

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DÜZLEMSEL BİR KRANK-BİYEL MEKANİZMASININ
KİNETO-ELASTODİNAMİK ANALİZİ


YÜKSEK LİSANS TEZİ

SEVDA TELLİ

Sınav Günü : 16.09.1992

Jüri Üyeleri : Yrd. Doç.Dr. Osman KOPMAZ  (Danışman)

Doç.Dr. İbrahim YÜKSEL 

Yrd.Doç.Dr. Reşat ÖZCAN 

BURSA, EYLÜL 1992

ÖZ

Bu çalışmada düzlemsel bir krank-biyel mekanizmasının kineto-elastodinamik analizi yapılmıştır. Bu mekanizma hem pratikte yaygın olarak kullanıldığı hem de daha kolay analiz edilebileceği için tercih edilmiştir.

Krank ve biyelin hareket denklemleri, bu uzuvların elastikiyeti göz önüne alınarak çıkartılmıştır. Bunlar dördüncü mertebeden, kısmi türevli, değişken katsayılı diferansiyel denklemlerdir. Bunların kesin analitik çözümleri mevcut değildir. Ancak bazı özel haller için yaklaşık çözümler vardır. Bu denklemler çözüm için önce lineerleştirilmiş, sonra indirgenmiş parametre ve Galerkin yöntemleriyle ayrı ayrı adi diferansiyel denklemlere dönüştürülmüştür. Bulunan yeni denklemleri çözmek için üç ayrı bilgisayar programı yazılmış ve integrasyon için 4.mertebeden Runge-Kutta-Gill metodu kullanılmıştır.

Açısal hız, piston kütlesi, eksantrisite gibi çeşitli mekanizma parametrelerinin farklı değerleri için biyelin orta noktasındaki sehim ve gerilmelerin değişimi incelenmiş ve sonuçlar grafik halinde sunularak irdelenmiştir.

ABSTRACT

In this study, the kineto-elastodynamic analysis of a planar slider-crank mechanism has been done. This mechanism has been preferred due to its widely usage in practice and easy analysis.

The equations of motion of the crank and the connecting rod have been derived by considering their elasticity. The equations obtained are the partial differential equations of fourth order with variable coefficients. The exact analytical solutions of these equations are not known but there are some approximate solutions for special cases. In order to solve these equations, firstly they have been linearized and then have been reduced to ordinary differential equations using lumped parameter approach and Galerkin method. Since these differential equations cannot be solved analytically, three computer programs have been written and Runge-Kutta-Gill method have been used to integrate these equations.

For the different values of several parameters of the slider-crank mechanism such as operation speed, slider mass and eccentricity, change of the transversal displacements and bending stresses at the midpoint of the connecting rod has been studied. Finally, the results obtained have been shown graphically and have been discussed in detail.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ŞEKİL LİSTESİ	V
SEMBOLLER	VI
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	5
3. KİNETO-ELASTODİNAMİK ANALİZ İÇİN HAREKET DENKLEMLERİNİN ELDE EDİLMESİ	
3.1. Problemin Tanımlanması	9
3.2. Genel Olarak Hareket Denklemlerinin Çıkarılması	10
3.3. Krank-Biyel Mekanizmasına Ait Hareket Denklemlerinin Çıkarılmasında Yapılan Kabuller	11
3.4. Krankın Hareket Denklemi	13
3.4.1. Krank Üzerindeki Herhangi Bir Noktanın Mutlak İvmesi	14
3.5. Biyelin Hareket Denklemi	19
3.5.1. Biyelin Herhangi Bir Noktasının Mutlak İvmesi	21
3.5.2. Q_{1L} 'nin Hesabı	22
3.5.3. P_{20} ve Q_{20} 'ın Hesabı	23
3.5.4. Piston Atalet Kuvvetinin Hesabı	26
3.6. İndirgenmiş Parametre Metodu İle Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi	27
3.6.1. Mafsal Kuvvetlerinin Tayini	30
3.6.2. Hareket Denklemlerinin Lineerleştirilmesi	31
3.6.3. Tesir Katsayılarının Bulunması	31
3.6.4. Hareket Denklemlerinin Matris Formunda Yazılması	32
3.7. Hareket Denklemlerinin Çözümü	33
3.7.1. Hareket Denklemlerinin Merkezi Sonlu Farklarla Çözümü	34

3.7.2. Harekete Ait Diferansiyel Denklem Takımının Runge-Kutta Metodu İle İteratif Çözümü	37
3.7.3. Galerkin Metodu İle Çözüm	39
4. SONUÇLAR ve DEĞERLENDİRME	44
4.1. Devir Sayısının Tesiri	45
4.2. Piston Kütlesinin (m_p/m_b oranının) Tesiri	46
4.3. Eksantrisine Oranı λ' nın Tesiri	47
ÖZET	52
KAYNAKLAR	53
TEŞEKKÜR	56
ÖZGEÇMİŞ	57
EKLER	58
EK.1. Tesir Katsayıları	58
EK.2. ζ sec β 'nın Tesir Katsayıları Cinsinden İfade Edilmesi	60
EK.3. Bilgisayar Programı	61

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 3.1. : Krank-Biyel Mekanizması	12
Şekil 3.2. : Krank-Biyel Mekanizmasında Uzuvarın Eğilme Durumları	13
Şekil 3.3. : Krankın Serbest Cisim Diyagramı	14
Şekil 3.4. : Krank Üzerindeki Bir P_1 Noktasının İvme Durumu	16
Şekil 3.5. : Herhangi Sonlu Bir Krank Parçasının Moment Dengesi	16
Şekil 3.6. : Herhangi Sonlu Bir Biyel Parçasının Moment Dengesi	20
Şekil 3.7. : Biyel Üzerindeki Bir P_2 Noktasının İvme Durumu	22
Şekil 3.8. : A Noktasına Etki Eden Kuvvetler	23
Şekil 3.9. : Biyel ve Pistona Ait Serbest Cisim Diyagramları	24
Şekil 3.10. : Bir Ucu Ankastre Kiriş İçin İndirgenmiş Kütle Modeli	27
Şekil 3.11. : Basit Mesnetli Kiriş İçin İndirgenmiş Kütle Modeli	28
Şekil 4.1. : Farklı Devir Sayıları İçin Biyel Orta Noktasının Sehimleri	45
Şekil 4.2. : Farklı Devir Sayıları İçin Biyel Orta Noktasının Gerilmeleri	45
Şekil 4.3. : Biyeldeki Maksimum Sehimin Devir Sayısına Göre Değişimi	46
Şekil 4.4. : Farklı Δ Değerleri İçin Biyel Orta Noktasının Sehimlerindeki Değişim	47
Şekil 4.5. : Biyel Orta Nokta Sehimlerinin λ' ya Göre Değişimi	48
Şekil 4.6. : Biyel Orta Nokta Gerilmelerinin λ' ya Göre Değişimi	48
Şekil 4.7. : Biyeldeki Maksimum Sehimin λ' ya Göre Değişimi	49
Şekil 4.8. : Krank Uç Noktası İçin Deplasman Eğrisi	50

SEMBOLLER

L_1	: Krank yarıçapı	[m]
L_2	: Biyel boyu	[m]
θ	: Krankın dönme açısı	[rad]
β	: Biyelin dönme açısı	[rad]
ω	: Krankın açısal hızı	[rad/sn]
M_0	: Kranka uygulanan tahrik momenti	[Nm]
m_p	: Piston kütlesi	[kg]
x_p	: Pistonun yerdeğiştirme miktarı	[m]
v_1, v_2	: Krank ve biyelin herhangi bir noktasının enine yerdeğiştirme miktarı	[m]
Q_{10}, Q_{20}	: Krank ve biyelin ($x=0$) uçlarına tesir eden kuvvetin aksenal bileşeni	[N]
Q_{1L}, Q_{2L}	: Krank ve biyelin ($x=L$) uçlarına tesir eden kuvvetin aksenal bileşeni	[N]
P_{10}, P_{20}	: Krank ve biyelin ($x=0$) uçlarına tesir eden kuvvetin aksenal yöne dik bileşeni	[N]
P_{1L}, P_{2L}	: Krank ve biyelin ($x=L$) uçlarına tesir eden kuvvetin aksenal yöne dik bileşeni	[N]
ρ_1, ρ_2	: Krank ve biyel malzemesinin yoğunluğu	[kg/m ³]
A_1, A_2	: Krank ve biyelin kesit alanı	[m ²]
a_{x_1}, a_{x_2}	: Krank ve biyel üzerindeki herhangi bir noktanın mutlak ivmesinin x yönündeki bileşeni	[m/s ²]
a_{y_1}, a_{y_2}	: Krank ve biyel üzerindeki herhangi bir noktanın mutlak ivmesinin y yönündeki bileşeni	[m/s ²]
Dx_1, Dx_2	: Krank ve biyel üzerindeki herhangi bir noktaya etki eden atalet kuvvetinin x bileşeni	[N]

Dy_1, Dy_2	: Krank ve biyel üzerindeki herhangi bir noktaya etki eden atalet kuvvetinin y bileşeni	[N]
a_m	: Mutlak ivme	[m/s ²]
a_b	: Bağıl ivme	[m/s ²]
a_s	: Sürüklenme ivmesi	[m/s ²]
a_c	: Coriolis ivmesi	[m/s ²]
M_1, M_2	: Krank ve biyelin herhangi bir kesitindeki eğilme momenti	[Nm]
N_1, N_2	: Krank ve biyelin herhangi bir kesitindeki normal kuvvet	[N]
E	: Elastisite modülü	[N/m ²]
I	: Alan atalet momenti	[m ⁴]
D_p	: Piston atalet kuvveti	[N]
a_p	: Piston ivmesi	[m/s ²]
P_t	: Pistona etki eden gaz kuvveti	[N]
N	: Pistona etki eden normal kuvvet	[N]
g, h	: Tesir katsayıları	[-]

1. GİRİŞ

Teknolojik ilerlemelere paralel bir şekilde yüksek hızlar ve büyük yükler altında çalışan mekanizma veya makinaların tasarımına olan talep giderek artmaktadır. Bilhassa günümüzde hafiflik ve yüksek hız hem fonksiyon bakımından hem de ekonomik açıdan sistemlerde aranan en önemli özellik olmuştur. Hafiflik, sistemin daha küçük kesitli olması, dolayısıyla elastik, yani kuvvet ve moment etkisinde daha fazla deforme olarak harekete cevap vermesi, diğer bir ifadeyle titreşen sistem demektir. Bu durumda mekanizma uzuvlarının elastikiyetini gözönüne almadan yapılan hesaplara dayanan tasarımların iyi netice vermediği, titreşim ve tahribata yol açtığı pratikten bilinmektedir. Özellikle mekanizma yüksek hızlarda çalıştırılırsa, rijit uzuv kabulündeki tahminlerin işe yaramadığı görülecektir. Dolayısıyla ilk başta söylenen şartlarda çalışacak bir mekanizmanın tasarımında biraz sonra tanımlanacak olan kineto-elastodinamik yöntemin kullanılması yararlı ve hatta zorunludur. Tersine, mevcut böyle bir mekanizmada çalışma esnasında bazı istenmeyen durumlar meydana geliyorsa bu mekanizmada da kineto-elastodinamik analiz yapmak, karşılaşılan teknik güçlüklerin giderilmesinde önemli yararlar sağlayacaktır.

Bir mekanizmanın performansının yüksek olması için, dinamik yük koşullarında mekanizmanın elemanları üzerindeki elastik deformasyonun da hesaba katılması gerekir. Bu amaçla, yakın geçmişte ve günümüzde yapılmış olan ve mekanizma uzuvlarının elastik deformasyonunu konu alan çeşitli çalışmalar mevcuttur.

Çözümü aranan problemin şekline göre bir mekanizma üzerinde değişik incelemeler yapmak mümkündür. Erdman, Sandor ve Oakberg (1972), yaptıkları ortak bir çalışmada bu konuyla ilgili yapılan incelemeleri çeşitli şekillerde gruplandırmışlar ve bazı tanımlamalarda bulunmuşlardır. Bu tanımlamaların, gerek mekanizma analizi ve sentezi terminolojisi hakkında bilgi vermesi gerekse bizim yaptığımız çalışmanın genel hatlarının daha iyi kavranması açısından faydalı olacağı düşünülerek burada da

nakledilmesi uygun görülmüş ve bunlar aşağıda sunulmuştur:

Kinematik Analiz: Bir mekanizmanın bütün uzuvlarını rijit kabul ederek bu mekanizmada yerdeğiştirme, hız, ivme ve benzeri büyüklüklerin incelenmesidir. Referans değişken, konum parametresidir.

Dinamik Analiz: Rijit uzuvlardan yapılmış bir mekanizmada, mekanizmanın atalet kuvvetlerinin hesabı da dahil olmak üzere yerdeğiştirme, hız, ivme ve benzeri büyüklüklerin tayinidir. Referans değişken zamandır.

Elastik Analiz: Sistem elastikiyetleri ve katılıklarını belirlemek için statik yüklemeye elastik sistemde oluşan gerilme ve sehimlerin incelenmesidir.

Elastodinamik Analiz: Hareket eden elastik bir mekanizmada yerdeğiştirmeler, hızlar, ivmeler, gerilmeler, uzamalar ve benzerlerinin incelenmesidir. Atalet kuvvetleri tüm uzuvlar rijit kabul edilerek hesaplanır.

Kineto-Elastodinamik Analiz: Hareket eden bir elastik mekanizmada yerdeğiştirmeler, hızlar, ivmeler, gerilmeler, uzamalar ve benzerlerinin incelenmesi olup elastik şekil değiştirmenin atalet kuvvetlerine etkisi analize dahil edilmiştir.

Kinematik Sentez: Bütün uzuvlarını rijit ve kütsesiz kabul ederek önceden verilmiş çeşitli konum, hız, ivme ve benzeri kombinasyonları sağlayan mekanizmanın tasarlanmasıdır. Referans değişken, konum parametresidir.

Dinamik Sentez: Uzuvlarının rijit ve konsantre ya da yayılı kütleyle haiz olduğunu varsayarak, önceden verilmiş çeşitli konum, hız, ivme ve benzeri kombinasyonları sağlayan mekanizmanın tasarımıdır. Referans değişken zamandır.

Dinamik Dengeleme: Aynen dinamik sentez gibidir. Ancak mekanizmada husule

gelen ve yataklara iletilen sarsma kuvvetleri ve/veya momentlerinin en aza indirilmesini de ihtiva eder.

Kineto-Elastostatik Sentez: Önceden verilmiş çeşitli konumlar, hızlar, ivmeler, kuvvet ve moment nakilleri ve benzeri kombinasyonları sağlayan bir mekanizmanın tasarımıdır. Mekanizma uzuvlarının elastik olduğu kabul edilir. Referans değişken, konum parametresidir.

Kineto-Elastodinamik Sentez: Önceden belirlenmiş çalışma hızlarında çeşitli konum, hız, ivme, kuvvet ve moment iletimi, gerilme, uzama ve benzeri kombinasyonlarını sağlayan bir mekanizmanın tasarımıdır. Mekanizma uzuvlarının elastik olduğu kabul edilir, aynı zamanda konsantre veya yayılı kütlelere sahiptirler.

Kineto-Elastodinamik: Dış yükler veya iç kütle kuvvetlerinden dolayı deforme olabilen elemanlardan meydana gelen bir mekanizmanın hareketlerinin incelenmesidir.

Bu çalışmada örnek bir mekanizma ele alınarak kineto-elastodinamik analizi yapılmıştır. Bir mekanizmanın kineto-elastodinamik analizi deyince, mekanizma uzuvlarının elastik deformasyonlarının atalet kuvvetlerine etkisini de gözönüne alarak, hareket eden bu elastik mekanizmada yerdeğiştirmeler, hızlar, ivmeler, gerilme ve uzamalar ve benzeri büyüklüklerin incelenmesi anlaşılır.

Çalışmanın amacı, özel bir mekanizma örneği ele alınmakla beraber mevcut bir düzlemsel mekanizmada kineto-elastodinamik analizin tatbikatını göstermek ve tasarımdaki bazı parametrelerin çalışma şekline tesirini belirlemektir.

Çalışmada düzlemsel mekanizmaların en sık rastlanan türlerinden biri olan krank-biyel mekanizması ele alınmıştır. Mekanizmanın hareket denklemleri elde edilmiş ve daha sonra bu denklemlerin ayrıklaştırma yöntemiyle çözümü verilmiştir. İkinci olarak aynı denklemlerin kabul edilmiş modlar (Galerkin-Ritz) yöntemiyle çözümü araştırılmıştır.

İkinci yöntemde hareket denklemlerinin çözümleri değişken katsayılı adi diferansiyel denklemler takımının çözümlerine indirildiğinden, hareketin stabilitesi hakkında değerlendirmeler yapmak da mümkündür.



2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Bu konudaki çalışmaların başlangıcı 1930'lu yıllara kadar uzanmaktadır. Yüksek hızlı mekanizmaların kineto-elastodinamik analizi ile ilgili o yıllardan günümüze pek çok çalışma yapılmış olup bunlardan bazıları aşağıda verilmiştir:

LOWEN ve JANDRASITS (1972), yayılı kütle ve elastikiyete haiz uzuvlardan oluşan mekanizmaların dinamik davranışına ilişkin çalışmaların bir taramasını, kısa açıklamalarla vermektedirler. Yazarlar, burada çalışmaları, uzuvlarda sadece enine dinamik tesirleri gözününe alanlar ve hem enine hem boyuna dinamik tesirleri gözününe alanlar şeklinde sınıflandırmaktadırlar.

LOWEN ve CHASSAPIS (1986), yine benzer bir tarama yapmışlar, bunlar ise yapılan çalışmaları kullanılan yöntemlere göre gruplandırmışlardır. Buna göre; **1-** Analitik yöntemler, **2-** Sonlu eleman yöntemleri, **3-** Optimizasyon şemaları, **4-** Deneysel yöntemler kullanan çalışmalar söz konusudur. Herbir grup da kendi içinde titreşim analizi, sanki-statik (dinamik) analiz ve stabilite analizi bölümlerine ayrılarak kısa açıklamalar yapılmaktadır.

NEUBAUER, COHEN ve HALL (1966), bir krank-biyel mekanizmasında biyelin eğilme titreşimlerini incelemişlerdir. Neticede hareket denklemlerinde rol oynayan birisi hızla, diğeri mekanizmanın fiziği (kütlesi ve boyutları) ile ilgili iki parametre ihtiva edecek tarzda hareket denklemlerini çıkarmışlardır. Bu iki parametreye müdahale edilerek biyelin titreşim davranışının kontrol edilebileceğini belirtmektedirler.

ERDMAN, SANDOR ve OAKBERG (1972), sırasıyla kinematik, dinamik, elastik, elastodinamik ve kineto-elastodinamik analiz ve sentezi tanımlamakta ve bir mekanizmanın çeşitli mesnet şartlarına sahip yapı elemanlarından oluştuğunu göz önüne alarak bu elemanlar için kuvvet, yerdeğiştirme bağıntılarını kurmaktadır. Her

bir eleman tipi için elastik serbestlik dereceleri tanımlanmıştır. Ayrıca kineto-elastodinamik uzama-dönme operatörü tanımlanıp bunun yardımıyla bir üç çubuk mekanizmasında kineto-elastodinamik sentezin nasıl yapılacağı bir örnekle açıklanmaktadır.

CHU ve PAN (1975), yüksek hızda çalışan bir krank-biyel mekanizmasında biyelin enine ve boyuna hareket denklemlerini çıkarmışlar, sadece birinci mod fonksiyonunu kullanarak Kantorovich metoduyla birbirine bağlı iki adet değişken katsayılı diferansiyel denklem elde etmişler ve bunları parça parça polinomlar kullanarak çözmüşlerdir. Ayrıca enine ve boyuna birinci titreşim frekansları, çubuk uzunlukları oranı, krank hızı ve viskoz sönümün hareket üzerine tesiri incelenmiştir.

SADLER (1975), bütün uzuvları elastik bir üç çubuk mekanizmasını ele almakta ve yayılı kütle yerine nokta kütlelerden oluşan bir sistem elde etmektedir. Bu suretle ortaya çıkan diskret parçacıkların hareket denklemlerini dördüncü mertebeden Runge-Kutta yöntemiyle çözmektedir. Sonuçların, diğer bazı yazarlarca yapılan deneylerden elde ettikleri sonuçlarıyla uyumlu olduğu görülmektedir.

GOLEBIEWSKI ve SADLER (1976), elastik biyelli bir krank-biyel mekanizmasını analitik ve deneysel incelemişlerdir. Analitik yöntem, SADLER (1975)'in de verdiği yöntem olup, mekanizmanın elastik davranışına krank hızı, krank boyu, eksantriklik gibi parametrelerin tesiri araştırılmış ve analitik sonuçlarla deneysel sonuçlar arasında oldukça iyi bir uyum gözlenmiştir.

TADJBAKSH (1982), elastik uzuvlu düzlemsel mekanizmalarda bazı kinematik ve kinetik bağıntılar çıkarmaktadır. Burada kesit dönme açısı, normal kuvvet ve kesitin ötelenme miktarlarına perturbasyon serileriyle yaklaşılmaktadır. Daha sonra bu sonuçlar bir krank biyel mekanizmasına uygulanarak hareketin stabilitesini incelemektedir. Rejim halindeki harekette birinci modun katkısı yanında diğerlerinin %1 den az tesiri olduğu belirtilmektedir.

KOHLI, HUNTER ve SANDOR (1977), mesnetleri, tahrik mili ve uzuvları elastik olan bir krank-biyel mekanizmasının titreşim analizini yapmaktadırlar. Mesnetin elastikiyetinden kaynaklanan rijit deplasmanlar kesik Taylor serisiyle hesaplanmış, atalet kuvvetlerinin neden olduğu uzuv deformasyonları ise sonlu sayıda terimi olan Fourier serileriyle ifade edilmiştir.

ZHU ve CHEN (1983), yine bir krank-biyel mekanizmasının elastik biyelinin kararlılığını incelemektedirler. Analizde perturbasyon yöntemi kullanılmış ve perturbasyon parametresi olarak krank boyu/biyel boyu oranı alınmıştır.

CONSTANTINOU ve TADJBAKHSH (1982), bir üç çubuk mekanizmasında elastik biyelin dinamik stabilitesini incelemektedirler. Burada birinci mod haricindeki modların harekete tesirinin çok zayıf olduğu belirtilmekte ve mekanizmanın instabilite bölgeleri verilmektedir.

BADLANI ve MIDHA (1983), malzeme iç sönümünün bir krank-biyel mekanizmasının dinamik davranışına etkisini deneysel ve analitik olarak incelemektedirler. Biyelin tam ve yarı-peryodik çözümlerinin varlığı ile buna bağlı olarak hareketin stabilitesi araştırılmaktadır. Viskoelastikliğin biyelin eğilme stabilitesi için yararlı bir tesiri olduğu, ayrıca malzeme sönümü arttıkça biyelde kararsızlık doğurmak için gerekli piston kuvvetinin de fazlaştığı ifade edilmektedir.

