

31900

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
İSTATİSTİK BİLİM DALI

**KATLI ÖRNEKLEME
VE
BİR UYGULAMA**

AYSUN GÖKTAŞ

**DANIŞMAN
PROF.DR. MUSTAFA AYTAÇ**

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

BURSA, 1994

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
İSTATİSTİK BİLİM DALI

**KATLI ÖRNEKLEME
VE
BİR UYGULAMA**

AYSUN GÖKTAŞ

**DANIŞMAN
PROF.DR. MUSTAFA AYTAÇ**

BURSA, 1994

İÇİNDEKİLER

GİRİŞ	1
1. ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ	3
1.1. ÖRNEKLEME BİRİMLERİNİN ÇEKİLME OLASILIKLARINA GÖRE	3
1.1.1. OLASILIKLI OLMAYAN ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ	3
1.1.1.1. KARAR ÖRNEKLEMESİ	4
1.1.1.2. DİLİM ÖRNEKLEMESİ	4
1.1.1.3. KOTA ÖRNEKLEMESİ	4
1.1.2. OLASILIKLI ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ	5
1.1.2.1. BASİT RASSAL ÖRNEKLEME	5
1.1.2.2. TABAKALI ÖRNEKLEME	8
1.1.2.3. SİSTEMATİK ÖRNEKLEME	15
1.1.2.4. ARDIŞIK ÖRNEKLEME	18
1.1.2.5. KADEMELİ ÖRNEKLEME	18
1.1.2.6. İKİ KADEMELİ ÖRNEKLEME	20
1.1.2.7. ORANSAL VE REGRESYON TAHMİNİ	22
1.1.2.8. ÇOK SAFHALI ÖRNEKLEME	22
1.2. ÖRNEKLEM BİRİMLERİNİN İÇERDİKLERİ BİRİMLERE GÖRE	22
1.2.1. ELEMENT ÖRNEKLEMESİ	23
1.2.2. KÜME ÖRNEKLEMESİ	23
1.3. ÖRNEKLEM BİRİMLERİNİN ÖRNEKLEME ALINMA AŞAMALARINA GÖRE	23
1.3.1. TEK AŞAMALI ÖRNEKLEME	24
1.3.2. ÇOK AŞAMALI ÖRNEKLEME	24
2. KATLI ÖRNEKLEME	24
2.1. KATLI ÖRNEKLEMENİN TARİHSEL GELİŞİMİ	24
2.2. KATLI ÖRNEKLEMESİNE GİRİŞ	25
2.3. KATLI ÖRNEKLEMEDE ALT ÖRNEKLEM HACMİ	27

2.4. KATLI ÖRNEKLEMENİN UYGULANMASI	28
2.5. KATLI ÖRNEKLEMENİN ÖZELLİKLERİ	37
2.6. KATLI ÖRNEKLEMEDE KULLANILAN FORMÜLLER	38
2.6.1. KİTLENİN TOPLAM DEĞER TAHMİNİ	39
2.6.2. KİTLE TOPLAM VARYANSI TAHMİNİ	39
2.6.3. ORAN TAHMİNİ	47
2.7. KATLI ÖRNEKLEMEDE GENİŞ VE DAR BÖLGE	55
2.7.1. GENİŞ VE DAR BÖLGEDE X VE $V(X)$ NİN İNCELENMESİ	57
2.7.1.1. X'NİN TAHMİNİ	57
2.7.1.2. $V(X)$ İN TAHMİNİ	62
3. KATLI ÖRNEKLEME İLE İLGİLİ BİR UYGULAMA	70
4. SONUÇ	110
KAYNAKLAR	113

ÖNSÖZ

Konu edinilen bu araştırma 1994 yılında Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsüne yüksek lisans tezi olarak sunulmuştur.

Bu tezde; örnekleme yöntemlerine değinilerek, örnekleme yöntemlerinden biri olan katlı örnekleme detaylı olarak açıklanmaya çalışılmıştır. Çalışma da katlı örneklemenin tarihsel gelişimi, alt örneklem hacminin nasıl hesaplandığı, örnekleme yönteminin özelliklerinin neler olduğu, örneklemenin nasıl uygulandığı ve katlı örnekleme de kullanılan formüller tanımlanmıştır. Ayrıca konu gerçek bir alan araştırmasında uygulanmıştır.

Tezimin hazırlanmasında bana büyük emeği geçen Danışmanım Sayın Prof. Dr. Mustafa AYTAÇ'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.



AYSUN GÖKTAŞ

GİRİŞ :

Yaşamımızda ihtiyaç duyduğumuz bilgilerin çoğu örneklere dayalıdır. Bir ev hanımı pişirmekte olduğu yemeğin tadına bakarak yemek hakkında karar verirken; satın aldığı bir elbisenin çabuk deforme olduğunu görüp aldığı yerden bir kez daha alışveriş yapmamaya karar verirken; gerçekte farkında olmadan örnekleme yönteminden yararlanmaktadır. İkinci verdiğimiz örneğe bir araştırmacının bilimsel açıdan yaklaştığını düşünürsek ürünün tümünü kullanmasını bekleyemeyiz. Bu sonuca veya aksini ispata bilimsel yönden varması için deneyini, üründen belli bir yönteme göre aldığı parçacıklar üzerinde yapması yeterlidir.

Verdiğimiz örnekler ve benzerleri ile her an karşı karşıyayız . Daima araştırma yaparız. Araştırma, bir sorunu çözmek için onunla ilgili verilerin toplanması, ön yargısız olarak incelenmesi ve yorumlanmasıdır. Araştırma hangi türde olursa olsun (deneysel araştırma ve tanımsal araştırma olmak üzere iki tür araştırma vardır.). Araştırmacı verinin en geçerli şekilde hangi yöntemlerle araştırılacağını önceden kararlaştırmak zorundadır.(1) Bunun için önce örneklem'in tanımlanması gerekir ÖRNEKLEM; kitleyi simgeleyebilecek nitelikte bir miktar birimin oluşturduğu alt gruba denir. Araştırma bir örneklem üzerinde yapılacaksa diğer bir deyişle kitlenin tümü değilde kitlenin bir parçası üzerinde yapılacaksa araştırmacı yeni bir iş bekler. İşte ÖRNEKLEME burada karşımıza çıkar. Kitleden örneklem seçme işine ÖRNEKLEME denir. Örneklem seçmek için kullanılan yöntemlere de ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ denir. Örneklem bize ne kazandırır ? Örneklem üzerinde çalışma, araştırmacıya zaman, para ve insan gücü bakımından tasarruf sağlar. Hemen bir örnek ile açıklamaya çalışalım. Türkiye de pamuk üretim miktarı tahmin edilmek istendiğinde tüm pamuk üretimi yapan alanları incelemek yerine bu alanları en iyi simgeleyebilen bir alt örneklem seçmek elbetteki maliyeti azaltacağından para yönünden, bilgilerin daha kısa sürede sarf edileceğinden emek yönünden avantajlar getirecektir.

Örneklemenin yapılabilmesi için kitle, her bir kitle birimi bir ve yalnız bir parçaya ait olma koşulu altında bir takım alt parçalara bölünür.(2) Bu alt parçalara ÖRNEKLEM BİRİMİ adı verilir. Kitlenin; sınırlandırılabilen, ayırtedilebilen ve çerçeve de ayrı ayrı gösterilen küçük bir parçasıdır. Aynı matıkla kitleyi oluşturan birimlerde KİTLE BİRİMİ denir

(1) Serper, Özer; Uygulamalı İstatistik -1, Filiz Kitabevi, İstanbul, 1985 ,s.34-42

(2) Serper, Özer; Aytac Mustafa; Örnekleme, Filiz Kitabevi, İstanbul, 1988,s.5.

Bu iki tanımı bir örnek üzerinde oturtmaya çalışalım. Bir bölge de hane başına ortalama su tüketimi tahmin eilmek istendiğinde kitle birimi; haneler, örneklem birimi de; apartmanlar alınabilir. Örneklem birimine ilişkin ölçümleri saptamak üzere kullanılan birime de GÖZLEM BİRİMİ adı verilir. Bir mahalleyi örneklem birimi olarak alırsak mahalleye ait bilgileri de mahalle muhtarından temin edersek, mahalle muhtarı da bizim gözlem birimimiz olur.

Sonlu kitleler üzerinde araştırma yapıldığında örneklemenin başarılı bir şekilde uygulanabilmesi için sonlu kitlede ki örneklem birimlerinden oluşan bir liste yada harita hazırlamak gerekir. Bu araca ÇERÇEVE adı verilir. Kısaca, çerçeve örneklem birimlerinin listesidir. Telefon rehberi veya seçim listesi birer çerçevedir. Çerçevenin yol açabileceği hatalar hakkında bir araştırma yapmadan hemen uygulamaya geçilmemelidir. Sonlu kitlede çerçeve hazırlandıktan sonra kitlenin yapısına uygun örnekleme yönteminin seçimi, kitlenin yapısına bağlı olduğu gibi araştırma için ayrılan mali kaynaklar, örnek ve zamanla da ilgilidir.

Pratik alanda örneklemeden yararlanılması çok eski olmakla birlikte olasılık teorisine dayanarak geliştirilmiş örnekleme yöntemlerinin ortaya çıkartılması çok yenidir ve doğal olarak bu konuda bilgisi olmayanlar örnekleme yöntemlerine güvenememekte, onlardan yararlanamamaktadır. Örnekleme hatalarının olması dezavantaj gibi görünürse de tam sayımda ki hatalarla karşılaştırıldığında pek öyle değildir (3). Ayrıca örnekleme yönteminin uygulanması sonucunda ortaya çıkan hatalarda uygun örnekleme yönteminin seçilmesi ile en aza indirgenebilir. Örnekleme hataları; tam sayım ve diğer var olan hata kaynaklarına göre daha önemsizdir. (4)

Bu çalışma da asıl amaç örnekleme yöntemlerinden biri olan katlı örneklemeyi incelemektir. Katlı örneklemeye geçmeden önce diğer örnekleme yöntemlerine de kısaca değinilecektir.

(3) İşçil, Necati ; Örnekleme yöntemleri, Ankara 1977, s.5.

(4) Serper, Özer; Aylaç Mustafa; Örnekleme, Filiz Kitabevi, İstanbul, 1988, s.3.

Katlı örnekleme yönteminin tez olma nedenlerini açıklayalım:

Örnekleme yöntemlerinden bahsederken en iyi örnekleme yöntemi "şudur" denilemeyeceğini biliyoruz. Çünkü her örnekleme yönteminin bir diğer yönteme göre avantajları ve dezavantajları vardır. Önemli olan kitle için yapılacak olan araştırma için eldeki verilere göre ya da toplanabilecek bilgilere göre en iyi uygulanabilir örnekleme yöntemini seçmektir.

Katlı örnekleme yönteminin diğer yöntemlere göre avantajları;

Uygulanabileceği alan sınırlı olmayıp her çeşit kitleyle ilgili olarak yapılacak her türlü inceleme ve araştırmalarda yarar sağlanılabilir.

Tabakalı örnekleme yönteminin temel varsayımlarını benimser, sistematik örnekleme yönteminin seçim kolaylığından yararlanır.

Standart hataların daha kolay hesaplanmasını sağlar. Çok sayıda dar bölgenin birleştirilerek geniş bölge haline getirilmesinden dolayı işlem hacmini azaltır. Hesap kolaylığı yönünden tahminlerde güvenilirlik (daha iyi tahmin) sağlar.

Tüm bunları görebilmek için de uygulama değerleri bilinen bir uygulama yapıldı ve tahmini değerleri ile gerçek değerleri sonuç kısmında karşılaştırıldı.

1. ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ :

Örnekleme süreci, tahmin ve çekim olmak üzere iki kısımdır. Bir araştırma yaparken amacımız, iyi bir örneklem ile yansız, tutarlı, etkin ve duyarlı tahminler yapabilmektir. (5) İyi bir örneklem nasıl elde edilir.? Bunun için kitleye en uygun örnekleme yönteminin belirlenmesi ve sonra bu yöntemle göre örneklem hacminin saptanmasıyla elde edilir. Uygun örnekleme yönteminin belirlenmesi parametreye ilişkin örnekleme varyansının küçük kılınmasıyla mümkündür. Bu nedenle uygun örnekleme yönteminin seçimi istatistikte önemli bir yer tutar. Daha sonra da örneklem hacminin belirlenmesi gerekir.

Örnekleme yöntemlerini çeşitli şekillerde sınıflamak mümkündür.

1.1. ÖRNEKLEM BİRİMLERİNİN ÇEKİLME OLASILIKLARINA GÖRE :

Kitleden örneklem birimlerinin çekimi; olasılık ve olasılık olmayan çekim olmak üzere iki şekilde gerçekleşir.

1.1.1. OLASILIKLI OLMAYAN ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ

Örneklem birimlerinin gelişigüzel olasılıklar ile seçildiği örnekleme yöntemine OLASILIKLI OLMAYAN ÖRNEKLEME adı verilir. Bu örnekleme yönteminde örneklem birimlerinin herbirinin bir seçim olasılığı söz konusu olmadığından varyansın hesaplanması gerekli değildir. Bilimsel araştırmalarda bu yöntem kullanılmamakla birlikte uygulama kolaylığı olması açısından özellikle kamu oyu yoklamalarında sık kullanılır. Bir çerçeve hazırlanması gerekli değildir. Çok küçük çaplı örnekler için yararlanılabilecek bir yöntemdir.

Olasılıklı olmayan örnekleme yöntemlerinin avantajlarını toplarsak çerçeve oluşturulmadığında ve soru kağıdı ile veri toplanan araştırmalarda cevapsız soruların fazla olması durumunda bu örnekleme yöntemi rahatlıkla uygulanabilir. Olasılıklı olmayan örnekleme Üç şekilde yapılabilir.

(5) Serper, Özer, Aytaç Mustafa; a.g.c, s.17.

1.1.1.1. KARAR ÖRNEKLEMESİ :

Örnekleme oluşturacak kişi, kitleden kendi kararlarına göre örneklem birimlerini çekiyorsa, bu yöntem KARAR ÖRNEKLEMESİ adı verilir.(6) Araştırmacı kitleden, kitleyi en iyi şekilde temsil edeceğini varsaydığı örneklem birimlerini çeker ve bu birimlerden elde edilen bilgilerle kitleye ilişkin istatistiklerin tahminsel değerlerini hesaplar. Kitlenin dar bir olan kapsamı, bilgi toplama maliyeti bakımından birimden birime önemli bir fark olma durumunda ve çeşitli özellikler taşıyan birimlerin kitlenin her yanına dağılması halinde bu yöntem uygulanır.

1.1.1.2. DİLİM ÖRNEKLEMESİ :

Kitlenin bir parçası kitleyi temsil edebilecek nitelikte olduğu zaman kitlenin sadece o dilimi örneklem olarak seçilip kitleye ilişkin istatistiklerin tahmin edilmesi yöntemine DİLİM ÖRNEKLEMESİ adı verilir.(7) Önemli olan kitlenin özelliklerinin hepsinin belli bir parça üzerinde bulunmasıdır. Böyle bir durumda örneklem birimi seçme de ele alınacak çerçevenin hazırlanmasına gerek yoktur.

Özetleyecek olursak kitlenin çok geniş olması, örneklem birimlerine ulaşma maliyetinde (para ve zaman yönünden) yüksek olması durumlarında bu yöntem uygulanabilir.

1.1.1.3. KOTA ÖRNEKLEMESİ :

Kitle incelenen özellikler yönünden farklılık gösteren bazı alt gruplara ayrılabilir ve incelenen özelliklerin önem dereceleriyle orantılı örneklem birimleri çekiliyorsa bu örnekleme yöntemine KOTA ÖRNEKLEMESİ adı verilir. (8) Kota örnekleme; kitlenin çok geniş bir alana yayılmadığı zaman ve birim başına düşen maliyetler arasında önemli bir fark olmadığı zaman diğer olasılıklı olmayan örnekleme yöntemlerine oranla daha rahat uygulanabilir. Uygulama açısından diğer örnekleme yöntemlerinden bir farkı yoktur. Bu yöntemin en önemli özelliği, yöntemde sonuçları etkileyebilecek özelliklerin önceden tahmin edilmesidir.

(6) Çingit, Hülya; Örnekleme yöntemleri, Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi, Ankara 1986, S.10.

(7) y.a.g.c. s.10.

(8) y.a.g.c. s.11.

1.1.2. OLASILIKLI ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ

Örneklem birimlerinin belirli olasılıklarla çekildiği örnekleme yöntemine OLASILIKLI ÖRNEKLEME adı verilir.(9) Olasılıklı örnekleme için kitlede ki birimlere, eşit seçilme olasılığı veya eşit olmayan seçilme olasılığı tanınır. Eşit olmayan seçilme olasılığında olasılıkların hesaplanabilir olması yeterlidir.

Olasılıklı örnekleme ile elde edilen istatistiklerin standart hataları onların ne derece güvenilir ve işe yarar oldukları hakkında açık bir bilgi verir. Varyans yardımıyla parametrenin içinde bulunduğu sınırlar tahmin edilir. Bu özellik ile de, olasılıklı örneklemenin, olasılıklı olmayan örneklemeyle karşı önemli bir üstünlük gösteren yanı ortaya çıkmaktadır. (10)

Olasılıklı örnekleme yöntemlerini uygularken bulunan değerler ;

i) Kitlenin belli bir parametresinin değerini değil, aynı koşullarda yapılacak bir sayıda elde edilecek parametre değerinin tahminidir.

ii) Örnekleme hatasının değeri değil, örnekleme hatasının içinde kalacağı güven aralığıdır.

Olasılıklı örnekleme yöntemleri şöyledir :

1.1.2.1. BASİT RASSAL ÖRNEKLEME :

Her bir örneklem birimine eşit seçilme olasılığı vererek ve seçilen birimin bir kez daha örnekleme alınmadığı yöntem BASİT RASSAL ÖRNEKLEME adı verilir. (11) Basit rassal örnekleme, örnekleme kuramının kurulmasında bir temel oluşturmaktadır.

(9) y.a.g.c. s.11.
(10) y.a.g.c. s.12.
(11) y.a.g.c. s.11.

Örnekleme kuramı; sonlu N sayıda kitle birimi içeren kitlelerden n hacminde örnekler seçme ve seçilen örneklerden tahminler yapma yöntemlerini inceler. N genişliğinde bir kitleden basit rassal örnekleme ile n tane örneklem seçmek mümkündür. Örneklerin sayısı

$$\binom{N}{n}$$

dir.(12)

Örnekler de çekim iadesiz yapılır. (13) Çekim sırasında kur'a yöntemi veya rassal sayılar tablosu kullanılabilir. Ayrıca çekim sırasında birimlerin sırası da önemli değildir.

Örneklem istatistiğinden hareketle kitle parametreleri, bir sayı veya bu sayıyı kapsayan bir aralık şeklinde tahmin edilir. Bunlara sırası ile nokta ve aralık tahminleri denir (14) . Kitle parametrelerinin bilinmediği durumlarda; örneklerden yararlanılarak elde edilmiş olan istatistiklerin kitle parametrelerinin tahmini olarak kullanılmasına NOKTA TAHMİNİ, önceden belirlenen bir anlamlılık düzeyine ve örneklem sonuçlarına göre hesaplanacak bir aralık şeklinde tahminine de ARALIK TAHMİNİ adı verilir.

(12) y.a.g.e.s.11

(13) İşçil, Necati ; a.g.e.s.66

(14) Sıpcı, Özer, Aylaç Mustafa; a.g.e., s.16

(15). Basit rassal örnekleme de kullandığımız en belli başlı formüller şöyledir

	KİTLE	ÖRNEKLEM
Birim Sayısı	N	n
Birimlerin toplamı	$X = \sum_{i=1}^N x_i \quad i = 1, \dots, N$	$x = \sum_{i=1}^n x_i \quad i = 1, \dots, n$
Ortalaması	$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
Varyansı	$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N}$	$V(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$
	$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}$	$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$
Güven aralığı	$\bar{x} - Z s(\bar{x}) \leq \bar{X} \leq X + Z s(\bar{x})$	

(15) Özden Hayriye ; Örneklemeye Giriş, Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi, Ankara, 1977, s.52-69.

1.1.2.2. TABAKALI ÖRNEKLEME :

Örneklem birimlerinin herhangi bir ölçüsüne ilişkin birimden birime değişim büyük olduğunda kitle değişkenliği daha küçük alt grublara ayrılabilir. Kitle varyansı büyükken alt grupların varyansları daha küçük olacağından duyarlılıkta önemli bir kazanç sağlanacaktır.

İşte kitle ve kitle birimi bir ve yalnız bir tabakaya ait olacak ve hiçbir kitle birimi açıkta kalmayacak, tabaka içi değişim olabildiğince küçük tabakalar arası değişim oldukça büyük kalacak şekilde alt grublara bölünmüş örnekleme her bir tabakadan ayrı ayrı ve birbirinden bağımsız olarak çekildiği örnekleme yöntemine TABAKALI ÖRNEKLEME adı verilir.(16).

Tabakalı örneklemede her tabaka kendi başına bir kitle olarak, düşünülmekte ve her tabakadan birer alt örneklem çekilmektedir. Bunlardan, tahminler de yarı ayrı elde edilmektedir. Kitleden seçilen örneklemin hacmi, tabakaların her birinden çekilen ve alt örneklemelerin hacimlerinin toplamına eşittir.

$$n = \sum_{h=1}^L n_h \quad h = 1, 2, 3, \dots, L$$

Aynı zamanda kitle de, birbiriyle keşismeyen tabakalara bölündüğünden ve her birim sadece bir tabaka da bulunduğu için tabaka hacimleri toplamı da kitle hacmine eşittir.

$$n = \sum_{h=1}^L N_h \quad h = 1, 2, 3, \dots, L$$

(16) Serper, Özer, Aytaç, Mustafa; a.g.e. s.54.

Tabakalı örnekleme ;

- i) Kitlenin her bölümü için ayrı ayrı tahminler gerektiği zaman,
- ii) Kitle parametrelerinin tahminlerinde birim maliyetinin verimini arttırmak için,
- iii) Kitle içinde meydana gelen düzensiz bazı birimlere ağırlık vermek gerektiğinde veya kitlenin büyük varyansa sahip olduğuzamanlarda,

kullanılır.(17)

Tabakalı örnekleme de şu problemlerimiz vardır; ilk olarak kitlenin tabakalara nasıl ayrılacağıın belirlenmesi, ikinci olarak bu tabakaların sayısının kaç olacağı ve son olarak da örneklem hacminin tabakalar arasında nasıl paylaştırılacağıdır.(18)

Bu problemlerin çözümü kısaca şöyle açıklanabilir;

Tabakalı örneklemede örnekleme sonuçların hassaslığı tabakalar içinde sağlanan homojenliğe bağlıdır.

Tabakalı örnekleme yapılırken tabakalara ayrılan birimlerin olabildiğince küçük olmasına dikkat edilmelidir. Bunun sonucunda tabakalar içi varyans küçülecektir. Kitle tahmin edicinin de varyansı küçük çıkacaktır. Homojenliğin sağlanması için tabaka sayısı ne olmalıdır? Öncelikle tabaka sayısı artırılarak homojenlik sağlanır. Ama böyle durumlarda hem yapılacak işlemlerin karmaşıklığı artacaktır, hem de tabakalara örneklem dağıtma işi zor olacaktır. Tabaka sayısı arttıkça varyans orantılı olarak azalmaz. Her bir tabakaya düşen örneklem genişliği azalacağından istenen küçültme doğru orantılı olarak sağlanamaz. Bu nedenle zorunluluklar dışında tabaka sayısı fazla artırılmamalıdır. Deming; çoğu durumda iki, üç tabakanın yeterli olabileceğini belirtmektedir.(19)

(17) G.Cochran, William ; Sampling Techniques New York, London, 1953 , S.54

(18) Serper, Özer; Aytac, Mustafa; a.g.c. s.56.

(19) Deming, W.Edwards; Desing in Business Research, Wiley, Newyork, 1960,s

Tabakalı örnekleme, ayrı bir örnekleme yöntemi değil, bilinen yöntemlerin alt kitlelere yada tabakalara uygulanmasıdır. Bu nedenle tabakalara hangi örnekleme yöntemi uygulanıyorsa o yöntemle göre birim çekimi yapılır. Tabakalı örneklemenin olumlu bir yanı; kitle tabakalara ayrıldıktan sonra her tabakadan değişik örnekleme yöntemleri ile veriler toplanabilir.

Örnekleme büyüklüğümüz tabakalar arasında nasıl dağıtılmalıdır ?
En iyi dağıtım nedir ? Araştırmacı iyi bir dağıtımla maliyeti azaltabilir ve iyi bir tahmin yapabilir. Çünkü tahmin edicinin doğruluğu onun varyansı ile ölçülür.

