

23752

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRONİK ANABİLİM DALI

MÜKEMMEL İLETKEN DIŞBÜKEY DAR VE GENİŞ AÇILI KÜRESEL
REFLEKTÖRDEN OPTİK GİBİ SAÇILMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BAYRAM ESEN

BURSA, EYLÜL 1992

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

MÜKEMMEL İLETKEN DAR VE GENİŞ AÇILI KÜRESEL
REFLEKTÖRDEN OPTİK GİBİ SAÇILMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BAYRAM ESEN

Sınav Günü

..14..09..1992

Jüri Üyeleri

:Prof. Dr. H Ergun BAYRAKÇI.....(Danışman)

Prof. Dr. Ali OKTAY

Prof. Dr. İnci AKKAYA.....(İstanbul Teknik Üniversitesi)

BURSA, EYLÜL 1992

ÖZ

MÜKEMMEL İLETKEN DIŞBÜKEY DAR VE GENİŞAÇILI KÜRESEL REFLEKTÖRDEN OPTİK GİBİ SAÇILMA

Magnetik Hertz dipolü alanında bulunan mükemmel iletken dar ve geniş açılı küresel reflektörden optik gibi saçılmada, düzlemsel dalga yaklaşıklığı ve köşe kırınımını veren (\vec{E}, \vec{H}) alanları Poisson ve Hilbert dönüşüm integralleri ile ifade edilmiştir. Bu iki katlı integral, kompleks düzlemde endik inişli integrasyon çevre yöntemiyle yerine göre, semer noktasında veya kutuplarında rezidü ile hesaplanarak; direk dalga, yansıyan dalga, doğrusal köşe kırınımı dalgalarına, köşe kırınımından dolayı meydana gelen sürünüm dalgalarına ve fısıldayan galeri modu dalgalarına ait alan ifadeleri bulunmuştur. Diğer taraftan yansıyan dalgalar yüzey akımı dağılımı yöntemiyle de bulunmuştur.

OPTIC SCATTERING ON A PERFECTLY CONDUCTING SMALL AND LARGE ANGLE SPHERICAL REFLECTOR

ABSTRACT :In this thesis, the fields giving the approximation of plane waves and edge diffraction for quasi optic scattering from the perfectly conducting small and large angle spherical reflektor in the field of the Hertz dipole has been expressed using the transformations. From these field expressions in terms of the double integral, the incident waves, reflected waves, edge straight diffracted waves, creeping waves and whispering galery modes waves have been calculated in the complex planes by the method of steepest-descent path at the saddle points and simple poles. On the other hand reflected waves have been calculated by the method of surface current distribution.

SEMBOLLER

\vec{E}	: Elektrik alanı	[V/m]
\vec{H}	: Magnetik alan	[A/m]
K	: Magnetik Hertz dipolü	[kaynak]
S	: Saçılma yüzeyi	[Küresel reflektör]
a	: Kürenin yarıçapı	
b	: Kaynağın orijine uzaklığı	
I	: Akan akımın genliği	[A]
\vec{J}_s	: Yüzeysel akım yoğunluğu	[A/m ²]
k	: Dalga sayısı	[1/m]
$j_n(x)$: Küresel Bessel fonksiyonu	
$h_n^{(1),(2)}(x)$: Küresel Hankel fonksiyonu.	
ν	: Poisson dönüşüm integralinin değişkeni	
τ	: Hilbert dönüşüm integralinin değişkeni	
$J_\nu(kr)$: Bessel fonksiyonu	
$H_\nu^{(1),(2)}(kr)$: Birinci ve ikinci nevi ν . mertebeden Hankel fonksiyonu	
$A_\nu, B_\nu, C_\nu, D_\nu$: Geçiş katsayıları	
$\Psi^-(\nu)$: Hilbert dönüşüm integrali	
θ_0	: Küresel reflektörün açısı	

ÖNSÖZ

Elektromagnetik Alanlar bilim dalının güncel konularından biri de, yüksek frekanslı elektromagnetik dalgaların geniş eğrilik yarıçaplı düzgün sürekli ve süreksiz eğrisel yüzeylerden saçılmasında, geometrik optik dalgaları ile sürünüm dalgalarının ve düzgün süreksiz eğrisel yüzeylerin köşelerinden dolayı meydana gelen doğrusal köşe kırınımı dalgalarının, köşe kırınımından meydana gelen sürünüm ve fisiltılı galeri modu dalgalarının incelenmesidir.

Bu çalışmada, magnetik Hertz dipolü alanında bulunan mükemmel iletken dar ve geniş açılı küresel reflektörden optik gibi saçılmada, Poisson ve Hilbert dönüşümleri uygulanarak yöresel düzlemsel dalga yaklaşıklığı gerçekleştirilmiştir. Netice olarak alan bileşenlerindeki dönüşümler iki katlı integraller olarak ifade edilmişlerdir. Bu iki katlı integralin kompleks düzlemde hesabı ile elektromagnetik dalga ışınlarının yollarını veren çözümler bulunmuştur. Ayrıca magnetik Hertz dipolü alanında bulunan mükemmel iletken küresel reflektörden yansıyan dalgalar, yüzey akımı dağılımı yöntemiyle de elde edilmiştir.

İÇİNDEKİLER :

Sayfa No:

ŞEKİL LİSTESİ

SEMBOLLER

ÖNSÖZ

GİRİŞ	1
LİTERATÜR ÖZETİ	3

BİRİNCİ BÖLÜM

MAGNETİK HERTZDİPOLÜNDEN İŞIYAN ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN DIŞBÜKEY

KÜRESEL REFLEKTÖRDEN OPTİK GİBİ SAÇILMASINDA İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLERİ	4
1.1 - Magnetik Dipolden Işıyan Elektromagnetik Dalgaların Reflektörden Saçılması	4
1.2 - Küresel Koordinatlar Sisteminde Poisson İntegral Dönüşümü ve Küresel Reflektöre Uygulanması	7
1.3 - Küresel Reflektörden Saçılmada Eşdeğer Kanonik Problem ve Hilbert İntegral Dönüşümü	11

İKİNCİ BÖLÜM

DAR AÇILI KÜRESEL REFLEKTÖRDEN SAÇILMA	20
2.1 - Dar Açılı Küresel Reflektörde Dalgalar	20
2.2 - Alanların Analizi	23
2.3 - Gelen Dalganın Alanı	25
2.4 - Yansıyan Dalganın Alanı	27
2.5 - Doğrusal Köşe Kırınımı Dalgalarının Alanı	30
2.6 - Köşe Kırınımından Meydana Gelen Sürünüm Dalgaları	32
2.7 - Köşe Kırınımından Oluşan Fısıldayan Galeri Modları	34

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

GENİŞ AÇILI DIŞBÜKEY KÜRESEL REFLEKTÖRDEN YANSIMADA OPTİK GİBİ SAÇILMA	36
3.1 - Geniş Açılı Küresel Reflektörde Dalgalar	36
3.2 - Alanların Analizi	38
3.3 - Doğrusal Köşe Kırınımı Dalgalarının Alanı	39

3.4 - Sürünüm Dalgasının Alanı	41
3.5 - Köşe Kırınımından Oluşan Fısıldayan Galeri Modları	42
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	
KÜRESEL REFLEKTÖRDEN YANSIMADA YÜZEY AKIMI DAĞILIMI YÖNTEMİ	44
4.1 - Magnetik Hertz Vektörünün Alanı	44
4.2 - Magnetik Hertz Vektörünün Küre Yüzeyinde Oluşturduğu Alan	45
4.3 - Yüzey Akımı Dağılımı Yöntemi ile Yansıyan Alan	46
SONUÇLAR	53
ÖZET	54
FAYDALANILAN KAYNAKLAR	55
TEŞEKKÜR	56
ÖZGEÇMİŞ	57
EKLER	58
Ek.1 - Küresel Koordinatlar Sisteminde Poisson İntegral Dönüşümü	58

GİRİŞ

Harp sanayiinde ve uydu haberleşmesinde frekansın, 10GHz'ler mertebesinde değerlere ulaşmasıyla elektromagnetik dalgaların gösterdiği yayılma özelliği, ışığın gösterdiği özelliğe benzemektedir. Uzun dalgaların yayılımını etkilemeyen küçük boyutlu saçılma yüzeylerinin çok yüksek frekanslı elektromagnetik yayılım üzerinde çok büyük ve karmaşık etkileri vardır. Yayılımı etkileyen saçılma yüzeylerinin değişik geometri ve elektriksel yapıya sahip olmaları, birbirine göre değişik konumda bulunmaları, bunların çözümlerini çok zorlaştırmakta hatta imkansızlaştırmaktadır. Bu nedenle lineer sistemlerin toplumsallık özelliğinden yararlanarak, bahsedilen çözümleri elde etmek mümkün olabilmektedir. Bu yönde yapılan çalışmalar Keller tarafından başlatılmış, toplumsallığa olanak vermek üzere ve "kırınımın geometrik teorisi (KGT)" adı verilen çözüm yöntemi oluşturulmuştur. KGT'ye göre çok yüksek frekanslı elektrnomagnetik dalgalar "ışın" adı verilen çizgiler boyunca yayılır.

Değişik saçılma yüzeylerinin söz konusu olduğu en karmaşık hallerde bile bütün ışınlar çıkarılabilmiş ise, yayılma net bir şekilde bulunabilir. Bunlar, kaynakların yarattığı alanın (gelen alan) $\omega \rightarrow \infty$ için geçerli asimptotik ifadesinde yer alan değişik terimlerin eş-faz yüzeylerine her noktada dik olan çizgilerdir. Saçılma yüzeylerinin bu çizgiler üzerine yaptığı etkiyi, başka bir deyişle, saçılma yüzeylerinin yarattığı ışınları bulmak için, söz konusu etkinin "yerel" bir olay olduğu varsayımına dayanarak, saçılma yüzeylerinin tek tek söz konusu olduğu basit durumları göz önüne almak yetiştir. Bu çalışmanın konusu, magnetik Hertz dipolü alanındaki küre kapağı şeklindeki reflektörlerin dalga yayılımı üzerine etkisini incelemektir.

Elektromagnetik saçılma problemlerinde, L saçılma yüzeyinin eğrilik yarıçapı ve λ dalgaboyu olmak üzere, $L \gg \lambda$ halinde, geçerli yaklaşık çözüm araştırılır. Bu yaklaşıklığa optik gibi yaklaşım denir.

Helmholtz denkleminin kesin çözümünde bulunan serileri, rezidülerin hızlı yakınsak serilerini elde etmek için, Poisson integral dönüşümünü kullanarak, bulunan integrallerin asimptotik açılımlarının ilk terimleri ile yetinilir.

Optik gibi yaklaşıklık düzlemsel dalga yaklaşıklığı olarak adlandırılabilir. Düzlemsel dalga yaklaşıklığı, Maxwell teorisinin $k \rightarrow \infty$ için bir yaklaşımından ibaret olup, serilerde integral çözümü ile elde edilen integrallerin asimptotik hesabını yapmaktan ibarettir. Işınlardan belirlenmesinde, saçılma yüzeyinin kaynağı gördüğü bölgede Fermat prensibi geçerlidir. Bu prensip, iki noktayı birleştiren ışın üzerinde optik yolun stasyoner olduğunu gösterir.

Basit ortamdaki mükemmel iletken düzgün yüzeylerden saçılmada, bu prensip, direk dalgalara ve bu yüzeylerden yansıyan dalgalara ait terimleri içermektedir. Fermat prensibi saçılma yüzeyindeki yansıma ve kırılma teoremlerini verir. Böyle yüzeylerden optik benzeri saçılmada Huygens prensibi de geçerlidir. Yine düzlemsel dalga yaklaşıklığında, saçılma yüzeyi üzerinde ilerleyen ve noktadan noktaya, yüzeye teğet ve doğru olarak fırlayan ışınlarla ait terimler elde edilir. Bu dalgalar sürünüm dalgaları olarak isimlendirilmektedir. Optik benzeri saçılmada Poisson integral dönüşümü kullanılmaktadır.

Diğer taraftan, düzgün eğrisel yüzeyin köşeleri bulunduğunda (örneğin küre kapağı), köşe kırınımlarını ifade edebilmek için Hilbert integral dönüşümü kullanılır. Böylece fiziksel problemde, köşede saçılan dalgalara ait alanları, bu dönüşümdeki integralin kompleks düzlemde hesabı ile elde edilmesi mümkündür.

Literatürde çoğu kez fiziksel optik yaklaşım denilen optik benzeri yansımada yüzeysel akım dağılımı yöntemi, yöresel düzlemsel dalga yaklaşıklığının gerçekleştirilmesidir. Düzlemsel dalgaların eğrisel bir elektriksel yüzeyden yansımada, yansıyan uzak alanda bu yaklaşıklık kendiliğinden gerçekleşmektedir. Teklik teoremi gereğince yansıma teoremi göz önüne alınarak geometrik optiğin $\vec{n} \times \vec{H}_1|_S = \vec{n} \times \vec{H}_2|_S$ koşulunu kullanmak gerekir.

LİTERATÜR ÖZETİ:

Bayrakçı [1], magnetik Hertz dipolünden ışıyan elektromagnetik dalgaların mükemmel iletken küreden yansımada küreye gelen dalgalara Poisson integral dönüşümünü uygulayarak yöresel düzlemsel dağıga yaklaşıklığı gerçekteşirmiş ve yüzey akımı dağılımı yöntemini uygulamıştır.

Bayrakçı [2], küresel koordinatlar sisteminde Poisson integral dönüşümünü geliştirek, Legendre fonksiyonları yerine asimptotik ifadelerini kullanmıştır. Daha sonra bu integral dönüşümünü Fourier integral dönüşümüne çevirerek kolaylık sağlamıştır.

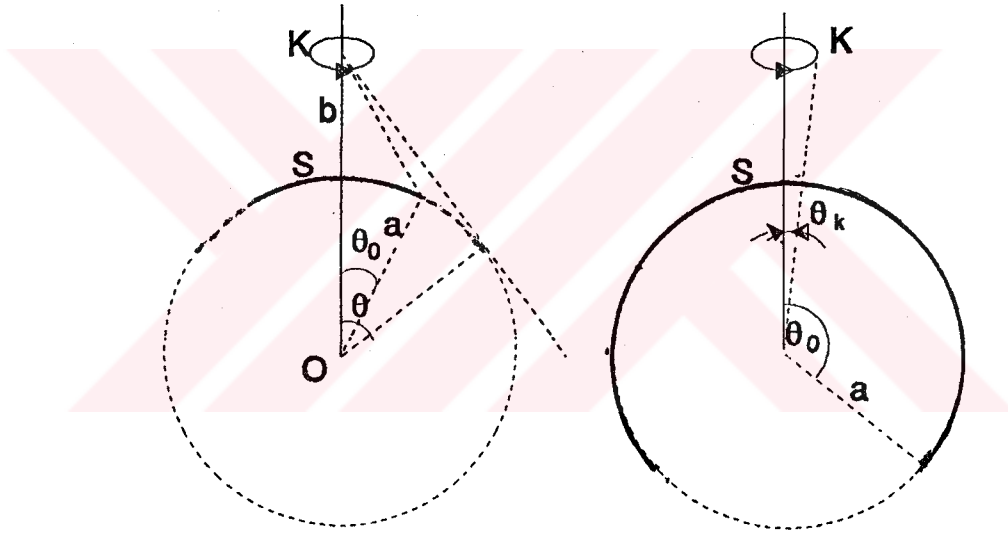
Erdoğan [8], bir halka kaynağının yarattığı sürünen dalgaların mükemmel iletken bir küre yüzeyinde optik gibi saçılmasında düzlemsel dalga yaklaşığını Watson integral dönüşümü uygulamasıyla ve köşe kırınmaları da Hilbert dönüşüm integrali ile gerçekteşirmiştir.

Uzgören [14], de bir çizgisel kaynağın yarattığı dalgaların bir silindirik reflektörden optik gibi saçılmasında, yine düzlemsel dalga yaklaşıklığı Watson integral dönüşümü uygulamasıyla ve köşe kırınmaları da Hilbert dönüşüm integrali ile gerçekteşirmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

**MAGNETİK HERTZ DİPOLÜNDEN İŞIYAN ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN
DIŞBÜKEY KÜRESEL REFLEKTÖRDEN OPTİK GİBİ SAÇILMASINDA
İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLERİ**

**1.1 - MAGNETİK DİPOLDEN İŞIYAN ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN KÜRESEL
REFLEKTÖRDEN SAÇILMASI:**



Şekil.1-Magnetik Hertz Dipolünün Alanında Bulunan
Dışbükey Küresel Reflektör

Şekil.1'de geometrisi verilen, magnetik Hertz dipolünün alanında bulunan küresel reflektör (S yüzeyi) mükemmel iletkendir. Bu bölümde magnetik Hertz dipolünden ışıyan alanlar ile reflektörden saçılan alanların hesabı yapılacaktır.

Öncelikle Şekil.1'deki reflektör için

$$r=a, \quad \theta \in [0, \theta_0], \quad \phi \in [-\pi, \pi]$$

ve Hertz dipolü için de

$$r=b, \quad \theta = \theta_k, \quad \phi \in [-\pi, \pi], \quad b > a, \quad \theta_0 > \theta_k$$

tanımları yapılabilir. Hertz dipolünün meydana getirdiği alan, (simetriden dolayı) ϕ 'den bağımsızdır. Çözüm debye potansiyellerinden bulunacaktır.