BADLANI ve KLEINHENZ (1979), biyeli elastik bir krank-biyel mekanizmasının stabilitesini Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorilerini kullanarak incelemişlerdir. Kesit dönme ataleti ve kesme kuvvetinin yeni kararsızlık bölgelerine yol açtığı sonucunu elde etmektedirler.

SANDOR ve ZHUANG (1986), mekanizma uzuvlarının indirgenmiş kütle modelinden elde edilen nonlineer hareket denklemleri, kinematik tesir katsayıları kullanılarak lineerleştirilmiş ve çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar daha önce yapılmış deneysel

çalışmalar ve analitik çözümlerle uygunluk göstermişlerdir. Sonuçta lineerleştirmeden kaynaklanan hatanın çok küçük, dönme atalet momentinin mekanizmanın elastik tepkisine etkisinin önemli olduğu görülmüştür.

SADLER ve SANDOR (1973), düzlemde eğilmeye maruz bırakılmış basit mesnetli giriş olarak ele alınabilecek uzuvlar içeren hareketli mekanizmalar için indirgenmiş parametre kullanarak kineto-elastodinamik analiz için bir model geliştirmişlerdir. Yaptıkları çalışmada, non-lineer bir sisteme sonlu farklar yaklaşımı uygulayarak, hareketin adi diferansiyel denklemlerini ve bu denklemlerin nümerik çözümlerini spesifik örnekler için göstermişlerdir. Üniform kesitli uzuvlara olduğu gibi değişken kesitli uzuvlar da elastik titreşim ve gerilme için analiz edilmişlerdir. Genel optimizasyon prosedürü, toplam kütlede arttırma yapmaksızın, nonüniform kesitlerde üniform hale göre belirgin bir gerilme düşüşü sağlanabileceğini göstermiştir.

ALLİ (1992), elastik uzuvlu bir mekanizmanın dinamik analizi adı altında, üç çubuk mekanizmasının elastik kabul edilen biyelinin titreşim cevabı ve stabilite analizi problemini ele almıştır.

3. KİNETO-ELASTODİNAMİK ANALİZ İÇİN HAREKET DENKLEMLERİNİN ELDE EDİLMESİ

3.1. Problemin Tanımlanması:

Bu çalışmada uzuvların esnekliğinin ihmal edilmemesi halinde bir krank-biyel mekanizmasında hareketin ne şekilde cereyan edeceği incelenmektedir. Bu inceleme sırasında giriş bölümünde bahsedildiği üzere sanki statik değil, aksine kineto-elastodinamik analiz yöntemi kullanılmıştır.

Fiziki problemlerin incelenmesinde alışlageldiği gibi, burada da önceden kazanılmış teorik ve pratik tecrübelerin ışığı altında belirli kabuller yapılarak, mekanik sistemin modeli çıkartılacak ve daha sonra bu modelden yararlanılarak hareketin etüdü için lazım olan bazı bağıntı ve diferansiyel denklemler elde edilecektir.

Kaynak araştırması bölümünden de anlaşılacağı gibi mekanizmaların kineto-elastodinamik analizine ait çalışmalar 1970'li yıllarda birden ön plana çıkmaktadır. Bunun iki önemli sebebi olduğuna inanıyoruz: Birincisi, gerçekten makina işletme devir sayılarında ortaya çıkan bariz artış (bu hem ihtiyacın hem de yeni malzeme türlerinin bulunmasının sonucudur), ikincisi ise bilgisayarların çalışma hızları ve yeteneklerindeki artıştır. 1980'li yıllarda bu konuda ortaya konan çalışmalar ekseriya önceki çalışmalarda elde edilen sonuçların, yeni nümerik algoritmalarla bulunmasına yönelik olup mukayese suretiyle çözülmeye çalışılan denklemlerde bazı basitleştirmelerin ne dereceye kadar yapılacağını tayine yöneliktir.

Bu konudaki çalışmaların çoğunluğunda mekanizma uzuvlarının genelde non-lineer olan hareket denklemleri çıkartılmakta ve bu denklemler ya herhangi bir analitik yöntemle yaklaşık veya nümerik çözülmekte yada non-lineer denklemlerde makul sadeleştirmeler yapılarak denklemler irtibatsız (uncoupled) ve lineer hale getirilip, sonlu fark tekniğiyle iteratif olarak çözülmektedir. Bu çalışmada ise denklemlerin çözümünde

izlenen yol, öncelikle bunların irtibatsız ve lineer hale getirilmesi daha sonra iteratif olarak diferansiyel denklemlerin nümerik çözümünde kullanılan herhangi bir metodla (dördüncü mertebeden Runge-Kutta metodu gibi) çözülmesi şeklinde özetlenebilir.

3.2. Genel Olarak Hareket Denklemlerinin Çıkartılması

Bu konuda yapılmış olan çalışmalar incelendiğinde, hareket denklemlerinin çıkarılmasında genelde iki yol izlendiği görülmektedir. Bunlardan biri, genelleştirilmiş Hamilton prensibinden yararlanarak sistemi oluşturan uzuvlara ait Euler-Lagrange denklemlerini elde etmektir. Bu yöntemin kullanılması halinde yapılacak ilk iş sistemin toplam kinetik enerjisi, toplam potansiyel enerjisi ile konservatif olmayan kuvvetlerin işleri ve dissipasyon enerjisinin bağımlı değişkenler cinsinden ifade edilmesidir. Çok uzuvlu mekanizmalarda bu yöntemi izlemek her zaman tercih edilir. Bu yöntemde ikinci kademeyi Hamilton entegraline varyasyon hesabının bilinen kurallarını uygulayarak bu entegrali ekstrem kılan bağımlı değişkenlerin sağlaması gereken Euler-Lagrange diferansiyel denklemlerinin elde edilmesi oluşturmaktadır.

Hareket denklemlerinin elde edilmesinde ikinci yöntem ise momentumun değişimi prensibini veya çok bilinen adıyla Newton'un II. Kanununu kullanmaktır. Burada da iki ayrı yol izlenebilir: Ya hareket denklemi çıkartılacak olan uzuvdan bir diferansiyel eleman alınır ve bunun dinamik dengesi yazılır ve limite geçilerek diferansiyel denklem elde olunur ya da uzuvdan sonlu bir parça alınır ve denge şartları yazılır, bu durumda genellikle bir entegro-diferansiyel denklem elde edilir.

Bu çalışmada hareket denkleminin çıkartılmasında Newton'un II. Kanunundan yararlanılacaktır. Sonlu bir uzuv parçasına ait moment dengesi ifade edilecek, bulunan entegro-diferansiyel denklemden, entegrandında parametre içeren entegrallerin parametreye göre türevine ait kural kullanılarak hareketin diferansiyel denklemine geçilecektir.

3.3. Krank-Biyel Mekanizmasına Ait Hareket Denklemlerinin Çıkartılmasında Yapılan Kabuller

Burada, incelenecek mekanizmanın uzuvlarına ait hareket denklemlerinin çıkartılmasında yapılan kabuller maddeler halinde sıralanacaktır:

a) Tahrik kranktan sağlanmaktadır ve krankın devir sayısı sabittir. (Bu kabulün geçerliliği aslında incelenmeye değerdir. Eğer tahrik bir asenkron motorla yapılıyorsa makinanın moment alanı otonom olur, dolayısıyla devir sayısında az da olsa dalgalanmalar ortaya çıkar. Ancak tahrik milinde yeterince volan tesiri mevcutsa bu kabul makul hale gelir.)

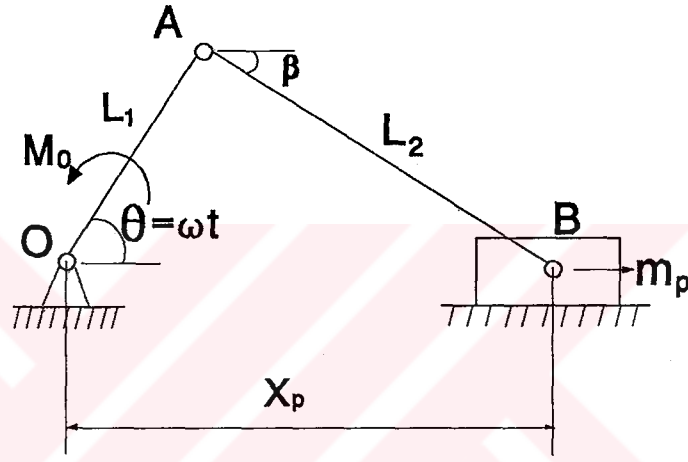
b) Uzuvların boylamasına hareketi ihmal edilecek mertebededir (uzuvları aksenal zorlayan kuvvetin frekansı boyuna titreşime ait en düşük tabii frekansın çok çok altında kaldığı sürece bu kabul yapılabilir).

c) Uzuvların deformasyonu o şekilde cereyan etmektedir ki elemanter mukavemetten bilinen eğrilik-moment arasındaki ilişki lineer kabul edilebilir. (Bu kabul ise elastik eğri eğimlerinin her an 1'den çok çok küçük olduğuna tekabül eder. Dolayısıyla bu kabul hesaplar esnasında ve/veya tecrübi olarak sınanmalıdır. Ancak burada alınan mekanizma boyutları ve malzemesi, Golebiewski ve Sadler (1976) ile aynı olduğundan, orada yapılan kabulün aktarılmasında bir sakınca görülmemiştir. Zira, o çalışmada deney sonuçlarının bu kabul ile çıkarılan denklemden bulunan nümerik sonuçlarla uyum halinde olduğu görülmektedir.)

d) Uzun noktalarının sehim, hız ve ivmelerinin birbirleriyle çarpımları ve birden büyük kuvvetleri ihmal edilmiştir. (Bu kabulün de sınanması gerekir. Ancak burada Sandor, Zhuang (1986)' da nakledilen sonuçlara dayanarak belirli bir hata sınırı içinde bu kabulün yapılabileceğini belirtelim.)

e) Kesitlerin dönme tesiri (rotatory inertia) ve piston sürtünmesi gözönüne alınmamıştır.

Hareket denklemlerini elde edeceğimiz krank-biyel mekanizmasının temel büyüklükleri Şekil 3.1.'de gösterilmiştir.

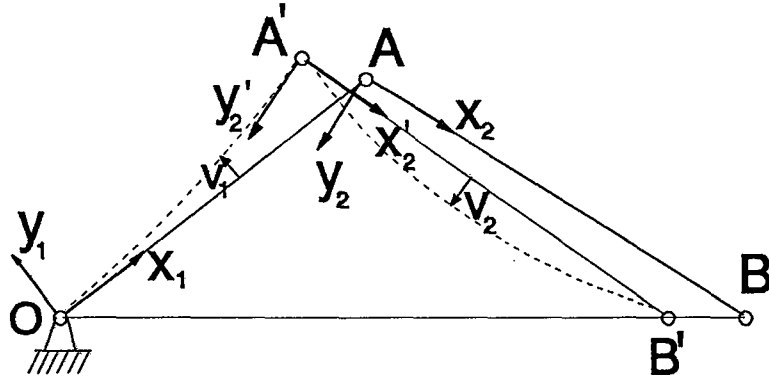


Şekil 3.1. Krank-Biyel Mekanizması

Mekanizmada; L_1 krank yarıçapını, L_2 biyel boyunu, θ krank dönme açısını, β biyel dönme açısını, ω krankın açısal hızını, M_0 kranka uygulanan tahrik momentini ve m_p piston kütlesini göstermektedir.

Bu çalışmada, basitlik maksadıyla hareket denklemleri, rijit çubuklara bağlı koordinat takımlarından yararlanarak çıkarılacaktır. Buna göre, hareketli koordinat takımları ve uzuvların deforme olmuş halleri Şekil 3.2.'deki gibi tasvir edilebilir.

Krank, O noktasında ankastre, A'da basit mesnetlenmiş bir kiriş, biyel ise A ve B de basit mesnetlenmiş bir kiriş olarak gözönüne alınacaktır. O noktasında tahrik mili ve krank arasında kamalı bir bağlantı olduğu düşünülürse, bu noktada bir ankastre mesnet kabulünün uygunluğu anlaşılır.



Şekil 3.2. Krank-Biyel Mekanizmasında Uzuvarın Eğilme Durumları

Krankın elastik, biyelin rijit olması halinde mekanizmanın muhtemel bir konfigürasyonu $OA'B'$ şeklinde olacaktır. Buradan $\angle A'B'O = \beta'$ açısının her iki uzvun da rijit olduğu haldeki $\angle ABO = \beta$ açısından farklı olacağı aşikardır. Ancak krankın elastikliğinin biyel hareketini A noktası üzerinden etkilediği gözönüne alınırsa, çok küçük OA' sehimleri için rijit biyel halinde sistem geometrisine önemli bir etki yapmayacağı düşünülerek $\beta' \approx \beta$ alınabilir.

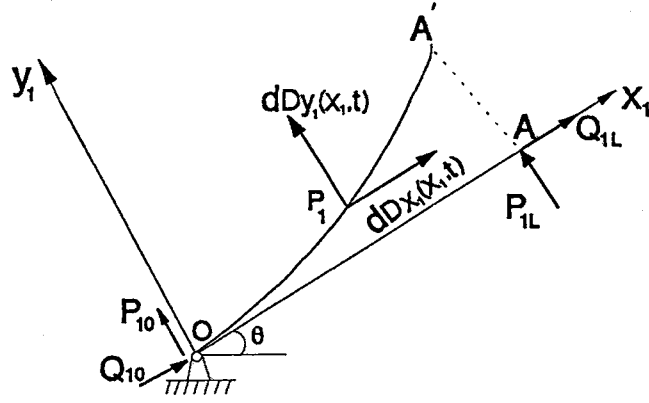
Şimdi, ele aldığımız mekanizmayı oluşturan uzuvlardan sırasıyla krank ve biyelin hareket denklemlerini elde edelim.

3.4. Krank'ın Hareket Denklemi

Mekanizmanın çalışması esnasında kranka etki eden kuvvetler ve bu kuvvetlerden dolayı krankın esneme durumu Şekil 3.3.'deki krankın serbest cisim diyagramında gösterilmiştir. Burada;

Q_{10}, P_{10} : Krankın O ($x_1=0$) ucuna etki eden kuvvetin sırasıyla, eksenel ve eksenel yöne dik bileşenlerini,

Q_{1L}, P_{1L} : Krankın A ($x_1=L_1$) ucuna etki eden kuvvetin sırasıyla, eksenel ve eksenel yöne dik bileşenlerini,



Şekil 3.3. Krankın Serbest Cisim Diyagramı

$dDx_1(x_1,t)$, $dDy_1(x_1,t)$: Herhangi bir anda, x_1 civarındaki bir ds_1 elemanına etkiyen yayılı atalet kuvvetinin x_1 ve y_1 yönündeki bileşenlerini göstermektedir.

D'Alembert Prensibine göre,

$$dDx_1(x_1,t) = -\rho_1 A_1 ds_1 \ddot{x}_1 \quad (341)$$

$$dDy_1(x_1,t) = -\rho_1 A_1 ds_1 \ddot{y}_1 \quad (342)$$

olup, \ddot{x}_1 ve \ddot{y}_1 uzuv üzerine yerleştirilmiş x_1, y_1 hareketli koordinat takımında herhangi bir t anında (x_1, y_1) noktasında bulunan bir çubuk elemanın ivmesinin o takımdaki bileşenleridir. Bu durumda, hareket denklemini çıkartmadan önce krank üzerindeki noktaların mutlak ivmesini belirlememiz gerekmektedir.

3.4.1. Krank Üzerindeki Herhangi Bir Noktanın Mutlak İvmesi

Genel olarak, birbirine göre hareketli $Oxyz$ ve $O_1x_1y_1z_1$ eksen takımlarını ele alalım ve bir p noktasının bu takımlara göre hareketini inceleyelim. Eksen takımlarından $Oxyz$ 'yi sabit olarak seçtiğimizi kabul edelim. Bu durumda p noktasının sabit eksen takımı $Oxyz$ 'ye göre hareketine mutlak hareket, p 'nin hareketli eksen takımı $O_1x_1y_1z_1$ 'e göre hareketine bağıl hareket, hareketli eksen takımının sabit eksen takımına göre

hareketine ise sürüklenme hareketi denir. Bu tanımlamalardan yola çıkarak p noktasının mutlak ivmesi için, bağıl ivme, sürüklenme ivmesi ve Coriolis ivmesinin toplamına eşittir diyebiliriz. Yani;

$$a_m = a_b + a_s + a_c \quad (3.4.3)$$

Bu tanıma göre, krank üzerindeki bir P_1 noktasını ele alırsak bu P_1 noktasının Ox_1y_1 hareketli eksen takımına göre ivme bileşenleri yani bağıl ivme bileşenleri;

$$a_{b_x}^{P_1} = 0 \quad , \quad a_{b_y}^{P_1} = \dot{v}_1 \quad (3.4.4)$$

dir. P_1 'in sürüklenme ivmesi bileşenleri;

$$\left. \begin{aligned} a_{s_x}^{P_1} &= a_x^O - \dot{\theta}^2 x_1 - \ddot{\theta} v_1 \\ a_{s_y}^{P_1} &= a_y^O + \ddot{\theta} x_1 - \dot{\theta}^2 v_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.5)$$

O noktası sabit olduğundan $a_x^O = a_y^O = 0$ ve

$$\left. \begin{aligned} a_{s_x}^{P_1} &= - \dot{\theta}^2 x_1 - \ddot{\theta} v_1 \\ a_{s_y}^{P_1} &= \ddot{\theta} x_1 - \dot{\theta}^2 v_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.6)$$

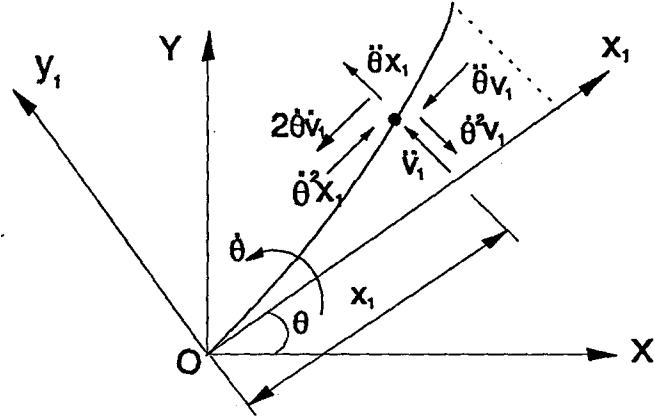
olur. P_1 noktasının Oxy sabit eksen takımına göre ivmesi,

$$a_m^{P_1} = a_b^{P_1} + a_s^{P_1} + a_c^{P_1} \quad (3.4.7)$$

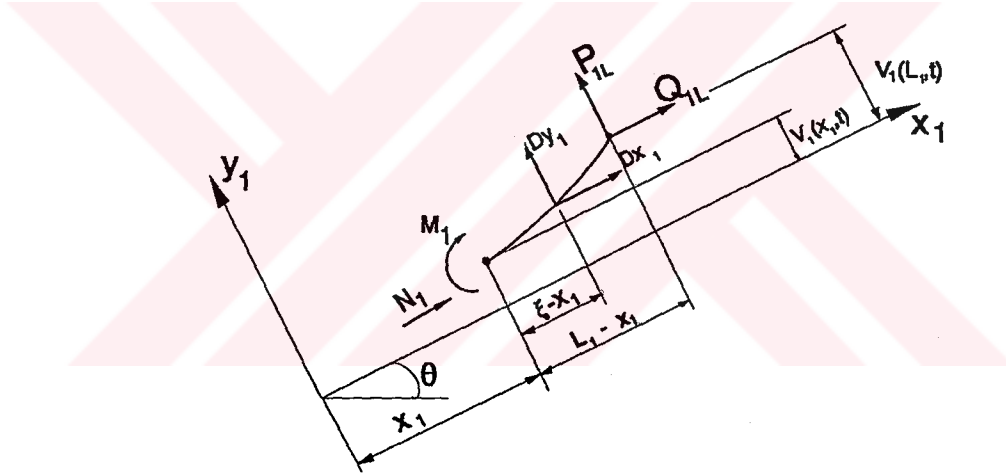
olacağından, P_1 noktasının mutlak ivme bileşenleri için,

$$\left. \begin{aligned} a_{m_x}^{P_1} &= - \dot{\theta}^2 x_1 - \ddot{\theta} v_1 - 2\dot{\theta} \dot{v}_1 \\ a_{m_y}^{P_1} &= \ddot{\theta} x_1 - \dot{\theta}^2 v_1 + \dot{v}_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.8)$$

yazılabilir. Burada, $a_c^{P_1} = 2\dot{\theta} \dot{v}_1$ 'dir. P_1 noktasının ivme durumu Şekil 3.4.'de gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Krank Üzerindeki Bir P_1 Noktasının İvme Durumu



Şekil 3.5. Herhangi Sonlu Bir Krank Parçasının Moment Dengesi

Krank üzerindeki herhangi bir noktanın ivme bileşenleri böylece belirlendikten sonra krank koluna ait hareket denklemini çıkartılabilir. Şimdi Şekil 3.5'i de gözönünde bulundurarak herhangi sonlu bir krank parçası için moment dengesini yazalım:

$$\begin{aligned}
 M_1(x_1, t) - P_{1L}(L_1 - x_1) + Q_{1L}[v_1(L_1, t) - v_1(x_1, t)] - \int_{x_1}^{L_1} (\xi - x_1) dDy_1 \\
 + \int_{x_1}^{L_1} [v_1(\xi, t) - v_1(x_1, t)] dDX_1 = 0
 \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{y_1}(\xi, t) &= \ddot{\theta}\xi - \dot{\theta}^2 v_1(\xi, t) + \ddot{v}_1(\xi, t) \\ a_{x_1}(\xi, t) &= -\dot{\theta}^2 \xi - \ddot{\theta} v_1(\xi, t) - 2\dot{\theta}\dot{v}_1(\xi, t) \end{aligned} \right\} \quad (3.4.10)$$

olmak üzere, atalet kuvvetlerini aşağıdaki şekilde ifade etmek mümkündür.

$$\left. \begin{aligned} dD_{y_1} &= -a_{y_1}(\xi, t) \rho_1 A_1 ds_1 \\ dD_{x_1} &= -a_{x_1}(\xi, t) \rho_1 A_1 ds_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.11)$$

Ancak, uzvun boyuna deformasyonları ihmal olduğundan,

$$ds_1 = \sqrt{1 + v_1'^2} dx_1 \approx dx_1 \quad (3.4.12)$$

ainabilir. Böylece yukarıdaki ifadelerde ds_1 yerine $d\xi$ yazılması gerekir.

$$\begin{aligned} M_1(x_1, t) - P_{1L}(L_1 - x_1) + Q_{1L}[v_1(L_1, t) - v_1(x_1, t)] + \int_{x_1}^{L_1} (\xi - x_1) [a_{y_1}(\xi, t) \rho_1 A_1 d\xi] \\ - \int_{x_1}^{L_1} [v_1(\xi, t) - v_1(x_1, t)] [a_{x_1}(\xi, t) \rho_1 A_1 d\xi] = 0 \end{aligned} \quad (3.4.13)$$

Elementer mukavemetten bilindiği gibi, Euler-Bernoulli kiriş teoremine göre v elastik eğriyi göstermek üzere,

$$M = EIv'' \quad (3.4.14)$$

bağıntısı vardır. ^{(1),(2)} Ayrıca, $\varphi = \int_{u_0(\alpha)}^{u_1(\alpha)} f(x, \alpha) dx$ gibi bir entegralin α

(1) Buradaki bağıntının lineerliğine dikkat edelim. $\frac{1}{\rho} = \frac{v''}{(1+v'^2)^{3/2}} \approx v''$ alınmıştır.