Tabakalı örneklemede maliyet fonksiyonu ;

$$c = c_0 + \sum_{h=1}^L c_h n_h$$

olarak tanımlanmıştır. Formülde ;

c_0 = Sabit maliyeti,

c_h = h tabakadaki birim maliyeti, göstermektedir.(20).

Örnekleminin tabakalar arasında ki dağıtım için geliştirilmiş yöntemler şöyledir:

a) Örnekleminin Orantılı Olarak Dağıtımı :

Örnekleminin dağıtımı için kullanılan bu yöntem tabakaların büyüklüğü ile orantılıdır. Örneğin kitle hacmi 1000 olan bir kitleden, örneklem hacmi 100 olan bir örneklem seçilecekse örnekleme oranı f,

$$f = \frac{n}{N} = \frac{100}{1000} = 0,1$$

(20) Scrper, Özer, Aytaç, Mustafa; a.g.c. s.74.

olur. Bunun anlamı; örneklem için her tabakanın 0,1 seçilmiştir. Örneklem hacmi,

$$n_h = \frac{N_h}{N} n$$

bu formül yardımıyla bulunduktan sonra varyans da şöyle hesaplanır.(21)

$$V(\bar{X}_{1a})_{\text{ora}} = \frac{1}{N^2} \sum N_h^2 \cdot \frac{N_h - n_h}{N_h} \cdot \frac{S_h^2}{n_h}$$

b. Örneklemin Optimum Dağıtımı :

Diğer adıyla en uygun dağıtımdır. Örneklemin sabit bir bütçeyle oluşturulması istendiğinde ve örnekleme birimlerinin maliyeti tabakadan tabakaya farklılık gösterdiğinde kullanılır.

Maliyet fonksiyonu ;

$$c = c_o + \sum_{h=1}^L c_h n_h$$

olarak tanımlanır ve bu formülde;

c_o : sabit maliyeti,
 c_h : değişebilir maliyeti,

gösterir.(22)

Örneklem hacmi n'nin tabakalara, örneklem varyansını $V(\bar{X}_{1a})$ minimum yapacak şekilde dağıtılmasına OPTİMUM DAĞITIM adı verilir.

(21) İşcil, Necati; a.g.c, s.106

(22) Serper, Özer; Aytac, Mustafa; y.a.g.c, s.84.

Optimum varyans formülünde n_h ;

$$n_h = \frac{N_h S_h}{\sum \frac{N_h S_h}{\sqrt{C_h}}} \cdot n \quad \text{tanımlanmak üzere varyansda}$$

$$V\left(\bar{X}_{ta}\right)_{opt} = \frac{1}{N^2} \sum N_h^2 \cdot \frac{N_h - n_h}{N_h} \cdot \frac{S_h^2}{n_h}$$

olarak bulunur.(23)

Bu dağıtım yöntemi, n_h ' i tabakalara en iyi şekilde dağıtarak varyansı minimum kılar.

Bu yöntemi uygulamaya çalışırken

i) Tabakalara göre örneklem hacmi n_h ' i buluruz.

ii) Aritmetik ortalamayı $\left(\bar{X}_{ta}\right)$ yı ;

$$\bar{X}_{ta} = \frac{\sum N_h x_{ht}}{N}$$

hesaplarız.

iii) Son olarak da optimum varyansı hesaplarız.

(23) Serper Özer; Aytac Mustafa; a.g.e, s.79.

c. Neyman Dağıtımı

Bu yöntem; gözlem birimlerini inceleme maliyetleri farklı tabakalar için çok büyük değişim göstermediği ve tüm tabakalar için eşit değerde olduğu varsayıldığında uygundur.

Bu yöntem de amaç; örneklem hacmini sabit tutarak $V(\bar{X}_{ta})$ minimum kılacak şekilde örneklem hacmini paylaşmaktır.

All örneklem hacimleri;

$$n_h = \frac{N_h S_h}{\sum N_h S_h} \cdot n$$

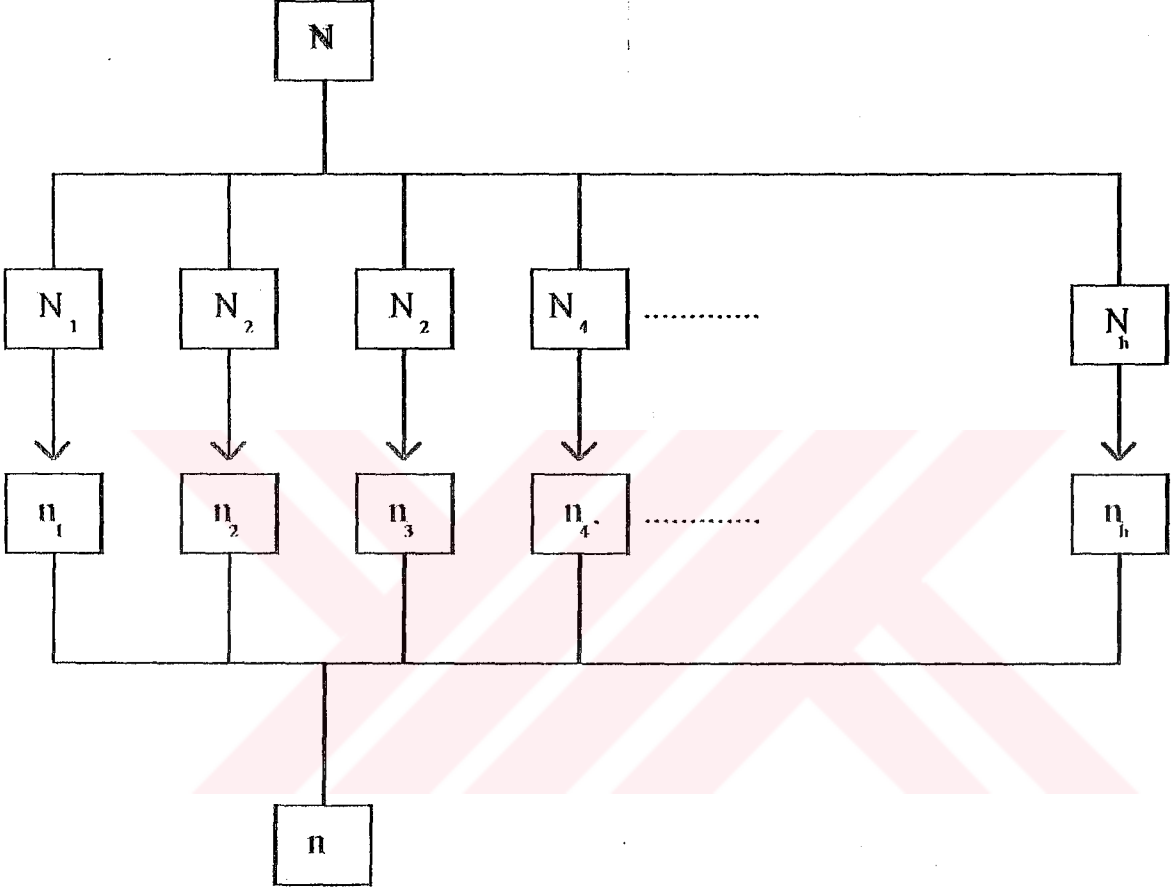
Şeklinde bulunduktan sonra varyansı da ;

$$V(\bar{X}_{ta})_{Ney} = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L N_h^2 \cdot \frac{N_h - n_h}{N_h} \cdot \frac{S_h^2}{n_h}$$

formülü yardımıyla bulunur.(24)

(24) Çingir Hülya ; a.g.c, s.84

Tabakalı Örnekleme Şematik Olarak Şöyle Gösterebiliriz :



Görüldüğü gibi

$$N = \sum_{h=1}^L N_h \quad \text{ve} \quad n = \sum_{h=1}^L n_h \quad \text{dır.}$$

1.1.2.3. SİSTEMATİK ÖRNEKLEME

Sistematik örnekleme bir rassal örnekleme tekniğidir. Fakat basit rassal örneklemeden oldukça farklıdır.

Kitle birimlerinin düzgün bir şekilde sıralı olduğu, ilk k birimden herhangi birinin başlangıç noktası olarak alındığı ve bundan sonra gelen her k.birimin örnekleme seçildiği yonteme SİSTEMATİK ÖRNEKLEME adı verilir.

Sistematik örnekleme yönteminin özelliklerini şöyle sıralayabiliriz (25);

- i) Sistematik örnekleme yönteminde örneklem çekimi çoğu kez hata yapmadan yapılır ve daha kolaydır.
- ii) Alan çalışmalarında yöntemin kullanım kolaylığı daha belirgindir.

Sistematik örnekleme de kitle birimlerinin kitleye düzgün bir şekilde dağılmış olması onu, tabakalı örnekleme karşısında daha avantajlı duruma getirir. Buna karşın dezavantajları da vardır. Onları da şöyle sıralayabiliriz; (26);

- i) Tek sistematik örnekleme yönteminde varyansın tahmin edicisi elde edilemez.
- ii) Birimler arasında kötü bir sıralama varsa verimsiz bir örnek ortaya çıkar.

Bu yöntemde önemli olan k'nın belirlenmesidir. k; kitle hacmi N'nin örneklem hacmi n'e bölünmesiyle bulunur. ($k = N/n$)

Eğer N, n'nin tam katıysa doğal olarak k da tamsayı çıkar. Ama k her zaman tam sayı olmayabilir. Böyle bir durumda iki seçenek söz konusu olur. Birincisi k'nın küsüratı atılır. İkincisi ise sonra gelen tam sayıya tamamlanır. k tamsayı olmadığı zaman;

(25) Cochran, G. William; a.g.c. s.160

(26) DAS, A.C; a.g.c., s.95-108

- i) Dairesel sistematik seçim yöntemi
- ii) Ondalık kesirli sabit aralıklı sistematik seçim yöntemi
- iii) Kitle içinde belli bir sayıda birimi rassal olarak çekip kitleden atma veya belli bir sayıda birimi rassal olarak çekip kitleye ekleme yöntemi

Bu üç yöntemden birisi ele alınarak sistematik örnekleme uygulanmaya çalışılır.(27)

Kitle herbiri k tane birim içeren n tane alt tabakaya bölünmüş olabileceğinden tabakalı örnekleme gibi düşünülebilir. Burada ki fark herbir tabakadan bir tek birim alınmasıdır. Birimlerin seçilme olasılığı ise her tabaka için $1/k$ 'dir. Basit rassal örnekleme ve sistematik örnekleme de herhangi bir birimin seçilme olasılığı birbirine eşit olmasına rağmen, basit rassal örneklemede bir örneklemin çekilme olasılığı;

$$\frac{1}{\binom{N}{n}}$$

sistematik örnekleme de ise $1/k$ dir. Bu yüzden birbirlerinden ayrılırlar.(28);

Sistematik örnekleme yönteminin tabakalı örnekleme yöntemi kadar duyarlı olduğu söylenebilir. (29); Arada ki fark; sistematik örnekleme yönteminde birimler sistematik olarak seçilir. Tabakalı örnekleme de ise birimler, rassal olarak seçilir. Ayrıca basit rassal örneklemenin örnekleme olanacak birimlerin seçimini kolaylaştıran özel bir hali olduğunu söyleyebiliriz. Sistematik örnekleme basit rassal örnekleme göre kitle üzerinde daha eşit dağılır ve bu özellik bazı durumlarda oldukça büyük duyarlılık kazandırır.

(27) Cochran W.G; a.g.e. s.161

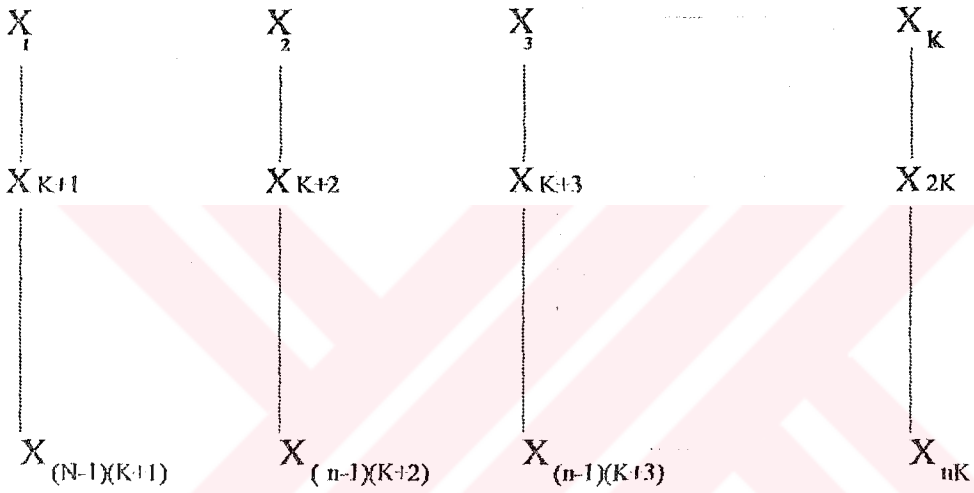
(28) Cochran W.G; a.g.e. s.168

(29) Cochran W.G; Relative accuracy of sistematic and stratified random samples for a certain. class of populations, (1946), Ann.Math. Stt., Vol.17, s.164 - 167

Sistemik 6rnekleme y6nteminde duyarlılık b6y6k 6l6de kitlenin 6zelliklerine bağlıdır. Bu 6rnekleme y6nteminin tercih edileceği koşulları genellemek zordur. Kitle yapısının 6ok iyi bilinmesiyle bu y6ntemi en etkin şekilde kullanabiliriz. Kitle birimleri periyodik bir sıradaysa bu y6ntemin duyarlılığı tehlikeye d6şebilir.(30).

Sistemik 6rneklemeyi Şematik olarak Ő6yle g6sterebiliriz;

N hacminde bir kitemiz olsun. Bu kitlede ki g6zlem birimlerimiz x lerden oluőun. Őu Şekilde sıralandığı varsayalım.



Birinci sıradaki birimlerden birisi rassal olarak ele alındıktan sonra onu takip eden s6t6n; bizim 6rneklemeimizi oluőturur.

(30) Cochran W.G; a.g.e, s.174

1.1.2.4. ARDIŞIK ÖRNEKLEME :

Bu örnekleme yöntemi daha çok kalite kontrolü problemlerinde kullanılır. Birim çekme işlemi; karar vermeye yetecek kadar çekilir.

Kitleden çok az birim çekilir ve değerlendirme yapılır, eğer kesin bir sonuç alınamıyorsa, kitleden tekrar birim çekilir. Bu işlem karar verinceye kadar devam eder. Bu şekilde uygulanan örnekleme yöntemine ARDIŞIK ÖRNEKLEME YÖNTEMİ adı verilir (31)

Kitledeki birimlerin bozulabilmeleri söz konusu olduğunda ve örneklem hacminde ortaya çıkan maliyeti azaltma durumunda bu yöntem kullanılır.

1.1.2.5. KÜMELERE GÖRE ÖRNEKLEME (TEK KADEMELİ ÖRNEKLEME)

Kümelere göre örnekleme kademeli örneklemenin özel bir şeklidir. Birçok araştırmada kitle birimlerinin tam bir listesini yapmak diğer deyişle çerçeve hazırlamak masraflı, çok zaman alıcı yada olanaksızdır. Böyle durumlarda basit rassal örnekleme, tabakalı örnekleme veya sistematik örnekleme yöntemlerini kullanmak da olanaksız olduğundan kümelere göre örnekleme gidilebilir. Ayrıca kitede ki birimler de birbirlerinden uzak alanlar da ise yine bu yöntem uygulanabilir.

Tek tek bütün kitle birimlerinin bir listesi olduğunda bile, büyük bir küme genişliği seçilerek basit rassal örnekleme göre maliyet azaltılabilir.

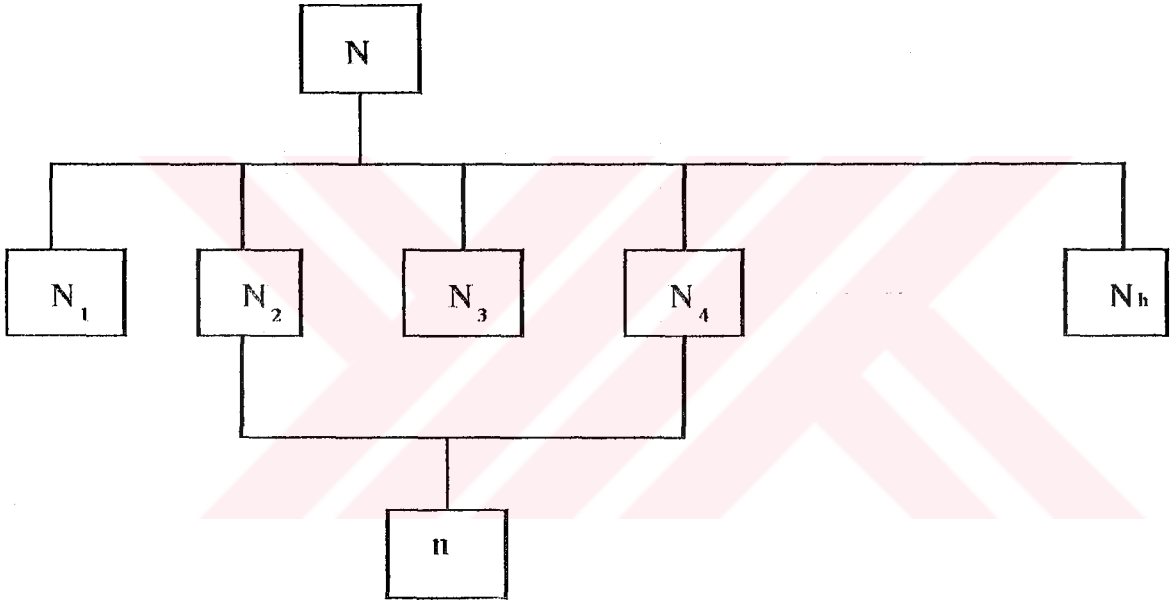
Kitle kümelere ayrılırken her kümenin eşit sayıda birim içermesi gerekli değildir. Yalnız kümelerin eşit büyüklükte olmasına dikkat etmek gerekir. Böylelikle hesaplamalarda kolaylık sağlanır ve tahminler daha güvenilir olur. Küme örnekleme, tabakalı örneklemeyle benzerlikte beraber aralarında ki fark; tabakalı örnekleme de kitle tabakalara bölünüp, her tabakadan basit rassal örnekleme ile birimler çekilmektedir. Çekilen birimler örnekleme oluşturmaktadırlar. Kitlenin tamamı incelenmemektedir. Küme örneklemeinde ise seçilen küme veya kümelere tekrar birimler seçilmeyip, bunların tümü incelenmektedir.

(31) Çıngı Hülya; a.g.e. s.87.

Kitlenin herbiri M genişliğinde N tane kümeden oluşuyorsa kitle birim sayısı NM kadar olacaktır. Bu kitleden n tane küme basit rassal örnekleme ile çekilecektir. Önemli olan m genişliğinde N kümesinin oluşturulmasıdır. Örneklem ne kadar farklı birimlerden oluşursa kitleyi simgeleyebilme özelliği o kadar artacağından kümelerin oluşturulmasında küme içi değişim olabildiğince büyük tutulmaya çalışılmalıdır.

Örnekleme yöntemi ve örneklem hacminin seçimi ya verilen bir maliyet için varyansı en küçük kılmak ya da verilen bir varyans için maliyeti en küçük kılmak amacıyla yapılır.(32)

Kümelere göre örnekleme şematik olarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir;



$$N = \sum N_h$$

$$n = n_1 + n_2$$

(32) Kish, L.; Survey Sampling, John Wiley, 1965, s.151.

1.1.2.6. İKİ KADEMELİ ÖRNEKLEME :

Kümelere göre örnekleme küme içi değişim büyük tutulmaya çalışılarak ve kümenin tümü incelenerek uygulanıyordu. Küme içi birimler birbirlerine çok benzedikleri zamansa kümenin tümünü almak yerine o kümeyi simgeleyebilen bir alt örneklem daha seçilir. Kısaca örnekleme alınacak kitle birimlerine iki adımda ulaşılabilmektedir. Bu nedenle bu örnekleme yöntemine **İKİ KADEMELİ ÖRNEKLEME YÖNTEMİ** adı verilir.(33) İlk aşamada seçilen örneklem birimlerine ön birim, ikinci aşamada herbir önbirimden seçilen birimlerine ise alt birim adı verilir.

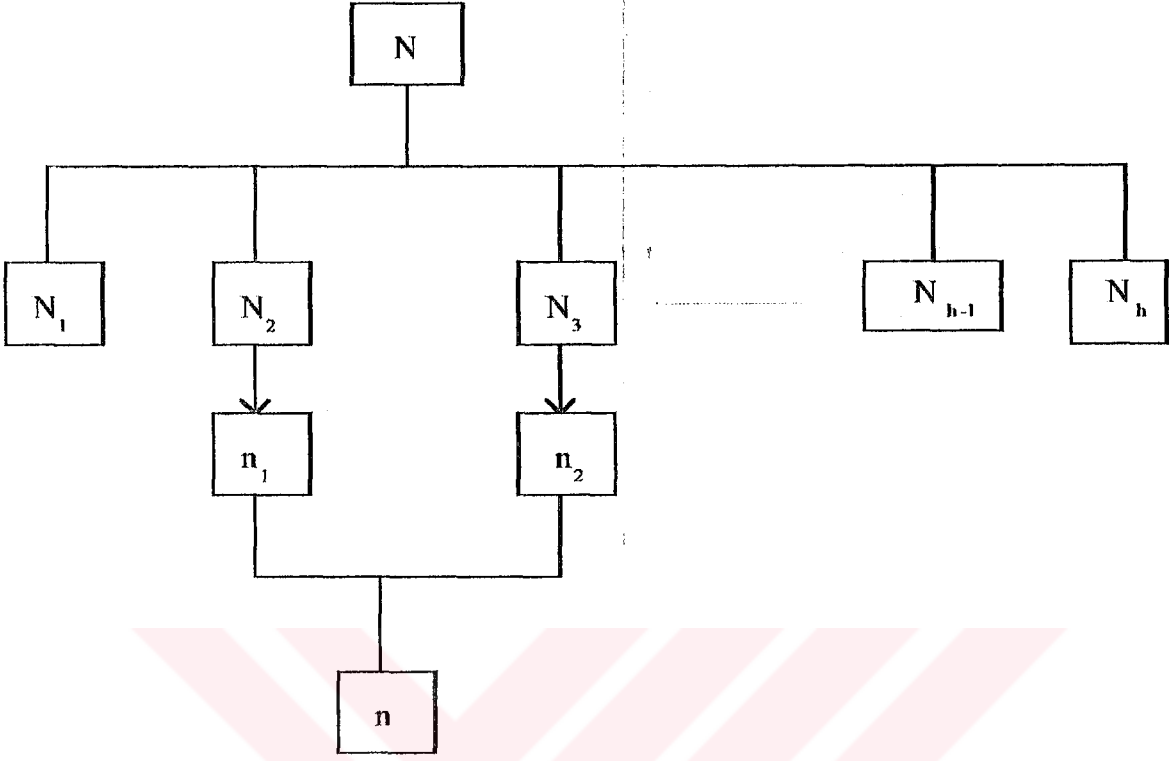
Bu örnekleme yönteminde kademe (aşama) sayısı arttırılarak çok kademeli örneklemeye gidilebilir. Ancak, uygulamalarda dört kademeli örnekleme bile ender rastlanmaktadır. Çünkü kademe sayısı arttıkça farklı sorunlar ortaya çıkacaktır.(34)



(33) Çıngı, Hülya;a.g.e., s.109.

(34) y.a.g.e., s.110

İki kademeli örnekleme şematik olarak aşağıda ki gibi tanımlanabilir;



$$N = \sum N_h$$

$$n = n_1 + n_2$$

N hacminde bir kitleden ilk aşamada N_2 ve N_3 hacimlerindeki iki küme rassal olarak seçilmiştir. Küme içi birimlerin çok benzedikleri gözlenmiş ve ikinci aşamada n_1 ve n_2 hacimlik birimler seçilmiştir. Örneklem hacmi

$$n = n_1 + n_2 \quad \text{olur.}$$

İki kademeli örnekleme tek kademeli örnelemeye göre daha ekonomiktir. İlk olarak daha az örneklem birimi incelendiğinden maliyeti azaltır. Zamandan kazanırız. Varyans küçülür ve tahminlerin güvenilirliği artar.

