8 dakika, grup çalışması ise 6 dakika sürmüştür.

*Rüzgar yapma problemi;* Grup ve bireysel çalışmadaki öğrenciler, son problem için çizim yapmamışlardır. Bu problemde soyutladıkları bilgiyi model yardımıyla pekiştirmişlerdir. Öğrencilerin son problemde izledikleri çözüm yolları farklı olmuştur. Bireysel çalışmada öğrenci, her iki yelpazedeki açıklığı iki yelpazeyi keserek üst üste koyup karşılaştırma yapmıştır. Grup çalışmasında ise; öğrenciler yelpazeler arasındaki açıklığı karşılaştırabilmek için araç olarak ‘kalem’ kullanmışlardır. Kalemin üzerindeki kelimeyi referans alarak yelpazelerin açıklığını, kelimenin hangi harfinde başlayıp hangi harfinde bittiğini ölçerek yapmışlardır. İki çalışmada da başarılı bir sonuç elde edilerek öğrenciler oluşturdukları açıklık kavramını pekiştirmişlerdir. Bireysel çalışma yaklaşık 4 dakika, grup çalışması ise 7 dakika sürmüştür. Son problemde zaman farkının olmasının sebebi grup çalışmasında öğrencilere kendi yöntemleri dışında farklı bir yöntemle ispat yapıp yapamayacaklarını sorması ve bunun üzerine tartışılmasıdır.

*Üç problemin birlikte değerlendirilmesi;* Grup çalışmasında öğrenciler üç problemin de birbirine çok benzediğini ve bu benzerliği *açıklık* olarak ifade edebileceklerini belirtmişlerdir. Ortak şekil olarak ise bir aç çizmişler ve “açıklık-kapalılık” adı vermişlerdir. Bu da öğrencilerin oluşturdukları yeni bilgiyi soyutladıklarını göstermektedir. Bireysel çalışmada ise; öğrenci problemler arasında benzerlikler olduğunu ve bu benzerliği *aradaki mesafe* olarak ifade edebileceğini belirtmiştir. Ortak şekil olarak ise grup çalışmasındakine benzer bir aç çizmiş ve bu

şekle “büyüklük” adını vermiştir. Adlandırma ne olursa olsun öğrenciler bilgi oluşturma sürecini gerek benzer gerekse de farklı çözüm yolları ile gerçekleştirmişler ve soyutlamalara ulaşmışlardır. Grup çalışması yaklaşık 5 dakika ve bireysel çalışma 2 dakika sürmüştür.

### **3.1.4 Gerçekçi Matematik Eğitimi Problemlerinin Değerlendirilmesi**

*Gol Atma Probleminin Değerlendirilmesi;* Gol atma probleminden beklenen performans, hem grup hem bireysel çalışmada amacına ulaşmıştır. Öğrenciler, futbolcu Arda'nın kaleyi hangi noktadan daha iyi gördüğünü belirlemişlerdir ve her iki noktaya göre görüş mesafesinin ne kadar olduğunu kendilerinin yaptığı çizimler ile ispatlamaya çalışmışlardır. Ayrıca, bu düşüncelerini sözlü olarak ifade etmişlerdir.

Ancak, grubun yaptığı çizim ile bireysel öğrencinin yaptığı çizimler karşılaştırıldığında; grup A noktasından kaleyi görüş açısını bireysel öğrencinin A noktasından kaleyi görüşüne oranla farklı çizmişlerdir. Grup, kaleciye bakarak çizimini biraz daha dar yapmıştır ve kaleciye göre konumu ayarlayamamışlardır (Şekil 13). Sonuç olarak ise, problemin şeklinde verilen “kalecinin” soruda olmamasının problemin çözümünde etkili olmayacağı ve olmadığı takdirde sorunun çözümünün daha açık olarak ifade edilebileceği düşünülmektedir. Kalecinin olmaması durumunda, yine öğrenciler noktaların buldukları yerden kaleyi nasıl gördüklerini hesaplayabilirlerdi. Yani bu problem, yeni bir çalışmada aynen uygulanmak yerine “kalecinin olmaması durumu” göz önüne alınarak uygulanabilir.

*Yıldız İnceleme Probleminin Değerlendirilmesi;* Yıldız inceleme problemi, örnek olay çalışması için yeni bir problem olmuştur. Öncesinde “Kuş Gözetleme” adlı bir problem oluşturulmuş ancak pilot çalışmada problemin amacına hizmet etmediği ortaya çıkmış ve yerine “Yıldız İnceleme Problemi” oluşturulmuştur. Oluşturulan bu problemde beklenen performanslar ise büyük ölçüde karşılanmıştır. Öğrenciler problemi, anlayıp kendi cümleleri ile ifade etmişlerdir. Öğrencilerin başlangıçta “teleskop” kelimesinin anlamını tam olarak bilemeyecekleri düşünülmüştür. Ancak, öğrenciler bu kavramın anlamını ve amacını net bir şekilde belirtmişlerdir. Yıldız inceleme sürecinde grup öğrencileri, teleskopun görüş açısının sınırlarını belirlemenin problemin çözümüne yardımcı olacağını düşünmüştür. Bireysel çalışan öğrenci ise

başlangıçta yıldızları sayma girişiminde bulunmuştur. Ardından birkaç faydasız yöntem denemiştir ve en sonunda sınırları belirlemenin yardımcı olacağı fikrine varmıştır. Son olarak ise, teleskopun görüş açılarını belirlemişler ve çizimlerini bu yönde yapmışlardır. Öğrenciler neden bu çizimleri yaptıklarının ve bu çizimleri neyi açıklamak için kullanacaklarının farkındadırlar.

Ancak, grup ve bireysel çalışmadaki çizimler karşılaştırıldığında; öğrencilerin belirledikleri sınır çizgileri arasında farklılıklar vardır. Bireysel çalışan öğrenci, teleskopun görüş açısını (sınırları) tüm yıldızları kapsayacak açıklıkta belirlemiştir. Grup çalışmasında ise öğrenciler; teleskopun görüş açısını yıldızların tümünü almadan oldukça sınırlı daha dar bir çizimle göstermişlerdir. Hatta grup öğrencileri kendi içlerinde bile çizim konusunda ayrılmışlardır. Bunun sebebi olarak, öğrencilerin daha önce teleskop ile ilgili bir deneyim yaşamamış oldukları düşünülmüştür. Bu nedenle, teleskoptan baktıklarında ne kadarlık bir alanı görebileceklerini kestirememektedirler. Bu açıdan bakıldığında aslında başlangıçta bu soru GME'ye uygun olarak planlanmış ve uygulamaya geçilmiştir. Ancak, bu noktada öğrencilerin bu deneyimi yaşamamış olma fikri öğrenci farklılıklarını doğurmuş ve GME'nin bağlamsallığını zayıflatmıştır. Ancak GME yaklaşımı, sadece yaşanmış durumlar üzerinde değil yaşanması muhtemel durumları da içermektedir. Bu nedenle; problem amacına hizmet etmiş ve öğrencilerin açı oluşturma ihtiyacını karşılamıştır. Sonuç olarak ise, öğrenciler beklenen cevabı vermişlerdir.

Bu problemin yeni bir çalışmada kullanılması durumunda ise, problemin bağlamsallığını zayıflatan faktör göz önüne alınmalıdır. Araç olarak teleskop tercih edilmeyebilir ya da zayıf faktörü tamamen kaldırıp problem tümüyle değiştirilebilir.

*Rüzgar Yapma Probleminin Değerlendirilmesi;* Rüzgar yapma probleminde beklenen performans, oluşturmaları gereken kavramsal yapıyı modellerden yararlanarak farkına varmaları ve önceki problemde oluşturdukları yapıyı pekiştirmeleridir. Grup çalışmasında öğrenciler ilk iki problemde edindikleri deneyim sayesinde bu problemi çabuk bir şekilde çözümlenmişlerdir. Ayrıca, diğer problemlerle ilişkilendirerek oluşturdukları “açıklık” yapısını pekiştirmişlerdir. Bireysel çalışmada da öğrenci; problemi kolayca çözümlenmiş ve hemen iki yelpaze arasındaki açıklıkları karşılaştıracağını fark etmiştir. Bunun sebeplerinden biri; problemin yaşamsallığının ve

ihtiyacın belirgin olması, bir diğeri de; ilk iki problemde de çizimleri arasındaki açıklıkları karşılaştırma ihtiyacı duymuş olmalarıdır. Sonuç olarak ise, öğrencilerin bu problemdeki ispat yöntemleri farklı olmasına rağmen, önceki problemlerdeki çizimleri ve oluşturdukları yapı sayesinde kavramı bir model yardımı ile pekiştirmişlerdir.