(2) Kısaltma maksadıyla x_1 'ye göre türevler üssülerle, zamana göre türevler ise noktalarla gösterilecektir.

parametresine göre türevinin

$$\frac{d\varphi}{d\alpha} = \int_{u_0(\alpha)}^{u_1(\alpha)} \frac{\partial f}{\partial \alpha}(x, \alpha) dx + f[u_1(\alpha), \alpha] \frac{du_1}{d\alpha} - f[u_0(\alpha), \alpha] \frac{du_0}{d\alpha} \quad (3.4.15)$$

olduğu analizden bilinmektedir. (3.4.14) bağıntısı (3.4.13)'de kullanılırsa;

$$(E I)_1 \frac{\partial^2 v_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} - P_{1L}(L_1 - x_1) + Q_{1L}[v_1(L_1, t) - v_1(x_1, t)] + \int_{x_1}^{L_1} (\xi - x_1) [a_{y_1}(\xi, t) \rho_1 A_1 d\xi] - \int_{x_1}^{L_1} [v_1(\xi, t) - v_1(x_1, t)] [a_{x_1}(\xi, t) \rho_1 A_1 d\xi] = 0 \quad (3.4.16)$$

denklemini elde edilir. (3.4.16) eşitliğini oluşturan bütün terimlerin (3.4.15) bağıntısı gözönüne alınarak x_1 'e göre iki kez türetilmesiyle,

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left[(E I)_1 \frac{\partial^2 v_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} \right] = (E I)_1 v_1'''' \quad (3.4.17)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} [P_{1L}(L_1 - x_1)] = 0 \quad (3.4.18)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} [v_1(L_1, t) Q_{1L} - v_1(x_1, t) Q_{1L}] = -Q_{1L} v_1'' \quad (3.4.19)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left[\int_{x_1}^{L_1} (\xi - x_1) [a_{y_1}(\xi, t) \rho_1 A_1 d\xi] \right] = -a_{y_1}(x_1, t) \rho_1 A_1 \quad (3.4.20)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left[\int_{x_1}^{L_1} [v_1(\xi, t) - v_1(x_1, t)] [a_{x_1}(\xi, t) \rho_1 A_1 d\xi] \right] = - \int_{x_1}^{L_1} a_{x_1}(\xi, t) \rho_1 A_1 v_1'' d\xi + a_{x_1}(x_1, t) \rho_1 A_1 v_1' \quad (3.4.21)$$

eşitlikleri elde edilir.

Türetme işlemlerinden sonra (3.4.16) denklemi aşağıdaki formu alır.

$$(EI)_1 v_1'''' + \left[\int_{x_1}^{L_1} a_{x_1}(\xi, t) \rho_1 A_1 d\xi - Q_{1L} \right] v_1'' - a_{x_1}(x_1, t) \rho_1 A_1 v_1' + a_{y_1}(x_1, t) \rho_1 A_1 = 0 \quad (3.4.22)$$

v_1'' li terimin katsayısını oluşturan köşeli parantez içindeki ifadenin basit bir fiziki anlamı vardır; bu x_1 kesitindeki normal kuvvete karşılık gelmektedir. Şekil 3.5.'den görüleceği gibi, sonlu uzuv parçasının x_1 yönündeki kuvvetler dengesi yazılırsa

$$N_1(x_1, t) + Q_{1L} = \int_{x_1}^{L_1} \rho_1 A_1 a_{x_1}(\xi, t) d\xi \quad (3.4.23)$$

olup, buradan $N_1(x_1, t)$ nin köşeli parantez içindeki ifadeye eşit olduğu anlaşılmaktadır. Buna göre, (3.4.22) denklemi kısaca

$$(EI)_1 v_1'''' + N_1(x_1, t) v_1'' - \rho_1 A_1 a_{x_1}(x_1, t) v_1' + \rho_1 A_1 a_{y_1}(x_1, t) = 0 \quad (3.4.24)$$

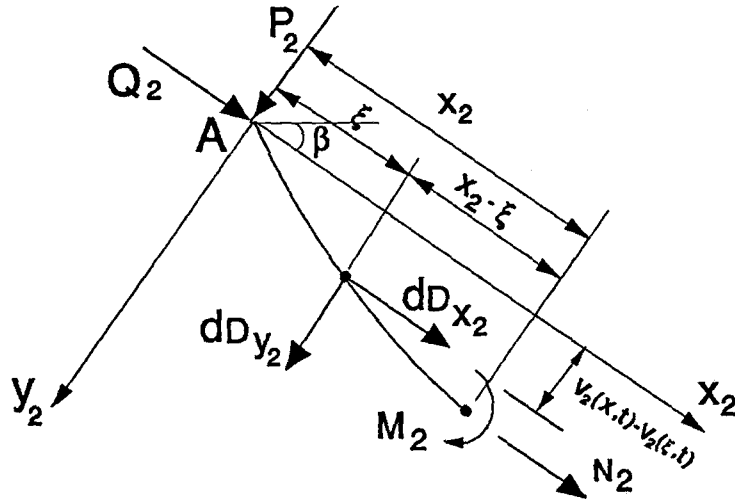
şeklinde yazılabilir.

Elde edilen (3.4.24) denklemi, krankın hareketini karakterize eden diferansiyel denklem, yani krankın hareket denklemdir.

3.5. Biyelin Hareket Denklemi

Krankınkine benzer şekilde, herhangi sonlu bir biyel parçasının moment dengesi Şekil 3.6.'da verilmiştir. Şekil 3.6. yardımıyla aşağıdaki ifadeyi yazmak mümkündür:

$$M_2(x_2, t) - P_{20} x_2 + Q_{20} v_2(x_2, t) - \int_0^{x_2} (x_2 - \xi) dDy_2 + \int_0^{x_2} [v_2(x_2, t) - v_2(\xi, t)] dDx_2 = 0 \quad (3.5.1)$$



Şekil 3.6. Sonlu Bir Biyel Parçasının Moment Dengesi

(3.5.1) denklemini (3.4.15) bağıntısı kullanılarak x_2 'ye göre iki kez türetilip (3.4.14) eşitliği de denkleme kullanılırsa,

$$(EI)_2 v_2'''' + \left[Q_{20} - \int_0^{x_2} a_{x_2}(\xi, t) \rho_2 A_2 d\xi \right] v_2'' - a_{x_2}(x_2, t) \rho_2 A_2 v_2' + a_{y_2}(x_2, t) \rho_2 A_2 = 0 \quad (3.5.2)$$

diferansiyel denklemini elde edilir ki bu denklem biyelin hareketini karakterize eder. Burada da v_2'' nin önündeki ifade x_2 kesitindeki normal kuvvettir. Ele alınan uzuv parçasının x_2 yönündeki kuvvetler dengesinden,

$$Q_{20} + N_2(x_2, t) = \int_0^{x_2} \rho_2 A_2 a_{x_2}(\xi, t) d\xi \quad (3.5.3)$$

olduğu açıktır. (3.5.3) yardımıyla (3.5.2) denklemini de daha kısa bir formda şöyle yazılabilir:

$$(EI)_2 v_2'''' - N_2(x_2, t) v_2'' - \rho_2 A_2 a_{x_2}(x_2, t) v_2' + \rho_2 A_2 a_{y_2}(x_2, t) = 0 \quad (3.5.4)$$

(3.4.24) denkleminde N_1 in işaretinin pozitif, (3.5.4) de ise N_2 nin işaretinin negatif

çıkması kesit kuvvetlerinin daima pozitif x_1 yönünde alınmasından kaynaklanmaktadır. Bu kurala uyulduğunda N_1 kesitteki bası kuvvetini, N_2 ise çeki kuvvetini temsil etmektedir. (3)

3.5.1. Biyelin Herhangi Bir Noktasının Mutlak İvmesi

Krank üzerindeki herhangi bir noktanın mutlak ivme bileşenleri (3.4.8) bağıntıları ile verilmişti. Buna göre, v_{1L} krank ucundaki eğilme miktarını göstermek üzere krankın uç noktasının (A noktası) ivme bileşenleri;

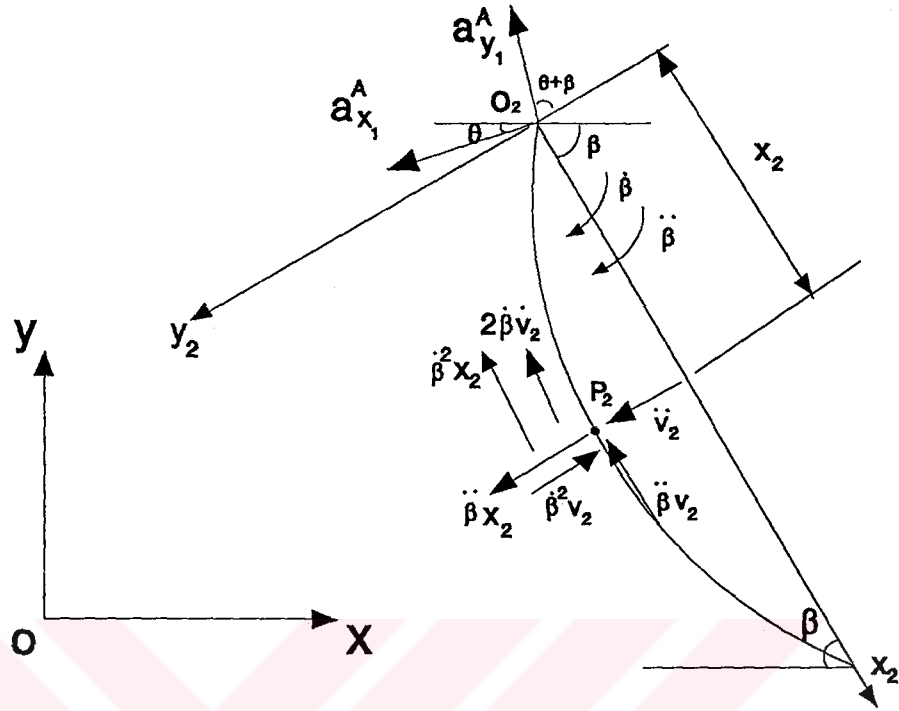
$$\left. \begin{aligned} a_{x_1}^A &= -\dot{\theta}^2 L_1 - \ddot{\theta} v_{1L} - 2\dot{\theta} \dot{v}_{1L} \\ a_{y_1}^A &= \ddot{\theta} L_1 - \dot{\theta}^2 v_{1L} + \ddot{v}_{1L} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.5)$$

dir. Bununla birlikte, biyel üzerindeki bir P_2 noktasının mutlak ivmesi ise, bağıl ivme, sürüklenme ivmesi ve Coriolis ivmesinin toplamına eşit olup sürüklenme ivmesi $O_2x_2y_2$ hareketli eksen takımının Oxy sabit eksen takımına göre hareketinden kaynaklanan ivmedir ve hareketli eksen takımının merkezi ile çakışık olan A noktasının ivmesine eşittir. Buna göre, P_2 noktasının ivme bileşenlerinin yön ve değerleri Şekil 3.7.'de gösterilmiştir.

Koordinat dönüşümleri de dikkate alınarak P_2 noktasının mutlak ivme bileşenleri aşağıdaki ifadelerle verilebilir:

$$\left. \begin{aligned} a_{x_2}^{P_2} &= a_{x_1}^A \cos(\theta + \beta) - a_{y_1}^A \sin(\theta + \beta) - \dot{\beta}^2 x_2 - 2\dot{\beta} \dot{v}_2 - \ddot{\beta} v_2 \\ a_{y_2}^{P_2} &= -a_{x_1}^A \sin(\theta + \beta) - a_{y_1}^A \cos(\theta + \beta) + \dot{\beta}^2 x_2 + \ddot{v}_2 - \dot{\beta}^2 v_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.5.6)$$

(3) Sabit bir N kuvvetinin tesirinde serbest titreşen kiriş denkleminin $EIV'''' \pm Nv'' + \ddot{v} = 0$ şeklinde olduğunu hatırlayalım. Burada +N bası kuvveti, -N ise çeki kuvveti olması haline karşılık gelir.



Şekil 3.7. Biyel Üzerindeki Bir P_2 Noktasının İvme Durumu

(3.5.5) deki bağıntılar (3.5.6) da yerleştirilirse;

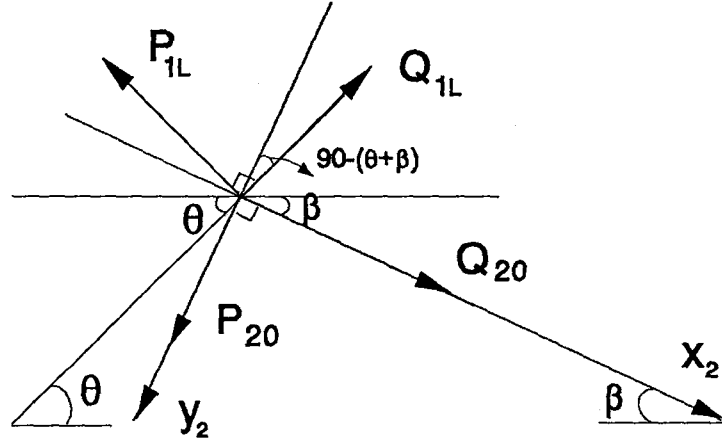
$$\left. \begin{aligned}
 a_{x_2}^{P_2} &= -(\ddot{\theta}^2 L_1 + 2\dot{\theta}\dot{v}_{1L} + \ddot{\theta}v_{1L})\cos(\theta + \beta) \\
 &\quad -(\ddot{\theta}L_1 + \ddot{v}_{1L} - \dot{\theta}^2 v_{1L})\sin(\theta + \beta) - \dot{\beta}^2 x_2 - 2\dot{\beta}\dot{v}_2 - \dot{\beta}v_2 \\
 a_{y_2}^{P_2} &= (\ddot{\theta}^2 L_1 + 2\dot{\theta}\dot{v}_{1L} + \ddot{\theta}v_{1L})\sin(\theta + \beta) \\
 &\quad -(\ddot{\theta}L_1 + \ddot{v}_{1L} - \dot{\theta}^2 v_{1L})\cos(\theta + \beta) + \dot{\beta}x_2 + \ddot{v}_2 - \dot{\beta}^2 v_2
 \end{aligned} \right\} \quad (3.5.7)$$

eşitlikleri elde edilir.

3.5.2. Q_{1L} 'nin Hesabı

Q_{20} ve P_{20} , sırasıyla biyelin A ($x_2=0$) ucundaki eksenel ve eksenel yöne dik kuvvetler olmak üzere A noktasına etki eden kuvvetler Şekil 3.8.'de gösterilmiştir.

A noktasının kuvvet dengesinden;



Şekil 3.8. A Noktasına Etki Eden Kuvvetler

$$\left. \begin{aligned} Q_{20} + Q_{1L} \sin [90 - (\theta + \beta)] - P_{1L} \cos [90 - (\theta + \beta)] &= 0 \\ P_{20} - Q_{1L} \cos [90 - (\theta + \beta)] - P_{1L} \sin [90 - (\theta + \beta)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.5.8)$$

yazılabilir. Buradan,

$$\left. \begin{aligned} Q_{20} + Q_{1L} \cos (\theta + \beta) - P_{1L} \sin (\theta + \beta) &= 0 \\ P_{20} - Q_{1L} \sin (\theta + \beta) - P_{1L} \cos (\theta + \beta) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.5.9)$$

ve

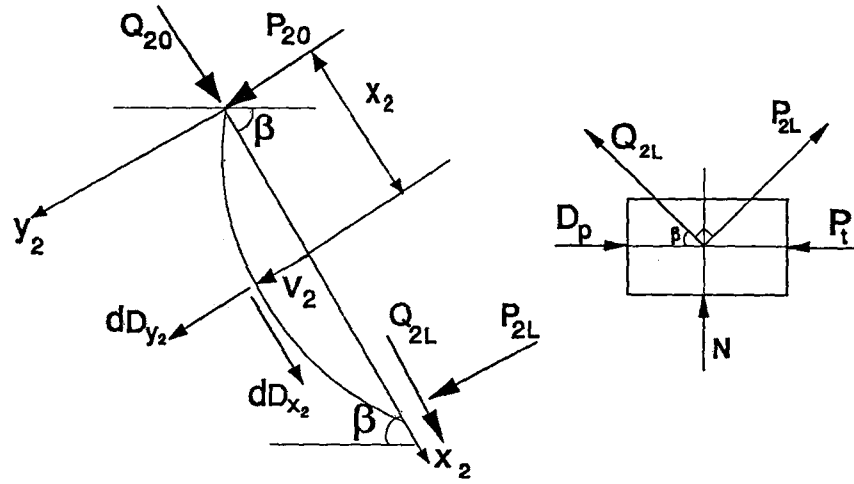
$$\left. \begin{aligned} Q_{1L} &= P_{20} \sin (\theta + \beta) - Q_{20} \cos (\theta + \beta) \\ P_{1L} &= P_{20} \cos (\theta + \beta) + Q_{20} \sin (\theta + \beta) \end{aligned} \right\} \quad (3.5.10)$$

elde edilir.

3.5.3. P_{20} ve Q_{20} 'ın Hesabı

Şekil 3.9.'da, biyele ve pistonu etki eden kuvvetler gösterilmiştir. Burada;

Q_{2L} , P_{2L} : Biyelin B ($x_2=L_2$) ucuna etkiyen aksenal ve aksenal yöne dik kuvvet bileşenlerini,



Şekil 3.9. Biyel ve Pistona Ait Serbest Cisim Diyagramları

dDx_2, dDy_2 : Biyelin herhangi bir noktasındaki atalet kuvvetinin x ve y bileşenlerini,

Dp : Piston atalet kuvvetini

N : Normal kuvveti

P_t : Pistona etkiyen gaz kuvvetini göstermektedir.

Biyelin dinamik dengesinden;

$$\left. \begin{aligned} P_{20} + P_{2L} + \int_0^{L_2} dD_{y_2} &= 0 \\ Q_{20} + Q_{2L} + \int_0^{L_2} dD_{x_2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.5.11)$$

$$P_{2L} L_2 + \int_0^{L_2} x_2 dD_{y_2} - \int_0^{L_2} v_2 dD_{x_2} = 0 \quad (3.5.12)$$

ve

$$\left. \begin{aligned} dD_{y_2} &= -\rho_2 A_2 a_{y_2}(x_2, t) dx_2 \\ dD_{x_2} &= -\rho_2 A_2 a_{x_2}(x_2, t) dx_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.5.13)$$

eşitlikleri yazılabilir. (3.5.12) ifadesinden P_{2L} için;

$$P_{2L} = -\int_0^{L_2} \frac{X_2}{L_2} dD_{y_2} + \int_0^{L_2} \frac{V_2}{L_2} dD_{x_2} \quad (3.5.14)$$

bağıntısı elde edilir.

Benzer şekilde, pistonu etki eden kuvvetleri gözönünde bulundurarak piston için de denge denklemlerini yazalım:

$$Q_{2L} + N \sin \beta + (P_t - D_p) \cos \beta = 0 \quad (3.5.15)$$

$$P_{2L} + N \cos \beta - (P_t - D_p) \sin \beta = 0 \quad (3.5.16)$$

(3.5.16) denkleminde;

$$N = \frac{1}{\cos \beta} [(P_t - D_p) \sin \beta - P_{2L}] \quad (3.5.17)$$

yazılıp (3.5.15) de yerleştirilirse Q_{2L} için;

$$Q_{2L} = P_{2L} \tan \beta - (P_t - D_p) \sec \beta \quad (3.5.18)$$

elde edilir. (3.5.14) ve (3.5.18) ifadeleri (3.5.11) de kullanılarak, Q_{20} ve P_{20} için aşağıdaki eşitlikler bulunur.

$$\left. \begin{aligned} P_{20} &= \int_0^{L_2} \left(\frac{X_2}{L_2} - 1 \right) dD_{y_2} - \int_0^{L_2} \frac{V_2}{L_2} dD_{x_2} \\ Q_{20} &= \int_0^{L_2} \frac{X_2}{L_2} dD_{y_2} \tan \beta - \int_0^{L_2} \left(\frac{V_2}{L_2} \tan \beta + 1 \right) dD_{x_2} + (P_t - D_p) \sec \beta \end{aligned} \right\} \quad (3.5.19)$$

3.5.4. Piston Atalet Kuvvetinin Hesabı

Piston atalet kuvveti D_p , D'Alembert prensibine göre, $D_p = -m_p a_p$ ifadesiyle verilebilir. Burada, m_p piston kütlesini, a_p ise piston ivmesini göstermektedir.

Basit bir krank-biyel mekanizmasında pistonun yerdeğiştirme miktarı x_p ,

$$X_p = L_1 \cos \theta + L_2 \cos \beta \quad (3.5.20)$$

şeklinde verilebilir. (3.5.20) ifadesinin zamana göre bir kez türetilmesiyle pistonun hızı, iki kez türetilmesiyle ivmesi elde edilir.

$$\sin \beta = \frac{L_1}{L_2} \sin \theta \quad \text{ve} \quad \cos \beta = \left(1 - \frac{L_1^2}{L_2^2} \sin^2 \theta \right)^{1/2}$$

olduğu dikkate alınır,

$$\dot{X}_p = -L_1 \dot{\theta} \left(\sin \theta + \frac{L_1}{2L_2} \sin 2\theta \right) \quad (3.5.21)$$

$$a_p = \ddot{X}_p = -L_1 \ddot{\theta} \left(\sin \theta + \frac{L_1}{2L_2} \sin 2\theta \right) - L_1 \dot{\theta}^2 \left(\cos \theta + \frac{L_1}{L_2} \cos 2\theta \right) \quad (3.5.22)$$

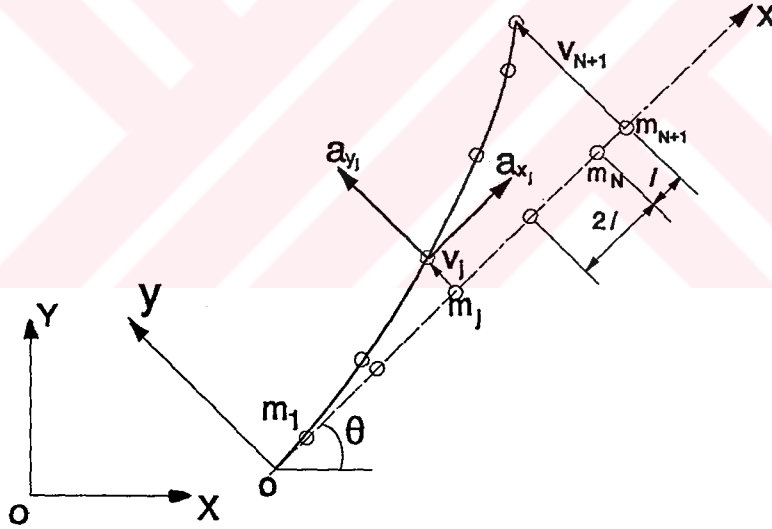
ifadeleri yazılabilir.