Buna göre reflektör ve Hertz dipolünün (kaynak) dışında

$$\nabla^2 v + k^2 v = 0 \quad (1.1.1)$$

denklemini geçerlidir. Eğer $v(r, \theta)$ fonksiyonu belirlenebilirse, elektrik ve magnetik alan bileşenlerinin hepsi bulunabilir. Elektrik alan bileşenlerinin debye potansiyeline bağlı ifadeleri

$$E_r = 0 \quad , \quad E_\theta = 0 \quad (1.1.2)$$

$$E_\phi = i\omega\mu_0 \frac{\partial v(r, \theta)}{\partial \theta} \quad (1.1.3)$$

ve magnetik alan bileşenleri de

$$H_r = -\frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial v(r, \theta)}{\partial \theta} \right) \quad (1.1.4)$$

$$H_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r v(r, \theta))}{\partial r \partial \theta} \quad , \quad H_\phi = 0 \quad (1.1.5)$$

şeklindedir. Debye potansiyelinin belirlenebilmesi için S reflektörü üzerindeki sınır koşuluna, $r \rightarrow \infty$ için geçerli radyasyon koşuluna, reflektörün kenarı üzerindeki "ayrıt koşulları" na ve K kaynağını tanımlayan koşullara uyan çözümü bulmak gerekir.

S yüzeyinin mükemmel iletken bir malzemeden yapıldığı düşünülürse. sınır koşulu

$$E_\phi(a, \theta) = 0 \quad (1.1.6)$$

$$H_\theta(a+\epsilon, \theta) - H_\theta(a-\epsilon, \theta) = J_\phi(\theta), \quad \epsilon \rightarrow 0, \theta \in (0, \theta_0) \quad (1.1.7)$$

yazılabilir. K kaynağı ile S yüzeyi sonlu bir bölge içinde bulunduğundan, dalgalar çok uzaklarda orijinden uzaklaşıyor gibi görünür. Ayrıca dalgalar yayılırken üstel bir sönüme uğrarlar. Bu özellikler

$$r \left[\frac{\partial v}{\partial r} - ikv \right] \rightarrow 0 \quad r \rightarrow \infty \quad (1.1.8)$$

radyasyon koşulu ile sağlanır.

K kaynağının, yüzeysel bir akımdan ibaret olduğu düşünülürse, $r=b$ küre yüzeyi üzerinde taşınan bu akımın yoğunluğu

$$J_s = \frac{I}{b} \delta(\theta - \theta_k) e_\phi \quad (1.1.9)$$

dir. Burada I, akan akımın genliğini göstermektedir. Bu yüzeysel akım magnetik alanda

$$H_\theta(b+0, \theta) - H_\theta(b-0, \theta) = \frac{I}{b} \delta(\theta - \theta_k) \quad (1.1.10)$$

gibi bir süreksizliğin oluşmasına sebep olur.

1.1.1'de verilen debye potansiyeline ait Helmholtz denkleminin çözümü

$$v(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)}{2} P_n(\cos\theta) \begin{cases} A_n j_n(kr) & 0 < r < a \\ B_n h_n^{(1)}(kr) + C_n h_n^{(2)}(kr) & a < r < b \\ D_n h_n^{(1)}(kr) & b < r < \infty \end{cases} \quad (1.1.11)$$

olarak yazılabilir. 1.1.11 ile verilen çözümde, $j_n(kr)$ ve $h_n^{(1),(2)}(kr)$ küresel Bessel ve küresel Hankel fonksiyonlarıdır. Bu fonksiyonların yerine

$$r_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} R_{n+\frac{1}{2}}(kr) \quad (1.1.12)$$

şeklinde verilen Bessel ve Hankel fonksiyonları 1.1.11'de kullanılıp, Legendre fonksiyonunun

$$P_n(\cos\theta) = (-1)^n P_n(-\cos\theta) \quad (1.1.13)$$

özelliği ve $n \rightarrow n-1/2$ dönüşümü uygulanırsa

$$v(r, \theta) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \sum_{n=\frac{1}{2}}^{\infty} 2n (-1)^{n-\frac{1}{2}} P_n(-\cos\theta) \begin{cases} A_{n-\frac{1}{2}} J_n(kr) & 0 < r < a \\ B_{n-\frac{1}{2}} H_n^{(1)}(kr) + C_{n-\frac{1}{2}} H_n^{(2)}(kr) & a < r < b \\ D_{n-\frac{1}{2}} H_n^{(1)}(kr) & b < r < \infty \end{cases} \quad (1.1.1)$$

elde edilir.

1.2 - KÜRESEL KOORDİNATLAR SİSTEMİNDE POISSON İNTEGRAL DÖNÜŞÜMÜ VE KÜRESEL REFLEKTÖRE UYGULANMASI:

Basit ortamda, küresel koordinatlar sisteminde Helmholtz denkleminin ifadelerinde Fourier serisi bulunabilen kesin çözümünde küresel fonksiyonların argümanları çok büyük ise bahsedilen seriler yavaşça yakınsaktır. Burada zaman faktörü $e^{-i\omega t}$ 'dir.

Yavaşça harmonik seriler, çevre integrallerine integrasyon çevresinin deformasyonu ile dönüştürülebilir ve integrallerin toplamı olarak yeni bir seri yazılabilir. Böyle yavaşça yakınsak bir seri Watson dönüşümü ile çevre integraline dönüştürülebilir. Watson dönüşümünden de Poisson toplama formülüne geçilebilir. Fakat Poisson toplama formülü geometrik optik yani yansıyan dalga ve direk dalga ile sürünüm dalgaları terimlerinin kolayca ayrışarak elde edilmesine olanak vermektedir.

Küresel koordinatlar sisteminde, Hankel fonksiyonlarının terimlerini içeren

$$I = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) f(n) P_n(\cos\theta) \quad (1.2.1)$$

toplamı, Poisson toplama formülü uygulanarak,

$$f\left(v - \frac{1}{2}\right) = F(v)$$

ve

$$F(-v) = F(v)$$

olmak üzere

$$I = \sqrt{\frac{2}{\pi \sin \theta}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{C_1+C_2} v^{\frac{1}{2}} F(v) e^{iv\theta + i2\pi n v - in\pi - i\frac{\pi}{4}} dv \quad (1.2.2)$$

şeklinde integral dönüşümü olarak ifade edilebilir. (bakınız Ek.1)

Işın yollarını elde etmek için $|v-x| > 0$ ($v^{1/3}$) koşulunda $F(v)$ 'deki Hankel fonksiyonları yerine

$$H_v^{(1),(2)}(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{\pm i[(x^2 - v^2)^{1/2} - v \cos^{-1}(\frac{v}{x}) - \frac{\pi}{4}]} + 0(x^{-1})}{[x^2 - v^2]^{1/4}} \quad (1.2.3)$$

ve Hankel fonksiyonlarının argümanına göre türevleri yerine

$$\dot{H}_v^{(1),(2)}(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\pm (x^2 - v^2)^{1/4}}{x} e^{\pm i[(x^2 - v^2)^{1/2} - v \cos^{-1}(\frac{v}{x}) - \frac{\pi}{4}]} \quad (1.2.4)$$

şeklinde Debye asimptotik açılımları kullanılır. Bu açılımlar $v = x \sin \alpha$ olmak üzere

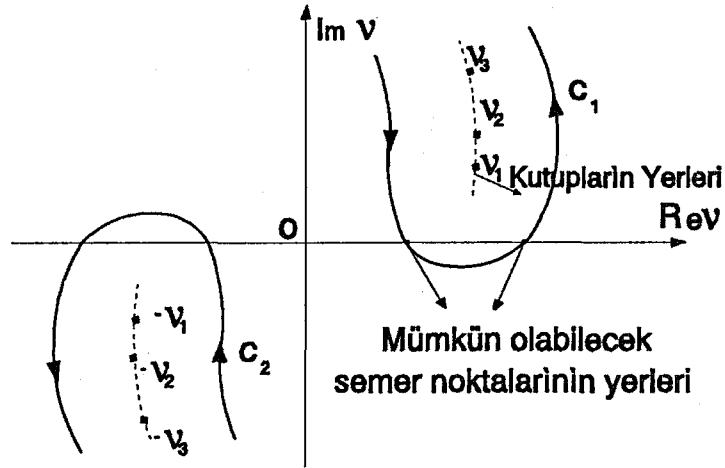
$$Re \alpha > 0, \quad \left\{ x \left[\cos \alpha - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \sin \alpha \right] \right\} > 1 \quad (1.2.5)$$

koşullarında sözkonusudur.

$F(v)$ 'deki Hankel fonksiyonları yerine Debye asimptotik açılımları konursa, $n=0$ için 1.2.2 integralinin semer noktası olup, hesabı semer noktası metodu ile yapılır. İntegralin $n \neq 0$ için semer noktası yoktur. Bu hesap direk dalgaları ve saçılma yüzeyi sözkonusu olduğunda, yüzeyden yansıyan dalga terimlerini verir.

Saçılma yüzeyi sözkonusu olduğunda $F(v)$ 'nün paydasında Hankel fonksiyonları ve türevlerinin terimleri içinde bir ifade olur ki bunu sıfır yapan denklemin

$$|v-x| \sim 0 \quad (v^{1/3})$$



Şekil.2- v Kompleks Düzleminde İntegrasyon Çevreleri

koşulundaki sıfırları v düzleminde kutupların yerini verir. Bu kutuplarda integralin hesabı rezidü ile yapılarak sürünüm dalgaları bulunur.

1.1.14 ifadesindeki terimler ayrı ayrı incelenecektir. Buna göre, $0 < r < a$ bölgesinde

$$v(r, \theta) = \frac{1}{2\sqrt{2kr}} \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \sum_{n=\frac{1}{2}}^{\infty} 2n A_{n-\frac{1}{2}} J_n(kr) (-1)^{n-\frac{1}{2}} P_{n-\frac{1}{2}}(-\cos\theta) \quad (1.2.6)$$

yazılabilir. Poisson integral dönüşümünden 1.2.6 ifadesi

$$v(r, \theta) \sim \frac{1}{2\sqrt{kr}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{1}{2}} A_v J_v(kr) \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - in\pi - i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\sin\theta}} dv \quad (1.2.7)$$

olarak bulunur. $a < r < b$ bölgesi için Poisson dönüşümü uygulanırsa

$$v(r, \theta) \sim \frac{1}{2\sqrt{kr}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{1}{2}} [B_v H_v^{(1)}(kr) + C_v H_v^{(2)}(kr)] \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - in\pi - i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\sin\theta}} dv \quad (1.2.8)$$

şekline dönüşür. $b < r < \infty$ bölgesine de Poisson dönüşümü uygulanırsa

$$v(r, \theta) \sim \frac{1}{2\sqrt{kr}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} D_v H_v^{(1)}(kr) \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - in\pi - i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\sin\theta}} dv \quad (1.2.9)$$

ifadesi elde edilebilir. 1.2.7-8-9 ifadelerindeki $J_v(kr)$, 1.nevi Bessel fonksiyonunu; $H_v^{(1)}(kr)$ ve $H_v^{(2)}(kr)$; 1. ve 2. nevi Hankel fonksiyonlarını göstermektedir. A_v, B_v, C_v ve D_v katsayıları sınır koşulları kullanılarak belirlenecektir.

1.1.2 ve 1.1.3 ifadelerindeki elektrik alan bileşenlerinin, $v(r, \theta)$ 'ya bağlı sadece E_ϕ bileşeni mevcuttur. Buna göre 1.2.7-8 ve 1.2.9 ifadeleri θ 'ya göre türetilip elektrik alan bileşeninde yazılırsa

$0 < r < a$ bölgesi için

$$E_\phi \sim \frac{-\omega\mu_0 e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} A_v J_v(kr) \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - i\pi n}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv \quad (1.2.10)$$

$a < r < b$ bölgesi için

$$E_\phi \sim \frac{-\omega\mu_0 e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} [B_v H_v^{(1)}(kr) + C_v H_v^{(2)}(kr)] \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - i\pi n}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv \quad (1.2.11)$$

ve $b < r < \infty$ bölgesi için de

$$E_\phi \sim \frac{-\omega\mu_0 e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} D_v H_v^{(1)}(kr) \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - i\pi n}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv \quad (1.2.12)$$

bulunur.

1.1.4 ve 1.1.5 ifadelerinde verilen magnetik alan bileşenlerinden, H_θ bileşeni yine 1.2.7-8 ve 1.2.9 ifadelerindeki $v(r, \theta)$ fonksiyonu türetilip bu bileşende yerine yazılırsa

$0 < r < a$ bölgesi için

$$H_\theta \sim \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{kr}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} A_v [\sqrt{kr} J_v(kr)]' \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - i\pi n}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv \quad (1.2.13)$$

$a < r < b$ bölgesi için

$$H_{\theta} \sim \frac{e^{\frac{i\pi}{4}}}{2\sqrt{kr}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} \{B_v [\sqrt{kr} H_v^{(1)}(kr)]' + C_v [\sqrt{kr} H_v^{(2)}(kr)]'\} \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - i\pi n}}{\sqrt{kr \sin \theta}} dv \quad (1.2.14)$$

ve $b < r < \infty$ bölgesi için de

$$H_{\theta} \sim \frac{e^{\frac{i\pi}{4}}}{2\sqrt{kr}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} D_v [\sqrt{kr} H_v^{(1)}(kr)]' \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - i\pi n}}{\sqrt{kr \sin \theta}} dv \quad (1.2.15)$$

bulunur. 1.2.13-14-15 ifadelerindeki (') işareti, r'ye göre türevi göstermektedir.

1.1.1-10 bağıntıları ile ortaya konan sınır değer probleminin kesin çözümünün açık ifadesini bulmak mümkün değildir. Bu nedenle, bu probleme eşdeğer bir kanonik problem oluşturarak, incelemeyi sürdürmek gerekir.

1.3 - KÜRESEL REFLEKTÖRDEN SAÇILMADA EŞDEĞER KANONİK PROBLEM VE HİLBERT İNTEGRAL DÖNÜŞÜMÜ:

1.2.10-15 ifadeleri ile verilen alanlar yalnızca $\theta \in (0, \pi)$ aralığında tanımlıdır. Bu alanlar belirtilen aralığın dışına o şekilde çıkartılsın ki, 1.1.2-3 ve 1.1.10 koşullarını $\theta \in (\infty, -\infty)$ da, 1.1.6 ve 1.1.7 koşullarını da $\theta \in (-\infty, \theta_0)$ da ve diğer koşullar herhangi bir değişiklik olmadan sağlansın. Ortaya konan bu problem "iki parçalı genişletilmiş-küre" problemidir. Son problemin kesin analitik çözümünü bulmak kolaydır.