1.1.2.7. ORANSAL VE REGRESYON TAHMİNİ :

Sonlu genişlikteki kitleden n genişliğinde herhangi bir yöntemle bir örneklem seçildiğini ve örneklem birimlerinin iki ölçümünün x_i ve y_i ile gösterildiğini varsayalım. Eğer x_i/y_i oranı örneklem biriminden örneklem birimine fazla değişkenlik göstermiyorsa, bunların örneklem toplamları oranı da örneklem uzayının her bir noktasından diğer noktasına fazla bir değişkenlik göstermez. İki değişken arasındaki ilişki başlangıç noktasından geçen doğru denklemiyle gösterilebilirse, bu durumda bu değişkenlerden biri yardımıyla diğeri tahmin edilebilir. Böyle bir tahmine **ORANSAL TAHMİN** adı verilir

Oransal tahmin ve regresyon tahmin yöntemlerinde tahmin edilmek istenen temel değişkene yardımcı olarak onunla doğrusal bir ilişkisi olan bir ek değişken kullanılır. Regresyon yöntemi oransal tahmin yönteminin genelleştirilmiş durumudur. (36)

1.1.2.8. ÇOK SAFHALI ÖRNEKLEME YÖNTEMİ :

Kitledeki birimleri seçtikten sonra bu birimlerden, başka bir niteliğe göre tekrar birim çekme söz konusu olabilir. Böyle durumlarda bu yöntem kullanılır.

Bir örneklemede bazı niteliklere göre örnekleme dahil n birimin hepsi, diğer bazı nitelikler içinde bu n birim arasından rassal seçilecek m tanesi gözlenecekse, o yöntemin çok SAFHALI bir örnekleme yöntemi olduğu söylenebilir.(37)

1.2. ÖRNEKLEM HACİMLERİNİN İÇERDİKLERİ BİRİMLERE GÖRE ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ :

Örneklem birimleri bir tek kitle biriminden oluşabileceği gibi birden çok kitle biriminden de oluşabilir. Buna göre iki gruba ayrılır.

(35) Kışıl, L ; a.g.e, s.206

(36) Cochran W.G; a.g.e, s.140.

(37) Çingir, Hülya; a.g.e, s.13

1.2.1. ELEMENT ÖRNEKLEMESİ :

Örneklem birimlerinin bir tek kitle biriminden oluştuğu örnekleme yöntemlerine **ELEMENT ÖRNEKLEMESİ** adı verilir. Burada kitle birimi ile örneklem birimi aynı tanım taşımaktadır. Basit rassal örnekleme, tabakalı örnekleme, sistematik örnekleme yöntemleri birer element örneklemesidir (38).

1.2.2. KÜME ÖRNEKLEMESİ :

Örneklem birimlerinin birden çok kitle biriminden oluştuğu örnekleme yöntemine **KÜME ÖRNEKLEMESİ** adı verilir. Bu tanıma göre örneklem birimleri aynı yada farklı sayıda kitle birimleri içerebilirler.

Kümelere göre örneklemede kümeler örnekleme birimi olarak düşünüldüğünden, kitle için çerçeve hazırlanmasına gerek kalmaz.

Kümelere göre örnekleme tabakalı örneklemeyle birlikte, bu yöntemler tamamıyla birbirinden farklıdır. Tabakalı örnekleme de, kitle bir takım tabakalara ayrılır ve sonra bu tabakalardan örnekleme yapılır. Böylelikle tabakanın tamamı incelenmez. Oysa kümelere göre örnekleme de, hiçbir kitle birimi açıkta kalmayacak şekilde kitle kümelere ayrılır, bu kümelere m tanesi seçilir. Seçilen kümelerin hacimleri toplamıdır.

1.3. ÖRNEKLEM HACMİNİN ÖRNEKLEME ALINMA AŞAMALARINA GÖRE ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ :

Örneklem birimleri bazı araştırmalarda bir veya bir kaç aşamada örnekleme çekilir. Bu yöntemlere **AŞAMALI ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ** adı verilir. Aşamalı örnekleme yöntemleri iki gruba ayrılır.

(38) Kish, Leslie; a.g.e. s.148

1.3.1. TEK AŞAMALI ÖRNEKLEME :

Örneklem birimleri sadece tek aşamada örnekleme çekiliyorsa bu yönteme **TEK AŞAMALI ÖRNEKLEME** adı verilir. Basit rassal örnekleme, tabakalı örnekleme, sistematik örnekleme tek aşamalı örnekleme birer örnektir.

1.3.2. ÇOK AŞAMALI ÖRNEKLEME :

Bazı araştırmalarda ise örneklem birimleri, birden çok aşamada örnekleme çekiliyorsa, aşama sayısına göre iki aşamalı örnekleme, üç aşamalı örnekleme genel olarak da **ÇOK AŞAMALI ÖRNEKLEME** adı verilir. İki kademeli ve üç kademeli örnekleme çok aşamalı örnekleme birer örnektirler.

Örneklem birimlerinin çekilme olasılıklarına göre sınıflandırılmasında tüm örnekleme çeşitlerine yer verildiği için, örneklem hacimlerinin içerdikleri birimlere göre ve örneklem hacimlerinin örnekleme alma aşamalarına göre sınıflandırılması bölümlerinde ayrıntıya girilmemiştir.

2. KATLI ÖRNEKLEME

2.1. KATLI ÖRNEKLEMENİN TARİHSEL GELİŞİMİ :

Katlı örnekleme teorisinin temeli ilk kez 1936 yılında Hintli İstatistikçi Mahalonobis tarafından ortaya atılmış ve "Geçişmeli Alt Örnekler" (Interpenetrating Sub Samples) olarak isimlendirilmiştir.(39). Bu yeni teknik bazı istatistikçilerin ilgisini çekmiş bu arada John W.Tukey kendi adıyla anılan ve 10 alt örneğe dayanan yöntemi ile örnek çapı ne kadar büyük olursa olsun, standart hata hesabını basitleştirmiştir.(40).

(39) Deming, W.Edwards; Sample Design in Business Research, Wiley, Newyork, 1960 s.87

(40) Tukey, John W; Some Theory of Sampling, (Wiley, 1950). s.87

Bu konu ile yakından ilgilenen bir başka istatistikçi de özellikle sanayi alanında, örnekleme metodu uygulamalarında çok yoğun çalışmaları olan William E. Deming'dir. Deming geçişmeli alt örnekler teorisini geliştirip daha da pratikleştirerek çeşitli alanlarda ve değişik koşullar altında uygulama örneklerinin de yer aldığı "İş Uygulama Alanlarında Örneklem Modelleri" (Sample Design in Business Research) adlı yapıtını 1960 da yayınlamıştır. Deming; geliştirdiği bu metoda "Katlı Örnekleme" (Replicated Sampling) adını tercih etmiştir.

2.2. KATLI ÖRNEKLEMENE GİRİŞ :

Kitle çeşitli özelliklerden meydana gelebilir. Burada her özellik bir kat olarak ele alınmaktadır. Her kat bir araştırma alanıdır. Bu kat önceden bilinmektedir. Her kat ikiye, üçe, ayrılmaktadır. Kitleyi bu şekilde parçaladıktan sonra belli kat özelliklerini gösterenler temsilci olarak örneğe alınmaktadır. Örneğin; Türkiye köyleri üstünde yapılacak bir araştırmada, kitle; tüm Türkiye de ki köylerdir. Köylerin nüfusları, o köylerin kasabalara uzaklıkları, köylerin geçim kaynakları hep birer özelliktir. Bu özellikler birer kat olarak ele alınır. Nüfusu 500 den küçük olan, kasabaya 100 km den daha yakın olan ve orman köylerini örneklem olarak aldığımızda belli özellikleri taşıyanları temsilci olarak ele almış bulunmaktayız.

Bu yöntem tamamen birbirinden bağımsız standart hatanın tahmininde katlamanın yararını anlatır. Diğer örnekleme türlerinde Tukey planından yararlanılması dışında standart hataların, örneklem hacminin genellikle binlerin, onbinlerin üstüne çıktığı göz önünde tutulursa örnekleme ile toplanan bilgilerin, örneklem birimleri itibariyle ayrı ayrı gösterildiği liste veya cetvelleri hazırlamanın pratik açıdan olanaksızlığı kolayca kabul edilebilir.(41).

Örneklemeden hesaplanan tahminsel değerlerin güvenilirlik ve işe yararlılık dereceleri en başta örnekleme hatalarına bağlıdır (42). Örnekleme hatası hakkında güvenilir bir bilginin elde edilebileceği tek objektif kriter örneklemeden hesaplanan standart hatadır. Gerçi örnekleme yönteminin uygulamasına geçilmeden örneklem hacminin değişikliğine gidilip gidilmeyeceği, maliyet ve duyarlılık açısından gereksinimin karşılanıp karşılanmayacağı hakkında karar vermek üzere teorik standart hatanın hesaplandığını biliyoruz.

(41) Tukey Planı ; Kitleyi tabakalara ayırdıktan sonra her tabakadan ayrı ayrı B.R.Ö ile birim seçerek tahmin yapmağa denir.

(42) İşçil, Necati; a.g.e, s.203

Ancak, standart hata formülünde yer alan eski devrelere ilişkin veya bazı pratik yollardan kabaca elde edilen varyansın ne derece güvenilir olduğunun örneklemeden yapılan tahmini ile kontrol edilmesi gerekli ve zorunludur.

Örnekleme yöntemleri çok sınırlı olması halinde tek amaçlı, fakat genellikle, çok amaçlı olarak planlanır. Çok sayıda bilginin basit dökümünden başka kombine sınıflamalarda gerekli olabilir. Ayrıca, bazı yönetsel veya coğrafi bölgelere göre de ayrı tahminlere gereksinim duyulabilir. Bunun sonucu olarak, bir örnekleme ile yüzlerce tahmin değerleri ve yüzlerce standart hatanın n tane biriminin ayrı değerlerinin hesabına gitmek gerekir. Bu ise altından kalkılması zor bir işlemdir.

Böyle bir problemin çözümünü pratikleştirmek için öncelikle kitleye ilişkin istatistiklerin tüm örneklemeden, standart hataların n birim den çekilen bir kaç yüz birimlik bir alt örneklemeden hesaplanması yoluna gidilmiştir. Böylece iş hacmi önemli ölçüde küçültülmekle birlikte yine de ekonomik bir düzeye indirilememiştir. Bir başka önlem olarak, sadece bazı önemli niteliklerin değişik birim sayısı kapsayan grubları için standart hatalar hesaplayıp grub büyüklüğü ile standart hata arasındaki ilişkiyi aydınlatıcı, standart hata barem tabloları hazırlanması, tüm diğer istatistikler için bu tablodan yararlanılması öngütlenmiştir. Ancak bu çözüm de pek memnuluk verici sayılmamış ve pek benimsenmemiştir. Standart hata hesabı her türlü koşullar altında yapılacak her türlü örneklemelemlerde artık bir sorun olmaktan çıkmış bulunmaktadır.

Katlı örnekleme, tabakalı örnekleme ilkelerine dayanarak geliştirilmiş bir yöntemdir. Temelde tabakalı örnekleme yönteminin varsayımları benimsenir. Ayrıca sistematik örnekleme yönteminin de seçim kolaylığından yararlanır.

Katlı örnekleme, ayrı bir örnekleme türü olmayıp basit rassal tabakalı ve çok kademeli örneklemelemlerde ve tahminlerin basit sapmasız oransal, regresyon veya bir başka yöntemle yapılması halinde standart hataları kolayca hesaplama olanağı sağlayan bir yöntemdir. Katlı örnekleme koşullara göre en elverişli örnekleme türü ve tahmin yöntemi seçilip, örnekleme hacmi belirlendikten sonra n örnekleme hacimli bir örnekleme yerine n/k hacimli bir alt örneklemelemlerin yapılmasından ibarettir (43). Katlı örneklemelemlerin uygulanabileceği alan sınırlı olmayıp her çeşit kitleye ilgili olarak yapılacak her türlü inceleme ve araştırmalarda yararlanılabilir.

(43) y.a.g.c, s,203

Katlı örnekleme de alt örneklem sayısı koşullara ve isteğe göre küçük ve büyük tutulabilir. Bu durumda alt örneklem sayısının nasıl belirleneceği sorusu ortaya çıkar.

2.3. KATLI ÖRNEKLEMEDE ALT ÖRNEKLEM HACMI :

Katlı örnekleme da alt örneklem hacmi Tukey planında olduğu gibi 2 ile 10 arasında değişmek üzere düzenlendiğinden, alt örneklem hacminin koşullara ve amaca en uygun düşecek biçimde belirlenmesi önemlidir (44). Alt örneklem hacmi ile bölge aralığı arasında sıkı bir bağıntı vardır. Örneklem hacmi aynı olmak üzere alt örneklem hacmi büyüdükçe bölge aralığı da büyür. Birimlerin bölgelere göre çekilmesiyle doğal tabakalamanın avantajından, maliyeti etkilemeksizin kendiliğinden yararlanılır. Bu avantaj genellikle, bölge aralığı büyüdükçe azalır. Bu nedenle alt örneklem hacminin büyük alınması, doğal tabakalamadan sağlanan yararı küçültür. Başka bir deyimle, duyarlılıkta sağlanabilecek kazancı azaltır. Daha az önemli olmasına karşın alt örneklem hacminin büyük olmasının bir başka sakıncası da tahminlerle standart hata işlemlerini fazla zaman alır yapmasıdır.

Doğal tabakalamadan sağlanacak yararlar ilgili olarak önemli bir koşul göz önünde tutulmalıdır. Birimler, çerçeveye genellikle, yer sırasına göre çekilir. Birimlerin başlıca niteliklerine ilişkin olmak üzere, özelliklerinde nispeten kısa aralıklarla önemli farklılık varsa alt örneklem hacminin büyük alınması duyarlılıkta büyük kayıplara yol açar. Böyle bir durumun varlığı halinde, alt örneklem hacmi 2-3 gibi küçük alınmakla bölge aralığı küçüleceğinden doğal tabakalamanın avantajından daha yüksek derecede yararlanılır. Ancak kitle ayrıca tabakalanabilirse alt örneklem hacminin 10 olması, duyarlılıkta önemli bir kayba yol açmaz. Diğer yandan, alt örneklem hacmi ile birlikte geniş bölge sayısı da küçük tutulursa, serbestlik derecesi de küçük olacağından varyans tahminlerini de olumsuz yönde etkiler (45). Bu sakıncanın önlenmesi için standart hata tahminlerinin yeteri kadar geniş bölgeye dayanarak hesaplanması tercih edilmelidir. Katlı örnekleme de serbestlik derecesi alt örneklem hacminin bir eksiği ile geniş bölge sayısının çarpımına eşittir. Örneğin; 10 alt örneklemlerli bir katlı örneklemede standart hata, 5 geniş bölge oluşturularak tahmin edilirse serbestlik derecesi $9 \times 5 = 45$ olacağından, standart hata tahmininin standart hatası küçük olur.

(44) y.a.g.c, s.203

(45) Geniş bölge: Standart hata işlemlerini daha sağlıklı yapabilmek için arka arkaya gelen dar bölgelerin birleştirilerek oluşturulduğu yeni bölgelere denir.

2 alt örneklemlili bir katlı örnekleme de alt örneklemler birer geniş bölge sayılarak yapılan standart hata tahmini, serbestlik derecesinin bir olması nedeniyle, bizi düşük bir duyarlılıkla karşı karşıya bırakır. Alt örneklem hacmi küçük alınırsa, serbestlik derecesini yükseltmek için fazla sayıda (hiç olmazsa 20-30) geniş bölge oluşturmaya çalışmalı ve standart hata tahmini bunlardan yapılmalıdır (46).

Katlı örneklemede alt örneklem hacminin daima 2 olması, ilk bakışta çok uygun gibi görünebilir. Böylelikle, doğal tabakalamadan en yüksek derecede yararlanılmış olacaktır. Ancak, Deming geniş tecrübelerine dayanarak, işlemlerin daha düzgün ve daha kolay yapılmasını sağladığından, duyarlılıkta yol açacağı kayıp % 10' u aşması halinde bile daima 10 alt örneklem hacminin tercih edilmesini öğütler(47). Alt örneklem hacminin seçimindeki başarı veya başarısızlık bir sapmağa neden olmayıp sadece duyarlılığı etkiler. Diğer yandan, bir uygulama için en elverişli olarak saptanan alt örneklem hacmi ve bölge aralığı bir başka uygulama için aynı derecede elverişli olmayabilir.

Buraya kadar özetleyecek olursak; örneklem hacminin birbirinden bağımsız alt örneklemler halinde seçilmesine **KATLI ÖRNEKLEME** adı verilir. Bu yöntem tahminlere ilişkin varyansların kolayca hesaplanmasına olanak kıldığı için çok faydalıdır. Ayrıca, her bağımsız alt örneklemden kitleye ilişkin tahmini elde etmek olanağını da vermektedir. Son tahmin, bu tahminlerin ortalaması olarak hesaplanır ve son tahmine ilişkin varyans da alt örneklemlerin tahminleri arasında ki farklara dayanarak hesaplanır.

2.4. KATLI ÖRNEKLEME NASIL UYGULANIR :

Katlı örneklemede, tabakalara "bölge" adı verilmektedir. Her bölgede ki birimlerin sayısı birbirine eşit olup Z simgesiyle gösterilir.

N hacimlik bir kitleden n hacimlik bir örneklem seçmek istediğimizde, her bir bölgeden k sayıda birim çekmek üzere L sayıda bölge oluşturabiliriz.

(46) İşçil, Necati; a.g.e, s.203.

(47) y.a.g.e, s.203.

Katlı örnekleme yönteminde kullanılan simgelerin anlamları aşağıda verilmiştir ;

- N : Kitledeki birim sayısı,
- n : Örnekleme birim sayısı,
- k : Her bölgeden alınacak örneklem hacmi,
- L : Oluşturulan bölge sayısı,
- Z : Oluşturulan bölgelerdeki birim sayısıdır.

Katlı örneklemenin esas yapısı aşağıdaki gibidir. ;

$$N = L Z$$

$$n = k L$$

$$Z = \frac{N}{L} = \frac{N}{\frac{n}{k}}$$

Katlı örnekleme yöntemi uygulanırken aşağıdaki adımları takip etmek uygulayıcılara büyük kolaylıklar sağlayacaktır;

1.Aşama : Araştırma yapılmak istenilen kitle, bu kitle için kaç bölgeye ayrılacağı ve alt örneklem hacmi belirlenir.

2.Aşama : Kitleden kaç örneklem alınacağı diğer bir deyişle araştırmanın kaç örneklem hacmi üzerinde yapılacağı belirlenir.

3.Aşama : Bir tablo düzenlenip bu tablo üzerinde daha önce belirlenen değerler gösterilir.

4.Aşama : Her bölgenin kaç örneklem birimi (Z) kapsayacağı belirlenir.

5.Aşama : Birim çekimi için alt örneklem hacmi kadar rassal sayılar tablosundan sayılar çekilir. Birim çekimi sistematik olacağından her rassal sayıya bölgenin kapsadığı örneklem birimi ilave edilir ve bu bilgiler tablo üzerinde gösterilir.

6.Aşama : Örnekleme oluşturulan örneklem birimlerinden gerekli bilgiler temin edilir.

7.Aşama : Hesaplamalara geçilir. Öncelikle kitle toplamı ve kitle ortalaması tahminleri aşağıdaki formüller yardımıyla hesaplanır.

Kitle toplam tahmini ;
$$\hat{X} = \frac{1}{k} Zx,$$

Kitle ortalaması tahmini ;
$$\hat{\bar{X}} = \bar{X}_{kat} = \frac{\sum \sum x_{ij}}{kL} = \frac{\hat{X}}{N}$$

8.Aşama : Varyans hesabının daha kolay yapılabilmesi için dar bölgeler birleştirilerek geniş bölge haline getirilir.

9.Aşama : Varyans hesabında kullanılan T^2 değeri aşağıda ki formül yardımıyla hesaplanır.

$$T^2 = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_{ij})^2$$

10.Aşama : Kitle ortalaması varyansı ;

$$\hat{V}(\bar{X}_{kat}) = \frac{T^2}{k(k-1)L^2} \frac{Z-k}{Z}$$

$$\hat{V}(\hat{X}) = \frac{Z^2 \cdot 1^2}{k(k-1)}$$

formülleri yardımıyla hesaplanır.

11.Aşama : Aralık tahmini yapılır. Kitle ortalamasının aralık tahmini,

$$\bar{x}_{\text{kat}} - Z_S \left(\bar{x}_{\text{kat}} \right) \leq \bar{X} \leq \bar{x}_{\text{kat}} + Z_S \left(\bar{x}_{\text{kat}} \right)$$

formülü yardımıyla bulunur.

Bu aşamaları bir uygulama üzerinde tanımlamaya çalışalım:

15 otelde çalışan eleman sayısı günlük ortalama ücreti, otelicilik yüksek okulu mezunu elemanların oranı tahmin edilmek istensin.

1.Aşama :

Araştırma yapılmak istenen kitle; söz konusu 15 oteldir. Her otel bir bölge olarak ele alınır. Alt örneklem hacmi de 4 olsun. Singellerle gösterelim.

$N = 18.000$ 15 otelde çalışan toplam eleman sayısı
 $L = 15$
 $k = 4$

2.Aşama :

Araştırmanın kaç örneklem hacmi üzerinde yapılacağını belirlemesiydi. Örneklem hacmini aşağıdaki formül yardımıyla buluruz.

$$n = kL$$

$$n = 4 \cdot 15 = 60$$

3.Aşama :

Bu bilgilerin tablo üzerinde gösterilmesi idi.

TABLO I.

OTEL NO.	ÇALIŞAN ELEMAN SAYISI	ÖRNEKLEM BİRİM SAYISI	KÜM. ÖRN. BİRİM
1	240	8	8
2	900	30	38
3	210	7	45
4	2100	70	115
5	180	6	121
6	150	5	126
7	4800	160	286
8	1650	55	341
9	270	9	350
10	300	10	360
11	150	5	365
12	3600	120	485
13	1050	35	520
14	1800	60	580
15	600	20	600
TOPLAM	18.000	600	

Bu alan çalışmasında zaman israfını ve kontrol güçlüğüne önlemek amacıyla örnekleme birimi yaklaşık 30 eleman kapsayan grup olarak tanımlanmıştır.

4. Aşama :

Her bölgenin kaç örneklem birimi kapsadığı aşağıdaki formül yardımıyla bulunur :

$$Z = \frac{N}{L}$$

$$Z = \frac{600}{15} = 40$$

Her bölgedeki birim sayısı 40' dir.

5. Aşama :

Tabakalamanın avantajından yararlanmak için birimler sistematik olarak çekilecektir. Bu nedenle 1 ile 40 arasından alt örneklem hacmi kadar 4 rassal sayı çekilir. Bu sayılar sırasıyla 18, 37, 12 ve 07' dir. Bu bilgileri tablo üzerinde gösterelim :

TABLO 2.

BÖLGE SINIRI	ALT ÖRNEKLEM HACMİNE GÖRE BİRİM NUMARALARI				ÖRNEKLEME ÇIKAN OTEL NUMARALARI			
	1	2	3	4				
1-40	18	37	12	07	2	2	2	1
41-80	58	77	52	47	4	4	4	4
81-120	98	117	92	87	4	5	4	4
121-160	138	157	132	127	7	7	7	7
161-200	178	197	172	167	7	7	7	7
201-240	218	237	212	207	7	7	7	7
241-280	258	277	252	247	7	7	7	7
281-320	298	317	292	287	8	8	8	8
321-360	338	357	332	327	8	10	10	8
361-400	378	397	372	367	12	12	12	12
401-440	418	437	412	407	12	12	12	12
441-480	458	477	452	447	12	12	12	12
481-520	498	517	492	487	13	13	13	13
521-560	538	557	532	527	14	14	14	14
561-600	578	597	572	567	14	15	14	14

Tabloyu incelediğimizde 3, 6, 9, 11 numaralı otellerden hiçbir alt örnekleme birim çıkmadığı görülür. Buna rağmen 15 otel üzerinden araştırmaya devam edilmiştir.

6. Aşama :

Örnekleme oluşturan Tablo-2' deki örneklem birimlerinden gerekli bilgiler alınır.