Bu problemin yeni bir çalışmada kullanılması durumunda; aynen uygulanmasında bir sakınca görülmemiştir. Ancak, ilköğretim seviyesine daha iyi hitap eden görsellere ulaşıldığı takdirde problemin görsellerinin değiştirilmesi, problemi öğrenci için daha uygun hale getireceği düşünülmektedir.

*Üç problem birlikte değerlendirildiğinde;* GME örnek olay çalışmalarının GME'ye uygun olup olmadığı incelenmiştir. Bireysel ve grup örnek olay çalışması GME'nin üç temel ilkesi doğrultusunda planlanmıştır. Deneysel çalışma gerçekleştirildikten sonra da GME'nin temel ilkeleri doğrultusunda analiz edilmiş ve çalışmanın üç temel ilkeyi gerçekleştirdiği görülmüştür.

*Sürecin yeniden keşfi* ilkesinin gerçekleşebilmesi için; yatay matematikleştirmeye uygun problem durumları bulmak, öğrencileri bu problem durumları ile baş başa bırakmaktır. Bu çalışmada öğrencilere matematiksel olmayan, yaşamsal olgular içeren problemler sunulmuştur. Öğrencilere bu problemler üzerinde tartışma fırsatı verilmiş ve kendilerini çeşitli yollarla (sözlü, yazılı, beden dili...) ifade etmişlerdir. Öğrenciler bu çalışmada yatay matematikleştirmeye uygun davranışlar sergilemişler ve seviyelerine uygun olarak matematiksel bir kavram "açı" oluşturmayı başarmışlardır. Ancak dikey matematikleştirmeyi gerçekleştirememişlerdir. Kavramı, "açıklık" ya da "büyüklük" gibi terimlerle ifade etmişler ve matematiksel "açı" kavramını kullanmamışlardır.

*Yönlendirilmiş keşfetme ilkesinin* gerçekleşebilmesi için; Öğrencilerin matematik yapma ihtiyacı hissetmeleri gerekmektedir. Ayrıca, kendilerinin geliştirecekleri bir yöntem ya da çalışmayı uygulamaları için fırsat verilmelidir. Bu çalışmada; Öğrenciler üç problem için de kendilerine bir sınır, bir görüş açısı belirleme ihtiyacı hissetmişler ve belirledikleri bu açıları, açıklıkları ya da büyüklükleri birbirleri ile karşılaştırmışlardır.

*Kendi kendine gelişen modeller ilkesinin* gerçekleştirilebilmesi için ise; Öğrencilerin problemi çözebilmek için model geliştirmeleri gerekmektedir. Bu çalışmada; Öğrenciler, matematiksel bir sayı ya da sembol kullanmamalarına rağmen

grup çalışmasında, açıların açıklıklarını ölçebilmek için kalemi (hatta makası cetvel gibi) araç olarak kullanıp kalemin üzerindeki harfleri referans alarak dolaylı bir ölçüm yapmışlardır. Kendileri bir ispat yöntemi geliştirmiştir. Ayrıca, bireysel çalışmada öğrenci, yelpazeleri kesip, iki yelpazeyi üst üste koyarak büyüklüklerini karşılaştırmış ve hangisinin büyük olduğunu ispatlamaya çalışmıştır.

Sonuç olarak; bu çalışmanın GME'nin üç temel ilkesini gerçekleştirdiği söylenebilir ve bu bakımdan GME'ye uygun bir çalışma olarak görülmüştür. Aşağıda ise yapılandırmacı yaklaşımın örnek olay çalışmasına ait bulgulara yer verilmiştir.

### **3.2 Yapılandırmacı Yaklaşım Örnek Olay Çalışmalarına Ait Bulgular**

Yapılandırmacı Yaklaşımına ait çalışmalar, Gerçekçi Matematik Eğitimi çalışmalarında olduğu gibi bir grup ve bir bireysel çalışmadan oluşmaktadır. Bu çalışmalarda öğrencilere bir çalışma kağıdı verilmiştir. Bu çalışma kağıdında bir etkinlik sorusu yer almaktadır. Bu sorunun daha ayrıntılı analiz edilebilmesi için soru 3 alt şıkka bölünmüştür. Sorular bağlamsal değildir. Yani, gerçek yaşam ile hiç ilgisi yoktur.

Grup çalışması ve bireysel çalışmada toplam 3 öğrenci ile çalışılmıştır. Aşağıda öncelikle grup çalışmasına yer verilmiştir.

#### **3.2.1 Yapılandırmacı Yaklaşım Grup Örnek Olay Çalışması**

Yapılandırmacı yaklaşım grup çalışması Ömer (Ö) ve Onur (O) adlı öğrencilerle yürütülmüştür. Öğrenciler ile yapılan bu görüşme 20 dakika sürmüştür. Öğrencilere gerekli yönerge bilgisi verildikten sonra çalışma kağıdı verilmiştir.

243A: Ne görüyorsunuz şekillerde? Tanıyor musunuz?

244O ve Ö: Açılar

245A: Açı ne demektir biliyor musunuz?

246Ö: Yönü olan, oklarla gösterilen, kolları olan ve sonsuza uzayan şekildir.

247A: Örnek gösterebilir misin?

248O: Dolap açıldığında

249A: Başka?

250Ö: Kitaplarda, kapı açıldığında.

Öğrenciler şekilleri bir müddet inceledikten sonra açılı olduklarını söylemişlerdir. Araştırmacı, açılı kavramını bildiklerini teyit etmek için açılı kavramı ile ilgili birkaç soru sormuş ve öğrencilerin açıklamalarını istemiştir. Öğrencilerden gelen cevaplar üzerine çalışmaya etkinliğin aşikkı ile başlanmıştır.

251A: a şikkını okur musun Onur? Bizden ne istiyor?

252O: Gruplandırılmamızı.

253A: Yüksek sesle konuşun. Aranızda tartışın

254O: Hepsi farklı yönleri gösteriyor. Bu yukarıyı gösteriyor, burası sağı.

255A: Peki, gösterdiğin yön dışında neye göre gruplandırabilirsiniz.

256Ö: Bunlar birbirinden farklı.

Öğrenciler şekillerin yönlerinden yola çıkarak şekilleri gruplandırmaya düşünmüşlerdir. Ancak herhangi bir sonuç elde edememişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı, açılıların benzer yanlarının olup olmadığını sormuştur. Grup benzerliklerin olduğunu söylemiştir.

257Ö: Şununla şu benzer.

258A: Peki bu şekle benzeyen bir şekil var mı?

259Ö: Burada.

260O: Bu da var.

261A: Güzel. Gruplandırabilir misiniz o zaman şimdi?

262O ve Ö: Evet.

263A: İlk önce hangilerini gruplandırmak istersiniz?

264O: Bunları.(Geniş)

Öğrenciler sırayla 1. Grubu çizmişler ve gruptaki şekillere numara vermişlerdir. Üç şekil çizdikten sonra başka benzer şekil olmadığını söylemiş ve diğer gruplandırmayı (dar) yapmışlardır. Son olarak ise kalan üç şekli çizip sonuncu grubu oluşturmuşlardır.

265A: Pekala kaç gruplandırma yaptınız?

266O: 3 gruplandırma yaptık.

267A: Neye göre gruplandırma yaptık?

268Ö: Benzeyip benzemediğine göre.



269A: Peki, şu iki grup arasındaki fark nedir? (Dar ve geniş).

270Ö: Bunların kolları birbirine daha yakın, bunların uzak.

271A: Peki bu grupla (dik) diğer grupları (dar ve geniş) karşılaştırırsanız? Bu grubu nereye koyarsınız?

272Ö: Bunlara göre (dar) bunun uzak, bunlara göre (Geniş) yakın.