Buna göre 1.2.10-12'deki elektrik alan bileşenleri $n=0$ için

$$E_\phi \sim -\frac{\omega\mu_0 e^{i\frac{\pi}{4}}}{2} \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} A_v J_{|v|}(kr) \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv & r \in (0, a), \theta \in (-\infty, \infty) \\ \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} B_v H_v^{(1)}(kr) + C_v H_v^{(2)}(kr) \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv & r \in (a, b), \theta \in (-\infty, \infty) \\ \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} D_v H_v^{(1)}(kr) \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv & r \in (b, \infty), \theta \in (-\infty, \infty) \end{cases} \quad (1.3.1)$$

ve 1.2.13-15'teki magnetik alan bileşenleri de $n = 0$ için

$$H_\theta \sim \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{kr}} \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} A_v [\sqrt{kr} J_v(kr)]' \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv & r \in (0, a), \theta \in (-\infty, \infty) \\ \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} \{B_v [\sqrt{kr} H_v^{(1)}(kr)]' + C_v [\sqrt{kr} H_v^{(2)}(kr)]'\} \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv & r \in (a, b), \theta \in (-\infty, \infty) \\ \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} D_v [\sqrt{kr} H_v^{(1)}(kr)]' \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv & r \in (b, \infty), \theta \in (-\infty, \infty) \end{cases} \quad (1.3.2)$$

yazılabilir. A_v, B_v, C_v ve D_v katsayıları aşağıdaki koşulları sağlayacak şekilde belirlenecektir.

$$E_\phi(a+\epsilon, \theta) = E_\phi(a-\epsilon, \theta) \quad \theta \in (-\infty, \infty); \epsilon \rightarrow 0 \quad (1.3.3.a)$$

$$E_\phi(a, \theta) = 0 \quad \theta \in (-\infty, \theta_0) \quad (1.3.3.b)$$

$$E_\phi(b+\epsilon, \theta) = E_\phi(b-\epsilon, \theta) \quad \theta \in (-\infty, \infty); \epsilon \rightarrow 0 \quad (1.3.3.c)$$

$$H_\theta(a+\epsilon, \theta) - H_\theta(a-\epsilon, \theta) = 0 \quad \theta \in (\theta_0, \infty); \epsilon \rightarrow 0 \quad (1.3.3.d)$$

$$H_\theta(b+\epsilon, \theta) - H_\theta(b-\epsilon, \theta) = (l/b) \delta(\theta-\theta_k) \quad \theta \in (-\infty, \infty); \epsilon \rightarrow 0 \quad (1.3.3.e)$$

$$E_\phi = 0 \quad [(\theta-\theta_0)^{1/2}] \quad \theta \rightarrow \theta_0 \text{ iken} \quad (1.3.3.f)$$

$$H_\theta = 0 \quad [(\theta-\theta_0)^{-1/2}] \quad \theta \rightarrow \theta_0 \text{ iken} \quad (1.3.3.g)$$

1.3.1 ve 1.3.2'de bulunan alanlara 1.3.3 koşulları uygulandığında

$$A_\nu J_\nu(ka) = B_\nu H_\nu^{(1)}(ka) + C_\nu H_\nu^{(2)}(ka) \quad (1.3.4)$$

$$B_\nu H_\nu^{(1)}(kb) + C_\nu H_\nu^{(2)}(kb) - D_\nu H_\nu^{(1)}(kb) = 0 \quad (1.3.5)$$

$$A_\nu J_\nu(ka) = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_0}^{\infty} E_\phi(a, \theta) e^{-i\nu\theta} d\theta = \Psi^-(\nu) \quad (1.3.6)$$

$$\begin{aligned} B_\nu [\sqrt{ka} H_\nu^{(1)}(ka)]' + C_\nu [\sqrt{ka} H_\nu^{(2)}(ka)]' - A_\nu [\sqrt{ka} J_\nu(ka)]' = \\ \frac{ka}{\pi} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\sin\theta} J_\phi(a\theta) e^{-i\nu\theta} d\theta = \Psi^+(\nu) \end{aligned} \quad (1.3.7)$$

$$\begin{aligned} D_\nu [\sqrt{kb} H_\nu^{(1)}(kb)]' - B_\nu [\sqrt{kb} H_\nu^{(1)}(kb)]' - C_\nu [\sqrt{kb} H_\nu^{(2)}(kb)]' = \\ \frac{kl}{\pi} \nu^{-3/2} [\sqrt{\sin\theta_k} e^{-i\nu\theta_k}] e^{-i\frac{\pi}{4}} \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

elde edilir. 1.3.6 ve 1.3.7 denklemlerinde integralin içindeki fonksiyonlar belli değildir, bu fonksiyonların belirlenmesi gerekir. $\vec{J}_\phi(a, \theta)$ genişletilmiş-küresel reflektör üzerinde indüklenen yüzey akım yoğunluğudur. 1.3.6 ile verilen denklem $\Psi^-(\nu)$ ve 1.3.7 ile verilen denklem de $\Psi^+(\nu)$ olsun. $\nu \rightarrow \infty$ iken

$$\Psi^+(\nu) = 0 \quad [\nu^{-1/2}] \quad (1.3.9.a)$$

$$\Psi^-(\nu) = 0 \quad [\nu^{-3/2}] \quad (1.3.9.b)$$

yazılabilir.

1.3.4-8 ifadeleri beş denklemden ve $A_v, B_v, C_v, D_v, \Psi^+(v)$ ve $\Psi^-(v)$ 'den ibaret altı bilinmeyenden oluşmaktadır. Bu bilinmeyenlerin hesaplanması için önce A_v, B_v, C_v, D_v 'yü $\Psi(v)$ cinsinden çözmek gerekir. Buna göre

1.3.6'dan

$$A_v = \frac{\Psi(v)}{J_{|v|}(ka)} \quad (1.3.10)$$

1.3.4'ten

$$B_v = \frac{\Psi(v)}{H_v^{(1)}(ka)} - C_v \frac{H_v^{(2)}(ka)}{H_v^{(1)}(ka)} \quad (1.3.11)$$

elde edilir. 1.3.11 ifadesi 1.3.5'te yazılırsa

$$D_v = \frac{\Psi(v)}{H_v^{(1)}(ka)} - C_v \frac{H_v^{(1)}(ka)H_v^{(2)}(kb) - H_v^{(1)}(kb)H_v^{(2)}(ka)}{H_v^{(1)}(ka)H_v^{(1)}(kb)} \quad (1.3.12)$$

bulunur. 1.3.11 ve 1.3.12 ifadeleri 1.3.8'de yazılırsa

$$C_v = C_0 e^{\frac{i\pi}{4}} e^{-iv\theta_k} H_v^{(1)}(kb) \quad (1.3.13)$$

şeklinde elde edilir. Burada

$$C_0 = -\frac{kl}{\pi} v^{-3/2} \sqrt{kb \sin \theta_k} \quad (1.3.14)$$

dır. 1.3.13 ifadesi 1.3.11'de yazılırsa

$$B_v = \frac{\Psi(v)}{H_v^{(1)}(ka)} - C_0 e^{\frac{i\pi}{4}} e^{-iv\theta_k} H_v^{(1)}(kb) \frac{H_v^{(2)}(ka)}{H_v^{(1)}(ka)} \quad (1.3.15)$$

bulunabilir. 1.3.13 ifadesi 1.3.12'de yazılırsa

$$D_\nu = \frac{\Psi^-(\nu)}{H_\nu^{(1)}(ka)} + C_0 e^{i\frac{\pi}{4}} e^{-i\nu\theta_k} H_\nu^{(1)}(kb) - C_0 e^{i\frac{\pi}{4}} e^{-i\nu\theta_k} \frac{H_\nu^{(2)}(ka)}{H_\nu^{(1)}(ka)} H_\nu^{(1)}(kb) \quad (1.3.16)$$

elde edilir. 1.3.13-15 ile bulunan katsayılar 1.3.7'de yazılırsa

$$\Psi^+(\nu) - \frac{[\sqrt{ka} H_\nu^{(1)}(ka)]' J_{|\nu|}(ka) - [\sqrt{ka} J_{|\nu|}(ka)]' H_\nu^{(1)}(ka)}{H_\nu^{(1)}(ka) J_{|\nu|}(ka)} \Psi^-(\nu) = \frac{kl}{\pi} e^{-i\frac{\pi}{4}} \nu^{-3/2} \sqrt{\frac{b}{a}} \frac{H_\nu^{(1)}(kb)}{H_\nu^{(1)}(ka)} \sqrt{\sin\theta_k} e^{-i\nu\theta_k} \quad (1.3.17)$$

olarak bulunabilir. 1.3.17 denklemini 1.3.9 koşulları ile birlikte bir Hilbert problemi oluşturur.

Hilbert problemini standart biçime sokabilmek için 1.3.17 denkleminin

$$\Phi^+(\nu) - G(\nu) \Phi^-(\nu) = g(\nu) \quad (1.3.18)$$

şeklinde düzenlenmesi gerekir. Buna göre

$$[\sqrt{ka} H_\nu^{(1)}(ka)]' J_{|\nu|}(ka) - [\sqrt{ka} J_{|\nu|}(ka)]' H_\nu^{(1)}(ka) = \frac{2i}{\pi\sqrt{ka}} \quad (1.3.19)$$

olduğu göz önüne alınarak 1.3.17 denklemini

$$\Psi^+(\nu) - \frac{2i}{\pi\sqrt{ka} H_\nu^{(1)}(ka) J_{|\nu|}(ka)} \Psi^-(\nu) = \frac{kl}{\pi} e^{i\frac{\pi}{4}} \nu^{-3/2} \sqrt{\frac{b}{a}} \frac{H_\nu^{(1)}(kb)}{H_\nu^{(1)}(ka)} \sqrt{\sin\theta_k} e^{-i\nu\theta_k} \quad (1.3.20)$$

şekline dönüşür. 1.3.20 denkleminde

$$\Phi^+(\nu) = \frac{e^{i\nu\theta_0}}{\sqrt{\nu+ika}} \Psi^+(\nu) \quad (1.3.21)$$

ve

$$\Phi^-(\nu) = -2 \sqrt{\frac{\nu-ika}{ka}} e^{i\nu\theta_0} \Psi^-(\nu) \quad (1.3.22)$$

olduğu kabul edilerek bu denklem

$$\begin{aligned} \Phi^+(\nu) - \frac{-i}{\pi H_\nu^{(1)}(ka) J_{|\nu|}(ka) \sqrt{\nu^2 + (ka)^2}} \Phi^-(\nu) &= \\ &= \frac{kl}{\pi} e^{i\frac{\pi}{4}} \nu^{-3/2} \sqrt{\frac{b}{a}} \frac{H_\nu^{(1)}(kb)}{H_\nu^{(1)}(ka)} \sqrt{\sin\theta_k} \frac{e^{-i\nu(\theta_k - \theta_0)}}{\sqrt{\nu+ika}} \end{aligned} \quad (1.3.23)$$

şeklinde yazılabilir. 1.3.22 ile 1.3.18 denklemleri karşılaştırılırsa

$$G(\nu) = \frac{1}{i\pi H_\nu^{(1)}(ka) J_{|\nu|}(ka) \sqrt{\nu^2 + (ka)^2}} \quad (1.3.24)$$

ve

$$g(\nu) = \frac{kl}{\pi} e^{i\frac{\pi}{4}} \nu^{-\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{b}{a}} \frac{H_\nu^{(1)}(kb)}{H_\nu^{(1)}(ka)} \sqrt{\sin\theta_k} \frac{e^{-i\nu(\theta_k - \theta_0)}}{\sqrt{\nu+ika}} \quad (1.3.25)$$

olduğu görülür. Reel eksen üzerinde $\nu \rightarrow \mp\infty$ olduğunda

$$G(\nu) \rightarrow 1, \quad g(\nu) \rightarrow 0 \quad (1.3.26)$$

olduğu gerçekleştirilir. Bu özellikler 1.3.23'ün bir Hilbert denklemi olduğunu ve klasik yöntemlerle çözülebileceğini gösterir.

1.3.18 denklemini çözmek için

$$G(v) = \frac{G^+(v)}{G^-(v)} \quad (1.3.27)$$

şeklinde çarpanlara ayırmak gerekir. Burada $G^+(v)$, fonksiyonu $\text{Im}(v) > 0$ üst yarı düzleminde tekil noktaları ve sıfırları olmayan ve bu yarı düzlemde $v \rightarrow \infty$ iken sabit bir değere giden bir fonksiyondur. $G^-(v)$ fonksiyonu da $\text{Im}(v) < 0$ alt yarı düzleminde ve $G^+(v)$ 'nin diğer özelliklerini, belirtilen düzlemde taşıyan bir fonksiyondur. 1.3.27 ifadesi 1.3.18'de yazılıp düzenlenirse

$$\frac{\Phi^+(v)}{G^+(v)} - \frac{\Phi^-(v)}{G^-(v)} = \frac{g(v)}{G^+(v)} \quad (1.3.28)$$

elde edilir. 1.3.28'de verilen Hilbert denkleminin çözümü, 1.3.9 koşulları nedeni ile

$$\frac{\Phi^-(v)}{G^-(v)} = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g(\tau)}{G^+(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau-v)} \quad \text{Im}(v) \geq 0 \quad (1.3.29)$$

şeklinindedir. Burada L integrasyon çizgisi Şekil.3'te gösterilmiştir.

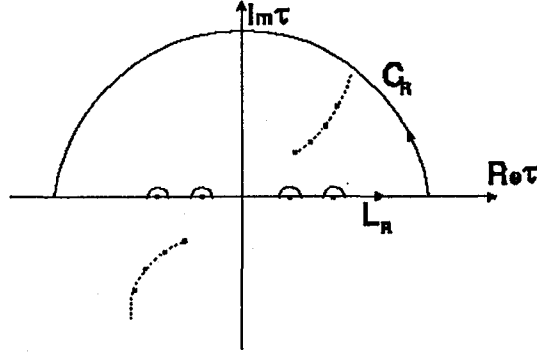
$G^-(v)$ fonksiyonu,

$$\log[G^-(v)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \log[G(\tau)] \frac{d\tau}{(\tau-v)} \quad \text{Im}(v) \geq 0 \quad (1.3.30)$$

formülü ile hesaplanabilir. Burada incelenecek olaylar yüksek frekanslı olduğundan, alan ifadelerinin $k \rightarrow \infty$ iken geçerli asimptotik ifadelerinde ilk terimleri bulmak gerekir.

Bu nedenle 1.3.30 denklemini, Şekil.4 gözönüne alınarak

$$\int_{-\infty}^{\infty} \log[G(\tau)] \frac{d\tau}{(\tau-v)} = \int_{-\infty}^{-|ka|} \log[G(\tau)] \frac{d\tau}{\tau-v} + \int_{-|ka|}^{|ka|} \log[G(\tau)] \frac{d\tau}{\tau-v} + \int_{|ka|}^{\infty} \log[G(\tau)] \frac{d\tau}{\tau-v} \quad (1.3.31)$$



Şekil.3 - τ Düzleminde L ve C Çevresi

şeklinde yazılabilir. Burada $G(\tau)$ fonksiyonunda ortaya çıkacak olan Bessel fonksiyonları yerine, bütün integrasyon aralığı için geçerli olan Hankel fonksiyonlarının asimptotik açılımlarını kullanmak uygundur. Birinci ve ikinci nevi Hankel fonksiyonlarının asimptotik açılımları 1.2.3'te verilmişti.

$k \rightarrow \infty$ iken ve $\tau \in (0, |x|)$ için

$$J_{\tau}(x) \sim \frac{1}{2} H_{\tau}^{(2)}(x) \quad (1.3.32)$$

yazılabilir. 1.3.30 denklemindeki $G(\tau)$ fonksiyonunun, $\text{Re}(\tau)$ eksenini üzerinde tekil noktası bulunmadığından, L integrasyon çizgisi yerine reel eksen konulabilir.

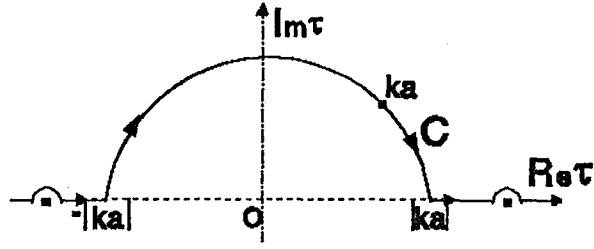
$G(-\tau) = G(\tau)$ olduğu göz önüne alınarak 1.3.30 denklemi

$$\log[G^{\mp}(v)] = \frac{1}{2\pi i} \int_0^{\infty} \log[G(\tau)] \left\{ \frac{1}{\tau-v} + \frac{1}{\tau+v} \right\} d\tau \quad (1.3.33)$$

şeklini alır. $k \rightarrow \infty$ iken geçerli olan asimptotik ifadeyi bulabilmek için

$$\log[G^{\mp}_{\infty}(v)] \sim \log[G^{\mp}(v)] \Big|_{ka \rightarrow \infty} = \frac{1}{2\pi i} \lim_{ka \rightarrow \infty} \int_0^{|ka|} \log G(\tau) \left[\frac{1}{\tau-v} + \frac{1}{\tau+v} \right] d\tau \quad (1.3.34)$$

şeklinde integral sınırı alınabilir.



Sekil.4 - Integral sınırlarının Belirlenmesi

1.2.3 ile verilen asimptotik açılımlar 1.3.24'te yerine yazılırsa

$$G_{\infty}(\tau) = \sqrt{\frac{\tau^2 - (ka)^2}{\tau^2 + (ka)^2}} \quad (1.3.35)$$

bulunabilir. 1.3.35'te bulunan ifade 1.3.30'da yazılırsa

$$\log[G^{\mp}_{\infty}(v)] \sim = \frac{1}{2\pi i} \int_{\infty}^{\infty} \log\left[\sqrt{\frac{\tau^2 - (ka)^2}{\tau^2 + (ka)^2}}\right] \frac{d\tau}{\tau - v} \quad (1.3.36)$$

elde edilir. 1.3.36 denkleminin $G_{\infty}^{\mp}(v)$ fonksiyonlarının asimptotik ifadelerindeki ilk terimlerin, $G_{\infty}(v)$ fonksiyonunun çarpanları olduğunu göstermektedir. Buna göre 1.3.27 ifadesinden

$$G^{+}(v) \sim G_{\infty}^{+}(v) \sim \sqrt{\frac{v+ka}{v+ika}} \quad (1.3.37)$$

ve

$$G^{-}(v) \sim G_{\infty}^{-}(v) \sim \sqrt{\frac{v-ika}{v-ka}} \quad (1.3.38)$$

olarak bulunur. 1.3.24-25 ve 1.3.38'de verilen ifadeler 1.3.29'da kullanılırsa

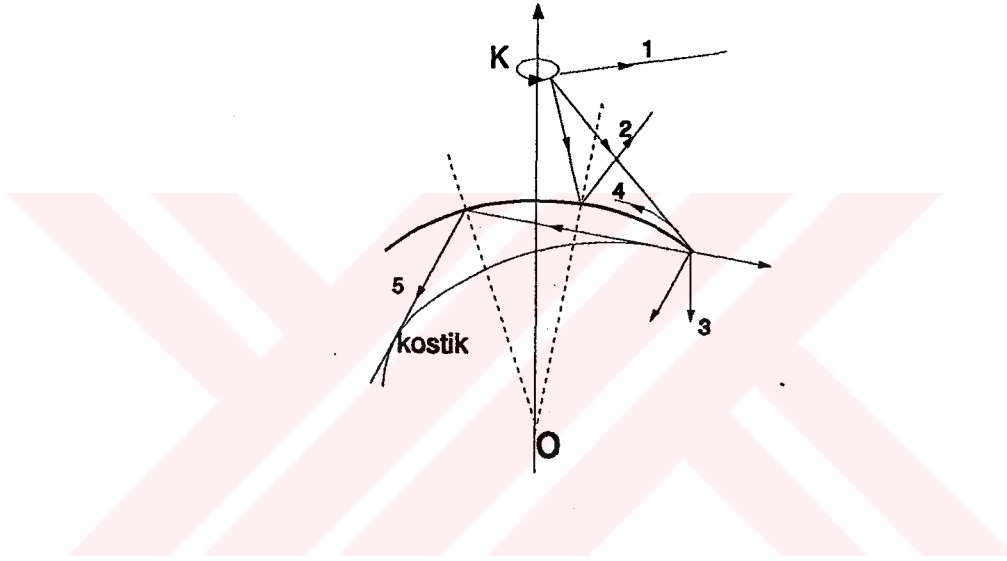
$$\Phi^{-}(v) \sim -\frac{kl}{2\pi^2 i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{v-ika}{v-ka}} \sqrt{\frac{b}{a} \sin\theta_k} \int_{-\infty}^{\infty} \tau^{-3/2} \frac{H_{\tau}^{(1)}(kb)}{H_{\tau}^{(1)}(ka)} \frac{e^{-i\tau(\theta_k - \theta_0)}}{\sqrt{v+ka}} \frac{d\tau}{(\tau-v)} \quad (1.3.39)$$

şeklinde bulunur.