TABLO 3 :

Eleman sayıları

SATIR SIRA NO.	ALT ÖRNEKLEMLER			
	1	2	3	4
1	15	11	10	20
2	20	38	32	34
3	30	36	46	38
4	38	43	35	40
5	45	58	41	45
6	31	30	20	33
7	42	45	40	27
8	25	28	30	26
9	24	10	22	20
10	41	37	25	40
11	35	41	48	30
12	32	50	20	36
13	26	13	20	25
14	30	50	45	40
15	32	20	46	50
TOPLAM	466	510	480	504

TABLO 4:**Ücretleri**

SATIR SIRA NO.	ALT ÖRNEKLEMLER			
	1	2	3	4
1	4.600	3.000	5.000	7.600
2	5.200	6.000	6.000	8.200
3	4.200	3.000	6.000	7.200
4	3.500	2.500	3.500	4.500
5	4.500	6.000	3.500	3.600
6	2.500	4.000	4.500	6.400
7	3.600	2.500	2.000	4.000
8	6.400	3.000	7.000	4.000
9	4.000	4.000	1.500	3.500
10	3.000	3.500	3.000	2.500
11	6.000	7.000	6.000	5.000
12	3.000	6.000	2.000	4.000
13	2.500	4.000	3.500	4.500
14	4.500	4.000	2.000	6.000
15	5.500	3.000	6.500	2.000
TOPLAM	63.000	61.500	62.000	73.000

TABLO 5 :**Otelcilik mezunu olanlar**

SATIR SIRA NO.	ALT ÖRNEKLEMLER			
	1	2	3	4
1	1	2	2	3
2	2	3	4	1
3	9	5	11	6
4	7	6	8	7
5	5	4	6	9
6	9	7	11	12
7	6	3	9	8
8	1	4	5	2
9	4	2	7	6
10	6	7	11	5
11	1	1	2	2
12	2	1	2	3
13	5	2	3	4
14	4	4	2	3
15	3	4	7	4
TOPLAM	65	55	90	75

Buraya kadarki aşamalar, örneklem oluşturulması ve örnekleme oluşturan örnekleme birimlerinden temin edilen bilgilerdir. Bundan sonraki aşamalar hesaplamalarla ilgilidir. Bu hesaplamalarla ilgili formüllere yer verildikçe uygulamaya devam edilecektir.

2.5. KATLI ÖRNEKLEMENİN ÖZELLİKLERİ

Katlı örneklemenin daha iyi bir şekilde uygulanabilmesi için aşağıda sıralanan özelliklerin uygulanması gerekir (48) :

- i) Bir tabaka içinde bölge aralıkları eşit sayıda örneklem birimi kapsar. Her örneklem birimi tabaka da aynı olasılığa sahiptir. Örneklem biriminin aynı olasılıklara sahip olması için tabakalara çoğu zaman sadeleştirme söz konusudur.
- ii) Katlı örnekleme iki veya daha fazla sayıda alt örneklemden oluşur. (11 alt örneklemden azdır.)
- iii) Alt örneklere eşit sayıda örnekleme birimi bölge aralıklarına göre çekilir. Birim çekimi bir sakınca yaratmaması halinde sistematik olarak yapılır.
- iv) İster bir, ister birden fazla örnekleme birim türüne yer verilmiş olsun örnekleme birimleri daima eşit olasılıklarla çekilir.
- v) Bölge aralıkları eşit sayıda örnekleme birimi kapsarlar. Bazı örnekleme birimleri sıfır, bazıları iki gözlem birimi kapsayabilir. Ancak, bu gibi durumlarla karşılaşması bölgelerdeki örnekleme birimi sayılarında değişiklik yapılmasını gerektirmez. Bölgelerin eşit sayıda birim kapsamı tahminleri çok basitleştirir.
- vi) Birim hacimleri arasındaki farkların büyük olması, diğer örnekleme türlerinde duyarlılıkta önemli kayıplara yol açar. Bunu önlemek için başvurulan bir önlem, birimlerin hacimleri ile orantılı olasılıklarla çekilmesidir. Ancak, bu kez tahmin ve standart hata hesabına ilişkin işlemler karmaşıklaşır. Oysa, katlı örneklemede birim hacimleri arasındaki farkların küçük veya büyük olması herhangi bir sorun yaratmaz.

(48) Deming, William; a.g.e., s.88

- (vii) Örnekleme türü ne olursa olsun, katlı örnekleme formüllerinde bir değişikliğe gerek duyulmaz.
- (viii) Kitle hakkında bazı bilgilerin önceden var olup olmaması herhangi bir önem taşımaz.
- (ix) Katlı örneklemede standart hataya ilişkin formüllerde örneklem hacmi olarak alt örneklem hacmi yer alır.

2.6. KATLI ÖRNEKLEMEDE KULLANILAN FORMÜLLER

Bu formüllere geçmeden önce formüllerde yer alan harf ve işaretleri açıklayalım :

- X_j = j. alt örneklemden kitlenin toplam değer tahmini,
- k = alt örneklem hacmi,
- X = $\frac{1}{k} \sum X_j$ kitlenin k alt örneklemden tahmin edilen toplam değeri,
- x_j = j. alt örneklemin x örneklem birimleri toplamı,
- y_j = j. alt örneklemin y örneklem birimleri toplamı,
- $x_{ji} \ y_{ji}$ = j. alt örneklemden i. birimin x ve y örneklem birimleri,
- x, y = iki niteliğe ilişkin alt örneklem toplamları,
- f = x / y iki niteliğe ilişkin örneklem toplamları oranı.

2.6.1. KİTLENİN TOPLAM DEĞER TAHMİNİ

Tabakalı örnekleme yönteminde kitlenin toplam değer tahmini hatırlanırsa;

$$\hat{X}_{tb} = \sum_h^L N_h \bar{x}_h \quad (1)$$

olarak bulunuyordu.

Burada kullanılan \bar{x}_h aşağıdaki formül yardımıyla bulunur :

$$\bar{x}_h = \frac{1}{n_h} \sum_i^{n_h} x_{hi} \quad (2)$$

Eğer tabakalar aynı hacme sahipse;

$$N_h = \bar{N}$$

olacağından, her bir tabakadan aynı sayıda birim seçilir. 1 numaralı denklemi buna göre yazarsak;

$$\hat{X}_{tb} = \sum_h^L \bar{N} \bar{x}_h$$

olur. Bu formülü açarsak;

$$\hat{X}_{tb} = \bar{N} \sum_h^L \frac{1}{n} \sum x_{hi}$$

$$\hat{X}_{tb} = \frac{\bar{N}}{n} \sum^L \sum^n x_{hi}$$

haline gelir. Fakat

olduğundan;

$$x = \sum \sum x_{hi}$$

$$\hat{X}_{tb} = \frac{1}{n} \bar{N} x \quad (3)$$

olarak yazılabilir.

Kitlenin toplamına ilişkin bu tahmin basit sapmasız bir tahmindir. Yani;

$$E(\hat{x}_{it}) = X \text{ 'dir.}$$

Bulduğumuz bu formülleri, katlı örneklemede, Deming'in kullandığı terminolojiye göre düzenleyelim. Önce kavramları oturtmaya çalışalım.

- (i) Deming tabakaları, bölge olarak isimlendirilmiştir. Her tabakadaki örneklem birim sayısı Z ile gösterilmiştir.
- (ii) Her bölgeden seçilen örneklem hacmi de k olarak tanımlanmıştır.

Bu bilgilerle (3) numaralı formül aşağıdaki şekilde;

$$\hat{x}_{kat} = \frac{1}{k} \sum Z x \quad (4)$$

yazılır. (49)

Katlı örneklemede kitlenin toplam değer tahmini 4 numaralı formül kullanılarak bulunur. Bunu sayfa 31'deki uygulamada kullanmaya çalışalım.

7. Aşama :

Bu aşamada kitle toplamı tahmin edilir.

y_j : j. otelde çalışan elemanlar toplamı.

x_j : j. otelde çalışan elemanların ücret toplamı,

y_j ve x_j 'yi tanımladıktan sonra Tablo 3.'de örnekleme çıkan elemanların sayısı;

$$y = \sum_{i=1}^k y_j$$

$$y = 466 + 510 + 480 + 504 = 1960$$

(49) Yamane, Taro; Elementary Sampling Theory, Practice - Hall, New Jersey
1967, s. 365

olarak bulunur.

15 otelde çalışan eleman sayısının tahmini;

$$\hat{Y} = \frac{1}{k} \sum y$$

$$\hat{Y} = \frac{1}{4} \cdot 40 \cdot 1960 = 19.600$$

bulunur.

Tablo 4'de örnekleme çıkan elemanların ücret toplamı;

$$x = \sum_{i=1}^k x_i$$

$$x = 63.000 + 61.500 + 62.000 + 73.000$$

$$= 2.595.000 \text{ TL.}$$

olarak bulunur.

15 otelde çalışan elemanların ücret toplamı;

$$\hat{X} = \frac{1}{k} \sum x$$

$$\hat{X} = \frac{1}{40} \cdot 40 \cdot 2.595.000 = 25.950.000 \text{ TL'dir.}$$

Tablo 5'de örnekleme çıkan elemanların otelicilik okulundan mezun olanların toplamı;

$$x = \sum_{i=1}^k x_i$$

$$x = 65 + 55 + 90 + 75 = 285 \text{ olarak bulunur.}$$

15 otelde çalışan elemanlardan mezun olanların toplamı;

$$\hat{X} = \frac{1}{k} \sum x$$

$$\hat{X} = \frac{1}{40} \cdot 40 \cdot 285 = 2.850$$

bulunur.

2.6.2. KATLI ÖRNEKLEME KİTLE TOPLAMI VARYANSININ TAHMİNİ

Tabakalı örneklemede kitle toplamı varyansı şu şekilde hesaplanıyordu :

$$\hat{V}(\hat{X}_{tb}) = \sum_h^L N_h^2 \cdot \frac{N_h - n_h}{N_h} \cdot \frac{S_h^2}{n_h} \quad (5)$$

Formülde geçen S_h^2 aşağıdaki formülle ;

$$S_h^2 = \frac{1}{n_h - 1} \cdot \sum_{i=1}^{n_h} (x_{hi} - \bar{x}_h)^2$$

bulunur.

Katlı örneklemede; (5) numaralı formülde yer alan N_h , Z'ye; n_h , k'ya karşılık gelmektedir. (5) numaralı formülü Deming'in terminolojisine yazarsak;

$$\hat{V}(\hat{X}_{tb}) = \sum_i^L Z^2 \cdot \frac{Z - k}{Z} \cdot \frac{s_i^2}{k}$$

olur. Bu formülü düzenlersek;

$$\hat{V}(\hat{X}_{tb}) = Z^2 \cdot \frac{Z - k}{Z} \cdot \frac{1}{k} \sum s_i^2$$

olur. Formülde yer alan s_i^2 yi de açık olarak yazdığımızda ;

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{X}_{tb}) &= Z^2 \cdot \frac{Z - k}{Z} \cdot \frac{1}{k} \sum_i^L \frac{1}{k-1} \cdot \sum_j^k (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \\ &= Z^2 \cdot \frac{Z - k}{Z} \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k-1} \sum_i^L \sum_j^k (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \end{aligned}$$

elde ederiz.

$$\frac{Z-k}{Z} \approx 1 \quad \text{ve} \quad T^2 = \sum_i^L \sum_j^k (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

olarak tanımlanırsa kitle toplamı varyansının tahmini;

$$\hat{V}(\hat{X}) = \frac{Z^2 T^2}{k(k-1)} \quad (6)$$

formülüyle hesaplanır.

Özel olarak $k = 2$ olduğunda T^2 ;

$$\begin{aligned} T^2 &= \sum_i^L \sum_j^2 (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \\ &= \sum_i^L \left[\left(x_{i1} - \frac{x_{i1} + x_{i2}}{2} \right)^2 + \left(x_{i2} - \frac{x_{i1} + x_{i2}}{2} \right)^2 \right] \\ &= \sum_i^L \frac{1}{4} \left[(x_{i1} - x_{i2})^2 + (x_{i2} - x_{i1})^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} \sum_i^L (x_{i1} - x_{i2})^2 \end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Bu değerler (6) numaralı eşitlikle yerine konursa;

$$\hat{V}(\hat{X}) = \frac{Z^2}{2(2-1)} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sum_i^L (x_{i1} - x_{i2})^2$$

$$\hat{V}(\hat{X}) = \frac{1}{4} \cdot Z^2 \cdot \sum_i^L (x_{i1} - x_{i2})^2$$

elde edilir. Bu formülde yer alan $\sum_i^L (x_{i1} - x_{i2})^2$; L bölge de genişliğin kareler toplamıdır ve R^2 ile gösterilir. Formülü düzenlersek;

$$\hat{V}(\hat{X}) = \frac{1}{4} \cdot Z^2 \cdot R^2$$

elde edilir (50).

(50) Yamanc, Taro; a.g.e., s. 375

Bir uygulama ile kitle toplamı varyansını tahmin etmeye çalışalım. Sayfa 31'deki uygulamaya devam edelim.

8. Aşama :

Bu aşamada kitle toplamı varyansı tahmin edilir. Varyans hesabı ile ilgili işlemleri azaltınak için ard arda gelen 3 dar bölge birleştirilerek 15 dar bölge 5 geniş bölgeye dönüştürülür. (Sadece ücret toplamı varyansını tahmin etmeye çalışacağımızdan Tablo 4 'ü ele alıyoruz.)

TABLO 6:

Alt örneklemere göre geniş bölge ücret toplamları

GENİŞ BÖLGE NO.	ALT ÖRNEKLEMLER			
	1	2	3	4
1	14.000	12.000	17.000	23.000
2	10.500	12.500	11.500	14.500
3	14.000	9.500	10.500	11.500
4	12.000	16.500	11.000	11.500
5	12.500	11.000	12.000	12.500
TOPLAM	63.000	61.500	62.000	73.000
ORTALAMA	12.600	12.300	12.400	14.600

Tablo 4 yardımıyla Tablo 6 oluşturulur. (6) numaralı varyans formülünü yazalım :

$$\hat{V}(\hat{X}) = \frac{Z^2 T^2}{k(k-1)}$$

9. Aşama :

Öncelikle formülde yer alan T^2 'yi hesaplayalım. T^2 ;

$$T^2 = \sum_i^l \sum_j^k (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

formülü yardımıyla bulunur.

TABLO 7 :

GENİŞ BÖLGE NO.	FARKLAR			
	d_{1i}	d_{2i}	d_{3i}	d_{4i}
1	1.400	-300	4.600	8.400
2	-2.100	200	-900	-100
3	1.400	-2.800	-1.900	-3.100
4	-600	4.200	-1.400	-3.100
5	-100	-1.300	-400	-2.100
TOPLAM	0	0	0	0

$d_{ji} = x_{ji} - \bar{x}_j$ olup Tablo 6 'dan elde edilmiştir.

TABLO 8 :

GENİŞ BÖLGE NO.	FARK KARELER			
	d_{1i}^2	d_{2i}^2	d_{3i}^2	d_{4i}^2
1	1.960.000	90.000	21.160.000	70.560.000
2	4.410.000	40.000	810.000	10.000
3	1.960.000	7.840.000	3.610.000	9.610.000
4	360.000	17.640.000	1.960.000	9.610.000
5	10.000	1.690.000	160.000	4.410.000
TOPLAM	8.700.000	27.300.000	27.700.000	94.200.000

$d_{ji}^2 = (x_{ji} - \bar{x}_j)^2$ olup, Tablo 7 'den elde edilmiştir.

$$T^2 = \sum_i^L d_{ji}^2$$

formülünde Tablo 8 'deki değerleri yerine koyarsak;

$$T^2 = 8.700.000 + 27.300.000 + 27.700.000 + 94.200.000$$

$$T^2 = 157.900.000$$

elde edilir.

10. Aşama :

Kitle toplamı tahmini varyansı :

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{X}) &= \frac{Z_c^2 \cdot T^2}{k(k-1)} \\ &= \frac{40^2 \cdot 157.900.000}{4 \cdot 3} \\ &= 21.053.333.330 \end{aligned}$$

bulunur. Standart hatası ;

$$\hat{\sigma}_x = 145.097 \text{ ' dir.}$$

11. Aşama :

Varyans ve standart hata hesaplamalarından sonra aralık tahmini yapmak kolaydır.

$$\bar{x}_{kat} - Z_{\alpha}(\bar{x}_{kat}) \leq \bar{X} \leq \bar{x}_{kat} + Z_{\alpha}(\bar{x}_{kat})$$

2.6.3. KATLI ÖRNEKLEMEDE ORAN TAHMİNİ

Tabakalı örnekleme ve rassal örneklemede olduğu gibi katlı örnekleme yöntemi ile oran tahminini inceleyelim.

Birleştirilen oran tahmin metodundan R oranının tahmincisi

$$r_c = \frac{X}{Y} = \frac{N_x}{N_y} = \frac{x}{y} \quad (8)$$

olarak bulunur. x ve y toplam örneklemelerdir.

Katlı örnekleme de x ve y yi veya \hat{X} ve \hat{Y} yi yazalım.

$$\hat{X} = \frac{1}{k} Z_x$$

\hat{Y} da aynı şekilde yazılır.

Oranın tahmincisinin varyansı ($V(r_c)$);

$$S_{ch}^2 = \frac{1}{N_h - 1} \sum^{N_h} \left[\left(x_{hi} - \bar{X}_h \right) - R \left(y_{hi} - \bar{Y}_h \right) \right]^2 \quad (9)$$

tanımlamak üzere,

$$V(r_c) = \frac{1}{Y^2} \sum^L N_h^2 \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{1}{n_h} S_{ch}^2 \quad (10)$$

olarak elde edilir.

Oranın tahmincisinin varyansının tahmini $\left(\hat{V}(r_c) \right)$;

$$S_{ch}^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum \left[\left(x_{hi} - \bar{x}_h \right) - r_c \left(y_{hi} - \bar{y}_h \right) \right]^2 \quad (11)$$

tanımlanmak üzere,

$$\hat{V}(r_c) = \frac{1}{\hat{y}^2} \sum N_h^2 \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{1}{n_h} S_{ch}^2 \quad (12)$$

olarak elde edilir.

Katlı örnekleme forminolojisinde bunları yerine koyarsak;

$$\begin{aligned} \hat{V}(r_{kat}) &= \frac{1}{\hat{Y}^2} \sum_i Z^2 \frac{Z - k}{Z} \frac{1}{k} S_{ci}^2 \\ &= \frac{1}{\hat{Y}^2} Z^2 \frac{1}{k} \sum_i \frac{1}{k - 1} \sum_j^k \left[\left(x_{ij} - \bar{x}_i \right) - r_c \left(y_{ij} - \bar{y}_i \right) \right]^2 \\ &= \frac{1}{\hat{Y}^2} Z^2 \frac{1}{k} \frac{1}{k - 1} U^2 \end{aligned}$$

olarak bulunur. Formülde yer alan u^2 ;

$$U^2 = \sum_i \sum_j^k \left[\left(x_{ij} - \bar{x}_i \right) - r_c \left(y_{ij} - \bar{y}_i \right) \right]^2$$

olarak tanımlanmaktadır.

$$\frac{Z - k}{Z} \approx 1 \quad \text{ve} \quad \hat{Y} = \frac{1}{k} Z y$$

eşitliklerini $\hat{V}(r_{kat})$ yerine koyarsak;

$$\hat{V}(r_{küt}) = \frac{1}{\left[\frac{1}{k} \sum Z \cdot y \right]^2} \cdot Z^2 \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k-1} \cdot U^2$$

$$= \frac{k}{k-1} \cdot \frac{U^2}{y^2} \quad (13)$$

eşitliğini elde ederiz.

U² 'nin hesaplanması :

U² ; büyük terim hesaplama problemidir. Aşağıda verilen U² 'yi hesaplama yöntemi genişletilebilir :

$$U^2 = \sum_i^l \sum_j^k [(x_{ij} - \bar{x}_i) - r(y_{ij} - \bar{y}_i)]^2$$

$$= \sum_i \sum_j [(x_{ij} - \bar{x}_i)^2 + r^2(y_{ij} - \bar{y}_i)^2 - 2r(x_{ij} - \bar{x}_i)(y_{ij} - \bar{y}_i)]$$

$$= \sum_j^k x_{ij}^2 \frac{(\sum_i x_{ij})^2}{k} + r^2 \left(\sum_j y_{ij}^2 \frac{(\sum_i y_{ij})^2}{k} \right) - 2r \left(\sum_i x_{ij} y_{ij} - \frac{\sum_i x_{ij} \sum_i y_{ij}}{k} \right)$$

$$+ \sum_j^k x_{2j}^2 \frac{(\sum_i x_{2j})^2}{k} + r^2 \left(\sum_j y_{2j}^2 \frac{(\sum_i y_{2j})^2}{k} \right) - 2r \left(\sum_i x_{2j} y_{2j} - \frac{\sum_i x_{2j} \sum_i y_{2j}}{k} \right)$$

$$+ \dots$$

$$+ \sum_j^k x_{lj}^2 \frac{(\sum_i x_{lj})^2}{k} + r^2 \left(\sum_j y_{lj}^2 \frac{(\sum_i y_{lj})^2}{k} \right) - 2r \left(\sum_i x_{lj} y_{lj} - \frac{\sum_i x_{lj} \sum_i y_{lj}}{k} \right)$$

Her bölge için $\sum_i x_{ij}^2$, $(\sum_i x_{ij})^2$, $\sum_i y_{ij}^2$, $(\sum_i y_{ij})^2$ ve $\sum_i x_{ij} y_{ij}$ toplamlarına ihtiyaç vardır.

TABLO 9 :

	x_{ii}	y_{ii}	$x_{ii}y_{ii}$	x_{ii}^2	y_{ii}^2	$(\Sigma x_{ii})^2$	$(\Sigma y_{ii})^2$	$\Sigma x_{ii}y_{ii}$
L=L için	x_{11}	y_{11}	$x_{11}y_{11}$	x_{11}^2	y_{11}^2			
	x_{12}	y_{12}	$x_{12}y_{12}$	x_{12}^2	y_{12}^2			
	·	·	·	·	·			
	x_{1k}	y_{1k}	$x_{1k}y_{1k}$	x_{1k}^2	y_{1k}^2			
Toplam	Σx_{1i}	Σy_{1i}	$\Sigma x_{1i}y_{1i}$	Σx_{1i}^2	Σy_{1i}^2	$(\Sigma x_{1i})^2$	$(\Sigma y_{1i})^2$	$(\Sigma x_{1i}y_{1i})$
L=L için	·	·	·	·	·			
	$x_{1,1}$	$y_{1,1}$	$x_{1,1}y_{1,1}$	$x_{1,1}^2$	$y_{1,1}^2$			
	$x_{1,2}$	$y_{1,2}$	$x_{1,2}y_{1,2}$	$x_{1,2}^2$	$y_{1,2}^2$			
	·	·	·	·	·			
$x_{1,k}$	$y_{1,k}$	$x_{1,k}y_{1,k}$	$x_{1,k}^2$	$y_{1,k}^2$				
Toplam	$\Sigma x_{1,i}$	$\Sigma y_{1,i}$	$\Sigma x_{1,i}y_{1,i}$	$\Sigma x_{1,i}^2$	$\Sigma y_{1,i}^2$	$(\Sigma x_{1,i})^2$	$(\Sigma y_{1,i})^2$	$(\Sigma x_{1,i}y_{1,i})$

Bunların toplamlarını alıp, bir tabloda özetlersek aşağıdaki tablo ortaya çıkar:

TABLO 10:

$\Sigma x_{ii}y_{ii}$	$\Sigma x_{ii}\Sigma y_{ii}$	Σx_{ii}^2	Σy_{ii}^2	$(\Sigma x_{ii})^2$	$(\Sigma y_{ii})^2$
$\Sigma x_{1i}y_{1i}$	$\Sigma x_{1i}\Sigma y_{1i}$	Σx_{1i}^2	Σy_{1i}^2	$(\Sigma x_{1i})^2$	$(\Sigma y_{1i})^2$
$\Sigma x_{2i}y_{2i}$	$\Sigma x_{2i}\Sigma y_{2i}$	Σx_{2i}^2	Σy_{2i}^2	$(\Sigma x_{2i})^2$	$(\Sigma y_{2i})^2$
·	·	·	·	·	·
$\Sigma x_{1,i}y_{1,i}$	$\Sigma x_{1,i}\Sigma y_{1,i}$	$\Sigma x_{1,i}^2$	$\Sigma y_{1,i}^2$	$(\Sigma x_{1,i})^2$	$(\Sigma y_{1,i})^2$
E	E	A	B	C	D

U^2 formülü daha basit duruma getirebilmek amacı ile tabloda verilen alfabetik simgeler kullanılırsa, aşağıdaki eşitlik elde edilir (51).

$$U^2 = A - \frac{C}{k} r^2 (B - \frac{D}{k}) - 2r(E - \frac{E'}{k})$$

Konuya sayfa 31 'deki uygulama ile devam edelim. Otelde çalışıp otelcilik meslek okulundan mezun olanların, çalışan eleman sayısına oranı ve bu oranın varyansı tahmin edilmek istensin.

x = Otelcilik meslek okulundan mezun olanlar,

y = Çalışan elemanlar,

olarak alınır.

Oran tahmini;

$$r = \frac{x}{y} = \frac{285}{1.960} = 0.145$$

olarak bulunur.

Oran varyansının tahmini ;

$$V(r) = \frac{k}{k-1} \frac{U^2}{y^2}$$

formülü yardımıyla bulunur. Öncelikle u^2 'yi hesaplayalım.

TABLO 11:

(Tablo 3 'de ard arda gelen 3 bölge birleştirilmiştir.)