Krank ve biyel için elde edilen hareket denklemleri (3.4.22) ve (3.5.2) ifadelerinden görüldüğü gibi 4.mertebeden kısmi türevli homojen olmayan non-lineer diferansiyel denklemlerdir. Ayrıca dikkat edilirse bu iki denklemin birbirlerine bağımlı oldukları görülür. Böylece denklemlerin analitik olarak çözümleri oldukça zorlaşır. Bu tür durumlarda nümerik çözüm metodları daha elverişlidir. Nitekim, bu çalışmada da, elde edilen hareket denklemleri, sonlu farklar kullanılarak matris formuna getirilmiş ve nümerik olarak çözülmüştür.

3.6. İndirgenmiş Parametre Metodu İle Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

Bu metotta uzuvların N tane noktasal kütleden meydana geldiği düşünülerek her bir noktasal kütleyle ait hareket denklemleri elde edilir. M_j , i 'nci uzvun toplam kütlesi olmak üzere, bu uzuv üzerindeki bir noktanın kütlesi $m_{ij}=M_j/N_j$ dir (uzvun birbirine eşit kütlelere bölüdüğü kabul ediliyor). Burada $j=1,2,\dots,N$, krank-biyel mekanizması için $i=1,2$ dir.

Mekanizmada, krank bir ucu ankastre kiriş, biyel ise basit mesnetli bir kiriş olarak telakki edilip, bunların genelleştirilmiş indirgenmiş kütle modelleri Şekil 3.10. ve 3.11.'de gösterilmiştir.



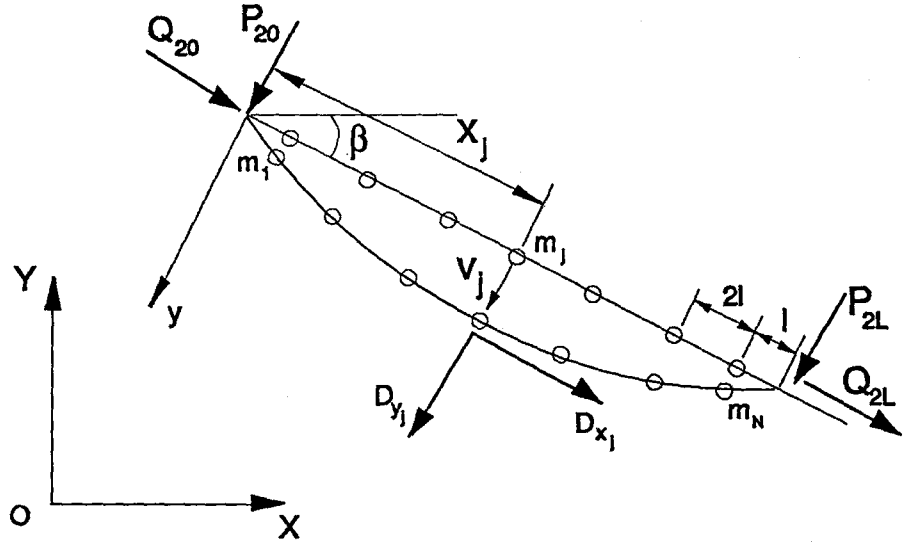
Şekil 3.10. Bir Ucu Ankastre Kiriş İçin İndirgenmiş Kütle Modeli

m_{ij} kütlelerine etki eden enine ve boyuna atalet kuvvetleri sırasıyla;

$$Dx_{ij} = -m_{ij} a_{x_{ij}} \text{ ve } Dy_{ij} = -m_{ij} a_{y_{ij}} \text{ dir.}$$

Mutlak ivme bileşenleri ise, krank için;

$$\left. \begin{aligned} a_{x_{1j}} &= -\dot{\theta}^2 x_{1j} - 2\dot{\theta}\dot{v}_{1j} - \ddot{\theta} v_{1j} \\ a_{y_{1j}} &= \ddot{\theta} x_{1j} + \ddot{v}_{1j} - \dot{\theta}^2 v_{1j} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.1)$$



Şekil 3.11. Basit Mesnetli Kiriş İçin İndirgenmiş Kütle Modeli

biyel için;

$$\left. \begin{aligned} a_{x_{2j}} &= \ddot{X}_{20} \cos(\theta + \beta) - \ddot{Y}_{20} \sin(\theta + \beta) - \dot{\beta}^2 x_{2j} - 2\dot{\beta} \dot{v}_{2j} - \ddot{\beta} v_{2j} \\ a_{y_{2j}} &= -\ddot{X}_{20} \sin(\theta + \beta) - \ddot{Y}_{20} \cos(\theta + \beta) + \dot{\beta}^2 x_{2j} + \ddot{v}_{2j} - \dot{\beta}^2 v_{2j} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.2)$$

burada, \ddot{X}_{20} ve \ddot{Y}_{20} biyele bağlı koordinat takımının orijininin (krankın uç noktasının) ivme bileşenleri olup,

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_{20} &= -\dot{\theta}^2 L_1 - 2\dot{\theta} \dot{v}_{1(N_1+1)} - \ddot{\theta} v_{1(N_1+1)} \\ \ddot{Y}_{20} &= \dot{\theta} L_1 + \ddot{v}_{1(N_1+1)} - \dot{\theta}^2 v_{1(N_1+1)} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.3)$$

dir. Ayrıca,

$$x_{ij} = \begin{cases} (2j-1)l_j & , \quad 1 \leq j \leq N_j \\ L_j & , \quad j = N_j + 1 \end{cases} \quad (3.6.4)$$

alınabilir. Diğer bir ifadeyle, uzuvlar üzerindeki kütleler arası mesafe için, 0 ve $(N+1)$ noktaları uzvun uç noktalarını göstermek üzere,

$$x_1 - x_0 = x_{N+1} - x_N = L/2N = l$$

$$x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \dots = x_N - x_{N-1} = L/N = 2l \quad \text{yazılabilir.}$$

(3.4.14) bağıntısındaki v 'nin x 'e göre ikinci türevini sonlu farklar yaklaşımına göre aşağıdaki şekilde vermek mümkündür:

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)_j = \frac{2 [\lambda_{j+1} v_{j-1} - (\lambda_j + \lambda_{j+1}) v_j + \lambda_j v_{j+1}]}{\lambda_j \lambda_{j+1} (\lambda_j + \lambda_{j+1})} \quad (3.6.5)$$

burada, $\lambda_j = x_j - x_{j-1}$ 'dir.

M_j , j noktasındaki momenti göstermek üzere, (3.6.5) eşitliği kullanılarak basit mesnetli kiriş kabul edilen biyel için,

$$\left. \begin{aligned} [(EI)_1/8I^2](-8v_1 + \frac{8}{3}v_2) &= M_{21} \\ [(EI)_j/8I^2](2v_{j-1} - 4v_j + 2v_{j+1}) &= M_{2j} \quad j = 2, \dots, N-1 \\ [(EI)_N/8I^2](\frac{8}{3}v_{N-1} - 8v_N) &= M_{2N} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.6)$$

bir ucu ankastre kiriş olarak kabul edilen krank için,

$$\left. \begin{aligned} [(EI)_0/8I^2](16v_1) &= M_{10}^{(4)} \\ [(EI)_1/8I^2](-8v_1 + \frac{8}{3}v_2) &= M_{11} \\ [(EI)_j/8I^2](2v_{j-1} - 4v_j + 2v_{j+1}) &= M_{1j} \quad j = 2, \dots, N-1 \\ [(EI)_N/8I^2](\frac{8}{3}v_{N-1} - 8v_N + \frac{16}{3}v_{N+1}) &= M_{1N} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.7)$$

denklemleri elde edilir.

Diğer taraftan (3.5.1) ve (3.4.13) ifadelerini, Şekil 3.10. ve 3.11. gözönüne alınarak,

(4) Bir ucu ankastre diğer ucu serbest olan bir kirişte, serbest uca etki eden M_0 momentinden dolayı

$$\text{meydana gelen sehim, } f = \frac{M_0 l^2}{2EI} \quad \text{bağıntısıyla verilir.}$$

$$M_{2j} = x_{2j}P_{20} - v_{2j}Q_{20} + \sum_{k=1}^j (x_{2j} - x_{2k}) D_{y_{2k}} - \sum_{k=1}^j (v_{2j} - v_{2k}) D_{x_{2k}} \quad j = 1, \dots, N_2 \quad (3.6.8)$$

$$M_{1j} = (L_1 - x_{1j})P_{1L} - (v_{1(N_1+1)} - v_{1j})Q_{1L} + \sum_{k=j}^{N_1+1} (x_{1k} - x_{1j}) D_{y_{1k}} - \sum_{k=j}^{N_1+1} (v_{1k} - v_{1j}) D_{x_{1k}} \quad j = 1, \dots, N_1 \quad (3.6.9)$$

şeklinde yazmak mümkündür.

3.6.1. Mafsal Kuvvetlerinin Tayini

Biyelin kuvvet dengesinden,

$$P_{20} + P_{2L} + \sum_{j=1}^{N_2} D_{y_{2j}} = 0 \quad , \quad Q_{20} + Q_{2L} + \sum_{j=1}^{N_2} D_{x_{2j}} = 0 \quad (3.6.10)$$

eşitliklerini yazmak mümkündür. Ayrıca, A noktasına göre moment alırsak,

$$P_{2L} = - \sum_{j=1}^{N_2} \frac{x_{2j}}{L_2} D_{y_{2j}} + \sum_{j=1}^{N_2} \frac{v_{2j}}{L_2} D_{x_{2j}} \quad (3.6.11)$$

elde edilir. P_{1L} ile Q_{1L} nin vektörel toplamı, P_{20} ile Q_{20} 'ın vektörel toplamının ters işaretlisine eşit olacağından;

$$\left. \begin{aligned} Q_{1L} &= P_{20} \sin(\theta + \beta) - Q_{20} \cos(\theta + \beta) \\ P_{1L} &= P_{20} \cos(\theta + \beta) + Q_{20} \sin(\theta + \beta) \end{aligned} \right\} \quad (3.6.12)$$

yazılabilir.

Yukarıda elde edilen eşitlikler (3.6.8) ve (3.6.9) denklemlerinde yerleştirildiğinde elde edilen ifadelerin non-lineer olduğu görülür. Bu non-lineerlik, $\hat{\alpha}_x$ boyuna ivmesindeki

$2\ddot{\theta}_j$ ve $\ddot{\theta}_j$ terimleri ile ayrı ayrı uzuvlar arasındaki mafsalsal reaksiyonlarının ilişkisinden kaynaklanmaktadır.

3.6.2. Hareket Denklemlerinin Lineerleştirilmesi

(3.6.8) ve (3.6.9) denklemlerindeki Q_{20} ve Q_{1L} terimleri, Dx_{1j} ve Dx_{2j} dolayısıyla $\ddot{a}_{x_{1j}}$ ve $\ddot{a}_{x_{2j}}$ ivme bileşenlerini ihtiva ettiklerinden $v_{2j}Q_{20}$ ve $(v_{1(N+1)}-v_{1j})Q_{1L}$ ifadeleri denklemlere non-lineerlik getirirler. Ayrıca, $(v_{2j}-v_{2k})Dx_{2k}$ ve $(v_{1k}-v_{1j})Dx_{1k}$ terimleri de aynı şekilde non-lineerliğe sebep olurlar. Bu non-lineerlik, makul kabullerle ortadan kaldırılabılır. Örneğin küçük sehimler kabulüyle $\ddot{a}_{x_{1j}}$ ve $\ddot{a}_{x_{2j}}$ deki elastik hareketten kaynaklanan terimler ihmal edilebilir. Bundan Q_{20} ve Q_{1L} ifadeleri etkilenir. Bu durumda (3.6.1) ve (3.6.2) eşitlikleri,

$$\left. \begin{aligned} \ddot{a}_{x_{1j}} &= -\dot{\theta}^2 x_{1j} \\ \ddot{a}_{x_{2j}} &= -\dot{\theta}^2 L_1 \cos(\theta + \beta) - \ddot{\theta} L_1 \sin(\theta + \beta) - \dot{\beta}^2 x_{2j} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.13)$$

şeklini alır. Buna göre Q_{20} ve Q_{1L} rijit hareket analiziyle tayin edilebilir. Böylece $v_{2j}Q_{20}$, $(v_{1(N+1)} - v_{1j})Q_{1L}$, $(v_{2j} - v_{2k})Dx_{2k}$ ve $(v_{1k} - v_{1j})Dx_{1k}$ terimleri de lineerleşmiş olur.

3.6.3. Tesir Katsayılarının Bulunması

Hareket denklemleri bir önceki bölümde anlatıldığı gibi lineerleştirilmelerine rağmen birbirleriyle kuplaj halindedirler. Şöyle ki, kranka ait denklemde biyelin sehim, hız ve ivme terimleri, biyele ait denklemde ise krankın uç noktasının sehim, hız ve ivme terimleri mevcuttur. Denklemlerin kuplaj durumunda olmaları, krank ve biyel arasındaki mafsalsal reaksiyonlarının ilişkisinden kaynaklanmaktadır. Bu çalışmada, tesir katsayılarının kullanılmasıyla iki uzuv arasındaki bu dinamik ilişki kaldırılmıştır.

Ele alınan mekanizma tek serbestlik dereceli olduğundan, yalnızca krankın elastik olması durumunda krankın uç noktasındaki P_{1L} reaksiyon kuvveti $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, v_{1(N1+1)}, \dot{v}_{1(N1+1)}, \ddot{v}_{1(N1+1)}$ 'in fonksiyonu olarak elde edilebilir ve biyelin rijit hareketi de bunlar cinsinden ifade edilebilir:

$$\left. \begin{aligned} \beta &= f(a, \theta_1 + u_{1(N1+1)}) \\ \dot{\beta} &= (\dot{\theta} + \dot{u}_{1(N1+1)}) g \\ \ddot{\beta} &= (\dot{\theta} + \dot{u}_{1(N1+1)})^2 h + (\ddot{\theta} + \ddot{u}_{1(N1+1)}) g \end{aligned} \right\} \quad (3.6.14)$$

burada $u_{1(N1+1)} = v_{1(N1+1)} / L_1$ 'dir. Ayrıca, a mekanizma geometrisine ait bir parametre olup, g ve h ise tesir katsayılarını ifade etmektedir. Krank-biyel mekanizmasında g ve h katsayıları aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\left. \begin{aligned} g &= \frac{L_1 \cos \theta}{L_2 \cos \beta} \\ h &= \frac{\frac{L_1}{L_2} \left(\left(\frac{L_1}{L_2} \right)^2 - 1 \right) \sin \theta}{\cos^3 \beta} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.15)$$

Tesir katsayılarının elde edilmesi Ek.1.'de sunulmuştur.

3.6.4. Hareket Denklemlerinin Matris Formunda Yazılması

Lineerleştirilmiş Q_{1L} ve $(v_{1k} - v_{1j}) D_{x_{1k}}$ terimleri ile tesir katsayıları (3.6.9) denkleminde yerleştirilerek (3.6.7) eşitliği de kullanılırsa, (3.6.9) denkleminde \ddot{v}_1 'li terimlerin çekilmesiyle, krank için;

$$[IVM1] \{\ddot{v}\}_1 + \{HIZ1\} \dot{v}_{1(N1+1)} + [YERD1] \{v\}_1 = \{ST1\} \quad (3.6.16)$$

formunda bir denklem elde edilir. Aynı işlemin (3.6.6) ve (3.6.8) ifadelerine de uygulanmasıyla biyel için;

$$[IVM2]\{\ddot{v}\}_2 + [YERD2]\{v\}_2 = \{ST2\} \quad (3.6.17)$$

eşitliği yazılır.

Bu ifadelerde; [YERD1] ve [IVM1] matrisleri $(N1+1) \times (N1+1)$, [YERD2] ve [IVM2] matrisleri $N2 \times N2$ boyutundadırlar. $\{v\}_1$, $\{v\}_1$, $\{ST1\}$ ve $\{HIZ1\}$ vektörleri $(N1+1) \times 1$ boyutuna, $\{v\}_2$, $\{v\}_2$, $\{ST2\}$ vektörleri ise $N2 \times 1$ boyutuna sahiptirler.

[IVM1], [YERD1], [IVM2], [YERD2], $\{HIZ1\}$, $\{ST1\}$ ve $\{ST2\}$ zamanın, mekanizmanın rijit hareketinin (θ, θ, θ) , geometrik ve kütle dağılım parametrelerinin fonksiyonudurlar. Ayrıca (3.6.17) denklemindeki [IVM2], [YERD2], $\{ST2\}$ terimleri, krankın nodal sehimleri ile bunların birinci ve ikinci türevlerini de ihtiva ederler.

Hareket denklemlerinin (3.6.16) ve (3.6.17)'deki gibi matris formunda yazılması bu denklemlerin özellikle nümerik olarak çözülmesinde büyük kolaylık sağlar. Nitekim, bu çalışmada da denklemlerin çözümünde bu form kullanılmıştır.

3.7. Hareket Denklemlerinin Çözümü

Hareket denklemlerinin elde edilmesinde olduğu gibi, çözülmesinde de farklı metodlar kullanılabilir. Hareket denklemleri, ya lineerleştirilerek matris formuna getirildikten sonra, merkezi sonlu farklar veya Runge-Kutta metodu yardımıyla çözülebilir.

Bu çalışmada, yukarıdaki diferansiyel denklem çözüm yöntemlerinden Runge-Kutta metodu kullanılmıştır. Merkezi sonlu farklar metodu, ele alınan mekanizma için uygulanmamış olmasına rağmen burada kısaca izah edilmesi uygun görülmüştür.

3.7.1. Hareket Denklemlerinin Merkezi Sonlu Farklarla Çözümü

(3.6.16) eşitliğinin her terimini [IVM1] matrisinin tersi, (3.6.17)'nin terimlerini ise [IVM2]'nin tersi ile çarptığımızda;

$$\{\ddot{v}\}_1 + \{C_R\} \dot{v}_{1(N+1)} + [\beta 1] \{v\}_1 = \{f\}_1 \quad (3.7.1)$$

$$\{\ddot{v}\}_2 + [\beta 2] \{v\}_2 = \{f\}_2 \quad (3.7.2)$$

ifadelerine ulaşılır ki, burada,

$$\left. \begin{aligned} [\beta 1] &= [IVM1]^{-1} [YERD1] & , & & [\beta 2] &= [IVM2]^{-1} [YERD2] \\ \{f\}_1 &= [IVM1]^{-1} \{ST1\} & , & & \{f\}_2 &= [IVM2]^{-1} \{ST2\} \\ \{C_R\} &= [IVM1]^{-1} \{HIZ1\} \end{aligned} \right\} \quad (3.7.3)$$

dir. (3.7.1) ve (3.7.2) eşitliklerinde $[\beta]$, $\{C_R\}$ ve $\{f\}$ ⁽⁵⁾ zamana bağlı olup, mekanizma rejim halinde çalışıyorsa bunlar periyodiktir, yani,

$$\left. \begin{aligned} \beta_{ij}(t) &= \beta_{ij}(t + T_k) \\ C_{Ri}(t) &= C_{Ri}(t + T_k) \\ f_i(t) &= f_i(t + T_k) \end{aligned} \right\} \quad (3.7.4)$$

T_k , krank devrinin periyodudur.