İKİNCİ BÖLÜM

DAR AÇILI KÜRESEL REFLEKTÖRDEN OPTİK GİBİ SAÇILMA

2.1 - DAR AÇILI KÜRESEL REFLEKTÖRDE DALGALAR:



Şekil.5 - Dar Açılı Reflektörde Dalga Işınları

Magnetik Hertz dipolü alanında bulunan dar açılı dışbükey küresel reflektörde oluşan dalgalar; gelen (direk) dalga (1), yansıyan dalga (2) ve köşe kırınımından dolayı; doğrusal köşe kırınımı dalgası (3), sürünüm dalgası (4) ve reflektörün iç yüzeyinde oluşan fısıltılı galeri modları (5)'den ibarettir. (Şekil 5)

Küresel reflektörün dar açılı olması durumunda 1.3.39 ifadesindeki integralin çözümü endik inişli integrasyon çevre yöntemi ile semer noktasında asimptotik olarak yapılır. 1.2.3'te verilen Hankel fonksiyonunun asimptotik açılımı 1.3.39'da yerine konursa

$$\Phi(v) \sim -\frac{kl}{2\pi^2 i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{v-ika}{v-ka}} \sqrt{\frac{b}{a} \sin\theta_k} \int_{-\infty}^{\infty} \tau^{-3/2} \left[\frac{(ka)^2 - \tau^2}{(kb)^2 - \tau^2} \right]^{\frac{1}{4}} \frac{e^{i\Psi(\tau)} d\tau}{\sqrt{\tau+ka} (\tau-v)} \quad (2.1.1)$$

elde edilir. 2.1.1 ifadesinde faz fonksiyonu

$$\Psi(\tau) = [(kb)^2 - \tau^2]^{1/2} - [(ka)^2 - \tau^2]^{1/2} - \tau \cos^{-1}\left(\frac{\tau}{kb}\right) + \tau \cos^{-1}\left(\frac{\tau}{ka}\right) + \tau(\theta_0 - \theta_k) \quad (2.1.2)$$

şeklinde olup birinci türevi

$$\frac{d\Psi(\tau)}{d\tau} = -\cos^{-1}\left(\frac{\tau}{kb}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{\tau}{ka}\right) + (\theta_0 - \theta_k) \quad (2.1.3)$$

dir. ikinci türevi de

$$\frac{d^2\Psi(\tau)}{d\tau^2} = [(kb)^2 - \tau^2]^{-1/2} - [(ka)^2 - \tau^2]^{-1/2} \quad (2.1.4)$$

olur. Semer noktası 2.1.3 ifadesini sıfır yapan değerden bulunur. Buna göre

$$\left. \frac{d\Psi(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_s} = -\cos^{-1}\left(\frac{\tau_s}{kb}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{\tau_s}{ka}\right) + (\theta_0 - \theta_k) = 0 \quad (2.1.5)$$

olup ayrıca şekil 6'dan

$$\gamma_a = \cos^{-1}\left(\frac{\tau_s}{ka}\right) = \frac{\pi}{2} - \delta, \quad \gamma_b = \cos^{-1}\left(\frac{\tau_s}{kb}\right) = \frac{\pi}{2} - \delta + (\theta_0 - \theta_k) \quad (2.1.6)$$

yazılabilir. Semer noktası

$$\tau_s = k a \sin \delta \quad (2.1.7)$$

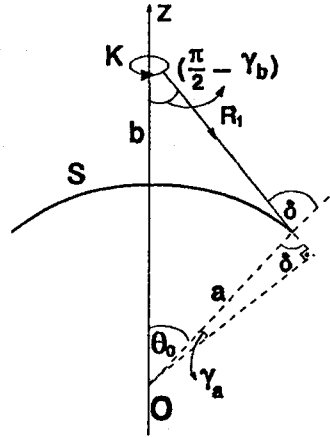
olarak bulunur.

Faz fonksiyonunun Taylor serisine açılımı

$$\Psi(\tau) \approx \Psi(\tau_s) + \frac{1}{2!} \Psi''(\tau_s) (\tau - \tau_s)^2 \quad (2.1.8)$$

şeklinindedir. Faz fonksiyonunun semer noktasındaki değeri, 2.1.2'den

$$\Psi(\tau_s) = kR_1 \quad (2.1.9)$$



Şekil 6 - Kaynaktan Köşeye Gelen Işın

olarak bulunur. Faz fonksiyonunun ikinci türevinin semer noktasındaki değeri

$$\Psi''(\tau_s) = -\frac{R_1}{kab \cos \delta \cos(\delta + \theta_k - \theta_0)} \quad (2.1.10)$$

olur. 2.1.9 ve 2.1.10 ifadelerinde

$$R_1 = b \cos(\delta + \theta_k - \theta_0) - a \cos \delta \quad (2.1.11)$$

olduğu göz önüne alınmıştır.

2.1.9 ve 2.1.10 ifadeleri 2.1.8'de yazılıp, daha sonra 2.1.1'de konursa

$$\Phi(v) \sim -\frac{kl}{2\pi^2 i} e^{-\frac{i\pi}{4}} \sqrt{\frac{v-ika}{v-ka}} \sqrt{\sin \theta_k} \sqrt{\frac{\cos \delta}{\cos(\delta + \theta_k - \theta_0)}} \frac{(k \sin \delta)^{-3/2}}{\sqrt{ka(1 + \sin \delta)}} \frac{e^{ikR_1}}{(k \sin \delta - v)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\Psi''(\tau_s)} (\tau - \tau_s)^2 d\tau \quad (2.1.12)$$

elde edilir. 2.1.12 ifadesindeki integral Gaussien dağılımına göre alınıp 1.3.22'de yazılırsa

$$\Psi(v) \sim \frac{kl}{2\pi} \sqrt{\frac{b}{2\pi}} \frac{e^{-iv\theta_0}}{\sqrt{v-ka}} \sqrt{\frac{\sin\theta_k}{\sin\delta}} \frac{\sqrt{(1-\sin\delta)}}{v-ka\sin\delta} \frac{1}{ka\sin\delta} \frac{e^{ikR_1}}{\sqrt{R_1}} \quad (2.1.13)$$

bulunur.

2.2 - ALANLARIN ANALİZİ :

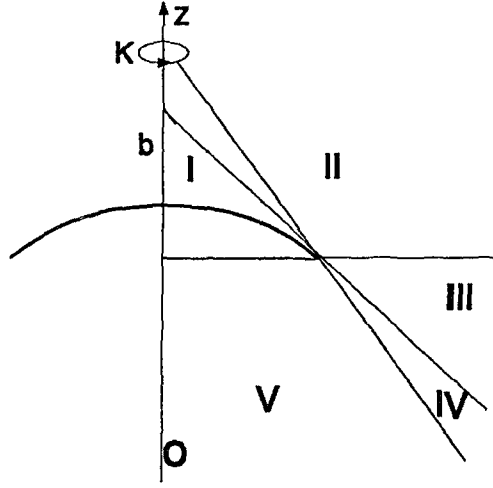
Poisson ve Hilbert integral dönüşümleri ile iki katlı integral olarak elde edilen alan bileşenleri ifadelerini burada, oluşan muhtelif belgelerde analizi yapılmıştır. Bu ifadelerdeki integraller uygun biçimde hesaplanarak alandaki başlıca temel bileşenler ortaya çıkarılabilir. Bu bileşenler gelen (direk) dalga (D), yansıyan dalga (Y), doğrusal köşe kırınımı dalgaları (K), köşe kırınımından dolayı meydana gelen sürünüm dalgaları (S), ve reflektörün iç kısmından yansiyarak oluşan fısıltılı galeri modu dalgaları (F)'ndan ibarettir. Bu dalgalar, şekil 7'de gösterilen bölgelere göre sınıflandırılmıştır.

<u>Bölge</u> :	<u>Meydana gelen dalgalar</u> :
I	D + Y + S
II	D + Y + K
III	D + Y + K
IV	D + K
V	K
VI	F

$r > b$ bölgesinde toplam elektrik alanı 1.3.1'den

$$E_\phi \sim -\frac{\omega\mu_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} D_v H_v^{(1)}(kr) \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv \quad (2.2.1)$$

şeklinde idi. 1.3.16 ifadesinde verilen D_v katsayısı 2.2.1'de konursa



Şekil 7 - Dar Açılı Reflektörden Saçılmada Bölgeler

$$\begin{aligned}
 E_{\phi} &\sim \frac{\omega\mu_0 kl}{2\pi} \sqrt{k b \sin\theta_k} \int_{-\infty}^{\infty} H_{\nu}^{(2)}(kb) H_{\nu}^{(1)}(kr) \frac{e^{i\nu(\theta-\theta_k)}}{\sqrt{k r \sin\theta}} d\nu \\
 &-\frac{\omega\mu_0 kl}{2\pi} \sqrt{k b \sin\theta_k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_{\nu}^{(1)}(ka)}{H_{\nu}^{(2)}(ka)} H_{\nu}^{(1)}(kb) H_{\nu}^{(1)}(kr) \frac{e^{i\nu(\theta-\theta_k)}}{\sqrt{k r \sin\theta}} d\nu \quad (2.2.2) \\
 &-\frac{\omega\mu_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{\frac{3}{2}} \frac{\Psi(\nu)}{H_{\nu}^{(1)}(ka)} H_{\nu}^{(1)}(kr) \frac{e^{i\nu\theta}}{\sqrt{k r \sin\theta}} d\nu
 \end{aligned}$$

elde edilir. 2.2.2 denkleminde 1. terim gelen dalgayı, 2. terim yansıyan dalgayı, 3. terim de köşe kırınımından dolayı oluşan dalgaları göstermektedir. Şimdi bu terimleri tek tek inceleyelim.

2.3 - GELEN DALGANIN ALANI:

Gelen dalganın alanı 2.2.2'den

$$E_{\phi} \sim \frac{\omega \mu_0 k l}{2\pi} \sqrt{k b \sin \theta_k} \int_{-\infty}^{\infty} H_{\nu}^{(2)}(k b) H_{\nu}^{(1)}(k r) \frac{e^{i\nu(\theta - \theta_k)}}{\sqrt{k r \sin \theta}} d\nu \quad (2.2.3)$$

şeklinde yazılabilir. 2.2.3 ifadesindeki integral, endik inişli integrasyon çevre yöntemi ile semer noktasında hesaplanacaktır. Bunun için Hankel fonksiyonları yerine 1.2.3'te verilen asimptotik açılımları yazılırsa

$$E_{\phi}^g \sim \frac{\omega \mu_0 k l}{2\pi} \sqrt{\frac{b \sin \theta_k}{r \sin \theta}} \left\{ \int_c \frac{e^{i\Psi_1(\nu)}}{[(k b)^2 - \nu^2]^{1/4} [(k r)^2 - \nu^2]^{1/4}} d\nu - \int_c \frac{e^{i\Psi_2(\nu)}}{[(k b)^2 - \nu^2]^{1/4} [(k r)^2 - \nu^2]^{1/4}} d\nu \right\} \quad (2.2.4)$$

biçimine dönüşür. 2.2.4'de iki faz fonksiyonu mevcut olmakla beraber, sadece 1. faz fonksiyonunu semer noktası mevcut olduğundan

$$\Psi_1(\nu) = [(k b)^2 - \nu^2]^{1/2} + [(k r)^2 - \nu^2]^{1/2} - \nu \cos^{-1}\left(\frac{\nu}{k b}\right) - \nu \cos^{-1}\left(\frac{\nu}{k r}\right) + \nu(\theta - \theta_k) \quad (2.2.5)$$

şeklindedir. Faz fonksiyonunun birinci türevi

$$\frac{d\Psi(\nu)}{d\nu} = -\cos^{-1}\left(\frac{\nu}{k b}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{\nu}{k r}\right) + (\theta - \theta_k) \quad (2.2.6)$$

olup, semer noktasındaki değeri sıfır olduğundan

$$\frac{\nu_s}{k b} = \cos \gamma_b, \quad \frac{\nu_s}{k r} = \cos \gamma_r \quad (2.2.7)$$

olarak kabul edilirse

$$-\gamma_b - \gamma_r + (\theta - \theta_k) = 0 \quad (2.2.8)$$

bulunur. Elde edilen son ifade göz önünde bulundurularak gelen dalgaya ait ışın Şekil 8'deki gibi çizilebilir.

Şekil 8'deki geometriden

$$\gamma_b = \frac{\pi}{2} - \alpha, \quad \gamma_r = \frac{\pi}{2} - \beta \quad (2.2.9)$$

yazılabilir. Semer noktası da

$$v_s = kb \sin \alpha = kr \sin \beta \quad (2.2.10)$$

olarak bulunur. Faz fonksiyonunun ikinci türevinin semer noktasındaki değeri

$$\frac{d^2 \Psi_1(v)}{dv^2} \Big|_{v=v_s} = \frac{1}{[(kb)^2 - v_s^2]^{1/2}} + \frac{1}{[(kr)^2 - v_s^2]^{1/2}} \quad (2.2.11)$$

şeklindedir. Faz fonksiyonunu semer noktasındaki değeri ise

$$\Psi_1(v_s) = [(kb)^2 - (kb \sin \alpha)^2]^{1/2} + [(kr)^2 - (kr \sin \beta)^2]^{1/2} = kR_1 \quad (2.2.12)$$

dir. 2.2.11 ve 2.2.12 ifadeleri 2.1.8 ile verilen Taylor seri açılımında yerine yazılıp, gelen alana ait elektrik alan ifadesi 2.2.4'te yerine konursa

$$E_\phi^g \sim -\frac{\omega \mu_0 k l}{\pi^2} \frac{1}{[(kb)^2 - (kb \sin \alpha)^2]^{1/4} [(kr)^2 - (kr \sin \beta)^2]^{1/4}} \sqrt{\frac{b \sin \theta_k}{r \sin \theta}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{i}{2} \left\{ \frac{1}{[(kb)^2 - (kb \sin \alpha)^2]^{1/2}} + \frac{1}{[(kr)^2 - (kr \sin \beta)^2]^{1/2}} \right\} (v - v_s)^2} dv \quad (2.2.13)$$

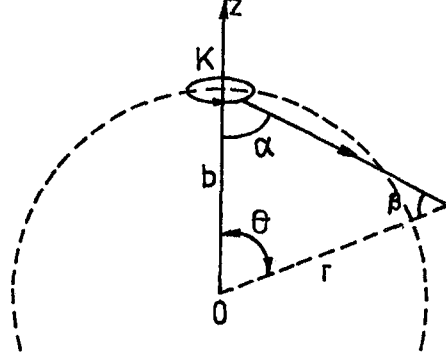
elde edilir. 2.2.13 ifadesi düzenlenirse

$$E_\phi^g = E_0 \frac{e^{ikR_1}}{\sqrt{kR_1}} \quad (2.2.14)$$

olarak bulunur. Burada

$$E_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\omega \mu_0 k l}{\pi} e^{i \frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{b \sin \theta_k}{r \sin \theta}} \quad (2.2.15)$$

dir.