Alt örneklere göre geniş bölge eleman sayıları

GENİŞ BÖLGE NO.	ALT ÖRNEKLEMLER			
	1	2	3	4
1	65	85	88	92
2	114	131	96	118
3	91	83	92	73
4	108	128	93	106
5	88	83	111	115
TOPLAM	466	510	480	504

(51) Yamane Taro, a.g.e., s. 379

TABLO 12 :

(Tablo 5 'de ard arda gelen 3 bölge birleştirilmiştir.)

Alt örneklere göre geniş bölge otelcilik meslek okulu mezunları sayıları :

GENİŞ BÖLGE NO.	ALT ÖRNEKLEMLER			
	1	2	3	4
1	12	10	17	10
2	21	17	25	28
3	11	9	21	16
4	9	9	15	10
5	12	10	12	11
TOPLAM	65	55	90	75

TABLO 13 :

	x_{ii}	x_{ii}^2	$(\Sigma x_{ii})^2$	y_{ii}	y_{ii}^2	$(\Sigma y_{ii})^2$	$x_{ii}y_{ii}$	$\Sigma x_{ii}\Sigma y_{ii}$
L = 1	12	144		65	4.225		780	
	10	100		85	7.225		850	
	17	289		88	7.744		1.496	
	10	100		92	8.468		920	
Toplam	49	633	2.401	330	27.658	108.900	4.046	16.170
L = 2	21	441		114	12.996		2.394	
	17	289		131	17.161		2.227	
	25	625		96	9.216		2.400	
	28	784		118	13.924		3.304	
Toplam	91	2.139	8.281	459	53.927	210.681	10.325	41.769
L = 3	11	121		91	8.281		1.001	
	9	81		83	6.889		747	
	21	441		92	8.464		1.932	
	16	256		73	5.329		1.168	
Toplam	57	899	3.249	339	28.963	114.921	4.848	19.323
L = 4	9	81		108	11.664		972	
	9	81		128	16.384		1.152	
	15	225		93	8.649		1.395	
	10	100		106	11.236		1.060	
Toplam	43	487	1.849	435	76.896	189.225	4.579	18.705
L = 5	12	144		88	7.744		1.056	
	10	100		83	6.889		830	
	12	144		111	12.321		1.332	
	11	121		115	13.225		1.265	
Toplam	45	509	2.025	397	40.179	157.609	4.483	17.865

Tablo 13 'deki bilgileri toplayıp yeni bir tablo düzenleyelim.

TABLO 14 :

	Σx_{ii}^2	$(\Sigma x_{ii})^2$	Σy_{ii}^2	$(\Sigma y_{ii})^2$	$\Sigma x_{ii}y_{ii}$	$\Sigma x_{ii}\Sigma y_{ii}$
	633	2.401	27.568	108.900	4.046	16.170
	2.139	8.281	53.297	210.681	10.325	41.769
	899	3.249	28.963	114.921	4.848	19.323
	487	1.849	76.896	189.225	4.579	18.705
	509	2.025	40.179	157.609	4.483	17.865
TOPLAM	4.667	17.805	226.993	781.336	28.281	113.832
	A	B	C	D	E	F

Buolar U^2 formülünde yerine konulursa ;

$$\begin{aligned}
 U^2 &= A - \frac{C}{k} + r^2 \left(B - \frac{D}{k} \right) - 2r \left(E - \frac{F}{k} \right) \\
 &= 4667 - \frac{17805}{4} + (0.145)^2 \left(226993 - \frac{781336}{4} \right) - 2(0.145) \left(28281 - \frac{113832}{4} \right) \\
 &= 4.667 - 4.451,25 + (0.021) 31.659 - (0.29) (-177) \\
 &= 4.667 - 4.451,25 + 664,839 + 51,33 \\
 &= 931.919
 \end{aligned}$$

elde edilir. Varyans ise ;

$$\begin{aligned}
 \hat{V}(r) &= \frac{k \cdot U^2}{k-1 \cdot y^2} \\
 &= \frac{4 \cdot 931.919}{3 \cdot 3.841.600} = 0.323
 \end{aligned}$$

ve standart sapma da

$$S(r) = 0,568$$

olur.

2.7. KATLI ÖRNEKLEMEDE GENİŞ ve DAR BÖLGE

Katlı örnekleme 2 veya daha fazla sayıda alt örneklemler halinde düzenlenip bölge aralıklarına göre çekildiğinden her alt örnekleme n / k sayıda dar bölge vardır.

Uygulamamızı ele alırsak, 600 birimlik bir kitleden, 4 alt örneklemin her birine 15 birim olmak üzere örnekleme 60 birim çekilmesi gerekirse örnekleme aralığı ;

$$Z = \frac{N}{L} = \frac{600}{15} = 40$$

olur. Dar bölge sayısı ise ;

$$M = \frac{n}{k} = \frac{60}{4} = 15$$

olur.

Her aralıkta 40 birim bulunmak üzere kitle 15 bölgeye bölünür. Her bölgeden 4 alt örnekleme birim çekilir. Kitlenin birim çekimi için bölündüğü bu bölgelere DAR BÖLGE adı verilir (52). Varyans ve dolayısıyla standart hata hesaplarını daha az işlemle sonuçlandırmak için, ard arda olan 2 veya daha fazla sayıdaki dar bölgeler birleştirilerek oluşturulan daha büyük bölgelere GENİŞ BÖLGE adı verilir (53). Uygulamamızda 3 dar bölge birleştirilerek, 15 dar bölge 5 geniş bölge haline getirilmişti. Amaç; geniş bölge sayısının az olması ve işlemlerin daha sağlıklı yapılabilmesidir.

Bir de dar bölgelerin içinde yüksek değişkenlik durumunda uygulanacak en basit kural sistematik seçimle geniş bölge oluşturmaktır. Bazı elverişli koşullar altında, alt örnekleme hacmi 2 'ye indirilip her birini bir geniş bölge olarak tanımlamak suretiyle standart hata hesaplarının çok kısa zamanda sonuçlandırılması olanağı elde edilir.

(52, 53) Dar - Geniş Bölge : Deming a.g.e.'inde bu kavramları 'Thin - Thick Zone olarak tanımlamaktadır. Türkçe 'ye çevirirken, uygun olduğu düşüncesi ile inco-kalın yerine dar-geniş kavramları kullanılmıştır.

Geniş bölgenin araştırıcıya sağladığı bu avantajlar nedeniyle, araştırıcılar dar bölgeleri geniş bölge haline getirebilmek için çaba harcarlar. Bu nedenle, geniş bölge oluşturulmasında dikkat edilmesi gereken kurallar vardır. Bu kurallar şunlardır (54) :

- (i) Geniş bölge sayısı varyans tahminlerinin minimum olması için yeterli büyüklükte olmalıdır. Eğer iki alt örneklem varsa, her geniş bölgenin serbestlik derecesi 1 olur. Bu nedenle, alt örneklem sayısı küçük olursa geniş bölge sayısının biraz büyük olması uygun olur.
- (ii) Bir geniş bölge, araştırılan nitelikleri taşıyan birimlerden 5 veya daha fazlasını kapsayacak büyüklükte olmalıdır.
- (iii) Geniş bölgelerin yapısında tekdüzelik zorunlu değildir. Bazıları daha az, bazıları daha fazla sayıda dar bölgeden oluşabilirler.
- (iv) Dar bölge varyanslarının çok büyük değişkenlik göstermesi halinde geniş bölgelerin, arka arkaya gelen dar bölgelerden değil de sistematik olarak oluşturulması uygun olur.
- (v) Bazı geniş bölge varyansları çok büyük ise, serbestlik derecesinin küçük olması toplam varyansı olumsuz yönde etkiler.

(54) Yamane, Taro; a.g.c, s.284

2.7.1. GENİŞ ve DAR BÖLGEDE \hat{X} ve $\hat{V}(\hat{X})$ 'NİN İNCELENMESİ

2.7.1.1. X 'İN TAHMİNİ (\hat{X})

Toplam birimlerin tahminini uygulamalı olarak açıklamaya çalışalım. Sayfa 31 'deki uygulamayı ele alalım.

$L = 15$ ve her dar bölgede $Z = 40$ örneklem birimi vardı. Alt örneklem hacmi ise, $k = 4$ 'dü.

Tabakalı örnekleme yönteminde toplam birimlerin tahmini ;

$$\begin{aligned}\hat{X}_{tb} &= \sum_h^L N_h \bar{x}_h \\ &= \sum_h N_h \frac{1}{n_h} \sum x_{hi}\end{aligned}$$

böyleydi.

Katlı örnekleme yöntemine göre toplam birimlerin tahmini;

$$\begin{aligned}\hat{X}_{kat} &= \sum_i^L Z \frac{1}{k} \sum x_{ij} \\ &= \frac{1}{k} Z \sum_i^L \sum_j^k x_{ij}\end{aligned}$$

bu formül yardımıyla hesaplanır.

Son eşitliği uygulamamızı göz önüne alarak düzenlersek;

$$\begin{aligned}\hat{X}_{kat} &= \frac{1}{4} Z \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^4 x_{ij} \\ &= \frac{1}{4} Z \sum_{j=1}^4 (x_{1j} + x_{2j} + x_{3j} + x_{4j} + x_{5j} + \dots + x_{15j})\end{aligned}$$

haline dönüşür.

1.geniş bölge içinde 1, 2, 3, nolu dar bölgeleri, 2.geniş bölge içinde 4, 5, 6 dar bölgeleri ve 5. geniş bölge içinde 13, 14, 15 dar bölgeleri birleştirelim. O zaman;

m = 5 Geniş bölge

TABLO 15 :

ÖRNEKLEM			
X_{011}	X_{012}	X_{013}	X_{014}
X_{021}	X_{022}	X_{023}	X_{024}
X_{031}	X_{032}	X_{033}	X_{034}
X_{041}	X_{042}	X_{043}	X_{044}
X_{051}	X_{052}	X_{053}	X_{054}

oluşur.

Tabloda ki

$$X_{011} = X_{11} + X_{21} + X_{31}$$

|

$$X_{054} = X_{13,4} + X_{14,4} + X_{15,4} \dots$$

Bu durumda birimlerin toplamının tahmini ;

$$\hat{X} = \frac{1}{k} Z \sum_j^k (X_{1j} + X_{2j} + X_{3j} + \dots + X_{15j})$$

$$= \frac{1}{4} Z (X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + \dots + X_{15,1} + X_{15,2} + X_{15,3} + X_{15,4})$$

$$= \frac{1}{4} Z [(X_{11} + X_{21} + X_{31} + \dots + X_{13,4} + X_{14,4} + X_{15,4})]$$

$$= \frac{1}{4} Z (X_{01j} + \dots + X_{05j})$$

$$\hat{X} = \frac{1}{4} Z \sum_j^4 (X_{01j} + X_{02j} + X_{03j} + \dots + X_{0,5j})$$

$$= \frac{1}{4} Z \sum_j^4 \sum_i^{15} X_{0ij}$$

elde edilir.

Eşitliği formüle edersek ;

$$\hat{X} = \frac{1}{k} Z \sum_j^k \sum_i^m X_{0ij}$$

olarak bulunur.

Ayrıca X_{0ij} ; i. geniş bölgenin j.alt örneğini olmak üzere;

$$\hat{X} = \frac{1}{k} Z \sum_i^L \sum_j^k X_{ij} \quad \rightarrow \quad L \text{ dar bölge için} \quad (13)$$

$$\hat{X} = \frac{1}{k} Z \sum_i^m \sum_j^k X_{0ij} \quad \rightarrow \quad m \text{ geniş bölge için} \quad (14)$$

yazılabilir (55).

Uygulamamızda kitle toplamını $L = 15$ dar bölge ve $m = 5$ geniş bölge için hesaplayalım. (Tablo 3 ve Tablo 11 kullanılarak)

$$\hat{X} = \frac{1}{k} Z \sum_i^L \sum_j^k X_{ij} \quad \rightarrow \quad L = 15 \text{ dar bölge için}$$

$$\begin{aligned}\hat{X} &= \frac{1}{4} 40 \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^4 X_{ij} \rightarrow \\ &= 10 [15 + 11 + 10 + 20 + 20 + 38 + 32 + \\ &\quad 34 + \dots + 32 + 20 + 46 + 50] \\ &= 10 [1960] \\ \hat{X} &= 19600\end{aligned}$$

bulunur.

$$\hat{X} = \frac{1}{k} Z \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k X_{0ij} \rightarrow m = \text{geniş bölge için}$$

$$\begin{aligned}\hat{X} &= \frac{1}{4} 40 \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^4 X_{0ij} \\ &= 10 [65 + 85 + 88 + 92 + \dots + 88 + 83 + 111 + 115] \\ &= 10 \cdot 1960 \\ &= 19600\end{aligned}$$

bulunur.

Her iki formülde de, \hat{X} aynı değeri almaktadır.

2.7.1.2. $\hat{V}(\hat{X})$ NİN TAHMİNİ :

Kullandığımız uygulama ile geniş bölge için $\hat{V}(\hat{X})$ yi bulmaya çalışalım.

$L = 15$ dar bölge $m = 5$ geniş bölge içinde birleştirilmiştir. Problem $m = 5$ geniş bölge içinde birleştirilmiştir. Problem $m = 5$ geniş bölge üzerinde temelde $\hat{V}(\hat{X})$ yi bulmaktır. Öncelikle $L = 6$ dar bölgeyi tabaka olarak yorumlayıp sonra \hat{X} için varyansı araştıralım.

$$V(\hat{X}_b) = \sum_b^L N_b^2 \frac{N_b - n_b}{N_b} \frac{S_b^2}{n_b}$$

Formülde;

$$S_b^2 = \frac{1}{N_b - 1} \sum^{N_b} (X_{bi} - \bar{X}_b)^2$$

$$\bar{X}_b = \frac{1}{N_b} \sum^{N_b} X_{bi}$$

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{N_b} \sum^{N_b} (X_{bi} - \bar{X}_b)^2$$

$$S_b^2 = \frac{N_b}{N_b - 1} \sigma_b^2$$

bulunur.

$V(\hat{X}_{tb})$ için sapmasız tahmini aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\hat{V}(\hat{X}_{tb}) = \sum^L N_h^2 \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{S_h^2}{n_h}$$

$$S_h^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum^{n_h} (x_{hi} - \bar{x}_h)^2$$

$$\bar{x}_h = \frac{1}{n_h} \sum^{n_h} x_{hi}$$

L = 15 dar bölge olayında, katlamalı örnelemeye göre

$$V(\hat{X}) = \sum Z^2 \frac{Z - k}{Z} \frac{S_i^2}{k} \quad (16)$$

olarak bulunmuştur.

Formülde ;

$$S_i^2 = \frac{1}{Z - 1} \sum_j^Z (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$$

$$\bar{X}_i = \frac{1}{Z} \sum_j^Z X_{ij}$$

bulunur.

(15) nolu eşitlikte ;

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{Z} \sum_j^Z \left(X_{ij} - \bar{X}_i \right)^2$$

$$S_i^2 = \frac{Z}{Z-1} \sigma_i^2$$

olduğu görülmüştü.

(16) nolu eşitliği ele alırsak $V(\hat{X})$ ' in tahmini

$$\hat{V}(\hat{X}) = \sum_l^L Z^2 \frac{Z-k}{Z} \frac{S_l^2}{k}$$

olarak hesaplarız.

Formülde

$$S_l^2 = \frac{1}{k-1} \sum_j^k \left(x_{lj} - \bar{x}_l \right)^2$$

$$\bar{x}_l = \frac{1}{k} \sum_j^k x_{lj}$$

olarak hesaplanır.

L = 15 dar bölge birleştirilerek m = 5 geniş bölge oluşturulmuştur.

1. geniş bölge için değerlerimiz ;

$$X_{011} = X_{11} + X_{21} + X_{31}$$

$$X_{012} = X_{12} + X_{22} + X_{32}$$

$$X_{013} = X_{13} + X_{23} + X_{33}$$

$$X_{014} = X_{14} + X_{24} + X_{34}$$

$$\bar{X}_{01} = \frac{1}{4} (X_{011} + X_{012} + X_{013} + X_{014})$$

olarak bulunur.

2., 3., 4. ve 5. geniş bölgeler için olay benzer şekildedir.

Her dar bölgeden bir örneklem birimi seçilir ve her bir geniş bölge de ;

$$\frac{L}{m} = \frac{15}{5} = 3$$

dar bölge vardır.

Olası örneklem sayısı ise ;

$$\binom{40}{1} \binom{40}{1} \binom{40}{1} = 40 \cdot 40 \cdot 40 = 64.000$$

tanedir.

X_{011} ve X_{012} ; 64000 olası alt örneklem toplamlarından yalnızca ikisidir.

Bu alt örneklemelerin varyansları aşağıdaki formüller yardımıyla bulunur;

$$\sigma_{01}^2 = \frac{1}{M} \sum \left(X_{01j} - \bar{X}_1 \right)^2$$

Formülde;

$$M = \binom{40}{1} \binom{40}{1} \binom{40}{1}$$

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{M} \sum_j X_{01j}$$

bulunur.

σ_i^2 ve σ_{0i}^2 arasında ki ilişki, dar ve geniş bölge varyansları arasında ki ilişkidir.

$m = 5$ geniş bölgenin varyansları ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sigma_{01}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2$$

$$\sigma_{02}^2 = \sigma_4^2 + \sigma_5^2 + \sigma_6^2$$

Kısaca göstermek gerekirse;

$$\sigma_{0i}^2 = \sum_1^m \sigma_i^2 \quad (17)$$

(16) nolu eşitlikte bu ilişki kullanılarak varyans;

$$V(\hat{X}) = Z^2 \frac{Z-k}{Z} \frac{1}{k} \sum_1^L \xi_i^2 \quad (18)$$

$$= Z^2 \frac{Z-k}{Z} \frac{1}{k} \frac{Z}{Z-1} \sum_i^l \sigma_i^2$$

$$= Z^2 \frac{Z-k}{Z} \frac{1}{k} \frac{Z}{Z-1} \sum_{0i=1}^m \sigma_{0i}^2$$

yazılabilir.

$V(\hat{X})$ nin tahminini elde etmek için σ_{0i}^2 nin tahminini bulmak gerekir. 1. geniş bölge için anımsarsak;

$$M = \begin{pmatrix} 40 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 40 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 40 \\ 1 \end{pmatrix}$$

olası örneklem değeri vardı. $k = 4$ rassal seçilmiştir. Burdan dolayı σ_{01}^2 'nin tahmini değeri ;

$$s_{01}^2 = \frac{1}{k-1} \sum_j^k (x_{01j} - \bar{x}_{01})^2$$

$$\bar{x}_{01} = \frac{1}{k} \sum_j^k x_{01j}$$

olur. Genelde bu tahmin

$$s_{0i}^2 = \frac{1}{k-1} \sum_j^k (x_{0ij} - \bar{x}_{0i})^2$$

olarak yazılabilir.

$$\hat{V}(\hat{x}) = Z^2 \frac{Z-k}{Z} \frac{1}{k} \frac{Z}{Z-1} \sum_{i=1}^m S_{0i}^2 \quad (19)$$

$$= Z^2 \frac{Z-k}{Z} \frac{1}{k} \frac{Z}{Z-1} \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k (x_{0ij} - \bar{x}_{0i})^2$$

$$\frac{Z-k}{Z} \approx 1 \text{ ve } \frac{Z}{Z-1} \approx 1 \text{ olduğundan}$$

19 nolu eşitliği tekrar düzenlersek;

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{x}) &= \frac{Z^2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k (x_{0ij} - \bar{x}_{0i})^2 \\ &= \frac{Z^2 - T^2}{k(k-1)} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

Formülde yer alan T^2 ;

$$T^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k (x_{0ij} - \bar{x}_{0i})^2$$

olur.

Özetleyecek olursak;

$$\hat{V}(\hat{X}) = \frac{Z^2}{k(k-1)} \sum_i^l \sum_j^k (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \quad L \text{ dar bölge için (20)}$$

$$\hat{V}(\hat{X}) = \frac{Z^2}{k(k-1)} \sum_i^m \sum_j^k (x_{oij} - \bar{x}_{oi})^2 \quad m \text{ geniş bölge için (21)}$$

görülür (56).

Dikkat edilirse. (18) nolu eşilikte geniş ve dar bölgeler için varyans eşitti. Buna rağmen (20) ve (21) nolu eşitlikler birbirine eşit değildir.

(56) Yamanc Taro; a.g.e, s.389

3. KATLI ÖRNEKLEME İLE İLGİLİ BİR UYGULAMA

Balıkesir merkez il bazında telefon abonelerinin yaptıkları telefou görüşmelerinin aylık tutarı araştırılmak isteniyor.

Amacımız, katlı örnekleme yöntemi ile, Merkez il de oturan abonelerin ayda ne kadar telefon ücreti ödedikleri, bu ücretin ne kadar sadece şehiriçi görüşmesine ait olduğu, abonelerin santralı kontör cinsinden ne kadar meşgul ettikleri ve şifre özelliği olan aboneleri tesbit etmektir.

Kitlenin belirlenmesi; Merkez il bazında abonelerin aylık telefon ücreti incelenmek istendiğinden kitleyi Balıkesir Merkez il aboneleri olarak belirliyoruz.

Toplanacak bilgilerin belirlenmesi;

- i) Bir ayda abonelerin toplam görüşme ücreti,
- ii) Bir ayda abonelerin sadece şehiriçi görüşme ücreti,
- iii) Bir ayda abonelerin santralı meşgulliyetleri (kontör cinsinden ele alınmıştır. 3 dk. 1 kontör atmaktadır.)
- iv) Abonelerden şifre özelliği kullananlar (şifre özelliği aboneye bir takım kullanım kolaylığı sağlamaktadır.)

Bilgi toplama yöntemi; Balıkesir PTT Başmüdürlüğü Muhasebe Müdürlüğü arşivinde bulunan abone dosyalarından ve bilgisayarca düzenlenen tahakkuk bordrolarından yararlanılmıştır.

Örnekleme Hacminin Belirlenmesi; Kitlemiz 60.000 telefon abonesinden oluşmaktadır. Uluslararası kabul gören "Örnekleme hacmi cetvelinden" 60.000 lik kitleye 600 örnekleme hacminin yeterli olduğu tesbit edilmiştir.

Örnekleme Yönteminin Seçimi; Konumuz katlı örnekleme olduğundan, bu örnekleme yöntemini kullanmaya çalışacağız.

Elimizde olan bilgileri bir de simgelerle ifade edelim.

Kitle : merkez il telefon aboneleri $N = 60.000$

Örneklem : $n = 600$

Alt örneklem : $k = 10$

Bölge sayısı : 60 mahalle vardır. $L = 60$

Bölge aralığı : $Z = 1000$

Formüle edersek;

$$Z = \frac{N}{L} = \frac{60.000}{60} = 1.000 \text{ Örneklem birimi,}$$

$$L = \frac{n}{k} = \frac{600}{10} = 60 \text{ mahalle.}$$

Balıkesir ilini 60 mahalleye böldük. Alan çalışmamızda telefon şebekesinin yerleşim alanını baz alarak, çok yakın bazı mahalleleri veya şebeke kutuları içiçe olan mahalleleri birleştirirken, çok büyük olan mahalleleri de parçaladık.

TABLO A : MAHALLERİN GRUBLANDIRILMASI

MAHALLE NO: (BÖLGE NO)	MAHALLE İSMİ
1	Bahçelievler 1
2	Bahçelievler 2
3	Bahçelievler 3
4	H.Basri Çantay 1
5	H.Basri Çantay 2
6	H.Basri Çantay 3
7	2.Sakarya 1
8	2.Sakarya 2
9	1.Sakarya 1
10	1.Sakarya 2
11	Oruçgazi
12	Kayabey
13	Vicdaniye
14	Çay
15	Kasaplar 1
16	Altı Eylül
17	Hacıibey
18	Atatürk 1
19	Atatürk 2
20	Atatürk 3
21	Atatürk 4
22	Atatürk 5
23	Atatürk 6
24	Atatürk 7
25	Kasaplar 2

TABLO A: (DEVAMI)

MAHALLE NO: (BÖLGE NO)	MAHALLE İSMİ
26	Sütlüce
27	2.Dinkçiler
28	Eski Kuyumcular
29	Karesi
30	Karaoğlan
31	Aygören
32	Dumlupınar
33	Gümüşçeşme 1
34	Gümüşçeşme 2
35	Gündoğan 1
36	Gündoğan 2
37	Gündoğan 3
38	Gündoğan 4
39	Marangozlar Sitesi
40	Toygar
41	Alihikmet Paşa 1
42	Alihikmet Paşa 2
43	Ege 1
44	Ege 2
45	Maltepe 1
46	Maltepe 2
47	Maltepe 3
48	Maltepe 4
49	2. Oruçgazi 1
50	2. Oruçgazi 2

TABLO A: (DEVAMI)

MAHALLE NO: (BÖLGE NO)	MAHALLE İSMİ
51	Ayşebacı
52	Paşaalanı 1
53	Paşaalanı 2
54	Paşaalanı 3
55	Köseler
56	Gaziosmanpaşa 1
57	Gaziosmanpaşa 2
58	Sanayi
59	Gaziosmanpaşa 3
60	Gaziosmanpaşa 4

Tablo 1'de; bölge numaralarını ve mahalle isimlerini gösterdik.