(3.7.1) ve (3.7.2) denklemlerinin analitik ifadeleri çok karışık olduğundan bunlar ancak nümerik olarak çözülebilirler, ancak, nümerik çözüm için de ayrıklaştırma gerekir. Bu amaçla T_k 'yı n adet Δt aralığına bölelim:

$$\Delta t = \frac{T_k}{n} \quad (3.7.5)$$

Her Δt lik dilimde β_{ij} , C_{Ri} ve f_i 'lerin sabit kaldığı kabul edilir, mesela k 'nıncı Δt 'lik zaman aralığında,

(5) Krank ve biyele ait hareket denklemlerinin çözüm mantığı aynı olduğundan, $[\beta 1]$ ve $[\beta 2]$ 'yi temsil etmek üzere $[\beta]$, $\{f\}_1$ ve $\{f\}_2$ için de $\{f\}$ kullanılmıştır.

$$\left. \begin{aligned} \beta_{ij}^{(k)} &= \beta_{ij}(t_0 + k\Delta t) \\ C_{R_i}^{(k)} &= C_{R_i}(t_0 + k\Delta t) \\ f_i^{(k)} &= f_i(t_0 + k\Delta t) \end{aligned} \right\} \quad (3.7.6)$$

olur. (3.7.1) ve (3.7.2) nin çözümü, sürekli hal için periyodik olacağından bu bir sınır değer problemidir ve birinci, ikinci türevlere,

$$\dot{v}^{(k)} = \frac{v^{(k+1)} - v^{(k-1)}}{2\Delta t} \quad (3.7.7)$$

$$\ddot{v}^{(k)} = \frac{v^{(k+1)} - 2v^{(k)} + v^{(k-1)}}{(\Delta t)^2} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3.7.8)$$

ile yaklaşan sonlu farklar metoduyla çözülebilir. Burada,

$$\left. \begin{aligned} v^{(k)} &= v(t_0 + k\Delta t) \\ \dot{v}^{(k)} &= \dot{v}(t_0 + k\Delta t) \\ \ddot{v}^{(k)} &= \ddot{v}(t_0 + k\Delta t) \end{aligned} \right\} \quad (3.7.9)$$

dir. (3.7.7) ve (3.7.8), (3.7.1) de yerine konursa n tane lineer denklem takımı oluşur:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(\Delta t)^2} \left(\{v\}_1^{(k+1)} - 2\{v\}_1^k + \{v\}_1^{(k-1)} \right) + \frac{1}{2\Delta t} \{C_R\}^k \left(v_{1(N1+1)}^{(k+1)} - v_{1(N1+1)}^{(k-1)} \right) \\ + [\beta 1]^k \{v\}_1^k = \{f\}_1^k \end{aligned} \quad (3.7.10)$$

Bu denklemi;

$$[A : B : C]_1^{(k)} \begin{Bmatrix} v_1^{(k-1)} \\ v_1^k \\ v_1^{(k+1)} \end{Bmatrix}_1 = 2(\Delta t)^2 \{f\}_1^{(k)} \quad (3.7.11)$$

şeklinde yazmak mümkündür. Burada $[A : B : C]_1$ matrisi $(N1+1) \times 3(N1+1)$ boyutundadır. Ayrıca,

$$\left. \begin{aligned} [A:]_1^{(k)} &= 2[I] - \Delta t \{C_R\}^{(k)} \{S\} \\ [B:]_1^{(k)} &= 2(\Delta t)^2 [\beta 1]^{(k)} - 4[I] \\ [C:]_1^{(k)} &= 2[I] + \Delta t \{C_R\}^{(k)} \{S\} \\ v_1^{(k)} &= \{v\}_1^{(k)} \end{aligned} \right\}^{(6)} \quad (3.7.12)$$

olmaktadır. (3.7.7) ve (3.7.8) 'in (3.7.2) de kullanılmasıyla biyel için;

$$[A : B : C]_2^{(k)} \begin{Bmatrix} v_2^{(k-1)} \\ v_2^k \\ v_2^{(k+1)} \end{Bmatrix}_2 = (\Delta t)^2 \{f\}_2^{(k)} \quad (3.7.13)$$

şeklinde elde edilir. Burada ise $[A : B : C]_2$ matrisi $N_2 \times 3N_2$ boyutundadır. Ayrıca,

$$\left. \begin{aligned} [A:]_2^{(k)} &= [I] \\ [B:]_2^{(k)} &= (\Delta t)^2 [\beta 2]^{(k)} - 2[I] \\ [C:]_2^{(k)} &= [I] \\ v_2^{(k)} &= \{v\}_2^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (3.7.14)$$

olmaktadır. Çözümün periyodiklik şartı nedeniyle $\{v\}^{(0)} = \{v\}^{(n)}$ ve $\{v\}^{(n+1)} = \{v\}^{(1)}$ şartı sağlanmalıdır. Bu durumda (3.7.11) ve (3.7.13) denklemleri ayrı ayrı,

$$\begin{bmatrix} [B:] & [C:]^{(1)} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & [A:]^{(1)} \\ [A:] & [B:] & [C:]^{(2)} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [A:] & [B:] & [C:]^{(3)} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & [A:] & [B:] & [C:]^{(n-1)} \\ [C:]^{(n)} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & [A:] & [B:]^{(n)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v^{(1)} \\ v^{(2)} \\ v^{(3)} \\ \vdots \\ v^{(n-1)} \\ v^{(n)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F^{(1)} \\ F^{(2)} \\ F^{(3)} \\ \vdots \\ F^{(n-1)} \\ F^{(n)} \end{Bmatrix} \quad (3.7.15)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki $F^{(k)}$ değeri, krank için $F^{(k)} = 2(\Delta t)^2 \{f\}_1^{(k)}$, biyel için $F^{(k)} = (\Delta t)^2 \{f\}_2^{(k)}$ dir. Böylece (3.7.15)'den krank ve biyel in sehimleri hesaplanır. Sandor, Zhuang (1986). (3.7.15) denklem takımının hem krank hem biyel için ayrı ayrı

(6) $\{S\} = \{0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 1\}$ şeklinde $1 \times (N_1 + 1)$ boyutunda bir satır vektördür.
 $[I]$, $(N_1 + 1) \times (N_1 + 1)$ boyutunda birim matristir.

çözülmesi gerektiğinden çözüme önce krankın sehimleri bulunarak başlanır. Bu ilk adımda biyelin yerdeğıştirmeleri sıfır kabul edilir. Buradan elde edilen krankın uç noktalarına ait sehim, hız ve ivme değerleri biyele ait denklem takımında kullanılarak $\{v\}_2^{(k)}$ 'lar hesaplanır. İlk adımdan bulunan $\{v\}_2^{(k)}$ değerleri krank denklemlerinde kullanılarak aynı işlemler tekrar yapılır. Son hesaplanan $\{v\}_2^{(k)}$ değerleri ile bir önceki adımda bulunan $\{v\}_2^{(k)}$ 'lar arasındaki fark kabul edilebilir bir hata sınırı dahilinde kalıncaya kadar iterasyona devam edilir.

3.7.2. Harekete Ait Diferansiyel Denklem Takımının Runge-Kutta Metodu İle İteratif Çözümü

İndirgenmiş kütle metodu ile elde edilen matris formundaki hareket denklemlerinin çözümünde yukarıda anlatıldığı şekilde merkezi sonlu farklar yöntemi kullanılabileceği gibi başka herhangi bir sayısal çözüm tekniğinden de yararlanılabilir. Bu çalışmada, çözüm için dördüncü mertebeden Runge-Kutta metodu uygulanmıştır. Runge-Kutta metodu özellikle yüksek mertebeden türevlerin zor hesaplandığı durumlar için elverişli olan bir metottur. Bu metotta, çözülmesi gereken diferansiyel denklemlerin mertebesi bire düşürülerek normal forma indirgenir ve çözüm gerçekleştirilir.

Yapılan çalışmada, ele alınan krank-biyel mekanizmasına ait hareket denklemlerini matris formunda ifade eden (3.7.1) ve (3.7.2) eşitliklerinin herbiri ikinci mertebeden diferansiyel denklem takımı oluştururlar. Bunlar öncelikle, birinci mertebeden adi diferansiyel denklem takımlarına dönüştürülmüş, daha sonra çözüme gidilmiştir. Şöyleki, $\{y\}_1 = \{\dot{v}\}_1$ ve $\{\dot{y}\}_1 = \{\ddot{v}\}_1$ alınarak (3.7.1) ve (3.7.2) denklemleri,

$$\{\dot{y}\}_1 + [B1] \{y\}_1 = \{F\}_1 \quad (3.7.16)$$

$$\{\dot{y}\}_2 + [B2] \{y\}_2 = \{F\}_2 \quad (3.7.17)$$

şekline dönüşür. Böylece, ilk halde krank ve biyel için, n tane ikinci mertebeden diferansiyel denklem varken, mertebe düşürüldükten sonra, 2n tane birinci mertebeden

diferansiyel denklem elde edilmiş olur. Daha sonra elde edilen bu birinci dereceden diferansiyel denklem takımları başlangıç şartları altında nümerik olarak çözülür. Sonlu farklar metodunda olduğu gibi burada da çözüm iteratif olarak gerçekleştirilir.

Ancak, bu iki denklem takımında gerek katsayılar ve gerekse sağ taraf zorlayıcı fonksiyonlarında, karşıt tarzda, yani kranka ait olanda biyelin, biyelinkinde de krankın düğüm noktasının (nodal) yerdeğiştirmeleri ile bunların zamana göre türevleri yer almaktadır. Herhangi bir denklem takımını çözerken ihtiyaç duyulan sehimler ve bunların zamana göre türevlerini hesaplamak için bir önce çözülen denklem takımına ait değerlerin saklanması gerekmektedir. Halbuki elde olunan bu değerler süreklilik arzetmeyip, ayrik değerler halindedir. Mekanizmanın sadece bir çevrimi için bile bulunan değerlerin kullanılan adım büyüklükleri nedeniyle fevkalade büyük sayıda olması bir depolama sorununa yol açmaktadır. Ayrıca, bir denklem takımının çözümünde ihtiyaç duyulan öbür uzva ait sehimler ve bunların türevleri her zaman bizim bir adım önce bulduğumuz diskret değerlerle çakışmayabilir. Bu iki sebepten, herhangi bir takım çözülürken nodal sehimlerin, her adım sonundaki değil, bir kaç adım büyüklüğünde belirli aralıklardaki (örneğin 3° - 5° gibi) değerleri saklanmış, daha sonra bu değerler kübik splin enterpolasyonu ile birleştirilerek Fourier serisine açılmıştır. Zira, Fourier serisinde türev alma işlemleri fevkalade kolay olmaktadır. Kübik splin enterpolasyonunun hassasiyeti için çeşitli aralıklar denenmiş ve 3° lik aralıklarla yapılan enterpolasyon sonucu bulunan eğrilerin yeterli olduğu anlaşılmıştır. Daha sonra Fourier serilerinde nümerik hassasiyet için kaç terim alınmasının uygun olacağı araştırılmış ve neticede terim sayısı, 60 alındığında hem sehim, hem de bunların zamana göre türevi olan eğrileri mükemmelen temsil ettiği anlaşılmıştır.

Bu çalışmada, mekanizmanın hareketine ait diferansiyel denklem takımının Runge-Kutta metodu ile iteratif çözümü için kullanılan Turbo Basic dilinde yazılmış bilgisayar programı Ek.3.'de verilmiştir.

3.7.3. Galerkin Metodu İle Çözüm

"Ağırlıklı fonksiyonlar yöntemi" diye de adlandırılmakta olan Galerkin yöntemi esas olarak, özdeğer probleminin çözümü için n tane mukayese fonksiyonundan oluşan seri şeklinde bir çözüm kabulü yapar. Diğer bir ifadeyle; problemin geometrik ve dinamik tüm sınır şartlarını sağlayan ve bu arada $2p$ defa türetilebilir olan fonksiyonlardan oluşan seri şeklinde bir çözüm kabul eder. Yaptığımız seri çözümü kabulünün genel halde, özdeğer problemine ilişkin diferansiyel denklemini sağlamayacağı ortadadır. Sağlama ancak, mukayese fonksiyonları diye seçtiğimiz fonksiyonların şans eseri olarak özdeğer probleminin özfonksiyonları olması halinde söz konusudur.

Demek ki genel halde, mukayese fonksiyonlarından meydana gelen seri şeklindeki çözüm kabulünü diferansiyel denkleme koyunca, sağlayamamaktan ötürü bir hata söz konusu olacaktır. Galerkin yöntemi işte bu hatanın, herbir mukayese fonksiyonuyla ağırlıklandırılmışının çözüm bölgesindeki integralinin sıfır olması şartını kullanmaktadır.

Bu çalışmada Galerkin yöntemi, biyelin elastik, krankın ise rijit olması hali için uygulanmıştır. Biyele ait hareket denklemini için;

$$v_2 = \sum_{m=1}^N g_m(\theta) \sin \frac{m\pi x_2}{L_2} \quad (3.7.18)$$

şeklinde bir çözüm kabul edilebilir. Çözümün hem zamanın hem de konumun fonksiyonu olacağı aşikardır. Kabul edilen bu çözüm sınır şartlarını sağlamaktadır. Buradaki $\sin \frac{m\pi x_2}{L_2}$ terimi çözüm içinde konumun fonksiyonu olan

kısmı oluşturmaktadır. Buna genlik fonksiyonu adı verilir ve ortaya çıkacak titreşimlerin biçimini belirler. Fonksiyonda her m değerine bir titreşim biçimi (modu) karşılık gelir. Örneğin $m=1$ olduğunda titreşim biçimi yarım sinüs dalgası halini alır. Bu durumda hiçbir düğüm noktası içermeyen birinci ya da temel titreşim modu söz konusudur. $m=2$ alındığında titreşim biçimi tam sinüs dalgası şeklini alır. Bu durumda bir düğüm

noktası içeren ikinci titreşim modu söz konusudur. Temel titreşim biçimi (birinci mod) pratik bakımdan en büyük öneme sahip olan titreşim biçimidir. Çünkü en küçük doğal frekansa karşılık gelir ve en büyük genlikli titreşimi oluşturmaya adaydır.

Burada da, pratik önemi bakımından hareket denkleminin birinci titreşim modu için çözüm elde edilecektir. Bu durumda, $m=1$ için (3.7.18) ifadesi,

$$v_2 = g(\theta) \sin \frac{\pi x_2}{L_2} \quad (3.7.19)$$

halini alır. Bağıntıların ifade edilmesinde basitlik ve sadelik sağlaması amacıyla

$$\mu = \frac{v_2}{L_2}, \quad \eta = \frac{x_2}{L_2} \quad \text{ve} \quad \lambda = \frac{L_1}{L_2} \quad \text{boyutsuz parametreleri ile} \quad \tau = \omega t \quad \text{kullanılırsa}$$

(3.7.19) eşitliği

$$\mu = \gamma(\tau) \delta(\eta) \quad (3.7.20)$$

olarak yazılabilir. $\gamma(\tau) = \frac{g(\theta)}{L_2}$, $\delta(\eta) = \sin \pi \eta$ 'dir.

Bölüm 3.5'de biyel için elde ettiğimiz (3.5.2) denklemini ele alalım.

$$Q_{20} - Q_{2L} - \int_{x_2}^{L_2} a_{x_2}(\xi, t) \rho_2 A_2 d\xi = 0 \quad (3.7.21)$$

ifadesini kullanarak (3.5.2) denklemini,

$$(EI)_2 v_2'''' + \left[\int_{x_2}^{L_2} a_{x_2}(\xi, t) \rho_2 A_2 d\xi - Q_{2L} \right] v_2'' - a_{x_2}(x_2, t) \rho_2 A_2 v_2' + a_{y_2}(x_2, t) \rho_2 A_2 = 0 \quad (3.7.22)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada,

$$\left. \begin{aligned} a_{x_2}(\xi, t) &= X_0 - \xi \dot{\beta}^2 - 2\dot{v}_2(\xi, t) \dot{\beta} - v_2(\xi, t) \ddot{\beta} \\ a_{y_2}(\xi, t) &= Y_0 + \xi \ddot{\beta} + \ddot{v}_2(\xi, t) - v_2(\xi, t) \dot{\beta}^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.7.23)$$

dir.

$$\frac{\partial}{\partial x_2} = \frac{\partial}{L_2 \partial \eta} , \quad \frac{\partial}{\partial t} = \omega \frac{\partial}{\partial \tau} \quad \text{olarak (3.7.23) ifadesini yeniden yazalım:}$$

$$(EI)_2 \frac{\mu''''}{L_2^3} + \left[\int_{\eta}^1 \omega^2 L_2 a_{\eta}(\xi, \tau) L_2 \rho_2 A_2 d\xi - Q_{2L} \right] \frac{\mu''}{L_2} \quad (3.7.24)$$

$$- \omega^2 L_2 \rho_2 A_2 a_{\eta}(\eta, \tau) \mu' + \rho_2 A_2 \omega^2 L_2 a_{\mu}(\eta, \tau) = 0$$

yukarıdaki eşitliğin her terimini $\rho_2 A_2 L_2 \omega^2$ 'ye bölersek;

$$\frac{(EI)_2}{\rho_2 A_2 L_2^4 \omega^2} \mu_{\eta\eta\eta\eta} + \left[\int_{\eta}^1 a_{\eta}(\xi, \tau) d\xi - \frac{Q_{2L}}{\rho_2 A_2 L_2^2 \omega^2} \right] \mu_{\eta\eta} \quad (3.7.25)$$

$$- a_{\eta}(\eta, \tau) \mu_{\eta} + a_{\mu}(\eta, \tau) = 0$$

elde edilir. Burada,

$$\left. \begin{aligned} a_{\mu}(\eta, \tau) &= \frac{Y_0}{L_2 \omega^2} + \frac{\lambda(\lambda^2 - 1) \sin \tau}{\cos^3 \beta} \eta + \mu_{\eta\eta} - \lambda^2 \frac{\cos^2 \tau}{\cos^2 \beta} \mu \\ a_{\eta}(\eta, \tau) &= \frac{X_0}{L_2 \omega^2} - \lambda^2 \frac{\cos^2 \tau}{\cos^2 \beta} \eta - \frac{2\lambda \cos \tau}{\cos \beta} \mu_{\tau} - \frac{\lambda(\lambda^2 - 1) \sin \tau}{\cos^3 \beta} \mu \end{aligned} \right\} \quad (3.7.26)$$

olup,

$$Y_0 = L_1 \omega^2 \sin(\tau + \beta) , \quad X_0 = -L_1 \omega^2 \cos(\tau + \beta) ,$$

$$g(\tau) = \lambda \frac{\cos \tau}{\cos \beta} , \quad h(\tau) = \frac{\lambda(\lambda^2 - 1) \sin \tau}{\cos^3 \beta}$$

dir.

$$y_0 = \frac{Y_0}{L_2 \omega^2} = \lambda \sin(\tau + \beta) , \quad x_0 = \frac{X_0}{L_2 \omega^2} = -\lambda \cos(\tau + \beta) \quad \text{alınması halinde,}$$

$$\left. \begin{aligned} a_{\eta}(\eta, \tau) &= x_0 - g^2 \eta - 2g\dot{\mu} - h\mu \\ a_{\mu}(\eta, \tau) &= y_0 + h\eta + \ddot{\mu} + g^2 \mu \end{aligned} \right\} \quad (3.7.27)$$

şeklini alır. (3.7.25) denkleminde;

$$\int_{\eta}^1 a_{\eta}(\xi, \tau) d\xi = x_0(1-\eta) - \frac{g^2}{2}(1-\eta^2) - \frac{2g\dot{\gamma}}{\pi}(1+\cos\pi\eta) - \frac{h\gamma}{\pi}(1+\cos\pi\eta) \quad (3.7.28)$$

$$\frac{Q_{2L}}{\rho_2 A_2 L_2^2 \omega^2} = \left(\frac{y_0}{2} \eta^2 + \frac{h}{3} \eta^3 + \frac{\ddot{\gamma}}{\pi} - \frac{2}{\pi} x_0 \gamma + g \gamma \dot{\gamma} + \frac{h}{2} \gamma^2 \right) \tan \beta - \Delta \ddot{\zeta} \sec \beta \quad (3.7.29)$$

olarak hesaplanır.

$$\Delta = \frac{m_p}{\rho_2 A_2 L_2} \quad \text{ve} \quad \ddot{\zeta} \sec \beta = \frac{\ddot{x}_p}{L_2 \omega^2} \quad \text{olup} \quad \ddot{\zeta} \sec \beta \text{'nin tesir katsayıları cinsinden}$$

ifadesi Ek.2'de sunulmuştur.

$$\Omega^2 = \frac{(EI)_2}{\rho_2 A_2 L_2^4 \omega^2} \quad \text{ve} \quad q_{2L} = \frac{Q_{2L}}{\rho_2 A_2 L_2^2 \omega^2} \quad \text{olarak tanımlanırsa (3.7.23) ifadesi}$$

$$\Omega^2 \mu_{\eta\eta\eta\eta} + \left[\int_{\eta}^1 a_{\eta}(\xi, \tau) d\xi - q_{2L} \right] \mu_{\eta\eta} - a_{\eta}(\eta, \tau) \mu_{\eta} + a_{\mu}(\eta, \tau) = 0 \quad (3.7.30)$$

olur.

Boyutsuz parametreler cinsinden elde edilen (3.7.30) denkleminde Galerkin yöntemini uygulayabilmek için (3.7.20) ifadesinde μ 'nün η ve τ 'ya göre türevlerini alalım:

$$\begin{aligned} \mu_{\eta} &= \pi \gamma(\tau) \cos \pi \eta \\ \mu_{\eta\eta} &= -\pi^2 \gamma(\tau) \sin \pi \eta \\ \mu_{\eta\eta\eta} &= \pi^3 \dot{\gamma}(\tau) \sin \pi \eta \\ \mu_{\eta\eta\eta\eta} &= \pi^4 \dot{\gamma}(\tau) \cos \pi \eta \end{aligned}$$

Bunlar (3.7.30) da yerlerine yazılıp Galerkin yöntemi uygulanırsa;

$$\int_0^1 \left\{ \Omega^2 \pi^4 \gamma \sin \pi \eta - \left[\int_{\eta}^1 a_{\eta}(\xi, \tau) d\xi - q_{2L} \right] \pi^2 \gamma \sin \pi \eta - a_{\eta}(\eta, \tau) \pi \gamma \cos \pi \eta + a_{\mu}(\eta, \tau) \right\} \sin \pi \eta d\eta = 0 \quad (3.7.31)$$

elde edilir. (3.7.31) ifadesindeki bütün terimlerin integralleri alındığında,

$$\ddot{\gamma} + \left[\pi^4 \Omega^2 + \left(\frac{4\pi^2 - 3}{12} \right) g^2 - \frac{\pi^2}{2} x_0 + \left(\frac{2\pi^2 - 3}{12} \right) y_0 \tan \beta \right. \\ \left. + \left(\frac{\pi^2 - 6}{12} \right) h \tan \beta - \pi^2 \Delta \ddot{\zeta} \sec \beta \right] \gamma = -\frac{4}{\pi} y_0 - \frac{2h}{\pi} \quad (3.7.32)$$

eşitliğine ulaşılır. Böylece, Galerkin metodu kullanılarak 4.mertebeden kısmi türevli diferansiyel denklem, periyodik katsayılı adi diferansiyel denklem takımına dönüştürülmüş olur. Artık bu denklem takımı, herhangi bir sayısal çözüm yöntemi kullanılarak çözülebilir. Burada çözüm için dördüncü mertebeden Runge-Kutta metodu kullanılmıştır.

4. SONUÇLAR ve DEĞERLENDİRME

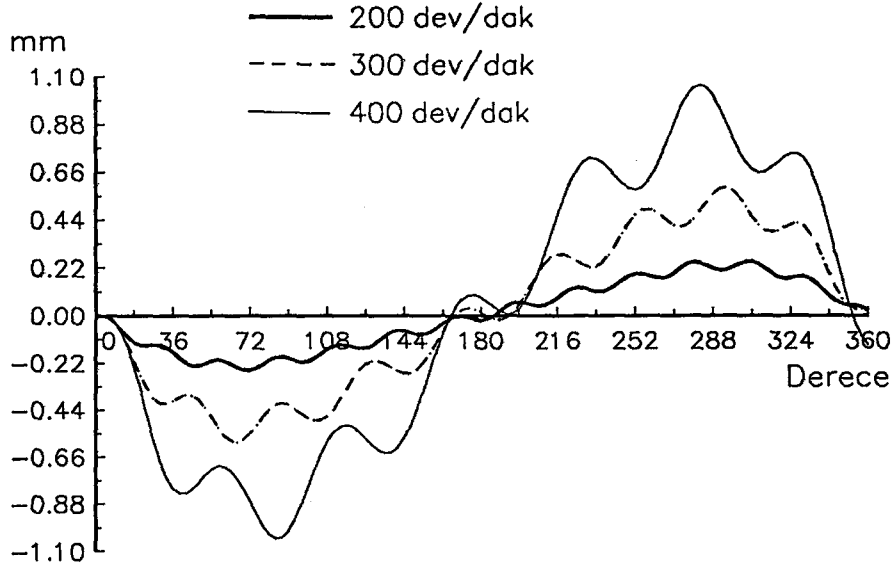
Bölüm 3.'de çıkarılan hareket denklemlerinin analitik çözümü ancak çok özel bazı hallerde mümkündür. Bu maksatla kullanılacak yöntemler arasında iki bağımsız değişkene sahip diferansiyel denklemlerde pertürbasyon teknikleri anılabilir. Diğer bir yöntem de yine Bölüm 3.'de verilmiş olan ağırlıklı hata toplamının sıfır olması esasına dayanan Galerkin yöntemidir. Esasen bu yöntem, sistemin stabilite davranışı araştırılmak istendiğinde oldukça elverişlidir.