273A: Sence Onur? Ömer'e katlıyor musun?

274O: Evet.

275Ö: Bu grup ortada kalıyor.

Çizimleri tamamlamalarının ardından öğrencilerden adlandırma yapmaları istenmiştir.

276A: Son olarak grupları nasıl adlandırırsınız?

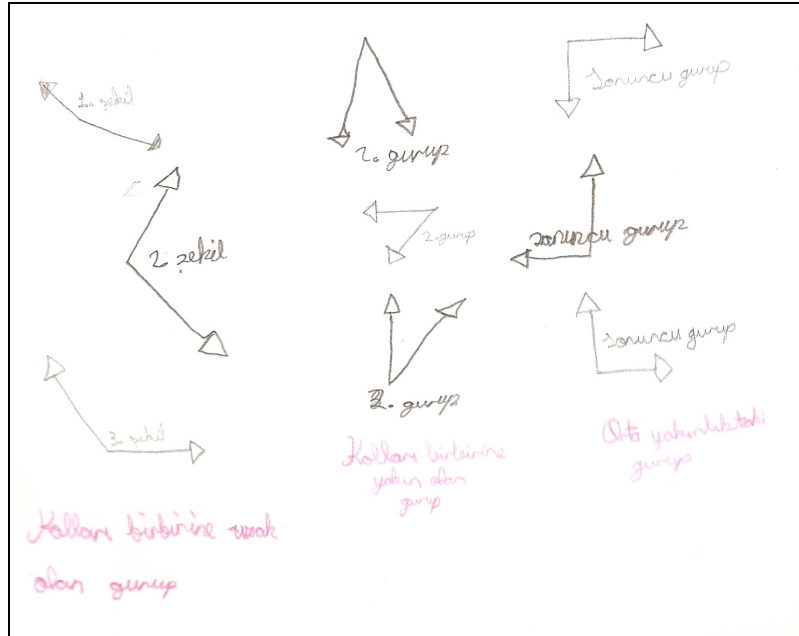
277Ö: 2. Gruba kolları birbirine yakın olan grup diyelim

278A: Peki. 1. gruba?

279O: Kolları birbirine uzak olan grup.

280A: Sonuncu gruba?

281Ö: Orta yakınlıktaki grup.



Şekil 21. Ömer ve Onur'un çizimi

Şekil 21’de görüldüğü gibi öğrenciler, şekilleri üç grupta toplamışlardır. Bunu gruplara numara vererek yapmışlardır. Öğrenciler çizimleri, sorulardaki şekillerin yön ve büyüklüklerine uygun olarak çizmişlerdir. Grupları ayrıca adlandırmışlar ve şekillerin altına yazmışlardır.

### 3.2.2 Yapılandırmacı Yaklaşım Bireysel Örnek Olay Çalışması

Yapılandırmacı yaklaşım bireysel örnek olay çalışması Elif (E) isimli bir 3. Sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Görüşme 35 dakika sürmüştür. Araştırmacının öğrenciye gerekli prosedürü anlatmasının ardından çalışma kağıdı öğrenciye verilmiştir. Araştırmacı, öğrenciye kağıtta gördüğü şekilleri daha önce görüp görmediğini sormuştur.

282E: Açılar görüyorum.

Araştırmacı öğrencinin aç kavramını bildiğini teyit etmek için öğrenciye birkaç soru yöneltmiştir.

283A: Aç nedir peki?

284E: İki kolu olan ve kolları sonsuza kadar uzanan şekildir.

285A: Açıya çevrenden bir örnek verebilir misin?

286E: Atatürk’ün resminde var, bardağınızın tutma yerinde de var...

287A: Peki, a şikkını oku bakalım.

288E: (Okur) Şu ikisini gruplandırabiliriz.

289A: Neden?

290E: Çünkü o ikisi birbirine benziyor.

291A: Peki, onlara benzeyen başka şekil var mı?

292E: Şu var ama biraz küçük yine de olabilir.

293A: Başka bir gruplandırma yapsan?

294E: Kolları çok açılan ve biraz açılan. Onları gruplandırabiliriz.

Araştırmacı öğrencinin bu cevabı üzerine kolları açık ve biraz açık olan grubu göstermesini istemiş ve öğrenci eliyle göstermiştir. Öğrenci, kolları açık grup ile geniş açıyı, kolları biraz açık grup ile dik açıyı anlatmak istemiştir. Araştırmacı, öğrenciden kolları biraz açık grubu açıklamasını istemiştir.

295E: Orta açık. Hem kapalı hem açık.

296A: O zaman başla gruplandırmaya. Hangisinden başlayacaksın?

297E: Darlardan bir de genişlerden.

298A: Hangileri dar? Hangileri geniş?

299E: Şunlar, şu dar ve bunlar geniş. (Gösterir ve çizer).

Öğrenci, şekilleri dar ve geniş olarak gruplandırmıştır. Gruplandırma yaparken adlandırma da yapmış ve 1. grubun üstüne dar, ikinci grubun üstüne geniş yazmıştır. Son olarak ise, kalan şekilleri gruplandırır.

300A: Güzel. Hangileri kaldı şimdi?

301E: Şunlar. Bunlar dar, hem de geniş, biraz değişik

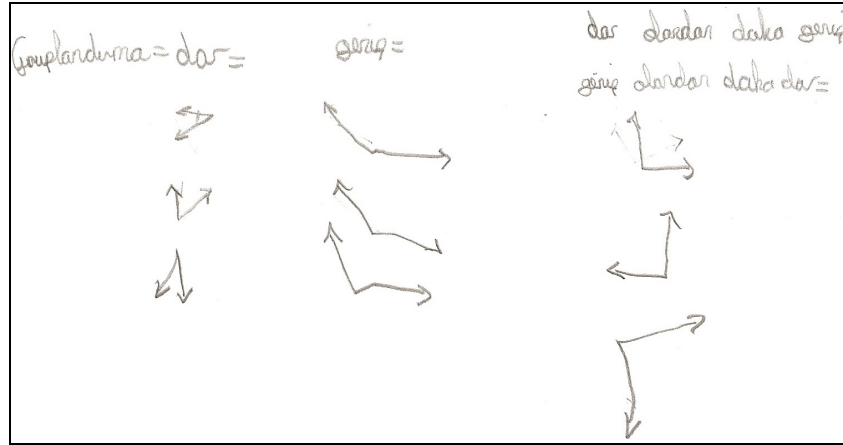
302A: Dar diyebilir misin ?

303E: Dar diyemem, çünkü biraz geniş o

304A: Geniş?

305E: Geniş de diyemem.

Öğrenci, bu noktada son gruba isim vermekte oldukça zorlanmıştır. Uzun bir süre düşünmüş ve karar verememiştir.



**Şekil 22.** Elif'in çizimi

Şekil 22'de görüldüğü gibi Elif, şekilleri üç gruba ayırmıştır. Bunu numaralandırma yöntemini kullanmadan yapmıştır. Öğrenci çizimlerini sorudaki şekillere uygun yön ve büyüklükte yapmıştır. Ayrıca, adlandırmayı gruplandırma ile aynı anda yapmış ve üzerlerine yazmıştır.

306A: Son olarak ne söylemek istersin bu grup için?

307E: Dar olandan daha geniş, geniş olandan daha dar grup.

### 3.2.3 Yapılandırmacı Yaklaşım İle İlgili Bulguların Değerlendirilmesi

*Grup örnek olay çalışmasında;* öğrencilerin şekiller hakkında daha önceden kavram bilgisine sahip oldukları (244O ve Ö, 246Ö, 248O ve 250Ö) ancak ilerleyen diyaloglarda açı kavramının sınıflandırılması ile ilgili hiç bir ön bilgiye sahip olmadıkları anlaşılmaktadır.

Öğrenciler, gruplandırmayı benzerlikten faydalanarak (268Ö) yapmışlardır. Birbirine benzeyen şekilleri bir grupta toplamış ve toplam 3 grup oluşturmuşlardır. Öğrencilerden beklenen performans, öncelikle dar ve geniş grubu ardından ise dik grubu oluşturmalarıdır. Öğrenciler, beklenen performansa yönelik hareket etmişlerdir.