TABLO B: MAHALLELERİN ÇERÇEVESİ

BÖLGE NO	ABONE SAYISI	KÜMÜLATİF ABONE SAYISI
1	1201	1201
2	1184	2385
3	1195	3580
4	182	3762
5	1112	4874
6	783	5657
7	1169	6826
8	1385	8211
9	1510	9721
10	567	10288
11	1112	11400
12	795	12195
13	810	13005
14	545	13550
15	1056	14606
16	1748	16354
17	636	16990
18	700	17690
19	1355	19045
20	543	19588
21	1274	20862
22	622	21484
23	1351	22835
24	815	23650
25	936	24586
26	629	25215
27	1820	27035
28	1331	28366
29	735	29101
30	1210	30311

TABLO B: (DEVAMI)

BÖLGE NO	ABONE SAYISI	KÜMÜLATİF ABONE SAYISI
31	803	31114
32	681	31795
33	1458	33253
34	1259	34512
35	1320	35832
36	1069	36901
37	1124	38025
38	1435	39460
39	938	40398
40	1171	41569
41	1178	42747
42	717	43464
43	1167	44631
44	909	45540
45	630	46170
46	1109	47279
47	777	48056
48	719	48775
49	832	49607
50	1262	50869
51	900	51769
52	665	52434
53	598	53032
54	727	53759
55	349	54108
56	672	54780
57	1333	56113
58	759	56872
59	930	57802
60	2198	60000
TOPLAM	60000	

Tablo 2'de; bölge numaralarını ve o bölgelerdeki abone sayılarını gösterdik.

Tabakalamanın avantajından yararlanmak için birimler sistematik olarak seçilecektir. Rassal sayılar tablosundan 1 ile 1000 arasında on sayı seçilir. Bu sayılar ;

465, 187, 727, 13, 562, 754, 45, 348, 765, 800.

Şimdi rassal sayılar tablosundan yararlanılarak seçilen sayılar yardımıyla bir tablo oluşturalım. Oluşturacağımız bu tablodaki rakamlar örnekleme çekilecek birimlerimizi belirleyecektir.



TABLO 16 : RASSAL SAYILAR TABLOSUNDAN SEÇİLEN SAYILAR

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	465	187	727	13	562	754	45	348	765	800
1001	1465	1187	1727	1013	1562	1754	1045	1348	1765	1800
2001	2465	2187	2727	2013	2562	2754	2045	2348	2765	2800
3001	3465	3187	3727	3013	3562	3754	3045	3348	3765	3800
4001	4465	4187	4727	4013	4562	4754	4045	4348	4765	4800
5001	5465	5187	5727	5013	5562	5754	5045	5348	5765	5800
6001	6465	6187	6727	6013	6562	6754	6045	6348	6765	6800
7001	7465	7187	7727	7013	7562	7754	7045	7348	7765	7800
8001	8465	8187	8727	8013	8562	8754	8045	8348	8765	8800
9001	9465	9187	9727	9013	9562	9754	9045	9348	9765	9800
10001	10465	10187	10727	10013	10562	10754	10045	10348	10765	10800
11001	11465	11187	11727	11013	11562	11754	11045	11348	11765	11800
12001	12465	12187	12727	12013	12562	12754	12045	12348	12765	12800
13001	13465	13187	13727	13013	13562	13754	13045	13348	13765	13800
14001	14465	14187	14727	14013	14562	14754	14045	14348	14765	14800
15001	15465	15187	15727	15013	15562	15754	15045	15348	15765	15800
16001	16465	16187	16727	16013	16562	16754	16045	16348	16765	16800
17001	17465	17187	17727	17013	17562	17754	17045	17348	17765	17800
18001	18465	18187	18727	18013	18562	18754	18045	18348	18765	18800
19001	19465	19187	19727	19013	19562	19754	19045	19348	19765	19800
20001	20465	20187	20727	20013	20562	20754	20045	20348	20765	20800
21001	21465	21187	21727	21013	21562	21754	21045	21348	21765	21800
22001	22465	22187	22727	22013	22562	22754	22045	22348	22765	22800
23001	23465	23187	23727	23013	23562	23754	23045	23348	23765	23800
24001	24465	24187	24727	24013	24562	24754	24045	24348	24765	24800
25001	25465	25187	25727	25013	25562	25754	25045	25348	25765	25800
26001	26465	26187	26727	26013	26562	26754	26045	26348	26765	26800
27001	27465	27187	27727	27013	27562	27754	27045	27348	27765	27800
28001	28465	28187	28727	28013	28562	28754	28045	28348	28765	28800
29001	29465	29187	29727	29013	29562	29754	29045	29348	29765	29800
30001	30465	30187	30727	30013	30562	30754	30045	30348	30765	30800

TABLO 16 (DEVAMI) :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31001	31465	31187	31727	31013	31562	31754	31045	31348	31765	31800
32001	32465	32187	32727	32013	32562	32754	32045	32348	32765	32800
33001	33465	33187	33727	33013	33562	33754	33045	33348	33765	33800
34001	34465	34187	34727	34013	34562	34754	34045	34348	34765	34800
35001	35465	35187	35727	35013	35562	35754	35045	35348	35765	35800
36001	36465	36187	36727	36013	36562	36754	36045	36348	36765	36800
37001	37465	37187	37727	37013	37562	37754	37045	37348	37765	37800
38001	38465	38187	38727	38013	38562	38754	38045	38348	38765	38800
39001	39465	39187	39727	39013	39562	39754	39045	39348	39765	39800
40001	40465	40187	40727	40013	40562	40754	40045	40348	40765	40800
41001	41465	41187	41727	41013	41562	41754	41045	41348	41765	41800
42001	42465	42187	42727	42013	42562	42754	42045	42348	42765	42800
43001	43465	43187	43727	43013	43562	43754	43045	43348	43765	43800
44001	44465	44187	44727	44013	44562	44754	44045	44348	44765	44800
45001	45465	45187	45727	45013	45562	45754	45045	45348	45765	45800
46001	46465	46187	46727	46013	46562	46754	46045	46348	46765	46800
47001	47465	47187	47727	47013	47562	47754	47045	47348	47765	47800
48001	48465	48187	48727	48013	48562	48754	48045	48348	48765	48800
49001	49465	49187	49727	49013	49562	49754	49045	49348	49765	49800
50001	50465	50187	50727	50013	50562	50754	50045	50348	50765	50800
51001	51465	51187	51727	51013	51562	51754	51045	51348	51765	51800
52001	52465	52187	52727	52013	52562	52754	52045	52348	52765	52800
53001	53465	53187	53727	53013	53562	53754	53045	53348	53765	53800
54001	54465	54187	54727	54013	54562	54754	54045	54348	54765	54800
55001	55465	55187	55727	55013	55562	55754	55045	55348	55765	55800
56001	56465	56187	56727	56013	56562	56754	56045	56348	56765	56800
57001	57465	57187	57727	57013	57562	57754	57045	57348	57765	57800
58001	58465	58187	58727	58013	58562	58754	58045	58348	58765	58800
59001	59465	59187	59727	59013	59562	59754	59045	59348	59765	59800

TABLO 17: ÖRNEKLEME SEÇİLEN ABONELERİN TELEFON NUMARALARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	241 00 68	244 81 14	242 37 83	244 79 95	244 80 56	244 08 96	242 50 48	243 20 72	245 08 82	242 23 02
2	241 01 23	241 94 69	245 70 13	243 85 66	245 70 73	242 57 33	243 00 13	241 63 50	241 64 68	241 66 62
3	244 31 25	242 50 22	2432023	241 94 97	242 59 78	241 76 05	241 92 50	244 26 89	244 28 50	244 29 71
4	241 37 75	245 06 37	2440263	242 34 00	241 94 28	241 65 09	243 01 33	241 41 37	242 41 97	242 40 71
5	243 05 07	243 49 95	2411652	242 59 79	241 87 33	242 27 29	242 23 11	243 11 16	243 13 02	243 11 80
6	242 21 90	244 08 45	2441330	243 98 23	245 04 17	243 83 96	242 21 30	241 44 65	244 13 89	244 09 01
7	241 95 67	241 26 70	2414338	241 80 51	244 21 87	245 05 04	243 60 38	242 51 71	243 31 13	245 07 02
8	244 80 74	243 00 07	2431040	242 42 66	242 56 43	243 50 82	244 37 62	243 61 87	245 22 52	241 50 16
9	243 85 16	245 15 20	2424003	245 22 55	244 70 83	241 12 83	241 23 55	245 26 03	241 30 51	242 55 20
10	241 63 17	244 58 66	2430428	244 56 63	243 95 78	244 38 82	243 86 39	244 42 24	244 49 08	243 65 22
11	244 09 20	241 74 75	2441450	242 44 62	243 85 77	241 21 22	242 27 32	245 27 06	241 46 46	241 61 84
12	242 58 51	244 40 56	2414097	243 02 13	242 38 86	242 32 80	243 21 27	244 78 14	242 26 12	243 49 34
13	244 00 21	242 51 43	2439392	241 08 38	244 29 10	241 37 90	243 21 80	243 94 77	244 07 81	245 20 31
14	243 76 79	243 07 58	2424348	244 09 64	242 58 46	245 17 88	244 38 72	245 27 66	242 43 90	242 27 29
15	241 79 74	241 28 08	2413977	244 44 89	243 61 01	245 19 08	242 28 53	243 97 54	241 61 07	245 21 50
16	245 89 52	243 37 22	2425232	243 10 91	242 53 30	244 03 58	244 02 98	245 31 33	242 53 92	245 04 40
17	243 50 57	245 68 17	2434692	243 76 98	244 15 03	244 26 07	241 82 08	243 14 15	244 26 60	243 22 35
18	243 70 57	243 35 37	2444734	242 53 95	243 41 13	242 49 21	241 28 30	244 21 58	244 35 70	245 31 46
19	242 24 92	241 25 46	2453253	243 28 42	241 15 61	243 41 13	243 65 96	244 37 40	243 28 10	243 38 43
20	244 25 47	241 21 97	2423163	244 36 28	245 51 11	245 51 32	244 71 84	243 16 15	242 10 10	241 26 27
21	242 20 74	243 22 55	2410897	241 93 07	242 54 51	241 00 01	242 35 21	244 00 53	244 01 51	244 05 40
22	241 07 78	244 04 18	2433356	242 20 09	243 40 77	242 40 08	242 45 03	244 06 57	243 18 30	243 19 50
23	245 13 69	244 12 70	2440298	243 13 03	244 02 36	244 10 25	243 59 78	242 35 81	242 38 73	241 47 06
24	243 48 17	241 76 72	2440478	243 35 39	245 06 24	244 11 47	244 01 73	241 48 29	243 08 09	242 47 44
25	243 34 18	242 31 60	2451909	245 08 66	245 27 05	245 08 06	245 21 55	243 09 14	243 15 25	242 55 45
26	244 09 52	244 27 88	2431952	243 20 54	245 11 72	241 45 25	243 24 36	244 07 75	243 23 16	244 07 17
27	244 40 00	245 25 22	2422976	242 30 37	241 05 27	242 30 09	244 07 18	243 04 15	244 60 26	243 04 96
28	245 33 66	243 84 57	2410492	241 06 47	242 30 86	242 31 58	245 12 30	244 59 64	245 12 57	241 06 26
29	241 96 80	244 39 42	2438334	243 85 13	243 86 98	244 59 98	243 88 18	242 33 99	245 28 31	245 28 96
30	241 77 35	244 70 20	2442701	244 37 97	241 10 83	241 11 51	241 10 26	241 13 96	243 87 67	243 89 85

TABLO 17 : (DEVAMI) ÖRNEKLEME SEÇİLEN ABONELERİN TELEFON NUMARALARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	241 89 84	241 89 13	242 21 20	243 04 38	241 89 25	241 90 46	242 22 24	241 91 07	245 09 85	245 09 44
32	243 21 70	244 11 05	243 21 95	243 02 80	242 34 43	242 32 05	243 04 40	242 22 48	245 20 00	245 11 66
33	242 34 21	245 07 92	245 14 13	245 15 37	245 16 66	243 03 38	244 41 22	243 05 63	244 91 52	243 19 05
34	243 32 92	244 58 70	241 07 10	241 07 63	241 94 66	245 14 28	245 15 84	243 06 64	242 44 32	242 58 44
35	244 11 34	245 09 87	242 20 01	245 15 57	245 15 00	245 04 43	243 47 34	243 08 01	241 90 59	241 13 11
36	245 10 49	245 12 92	245 50 04	245 49 42	245 50 56	245 54 58	245 33 36	245 54 28	245 55 94	245 55 31
37	245 71 93	245 80 72	243 52 14	243 46 59	244 68 96	245 55 13	244 84 82	245 12 01	244 77 54	245 13 33
38	243 51 44	244 18 14	244 09 91	245 62 13	244 71 18	244 69 19	245 21 32	245 09 27	244 67 68	243 86 61
39	244 18 63	245 66 38	245 75 61	245 51 54	245 58 23	245 68 34	245 10 29	244 86 01	245 16 16	245 16 68
40	245 82 01	245 49 73	245 57 33	245 42 07	245 69 57	245 11 00	241 32 38	241 01 14	245 06 83	245 04 96
41	241 09 76	241 12 15	249 00 95	249 01 55	249 03 11	249 07 56	349 03 67	249 29 15	249 03 96	249 40 17
42	249 00 34	249 02 74	249 51 19	249 43 87	249 50 45	245 59 63	245 59 77	245 58 39	245 53 97	245 55 95
43	249 34 28	249 97 45	249 31 60	249 11 30	249 37 07	249 12 46	249 06 04	245 00 01	249 05 13	249 06 39
44	245 74 50	245 41 61	245 73 30	245 46 98	245 49 40	249 14 87	249 11 25	245 65 78	249 10 04	249 13 67
45	249 14 42	249 12 48	249 20 65	249 13 65	245 66 99	245 50 92	245 40 12	245 38 93	245 36 64	245 03 18
46	245 40 40	245 46 02	245 76 93	243 80 72	245 79 44	245 65 96	245 52 01	245 63 96	245 64 48	245 78 16
47	245 76 41	249 46 46	249 45 19	249 42 73	249 46 10	249 47 57	249 30 64	249 45 38	249 29 61	249 26 41
48	249 30 05	249 28 54	245 90 83	245 85 68	245 65 18	245 53 15	245 85 07	245 48 81	245 64 57	245 45 47
49	245 89 86	249 05 40	249 07 58	249 15 91	249 08 78	249 10 02	249 08 82	249 15 19	249 19 71	249 16 10
50	246 08 50	246 30 15	246 18 71	246 32 85	246 28 92	246 46 00	246 27 34	246 18 74	246 17 50	246 33 70
51	246 27 61	246 21 15	246 17 93	246 20 40	246 17 47	246 16 22	246 19 18	246 29 70	246 28 87	246 20 63
52	246 19 90	246 15 09	246 31 43	246 30 59	246 10 47	246 22 95	246 24 73	246 13 61	246 10 14	246 29 09
53	246 16 24	246 09 82	246 27 91	246 11 30	246 23 68	246 10 82	246 26 27	246 23 69	246 26 20	246 22 50
54	221 02 63	221 36 18	221 24 47	221 42 85	221 41 64	221 47 97	221 42 25	221 46 69	221 32 01	221 47 36
55	221 48 78	221 13 54	221 07 57	221 44 14	221 13 03	221 36 83	221 48 17	221 43 48	221 43 53	221 42 86
56	221 48 66	221 46 36	221 12 36	221 33 12	221 20 36	221 30 93	221 14 52	221 05 76	221 37 42	221 14 50
57	221 12 94	221 45 45	221 46 73	221 15 14	221 31 22	221 13 91	221 06 29	221 36 42	221 37 55	221 38 59
58	221 12 30	221 43 89	221 33 46	221 21 02	221 18 79	221 21 65	221 12 19	221 05 52	221 20 77	221 29 05
59	221 46 07	221 10 11	221 42 98	221 05 63	221 29 65	221 21 89	221 29 33	221 29 70	221 23 15	221 27 07
60	221 45 54	221 47 81	221 09 50	221 30 29	221 25 61	221 22 97	221 19 79	221 30 88	221 22 08	221 28 90

TABLO 18: ÖRNEKLEME SEÇİLEN ABONELERİN ŞEHİRİÇİ GÖRÜŞME TUTARLARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	885.300	395.200	182.480	347.100	322.880	108.400	945.660	173.990	69.815	295.000
2	404.300	274.300	253.500	201.500	--	346.250	78.859	221.550	426.400	226.787
3	212.550	313.790	1105.000	697.194	884.308	306.800	155.000	218.400	147.542	141.700
4	424.278	266.955	226.000	312.798	273.698	27.300	189.900	237.900	20.800	--
5	630.500	235.300	1085.891	353.600	1.235.000	312.000	526.500	359.995	214.500	893.100
6	637.529	91.000	117.000	1.722.500	456.300	325.000	262.600	280.800	535.600	232.700
7	2.353.000	251.483	319.800	747.500	302.900	65.000	--	19.500	268.600	474.500
8	271.700	487.500	375.500	156.350	128.700	128.700	10.872	294.398	1.145.300	405.600
9	10.400	--	360.403	230.420	375.700	555.870	292.500	1.102.400	341.900	392.600
10	111.339	260.000	241.800	113.100	237.900	85.000	109.200	604.500	1.700.900	301.600
11	585.000	348.400	191.405	713.700	105.770	14.300	282.843	287.300	151.903	1.004.900
12	466.700	273.000	312.735	6.500	--	488.800	175.500	--	234.000	704.600
13	663.000	248.300	985.400	318.500	62.400	2.135.900	31.200	2.216.500	92.634	711.950
14	82.350	165.992	282.100	626.970	648.700	54.600	1.050.400	705.900	247.000	312.000
15	273.000	3.667.300	340.600	356.839	106.600	186.950	--	39.000	100.550	191.100
16	205.400	82.400	763.571	294.400	928.858	6.931.600	37.700	133.900	996.930	520.765
17	165.100	14.300	236.800	213.700	135.000	205.000	126.300	1.376.250	912.300	135.200
18	858.320	144.300	715.200	116.800	127.900	317.700	17.200	215.800	1.855.200	28.900
19	316.588	1.388.806	816.000	135.200	458.000	278.200	1.685.350	538.000	216.700	1.752.000
20	546.000	33.800	35.300	849.000	265.750	123.700	349.000	672.700	106.300	325.400
21	104.750	--	365.906	546.000	27.300	1.163.500	313.650	124.800	921.700	411.395
22	159.900	126.1570	125.610	1.382.360	4.004.000	49.400	242.480	212.550	184.600	1.101.100
23	413.400	348.400	37.700	411.740	523.900	252.000	702.000	179.400	427.700	250.900
24	213.960	39.000	361.400	293.400	867.100	357.500	127.400	1.214.679	800.800	578.888
25	263.900	410.800	247.000	520.000	36.400	--	437.999	1.296.798	132.950	503.100
26	1.539.850	177.250	702.000	2.122.900	177.507	156.000	169.000	3.081.000	418.980	152.650
27	448.500	304.200	417.300	681.600	118.950	140.400	102.700	733.200	952.900	1.031.630
28	804.700	35.100	495.300	351.000	1.616.500	231.993	838.500	1.404.000	494.000	1.164.800
29	127.400	29.900	542.100	75.400	143.000	1.947.400	436.800	275.600	1.263.600	345.265
30	385.875	1.593.800	149.500	187.850	237.900	--	1.601.600	214.500	100.000	312.000

TABLO 18 (DEVAMI): ÖRNEKLEME SEÇİLEN ABONELERİN ŞEHİRÇİ GÖRÜŞME TUTARLARI

BOLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	779.332	1.100.225	177.900	107.000	15.600	440.700	135.850	650.000	767.000	277.950
32	375.700	681.920	78.400	226.200	563.900	60.364	828.593	93.000	173.791	306.800
33	234.000	312.000	489.261	202.800	72.800	531.700	239.950	1.488.000	514.800	409.500
34	249.600	569.400	1.127.503	433.890	741.000	349.700	418.600	165.900	113.000	229.460
35	435.970	413.740	180.700	332.075	323.700	468.000	513.500	895.700	276.900	414.700
36	177.517	275.600	170.300	414.700	405.600	455.000	488.800	271.700	2.306.200	1.006.200
37	78.950	1.417.750	810.258	214.300	513.500	305.500	189.900	114.400	444.600	572.200
38	182.000	63.700	97.500	260.000	31.200	137.800	132.600	348.400	507.000	157.300
39	138.839	612.300	302.900	806.000	375.700	161.200	200.000	306.800	1.066.000	119.000
40	170.000	179.829	521.900	1.391.000	73.350	813.800	366.600	537.944	83.725	284.700
41	338.000	355.458	696.800	244.000	267.800	310.700	1.139.150	585.000	199.800	6.663.800
42	399.100	13.000	331.500	1.170.000	642.850	91.000	292.500	221.000	130.000	182.000
43	530.800	61.100	302.900	674.700	94.900	81.000	15.600	707.200	265.950	580.400
44	921.700	408.200	217.450	288.600	1.435.200	277.850	280.800	872.300	241.800	204.100
45	397.800	895.700	131.000	508.300	437.689	1.092.000	43.610	199.840	130.000	310.700
46	1.539.000	101.400	163.000	1.417.750	433.250	335.400	4.945.200	173.500	629.800	100.550
47	475.800	357.500	457.600	192.400	171.600	179.000	578.500	605.800	396.500	208.000
48	278.200	157.700	6.150.300	304.853	434.200	191.100	497.900	317.931	1.066.549	86.800
49	1.490.538	2.516.800	387.300	151.600	741.000	435.950	482.800	120.900	347.100	42.900
50	815.528	221.000	542.100	759.200	293.800	239.200	172.800	1.646.694	232.700	1.198.600
51	291.200	266.500	152.900	154.700	567.350	200.560	3.114.800	2.624.700	128.700	497.900
52	240.860	253.900	1.073.800	162.500	124.800	937.300	388.700	1.595.100	221.000	631.800
53	187.200	146.900	47.800	614.900	118.300	728.000	392.600	280.800	529.610	228.800
54	215.800	605.800	686.400	271.700	159.900	421.200	236.000	55.000	549.900	408.600
55	122.200	1.095.900	219.700	318.500	130.000	292.500	7.000	229.500	553.800	252.000
56	349.700	440.700	381.308	278.200	364.000	250.900	146.800	296.730	176.800	1.567.800
57	159.900	429.000	572.650	373.100	45.500	258.700	340.600	146.900	128.700	188.500
58	539.900	42.900	924.700	164.928	271.700	491.400	374.400	296.730	588.900	603.638
59	162.850	763.100	173.800	361.400	819.000	502.350	796.900	895.700	393.900	320.750
60	78.000	279.950	41.600	225.629	473.200	200.200	109.200	170.300	1.084.623	461.500
TOPLAM	26.920.573	28.181.118	29.992.531	28.111.046	25.951.310	28.530.337	29.169.066	35.348.779	29.731.252	33.419.078
ORTALAMA	448.676	469.685	499.876	468.517	432.522	475.506	486.151	589.146	495.521	556.984

Alt örneklem toplamları :

$$\begin{aligned}x &= 26.920.573 + 28.181.118 + 29.992.531 + 28.111.046 \\ &+ 25.951.310 + 28.530.337 + 29.169.066 \\ &+ 35.348.779 + 29.731.252 + 33.419.078 \\ x &= 295.355.090 \text{ TL.}\end{aligned}$$

Buna göre 60.000 telefon abonesinin şehir içi görüşme tutarının toplam tahmini :

$$\begin{aligned}\hat{X} &= \frac{1}{k} \sum x \\ &= \frac{1}{10} 1000 \cdot 295.355.090 = 29.535.509.000 \text{ TL 'dir.}\end{aligned}$$

60.000 telefon abonesinin ortalama şehir içi görüşme tutarının tahmini :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\hat{X}}{N} \\ &= \frac{29.535.509.000}{60.000} = 492.258 \text{ TL 'dir.}\end{aligned}$$

Toplam değer tahmininin standart hatası :

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{Z - k}{Z}} \frac{ZT}{\sqrt{k(k - 1)}}$$

formülüyle bulunur.