Şekil 2.4- Direk Dalga Işını

2.4 - YANSIYAN DALGANIN ALANI :

Yansıyan dalganın alanı 2.2.2'den

$$E_{\phi}^y \sim -\frac{\omega\mu_0 k l}{2\pi} \sqrt{\frac{b \sin\theta_k}{r \sin\theta}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_{\nu}^{(1)}(ka)}{H_{\nu}^{(2)}(ka)} H_{\nu}^{(1)}(kb) H_{\nu}^{(1)}(kr) e^{i\nu(\theta-\theta_k)} d\nu \quad (2.4.1)$$

şekilinde yazılır. Yansıyan dalgalar, kaynaktan çıkan ışınların bir kısmı reflektörden yansması ile medana gelen dalgalardır. (şekil 9)

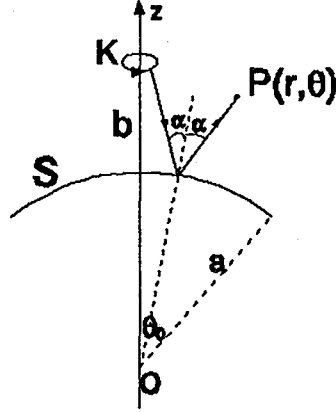
2.4.1 ile verilen yansıyan dalgaya ait elektrik alanı,

$$Y_0 = -\frac{\omega\mu_0 k l}{2\pi} \sqrt{\frac{b \sin\theta_k}{r \sin\theta}} \quad (2.4.2)$$

olmak üzere, Hankel fonksiyonlarının 1.2.3'te verilen asimptotik açılımları kullanılırsa

$$E_{\phi}^y \sim \frac{2Y_0}{\pi} \int_c \frac{e^{i\Psi(\nu)}}{[(kb)^2 - \nu^2]^{1/4} [(kr)^2 - \nu^2]^{1/4}} d\nu \quad (2.4.3)$$

elde edilir. 2.4.3 ifadesinde faz fonksiyonu



Şekil 9 - Yansıyan Dalga

$$\Psi(v) = [(kb)^2 - v^2]^{1/2} + [(kr)^2 - v^2]^{1/2} - 2[(ka)^2 - v^2]^{1/2} \quad (2.4.4)$$

$$-v \cos^{-1}\left(\frac{v}{kb}\right) - v \cos^{-1}\left(\frac{v}{kr}\right) + 2v \cos^{-1}\left(\frac{v}{ka}\right) + v(\theta - \theta_k)$$

şeklindedir. Faz fonksiyonunun birinci türevi

$$\frac{d\Psi(v)}{dv} = -\cos^{-1}\left(\frac{v}{kb}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{v}{kr}\right) + 2\cos^{-1}\left(\frac{v}{ka}\right) + (\theta - \theta_k) \quad (2.4.5)$$

olup, semer noktasında bu türev sifıra eşit olduğundan

$$\frac{v_s}{kb} = \cos \gamma_b \quad \frac{v_s}{ka} = \cos \gamma_a \quad \frac{v_s}{kr} = \cos \gamma_r \quad (2.4.6)$$

kabul edilirse

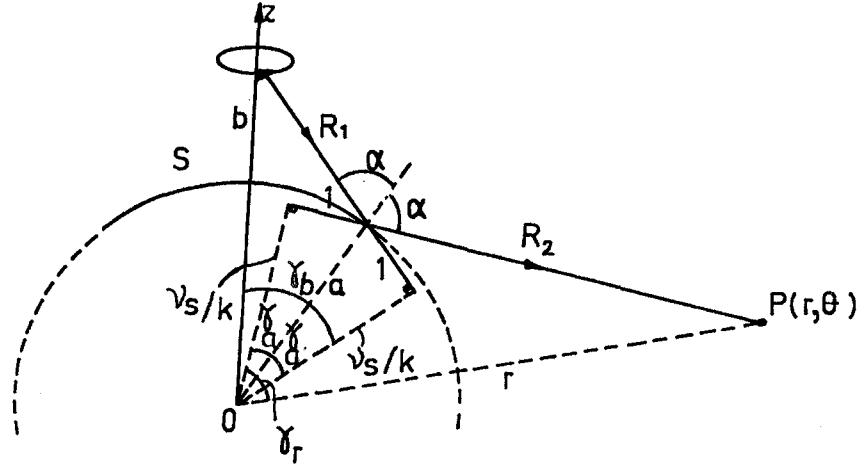
$$2\gamma_a - \gamma_b - \gamma_r + (\theta - \theta_k) = 0 \quad (2.4.7)$$

yazılabilir. 2.4.7 denkleminin çözümü basit formüllerle yazmak olanaksızdır. Bununla beraber şekil 10'da verilen geometriden çözümü bulmak mümkündür.

Şekil 10'da görülen γ_a, γ_b ve γ_r açıları, 2.4.5 denklemini semer noktasında sağlar. 2.4.4 ile verilen faz fonksiyonunun ikinci türevi

$$\frac{d^2\Psi(v)}{dv^2} = \frac{1}{[(kb)^2 - v^2]^{1/2}} + \frac{1}{[(kr)^2 - v^2]^{1/2}} - \frac{2}{[(ka)^2 - v^2]^{1/2}} \quad (2.4.8)$$

şeklindedir. Yine şekil 10'dan



Şekil 10 - Yansıyan Dalganın Işını

$$v_s = [(ka)^2 - (kl)^2]^{1/2} \quad (2.4.9)$$

$$b \sin \gamma_b = R_1 + l \quad a \sin \gamma_a = l \quad r \sin \gamma_r = R_2 + l \quad (2.4.10)$$

olduğu kolayca görülebilir. 2.4.4'te verilen faz fonksiyonunun semer noktasındaki değeri

$$\Psi(v_s) = k(R_1 + R_2) \quad (2.4.11)$$

dir. 2.4.9 ile verilen ikinci türevin semer noktasındaki değeri

$$\Psi''(v_s) = -\frac{2R_1R_2 + (R_1 + R_2)l}{k(R_1 + l)(R_2 + l)l} \quad (2.4.12)$$

olur. 2.4.11 ve 2.4.12'de elde edilen ifadeler 2.1.8'deki Taylor açılımında yazılırsa

$$\Psi(v) \sim k(R_1 + R_2) - \frac{1}{2l} \frac{2R_1R_2 + (R_1 + R_2)l}{k(R_1 + l)(R_2 + l)l} (v - v_s)^2 \quad (2.4.13)$$

elde edilir. 2.4.13 ifadesi 2.4.4'te konulup, oluşan integral hesaplanırsa

$$E_\phi^y \sim 2Y_0 \sqrt{\frac{2k}{\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{l}{2R_1R_2 + (R_1 + R_2)l}} e^{ik(R_1 + R_2)} \quad (2.4.14)$$

şeklinde bulunur. Burada Y_0 2.4.2'de verilmiştir.

2.5 - DOĞRUSAL KÖŞE KIRINIMI DALGALARININ ALANI:

Doğrusal köşe kırınımı dalgasının alanı 2.2.2'den

$$E_{\phi}^k \sim -\frac{\omega\mu_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} \frac{\Psi(v)}{H_v^{(1)}(ka)} H_v^{(1)}(kr) \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv \quad (2.5.1)$$

şeklinde yazılır. $\Psi(v)$ fonksiyonunun semer noktası metodu ile yapılan ve 2.1.13'te verilen ifadesi yerine yazılırsa

$$E_{\phi}^k \sim \frac{-\omega\mu_0 k l b}{4\pi\sqrt{2\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{e^{ikR_1}}{\sqrt{br\sin\theta}} \frac{\sqrt{1-\sin\delta}}{\sqrt{kR_1}} \frac{\sqrt{\frac{\sin\theta_k}{\sin\delta}}}{k\sin\delta} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} \frac{H_v^{(1)}(kr)}{H_v^{(1)}(ka)} \frac{e^{iv(\theta-\theta_0)}}{(v-k\sin\delta)} \frac{dv}{\sqrt{v-ka}} \quad (2.5.2)$$

olacağı görülebilir. 2.5.2 ifadesinde Hankel fonksiyonunun 1.2.3'te verilen asimptotik açılımı kullanılırsa

$$E_{\phi}^k \sim \frac{-\omega\mu_0 k l b}{4\pi\sqrt{2\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{b\sin\theta_k}{r\sin\theta}} \frac{e^{ikR_1}}{\sqrt{kR_1}} \sqrt{\frac{1-\sin\delta}{\sin\delta}} \frac{1}{k\sin\delta} \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{[(ka)^2 - v^2]^{1/4}}{[(kr)^2 - v^2]} \frac{e^{i\Psi(v)}}{(v-k\sin\delta)} \frac{dv}{\sqrt{v-ka}} \quad (2.5.3)$$

elde edilir. 2.5.3 ifadesinde faz fonksiyonu

$$\Psi(v) = [(kr)^2 - v^2]^{1/2} - [(ka)^2 - v^2]^{1/2} - v\cos^{-1}\left(\frac{v}{kr}\right) + v\cos^{-1}\left(\frac{v}{ka}\right) + v(\theta - \theta_0) \quad (2.5.4)$$

şeklinindedir. Faz fonksiyonunu birinci türevi

$$\frac{d\Psi(v)}{dv} = -\cos^{-1}\left(\frac{v}{kr}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{v}{ka}\right) + v(\theta - \theta_0) \quad (2.5.5)$$

dır. İkinci türevi ise

$$\frac{d^2\Psi(v)}{dv^2} = -[(kr)^2 - v^2]^{-1/2} + [(ka)^2 - v^2]^{-1/2} \quad (2.5.6)$$

olur. Semer noktası, 2.5.5 ifadesini sıfır yapan değerden bulunabilir. Buna göre

$$-\cos^{-1}\left(\frac{v_s}{kr}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{v_s}{ka}\right) + v_s(\theta - \theta_0) = 0 \quad (2.5.7)$$

eşitliğinden ve şekil 11'de verilen geometriden

$$\frac{v_s}{kr} = \cos\gamma_r \quad \frac{v_s}{ka} = \cos\gamma_a \quad (2.5.8)$$

olmak üzere

$$-\gamma_r + \gamma_a + (\theta - \theta_0) = 0 \quad (2.5.9)$$

yazılabilir. Burada $\text{Re}\gamma_a, \text{Re}\gamma_r \in (0, \pi)$ olduğu düşünülmüştür. Bu açılara uyan açılar ve semer noktası

$$\begin{aligned} v_s &= ka \sin\beta \\ \gamma_a &= \frac{\pi}{2} - \beta \\ \gamma_r &= (\theta - \theta_0) + \frac{\pi}{2} - \beta \end{aligned} \quad (2.5.10)$$

olarak bulunabilir. β açısı şekil 11'deki geometriden tanımlanmaktadır.

2.5.4 ifadesi ile verilen faz fonksiyonunun semer noktasındaki değeri

$$\Psi(v_s) = krcos[\beta - (\theta - \theta_0)] - ka \cos\beta = kR_2 \quad (2.5.11)$$

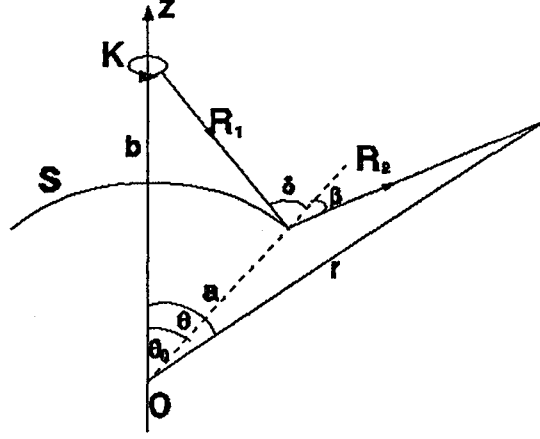
şeklindedir. 2.5.6 ile verilen faz fonksiyonunun ikinci türevinin semer noktasındaki değeri de

$$\Psi''(v_s) = \frac{1}{krcos[\beta - (\theta - \theta_0)]} - \frac{1}{ka \cos\beta} \quad (2.5.12)$$

olur. 2.1.8'de verilen Taylor serisi açılımı için 2.5.11 ifadesi yazılırsa

$$\Psi(v) \sim kR_2 + \frac{1}{2!} \Psi''(v_s)(v - v_s)^2 \quad (2.5.13)$$

elde edilir. 2.5.13 ifadesi 2.5.3'te verilen alan ifadesinde yerine yazılıp integral alınır



Şekil 11 - Doğrusal Köşe Kırınimleri

$$E_{\phi}^k \sim -\frac{\omega \mu_0 k l}{4\pi} \sqrt{\frac{b \sin \theta_k}{r \sin \theta}} \frac{e^{ikR_1}}{\sqrt{kR_1}} \sqrt{1 - \sin \delta} \frac{\sqrt{1 + \sin \beta}}{\sin \beta - \sin \delta} \left(\frac{\sin \beta}{\sin \delta}\right)^{3/2} \frac{e^{ikR_2}}{\sqrt{kR_2}} \quad (2.5.14)$$

olarak bulunur.

2.6 - KÖŞE KIRINIMINDAN MEYDANA GELEN SÜRÜNÜM DALGALARI:

Eğrisel yüzey boyunca ilerleyen ve her noktada eğrisel yüzeye teğet olarak fırlayan dalgalardır. Şekil 7'de (I) bölgesinde meydana gelirler.

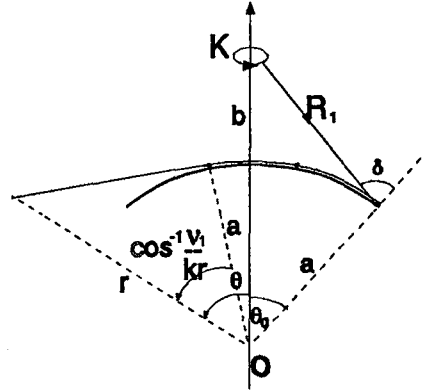
Köşe kırınımından dolayı meydana gelen sürünüm dalgasının alanı 2.2.2'den

$$E_{\phi}^k \sim -\frac{\omega \mu_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{\Psi^-(v)}{H_v^{(1)}(ka)} H_v^{(1)}(kr) \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr \sin \theta}} dv \quad (2.6.1)$$

yazılır. 2.6.1 ifadesinde, Hilbert dönüşüm integralinin 2.1.13'te verilen çözümü yazılırsa

$$E_{\phi}^s \sim S_0 \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{H_v^{(1)}(kr)}{H_v^{(1)}(ka)} \frac{e^{iv(|\theta| - \theta_0)}}{(v - k \sin \delta)} \frac{dv}{\sqrt{v - ka}} \quad (2.6.2)$$

elde edilir. Burada



Şekil 12 - Köşe Kırınımından Meydana Gelen Sürünüm Dalgası

$$S_0 = \frac{-\omega \mu_0 k l}{4\pi \sqrt{2\pi}} \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{r \sin \theta}} \sqrt{\frac{\sin \theta_k}{\sin \delta}} \frac{e^{ikR_1}}{\sqrt{kR_1}} \frac{\sqrt{b(1-\sin \delta)}}{k \sin \delta} \quad (2.6.3)$$

dur. 2.6.2'deki integralin hesabı, $H_{\nu}^{(1)}(ka)$ 'nın sıfırları bulunarak, kutuplarında rezidü ile $\nu = \nu_1$ için yapılırsa

$$E_{\phi}^s \sim S_0 2\pi i \nu_1^{3/2} \frac{H_{\nu_1}^{(1)}(kr)}{\dot{H}_{\nu_1}^{(1)}(ka)} \frac{e^{i\nu_1(|\theta|-\theta_0)}}{(\nu_1 - k \sin \delta)} \frac{d\nu}{\sqrt{\nu_1 - ka}} \quad (2.6.4)$$

şeklinde hesaplanır. 2.6.4'te

$$\dot{H}_{\nu_1}^{(1)}(ka) = \frac{\partial H_{\nu}^{(1)}(ka)}{\partial \nu} \Big|_{\nu=\nu_1} \quad (2.6.5)$$

olarak tanımlıdır. Köşe kırınımından oluşan sürünüm dalgalarına ait geometri, şekil 12'de verilmiştir.

2.7 - KÖŞE KIRINIMINDAN OLUŞAN FISILDAYAN GALERİ MODLARI:

Kaynaktan elektromagnetik dalgalar, S küre yüzeyinin dış bölgelerindeki noktalara ulaşırken uğradığı değişiklikleri incelemek amacıyla, toplam alanın $r > b$ bölgesindeki ifadesi ele alınarak incelenmiştir. Ancak kırınım sonucu IV bölgesine giren ışınlar S yüzeyinin iç kısmında peşpeşe yansımalara uğrarlar. Böylece gözlem noktasına çok sayıda yansımaya uğrayan dalgalar oluşabilir. (Şekil 13) Bu nedenle iç bölgedeki alanı sonlu sayıda modlar (fısıldayan galeri modları) aracılığı ile ifade etmek gerekir.