Bu noktada öğrenciler kavram bilgisine sahiptir ve şekilleri gördüklerinde tanıma eylemi gerçekleşmiştir. Bunun üzerine öğrencilerin, kolların birbirine göre durumunu belirten, “daha uzun, daha yakın ve ortada” kavramlarını kullanmış olmaları (270Ö, 272Ö, 275Ö) aslında yeni yapıyı oluşturmaya başladıklarının göstergesidir. Bu noktada diğer öğrencinin pasifliği (O) gözden kaçmamıştır. Ancak, adlandırma kısmındaki etkinliği ile konuya hakim olduğu anlaşılmıştır.

Bununla beraber, dar ve geniş açıları rahatlıkla kolların yakınlık ve uzaklıklarına göre karşılaştırabilen gruba geniş ve dik ya da dar ve dik açı arasındaki açıklık sorulduğunda sessizlik oluşmuştur. Bu noktada araştırmacının dik açı grubunu uzaklık ve yakınlığa göre karşılaştırıldığında nereye koyacaklarını sormasının (271A) üzerine sorun giderilmiştir. Sonuç olarak ise son grubu, “orta yakınlıktaki grup” olarak adlandırmışlardır.

Bu ayrımı yaptıklarında aslında zihinlerinde yeni bir grupla beraber yeni bir yapı da oluşmuştur (272Ö, 274O). Açıların üç grupta toplanabileceği, bu grupların açıların kolları arasındaki mesafelere bakarak yapılabileceği ve bunun sonucunda açıları, uzak yakın ve orta mesafedeki açıları olarak adlandırılabilen fikri oluşmuştur. Ayrıca grup, neye göre adlandırma yaptığının farkındadır. Çünkü öğrenciler, grupları

adlandırabilmek için neye göre gruplandırma yaptıklarını belirten ifadeler kullanmışlardır (Şekil 21).

Ömer ve Onur'un gruplardaki adlandırmayı uygun olarak yapmaları (277Ö, 279O, 281Ö), grupları doğru şekilde oluşturmaları ve adlandırma yaparken neye göre gruplandıklarını farkında olmaları öğrencilerin 3. Sınıf seviyesinde açı çeşitleri bilgisini oluşturduklarını gösterir.

Gerçekçi Matematik eğitiminin grup çalışmasında yaşanan sıkıntı bu yaklaşımda da görülmüştür. Ancak, bu çalışmada aktif ve pasif olma durumu farklı olmuştur. Başlangıçta Ömer sessiz kalmış, Onur aktif rol üstlenmişken, çalışmanın devamında Onur sessiz olmayı tercih etmiş ve Ömer aktifleşmiştir. Yani, öğrenciler dönüşümlü şekilde birbirlerini tetiklemişler ve çalışmanın amaca ulaşmasını sağlamışlardır. Araştırmacının soruları ve grup arkadaşının etkisi ile öğrenciler neyi neye göre yaptıklarını farkında olmuşlardır. Sonuç olarak ise; grup çalışmasının bilgi oluşturma sürecindeki önemi ortaya çıkmıştır.

*Bireysel örnek olay çalışmasında:* öğrencinin şekiller hakkında daha önceden kavram bilgisine sahip olduğu (282E, 284E, 286E) ancak ilerleyen diyaloglarda açı kavramının sınıflandırılması ile ilgili hiç bir ön bilgiye sahip olmadığı anlaşılmaktadır.

Öğrenci benzerlikten yararlanarak hemen gruplara ayırma çabasına girmiştir (290E). Birbirine benzeyen şekilleri bir grupta toplamış ve toplam 3 grup oluşturmuştur. Öğrenciden beklenen performans, önce dar ve geniş açıları sonrasında dik açıyı gruplandırması idi. Öğrenci de beklenen performansa uygun hareket etmiştir. Önce dar ve geniş açıları gruplandırmıştır (297E).

Bu noktada öğrenci, kavram bilgisine sahiptir ve şekilleri gördüğünde tanıma eylemi gerçekleşmiştir. Bunun üzerine öğrencinin, “açı ve açıklık” kavramlarını kullanması (294E, 295E), aslında yeni yapıyı oluşturmaya başladığının göstergesidir.

Çalışmanın sonunda, öğrenci doğru bir şekilde gruplandırma yapmıştır. Bu da öğrencinin tanıdığı bir yapıyı gruplandırma yapabilmek için kullandığı göstermektedir. Yani, öğrencinin kullanma eylemini de gerçekleştirdiğini göstermektedir.

Öğrencinin diyalogları ve çizimleri incelendiğinde öğrenciden beklenen performansları sırasıyla sergilediği görülmektedir. Gruplandırmayı genişlik ve darlığa göre yaptığını, 3 gruba ayrıldığını belirtmesi (290, 292, 294, 295, 299 ve 301E) yeni bir bilgi oluşturduğunu gösterir. Var olan açı kavramı bilgisini tanıyıp kullanarak, açıları doğru bir şekilde sınıflandırmış ve “açı çeşitleri” bilgisini kazanmıştır.

Ancak öğrenci, dik açı grubunu adlandırırken sıkıntı yaşamıştır. Uzun bir sessizliğin ardından hangisinin daha geniş olduğuna karar vermekte zorlanmıştır. Gruplar arasındaki bu çizgiyi belirleme ihtiyacı oluşturduğu yeni yapıyı pekiştirmiş ve soyutlamaya ulaştırmıştır.

Dik açı grubuna nasıl bir isim vereceği konusunda tereddüt yaşayan öğrenci, şekillerin biçimlerine ve açıklıklarına bakarak (295E), genişlik ve darlıklarını inceleyerek (307E) “Dar olandan daha geniş, geniş olan daha dar grup” adını vermeyi uygun bulmuştur. Sonuç olarak öğrenci çalışmanın sonunda açı çeşitleri bilgisini oluşturmuş ve yaptığı pekiştirmelerle soyutlamaya ulaşmıştır.

*Yapılandırmacılıkla ilgili grup ve bireysel örnek olay çalışmaları karşılaştırıldığında;* göze çarpan en önemli farklılık iki çalışma arasındaki süre farklılığıdır. Grup çalışması, bireysel çalışmanın yarısı kadar bir zaman diliminde gerçekleştirilmiştir. Bunun sebebi olarak, grup etkileşiminin bilgi oluşturma sürecine katkı sağlamasının yanı sıra süreci çabuklaştırdığı düşünülmektedir. Bireysel çalışmada ise, yine soyutlamalara ulaşılırken sürecin gerçekleşme süresi uzamaktadır. Bu farklılığın dışında ise önemli bir fark gözlenmemiştir. Her iki çalışmada da soyutlamaya ulaşılmıştır. Ancak gerek grup çalışmasında gerekse de bireysel çalışmada araştırmacının yönlendirici ve deneysel sorularının çalışmaların sürekliliği ve etkinliğinin sağlanmasında büyük paya sahip olduğu gözlemlenmiştir.

### **3.2.4 Yapılandırmacı Yaklaşım Etkinliğinin Değerlendirilmesi**

Yapılandırmacı yaklaşım etkinliği, öğrencinin bilgiyi kendisinin edinmesi için hazırlanmıştır. Bu etkinlik ile bilgi birey tarafından yapılandırılmıştır. Grup çalışmasında ve bireysel çalışmada öğrenciler süreçte aktif bir rol üstlenmiştir ve açı çeşitleri bilgisini oluşturmuşlardır. Bu etkinlik ile öğrenciler kendilerine özgü biçimde

öğrenmişlerdir. Grup çalışmasında etkileşimin daha fazla olması sürecin akışını hızlandırmıştır. Bireysel çalışmada bu süreç biraz zaman almış ancak öğrenci kendi yöntemi ile çözüm üretmiş ve yeni yapıyı oluşturmuştur.

Sonuç olarak hazırlanan ve uygulanan bu etkinlik; öğrencilerin çizimleri ve diyalogları dikkate alındığında yapılandırmacı yaklaşıma uygundur ve yaklaşımın beklentilerine cevap vermiştir. Bu etkinliğin yeni bir çalışmada uygulanmasının herhangi bir sakıncası görülmemiştir.