Mekanizmaya ait bazı geometrik ve kinematik değerlerin tesirini incelemek amacıyla elde edilen denklem takımlarını çözmek için çeşitli bilgisayar programları yazılmıştır. Bunların birisi ele alınan mekanizmayı hem krank hem biyelin elastik olması durumunda incelemeye yöneliktir (Bu program EK.3'de verilmiştir). Diğer bir program ise sadece biyelin elastik olduğu hale aittir. Son olarak da Galerkin yöntemiyle bulunan denklemi çözen bir program yazılmıştır. Her üçünde de dördüncü mertebeden Runge-Kutta-Gill çözüm yöntemi kullanılmıştır.

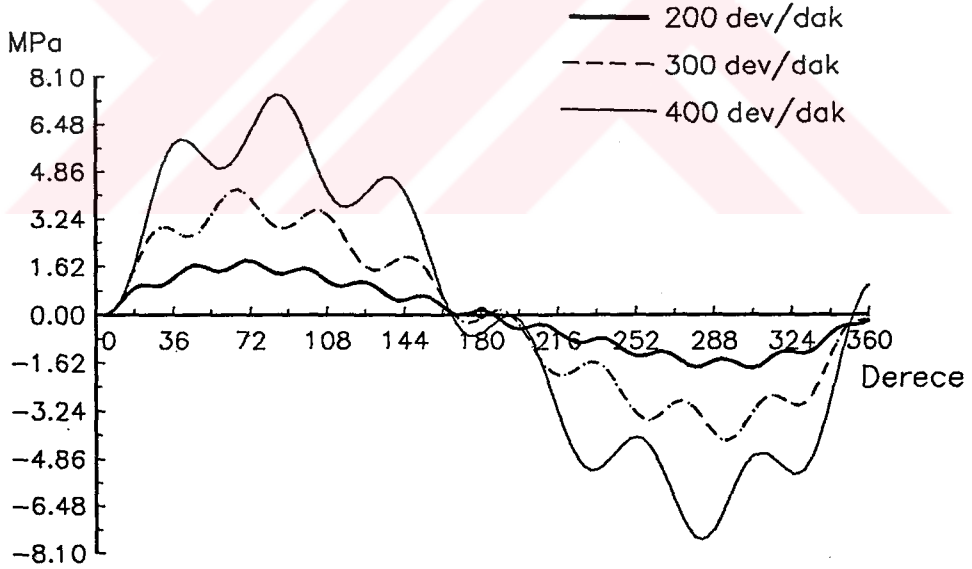
Krank ve biyelin elastik olduğu kabulüne dayanarak hazırlanan programda iterasyonun yakınsaması Runge-Kutta yönteminde seçilen adım büyüklüğü (step size) ile çok ilgilidir. İki uzvun elastiklikleri çok farklı mertebelerde olduğunda bu süre uzamaktadır. Bu nedenle ilk etapta bazı mekanizma parametrelerinin tesirini incelemek için sadece biyel elastik kabul edilerek hesaplar yapılmıştır. İnceleme maksadıyla, mekanizmanın işletme devir sayısı ω , piston kütlesinin biyel kütlesine oranı $\Delta = m_p/m_b$ ve eksantrisite oranı $\lambda = L_1/L_2$ parametre olarak alınmış, bu parametrelerin biyel noktalarının sehim ve gerilmeleri üzerindeki etkileri incelenmiştir.

4.1. Devir Sayısının Tesiri

Şekil 4.1.'de devir sayısının biyel sehimlerine, Şekil 4.2.'de ise biyel gerilmelerine etkisi görülmektedir. Sehim ve gerilmeler biyelin orta noktasına aittir.



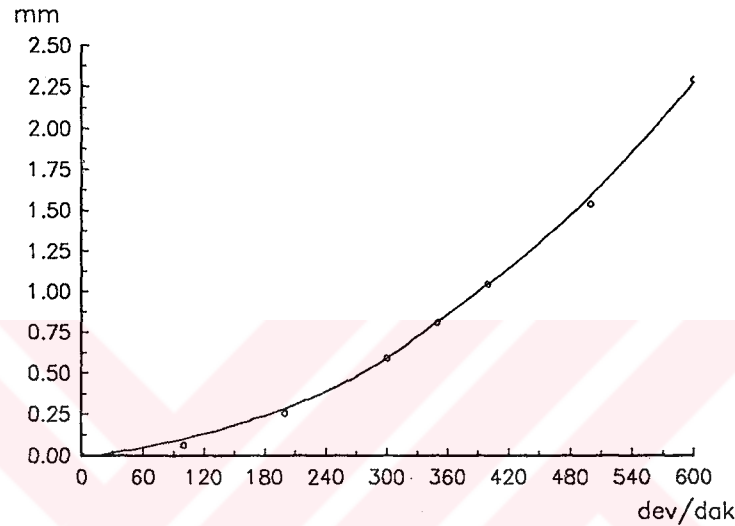
Şekil 4.1. Farklı Devir Sayıları İçin Biyel Orta Noktasının Sehimleri



Şekil 4.2. Farklı Devir Sayıları İçin Biyel Orta Noktasının Gerilmeleri

Grafiklerin incelenmesinden görülmektedir ki, tahmin edileceği üzere devir sayısının artışı sehim değerlerinin de artmasına sebep olmaktadır. 200 dev/dak 'daki en büyük sehim değeri %100 kabul edilirse 300 dev/dak da, yani devir sayısında %50 'lik bir

artış olduğunda ortaya çıkan sehim artış oranı %240, 400 dev/dak da yani %100 lük bir artış olduğunda ortaya çıkan sehim artış oranı ise %420 olmaktadır. Devir sayısı ile sehim değişimi arasındaki ilişkiyi gösteren grafik Şekil 4.3.'de görülmektedir. Bu grafik en küçük kareler yöntemi kullanılarak elde edilmiştir.

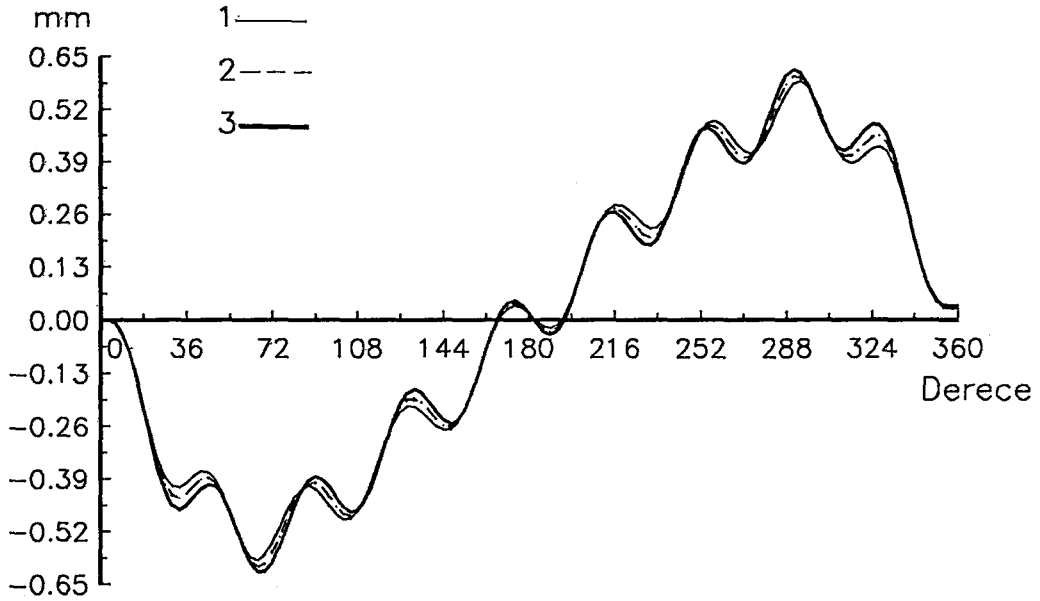


Şekil 4.3. Biyeldeki Maksimum Sehimin Devir Sayısına Göre Değişimi

4.2. Piston Kütlesinin (m_p/m_b oranının) Tesiri

Şekil 4.4.'de üç farklı $\Delta = m_p/m_b$ oranı için biyelin orta noktasının sehimindeki değişimler görülmektedir. Burada 1, 2 ve 3 eğrileri sırasıyla $\Delta = 1$, $\Delta = 3$ ve $\Delta = 4.95$ değerlerine tekabül etmektedirler (Golebiewski-Sadler (1976)'in deneysel çalışmasıyla mukayeseler yapmak amacıyla orada verilen $\Delta = 4.95$ değeri alınmıştır). Δ değerindeki %300, %495 lik artışlara mukabil, maksimum sehim değerindeki artış yüzdesi sırasıyla %1 ve %5 mertebesinde dir. Tabii bu değerler $N=300$ dev/dak lık sabit devir sayısı için bulunmuştur. Δ 'in sehime etkisinin yalnız başına hayli zayıf olduğu görülmektedir.

Bu eğrilerin incelenmesinde $\theta=77^\circ$ ve $\theta=360^\circ-77^\circ=283^\circ$ ye tekabül eden noktalarda kesiştikleri görülmektedir. Gerçekten de krankın bu konumlarında pistonun atalet kuvveti yön değiştirmektedir. 2 ($\Delta=3$) ve 3 ($\Delta=4.95$) eğrileri 77° ye kadar 1 ($\Delta=1$)

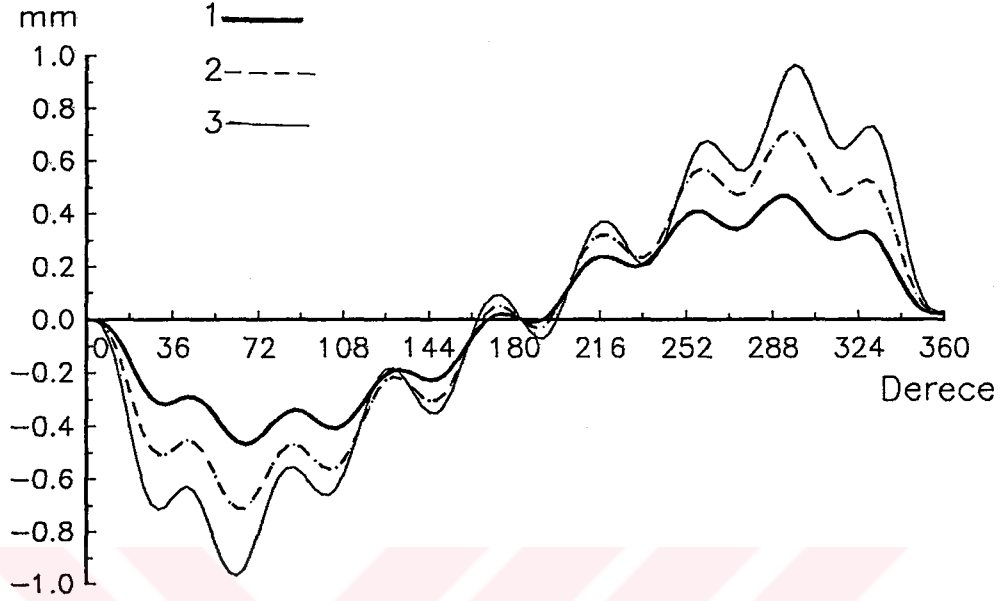


Şekil 4.4. Farklı Δ Değerleri İçin Biyel Orta Noktasının Sehimlerindeki Değişim

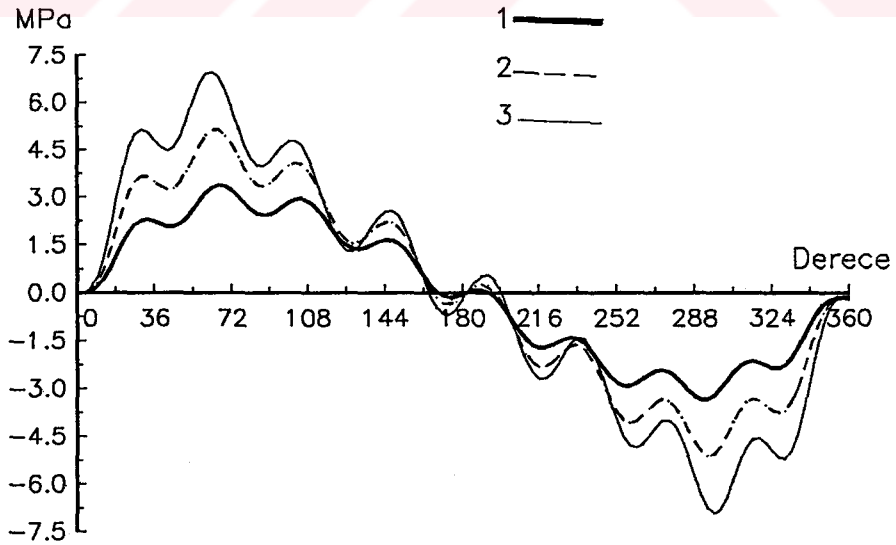
eğrisinin altında seyretmektedirler. Zira 0° - 77° arasında piston atalet kuvveti biyelde aksenal çeki kuvveti oluşturacak tarzda etkimekte olup, $\Delta=3$ ve $\Delta=4.95$ halinde oluşacak bu kuvvetin değerleri $\Delta=1$ e göre büyük olduğundan biyelin enine sehimlerinin küçülmesine yardımcı olmaktadır. Fakat 77° den sonra durum tersinedir. Piston kuvvetinden biyele intikal eden kuvvet bası kuvvetidir ve bu sehimlerin artmasına yardımcı olur. Bu durumda $\Delta=3$ ve $\Delta=4.95$ halinde oluşan bası kuvvetleri $\Delta=1$ e nazaran büyüktür ve daha büyük sehimler beklenmelidir. Hesap sonucu bulunan grafikler bunu doğrulamaktadır.

4.3. Eksantrisite Oranı λ nın Tesiri

Şekil 4.5.'de $N=300$ dev/dak lık sabit devir sayısında $\lambda=0.25$, $\lambda=0.30$ ve $\lambda=0.40$ için bulunan biyel orta noktasının sehim değişimleri, Şekil 4.6.' da ise gerilme değişimleri sırasıyla 1, 2, 3 eğrileriyle gösterilmiştir. $\lambda=0.25$ değerine karşılık gelen maksimum sehimin mutlak değeri 1 birim alınırsa $\lambda=0.30$ için (bu λ da %20 lik artış demektir) aynı

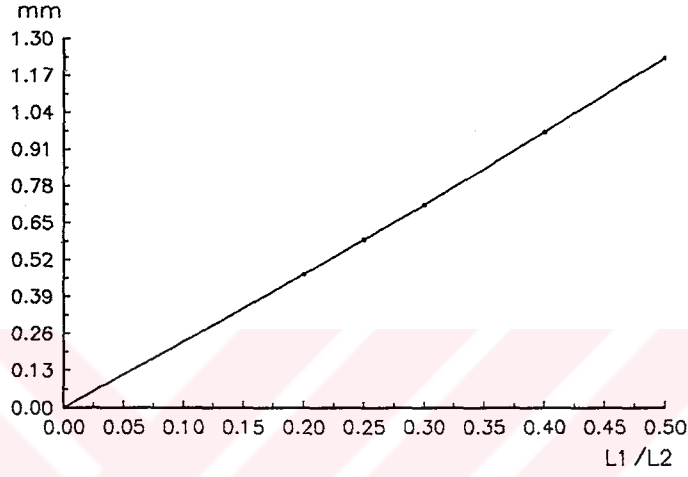


Şekil 4.5. Biyel Orta Nokta Sehimlerinin λ 'ya Göre Değişimi



Şekil 4.6. Biyel Orta Nokta Gerilmelerinin λ 'ya Göre Değişimi

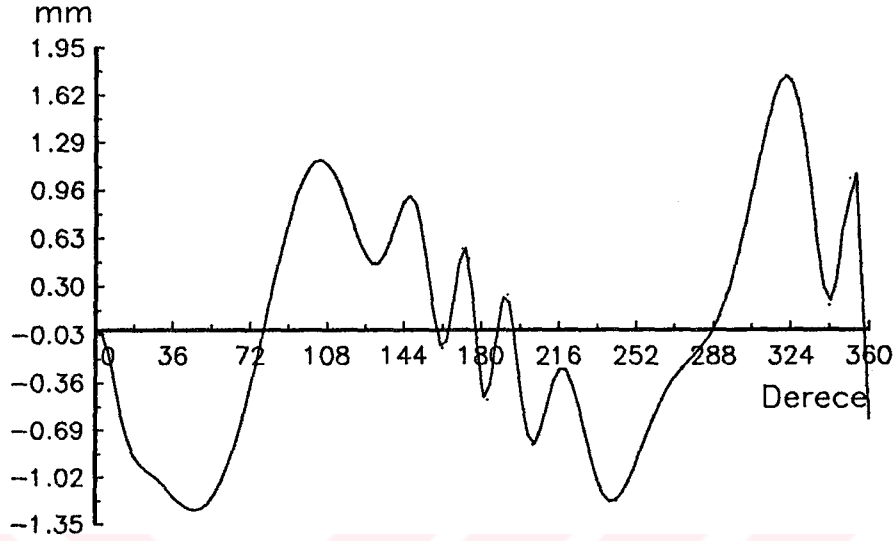
değer 1.5 birimdir, $\lambda=0.4$ için (λ da $\lambda=0.25$ e göre %60 artış demektir) ise aynı değer 2.1 birim olmaktadır. Başka bir deyişle ele alınan mekanizmada, 300 dev/dak sabit çalışma hızında λ oranındaki %60 lık değişim, biyel sehimlerinde %110 a varan artışa yol açmaktadır.



Şekil 4.7. Biyeldeki Maksimum Sehimin λ' ya Göre Değişimi

Şekil 4.7.' da λ ile sehim değişimi arasındaki ilişkiyi veren grafik sunulmuştur. Burada, λ oranı biyel uzunluğu sabit tutularak değiştirilmiştir, yani büyük λ değeri daha büyük krank boyu demektir. Bu ise sabit bir krank açısında krank-biyel mafsalları noktalarının ivmesinin artması anlamına gelir. Bu ivmenin biyeye dik bileşeni biyelin bütün noktalarında yayılı sabit bir atalet kuvveti oluşturur. Ayrıca biyel noktalarının mafsala göre ivmelerinin teğetsel bileşenleri de biyeli enine zorlayan yayılı atalet kuvvetlerine sebep olurlar. λ arttıkça bu açısal ivme değeri de artmaktadır. Dolayısıyla biyel uzunluğu sabit tutulmak şartıyla λ nın artması, biyel üzerindeki yayılı atalet yükünün artmasına tekabül eder. Bu ise sanki-statik bir yaklaşımla olaya bakılırsa biyel sehimlerinde bir artışa işaret etmektedir.

Şekil 4.7. 'de ise biyelle aynı kesit ve malzemeye sahip krankın uç noktasının , her iki uzvun da elastik olması halinde enine deplasmanları görülmektedir.



Şekil 4. Krank Uç Noktası İçin Deplasman Eğrisi

Şimdiye kadar verilen grafiklerde krank açısal hızı sabit olduğundan eğrilerin zamana göre değil dekrank açısına göre değişimi verilmiştir. Bütün eğrilerde zorlanmış hareketin üzerine binen dalgalanmalar göze çarpmaktadır. Bunlar çubuğun tabii titreşimlerini yansıtmaktadırlar. Bu titreşimlerin periyodunun eşit olması beklenemez. Zira hareket denklemleri değişken katsayıdır, yani biyelin serbest titreşim tabii frekansları her an değişmektedir.

Farklı ω lar için sehimlerin değişimini gösteren eğrilerde ise zorlanmış harekete binen dalgalanma sayısının farklı olduğu göze çarpar. Zira ω arttıkça periyot azalacak ve bu periyot zarfındaki tabii titreşim sayısı da az olacaktır.

Bu çalışmada bulunan sonuçlar, mekanizmaya ait bütün parametreler boyutsuzlaştırılmadığı için genelleme yapmaya uygun değildir. Ancak bu şekilde bir uyarılama rahatlıkla yapılabilir. Nitekim, Galerkin metodu ile çözümde biyele ait differansiyel denklem öncelikle boyutsuzlaştırılmış daha sonra çözülmüştür.

Diğer bir husus, seçilen devir sayılarının pek yüksek olmamasıdır. Buna mukabil eğilme rijitlikleri hayli düşük seçilmiştir (Alüminyumun elastisite modülü, çeliğin 1/3 'ü kadardır). Bazı deneysel çalışmalarla mukayese yapma isteği de yüksek hızlar seçilmemesi sebepleri arasında sayılabilir.

Devir sayısı ve eksantrisitenin biyel sehim ve gerilmesine olan etkisini gösteren eğriler, Golebiewski (1976)'nın deney sonucu bulduklarına daha yakındır. Söz konusu çalışmada ise non-lineer denklemlerin çözümüyle bulunan teorik eğri ω ve λ değerleri arttıkça giderek artan bir şekilde deneysel değerlerden uzaklaşmaktadır.

Lineerleştirilmiş hareket denklemlerinin çözümüyle bulunan sonuçlar, mevcut mekanizma (veya boyutsuzlaştırma yapılırsa buna eşdeğer mekanizmalar) için deneysel olarak elde edilen sonuçlara, lineerleştirme yapılmadan bulunanlara göre daha yakındır. Lineerleştirme, hem işlemlerdeki karmaşıklığın azalması hem de matris tekniklerinin kullanılabilmesi gibi avantajlar sağlamaktadır.

ÖZET

Bu çalışmada, bir krank-biyel mekanizması ele alınmış ve bu mekanizma için kineto-elastodinamik analiz yapılmıştır.

Analize mekanizmaya ait hareket denklemlerinin elde edilmesi ile başlanmıştır. Hareket denklemleri çıkartılırken Newton'un II. Hareket Kanunu'ndan yararlanılarak, sonlu bir uzuv parçasına ait moment dengesi yazılmıştır. Burada bulunan entegro-diferansiyel denklemdan, entegradında parametre içeren entegrallerin parametreye göre türevine ait kural kullanılarak hareketin diferansiyel denklemi elde edilmiştir. Hareket denklemi çıkarılırken mekanizma uzuvlarından hem krank hem biyelin elastik olduğu kabul edilmiş ve bir uzvun elastikiyetinin diğer uzuv üzerine etkisi dikkate alınmıştır. Harekete ait diferansiyel denklemler, 4.mertebeden kısmi türevli, non-lineer, homojen olmayan diferansiyel denklem olarak elde edilmiştirler. Non-lineer denklemleri gerek analitik gerekse sayısal çözmek oldukça zor olacağından öncelikle bu non-lineerliği ortadan kaldıracak makul kabuller altında hareket denklemleri lineerleştirilmiştir. Daha sonra bu denklemlerin çözümü hem indirgenmiş parametre metodu hem de Galerkin metodu ile sağlanmıştır. İndirgenmiş parametre metodunda denklemlerin matris formunda ifade edilebiliyor olması nümerik çözüm için oldukça kolaylık sağlamıştır. Galerkin metodu ise hareket denklemi boyutsuzlaştırıldıktan sonra uygulanmıştır. Her iki metod sonucu elde edilen diferansiyel denklem takımlarının çözümü için sayısal çözüm metodlarından 4. mertebeden Runge-Kutta-Gill Metodu kullanılarak, bu amaçla bilgisayar programları hazırlanmıştır.