$r < a$ bölgesindeki toplam alan, 1.3.6'daki ifade 1.3.1'de yazılırsa

$$E_{\phi} \sim -\frac{\omega\mu_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{\Psi^{-}(v)}{J_{|v|}(ka)} J_{|v|}(kr) \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv \quad (2.7.1)$$

olarak elde edilir. 1.3.22 ve 1.3.39 ifadeleri 2.7.1'de yerine konursa

$$E_{\phi}^f \sim \frac{\omega\mu_0 k l}{8\pi^2} \sqrt{\frac{b\sin\theta_k}{r\sin\theta}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{J_{|v|}(kr)}{J_{|v|}(ka)} \left\{ \tau^{-3/2} \frac{H_{\tau}^{(1)}(kb)}{H_{\tau}^{(1)}(ka)} \frac{e^{i\tau(\theta_0 - \theta_k)}}{\sqrt{\tau+ka}(\tau-v)} \right\} \frac{e^{iv(\theta - \theta_0)}}{\sqrt{v-ka}} d\tau dv \quad (2.7.2)$$

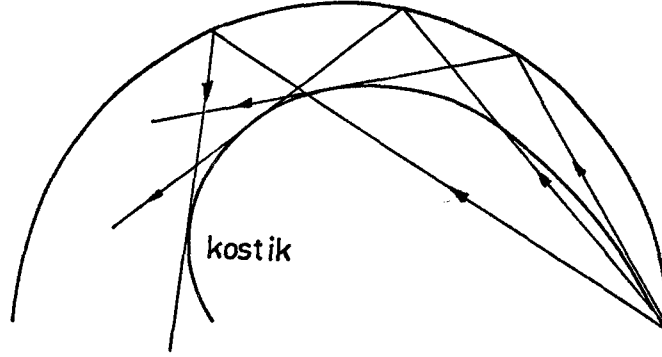
bulunabilir. 2.7.2 ifadesindeki integraller; Hilbert dönüşüm integrali endik inişli integrasyon çevre yöntemiyle semer noktasında, Poisson dönüşüm integrali ise, kutuplarında rezidü ile hesaplanacaktır. Buna göre

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \tau^{-3/2} \frac{H_{\tau}^{(1)}(kb)}{H_{\tau}^{(1)}(ka)} \frac{e^{i\tau(\theta_0 - \theta_k)}}{\sqrt{\tau+ka}(\tau-v)} d\tau \quad (2.7.3)$$

şeklinde tanımlanıp, semer noktası ile kısım 2.1'de yapılan hesabı

$$I_1 = ka e^{-i\pi/4} (\sin\delta)^{-3/2} \frac{\sqrt{1-\sin\delta}}{(k\sin\delta - v)} \frac{e^{ikR_1}}{\sqrt{kR_1}} \quad (2.7.4)$$

şeklindedir. Yine



Şekil 13 - Fısıldayan Galerı Modu Dalgaları

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{J_{|v|}(kr)}{J_{|v|}(ka)} \frac{e^{iv(\theta-\theta_0)}}{(k \sin \delta - v)} \frac{dv}{\sqrt{v-ka}} \quad (2.7.5)$$

olup, rezidü ile $J_{|v|}(ka)$ 'nın sıfırlarında yapılan hesabı

$$I_2 = 2\pi i \sum_{m=1}^N v_m^{3/2} \frac{J_{v_m}(kr)}{J_{v_m}(ka)} \frac{e^{iv_m(\theta-\theta_0)}}{(k \sin \delta - v_m) \sqrt{v_m - ka}} \quad (2.7.6)$$

olarak bulunabilir. 2.7.4 ve 2.7.6'da bulunan integral sonuçları 2.7.2'de yazılırsa

$$E_{\phi}^f = F_0 \sum_{m=1}^N v_m^{3/2} \frac{J_{v_m}(kr)}{J_{v_m}(ka)} \frac{e^{iv_m(\theta-\theta_0)}}{(k \sin \delta - v_m) \sqrt{v_m - ka}} \quad (2.7.7)$$

bulunur. 2.7.7'de

$$F_0 = \frac{i\omega\mu_0 k^2 a l}{4\pi} e^{-i\pi/4} \sqrt{\frac{b \sin \theta_k}{r \sin \theta}} (\sin \delta)^{-3/2} \sqrt{1 - \sin \delta} \frac{e^{ikR_1}}{\sqrt{kR_1}} \quad (2.7.8)$$

dir.

$$\Phi^-(v) \sim -\frac{kl}{2\pi^2 i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{v-ika}{v-ka}} \sqrt{\frac{b}{a} \sin\theta_k} \int_{-\infty}^{\infty} \tau^{-3/2} \frac{H_{\tau}^{(1)}(kb)}{H_{\tau}^{(1)}(ka)} \frac{e^{-i\tau(\theta_k - \theta_0)}}{\sqrt{v+ka}} \frac{d\tau}{(\tau-v)} \quad (3.1.1)$$

yazılabilir. 3.1.1'deki integralin çözümlü, $H_{\tau}^{(1)}(ka)$ 'nın sıfırlarında rezidü yöntemi ile yapılır. Buna göre $\tau = \tau_1$ için

$$\Phi^-(v) \sim -\frac{kl}{\pi} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{v-ika}{v-ka}} \sqrt{\frac{b}{a} \sin\theta_k} \cdot \lim_{\tau \rightarrow \tau_1} \left\{ \tau^{-3/2} \frac{(\tau - \tau_1) H_{\tau}^{(1)}(kb)}{H_{\tau}^{(1)}(ka)} \frac{e^{-i\tau(\theta_k - \theta_0)}}{\sqrt{v+ka} (\tau - v)} \right\} \quad (3.1.2)$$

elde edilir. 3.1.2 ifadesindeki limit alınarak

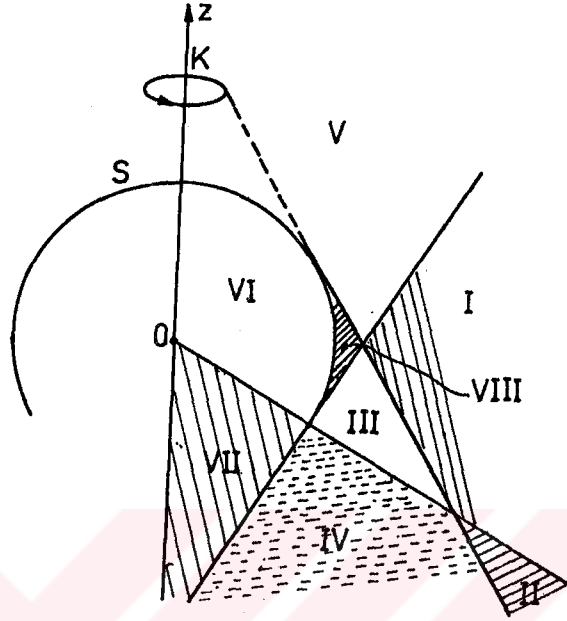
$$\Phi^-(v) \sim -\frac{kl}{\pi} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{v-ika}{v-ka}} \sqrt{\frac{b}{a} \sin\theta_k} \tau_1^{-3/2} \frac{H_{\tau_1}^{(1)}(kb)}{\dot{H}_{\tau_1}^{(1)}(ka)} \frac{e^{-i\tau_1(\theta_k - \theta_0)}}{\sqrt{\tau_1 + ka} (\tau_1 - v)} \quad (3.1.3)$$

şeklinde bulunur. 3.1.3'te () işareti τ 'ya göre alınmış türevi göstermektedir. 3.1.3 ifadesi 1.3.2 ifadesinde konursa

$$\Psi^-(v) \sim -\frac{kl}{2\pi} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{kb \sin\theta_k}{v-ka}} \tau_1^{-3/2} \frac{H_{\tau_1}^{(1)}(kb)}{\dot{H}_{\tau_1}^{(1)}(ka)} \frac{e^{-i\tau_1(\theta_k - \theta_0)} e^{iv\theta_0}}{\sqrt{\tau_1 + ka} (\tau_1 - v)} \quad (3.1.4)$$

olarak bulunur.

3.2 - ALANLARIN ANALİZİ:



Şekil 15 - Geniş Açılı Küresel Reflektörde Bölgeler

1.3.1 ve 1.3.2 formülleri kaynağın ve reflektörün dışında, her yerde alanı verirler. Bu ifadelerdeki integraller uygun biçimde dönüştürülerek alandaki başlıca temel bileşenler ortaya çıkarılabilir. Bu bileşenler; gelen (direk) dalga (D), yansıyan dalga (Y), sürünüm dalgası (S), doğrusal köşe kırınımı dalgaları (KS) ve reflektörün iç kısmından yansıyarak fisiltılı galeri modu dalgaları (F)'ından ibarettir. Belirtilen dalgalar şekil 15'de gösterilen bölgelere göre sınıflandırılmıştır. Ayrıca, θ 'nın

<u>Bölge</u> _____ :	<u>Meydana gelen alanlar</u> _____ :
I	$D + Y + K$
II	$D + Y + K + U$
III	$K + S$
IV	$K + S + U$
V	$G + Y + KS$
VI	F
VII	$K + U$
VIII	$S + KS$

değişim aralığının $(-\infty, \infty)$ 'a genişletilmiş olmasını doğal bir sonucu olarak, kanonik problem orijinden çıkan birtakım dalgaları da içerir. Ancak bu dalgalar bazı bölgelerde sözkonusudur.

3.3- DOĞRUSAL KÖŞE KIRINIMI DALGASININ ALANI :

Şekil 14'te (1) ile gösterilen, köşe kırınımından oluşan sürünüm dalgasının alanı 2.2.2'den

$$E_{\phi}^k \sim -\frac{\omega\mu_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{\Psi(v)}{H_v^{(1)}(ka)} H_v^{(1)}(kr) \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv \quad (3.3.1)$$

şeklinde yazılır. $\Psi(v)$ fonksiyonunun, $H_{\tau}^{(1)}(ka)$ 'nın sıfırlarındaki 3.1.4 ile verilen çözümü 3.3.1'de kullanılırsa

$$E_{\phi}^{(1)} \sim \frac{i\omega\mu_0 k l}{4\pi} \sqrt{\frac{b\sin\theta_k}{r\sin\theta}} \tau_1^{-3/2} \frac{H_{\tau_1}^{(1)}(kb)}{H_{\tau_1}^{(1)}(ka)} \frac{e^{i\tau_1(\theta_0-\theta_k)}}{\sqrt{\tau_1+ka}} \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{H_v^{(1)}(kr)}{H_v^{(1)}(ka)} \frac{e^{iv(\theta-\theta_0)}}{\sqrt{v-ka}} \frac{dv}{(\tau_1-v)} \quad (3.3.2)$$

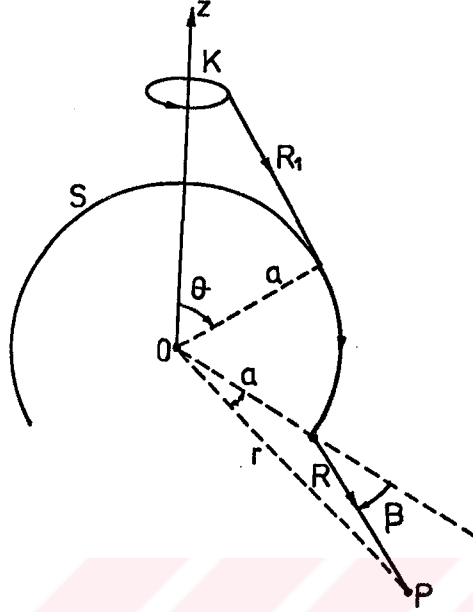
olur. 3.3.2'deki integral, semer noktası metoduyla yapılabilmesi için Hankel fonksiyonunun 1.2.3'te verilen asimptotik açılımları kullanılarak

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \left[\frac{(ka)^2 - v^2}{(kr)^2 - v^2} \right]^{1/4} \frac{e^{i\Psi(v)}}{\sqrt{v-ka}} \frac{dv}{(\tau_1-v)} \quad (3.3.3)$$

halini alır. 3.3.3'te faz fonksiyonu

$$\Psi(v) = [(kr)^2 - v^2]^{1/2} - [(ka)^2 - v^2]^{1/2} - v \cos^{-1}\left(\frac{v}{kr}\right) + v \cos^{-1}\left(\frac{v}{ka}\right) + v(\theta - \theta_0) \quad (3.3.4)$$

şeklinde dir. 3.3.4'te verilen faz fonksiyonu 2.5.4'teki faz fonksiyonunun aynısıdır ve



Şekil 16 - Doğrusal Köşe Kırınımı Dalgaları

2.5.13'te sonuçlanmıştır. Buna göre 3.3.3 integrali

$$I = ka\sqrt{2\pi} e^{-i\frac{\pi}{4}} (\sin\beta)^{3/2} \frac{\sqrt{1+\sin\beta}}{\tau_1 - k a \sin\beta} \frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}} \quad (3.3.5)$$

olarak hesaplanabilir. 3.3.5'te elde edilen integral sonucu 3.3.2'de yerine yazılırsa

$$E_{\phi}^{(1)} \sim \frac{i\omega\mu_0 k l}{2\sqrt{2\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} ka \frac{(\sin\beta)^{3/2}}{\sqrt{\tau_1 + ka}} \frac{\sqrt{1+\sin\beta}}{\tau_1 - k a \sin\beta} \frac{H_{\tau_1}^{(1)}(kb)}{H_{\tau_2}^{(1)}(ka)} \quad (3.3.6)$$

$$\tau_1^{-3/2} e^{i\tau_1(\theta_0 - \theta_K)} \frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}}$$

bulunur. Geniş açılı reflektörün doğrusal köşe kırınımına ait geometri şekil 16'da gösterilmiştir. 3.3.6'da

$$H_{\tau_1}^{(1)}(ka) = \frac{\partial H_{\tau}^{(1)}(ka)}{\partial \tau} \Big|_{\tau=\tau_1} \quad (3.3.7)$$

dır.

3.4 - SÜRÜNÜM DALGASININ ALANI:

Şekil 14'de geometrisi verilen kürenin yüzeyinde oluşan (2) sürünüm dalgasına ait alan 2.2.2'den

$$E_{\phi}^{(2)} = -\frac{\omega\mu_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{\Psi(v)}{H_v^{(1)}(ka)} H_v^{(1)}(kr) \frac{e^{iv\theta}}{\sqrt{kr\sin\theta}} dv \quad (3.4.1)$$

yazılabilir. $\Psi(v)$ fonksiyonunun, $H_{\tau}^{(1)}(ka)$ 'nın sıfırlarındaki 3.1.4 ile verilen çözümü 3.4.1'de kullanılırsa

$$E_{\phi}^{(1)} \sim \frac{i\omega\mu_0 k l}{4\pi} \sqrt{\frac{b\sin\theta_k}{r\sin\theta}} \tau_1^{-3/2} \frac{H_{\tau_1}^{(1)}(kb)}{H_{\tau_1}^{(1)}(ka)} \frac{e^{i\tau_1(\theta_0-\theta_k)}}{\sqrt{\tau_1+ka}} \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{H_v^{(1)}(kr)}{H_v^{(1)}(ka)} \frac{e^{iv(\theta-\theta_0)}}{\sqrt{v-ka}} \frac{dv}{(\tau_1-v)} \quad (3.4.2)$$

elde edilir. 3.4.2'deki integralin hesabı da $H_v^{(1)}(ka)$ 'nın sıfırlarında rezidü yöntemi ile yapılacaktır. Buna göre

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} v^{3/2} \frac{H_v^{(1)}(kr)}{H_v^{(1)}(ka)} \frac{e^{iv(\theta-\theta_0)}}{\sqrt{v-ka}} \frac{dv}{(\tau_1-v)} \quad (3.4.3)$$

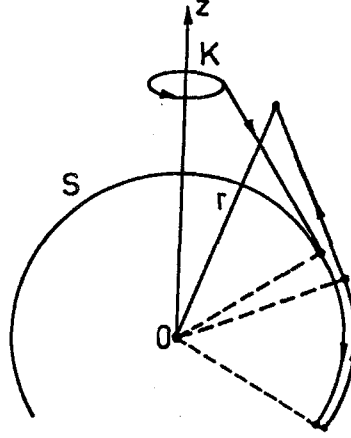
şeklinde tanımlanıp,

$$I = 2\pi i v_1^{3/2} \frac{H_{v_1}^{(1)}(kr)}{H_{v_1}^{(1)}(ka)} \frac{e^{iv_1(\theta-\theta_0)}}{\sqrt{v_1-ka} (\tau_1-v_1)} \quad (3.4.4)$$

olarak bulunabilir. 3.4.4'teki integral sonucu 3.4.2'de yerine konursa

$$E_{\phi}^{(2)} \sim \frac{S_{01}}{(\tau_1-v_1)} \left(\frac{v_1}{\tau_1}\right)^{3/2} \frac{H_{\tau_1}^{(1)}(kb)}{H_{\tau_1}^{(1)}(ka)} \frac{H_{v_1}^{(1)}(kr)}{H_{v_1}^{(1)}(ka)} \frac{e^{i\tau_1(\theta_0-\theta_k)}}{\sqrt{\tau_1+ka}} \frac{e^{iv_1(\theta-\theta_0)}}{\sqrt{v_1-ka}} \quad (3.4.5)$$

bulunur. Sürünüm dalgalarına ait geometri Şekil 17'de verilmiştir. 3.4.5'teki S_{01}



Şekil 3.4- Sürünüm Dalgaları

$$S_{01} = \frac{\omega \mu_0 k l}{2} \sqrt{\frac{b \sin \theta_k}{r \sin \theta}} \quad (3.4.5)$$

olarak belirlenir.