Öncelikle 60 dar bölgenin ard arda gelen 5 'er tanesini birleştirerek 12 geniş bölgeye dönüştürelim. Böylece varyans ve standart hata işlemleri daha sağlıklı ve kolay hesaplanır.

TABLO 18.1 ALTI ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE ŞEHİRİÇİ GÖRÜŞME TUTARLARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2.556.928	1.485.545	2.852.871	1.912.192	2.715.886	1.100.750	1.895.919	1.211.835	879.057	1.556.587
2	3.383.968	1.089.983	1.414.503	2.969.870	1.501.500	1.159.570	675.172	2.301.598	3.992.300	1.807.000
3	2.070.050	4.702.992	2.112.240	2.022.509	923.470	2.880.550	1.539.943	3.248.700	826.087	2.924.550
4	2.091.408	1.663.606	2.566.871	1.609.100	1.915.508	7.851.200	2.215.550	2.936.650	4.087.430	2.762.265
5	1.155.910	2.059.770	1.137.616	3.153.500	5.458.700	1.822.400	1.823.529	3.028.227	2.467.750	2.845.383
6	3.306.325	2.140.250	2.306.200	3.418.750	2.293.857	2.475.793	3.148.600	5.708.300	3.229.480	3.006.345
7	2.074.602	3.077.285	2.053.764	1.301.965	1.717.000	1.850.464	2.136.493	3.292.600	1.845.491	1.638.410
8	747.306	2.549.179	1.902.858	3.086.200	1.399.350	1.873.300	1.378.000	1.579.244	4.407.525	2.139.400
9	2.587.400	1.733.458	1.679.650	2.885.600	2.878.439	1.852.550	1.771.600	2.585.340	967.550	7.941.000
10	4.599.066	3.354.400	7.691.300	2.825.803	2.073.850	1.380.650	6.677.200	2.864.825	2.672.649	1.636.850
11	1.057.260	2.369.000	2.180.600	1.522.300	1.100.350	2.579.560	4.139.100	4.785.100	1.983.010	2.019.100
12	1.290.350	1.955.650	2.094.058	1.403.257	1.973.400	1.703.550	1.767.900	1.806.360	2.372.923	3.142.188
TOPLAM	26.920.573	28.181.118	29.992.331	28.111.046	25.951.310	28.530.337	29.169.066	35.348.779	29.731.252	33.419.078
ORTALAMA	2.243.381	2.348.426	2.499.378	2.342.587	2.162.609	2.377.528	2.430.756	2.945.732	2.477.604	2.784.923

İşlem hacmini azaltmak için; Tablo 18.1 değerleri 1.000.000' a bölünmüş ve yuvarlaklaştırılarak Tablo 18.2 değerleri elde edilmiştir.

TABLO 18.2 ALT ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE ŞEHİRİÇİ GÖRÜŞME TUTARLARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2.55	1.48	2.85	1.91	2.71	1.10	1.89	1.21	0.87	1.55
2	3.38	1.08	1.41	2.96	1.50	1.15	0.67	2.30	3.99	1.80
3	2.07	4.70	2.11	2.02	0.92	2.88	1.53	3.24	0.82	2.92
4	2.09	1.66	2.56	1.60	1.91	7.85	2.21	2.93	4.08	2.76
5	1.15	2.05	1.13	3.15	5.45	1.82	1.82	3.02	2.46	2.84
6	3.30	2.14	2.30	3.41	2.29	2.47	3.14	5.70	3.22	3.00
7	2.07	3.07	2.05	1.30	1.71	1.85	2.13	3.29	1.84	1.63
8	0.74	2.54	1.90	3.08	1.39	1.87	1.37	1.57	4.40	2.13
9	2.58	1.73	1.67	2.88	2.87	1.85	1.77	2.58	0.96	7.94
10	4.59	3.35	7.69	2.82	2.07	1.38	6.67	2.86	2.67	1.63
11	1.05	2.36	2.18	1.52	1.10	2.57	4.13	4.78	1.98	2.01
12	1.29	1.95	2.09	1.40	1.97	1.70	1.76	1.80	2.37	3.14
TOPLAM	26.86	28.11	29.94	28.05	25.89	28.49	29.09	35.28	29.66	33.35
ORTALAMA	2.238	2.342	2.495	2.337	2.157	2.374	2.424	2.94	2.471	2.779

TABLO 18.3 ALT ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGEYE GÖRE ŞEHİRÇİ GÖRÜŞME TUTARLARININ FARKLARI

BÖLGE NO	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅	d ₆	d ₇	d ₈	d ₉	d ₁₀
1	0.312	-0.862	0.355	-0.427	0.553	-1.274	-0.534	-1.73	-1.601	-1.229
2	1.142	-1.262	-1.085	0.623	-0.657	-1.224	-1.754	-0.64	1.519	-0.979
3	-0.168	2.358	-0.385	-0.317	-1.237	0.506	-0.894	0.3	-1.651	0.141
4	-0.148	-0.682	0.065	-0.737	-0.247	5.476	-0.214	-0.01	1.609	-0.019
5	-1.088	-0.292	-1.365	0.813	3.293	-0.554	-0.604	0.08	-0.011	0.061
6	1.062	-0.202	-0.195	1.073	0.133	0.096	0.716	2.76	0.749	0.221
7	-0.168	0.728	-0.445	-1.037	-0.447	-0.524	-0.294	0.35	-0.631	-1.149
8	-1.498	0.198	-0.595	0.743	-0.767	-0.504	-1.054	-1.37	1.929	-0.649
9	0.342	-0.612	-0.825	0.543	0.713	-0.524	-0.654	-0.36	-1.511	5.161
10	2.352	1.008	5.195	0.483	-0.087	-0.994	4.246	-0.08	0.199	-1.149
11	-1.188	0.018	-0.315	-0.817	-1.057	0.196	1.706	1.84	-0.491	-0.769
12	-0.948	-0.392	-0.405	-0.937	-0.187	-0.674	-0.664	-1.14	-0.101	0.361
	0.004	0.006	0	0.006	0.006	0.002	0.002	0	0.008	0.002

TABLO 18.4: ALT ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE ŞEHİRİÇİ GÖRÜŞME TUTARLARININ FARK KARELERİ

BÖLGE NO	$d_{1,1}^2$	$d_{1,2}^2$	$d_{1,3}^2$	$d_{1,4}^2$	$d_{1,5}^2$	$d_{1,6}^2$	$d_{1,7}^2$	$d_{1,8}^2$	$d_{1,9}^2$	$d_{1,10}^2$
1	0.0973	0.7430	0.1260	0.1823	0.3058	1.6230	0.2851	2.9929	2.5632	1.5104
2	1.3041	1.5926	1.1772	0.3881	0.4316	1.4981	3.0765	0.4096	2.3073	0.9584
3	0.0282	5.5601	0.1482	0.1004	1.5301	0.2560	0.7992	0.09	2.7258	0.0198
4	0.0219	0.4651	0.0042	0.5431	0.0610	29.9865	0.0457	0.0001	2.5888	0.0003
5	1.1837	0.0852	1.8632	0.6609	10.8438	0.3069	0.3648	0.0064	0.0001	0.0037
6	1.1278	0.0408	0.0380	1.1513	0.0176	0.0092	0.5126	7.6176	0.5610	0.0488
7	0.0282	0.5299	0.1980	1.0753	0.1998	0.2745	0.0864	0.1225	0.3981	1.3202
8	2.2440	0.0392	0.3540	0.5520	0.5882	0.2540	1.1109	1.8769	3.7210	0.4212
9	0.1169	0.3745	0.6806	0.2948	0.5083	0.2745	0.4277	0.1296	2.2831	26.6359
10	5.5319	1.0160	26.9880	0.2332	0.0075	0.9880	18.0285	0.0064	0.0396	1.3202
11	1.4113	0.0003	0.0992	0.6674	1.1172	0.0384	2.9104	3.3856	0.2410	0.5913
12	0.8987	0.1536	0.1640	0.8779	0.0349	0.4542	0.4408	1.2996	0.0102	0.1303
TOPLAM	13.9943	10.6003	31.8409	6.7274	15.6464	55.9638	28.0890	17.9372	17.4395	32.9608

$$T^2 = 13.9943 + 10.6003 + 31.8409 + 6.7274 + 15.6464 + 35.9638 \\ + 28.0890 + 17.9372 + 17.4395 + 32.9608$$

$$T^2 = 194.5611$$

$$T^2 = 194.561.100 \text{ TL.}$$

$$T = 13.948,51$$

Formülde yerine koyarsak :

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1000 - 10}{1000}} \cdot \frac{1000 \cdot 13.948,51}{\sqrt{10.9}} \\ = 0.994 \cdot 1.470.431,162 = 1.461.609$$

Ortalamanın standart hatasının tahmini :

$$\hat{\sigma}_x = \frac{1.461.609}{60.000} = 24,36$$

Oransal standart hatasının tahmini :

$$\hat{C}_x = \sqrt{\frac{k}{k - 1}} \cdot \frac{T}{x} \\ = 1.054 \cdot \frac{13.948,51}{295.355.090}$$

Güven sınırları : (% 95 olasılıkla) :

$$\bar{x}_{\text{kat}} - Z \cdot s(\bar{x}_{\text{kat}}) \leq \bar{X} \leq \bar{x}_{\text{kat}} + Zs(\bar{x}_{\text{kat}}) \\ 492.258 - 1,96 (24.36) \leq \bar{X} \leq 492.258 + 1,96 (24,36) \\ 492.258 - 47,74 \leq \bar{X} \leq 492.258 + 47.74 \\ 492.210,26 \leq \bar{X} \leq 492.305.74$$

TABLO 19 : ÖRNEKLEME SEÇİLEN ABONELERİN AYLIK (TOPLAM) GÖRÜŞME TUTARLARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	886.000	396.000	183.000	370.000	323.000	109.000	946.000	174.000	70.000	645.000
2	405.000	325.000	254.000	202.000	750	347.000	79.000	222.000	1.988.000	227.000
3	213.000	314.000	1.105.000	698.000	885.000	307.000	155.000	293.000	148.000	182.000
4	425.000	267.000	233.000	313.000	274.000	27.600	190.000	238.000	20.800	-----
5	631.000	243.000	1.086.000	354.000	1.235.000	312.000	1.222.000	360.000	215.000	900.000
6	638.000	121.000	117.000	1.723.000	464.000	525.000	263.000	281.000	543.000	233.000
7	2.353.000	252.000	320.000	748.000	303.000	72.000	289	19.830	269.000	482.000
8	272.000	488.000	376.000	157.000	129.000	129.000	42.000	295.000	1.146.000	406.000
9	10.900	490	361.000	231.000	376.000	652.000	293.000	1.110.000	400.000	393.000
10	126.000	260.000	258.000	120.000	238.000	435.000	110.000	605.000	2.051.000	302.000
11	592.000	349.000	192.000	714.000	106.000	15.000	283.000	288.000	152.000	1.355.000
12	467.000	338.000	313.000	26.770	70	489.000	176.000	350	234.000	705.000
13	671.000	249.000	993.000	319.000	70.000	2.145.000	31.800	2.224.000	128.000	712.000
14	83.000	166.000	354.000	627.000	649.000	87.000	1.180.000	706.000	247.000	312.000
15	273.000	3.668.000	361.000	357.000	107.000	187.000	850	39.250	101.000	192.000
16	213.000	83.000	764.000	295.000	929.000	6.945.000	38.050	134.000	997.000	521.000
17	173.000	27.000	240.000	214.000	135.000	210.000	150.000	1.400.000	920.000	136.000
18	859.000	145.000	720.000	117.000	128.000	313.000	20.000	216.000	1.900.000	30.000
19	317.000	1.389.000	816.000	136.000	459.000	280.000	1.687.000	540.000	217.000	1.755.000
20	546.000	34.300	36.000	850.000	266.000	124.000	349.000	675.000	107.000	326.000
21	105.000	850	366.000	546.000	500.000	1.249.000	314.000	475.000	929.000	412.000
22	160.000	1.262.000	126.000	1.383.000	4.004.000	50.000	243.000	213.000	185.000	1.102.000
23	414.000	356.000	38.050	412.000	567.000	252.000	702.000	180.000	428.000	251.000
24	214.000	39.900	362.000	337.000	868.000	358.000	134.000	1.215.000	801.000	579.000
25	287.000	411.000	247.000	520.000	37.310	350	438.000	1.297.000	133.000	504.000
26	1.540.000	528.000	750.000	2.133.000	178.000	156.000	169.000	3.081.000	419.000	153.000
27	449.000	311.000	418.000	1.032.000	119.000	141.000	103.000	751.000	953.000	1.032.000
28	813.000	36.050	496.000	351.000	1.639.000	232.000	846.000	1.404.000	494.000	1.185.000
29	166.000	30.270	602.000	83.000	143.000	2.134.000	795.000	276.000	1.311.000	368.000
30	386.000	1.601.000	150.000	188.000	238.000	684	1.602.000	254.000	100.000	319.000
	14.687.900	13.691.060	12.637.050	13.356.000	15.370.130	18.083.634	12.561.989	18.966.430	17.606.800	15.719.000

TABLO 19 (DEVAM) : ÖRNEKLEME SEÇİLEN ABONELERİN AYLIK (TOPLAM) GÖRÜŞME TUTARLARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	824.000	1.101.000	178.000	107.000	16.250	441.000	136.000	1.000.000	767.000	278.000
32	376.000	682.000	79.000	312.000	596.000	61.000	829.000	93.000	174.000	664.000
33	257.000	335.000	490.000	203.000	73.000	532.000	240.000	1.555.000	551.000	410.000
34	258.000	577.000	1.128.000	434.000	741.000	506.000	426.000	166.000	113.000	230.000
35	436.000	414.000	181.000	355.000	331.000	478.000	601.000	903.000	277.000	415.000
36	178.000	276.000	251.000	415.000	406.000	455.000	497.000	279.000	2.313.000	1.007.000
37	79.000	1.418.000	811.000	222.000	521.000	306.000	190.000	115.000	465.000	579.000
38	182.000	64.000	120.000	260.000	44.000	138.000	483.000	356.000	507.000	158.000
39	139.000	662.000	333.000	806.000	376.000	814.000	201.000	319.000	1.074.000	814.000
40	520.000	180.000	522.000	1.391.000	74.000	311.000	367.000	538.000	84.000	285.000
41	338.000	356.000	705.000	252.000	268.000	91.000	1.140.000	585.000	200.000	6.674.000
42	422.000	13.000	332.000	1.177.000	643.000	81.000	293.000	228.000	130.000	182.000
43	623.000	134.000	303.000	803.000	95.000	278.000	16.000	735.000	266.000	581.000
44	922.000	431.000	218.000	296.000	1.443.000	1.100.000	281.000	873.000	242.000	211.000
45	405.000	896.000	131.000	509.000	438.000	342.000	44.000	200.000	130.000	376.000
46	2.234.000	125.000	163.000	1.418.000	466.000	179.000	2.653.000	174.000	630.000	126.000
47	483.000	583.000	466.000	193.000	180.000	238.000	586.000	614.000	404.000	215.000
48	283.000	158.000	6.151.000	305.000	442.000	459.000	505.000	355.000	1.067.000	87.000
49	1.491.000	2.524.000	386.000	152.000	741.000	590.000	483.000	129.000	698.000	43.000
50	816.000	221.000	703.000	772.000	372.000	228.000	173.000	1.647.000	233.000	1.556.000
51	299.000	274.000	153.000	155.000	568.000	945.000	3.146.000	2.625.000	129.000	498.000
52	241.000	254.000	1.502.000	202.000	125.000	780.000	444.000	1.688.000	316.000	639.000
53	227.000	154.000	48.000	615.000	119.000	778.000	393.000	281.000	530.000	229.000
54	216.000	613.000	687.000	272.000	592.000	300.000	931.000	405.000	550.000	759.000
55	123.000	1.096.000	220.000	319.000	130.000	251.000	357.000	230.000	911.000	252.000
56	350.000	449.000	382.000	284.000	371.000	266.000	147.000	297.000	184.000	1.568.000
57	160.000	479.000	923.000	374.000	58.000	492.000	341.000	147.000	136.000	229.000
58	547.000	400.000	925.000	165.000	279.000	503.000	375.000	297.000	589.000	604.000
59	513.000	771.000	174.000	362.000	819.000	210.000	804.000	940.000	402.000	321.000
60	486.000	688.000	42.000	226.000	474.000	184.000	117.000	177.000	1.085.000	532.000
TOPLAM	29.117.900	30.019.060	31.344.050	28.912.770	27.171.380	30.420.634	32.760.989	36.917.430	32.743.800	36.241.000

Alt örnekler toplamı :

$$\begin{aligned}x &= 29.117.900 + 30.019.060 + 31.344.050 + 28.912.770 + 27.171.380 \\ &\quad + 30.420.634 + 32.760.989 + 36.917.430 \\ &\quad + 32.743.800 + 36.241.000\end{aligned}$$

$$x = 315.649.013 \text{ TL.}$$

Buna göre 60.000 telefon abonesinin aylık görüşme tutarı tahmini :

$$\begin{aligned}\hat{X} &= \frac{1}{k} Z x \\ &= \frac{1}{10} 1000 \cdot 315.649.013 = 31.564.901.300 \text{ TL 'dir.}\end{aligned}$$

60.000 telefon abonesinin ortalama aylık görüşme tutarı tahmini :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\hat{X}}{N} \\ &= \frac{31.564.901.300}{60.000} = 526.082 \text{ TL 'dir.}\end{aligned}$$

Toplam değer tahmininin standart hatası :

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{Z - k}{Z}} \frac{ZT}{\sqrt{k(k - 1)}}$$

formülü yardımıyla bulunur.

Varyans, standart hata hesaplarının daha sağlıklı hesaplanması için ard arda gelen dar bölgeleri birleştirerek geniş bölge haline getirelim :

TABLO 19.1 ALT ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE ŞEHİRLERARASI AYLIK GÖRÜŞME TUTARLARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	5	5	7	8	9	10
1	2.560.000	1.545.000	2.861.000	1.937.000	2.717.750	1.102.600	2.592.000	1.287.000	1.287.000	2.441.8000	1.954.000
2	3.339.900	1.121.490	1.432.000	2.979.000	1.510.000	1.613.000	708.289	2.310.830	2.310.830	4.409.000	1.816.000
3	2.086.000	4.770.000	2.215.000	2.043.770	932.070	2.925.000	1.671.650	3.257.600	3.257.600	862.000	3.276.000
4	2.108.000	1.678.500	2.576.000	1.612.000	1.917.000	7.872.000	2.244.050	2.965.000	2.965.000	4.141.000	2.768.000
5	1.180.000	2.069.750	1.139.050	3.198.000	5.976.310	1.909.850	1.831.000	3.380.000	3.380.000	2.476.000	2.848.000
6	3.354.000	2.506.320	2.416.000	3.787.000	2.317.000	2.663.684	3.515.000	5.766.000	5.766.000	3.277.000	3.057.000
7	2.151.000	3.109.000	2.056.000	1.411.000	1.757.250	2.018.000	2.232.000	3.717.000	3.717.000	1.882.000	1.997.000
8	1.098.000	2.600.000	2.037.000	3.094.000	1.421.000	1.897.000	1.738.000	1.607.000	1.607.000	4.423.000	2.843.000
9	2.710.000	1.830.000	1.689.000	3.037.000	2.887.000	1.861.000	1.774.000	2.621.000	2.621.000	968.000	8.024.000
10	5.309.000	3.611.000	7.869.000	2.840.000	2.201.000	1.808.000	7.400.000	2.919.000	2.919.000	3.032.000	2.027.000
11	1.106.000	2.391.000	2.610.000	1.563.000	1.534.000	3.031.000	5.271.000	5.229.000	5.229.000	2.436.000	3.277.000
12	2.056.000	2.787.000	2.446.000	1.411.000	2.001.000	1.722.000	1.784.000	1.858.000	1.858.000	2.396.000	3.254.000
TOPLAM	29.117.900	30.019.000	31.344.050	28.912.770	27.171.380	30.420.634	32.760.989	36.917.430	36.917.430	32.743.800	36.241.000
ORTALAMA	2.426.491,7	2.501.588,3	2.612.004,2	2.409.397,5	2.264.281,7	2.535.052,8	2.730.082,4	3.076.452,5	3.076.452,5	2.728.650	3.020.083,3

İşlem hacmini azaltmak için Tablo 19.1 değerleri 1.000.000 'a bölünerek ve yuvarlaklaştırılarak Tablo 19.2 değerleri elde edilir.

TABLO 19.2 ALT ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE ŞEHİRLERARASI AYLIK GÖRÜŞME TUTARLARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2.56	1.54	2.86	1.93	2.71	1.10	2.59	1.28	2.44	1.95
2	3.39	1.12	1.43	2.97	1.51	1.61	0.70	2.31	4.40	1.81
3	2.08	4.77	2.21	2.04	0.93	2.92	1.67	3.25	0.86	3.27
4	2.10	1.67	2.57	1.61	1.91	7.87	2.24	2.96	4.14	2.76
5	1.18	2.06	1.13	3.19	5.97	1.90	1.83	3.38	2.47	2.84
6	3.55	2.50	2.41	3.78	2.31	2.66	3.51	5.76	3.27	3.05
7	2.15	3.10	2.05	1.41	1.75	2.01	2.23	3.71	1.88	1.99
8	1.09	2.60	2.03	3.09	1.42	1.89	1.73	1.60	4.42	2.84
9	2.71	1.83	1.68	3.03	2.88	1.86	1.77	2.62	0.96	8.02
10	5.30	3.61	7.86	2.84	2.20	1.80	7.40	2.91	3.03	2.02
11	1.10	2.39	2.61	1.56	1.53	3.03	5.27	5.22	2.43	2.37
12	2.05	2.78	2.44	1.41	2.00	1.72	1.78	1.85	2.39	3.25
TOPLAM	29.06	29.97	31.28	28.86	27.12	30.37	32.72	36.85	32.69	36.17
ORTALAMA	2.42	2.50	2.60	2.40	2.26	2.53	2.72	3.07	2.72	3.01

TABLO 19.3 ALTI ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE AYLIK TOPLAM GÖRÜŞME TUTARLARI FARKLARI

BOLGE NO	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅	d ₆	d ₇	d ₈	d ₉	d ₁₀
1	0.14	-0.96	0.26	0.47	0.45	-1.43	-0.13	-1.79	-0.28	-1.06
2	0.97	-1.38	-1.17	0.57	-0.75	-0.92	-2.02	-0.76	1.68	-1.2
3	-0.34	2.27	-0.39	-0.36	-1.33	0.39	-1.05	0.18	-1.86	0.26
4	-0.32	-0.83	-0.03	-0.79	-0.35	5.61	-0.48	-0.11	1.42	-0.25
5	-1.24	-0.44	-1.47	0.79	3.71	-0.63	-0.89	0.31	-0.25	-0.17
6	0.93	0	-0.19	1.38	0.05	0.13	0.79	2.69	0.55	0.04
7	-0.27	0.6	-0.55	-0.99	-0.51	-0.52	-0.49	0.64	-0.84	-1.02
8	-1.33	0.1	-0.57	0.69	-0.84	-0.64	-0.99	-1.47	1.7	-0.17
9	0.29	-0.67	-0.92	0.63	0.62	-0.67	-0.95	-0.45	-1.76	5.01
10	2.88	1.11	5.26	0.44	-0.06	-0.73	4.68	-0.16	0.31	-0.99
11	-1.32	-0.11	0.01	-0.84	-0.73	0.5	2.55	2.15	-0.29	-0.64
12	-0.37	0.28	-0.16	-0.99	-0.26	-0.81	-0.94	-1.22	-0.33	0.24

**TABLO 19.4 ALTI ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERİ GÖRE AYLIK TOPLAM GÖRÜŞME TUTARLARI
FARK KARELERİ**