Hareket denklemlerinin çözümü sağlandıktan sonra mekanizmaya ait bazı parametreler ele alınarak biyelin sehim ve gerilmelerinin bu parametrelere göre değişimi incelenmiş olup elde edilen sonuçlar 4. bölümde irdelenmiştir.

KAYNAKLAR

1. **Alli, H.**, "Elastik Uzunlu Bir Mekanizmanın Dinamik Analizi", Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, İSTANBUL, 1992.
2. **Badlani, M., Kleinhenz, W.**, "Dynamic Stability of Elastic Mechanisms", ASME Journal of Mechanical Design, 101 (1979), 149-153.
3. **Badlani, M., Midha, A.**, "Effect of Internal Material Damping on the Dynamics of a Slider-Crank Mechanism", Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 105 (1983), 452-459.
4. **Chu, S.C., Pan, K.C.**, "Dynamic Response of a High Speed Slider-Crank Mechanism With an Elastic Connecting Rod", ASME Journal of Engineering for Industry, (1975), 542-550.
5. **Constantinou, M.C., Tadjbakhsh, I.G.**, "Dynamic Instability of the Elastic Coupler of a Four-Bar Linkages", ASME, 82-DET-6.
6. **Erdman, A.G., Sandor, G.N., Oakberg, R.G.**, "A General Method for Kineto-Elastodynamic Analysis and Synthesis of Mechanisms", ASME Journal of Engineering for Industry, (1972), 1193-1205.
7. **Golebiewski, E.P., Sadler, J.P.**, "Analytical and Experimental Investigation of Elastic Slider-Crank Mechanisms", ASME Journal of Engineering for Industry, 98 (1976), 1266-1271.
8. **Kohli, D., Hunter, D., Sandor, G.N.**, "Elastodynamic Analysis of a Completely

Elastic System", ASME Journal of Engineering for Industry, 99 (1977), 604-609.

9. Lowen, G.G., Chassapis, C., "The Elastic Behavior of Linkages: An Update", Mechanism and Machine Theory, 21 (1986), 33-42.

10. Lowen, G.G., Jandrasits, W.G., "Survey of Investigations into the Dynamic Behavior of Mechanism Containing Links with Distributed Mass and Elasticity", Mechanism and Machine Theory, 7 (1972), 3-17.

11. Neubauer, A.H., Cohen, R., Hall, A.S., "An Analytical Study of the Dynamics of an Elastic Linkage", ASME Journal of Engineering for Industry, (1966), 311-317.

12. Sadler, J.P., Sandor, G.N., "A Lumped Parameter Approach to Vibration and Stress Analysis of Elastic Linkages", ASME Journal of Engineering for Industry, 95 (1973), 549-557.

13. Sadler, J.P., "On the Analytical Lumped-Mass Model of an Elastic Four-Bar Mechanism", ASME Journal of Engineering for Industry, (1975), 561-565.

14. Sandor, G.N., Zhuang, X., "A Linearized Lumped Parameter Approach to Vibration and Stress Analysis of Elastic Linkages", Mechanism and Machine Theory, (1986), 427-437.

15. Tadjbakhsh, I.G., "Stability of Motion of Elastic Planar Linkages with Application to Slider-Crank Mechanism, ASME Journal of Mechanical Design, 104 (1982), 698-703.

16. Woodall, S.R., "On the Large Amplitude Oscillations of a Thin Elastic Beam", Int.

J. Non-Linear Mechanics, (1966), 217-238.

17. Yang, A.T., Pennock, G.R., "Stress Fluctuation in High Speed Mechanisms", ASME Journal of Mechanical Design, 103 (1981), 736-742.

18. Zhu, Z.G., Chen, Y., "The Stability of the Motion of a Connecting Rod", Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 105 (1983), 637-640.



TEŐEKKÖR

Öncelikle yaptığım bu çalışmada sürekli beni destekleyen ve yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Osman Kopmaz' a, ayrıca her zaman yanımda olan ve manen bana güç veren aileme ve diğer araştırma görevlisi arkadaşlarıma teşekkür ederim.



ÖZGEÇMİŞ

1969 yılında Erzurum' da doğdu. İlk, orta ve lise tahsilini orada tamamladıktan sonra 1986 yılında U.Ü. Mühendislik Fakültesi Makine Bölümü' ne girdi. 1990 yılında mezun olduğu bu bölümde aynı yıl yüksek lisansına başladı. Halen aynı bölümde araştırma görevlisi olarak çalışmaya devam etmektedir.



EK.1.

Tesir Katsayıları

Basit bir krank biyel mekanizması için aşağıdaki eşitliği yazmak mümkündür.

$$L_1 \sin \theta = L_2 \sin \beta \quad (\text{E.1})$$

Bu bağıntının zamana göre bir kez türetilmesiyle,

$$\dot{\beta} = \frac{L_1 \cos \theta}{L_2 \cos \beta} \dot{\theta} \quad (\text{E.2})$$

eşitliği, iki kez türetilmesiyle,

$$\ddot{\beta} = \frac{\frac{L_1}{L_2} \left(\left(\frac{L_1}{L_2} \right)^2 - 1 \right) \sin \theta}{\cos^3 \beta} \dot{\theta}^2 + \frac{L_1 \cos \theta}{L_2 \cos \beta} \ddot{\theta} \quad (\text{E.3})$$

eşitliği elde edilir.

Yapılan çalışmada krank ve biyel esnek uzuvlar olarak alındığı halde yukarıdaki ifadelerde geçen θ , $\dot{\theta}$ ve $\ddot{\theta}$ krankın rijit hareketini temsil etmektedirler. Mekanizmanın çalışması sırasında krankın elastikiyetinden dolayı yeni $\bar{\theta}$, $\dot{\bar{\theta}}$ ve $\ddot{\bar{\theta}}$ değerleri oluşur ve bunlar

$$\left. \begin{aligned} \bar{\theta} &= \theta + u_{1(N1+1)} \\ \dot{\bar{\theta}} &= \dot{\theta} + \dot{u}_{1(N1+1)} \\ \ddot{\bar{\theta}} &= \ddot{\theta} + \ddot{u}_{1(N1+1)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{E.4})$$

şeklinde yazılabilirler. Burada $u_{1(N1+1)} = v_{1(N1+1)} / L_1$ 'dir.

(E.4)'deki ifadeleri kullanılarak (E.2) ve (E.3) eşitlikleri elastik hal için yazılırsa,

$$\dot{\beta} = \frac{L_1 \cos \theta}{L_2 \cos \beta} (\dot{\theta} + \dot{u}_{1(N1+1)}) \quad (\text{E.5})$$

ve

$$\ddot{\beta} = \frac{\frac{L_1}{L_2} \left(\left(\frac{L_1}{L_2} \right)^2 - 1 \right) \sin \theta}{\cos^3 \beta} (\dot{\theta} + \dot{u}_{1(NI+1)})^2 + \frac{L_1 \cos \theta}{L_2 \cos \beta} (\ddot{\theta} + \ddot{u}_{1(NI+1)}) \quad (\text{E.6})$$

elde edilir. (E.5) ve (E.6) bağıntıları (3.6.14) ile karşılaştırılırsa,

$$g = \frac{L_1 \cos \theta}{L_2 \cos \beta} \quad (\text{E.7})$$

$$h = \frac{\frac{L_1}{L_2} \left(\left(\frac{L_1}{L_2} \right)^2 - 1 \right) \sin \theta}{\cos^3 \beta} \quad (\text{E.8})$$

bulunur.

EK.2.

Çsecβ'nın Tesir Katsayıları Cinsinden İfade Edilmesi

$\tau = \omega t$ olmak üzere, krank biyel mekanizmasında pistonun yerdeğiştirme miktarı x_p ,

$$x_p = L_1 \cos \tau + L_2 \cos \beta \quad (\text{E2.1})$$

şeklinde ifade edilir. Buradan pistonun hız ve ivmesi için;

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_p &= -L_1 \sin \tau \omega - L_2 \sin \beta \dot{\beta} \\ \ddot{x}_p &= -L_1 \sin \tau \dot{\omega} - L_1 \cos \tau \omega^2 - L_2 \sin \beta \ddot{\beta} - L_2 \cos \beta \dot{\beta}^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{E2.2})$$

yazılabilir. Krankın rijit kabul edilmesi halinde, (3.6.13) bağıntısından

$$\ddot{\beta} = g \dot{\omega} + h \omega^2 \quad (\text{E2.3})$$

'dir. Eğer $\omega = 0$ ise $\beta = h \omega^2$ olur. β 'nin bu ifadesi (E2.2) de yerleştirilirse,

$$\ddot{x} = -L_1 \cos \tau \omega^2 - L_2 \omega^2 (g^2 \cos \beta + h \sin \beta) \quad (\text{E2.4})$$

halini alır. $\ddot{\zeta} = \frac{\ddot{x}_p}{L_2 \omega^2}$ olarak tanımlarsak,

$$\ddot{\zeta} = -\lambda \cos \tau - g^2 \cos \beta - h \sin \beta \quad (\text{E2.5})$$

ve

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\zeta} \sec \beta &= -g - g^2 - h \tan \beta \\ \ddot{\zeta} \sec \beta &= -(g + g^2 + h \tan \beta) \end{aligned} \right\} \quad (\text{E2.6})$$

elde edilir.

EK.3.

```
REM *****  
REM *      BU PROGRAM KRANK-BİYEL MEKANİZMASINDA      *  
REM *      KRANK VE BİYELİN SEHİM VE GERİLMELERİNİ    *  
REM *      HESAPLAR                                     *  
REM *****
```

```
m=130 : nn=5 : n1=4 : n2=5 : e=6.9E10 : lam=.25 : l2=.305 : l1=l2*lam  
pi=4*atn(1.) : yog=2770 : en1=.0254 : yuks1=.00206  
m1=en1*l1*yuks1*yog : en2=.0254 : yuks2=.00206 : ndim=10  
m2=en2*l2*yuks2*yog : fin=10*pi : finn=0 : dl1=l1/(2*n1)  
dl2=l2/(2*n2) : dt=(2*pi)/(fin*m) : mp=4.95*m2 : hatas=.001
```

```
DIM aps(nn,m+1), bps(nn,m+1), cps(nn,m+1), dps(nn,m+1), g(nn,m+1), alfa(nn,m+1),  
DIM gamma(nn,m+1), dd(m,nn), dz(m), z1(nn,m), z2(nn,m-1), z3(nn,m), z4(nn,m-1)  
DIM mt(nn,nn), car(nn,nn), carp(nn,nn)  
DIM rk(6), rm(8), s(8), r(8), yy(20), z(20)  
DIM yk(4), zk(4), del(4,nn), eps(2,nn)  
DIM ks1(nn,nn), ksn1(nn,nn)  
DIM is1(n1+1), m1(n1+1), is2(n2), m2(n2)  
DIM v1pm(n1+1,n1+1), v1npm(n1+1,n1+1), v1nnp(n1+1,n1+1), stv1p(n1+1)  
DIM v1qm(n1+1,n1+1), v1ym(n1+1,n1+1), v1nny(n1+1,n1+1), stv1y(n1+1)  
DIM v1xm(n1+1,n1+1), v1m(n1+1,n1+1), v1nm(n1+1,n1+1), v1nny(n1+1,n1+1)  
DIM v1mm(n1+1,n1+1), stv1(n1+1), st1(n1+1), st2(n2)  
DIM stv2p(n2), stv2y(n2), stv2(n2), v2pm(n2,n2), v2qm(n2,n2)  
DIM v2xm(n2,n2), v2ym(n2,n2), v2mm(n2,n2), v2m(n2,n2), v2nnp(n2,n2)  
DIM v2nny(n2,n2), v2nny(n2,n2), v2nny(n2), v2nny(n2), v2nny(n2)  
DIM ks2(n2,n2), st(nn), a(4), b(4), c(4), aux(8,ndim), tps(nn), tpsn(nn)  
DIM v1de(m,n1+1), v1d(m,n1+1), v2de(m,n2), v2d(m,n2)  
DIM aks(nn,60), bks(nn,60), top1f(nn), top2f(nn), topf(nn), ao(nn)  
DIM akls(nn), aklc(nn), bkls(nn), bklc(nn), ckls(nn), cklc(nn)  
DIM dkls(nn), dklc(nn)
```

```
for i=1 to n1+1  
m1(i)=m1/(n1+1)  
is1(i)=en1*yuks1 ^ 3/12  
next i
```

```

for i=1 to n2
m2(i)=m2/n2
is2(i)=en2*yuks2 ^ 3/12
next i
iter=1
kts=1
hks=0
LB1:
dx=pi/(180*fin):dx1=dx/10
x=0 : tt=0 : t=0
  for i=1 to ndim
  y(i)=0
  ye(i)=y(i)
  next i
  for i=1 to ndim
  dery(i)=.1
  next i
goto LB3
LB2:
for i=1 to ndim
y(i)=ye(i)
next i
LB3:
if (tt/3-fix(tt/3)) <> 0 then goto 60
t=t+1
if kts=2 then goto 50
for i=1 to n1+1
v1d(t,i)=y(i)
next i
goto 60
50:
for i=1 to n2
v2d(t,i)=y(i)
next i
60:
prmt(1)=x:prmt(2)=x+dx:prmt(3)=dx1:prmt(4)=1e-3:prmt(5)=0
if prmt(1)>370*pi/(180*fin) then goto LB8

```

GOSUB RKGS

```

for i=1 to ndim :for j=1 to 8:aux(j,i)=0:next j:next i
for i=1 to ndim
dery(i)=.1
next i
    if ihlf>10 then dx1=dx1/2
    if ihlf>10 then x=prmt(1)
    if ihlf>10 then goto LB2
    x=prmt(2)
for i=1 to ndim
ye(i)=y(i)
next i
tt=tt+1

```

```
goto LB3
```

LB8:

```
GOSUB PKS
GOSUB FOUR
```

```

if kts=1 then goto LB4
if iter>1 then GOSUB HATA
if hks=1 then goto LB5
    for j=1 to t
    for i=1 to n1+1
    v1de(j,i)=v1d(j,i)
    next i:next j
        for j=1 to t
        for i=1 to n2
        v2de(j,i)=v2d(j,i)
        next i:next j

```

```

iter=iter+1
kts=1

```

```
goto LB1
```

LB4:

```

kts=2
goto LB1

```

LB5:

```

open "o",#1,"V1D.DAT"
open "o",#2,"V2D.DAT"
for j=1 to t
for i=1 to n1+1
print #1,using "#####.#####";v1d(j,i)*1e3;:next i:print #1," ":next j
    for j=1 to t
    for i=1 to n2
    print #2,using "#####.#####";v2d(j,i)*1e3;:next i:print #2," ":next j
close #1
close #2

print "PROGRAM BİTTİ"
end

```

```

REM *****
REM          ALT PROGRAMLAR
REM *****

```

RKGS:

```

REM Runge-Kutta Metoduyla Dif. Denklemin Cozumu

```

```

for i=1 to ndim
aux(8,i)=.06666667*dery(i)
next i
    x=prmt(1)
    xend=prmt(2)
    h=prmt(3)
    prmt(5)=0.

```

```

GOSUB FCT

```

```

REM Hata Testi

```

```

if (h*(xend-x))<0 then 38
if (h*(xend-x))=0 then 37
if (h*(xend-x))>0 then 2

```


REM Runge-Kutta Metodu İcin Hazirliklar

2:

```

a(1)=.5
a(2)=.2928932
a(3)=1.707107
a(4)=.1666667
b(1)=2.
b(2)=1.
b(3)=1.
b(4)=2.
c(1)=.5
c(2)=.2928932
c(3)=1.707107
c(4)=.5

```

REM Birinci Runge-Kutta Adımı İcin Hazirliklar

```

for i=1 to ndim
aux(1,i)=y(i)
aux(2,i)=dery(i)
aux(3,i)=0.
aux(6,i)=0.
next i
    irec=0
    h=h+h
    ihlf=-1
    istep=0
    iend=0

```

REM Runge-Kutta Adiminin Baslamasi

4:

```

if ((x+h-xend)*h)<0 then 7
if ((x+h-xend)*h)=0 then 6
if ((x+h-xend)*h)>0 then 5

```

5:

```
h=xend-x
```

6:

```
iend=1
```

7:

```

GOSUB OUTP

if (prmt(5))<>0 then 40
8:
itest=0
9:
istep=istep+1

REM En İcteki Runge-Kutta Cevriminin Baslamasi

kjj=1
10:
aj=a(kjj)
bj=b(kjj)
cj=c(kjj)

    for i=1 to ndim
        r1=h*dery(i)
        r2=aj*(r1-bj*aux(6,i))
        y(i)=y(i)+r2
        r2=r2+r2+r2
        aux(6,i)=aux(6,i)+r2-cj*r1
    next i

12: if (kjj-4)=>0 then goto 15
    kjj=kjj+1
    if (kjj-3)=0 then goto 14
13:
x=x+.5*h
14:
GOSUB FCT
goto 10

REM En İçteki Runge-Kutta Cevriminin Sonu

REM Hassasiyet Testi

15:
if (itest)>0 then 20

REM itest=0 Olmasi Halinde Hassasiyet Testi İmkansızdır

```

```

16:
    for i=1 to ndim
    aux(4,i)=y(i)
    next i
        itest=1
        istep=istep+istep-2
18:
    ihlf=ihlf+1
    x=x-h
    h=.5*h
        for i=1 to ndim
        y(i)=aux(1,i)
        dery(i)=aux(2,i)
        aux(6,i)=aux(3,i)
        next i
    goto 9

REM itest=1 Olmasi Halinde Hassasiyet Testi Mümkindür

20:
    imod=istep/2
    if (istep-imod-imod)=0 then 23
21:

    GOSUB FCT

    for i=1 to ndim
    aux(5,i)=y(i)
    aux(7,i)=dery(i)
    next i
    goto 9

REM Test Değeri Delt'in Hesabi

23:
    delt=0.
    for i=1 to ndim
    delt=delt+aux(8,i)*abs(aux(4,i)-y(i))
    next i
        if (delt-prmt(4)) <=0 then goto 28

```

REM Hata Çok Büyük

25:

if (ihlf-10) >= 0 then 36

26:

```
for i=1 to ndim
aux(4,i)=aux(5,i)
next i
istep=istep+istep-4
x=x-h
iend=0
goto 18
```

REM Sonuç Değerler İyi

28:

GOSUB FCT

```
for i=1 to ndim
aux(1,i)=y(i)
aux(2,i)=dery(i)
aux(3,i)=aux(6,i)
y(i)=aux(5,i)
dery(i)=aux(7,i)
next i
```

GOSUB OUTP

```
if prmt(5) <> 0 then 40
for i=1 to ndim
y(i)=aux(1,i)
dery(i)=aux(2,i)
next i
irec=ihlf
if (iend) > 0 then 39
```

REM Artım İki Misli Yapılıyor

32:

ihlf=ihlf-1

```
istep=istep/2
h=h+h
if (ihlf)<0 then 4
33:
imod=istep/2
if (istep-imod-imod)<>0 then 4
34:
if (delt-.02*prmt(4))>0 then 4
35:
ihlf=ihlf-1
istep=istep/2
h=h+h
goto 4
```

REM Ana Programa Dönüş

```
36:
ihlf=11
GOSUB FCT
goto 39
37:
ihlf=12
goto 39
38:
ihlf=13
39:
GOSUB OUTP
40:
return
```

```
FCT:
GOSUB HESAP
if kts=2 then goto 70
for ig=1 to n1+1
st(ig)=st1(ig)
```

```

for jg=1 to n1+1
ks(ig,jg)=ks1(ig,jg)
ksn(ig,jg)=ksn1(ig,jg)
next jg : next ig
goto 80
70:
for ig=1 to n2
st(ig)=st2(ig)
for jg=1 to n2
ks(ig,jg)=ks2(ig,jg)
ksn(ig,jg)=0
next jg : next ig
80:
for kg=1 to nn
tp(kg)=0
next kg
dery(1)=y(6)
dery(2)=y(7)
dery(3)=y(8)
dery(4)=y(9)
dery(5)=y(10)

for ig=1 to nn
for jg=1 to nn
tp(ig)=tp(ig)+ksn(ig,jg)*y(jg+nn)+ks(ig,jg)*y(jg)
next jg:next ig
for ig=1 to nn
dery(ig+nn)=st(ig)-tp(ig)
next ig
return

```

OUTP:

```

if ihlf=11 goto 90
if ihlf=12 goto 100
if ihlf=13 goto 310
goto 120
90:
print "ihlf=11,adim bolme sayisi cok fazla"
goto 120
100:
print "adim buyuklugu=prmt(3)=0 verilmiş"

```

```

goto 120
310:
print "sign prmt(3)#sign(prmt(2)-prmt(1))"
120:
return

```

PKS:

REM BPS, CPS ve DPS Dizilerinin Yüklenmesi

```

for lf=1 to t
dz(lf)=(lf-1)*10*dx
next lf
    if kts=1 then goto 130
    ng=1
for i=1 to t
for j=ng to nn
dd(i,j)=v2d(i,j)
next j: next i
goto 140
130:
ng=nn
    for i=1 to t
    for j=ng to nn
dd(i,j)=v1d(i,j)
next j: next i
140:
for js=ng to nn
for is=1 to (t-2)
dps(js,is)=2.*(dz(is+2)-dz(is))
if is><1 then goto f2
bps(js,is)=0.
goto f3
f2:
bps(js,is)=dz(is+1)-dz(is)
f3:
if is><(t-2) then goto f4
cps(js,is)=0.
goto f1
f4:
cps(js,is)=dz(is+2)-dz(is+1)

```

f1:

next is: next js

REM Z1 Katsayılarının Yüklmesi

```

for js=ng to nn
for is=1 to t
z1(js,is)=dd(is,js)
next is: next js

```

REM Sağ Taraf Sabitlerinin Hesabı

```

for js=ng to nn
for is=1 to (t-2)
aps(js, is) = 3. * (1. / (dz(is + 2) - dz(is + 1))) * (z1(js, is + 2) - z1(js, is + 1)) -
3. * (1. / (dz(is + 1) - dz(is))) * (z1(js, is + 1) - z1(js, is))
next is :next js

```

REM Alfa, Gamma ve G'nin Yüklmesi

```

for js=ng to nn
alfa(js,1)=dps(js,1)
gamma(js,1)=cps(js,1)/alfa(js,1)
next js
for js=ng to nn
for is=2 to (t-2)
alfa(js,is)=dps(js,is)-bps(js,is)*gamma(js,is-1)
if is=(t-2) then goto f8
gamma(js,is)=cps(js,is)/alfa(js,is)
next is:

```

f8:

next js

```

for js=ng to nn
g(js,1)=aps(js,1)/alfa(js,1)
next js
for js=ng to nn
for is=2 to (t-2)
g(js,is)=(aps(js,is)-bps(js,is)*g(js,is-1))/alfa(js,is)
next is: next js

```



```

    for js=ng to nn
      z3(js,t-2)=g(js,t-2)
      for is=1 to (t-3)
        kx=t-2-is
        z3(js,kx)=g(js,kx)-gamma(js,kx)*z3(js,kx+1)
      next is :next js
  for js=ng to nn
  for is=1 to (t-2)
  kx=t-is
  z3(js,kx)=z3(js,kx-1)
  next is
  z3(js,1)=0.
  z3(js,t)=0.
  next js

```

REM Z2 ve Z4 Katsayılarının Hesabi

```

  for js=ng to nn
  for is=1 to (t-1)
  z2(js,is) = (1./(dz(is+1)-dz(is))) * (z1(js,is+1)-z1(js,is)) - ((dz(is+1)-
    dz(is))/3.)*(z3(js,is+1)+2.*z3(js,is))
  z4(js,is) = (1./(3.*(dz(is+1)-dz(is)))) * (z3(js,is+1)-z3(js,is))
  next is:next js
  return

```

FOUR:

```

  nf=nn
  if kts=1 then goto 150
  if kts=2 then nf=1
  goto 320
150:
  nf=nn
320:
  for jf=nf to nn
  for kf=1 to 60
  xf=kf*fin
  top1f(jf)=0.
  top2f(jf)=0.
  for lf=1 to (t-1)
  delta=dz(lf+1)-dz(lf)
  akls(jf) = -(z1(jf,lf)/xf) * (cos(xf*dz(lf+1))-cos(xf*dz(lf)))
  aklc(jf) = (z1(jf,lf)/xf) * (sin(xf*dz(lf+1))-sin(xf*dz(lf)))

```

```

bkls(jf) = -(z2(jf,lf)/xf)*(delta*cos(xf*dz(lf+1))-(1./xf)*(sin(xf*dz(lf+1))-sin(xf*dz(lf))))
bklc(jf) = (z2(jf,lf)/xf)*(delta*sin(xf*dz(lf+1))+(1./xf)*(cos(xf*dz(lf+1))-cos(xf*dz(lf))))
ckls(jf) = -(z3(jf,lf)/xf)*((delta^2)*cos(xf*dz(lf+1))-(2./xf)*delta*sin(xf*dz(lf+1))
-(2./(xf*xf))*(cos(xf*dz(lf+1))-cos(xf*dz(lf))))
cklc(jf) = (z3(jf,lf)/xf)*((delta^2)*sin(xf*dz(lf+1))+(2./xf)*delta*cos(xf*dz(lf+1))
-(2./(xf*xf))*(sin(xf*dz(lf+1))-sin(xf*dz(lf))))
dkls(jf) = -(z4(jf,lf)/xf)*((delta^3)*cos(xf*dz(lf+1))-(3./xf)*(delta^2)*sin(xf*dz(lf+1))
-(6./(xf*xf))*delta*cos(xf*dz(lf+1))+(6./(xf*xf*xf))*(sin(xf*dz(lf+1))
-sin(xf*dz(lf))))
dklc(jf) = (z4(jf,lf)/xf)*((delta^3)*sin(xf*dz(lf+1))
+(3./xf)*(delta^2)*cos(xf*dz(lf+1))-(6./(xf*xf))*delta*sin(xf*dz(lf+1))
-(6./(xf*xf*xf))*(cos(xf*dz(lf+1))-cos(xf*dz(lf))))
top1f(jf) = top1f(jf) + aklc(jf) + bklc(jf) + cklc(jf) + dkcl(jf)
top2f(jf) = top2f(jf) + akls(jf) + bkls(jf) + ckls(jf) + dkls(jf)
next lf
aks(jf,kf) = (fin/pi)*top1f(jf)
bks(jf,kf) = (fin/pi)*top2f(jf)
next kf
topf(jf) = 0.
  for is=1 to (t-1)
    delta=dz(is+1)-dz(is)
    terim=z1(jf,is)*delta+(z2(jf,is)/2.)*(delta^2.)+(z3(jf,is)/3.)*(delta^3.)
    +(z4(jf,is)/4.)*(delta^4.)
    topf(jf) = topf(jf) + terim
  next is
ao(jf) = (fin/pi)*topf(jf)
next jf

return

```

SHI:

```

if kts=2 then goto 170
if kts=1 then ngg=nn
goto 180
170:
  ngg=1
180:
  for sp=ngg to nn
    tps(sp)=0: tpsn(sp)=0
    for ts=1 to 60

```

```

tps(sp)=tps(sp)+aks(sp,ts)*cos(ts*fin*x)+bks(sp,ts)*sin(ts*fin*x)
tpsn(sp)=tpsn(sp)-aks(sp,ts)*sin(ts*fin*x)+bks(sp,ts)*cos(ts*fin*x)
next ts
if kts=2 goto s1
v2(sp)=.5*ao(sp)+tps(sp)
v2n(sp)=fin*tpsn(sp)
v2nn(sp)=-fin ^ 2*tps(sp)
next sp
goto s2
s1:
v1n=fin*tpsn(sp)
v1nn=-fin ^ 2*tps(sp)
s2:
return

```

HATA:

```

for z=1 to t
for j=1 to n1+1
if abs((v1d(z,j)-v1de(z,j))*1000)=>hatas then goto 220
next j
for k=1 to n2
if abs((v2d(z,k)-v2de(z,k))*1000)=>hatas then goto 220
next k
next z
goto 230
220:
hks=0
goto LB7
230:
hks=1
LB7:
print "hks=";hks
return

```

HESAP:

```
if kts=2 then goto HESAP2
```

REM P ve Q Kuvvetlerinden Kaynaklanan Terimlerin Katsayılarının
REM Atanması

HESAP1:

```

for j=1 to n1+1
st1(j)=0:stv1p(j)=0:stv1y(j)=0
for k=1 to n2
v1pm(j,k)=0
v1qm(j,k)=0
v1ym(j,k)=0
v1xm(j,k)=0
v1nnpm(j,k)=0
v1nnym(j,k)=0
ks1(j,k)=0
ksn1(j,k)=0
next k:next j

```

```

fi=fin*x
b=atn(lam*sin(fi)/(1-lam^2*sin(fi)^2)^.5)
g2=lam*cos(fi)/cos(b)
h2=lam*(lam^2-1)*sin(fi)/((cos(b))^3)
if iter=1 then goto LB6

```

GOSUB SHI

LB6:

```

for i=1 to 6
rk(i)=0
next i
for i=1 to 8
rm(i)=0
next i

```

```

rm(1)= -mp*1*(1/cos(b))*(sin(fi)+lam*sin(2*fi)/2)
rm(2)= -mp*1*(1/cos(b))*(cos(fi)+lam*cos(2*fi))

```

```

for k=1 to n2
x2k= (2*k-1)*l2/(2*n2)

```

```

rk(1)= rk(1)+(1-x2k/l2)*m2(k)
rk(2)= rk(2)+v2(k)*m2(k)/l2
rk(3)= rk(3)-v2(k)*m2(k)
rk(4)= rk(4)-v2(k)*v2n(k)*m2(k)/l2

```

$$rk(5) = rk(5) + ((1-x2k/l2)*x2k-v2(k)*v2(k)/l2)*m2(k)$$

$$rk(6) = rk(6) + (1-x2k/l2)*m2(k)*v2nn(k)$$

$$rm(3) = rm(3) - \tan(b) * (x2k/l2) * m2(k)$$

$$rm(4) = rm(4) + (1 + v2(k) * \tan(b) / l2) * m2(k) * v2n(k)$$

$$rm(5) = rm(5) - x2k * m2(k)$$

$$rm(6) = rm(6) - 2 * (1 + v2(k) * \tan(b) / l2) * m2(k) * v2n(k)$$

$$rm(7) = rm(7) - ((x2k * x2k * \tan(b) / l2) + (1 + v2(k) * \tan(b) / l2) * v2(k)) * m2(k)$$

$$rm(8) = rm(8) - x2k * \tan(b) * m2(k) * v2nn(k) / l2$$

next k

REM S ve R Katsayılarının Hesaplanması

$$sfb = \sin(fi+b):cfb = \cos(fi+b)$$

$$s(1) = rm(1) * sfb$$

$$s(2) = rm(2) * sfb$$

$$s(3) = rk(1) * cfb + rm(3) * sfb$$

$$s(4) = rk(2) * cfb + rm(4) * sfb$$

$$s(5) = rk(3) * cfb + rm(5) * sfb$$

$$s(6) = rk(4) * cfb + rm(6) * sfb$$

$$s(7) = rk(5) * cfb + rm(7) * sfb$$

$$s(8) = rk(6) * cfb + rm(8) * sfb$$

$$r(1) = -rm(1) * cfb$$

$$r(2) = -rm(2) * cfb$$

$$r(3) = rk(1) * sfb - rm(3) * cfb$$

$$r(4) = rk(2) * sfb - rm(4) * cfb$$

$$r(5) = rk(3) * sfb - rm(5) * cfb$$

$$r(6) = rk(4) * sfb - rm(6) * cfb$$

$$r(7) = rk(5) * sfb - rm(7) * cfb$$

$$r(8) = rk(6) * sfb - rm(8) * cfb$$

REM Y ve Z Katsayılarının Hesaplanması

$$yy(1) = s(1) * finn$$

$$yy(2) = s(1) / l1$$

$$yy(3) = s(2) * fin * fin$$

$$yy(4) = 2 * s(2) * fin / l1$$

$$yy(5) = s(3) * l1 * (fin * fin * sfb - finn * cfb)$$

$$\begin{aligned}
yy(6) &= s(3)*(fin*fin*cfb+finn*sfb) \\
yy(7) &= 2*s(3)*sfb*fin \\
yy(8) &= -s(3)*cfb \\
yy(9) &= -s(4)*l1*(fin*fin*cfb+finn*sfb) \\
yy(10) &= s(4)*(fin*fin*sfb-finn*cfb) \\
yy(11) &= -2*s(4)*cfb*fin \\
yy(12) &= -s(4)*sfb \\
yy(13) &= s(5)*g2*g2*fin*fin \\
yy(14) &= 2*s(5)*g2*g2*fin/l1 \\
yy(15) &= s(6)*g2*fin \\
yy(16) &= s(6)*g2/l1 \\
yy(17) &= s(7)*(h2*fin*fin+g2*finn) \\
yy(18) &= 2*s(7)*h2*fin/l1 \\
yy(19) &= s(7)*g2/l1 \\
yy(20) &= s(8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z(1) &= r(1)*finn \\
z(2) &= r(1)/l1 \\
z(3) &= r(2)*fin*fin \\
z(4) &= 2*r(2)*fin/l1 \\
z(5) &= r(3)*l1*(fin*fin*sfb-finn*cfb) \\
z(6) &= r(3)*(fin*fin*cfb+finn*sfb) \\
z(7) &= 2*r(3)*fin*sfb \\
z(8) &= -r(3)*cfb \\
z(9) &= -r(4)*l1*(fin*fin*cfb+finn*sfb) \\
z(10) &= r(4)*(fin*fin*sfb-finn*cfb) \\
z(11) &= -2*r(4)*cfb*fin \\
z(12) &= -r(4)*sfb \\
z(13) &= r(5)*g2*g2*fin*fin \\
z(14) &= 2*r(5)*g2*g2*fin/l1 \\
z(15) &= r(6)*g2*fin \\
z(16) &= r(6)*g2/l1 \\
z(17) &= r(7)*(h2*fin*fin+g2*finn) \\
z(18) &= 2*r(7)*h2*fin/l1 \\
z(19) &= r(7)*g2/l1 \\
z(20) &= r(8)
\end{aligned}$$

REM YK ve ZK Katsayılarının Hesaplanması

$$\begin{aligned}
yk(1) &= yy(1)+yy(3)+yy(5)+yy(9)+yy(13)+yy(15)+yy(17)+yy(20) \\
yk(2) &= yy(6)+yy(10)
\end{aligned}$$

$$yk(3) = yy(4) + yy(7) + yy(11) + yy(14) + yy(16) + yy(18)$$

$$yk(4) = yy(2) + yy(8) + yy(12) + yy(19)$$

$$zk(1) = z(1) + z(3) + z(5) + z(9) + z(13) + z(15) + z(17) + z(20)$$

$$zk(2) = z(6) + z(10)$$

$$zk(3) = z(4) + z(7) + z(11) + z(14) + z(16) + z(18)$$

$$zk(4) = z(2) + z(8) + z(12) + z(19)$$

REM Delta ve Epsilon Katsayılarının Hesaplanması

```

for j=0 to n1
  if j=0 then goto 250
  x1j= (2*j - 1)*l1/(2*n1)
  goto 260
250:
  x1j=0
260:
  del(1,j+1)= (l1-x1j)*yk(1)
  del(2,j+1)= (l1-x1j)*yk(2)
  del(3,j+1)= (l1-x1j)*yk(3)
  del(4,j+1)= (l1-x1j)*yk(4)

  eps(1,j+1)= zk(1)
  eps(2,j+1)= -zk(1)

next j

```

REM P1L ve Q1L'den Oluşan Katsayı Matrisleri ve Sağ Taraf Vektorünün
REM Yüklenmesi

```

for j=0 to n1
  stv1p(j+1)=-del(1,j+1)
  v1pm(j+1,n1+1)=del(2,j+1)
  if j=0 then goto 270
  v1qm(j+1,j)=eps(1,j+1)
270:
  v1qm(j+1,n1+1)=eps(2,j+1)
  v1npm(j+1,n1+1)=del(3,j+1)
  v1nnp(j+1,n1+1)=del(4,j+1)

next j

```

REM Y Yönündeki Atalet Kuvvetlerinden Kaynaklanan Terimlerin Katsayılarının
REM Atanması

```

for j=0 to n1
topst=0
if j=0 then goto 280
x1j=(2*j-1)*l1/(2*n1)
goto 290
280:
x1j=0
290:
for k=j+1 to (n1+1)
x1k=(2*k-1)*l1/(2*n1)
v1ym(j+1,k)=(x1k-x1j)*m1(k)*fin*fin
v1nnym(j+1,k)=(x1j-x1k)*m1(k)
topst=topst+(x1k-x1j)*m1(k)
next k
stv1y(j+1)=topst
next j

```

REM X Yönündeki Atalet Kuvvetlerinden Kaynaklanan Terimlerin Katsayılarının
REM Atanması

```

for j=0 to n1
topl=0
for k=j+1 to n1+1
x1k=(2*k-1)*l1/(2*n1)
v1xm(j+1,k)=-x1k*m1(k)*fin*fin
topl=topl-x1k*m1(k)*fin*fin
next k
if j=0 then goto 190
v1xm(j+1,j)=topl
190:
next j

```

REM Eğrilik-Moment Bağıntısından Kaynaklanan Terimlerin Katsayılarının
REM Atanması

```

er1=e/((2*d1)^2)
v1mm(1,1)=-8*er1*is1(1)
v1mm(2,1)=4*er1*is1(2)

```



```

v1mm(2,2)=-4*er1*is1(2)/3
  for j=2 to n1-1
    v1mm(j+1,j-1)=-er1*is1(j+1)
    v1mm(j+1,j)=2*er1*is1(j+1)
    v1mm(j+1,j+1)=-er1*is1(j+1)
  next j

```

```

v1mm(n1+1,n1-1)=-4*er1*is1(n1+1)/3
v1mm(n1+1,n1)=4*er1*is1(n1+1)
v1mm(n1+1,n1+1)=-8*er1*is1(n1+1)/3

```

REM Herhangi Bir Z Anında Toplam İvme,Hız ve Sehim Matrisleriyle
REM Sabitler Vektörünün Bulunması

```

for j=1 to n1+1
  stv1(j)=stv1p(j)+stv1y(j)
  for k=1 to n1+1
    v1m(j,k)=v1pm(j,k)+v1Qm(j,k)+v1ym(j,k)+v1xm(j,k)+v1mm(j,k)
    v1nm(j,k)=v1npm(j,k)
    v1nnm(j,k)=v1nnpm(j,k)+v1nnym(j,k)
  next k
next j

```

```

for j=1 to n1+1
  for k=1 to n1+1
    mt(j,k)=v1nnm(j,k)
    car(j,k)=v1m(j,k)
    carp(j,k)=v1nm(j,k)
  next k
next j
hh=n1+1

```

GOSUB TERS

REM v1nnm Matrisinin Tersi ile v1m,v1nm Matrisleri ve Sabitler
REM Vektörünün Çarpılması

```

for i=1 to n1+1
  for j=1 to n1+1
    st1(i)=st1(i)+mt(i,j)*stv1(j)
  next j
next i

```

```

ks1(i,j)=ks1(i,j)+mt(i,k)*car(k,j)
ksn1(i,j)=ksn1(i,j)+mt(i,k)*carp(k,j)

```

```

next k
next j
next i
goto 300

```

HESAP2:

```

for j=1 to n2
st2(j)=0:stv2p(j)=0:stv2y(j)=0
for k=1 to n2
v2pm(j,k)=0
v2qm(j,k)=0
v2ym(j,k)=0
v2xm(j,k)=0
v2nnpm(j,k)=0
v2nnym(j,k)=0
ks2(j,k)=0
next k:next j

```

```

fi=fin*x
b=atn(lam*sin(fi)/(1-(lam*sin(fi))^2)^0.5)

```

GOSUB SHI

```

bn=lam*cos(fi)*(fin+v1n/l1)/cos(b)
bnn=lam*cos(fi)*(finn+v1nn/l1)/cos(b)
+ tan(b)*((lam*cos(fi)/cos(b))^2 - 1)*((fin+v1n/l1)^2)
if fi>pi then goto 330
ax0=-l1*sin(fi+b)*(finn+v1nn/l1) - l1*cos(fi+b)*(fin+v1n/l1)^2
ay0=-l1*cos(fi+b)*(finn+v1nn/l1) + l1*sin(fi+b)*(fin+v1n/l1)^2
goto 210

```

330:

```

ax0=l1*sin(2*pi-fi+abs(b))*(finn+v1nn/l1)-l1*cos(2*pi-fi+abs(b))*(fin+v1n/l1)^2
ay0=-l1*cos(2*pi-fi+abs(b))*(finn+v1nn/l1)-l1*sin(2*pi-fi+abs(b))*(fin+v1n/l1)^2

```

210:

```

dp=l1*mp*((sin(fi)+0.5*lam*sin(2*fi))*(finn+v1nn/l1)
+ (cos(fi)+lam*cos(2*fi))*(fin+v1n/l1)^2)

```

REM P Kuvvetinden Kaynaklanan Terimlerin Katsayılarının Atanması

```

for j=1 to n2
x2j=(2*j-1)*dl2
for k=1 to n2
x2k=(2*k-1)*dl2
stv2p(j)=stv2p(j)-x2j*(1-x2k/l2)*(ay0+x2k*bnn)*m2(k)
v2nnpm(j,k)=(1-x2k/l2)*x2j*m2(k)
v2pm(j,k)=(ax0/l2-bn ^ 2)*x2j*m2(k)
next k : next j

```

REM Q Kuvvetinden Kaynaklanan Terimlerin Katsayılarının Atanması

```

top=0
for k=1 to n2
x2k=(2*k-1)*dl2
top=top+m2(k)*((ay0+x2k*bnn)*x2k*tan(b)/l2 + (x2k*bn ^ 2-ax0))
next k
for j=1 to n2
v2qm(j,j)=dp/(cos(b)) + top
next j

```

REM Y Yönündeki Atalet Kuvvetlerinden Kaynaklanan Terimlerin
REM Katsayılarının Atanması

```

for j=1 to n2
x2j=(2*j-1)*dl2
top1=0
for k=1 to j
x2k=(2*k-1)*dl2
top1=top1+(x2j-x2k)*(ay0+x2k*bnn)*m2(k)
v2nnym(j,k)=(x2k-x2j)*m2(k)
v2ym(j,k)=(x2j-x2k)*bn ^ 2*m2(k)
next k
stv2y(j)=top1
next j

```

REM X Yönündeki Atalet Kuvvetlerinden Kaynaklanan Terimlerin
REM Katsayılarının Atanması

```

for j=1 to n2

```

```

if j=1 then goto 240
top2=0
  for k=1 to (j-1)
    x2k=(2*k-1)*dl2
    ak=(ax0-x2k*bn ^ 2)*m2(k)
    top2=top2+ak
    v2xm(j,k)=-ak
  next k
v2xm(j,j)=top2
240:
next j

```

REM Eğrilik-Moment Bağlantısından Kaynaklanan Terimlerin
REM Katsayılarının Atanması

```

er2=e/((2*dl2) ^ 2)
for j=2 to (n2-1)
v2mm(j,j-1)=-er2*is2(k)
v2mm(j,j)=2*er2*is2(k)
v2mm(j,j+1)=-er2*is2(k)
next j

```

```

v2mm(1,1)=4*er2*is2(k)
v2mm(1,2)=-4*er2*is2(k)/3
v2mm(n2,n2-1)=-4*er2*is2(k)/3
v2mm(n2,n2)=4*er2*is2(k)

```

REM Herhangi Bir Z Anında Toplam İvme ve Sehim Matrisleriyle
REM Sabitler Vektörünün Bulunması

```

for j=1 to n2
stv2(j)=stv2p(j)+stv2y(j)
for k=1 to n2
v2m(j,k)=v2pm(j,k)+v2qm(j,k)+v2ym(j,k)+v2xm(j,k)+v2mm(j,k)
v2nrm(j,k)=v2nnpm(j,k)+v2nny(m(j,k)
next k
next j

```

```

for j=1 to n2
for k=1 to n2
mt(j,k)=v2nrm(j,k)

```

```

car(j,k)=v2m(j,k)
next k
next j

```

```
hh=n2
```

```
GOSUB TERS
```

```
REM v2nmm Matrisinin Tersi ile v2m Matrisi ve Sabitler
REM Vektörünün Çarpılması
```

```

for i=1 to n2
for j=1 to n2
st2(i)=st2(i)+mt(i,j)*stv2(j)
for k=1 to n2
ks2(i,j)=ks2(i,j)+mt(i,k)*car(k,j)
next k
next j
next i

```

```
300:
```

```
return
```

```
TERS:
```

```
REM v2nmm Matrisinin Tersinin Hesaplanması
```

```

for k=1 to hh
for i=1 to hh
for j=1 to hh
if i=k or j=k then 310
mt(i,j)=mt(i,j)-mt(i,k)*mt(k,j)/mt(k,k)
310:
next j: next i
mt(k,k)=-1/mt(k,k)
for i=1 to hh
if i=k then 320
mt(i,k)=mt(i,k)*mt(k,k)
320:
next i

```

```
for j=1 to hh
  if j=k then 330
  mt(k,j)=mt(k,j)*mt(k,k)
330:
next j
next k
for i=1 to hh
  for j=1 to hh
  mt(i,j)=-mt(i,j)
  next j
next i

return
```