3.5 - KÖŞE KIRINIMINDAN OLUŞAN FISILDAYAN GALERİ MODLARI:

Şekil 15'te VI bölgesinde oluşan fisıldayan galeri modlarının alanı, 2.7.2'den

$$E_{\phi}^{(2)} \sim -\frac{\omega \mu_0 k l}{8 \pi^2} \sqrt{\frac{b \sin \theta_k}{r \sin \theta}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^{\frac{3}{2}} \frac{J_{|v|}(kr)}{J_{|v|}(ka)} \left\{ \tau^{-\frac{3}{2}} \frac{H_{\tau}^{(1)}(kb)}{H_{\tau}^{(1)}(ka)} \frac{e^{i\tau(\theta_0 - \theta_k)}}{\sqrt{\tau + ka} (\tau - v)} \right\} \frac{e^{iv(\theta - \theta_0)}}{\sqrt{v - ka}} d\tau dv \quad (3.5.1)$$

şeklinde yazılabilir. 3.5.1 ifadesindeki integrallerin hesabı, endik inişli integrasyon çevre yöntemiyle, Hankel ve Bessel fonksiyonlarının ($H_{\tau}^{(1)}(ka)$ ve $J_{|v|}$) sıfırlarında rezidü ile yapılacaktır. v katının hesabı 2.7.6'da yapılmıştı. τ kati ise

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \tau^{-3/2} \frac{H_{\tau}^{(1)}(kb)}{H_{\tau}^{(1)}(ka)} \frac{e^{i\tau(\theta_0 - \theta_k)}}{\sqrt{\tau+ka}} \frac{d\tau}{(\tau - \nu_m)} \quad (3.5.2)$$

şeklinde olup, rezidü yönteminden

$$I_1 = 2\pi i \sum_{n=1}^N \tau_n^{-3/2} \frac{H_{\tau_n}^{(1)}(kb)}{H_{\tau_n}^{(1)}(ka)} \frac{e^{i\tau_n(\theta_0 - \theta_k)}}{\sqrt{\tau_n+ka} (\tau_n - \nu_m)} \quad (3.5.3)$$

olarak bulunabilir. 2.7.6 ve 3.5.3 ifadeleri 3.5.1'de yazılırsa

$$E_{\phi}^{(3)} \sim F_{01} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left(\frac{\nu_m}{\tau_n}\right)^{3/2} \frac{H_{\tau_n}^{(1)}(kb)}{H_{\tau_n}^{(1)}(ka)} \frac{J_{\nu_m}(kr)}{J_{\nu_m}(ka)} \frac{1}{k a \sin \delta} \cdot \frac{e^{i\tau_n(\theta_0 - \theta_k)}}{\sqrt{\tau_n+ka}} \frac{1}{(\tau_n - \nu_m)} \frac{e^{i\nu_m(\theta - \theta_0)}}{\sqrt{\nu_m - ka}} \quad (3.5.4)$$

bulunur. 3.5.4'te

$$F_{01} = -\frac{\omega \mu_0 k l}{2} \sqrt{\frac{b \sin \theta_k}{r \sin \theta}} \quad (3.5.6)$$

dir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

KÜRESEL REFLEKTÖRDEN YANSIMADA YÜZEY AKIMI DAĞILIMI YÖNTEMİ

Geometrik Optik yaklaşımın aydınlık bölgedeki sınır koşulu $\vec{n} \times \vec{H}^i = \vec{n} \times \vec{H}^s$ dir. Optik benzeri saçılmada akım dağılımı yöntemi; bu sınır koşulunda yüzeysel akım yoğunluğunu $\vec{J}_s = 2(\vec{n} \times \vec{H}^i)$ şeklinde ifade ederek, bu akıma ait vektör potansiyelin integral ifadesini bulmak ve sonra da, vektör potansiyelin tanımı gereğince, bir rotasyonel işlemi ($\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$) ile mükemmel iletken yüzeyden ışıyan dalgalara ait yansıyan dalgaların alanını elde etmekten ibarettir.

4.1 - MAGNETİK HERTZ VEKTÖRÜNÜN ALANI:

Şekil 18'deki gibi kartezyen koordinatlarda orijine yerleştirilmiş Hertz dipolünün vektör potansiyel ifadesi

$$F_z = \frac{\epsilon I_m h}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (4.1.1)$$

şeklindedir. 4.1.1 ifadesi polar koordinatlarda yazılırsa

$$F_\theta = -\frac{\epsilon I_m h}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \sin\theta \quad (4.1.2)$$

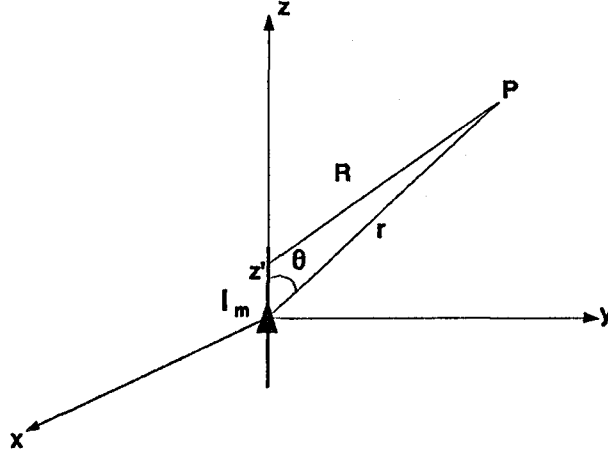
olur. Magnetik alanı, vektör potansiyele bağlı olarak

$$\vec{H} = -i\omega \vec{F} \quad (4.1.3)$$

şeklinde yazılabilir. 4.1.2'de verilen vektör potansiyel ifadesi 4.1.3'te kullanılırsa

$$H_\theta = \frac{i\omega \epsilon I_m h}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \sin\theta \quad (4.1.4)$$

olarak bulunur.



Şekil 18 - Orijine Yerleştirilmiş Hertz Dipolü

4.2 - MAGNETİK HERTZ VEKTÖRÜNÜN KÜRE YÜZEYİNDE OLUŞTURDUĞU ALAN:

Problemde kullanılacak kaynak (Hertz Dipolü), $z=b'$ 'de düşünüldüğünden 4.1.4 ifadesinde bulunan magnetik alan bileşeninde r yerine R_1 yazmak gerekir. Bu durumda elde edilecek alan bileşeni, dışbükey küresel reflektörün yüzeyi üzerinde oluşacak magnetik alanı verir. (R_1 vektörü kaynaktan küresel reflektörün yüzeyine kadar olan uzaklıktır.

$$H_{\theta} = \frac{i\omega\epsilon I_m h}{4\pi} \frac{e^{-ikR_1}}{R_1} \sin\theta' \quad (4.2.1)$$

4.2.1'de verilen magnetik alan bileşeni, küresel reflektörün yüzeyine teğet değildir. Yüzey akımı dağılımı yönteminde teğet alan (açıklık alanı) kullanıldığından 4.2.1 ile verilen alanın izdüşümünü

$$\vec{e}_{\alpha'} = -\sin\alpha \vec{e}_{r'} + \cos\alpha \vec{e}_{\theta'} \quad (4.2.2)$$

şeklindeki birim vektör yardımıyla

$$\vec{H}_a = -\frac{i\omega\epsilon I_m h}{4\pi} \frac{e^{-ikR_1}}{R_1} \sin\theta' \cos\alpha \vec{e}_{\theta'} \quad (4.2.3)$$

bulunur. Yukardaki ifadelerde R_1 vektörü

$$R_1 = (a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta')^{1/2} \quad (4.2.4)$$

olarak tanımlanır.

4.3 - YÜZEYSEL AKIM DAĞILIMI YÖNTEMİ İLE YANSIYAN ALAN:

Bu yöntemde kullanılan vektör potansiyel ifadesi

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \int_{S_a} (\vec{n} \times \vec{H}_a) \frac{e^{ikR_2}}{R_2} ds' \quad (4.3.1)$$

şeklinde olup, bu ifadede $\vec{n} = \vec{e}_r$ olmak üzere

$$\vec{n} \times \vec{H}_a = H_a (\vec{e}_r \times \vec{e}_{\theta'}) = H_a \vec{e}_{\phi'} \quad (4.3.2)$$

vektörel çarpımı yazılır. Ancak dikkat edilmesi gereken bir nokta, vektör potansiyelin bileşenleri kartezyen koordinatlarda hesaplanmalıdır. Buna göre

$$\vec{e}_{\phi'} = -\sin \phi' \vec{e}_x + \cos \phi' \vec{e}_y \quad (4.3.3)$$

yazılır. 4.3.3 ifadesinden görüleceği gibi vektör potansiyelin x ve y bileşenleri mevcuttur. 4.3.1'de R_2 vektörü

$$R_2 = (r^2 + a^2 - 2ra \cos \Psi)^{1/2} \quad (4.3.4)$$

olarak yazılabilir. 4.3.4 ifadesi uzak alan hesabında kullanılacağı için ($r \gg a$) a^2 terimi ihmal edilebilir. Daha sonra kalan iki terimli ifadenin binom açılımı yapıp ilk iki terim ile yetinilirse

$$R_2 \sim r - a \cos \Psi \quad (4.3.5)$$

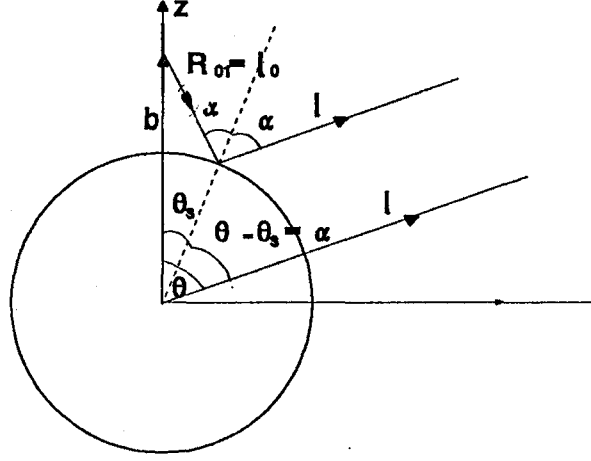
elde edilir. 4.3.5 ifadesinde Ψ açısı \vec{e}_r ile $\vec{e}_{r'}$ arasındaki açı olduğundan

$$\cos \Psi = \vec{e}_r \cdot \vec{e}_{r'} = \sin \theta \sin \theta' \cos(\phi - \phi') + \cos \theta \cos \theta' \quad (4.3.6)$$

olarak yazılır. Şekil 19'da verilen geometriden sinüs teoremi gereğince

$$\frac{b}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin(\alpha - \theta')} \quad (4.3.7)$$

yazılabilir. 4.3.7 ifadesinden



Sekil 19 - Magnetik Hertz Dipolünün Alanında Bulunan Mükemmel İletken Küre

$$\cos \alpha = \frac{\cos \theta - \frac{a}{b}}{\sin \theta + \cos \theta - \frac{a}{b}} \quad (4.3.8)$$

elde edilir. 4.3.2, 4.3.3, ve 4.3.5 ifadeleri 4.3.1'de yerine konursa

$$\vec{A} = \frac{\mu a^2}{4\pi} \int_{\theta=-\theta_0}^{\theta_0} \int_{\phi=0}^{2\pi} (-H_a \sin \phi \vec{e}_x + H_a \cos \phi \vec{e}_y) \frac{e^{-ikr}}{r} e^{ik a \cos \Psi} \sin \theta d\theta d\phi \quad (4.3.9)$$

şeklinde vektörel bir ifade elde edilir. 4.3.9 ifadesinde genlikte $R_2 \sim r$ alınmıştır. Bu ifadeyi bileşenlerine ayırıp, 4.2.3 ve 4.3.6 ifadeleri de yerine yazılırsa

$$A_x = \frac{A_0}{2\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \int_{\theta=-\theta_0}^{\theta_0} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{e^{ikR_1}}{R_1} \sin^2 \theta \sin \phi \cos \alpha(\theta) e^{ika[\Psi(\phi) + \cos \theta \cos \theta]} d\theta d\phi \quad (4.3.10)$$

$$A_y = -\frac{A_0}{2\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \int_{\theta=-\theta_0}^{\theta_0} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{e^{ikR_1}}{R_1} \sin^2\theta \cos\phi \cos\alpha(\theta) e^{ika[\Psi(\phi)+\cos\theta\cos\theta]} d\theta d\phi \quad (4.3.11)$$

bulunabilir. 4.3.11'de

$$A_0 = \frac{i\omega\epsilon\mu a^2 l_m h}{8\pi} \quad (4.3.12)$$

dür. 4.3.10 ve 4.3.11 ifadelerinde

$$\Psi(\phi) = \sin\theta \sin\theta' \cos(\phi-\phi') \quad (4.3.13)$$

olmak üzere, ϕ' integrali semer noktası metodu ile hesaplanacaktır. 4.3.13'de verilen faz fonksiyonunun birinci türevi

$$\frac{d\Psi(\phi)}{d\phi} = -\sin\theta \sin\theta' \sin(\phi-\phi') \quad (4.3.14)$$

şeklindedir. 4.3.14 ifadesi semer noktasında sifira eşit olduğundan

$$\phi_s = \phi \quad (4.3.15)$$

bulunur. Faz fonksiyonunun ikinci türevinin semer noktasındaki değeri ise

$$\Psi''(\phi_s) = -\sin\theta \sin\theta \quad (4.3.16)$$

olur. Faz fonksiyonunun semer noktasındaki değeri

$$\Psi(\phi_s) = \sin\theta \sin\theta' \quad (4.3.17)$$

olmak üzere, 2.1.8'de verilen Taylor serisi açılımında, 4.3.15 ve 4.3.17 ifadeleri yerine yazılıp, 4.3.10 ve 4.3.11'deki ϕ' integralleri

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \sin \phi' e^{ika \Psi(\phi')} d\phi' = \sin \phi e^{ik \sin \theta \sin \theta'} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{i}{2} ka \sin \theta \sin \theta' (\phi - \phi')^2} d\phi' \quad (4.3.18)$$

ve

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \cos \phi' e^{ika \Psi(\phi')} d\phi' = \cos \phi e^{ik \sin \theta \sin \theta'} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{i}{2} ka \sin \theta \sin \theta' (\phi - \phi')^2} d\phi' \quad (4.3.19)$$

haline dönüşmüş olur. Gaussien dağılımı özelliğinden

$$I_1 = \sqrt{2\pi} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sin \phi \frac{e^{ik \sin \theta \sin \theta'}}{\sqrt{ka \sin \theta \sin \theta'}} \quad (4.3.20)$$

$$I_2 = \sqrt{2\pi} e^{-i\frac{\pi}{4}} \cos \phi \frac{e^{ik \sin \theta \sin \theta'}}{\sqrt{ka \sin \theta \sin \theta'}} \quad (4.3.21)$$

olarak bulunur. 4.3.20 ve 4.3.21 ile verilen I_1 ve I_2 ifadeleri

$$I_3 = \int_{\theta' = -\theta_0}^{\theta_0} \frac{e^{-ikR_1}}{R_1} \cos \alpha(\theta') \sin^2 \theta' \frac{e^{ika \cos(\theta - \theta')}}{\sqrt{ka \sin \theta \sin \theta'}} d\theta' \quad (4.3.22)$$

olmak üzere 4.3.10 ve 4.3.11'de yazılırlarsa

$$A_x = \frac{A_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sin \phi \frac{e^{-ikr}}{r} I_3(\theta) \quad (4.3.23)$$

$$A_y = -\frac{A_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \cos \phi \frac{e^{-ikr}}{r} I_3(\theta) \quad (4.3.24)$$

elde edilir. Burada R_1 4.2.4, A_0 ise 4.3.12'de verilmiştir. 4.3.22 integrali semer noktası metodu ile hesaplanacaktır. Bu integralde faz fonksiyonu

$$\Psi(\theta') = -\left[1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{b}{a} \cos \theta'\right]^{1/2} + \cos(\theta - \theta') \quad (4.3.25)$$

olmak üzere, faz fonksiyonunun birinci türevi

$$\frac{d\Psi(\theta')}{d\theta'} = -\frac{b}{a} \sin \theta' \left[1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{b}{a} \cos \theta'\right]^{-1/2} + \sin(\theta - \theta') \quad (4.3.26)$$

olur. 4.3.26 ifadesinin semer noktasındaki değeri sıfıra eşit olduğundan

$$\frac{b}{\sin \alpha} = \frac{R_{01}}{\sin \theta_s} \quad (4.3.27)$$

elde edilir. 4.3.27 ifadesinde

$$\theta - \theta_s = \alpha, \quad R_{01} = (a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_s)^{1/2} \quad (4.3.28)$$

olarak kabul edilmiştir. 4.3.28 eşitliği şekil 4.2'den de yazılabilir. Faz fonksiyonunun ikinci türevinin semer noktasındaki değeri

$$\Psi''(\theta_s) = \frac{a \sin^2 \alpha(\theta_s) - \sqrt{b^2 - R_{01}^2 \sin^2 \alpha(\theta_s)} - R_{01} \cos \alpha(\theta_s)}{R_{01}} \quad (4.3.29)$$

olarak bulunabilir. Faz fonksiyonunun semer noktasındaki değeri de

$$\Psi(\theta_s) = -\frac{R_{01}}{a} + \cos \alpha(\theta_s) \quad (4.3.30)$$

bulunur. 4.3.30 ifadesi 2.1.8'de yazılırsa

$$\Psi(\theta_s) = -\frac{R_{01}}{a} + \cos \alpha(\theta_s) + \frac{1}{2} \Psi''(\theta_s) (\theta' - \theta_s)^2 \quad (4.3.31)$$

elde edilir. 4.3.31 ile verilen faz fonksiyonu 4.3.23 ve 4.3.24 ifadelerinde yazılırsa

$$A_x = A_0 \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{e^{-(ikR_{01} - a \cos \alpha(\theta_s))}}{R_{01}} \frac{\sin^2 \theta_s \sin \phi \cos \alpha(\theta_s)}{\sqrt{ka \sin \theta \sin \theta_s}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \frac{ka}{2} \Psi(\theta_s) (\theta' - \theta_s)^2} d\theta' \quad (4.3.32)$$