### **3.3 Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacı Yaklaşım Kuramlarına ait Bulguların Karşılaştırılması**

Gerçekçi Matematik Eğitimi örnek olay çalışmaları toplam 43 dakika, Yapılandırmacı Yaklaşım örnek olay çalışmaları toplam 55 dakika sürmüştür. GME yaklaşımında grup ve bireysel çalışma süreleri neredeyse eşit iken, yapılandırmacı yaklaşımda bireysel çalışmanın süresi, toplam sürenin dörtte üçünü oluşturmaktadır. Bunun sebebi olarak iki madde üzerinde durulmaktadır. Birincisi, öğrenciler arasında bireysel farklılıklar vardır ve farklı sürelerde soyutlamaya ulaşabilirler. İkincisi ise; iki kuramın iç içe olmasına rağmen, yapılandırmacı yaklaşımın bireysel çalışmaya müsait olmadığı, GME yaklaşımı için ise, böyle bir sonucun söz konusu olmadığı söylenebilir.

Açı kavramının oluşturulmasında GME ve Yapılandırmacı Yaklaşımın farklı katkıları olmuştur. Bunlardan birincisi; hiçbir ön bilgiye sahip olmadıkları bir kavramın elde edilmesinde GME'nin bağlamsal yapısı çok etkili olmuştur. Bağlamsal içerikli 3 problem, öğrencilerin yeni bilgiyi oluşturabilmeleri için onları yaratıcılığa ve yeni fikirler üretmeye yöneltmiştir. Bu düşünceler ve yeni fikirler sayesinde öğrenciler uygun çizimler yapmış ve bu çizimlerini neye göre yaptıklarını yorumlamışlardır. Sonuç olarak ise; daha önceden haberdar olmadıkları bir kavramı farklı bir adlandırma ile tanımlamayı başarmışlardır. Yapılandırmacı yaklaşımda; etkinlik çalışması sayesinde öğrenciler, daha önce bilmedikleri bir gruplamayı yapmışlar ve bu gruplandırmayı neye göre yaptıklarını açıklamışlardır. Bunu grup olarak kısa bir sürede başarırken, bireysel olarak sonuca ulaşmak zaman almıştır. Bu da, yapılandırmacı yaklaşımda grup etkileşiminin önemi ortaya çıkarmaktadır. Örneğin bu çalışmada, pasif kalan öğrenciyi aktifleştirme işi grup arkadaşı tarafından gerçekleştirilmiş ve bulgulara yansıtılmıştır.

Bu noktada GME ve yapılandırmacı yaklaşımın sürece olan katkısı incelendiğinde, GME yaklaşımında öğrenci sunulan bilgiden çok kendi yapıp etmeleri ile çözüme ulaşır. Yani, GME yaratıcılığın ön plana çıkmasını sağlamıştır. Yapılandırmacı yaklaşımda ise, matematiksel bir materyal üzerinde çalışılmış ve özellikleri verilen bir kavramın elde edilmesi sağlanmıştır. İkincisi ise, GME yaklaşımında kavrama ait olan şekil öğrencilerin kendisi tarafından çizilirken, Yapılandırmacı yaklaşımda çizimi verilen kavramın özellikleri üzerinde durulmuştur. Yani GME yaklaşımında, kavrama ait çizim de öğrencinin kendisi tarafından oluşturulurken, yapılandırmacı yaklaşımda bu bilgi hazır olarak verilmektedir.

Öğretim programında, 3. Sınıflara ait açı kazanımlarına ilgili bölümde yer verilmiştir. Bununla birlikte, açı kavramına ait çevresindeki modellerden örnek verilmesi ve açıyı modelleri ile çizme kazanımlarının elde edilmesinde GME yaklaşımı etkili olmuştur. Ancak, açıların sınıflandırılması konusunda ise, yapılandırmacı yaklaşımın etkili olduğu görülmektedir. Yani, bir kavramın elde edilebilmesi için iki kuramın da aynı kavramın farklı kazanımlarının elde edilmesinde kullanılabileceği gözlemlenmiştir.

Bu çalışmanın temel hususları;

- i) İki önemli matematik yaklaşımını değerlendirmek,
- ii) Bilginin oluşturulma sürecine ışık tutmak,
- iii) Öğretim görüşmelerinden elde edilen sonuçlar ile yeni çalışmalara yararlı olabilmektir.

Bu hususlar ile birlikte çalışmaya ait sonuçlara bir sonraki bölümde yer verilmiştir.



## SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmanın temel hedefi; ilköğretim öğrencileri için “açı kavramının” öğretiminde işe yarayacak bir öğretim modeli önermek ve iki yaklaşım arasında karşılaştırma yapmaktır. Bu amaçla açı kavramı ve açı çeşitleri ile ilgili hiçbir ön bilgiye sahip olmayan öğrencilerle öğretim görüşmesi yapılmıştır. Yapılan öğretim görüşmeleri mercek altına alınmış ve öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri incelenmiştir.

*GME problemlerinin gerçekliği;* GME yaklaşımının problem çözme tabanlı olması ve doğallığı matematiksel bilginin elde edilmesini kolaylaştırmış ve öğrencileri yaratıcı olmaya itmiştir. Bu yaklaşım; değişen eğitim sistemimizin gereği olan bilgiyi öğrencinin edinmesi amacıyla tam olarak karşılamaktadır. Bu çalışmaya ait problemler yaklaşıma uygun olarak hazırlanmıştır ve sonuç olarak ise, seçilen problemler beklenen matematiksel bilgiye ulaşmada aracı rol üstlenmiştir. Bu durumda, değişen eğitim sistemimizde GME Kuramı'nın bağlamsallığına yer verilmesi ile matematik öğretiminin daha verimli hale getirileceği düşünülmüştür.

*Yapılandırmacı yaklaşımın grup etkileşimi;* Yapılandırmacı yaklaşıma ait elde edilen bulgular incelendiğinde öğretim uygulamalarında etkinlik çalışmalarının bireysel çalışmaya uygun olmadığı görülmüştür. Yapılandırmacı yaklaşımın bağlamsallıktan uzak oluşu ve bireysel bilgi ediniminin zor olması bakımından öğretimde bu yaklaşıma yer verilirken dikkat edilecek hususlar gözlemlenmiştir. Bunlardan biri; etkinliklerin öğrencilerin yaratıcılık becerilerini geliştirecek nitelikte olması ve diğer husus ise; yapılandırmacı yaklaşımın bireysel uygulamada verimli sonuç vermemesidir. Ülkemizde uygulanan öğretim programının etkinlik ağırlıklı olduğu bilinmektedir. Bu durumda etkinlik çalışmalarının, mutlaka sınıf ortamında grup çalışması şeklinde gerçekleştirilmesinin öğretimin niteliğini arttıracakı düşünülmektedir.

*Soyutlamanın gerçekleşmesi;* Uygulanan bireysel ve grup görüşmeleri dikkate alınarak GME ve Yapılandırmacı Yaklaşım karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, her iki kuramda da matematiksel bilgiye ulaşılmış ve soyutlamalar gerçekleştirilmiştir. İki kuram arasında zaman kavramı ve öğretim niteliği açısından farklılıklar gözlemlenmiştir. Ancak, öğretim uygulamasında tek bir kuramın kullanılmasını önermek mümkün değildir. Bununla birlikte iki kuram “açı” kavramının farklı

kazanımlarının elde edilmesinde birlikte kullanılmış ve olumlu sonuçlar alınmıştır. Yani, öğrenme alanına ve öğretimi yapılacak kavram veya genellemelere uygun olarak her iki kuramdan da faydalanmak öğretimin bütünlüğünü sağlamaktadır. Her iki kuramında dikkat edilmesi gereken hususları vardır. Bunlar sağlandığı takdirde nitelikli öğretim gerçekleşmiş olacaktır.

Sonuç olarak, öğretim uygulamalarında önemli iki matematik yaklaşımı olan GME ve Yapılandırmacı yaklaşım; öğretimin niteliğini artırma, öğretimi kolaylaştırma ve öğretimde bütünlüğü sağlamada etkili iki yaklaşım olarak görülmüştür. Kavram öğretiminde iki yaklaşımın birlikte uygulanmasının öğretimin niteliğini arttırdığı gözlemlenmiştir. Ayrıca bu yöntemle çalışmanın döngüsel olması geriye dönüşü sağlamakta ve bilginin unutulması riskini yok etmekte aksine bilginin kalıcılığını sağlamaktadır.