BÖLGE NO	d_1^2	d_2^2	d_3^2	d_4^2	d_5^2	d_6^2	d_7^2	d_8^2	d_9^2	d_{10}^2
1	0.0196	0.9216	0.0676	0.2209	0.0025	2.0449	0.0169	3.2041	0.0784	1.1236
2	0.9409	1.9044	1.3689	0.3249	0.0025	0.8464	4.0804	0.5776	2.8224	1.44
3	0.1156	5.1529	0.1521	0.1296	1.0089	0.1521	1.1025	0.0324	3.4596	0.0676
4	0.1024	0.6889	0.0009	0.6241	0.1025	31.4721	0.2304	0.0121	2.1064	0.0625
5	1.5576	0.1936	2.1609	0.6241	13.7041	0.3969	0.7921	0.0961	0.625	0.0289
6	0.8649	0	0.0361	1.9044	0.0025	0.0169	0.6241	7.2361	0.3025	0.0016
7	0.0729	0.36	0.3025	0.9801	0.0001	0.2704	0.2401	0.4096	0.7056	1.0404
8	1.7689	0.01	0.3249	0.4761	0.0056	0.4096	0.9801	2.1609	2.89	0.0289
9	0.0841	0.4489	0.8464	0.3969	0.0044	0.4489	0.9025	0.2025	3.0976	25.1001
10	8.2944	1.2321	27.6676	0.1936	0.0036	0.5329	21.9024	0.0256	0.0961	0.9801
11	1.7424	0.0121	0.0001	0.7056	0.0029	0.25	6.5025	4.6225	0.0841	0.4096
12	0.1369	0.0784	0.0256	0.9801	0.0076	0.6561	0.8836	1.4884	0.1089	0.0576
TOPLAM	15.6806	11.0029	32.9536	7.7813	18.1772	37.4972	38.2576	20.0679	15.7241	30.3409

$$T^2 = 15.6806 + 11.0029 + 32.9536 + 7.7813 + 18.3772 + 37.4972 + 38.2576 + 20.0679 + 15.7241 + 30.3409$$

$$T^2 = 227.6833$$

$$T^2 = 227.683.300 \text{ TL.}$$

$$T = 15.089,17$$

Formülde yerine koyarsak;

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1000 - 10}{1000} \frac{1000 \cdot 15.089,17}{\sqrt{10.9}}}$$

$$= 0,994 \cdot 1590.677,841 = 1.581.134$$

ortalamanın standart hatasının tahmini ;

$$\hat{\sigma}_x = \frac{1.581.134}{60.000} = 26.35$$

oransal standart hatasının tahmini ;

$$\hat{C}_x = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k-1}} \frac{T}{x}$$

$$= 1.054 \frac{15.089,17}{315.649.013} = 0.00005$$

Güven sınırları : (% 95 olasılıkla)

$$\bar{x}_{kat} - Z_s (\bar{x}_{kat}) \leq \bar{X} \leq \bar{x}_{kat} + Z_s (\bar{x}_{kat})$$

$$526.082 - 1.96(26,35) \leq \bar{X} \leq 526.082 + 1.96(26,35)$$

$$526.030 \leq \bar{X} \leq 526133$$

TABLO 20: ÖRNEKLEME SEÇİLEN ABONELERİN DÖNEM KONTÖR SAYILARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	681	304	143	267	249	80	728	397	54	350
2	1.230	380	195	155	31	267	234	171	328	350
3	827	251	850	537	681	236	118	273	206	109
4	327	206	624	242	211	164	190	183	192	28
5	485	181	836	272	950	288	405	277	165	687
6	491	189	90	1.325	351	250	202	216	412	191
7	1.810	194	246	575	233	112	40	125	207	365
8	209	375	281	121	99	99	10	227	881	312
9	508	40	278	178	289	428	225	848	263	302
10	36	200	372	87	183	191	177	465	1.309	249
11	450	268	148	549	201	134	218	221	235	773
12	359	210	241	5	7	376	135	66	180	542
13	510	191	758	245	48	1.643	183	1.705	72	548
14	291	128	217	483	499	210	808	543	190	288
15	210	2.821	262	275	95	144	96	142	163	147
16	158	64	588	227	715	5.332	29	238	767	401
17	127	110	265	120	300	175	35	121	184	542
18	661	139	312	115	250	158	200	126	76	216
19	244	1.069	404	40	120	27	125	137	191	183
20	420	159	126	201	300	151	216	546	162	111
21	117	54	315	420	153	895	242	96	709	317
22	123	971	97	1.064	3.080	126	187	224	193	847
23	318	268	29	317	403	194	540	191	329	325
24	184	141	278	226	667	275	98	935	616	446
25	211	316	190	400	171	28	337	998	155	387
26	1.185	137	540	1.633	163	128	130	2.370	427	118
27	345	234	321	525	183	172	155	564	733	794
28	619	120	381	270	1.272	179	645	1.080	380	896
29	98	134	417	58	118	1.489	336	212	972	266
30	297	1.226	115	145	183	96	1.232	1.180	77	240
TOPLAM	13.581	11.060	9.919	11.077	12.205	14.047	8.276	14.877	10.828	11.330

TABLE 20 (DEVAM): ÖRNEKLEME SEÇİLEN ABONELERİN DÖNEM KONTÖR SAYILARI

BOLGENO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	600	847	137	83	119	339	164	500	590	214
32	289	525	128	174	434	47	638	108	245	236
33	180	240	377	156	92	409	685	1.145	396	315
34	192	438	868	79	570	448	322	128	93	194
35	336	319	139	256	30	360	395	689	213	319
36	161	212	235	319	312	350	376	209	1.774	274
37	124	1.091	624	165	395	235	146	88	342	440
38	200	118	75	200	216	106	157	268	390	121
39	177	471	233	620	289	771	154	241	820	305
40	289	170	402	1.070	57	626	282	828	175	219
41	260	274	536	188	206	239	877	450	183	5.126
42	307	106	861	900	495	901	295	170	100	140
43	409	144	233	519	196	799	136	544	205	447
44	709	314	179	222	1.104	214	216	671	491	157
45	306	689	112	391	337	840	34	153	100	333
46	1.269	157	126	1.091	334	258	3.804	134	485	78
47	366	550	352	148	132	147	445	466	305	160
48	214	122	4.731	235	334	147	383	245	821	111
49	205	1.936	291	117	570	336	487	93	267	74
50	628	170	417	982	243	184	135	1.267	179	1.287
51	224	205	174	209	457	155	2.396	2.019	99	383
52	186	260	826	146	96	721	299	1.227	170	486
53	144	113	150	473	91	560	302	216	408	176
54	166	466	528	209	123	324	231	199	423	315
55	94	843	169	245	100	225	274	177	426	214
56	269	339	294	214	280	193	109	229	136	1.206
57	123	330	441	287	142	199	262	113	99	165
58	415	33	712	146	209	378	288	229	453	465
59	126	587	134	278	630	387	613	689	303	247
60	116	216	32	174	364	154	168	131	835	355
TOPLAM	22.665	23.345	24.435	21.375	21.142	25.099	23.279	28.503	22.354	25.892

Alt Örnekler Toplamı :

$$\begin{aligned} &= 22.665 + 23.345 + 24.435 + 21.373 + 21.142 + 25.099 + 23.279 + \\ &28.503 + 22.354 + 25.892 \\ &= 238.087 \text{ kontör} \end{aligned}$$

Buna göre 60.000 telefon abonesinin kullanmış olduğu kontör tahmini:

$$1/10 \cdot 1000 \cdot 238.087 = 23.808.700 \text{ kontördür.}$$

$$\hat{X} = \frac{1}{k} \sum Zx$$

60.000 telefon abonesinin ortalama kontör tahmini :

$$\bar{X} = \frac{\hat{X}}{N} = \frac{23.808.700}{60.000} = 397 \text{ kontördür.}$$

Bir telefon abonesinin bir ayda 397 kontörlük görüşme yaptığı tahmin edilmiştir. Normal şehir içi görüşmelerinde 3 dakika da bir kontör atmaktadır. Eğer 397 kontörün hepsi şehir içi görüşmelerine ait olduğu varsayılırsa bir abonenin ayda 132 dakika veya 2 saat 12 dakika santral meşgul ettiği ortaya çıkar. Fakat şehirlerarası görüşmeler muhakkak vardır. Şehirlerarası görüşmelerde uzaklığa bağlı olarak kontör atışlarının dakikası değişiktir. Bu sebepten meşguliyeti zaman olarak ifade edemiyoruz.

Toplam değer tahmininin standart hatası :

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{Z - k}{z}} \cdot \frac{ZT}{\sqrt{k(k-1)}}$$

formülü yardımıyla bulunur.

Standart hata hesabı işlemi kolaylaştırmak ve daha sağlıklı yapabilmek için arka arkaya olan 5 dar bölge birleştirilerek 12 geniş bölge haline getirilir.

GÖRE

TABLO 20.1 ALTI ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE ABONELERİN DÖNEM KONTÖR TOPLAMLARI

BOLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3.550	1.322	2.648	1.473	2.122	1.035	1.675	1.501	945	1.524
2	3.104	998	1.267	2.286	1.155	1.080	654	1.881	3.072	1.419
3	1.820	3.618	1.626	1.557	850	2.507	1.440	2.677	840	2.298
4	1.610	1.521	1.695	703	1.685	5.843	605	1.168	1.380	1.453
5	653	1.750	909	2.427	4.474	1.518	1.404	2.444	2.002	2.322
6	2.544	1.851	1.774	2.631	1.919	2.064	2.498	5.406	2.589	2.314
7	1.597	2.369	1.649	748	1.245	1.603	2.204	2.570	1.537	1.278
8	951	2.062	1.569	2.374	1.269	2.088	1.115	1.634	3.501	1.359
9	1.991	1.527	1.921	2.220	2.338	2.993	1.488	1.988	1.079	6.203
10	2.682	2.935	5.917	2.573	1.613	1.072	5.254	2.205	2.057	1.710
11	814	1.887	1.847	1.282	847	1.985	3.502	3.838	1.526	1.574
12	1.049	1.505	1.613	1.099	1.625	1.311	1.440	1.591	1.826	2.438
TOPLAM	22.665	23.545	24.435	21.375	21.142	25.099	23.279	28.503	22.354	25.892
ORTALAMA	1888.75	1945.41	2.036.25	1.781.08	1.761.83	2.091.58	1939.91	2375.25	1862.83	2157.67

YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

TABLO 20.2 ALT ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE ABONELERİN DÖNEM KONTÖR SAYILARI FARKLARI

BÖLGE NO	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅	d ₆	d ₇	d ₈	d ₉	d ₁₀
1	1661.25	-623.41	611.75	-308.08	360.17	-1056.58	-264.91	-1074.25	-917.83	-633.67
2	1215.25	-947.41	-769.25	504.92	-606.83	-1011.58	-1258.91	-494.25	1209.17	-738.67
3	-68.75	1.672.59	-410.25	-224.08	-911.83	415.42	-499.91	301.75	1022.83	140.33
4	-278.75	-424.41	-341.25	-1078.08	-76.83	3751.42	-1334.91	-1207.25	-482.83	-704.67
5	-935.75	-195.41	-1127.25	645.92	2712.17	-573.58	-535.91	68.75	139.17	164.33
6	655.25	-94.41	-262.25	849.92	157.17	-27.58	558.09	3030.75	726.17	156.33
7	-291.75	423.59	-387.25	-1033.08	-516.83	-488.58	264.09	194.75	-325.83	-879.67
8	-937.75	116.59	-467.25	592.92	-492.83	-3.58	-824.91	-741.25	1638.17	-798.67
9	102.25	-418.41	-115.25	438.92	576.17	901.42	-451.91	-387.25	-783.83	4045.33
10	793.25	989.59	3880.75	791.92	-148.83	-1019.58	3314.91	-170.25	194.17	-447.67
11	-1074.75	-58.41	-189.25	-499.08	-914.83	-106.58	1562.09	1462.75	-336.83	-583.67
12	-839.75	-440.41	-423.25	-682.08	-136.83	-780.58	-499.91	-984.25	-36.83	280.33

TABLO 20.3

ALT ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE ABONELERİN DÖNEM KONTÖR SAYILARI FARK KARELERİ

BÖLGE NO	$d_{1,1}^2$	$d_{1,2}^2$	$d_{1,3}^2$	$d_{1,4}^2$	$d_{1,5}^2$	$d_{1,6}^2$	$d_{1,7}^2$	$d_{1,8}^2$	$d_{1,9}^2$	$d_{1,10}^2$
1	2.759.751,563	388.640,028	374.238,062	94.913,286	129.722,429	1.116.361,296	70.177,308	1.154.013,063	842.411,908	401.537,668
2	1.476.832,563	897.585,708	591.745,562	254.944,206	368.242,648	1.023.294,096	1.653.564,528	244.283,062	1.462.092,089	545.633,368
3	4.726,562	2.797.557,308	168.305,062	50.211,846	831.453,948	172.573,776	249.910,008	91.053,062	1.046.181,209	19.692,508
4	77.701,562	180.123,848	116.451,562	1.162.256,486	5.902,848	14.073.122,02	1.781.984,708	1.457.452,563	233.124,808	496.559,80
5	875.628,062	58.185,068	1.270.692,563	417.212,646	7.355.866,109	328.994,016	287.199,528	4.726,562	19.368,288	27.004,348
6	429.352,562	8.913,248	58.775,062	722.364,006	24.702,408	750,656	311.464,448	9.185.445,563	527.322,86	24.439,068
7	83.118,062	179.428,488	149.962,562	1.067.254,286	267.113,248	238.716,416	69.743,528	37.927,562	106.165,188	773.819,308
8	879.375,062	13.593,228	218.322,562	351.554,126	242.881,408	12,816	680.476,308	549.451,562	2.638.600,949	637.873,768
9	10.455,062	175.066,928	13.282,562	192.630,766	331.971,868	812.558,016	204.222,648	149.962,562	614.389,468	16.364.694,81
10	629.245,562	979.288,368	15.060,220,56	492.691,686	22.150,368	1.039.549,376	10.938.192,53	28.983,062	37.701,988	300.408,428
11	1.153.087,563	3.411,728	35.815,562	249.080,846	836.913,928	11.359,296	2.440.123,168	2.139.637,563	113.454,448	340.670,668
12	705.180,062	193.960,968	179.140,562	465.233,126	18.722,448	609.303,136	249.910,008	988.748,062	1.356,448	78.584,908
TOPLAM	9.088.454,247	5.855.754,917	18.246.952,25	5.520.367,317	10.435.623,71	19.426.624,92	18.981.970,92	16.011.686,25	7.687.169,667	19.910.918,67

$$T^2 = 9.088.454,247 + 5.855.754,917 + 18.246.952,25 +$$

$$5.520.367,317 + 10.435.623,71 + 19.426.624,92 +$$

$$16.011.686,25 + 7.687.169,667 +$$

$$19.910.918,67 + 18.981.970,92$$

$$T^2 = 131.165.522,9$$

$$T = 11.453$$

Formülde yerine koyarsak;

$$\bar{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1000 - 10}{1000} \frac{1000 \cdot 11.453}{\sqrt{10.9}}}$$

$$= 0.948 \cdot 1207358,212 = 1.144.576$$

Ortalamanın standart hatasının tahmini;

$$\hat{\sigma}_x = \frac{1.144.576}{60.000} = 19.076$$

Oransal standart hatasının tahmini ;

$$\hat{C}_x = \sqrt{\frac{k}{k-1}} \frac{T}{x}$$

$$= 1.054 \cdot \frac{11.453}{238.087} = 0,0507$$

Güven sınırları : (% 95 olasılıkla)

$$\bar{x}_{kat} - Z_s(\bar{x}_{kat}) \leq \bar{X} \leq \bar{x} + Z_s(\bar{x}_{kat})$$

$$397 - 1.96(19.076) \leq \bar{X} \leq 397 + 1.96(19.076)$$

$$397 - 37.39 \leq \bar{X} \leq 397 + 37.39$$

$$359.61 \leq \bar{X} \leq 434.39$$

TABLO 21 : ŞİFRE ÖZELLİĞİ OLAN ABONELER

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
4	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
9	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
10	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
11	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
14	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
16	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
17	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
20	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
21	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0
22	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
23	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
24	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
25	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
26	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
27	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
28	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
30	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0

TABLO 21 (DEVAMI) : ŞİFRE ÖZELLİĞİ OLAN ABONELER

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
32	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
35	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
36	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
41	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
42	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
45	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
46	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
47	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
51	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1
52	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
53	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
54	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
55	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
56	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
57	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
58	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
59	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
60	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
TOPLAM	21	16	17	14	14	11	13	14	10	14

Alt Örnekler Toplamı :

$$\chi = 21 + 16 + 17 + 14 + 14 + 11 + 13 + 14 + 10 + 14$$

$$X = 144$$

Buna göre 60.000 telefon abonesinden şifre özelliği alanların tahmini:

$$\hat{X} = \frac{1}{k} Z_x$$

$$\hat{X} = \frac{1}{10} 1000 144 = 14.400$$

Ortalama şifre özelliği alanların tahmini

$$\bar{\chi} = \frac{\hat{X}}{N} = \frac{14400}{60000} = 0.24$$

Toplam değer tahmininin standart hatası :

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{Z - k}{Z}} \frac{ZT}{\sqrt{k(k-1)}}$$

Standart hata hesabını kolaylaştırmak için arka arkaya gelen 5 dar bölge birleştirilerek 12 geniş bölge haline getirilir.

TABLO 21.1 : ALT ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE ŞİFRE ALAN ABONELERİN TOPLAMI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8	5	4	3	6	3	5	3	2	4
2	6	5	5	4	3	3	6	7	4	3
3	7	6	8	7	5	5	2	4	4	7
TOPLAM	21	16	17	14	14	11	13	14	10	14
ORTALAMA	7	5.3	5.6	4.7	4.7	3.6	4.3	4.7	3.3	4.7

TABLO 21.2 : ALT ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE ŞİFRE ALAN ABONELERİN FARKLARI

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	-0.3	-1.6	-1.7	1.3	-0.6	0.7	-1.7	-1.3	-0.7
2	-1	-0.3	-0.6	-0.7	-1.7	-0.6	1.7	2.3	0.7	-1.7
3	0	0.7	2.4	2.3	0.3	1.4	-2.3	-0.7	0.7	2.3

TABLO 21.3 : ALT ÖRNEKLEM VE GENİŞ BÖLGELERE GÖRE ŞİFRE ALAN ABONELERİN FARK KARELERİ

BÖLGE NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0.09	2.56	2.89	1.69	0.36	0.49	2.89	1.69	0.49
2	1	0.09	0.36	0.49	2.89	0.36	2.89	5.29	0.49	2.89
3	0	0.49	5.76	5.29	0.09	1.96	5.29	0.49	0.49	5.29
TOPLAM	2	0.67	8.68	8.67	4.67	2.68	8.67	8.67	2.67	8.67

$$T^2 = 2 \cdot 0.67 + 8.68 + 8.67 + 4.67 + 2.68 + 8.67 + 8.67 + 2.67 + 8.67$$

$$T^2 = 56,05$$

$$T = 7.49$$

Formülde yerine koyarsak;

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_x &= 0.948 \frac{1000 \cdot 7,49}{9.486} \\ &= 748,526\end{aligned}$$

Ortalamanın standart hatasının tahmini ;

$$\hat{\sigma}_x = \frac{748,526}{60.000} = 0.012$$

Oransal standart hatasının tahmini ;

$$\begin{aligned}\hat{C}_x &= \sqrt{\frac{k}{k-1}} \frac{T}{x} \\ &= 1.054 \frac{7.49}{144} = 0,054\end{aligned}$$

Güven sınırları

$$\bar{x}_{kat} - Z_s(\hat{\sigma}_{kat}) \leq \bar{X} \leq \bar{x}_{kat} + Z_s(\hat{\sigma}_{kat})$$

$$0.24 - 1.96(0.012) \leq \bar{X} \leq 0.24 + 1.96(0.012)$$

$$0.24 - 0.0235 \leq \bar{X} \leq 0.24 + 0.0235$$

$$0.2175 \leq \bar{X} \leq 0.2635$$

4. SONUÇ

Uygulama da Balıkesir Merkez İl bazında telefon abonelerinin yaptıkları telefon görüşmelerinin aylıktutarı araştırılmıştır.

Katlı örnekleme yöntemi ile , Merkez İl de oturan abonelerin ayda ne kadar telefon ücreti ödedikleri , bu ücretin ne kadarı sadece şehir içi görüşmelere ait olduğu, abonelerin santralı kontor cinsinden ne kadar meşgul ettikleri ve şifre özelliği olan aboneler tesbit edilmiştir.

Gerçek değerler bilindiğinden bu değerlerle uygulama değerleri karşılaştırılabilir ve örnekleme yöntemi seçiminiz hakkında yorum yapabiliriz.

Öncelikle kitle; Balıkesir Merkez İl bazı telefon aboneleri, bölgelere, mahallelere ayrılmıştır. Her mahalleden örneklem birimleri, telefon aboneleri sistematik yöntemle seçilmiştir. Daha sonra tahminlere gidilmiştir.

İlk tahmin; 60.000 telefon abonesinin şehir içi görüşme tutarının toplam tahminidir. .

$X = 29.535.509.000$ olarak bulunmuştur.

Gerçek değeri;

$X = 28.932.626.400$ dür.

0,03 lük hata payı vardır.

Ortalama şehiriçi görüşme tutarının tahmini;

$X = 492.258$ TL bulunmuştur.

Gerçek değeri;

$X = 482.210$ TL dir.

İkinci tahmin ; 60.000 telefon abonesinin toplam aylık görüşme tutarının tahminidir.

$X = 31.564.901.300$ olarak bulunmuştur.

Gerçek değeri;

$X = 30.996.375.400$ dür.

0,02 lik hata payı ile tahmin edilmiştir.

Ortalama aylık değeri tahmini;

$X = 526.082$ TL olarak bulunmuştur.

Gerçek değeri;

$X = 516.606$ TL dir.

Üçüncü tahmin; 60.000 telefon abonesinin kontör cinsinden meşguliyetleri tahmin edilmiştir. (sonralı)

$X = 23.808.700$ olarak bulunmuştur.

Gerçek değeri;

$X = 23.600.200$ kontördür.

0,01 lik hata payı ile tahmin edilmiştir.

Ortalama kontör tahmini;

$X = 397$ kontör olarak bulunmuştur.

Gerçek değeri;

$X = 393$ tür.

Dördüncü tahmin; 60.000 telefon abonesinin şifre özelliği olanların tahminidir. (şifre özelliği: kullanım kolaylığı demektir.)

$X = 14.400$ abone olarak bulunmuştur.

Gerçek değeri;

$X = 13.200$ dür.

0,09 luk hata payı vardır.

Ortalama şifre özelliği olanların tahmini;

$X = 0,24$ dür.

Gerçek değeri;

$X = 0,22$ dir.

Uygulama sonucunda elde edilen tahmin değerleri ile gerçek değerler arasında % 1 lik % 9 luk hata payları vardır. Aradaki fark adi hatadan kaynaklanabilir. Örneklem birimlerinden alınan bilgileri tabloya geçirirken yanlış geçirme sözkonusu olabilir. Buna rağmen kitle hakkında yapılan tahminler gerçek değerlere çok yakındır. Ayrıca uygulamayı katlı örnekleme yöntemi ile değil de başka bir örnekleme yöntemi ile yapsaydık daha büyük hata payları ile karşılaşabilir, daha çok işlem yapardık. İşlem hacmi fazlalığı da doğal olarak tahminlerin güvenilirliğini etkilerdi.

KAYNAKLAR

- ALPTEKİN, Esin; Örneklemeye Metodları ve Bir Uygulama, Ankara İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi, Ankara 1975
- COLORENCE, B. Randall ; as reported in Business Week, New York, 12 Haziran, 1954.
- COCHRAN, G. Willam; Sampling Techniques, New York London 1953, Sukhatme Theory of surveys With Applications, Bogalore, India
- COCHRAN, W.G; Relative accuracy of systematic and stratified random samples for a certain class of populations, Ann. Math. Statist, Vol.17, 1946
- ÇINGİ, Hülya; Örneklemeye Giriş, Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi Ankara, 1986.
- DAS, A.C; Two Dimensional systematic sampling and associated stratified and random sampling. Sankhya, 10
- DEMİNG, W. Edwards; Some Theory of Sampling, Wiley, New York 1950
- DEMİNG, W. Edwards; Sample Design in Business Research, Wiley New York, 1960

KAYNAKLAR
(Devam)

GAUTSCHI, Werner; Some remarks on systematic sampling,
Ann.Math. Statist, Vol.28, 1957

HURWITZ, Honsen; Madow; Sample Survey Methods and Theory,
Vol.1, Wiley, 1953.

IŞIKARA, B; Regresyon Yöntemleri ve Sorunları, İstanbul, 1975

IDİL, Orhan; Örneklem Teorisi ve İşletme Yönetiminde
Uygulanması, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi,
İstanbul. 1980

IŞÇİL, Necati; Örneklem Yöntemleri,
Ankara İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi
Yayımları-13, Ankara 1977.

KISH, L; Survey Sampling, John Wiley, New York, 1965.

KISH, LESLIE H; A two-stage sample of city, Amer.Sociol.Rev.,
Vol.17, 1952.

SERPER, Özer; Örneklem, Filiz Kitabevi, İstanbul 1988.

ÖZDEN, Hayriye; Örneklemeye Giriş,
Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi
Beytepe-Ankara 1977.

YATES, F; Sampling Methods For Censuses and Survey, Charles Griffin
and Company, London, 1949.

YAMANE, TARO ; Elementary Sampling Theory, Prentice-Hall,
New Jersey 1967.

YOĞURTCUGİL, M.Kemal; Örneklem, İstanbul Üniversitesi İktisat
Fakültesi İstanbul 1976.