$$A_x = -A_0 \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{e^{-(ikR_{01} - a \cos \alpha(\theta_s))}}{R_{01}} \frac{\sin^2 \theta_s \cos \phi \cos \alpha(\theta_s)}{\sqrt{ka \sin \theta \sin \theta_s}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \frac{ka}{2} \Psi''(\theta_s) (\theta' - \theta_s)^2} d\theta' \quad (4.3.33)$$

elde edilir. 4.3.32 ve 4.3.33'teki integraller, 4.3.15'teki integral gibi düşünülerek

$$A_x = A_0 \sqrt{\frac{2\pi}{\Psi''(\theta_s)}} e^{i \frac{\pi}{4}} \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{e^{-(ikR_{01} - a \cos \alpha(\theta_s))}}{R_{01}} \frac{\sin^2 \theta_s \sin \phi \cos \alpha(\theta_s)}{ka \sqrt{\sin \theta \sin \theta_s}} \quad (4.3.34)$$

$$A_y = -A_0 \sqrt{\frac{2\pi}{\Psi''(\theta_s)}} e^{i \frac{\pi}{4}} \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{e^{-(ikR_{01} - a \cos \alpha(\theta_s))}}{R_{01}} \frac{\sin^2 \theta_s \cos \phi \cos \alpha(\theta_s)}{ka \sqrt{\sin \theta \sin \theta_s}} \quad (4.3.35)$$

olarak sonuçlanır. 4.3.34 ve 4.3.35 ifadeleri

$$A_{01}(\theta) = \frac{A_0}{ka} \sqrt{\frac{2\pi}{\Psi''(\theta_s)}} e^{i\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{e^{-(ikR_{01} - a \cos \alpha(\theta_s))}}{R_{01}} \frac{\sin^2 \theta_s \cos \alpha(\theta_s)}{\sqrt{\sin \theta \sin \theta_s}} \quad (4.3.36)$$

olmak üzere

$$A_x = A_{01}(\theta) \sin \phi \quad (4.3.37)$$

$$A_y = -A_{01}(\theta) \cos \phi \quad (4.3.38)$$

şeklinde düzenlenebilir. 4.3.37 ve 4.3.38 ifadeleri kullanılarak polar koordinatlarda vektör potansiyelin bileşenleri

$$A_\theta = 0 \quad (4.3.39)$$

$$A_\phi = (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) A_{01}(\theta) \quad (4.3.40)$$

bulunur. 4.3.39 ve 4.3.40 ile verilen vektör potansiyel bileşeni kullanılarak uzak magnetik alan bileşenleri için

$$H_\theta = \frac{1}{\mu} (\nabla \times A) \quad (4.3.41)$$

vektörel işleminden

$$H_\theta = -\frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \quad (4.3.42)$$

yazılabilir. 4.3.39 denkleminde verilen vektör potansiyel 4.3.41'de yazılıp türev alındığında

$$H_\theta = \frac{ik}{\mu} A_{01} (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \quad (4.3.43)$$

olarak elde edilir. 4.3.43'te $A_{01}(\theta)$ 'nin ifadesi, 4.3.36'de verilmiştir.

SONUÇLAR:

Magnetik Hertz dipolü alanında bulunan mükemmel iletken dar ve geniş açılı küresel reflektörden saçılmada, değiştirilmiş Poisson integral dönüşümünün uygulanması ve Fourier dönüşümüne geçilmesiyle Hilbert integral dönüşümü uygulaması basitleşmiştir. Böylece muhtelif bölgelerdeki, çeşitli dalgalara ait alan ifadelerinin bulunmasında kolaylık sağlanmıştır. Diğer taraftan yine magnetik Hertz dipolü alanında bulunan mükemmel iletken küresel reflektörden yansımada, reflektöre gelen dalgalar üzerinde düzlemsel dalga yaklaşıklığı yapılarak, yöresel düzlemsel dalgalar elde edilmiş ve sonra yüzey akımı dağılımı yöntemi uygulanmıştır.



ÖZET

Bu çalışmada, magnetik Hertz dipolü alanında bulunan mükemmel iletken küre şeklindeki dar ve geniş açılı dışbükey küresel reflektörden optik gibi saçılmada, Poisson dönüşüm integrali ile optik gibi yaklaşıklık gerçekleştirilmiş ve köşe kırınimleri da Hilbert dönüşüm integrali ile ifade edilmiştir. Dar açılı reflektör durumunda, küre kapağının dairesel köşesi kaynağı görmesinden dolayı, Hilbert dönüşüm integralinin kompleks düzlemde endik inişli integrasyon çevre yöntemi ile hesabı, semer noktasında asimptotik olarak yapılmıştır. Poisson dönüşüm integralinin hesabı ise, optik gibi yaklaşımda meydana gelen bölgelerde; gelen dalga, yansıyan dalga ve köşe kırınımından dolayı meydana gelen doğrusal köşe kırınımı dalgalarına ait terimler endik inişli integrasyon çevre yöntemi ile semer noktasında, köşe kırınımından dolayı meydana gelen doğrusal olmayan dalgalara ait terimler (sürünüm dalgaları ve fısıltılı galeri modu dalgaları), yine endik inişli integrasyon çevre yöntemiyle kutuplarında rezidü yöntemi ile yapılmıştır. Geniş açılı reflektör durumunda, Hilbert dönüşüm integralinin hesabı, optik gibi yaklaşımda meydana gelen bölgelerde; gelen dalga, yansıyan dalga ve köşe kırınımından dolayı oluşan fısıldayan galeri modu dalgalarında, endik inişli integrasyon çevre yöntemi ile semer noktasında, köşe kırınımından dolayı meydana gelen doğrusal köşe kırınımı dalgaları ve sürünüm dalgalarında yine endik inişli integrasyon çevre yöntemi ile kutuplarında rezidü ile yapılmıştır. Poisson dönüşüm integralinin hesabı ise, optik gibi yaklaşımda meydana gelen bölgelerde, gelen dalga, yansıyan dalga ve köşe kırınımından dolayı oluşan doğrusal köşe kırınımı dalgalarında endik inişli integrasyon çevre yöntemi ile semer noktasında, köşe kırınımından dolayı oluşan sürünüm ve fısıldayan galeri modu dalgalarında endik inişli integrasyon çevre yöntemi ile kutuplarında rezidü ile yapılmıştır. Ayrıca yansıyan dalgalar, yüzey akımı dağılımı yönteminde vektör potansiyelin tanımı kullanılarak bulunmuştur.

FAYDALANILAN KAYNAKLAR

- [1] Bayrakçı, H.E., "Optik Benzeri Saçılmada Yüzey Akımı Dağılımı Yöntemi", Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Dergisi, Sayı:2, 1989.
- [2] Bayrakçı, H.E., "Elektromagnetik Dalgaların Düzgün Eğrisel Mükemmel İletken Yüzeylerden Optik Benzeri Saçılmasında Enversiyon yöntemi", Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi, Sayı:1, 1989.
- [3] Bayrakçı, H.E., "Optik Gibi Saçılmanın Düzlemsel Dalga Spektrumu", Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi, Sayı:1, 1989.
- [4] Bayrakçı, H.E., "Lineer Sistemlerin Mühendislik Matematiği", Çağlayan Kitabevi, 1989.
- [5] Bayrakçı, H.E., "Antenlerin Teorisi ve Tekniği", Güneş Kitabevi, 1992.
- [6] Bayrakçı, H.E., "Asimptotik Açılım Teorisi", Yüksek Lisans Ders Notları, 1990.
- [7] Bayrakçı, H.E., "Yüksek Frekanslı Elektromagnetik Saçılma", Yüksek Lisans Ders Notları, 1990.
- [8] Erdoğan, E., "Bir Halka Kaynağın Yarattığı Sürünen Dalgaların Küresel Reflektörden Saçılması", Doktora Tezi, İTÜ, Elektrik Fak., 1982.
- [9] Felsen, L.B., Marcuvitz, N., "Radiation and Scattering of Waves", Prentice-Hall, 1973.
- [10] İdemem, M., "Diffraction of an Obliquely Incident High-Frequency Wave by a Cylindrically Curved Sheet", IEEE Transaction on Antennas and Propagation. Vol. Ap-34, No:2, 1986.
- [11] Kouyomajian, R.G., Pathak, P.H., "A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an Edge in a Perfectly-Conduction Surface", Proc. IEEE Vol.62, 1974
- [12] Pathak, P.H., Kouyomajian, R.G., "The Radiation From Apertures in Curved Surfaces", NASA, CR-2263, 1973.
- [13] Pathak, P.H., Wang, N., Burnside, W.D., Kouyomajian, R.G., "Uniform GTD Solution for the Radiation from Sources on a smooth Convex Surface", IEEE Trans. Vol.Ap-29, 1981.
- [14] Uzgören, G., "Bir Çizgisel Kaynağın Yarattığı Sürünen Dalgaların Bir Silindirik Rfelektörden Saçılması", Doktora Tezi, İTÜ, 1982.

TEŐEKKÖR

Yüksek Lisansımı yöneten, çalışmalarımın her döneminde yakın desteğini gördüğüm hocam Sayın Prof. Dr. H.Ergun BAYRAKÇI'ya, teşekkürlerimi sunarım.

ADAYIN ÖZGEÇMİŐİ

Bayram ESEN, 1 Ocak 1966 tarihinde Mardin-Midyat'ta doğmuştur. İlk, Orta ve Lise öğrenimini Midyat'ta tamamladıktan sonra 1985 yılında Uludağ Üniversitesi Elektronik Mühendisliği Bölümünde okumaya hak kazanmıştır. Eylül-1989 döneminde mezun olmuştur. 1990 yılında aynı Üniversitenin Fen Bilimleri Enstitüsünde yüksek lisansına başlamıştır. Yüksek Öğrenimi boyunca Elektronik Bölümünün Elektromagnetik Alanlar ve Mikrodalga Bilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmıştır. Halen aynı Bilim Dalında görevine devam etmektedir.

EK 1 - KÜRESEL KOORDİNATLAR SİSTEMİNDE POISSON İNTEGRAL DÖNÜŞÜMÜ:

Yavaşça yakınsak harmonik bir seri olsun. Yavaşça yakınsak harmonik seriler, integrasyon çevrelerinin bozulmasıyla çevre integrallerine dönüştürülebilir. Bu çevre integralinin rezidü ile hesabında elde edilen seriler hızlı yakınsaktır. Böyle yavaşça değişen bir seri Watson dönüşümü ile çevre integraline dönüştürülebilir. Watson dönüşümünden elde edilen çevre integralinden Poisson toplama formülüne geçiş mümkündür.

Alan ifadelerindeki seri

$$I = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) f(n) P_n(\cos\theta) \quad (E.1)$$

şeklinde olsun. $P_n(\cos\theta)$ birinci nevi Legendre fonksiyonudur. Burada $n \rightarrow n-1/2$ konursa

$$P_n(\cos\theta) = (-1)^n P_n(-\cos\theta) \quad (E.2)$$

olmak üzere

$$I = 2 \sum_{n=1/2}^{\infty} n f\left(n - \frac{1}{2}\right) (-1)^{n-1/2} P_{n-1/2}(\cos\theta) \quad (E.3)$$

yazılabilir. Bu seri

$$I = -i \oint_c v f\left(v - \frac{1}{2}\right) \frac{P_{v-1/2}(-\cos\theta)}{\cos\pi v} dv \quad (E.4)$$

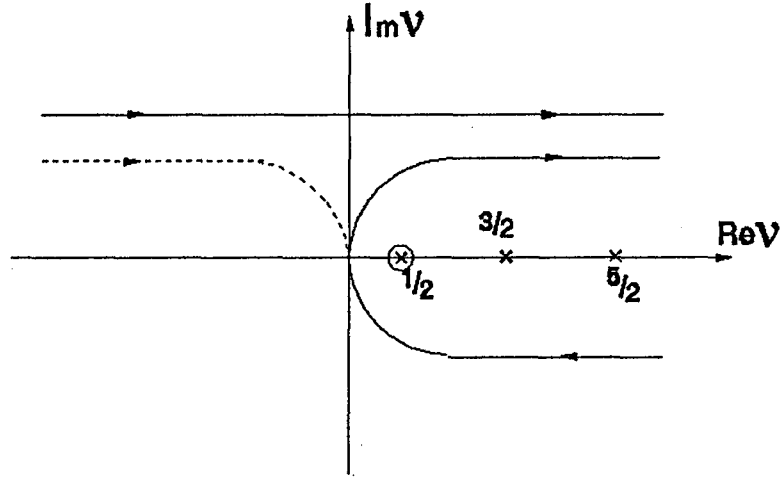
şeklinde integrale dönüştürülebilir. Bu integralin $\frac{1}{\cos\pi v}$ 'nin pozitif kutuplarındaki

hesabı yine yukarıdaki seriyi verir. Burada

$$f\left(v - \frac{1}{2}\right) = F(v) \quad (E.5)$$

yazılıp

$$F(-v) = F(v) \quad (E.6)$$



Şekil E.1 - Watson Dönüşümü

kabul edilsin

$$P_{\nu-1/2}(\tau) = P_{-\nu-1/2}(\tau) \quad (\text{E.7})$$

dur.

Şekil E.2'de verilen çevrede Γ çevresi (yarıçap) sonsuza gittiğinde

$$\lim_{\Gamma \rightarrow \infty} \int_{\Gamma} (\dots) dv = 0 \quad (\text{E.8})$$

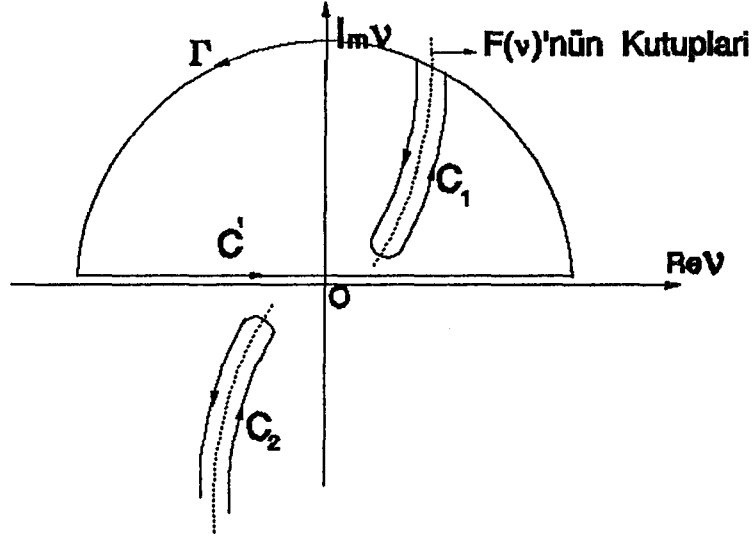
olur. Bu durumda C' çevresi yerine C_1 çevresi alınarak (Şekil E-2)

$$I = -i \int_{c_1} \nu F(\nu) \frac{P_{\nu-1/2}(-\cos\theta)}{\cos\pi\nu} d\nu \quad (\text{E.9})$$

yazılabilir. Diğer taraftan $P_{\nu-1/2}(-\cos\theta)$ 'nin asimptotik açılımı

$$P_{\nu-1/2}(-\cos\theta) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\cos[\nu(\pi-\theta) - \pi/4]}{\sqrt{\nu \sin\theta}} \quad (\text{E.10})$$

olup burada



Şekil E.2 - v Düzleminde İntegrasyon çevreleri ve Tekil Noktalar

$$\frac{1}{2} \frac{e^{iv(\pi-\theta)-i\pi/4}}{\cos \pi v} \sim - \sum_{n=-\infty}^{-1} e^{-i2\pi n v - i n \pi - i v \theta - i \pi / 4} \quad (\text{E.11})$$

$$\frac{1}{2} \frac{e^{-iv(\pi-\theta)+i\pi/4}}{\cos \pi v} \sim - \sum_{n=0}^{\infty} e^{i2\pi n v - i n \pi + i v \theta + i \pi / 4} \quad (\text{E.12})$$

açılımları kullanılarak

$$P_{v-1/2}(-\cos \theta) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - i n \pi + i \pi / 4}}{\sqrt{v \sin \theta}} - \sum_{n=-\infty}^{-1} \frac{e^{-iv\theta - i2\pi n v - i n \pi - i \pi / 4}}{\sqrt{v \sin \theta}} \right\} \quad (\text{E.13})$$

yazılabilir. 13 ifadesi 9'da kullanılarak

$$I \sim -i \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \int_{C_1} v F(v) \frac{e^{iv\theta + i2\pi n v - i n \pi + i \pi / 4}}{\sqrt{v \sin \theta}} dv + \sum_{n=-\infty}^{-1} \int_{C_1} -v F(-v) \frac{e^{-iv\theta - i2\pi n v - i n \pi + i \pi / 4}}{\sqrt{-v \sin \theta}} dv \right\} \quad (\text{E.14})$$

elde edilir. E.14 ifadesinin ikinci teriminde $v \rightarrow -v$ dönüşümü yapılarak C_2 çevresine geçilebilir ve

$$I \sim -i \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{C_1+C_2} v F(v) \frac{e^{iv\theta+i2\pi nv-in\pi+i\pi/4}}{\sqrt{v \sin\theta}} dv \right\} \quad (E.15)$$

yazılabilir. E.15 ifadesi Poisson toplama formülü olarak isimlendirilmektedir.