Bu çalışmada bilgi oluşturma süreçlerini mercek altına alabilmek ve süreçte ışık tutmak için epistemik eylemler modeli kullanılmıştır. Bu model, öğrencilerin oluşturduğu soyutlama sürecini açıklayan, tam öğrenmenin oluşumuna katkı sağlayan ve öğretim kuramlarının seçiminde belirleyici rol oynayan bir model olarak görülmüştür. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini gözlemlerken bu modelden yararlanılabilir.

Elde edilen bu sonuçlar ışığında halen açıklama bekleyen bazı hususların olduğu düşünülmektedir. Bu çalışma, bireysel ve grup çalışmasını kapsamaktadır. Ancak, tüm sınıf veya daha çok sayıdaki öğrenci grubu için etkili olarak uygulanabilmesi ve bu tarz çalışmaların ilköğretim seviyesinde yaygınlaştırılabilmesi için neler yapılması gerektiği önemli araştırma konuları olarak görülmektedir.

## KAYNAKLAR

- Abbott, S. and T. Ryan (1999). Constructing Knowledge, Reconstructing Schooling, Educational Leadership. November, pp:66-69.
- Ahsbahs, B. A. (2004). Towards the Emergence of Constructing Mathematical Meanings. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, pp:119-126.
- Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde Gelişmeler. Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, XIX, (2), ss: 223-238.
- Altun, M. (2008). Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri için Matematik Öğretimi. Alfa Yayınları, ss.15.
- Altun, M. ve Yılmaz, A. (2008). Lise Öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi.
- Bodker, S. (1997). Computers in Mediated Human Activity. Mind, Culture and Activity. Vol. 4, ss.149-158.
- Brooks, J. G. and Brooks, M.G. (1993). The Case for Constructivist Classrooms. Virginia. ASCD Alexandria.
- Brooks, J. G. and Brooks, M.G. (1999). In Search of Understanding: The case for constructivist classrooms. Alexandria. VA: Association for Supervision and Curriculum Development. pp.21-23.
- Chi, M. T. H. , Feltovich, P. J. & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. Cognitive Science. Vol.5, pp.121-152.
- Cohen, L., Manion, L. and Morrison, K. (2002). Research Methods in Education. London: Routledge.
- Cohen D. K., McLaughlin M. W. and Talbert J.E. (1993). Teaching for Understanding: Challenges for Policy and Practice. Jossey Bass, San Francisco.

- Confrey, J. and Costa, S. (1996). A Critique of the Selection of “Mathematical objects” as a Central Metaphor for Advanced Mathematical Thinking. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, Vol.1, pp.139-168.
- Davydov, V. V. (1990). *Soviet studies in mathematics education: Vol. 2. Types of generalization in instruction: Logical and psychological problems in the structuring of school curricula.* (J. Kilpatrick, Ed., & J. Teller, Trans.), Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (Original Work Published, 1972).
- De Lange, J. (1987). *Mathematics, Insight and Meaning.* Utrecht: OW & OC, Utrecht University.
- Demirel, Özcan (2000). *Eğitimde Program Geliştirme.* Pegem A Yayınevi, Ankara, ss.233.
- Dienes, Z. P. (1961). On Abstraction and Generalization. *Harward Educational Review*; 31(3), 281-301.
- Dienes, Z. P. (1973). *The Six Stages in the Process of Learning Mathematics.* GB, Windsor. Berks: NFER Publishing Company Ltd. (Original Work Published, 1970).
- Doolittle, P. E. (1999). *Constructivism and Online Education.* IN: Online Conference on Teaching Online in Higher Education, Virginia Polytechnic Institute & State University.
- Dreyfus, T. (1991). *Advanced Mathematical Thinking Processes,* In D. Tall (Ed). *Advanced Mathematical Thinking,* (p. 25-41); Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Dreyfus, T. (2007). *Processes of the Abstraction in Context The Nested Epistemic Actions Model.* EBSCO veri tabanından 14.12.2007 tarihinde alınmıştır. Web üzerinde:  
[http://escalate.org.il/construction\\_knowledge/papers/dreyfus.pdf](http://escalate.org.il/construction_knowledge/papers/dreyfus.pdf)
- Dreyfus T., Hadas, N., Hershkowitz R. ve Schwarz B. (2004). *Teacher Guidance of Knowledge Construction.* Proceedings of the 28th Conference of the

- International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol.4, 169-176.
- Dreyfus T., Hadas, N., Hershkowitz R. ve Schwarz B. (2006). Mechanisms for Consolidating Knowledge Constructs. Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, pp. 465-472. Prague: PME.
- Dreyfus T., Hadas, N., Hershkowitz R. ve Schwarz B. (2007). Abstracting Processes, from Individuals' Constructing of Knowledge to a Group's 'Shared Knowledge'. Mathematics Education Research Journal, Vol.19, No.2,41-68.
- Dreyfus, T. and Tsamir, P. (2001). Ben's Consolidation of Knowledge Structures About Infinite Sets. Technical Report, Tel Aviv, Israel.
- Driscoll, M.P.(1994). Psychology of Learning for Instruction. Boston: Allyn&Bacon.
- Duffy ve Cunningham (1996). Constructivism: Implications For The Design And The Delivery of Instruction. Jonassen, D. H. (Ed.). Handbook of Research for Educational Communications And Technology. New York: Simon & Schuster Macmillan, pp.170-198.
- Eggen, P. ve Kauchak, D. (2004). Educational Psychology: Windows on Classrooms 6/E. Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.
- Euclid, A. (1956). Euclid's Elements (Translator and Editor: T.L. Heath). New York: Dover
- Erlandson, D. A., Harris, E. L., Skipper B.L. & Allen S.T. (1993). Doing Naturalistic Inquiry: A Guide to Methods, Beverly Hills, CA: Sage.
- Fidan, N. (1986). Okulda Öğrenme ve Öğretme. s.65, Ankara: Kadioğlu Matbaası.
- Freudenthal, H. (1968). Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. Educational Studies in Mathematics, 1, 3-8.
- Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an Educational Task. s.77, Dordrecht, The Netherlands: Reidel
- Freudenthal, H. (1977). Antwoord door Prof. Dr. H. Freudenthal Na Het Verlenen van Het Eredoctoraat. (Answer by Prof. Dr. H. Freudenthal upon Being Granted an Honorary Doctorate). Euclides, 52, 336 338.

- Freudenthal, H. (1979). *Structuur der Wiskunde en Wiskundige Structuren; een Onderwijskundige Analyse. (Structure of Mathematics and Mathematical Structures, an Educational Analysis)*, *Pedagogische Studiën*, 56 (2), 51-60.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical fenomenology of Mathematical Structures*” Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Fyhn, A. B. (2006). A Climbing Girl’s Reflections about Angles. In *Journal of Mathematical Behavior* 25, 91-102.
- Fyhn, A. B. (2008). A Climbing Class’ Reinvention of Angles. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 19-35.
- Goodson - Espy, T. (1998). The Roles of Reification and Reflective Abstraction in the Development of Abstractive Thought: Transitions from Arithmetic to Algebra. *Educational Studies in Mathematics*; 36, 219-245.
- Gravemeijer K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Freudenthal Institute, Utrecht.
- Gravemeijer K., Vanen Hauvel M. and Streefland L. (1990). *Context Free Productions Test and Geometry in Realistic Mathematics Education*. State University of Utrecht, The Netherlands.
- Gürol, M. (2003). Aktif Öğrenmeyi Temel Alan Oluşturmacı Öğrenme Tasarımının Uygulanması ve Başarıya Etkisi. *Kırgızistan-Türkiye Manas Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, Sayı:7, ss. 169-179.
- Henderson, D. W. and Taimina, D. (2005). *Experiencing Geometry. Euclidean and non-Euclidean with History*. NY: Cornell University, Ithaca.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B. and Van Dormolen, J.(1996). Space and Shape. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (Eds). *International Handbook of Mathematics Education: 1*, 161-204, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. and Dreyfus, T. (2001). Abstraction in Context: Epistemic Actions. *Journal for Research in Mathematics Education: 32 (2)*, 195-222.

- Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education*. Technipress, Netherlands.
- Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics Education in The Netherlands: A Guided Tour*. Freudenthal Institute, Utrecht University, the Netherlands.
- Heuvel-Panhuizen, M. (2001). *Realistic Mathematics Education as Work in Progress*. Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematic Education. Taipei, Taiwan, 19 - 23 November 2001.
- KD (2006-a). Ministry of Education and Research. Kunnskapsløftet. Oslo: Utdanningsdirektoratet/ Norwegian Directorate for Education and Training. <http://www.odin.no/filarkiv/254450/Laereplaner06.pdf>
- Kılıç, G.B. (2006). *Yeni Yaklaşımlar Işığında İlköğretim Bilim Öğretimi*. Morpa Kültür Yayınları, İstanbul, s.36
- Kılıç F. (2007). *Mikro Düzeyde İçerik Düzenleme Stratejilerinin Kavramların, Genellemelerin Öğrenilmesine ve Bilişsel Esnekliğe Etkisi*. Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. Adana.
- Kindsvatter, R., W. Wilen and Ishler, M. (1996). *Dynamics of Effective Teaching (Third Edition)*. s.112, New York: Longman Publishers.
- Kriacou C. (1998). *Essential Teaching Skills*. Second Edition, United Kingdom.
- KUD (1987). Ministry of Church and Education. Mønsterplan for Grunnskolen, Oslo: Kirkeog Undervisningsdepartementet og Aschehoug & Co.
- KUF (1996-a). Ministry of Church, Education and Research. Læreplanverket for den 10-åriges grunnskolen, Oslo: Nasjonalt Læremiddelsenter.
- KUF (1996-b). Ministry of Church, Education and Research. The curriculum for the 10- year Compulsory School, Oslo: [http://www2.udir.no/L97/L97\\_eng/](http://www2.udir.no/L97/L97_eng/).
- Kuutti, K. (1996). *Activity Theory as Potential Framework for Human - Computer Interaction Research*. In B. A. Nardi (Ed.). *Context and Consciousness; Activity Theory and Human Computer Interaction*, 17-44, Cambridge, MA; MIT Press.
- Lowe, R. K. (1993). *Constructing a Mental Representation from an Abstract Technical Diagram: Learning and Instruction*. Vol.3: 157-1, 79.

- Madi, B. (2006). Öğrenme Beyinde Nasıl Oluşur?. Morpa Yayınları, s.47-48.
- Marlove, B.A. and Page, P.G. (1998). Creating and Sustaining the Constructivist Classroom. ss.32, Corwin Press, Inc. California, USA.
- Martorella, P.H. (1986). Teaching Concepts. Edit. James, M.C. Classroom Teaching Skills. USA: Healy and Company.
- Menon, U. (2008). The Introduction of Angles. National Institute of Science, Technology and Development Studies, CSIR, Delhi, India.
- Mertens, D. (1998). Research Methods in Education and Psychology”, Sage Publications, London.
- Mitchelmore, M. (2002). The Role of Abstraction and Generalization in the Development of Mathematical Knowledge. East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Singapore.
- Mitchelmore, M. and White P. (2004). Abstraction Mathematics and Mathematics Learning. Proceedings of the 28<sup>th</sup> Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education. 3, 329-336.
- Monaghan, J. and Özmantar, M. F. (2004). Abstraction and Consolidation. Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 3, 353-360.
- Monaghan, J. and Özmantar, M. F. (2007). A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions. Mathematics Education Research Journal. Vol.19, No.2, 89-112.
- NCERT (2006). Syllabus, Vol. 1, Elementary Level. National Council of Education Research and Training. ss. 70-71. New Delhi.
- Nelissen J. M. and Tomic W. (1998). Representations in Maths Education” The Netherlands.
- Noss, R. and Hoyles, C. (1996). Windows on Mathematical Meanings. Kluwer, Dordrecht, The Netherlands.
- Novak, J.D. and Gowin, D.B. (1998). Learning How to Learn. Cambridge University Press, New York.



- Ohlsson, S. and Lehtinen, E. (1997). Abstraction and Acquisition of Complex Ideas. *International Journal of Educational Research*. 27, 37-48.
- Olkun S. ve Toluk, Z. (2007). İlköğretimde Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar. ss.179-188, Morpa Yayınları.
- Patton, M. Q. (1987). *How to Use Qualitative Methods in Evaluation*. Newbury Park, CA: Sage.
- Perkins David, N. (1999). The Many Faces of Constructivism. *Educational Leadership*, s.8.
- Rosch, E. and Mervis, C.B. (1975). Family Resemblances: Studies in the Internal Structure of Categories. *Cognitive Psychology*: 7, 573-605.
- Russell, B. (1926). *Education and the Good Life*. New York: Liveright.
- Senemoğlu, N. (2001). *Gelişim, Öğrenme ve Öğretim (Kuramdan Uygulamaya)*. s.13, Gazi Kitabevi Yayınları, 3. Baskı, Ankara.
- Sierpinski, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. p.61, London: Falmer.
- Simmons, M. and Cope, P. (1993). Angle and Rotation: Effects of Different Types of Feedback on the Quality of Response. *Educational Studies in Mathematics*. 24, 163-176.
- Skemp, R. (1986). *The Psychology of Learning Mathematics*. Harmondsworth, Penguin.
- Souviney R.J, (1983). *Mathematics achievement, language and cognitive development: Classroom practices in Papua New Guinea*, Vol. 14(2).
- Stewart C. J & Cash, W. B. (1985). *Interviewing: Principles and Practices*. 4. Baskı, Dubuque, IO: Wm. C. Brown Pub.
- Şaşan, H., H. (2002). Yapılandırmacı Öğrenme. *Yaşadıkça Eğitim*. Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Bölümü, Eğitim Programları ve Öğretim Anabilim Dalı. ss. 49-52.
- Treffers, A. (1978). *Wiskobas doelgericht [Wiskobas Goal-Directed]*. Utrecht: IOWO.

- Turan, İ. (2002). Lise Coğrafya Derslerinde Kavram ve Terim Öğretimi İle İlgili Sorunlar. Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi. Cilt: 22, Sayı: 2, 67-84.
- Van den Brink, J.F. (1989). Realistisch rekenonderwijs aan jonge kinderen [Realistic Arithmetic Education to Young Children]. Utrecht: OW & OC, Utrecht University.
- Van Galen, F., Dolk, M., Feijs, E., Jonker, V., Ruesink, N. and Uittenbogaard, W. (1991). Interactieve video in de nascholing reken-wiskunde [Interactive Video in the In-Service Training of Teachers]. Utrecht: CD-β Press / OC&OW, Utrecht University.
- Van Hiele, P. M. (1986). Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education. Orlando: Academic Press.
- Van Oers, B. (2001). Contextualisation for Abstraction. Cognitive Science Quarterly: 1(3), 279-305.
- Wiersma, W. (2000). Research Methods in Education: An Introduction. USA: Allyn and Bacon.
- Yaşar, Ş. (1998). Yapısalcı Kuram ve Öğrenme-öğretme Süreci. VII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi Konya: Selçuk Üniversitesi, 9-11 Eylül 1998: s.68, 695-701.
- Yeşildere, S. (2006). Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7, ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Ve Bilgi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Yeşildere, S. ve Türnüklü, E.B. (2008). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi. Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt: 21, Sayı: 2.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (1999). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. ss.9, Seçkin Yayınevi, Ankara.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri Seçkin Yayınevi, Ankara.

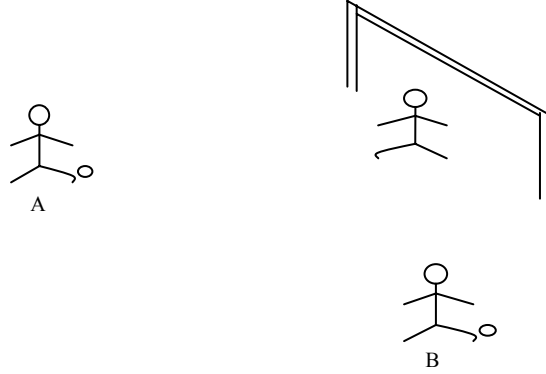
- Yin, R. K. (1994). Evaluation: A Singular craft. In C. Reichardt & S. Rallis (Eds), New directions in program evaluation (ss.71-84), Jossey Bass, San Francisco.
- Yontar, A. (1991). Farklı Yaş Gruplarındaki Öğrencilerin Bilişsel Gelişim ve Kavramsallaştırma Düzeyleri. Eğitimde Arayışlar 1. Sempozyumu-Eğitimde Nitelik Geliştirme, 13-14 Nisan, İstanbul.
- Yükselir, A. (2006). İlköğretim 6. Sınıf Sosyal Bilgiler Programında Geçen Kavramların Kazanımı ve Kalıcılığında Kavram Analizi Yönteminin Etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Ziya, S. (2000). Gelişim ve Öğrenme. Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

## EKLER

### EK-1: GME Problemleri ve Yapılandırıcı Etkinlik

#### 1.a Gol Atma Problemi

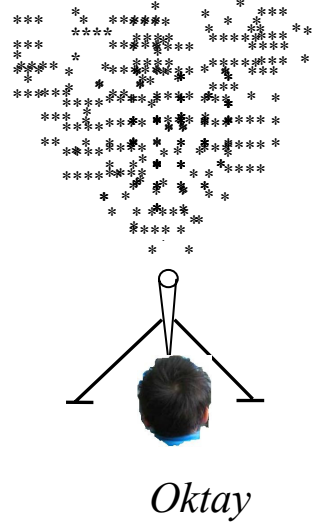
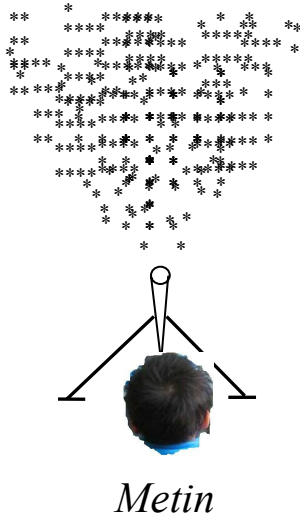
*Derbi maçlardan biriydi. Maçın son dakikaları ve skor 0-0. Arda topu almış, rakip kaleye ilerliyor; rakiplerini birer birer çalınlayarak kaleci ile karşı karşıya kalıyor. Hakem saatine bakıyor, Arda'nın sadece bir şut şansı var ve çabuk karar vermek zorunda.*



*Şekilde gördüğünüz gibi Arda hangi noktadan (A noktasından mı? B noktasından mı ?) topa vurmali ki vuruşunun gol olma ihtimali yüksek olsun ve maçı kazansınlar?*

## 1.b Yıldız İnceleme Problemi

*Metin ve Oktay teyze çocuklarıdır. Babaları yurt dışı seyahatinden dönerken çocuklarına birer teleskop alıyor. Metin ve Oktay, teleskoplarıyla bir gözlem yapıyorlar fakat görebildikleri yıldızları sayma imkânları yok. Hangisi daha çok yıldız görebileceğini merak ediyor.*



*Sizce Metin mi, yoksa Oktay mı daha fazla yıldız görür?*

### 1.c Rüzgar Yapma Problemi

*Pınar ve Nehir sıcak bir günde ellerinde yelpazeleri ile yürürken, yolda sıcaktan bayılmış bir kadına rastlarlar. Hangi yelpazeyi kullanırlarsa baygın kadını uyandırabileceklerine karar veremezler.*

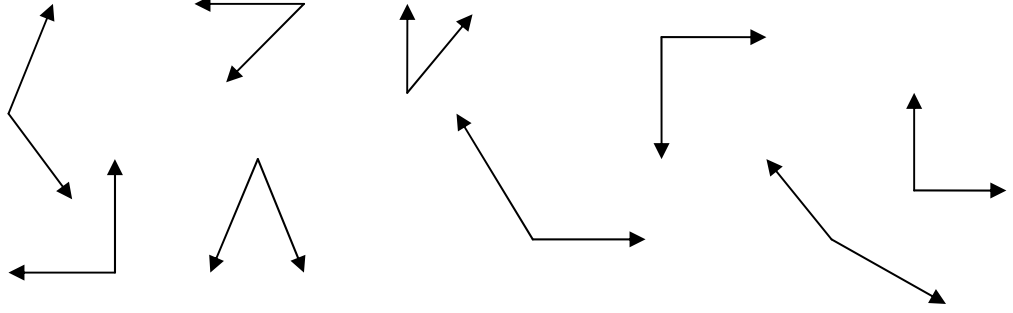


*Pınar*

*Nehir*

*Hangi yelpazeyi kullanırlarsa, daha fazla rüzgâr yapar ve baygın kadını daha kolay uyandırabilirler?*

### 1.d Yapılandırıcı Etkinlik



- Yukarıda verilen şekilleri gruplandırınız. Kaç gruplandırma yaptınız?
- Gruplandırmayı neye göre yaptınız?
- Gruplara isim vermek isteseydiniz nasıl adlandırırdınız?

## **EK - 2: Örnek Olay Bilgilendirme Konuşması**

*“Öncelikle hoş geldin! Görüşmeyi kabul ettiğin için teşekkür ederim. Seninle (Sizinle) birlikte kısa bir görüşme gerçekleştireceğiz. Bu görüşme esnasında sana sorular yönelteceğim. Bu soruları doğru ya da yanlış cevaplamana değil, soruları yanıtlama davranışını inceleyeceğim. Bu nedenle, doğru yanıt vermek gibi bir kaygı taşımaman ve doğru ya da yanlış olsun soruların çözümü ile ilgili aklına gelen düşüncelerini açıkça ve yüksek sesle sözlü ya da yazılı olarak ifade etmeni istiyorum. Bu görüşmenin doğru biçimde gerçekleştirilmesini sağlayacaktır.*

*Görüşmenin başlamasından bitimine kadar sana bazı sorularım olacak. Bu soruları sormam seni sorular hakkında doğru ya da yanlış olarak yargılamak veya yönlendirmek için değil, çalışmanın devamlılığını sağlamak ve görüşme esnasında küçük bir ayrıntıyı bile kaçırmamak içindir. Ayrıca, sen fikirlerini belirtirken görüşme ile ilgili benim daha sonradan hatırlamama yardımcı olacak kısa notlar da alacağım.*

*Bunların yanı sıra, cevapladığın ya da cevaplayamadığın hiçbir soru için not ile değerlendirilmeyeceksin ve bu görüşme ile ilgili en küçük bir diyalog bile öğretmenin ile paylaşılmayacaktır. Ancak, yine görüşmemiz sırasındaki tüm davranışların, belirttiğin fikirlerin ve problem çözme sürecinin gözlemlenmesinin araştırmadaki yeri büyük olduğu için hiçbir ayrıntıyı kaçırmamak ve kapsamlı bir çalışma gerçekleştirmek amacıyla görüşmenin video ile kayıt altına alınması yararlı olacaktır. Eğer iznin olursa görüşme esnasında video kaydı almamın senin için bir sakıncası var mı?”*



## ÖZGEÇMİŞ

**Doğum Yeri ve Yılı** : Bursa 1985

**Öğrenim Gör. Kurumlar** : **Başl. Yılı** **Bitir. Yılı** **Kurum Adı**

**Lise** : 1999 2003 Bursa Karacabey Anadolu Lisesi

**Lisans** : 2003 2006 UÜ Eğt. Fakültesi İlköğretim A.B.D.  
Sınıf Öğretmenliği B.D.

**Yüksek Lisans** : 2006 2010 UÜ S.B.E. İlköğretim A.B.D.  
Sınıf Öğretmenliği B.D.

**Doktora** :

**Medeni Durum** : Evli

**Bildiği Yabancı Diller ve Düzeyi** : İngilizce (İleri)

**Çalıştığı Kurumlar** : **Başl. ve Ayr. Tar.** **Çalışılan Kurum Adı**

1. 2009 - ..... Fertur İlköğretim Okulu (Sınıf Öğretmenliği)

**Aldığı Bursalar:** TÜBİTAK Yurt İçi Yüksek Lisans Bursu

27/01/2010

Öznur (KÖSE) TUNALI