T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT ANABİLİM DALI

PERDE – ÇERÇEVE SİSTEMLERİN YATAY YÜKLERE GÖRE ÇÖZÜMLERİ VE BİLGİSAYAR PROGRAMI GELİŞTİRİLMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MEHMET TERZİ

BURSA, HAZIRAN 1992

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT ANABİLİM DALI

PERDE - ÇERÇEVE SİSTEMLERİN YATAY YÜKLERE GÖRE ÇÖZÜMLERİ VE BİLGİSAYAR PROGRAMI GELİŞTİRİLMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MEHMET TERZİ

Sınav günü : 15 Temmuz 1992
Jüri üyeleri : Doç. Dr. Şerif SAYLAN (Danışman)
: Doç. Dr. Alpay ÖZGEN (İ.T.Ü.)
: Yard.Doç. Dr. Erdal İRTEM (U.Ü.)

BURSA, HAZIRAN 1992

Ö Z E T

Bu yüksek lisans tezi çalışmasında, Birleşik Çerçeve ile Perde-Çerçeve sistemlerin yatay yüklere göre hesabı incelenmiştir.

Birleşik Çerçeve ve farklı düzlemlerde bulunan Perde-Çerçeve olmak üzere iki sistem ele alınmıştır. Her iki sistem için FORTRAN IV ile bilgisayar programı geliştirilmiş ve çözümleri yapılmıştır. Çözüm sisteminde perde, sonlu elemanlar yöntemi ile çerçeve kısmı ise rijitlik matrisi yöntemi ile çözülmüş ve kesit tesirleri bulunmuştur.

Sistemlerin çözümünde, perdeyi sonlu elemanlar yöntemi ile çözerken, eleman düğüm noktalarında iki veya üç serbestlik derecesi bulunan dikdörtgen elemanlar seçilmiştir.

Örnek çözümlerden elde edilen sonuçlar literatürdeki diğer metotlarla elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

A B S T R A C T

In this post graduate research study, the calculation of combined frame and shearwall–frame systems were examined.

Two systems namely combined frame and shearwall–frame on different surfaces were studied. A computer program with FORTRAN IV was developopped for both systems and their solvings were made. In the solving system the method of stiffness matrix for the frame part were applied and the stresses were found out.

In the solutions of the systems, when solving the shear–wall with finite element method, rectangular elements having two or three degrees of freedooms in the element nodes were chosen.

The results which obtained from solved examples were compared with the results of the other solution methods given in the literature.

İÇİNDEKİLER

sayfa no

TERİMLER VE SEMBOLLER

U......: x ekseni doğrultusundaki deplasman bileşeni

V......: y ekseni doğrultusundaki deplasman bileşeni

σ......: Normal gerilme

μ......: Poisson oranı

E......: Elastisite modülü

Γ......: Kayma gerilmesi

[D]....: Elastisite matrisi

δ......: Kısmi türev operatörü

{δ}....: Uç yer değiştirme bileşenlerinden oluşan kolon matris

{P}....: Dış kuvvetler vektörü

[K]....: Rijitlik (stiffness) matrisi

{ϵ}....: Şekil değiştirme bileşenlerinden oluşan kolon matris

[N]....: Eleman şekil fonksiyonları matrisi

P......: Eleman sınırındaki yayılı yük

t......: Eleman kalınlığı

[B]....: Eleman şekil değiştirme (slope) matrisi

[J]....: Jakobiyen matrisi

[J]...: Jakobiyen matrisinin adjoint (eklenik) matrisi

Ω......: Birim hacmin kütlesi

γ......: Şekil değiştirme açısı

Φ......: Lame sabiti

G......: Kayma modülü

ϵ......: Birim deformasyon (strain)

ϵ_x.....: x ekseni doğrultusundaki birim deformasyon bileşeni

ϵ_y.....: y ekseni doğrultusundaki birim deformasyon bileşeni

ϵ_z.....: z ekseni dogrultusundaki birim deformasyon bileşeni

V......: Hacim

{U}....: Eleman içindeki genel deplasman vektörü

{f}....: Deplasman vektörü

α......: Elemanın x ekseni ile sistem x' ekseni arasındaki açı

Ş E K İ L   L İ S T E S İ

sayfa no

T A B L O L İ S T E S İ

Ö N S Ö Z

Çalışmalarım sırasında teşvik ve yardımlarını esirgemeyen, sürekli ilgi ve desteğini gördüğüm Sayın Hocam Doç.Dr.Şerif SAYLAN'a ve çalışmalarım süresince yakın ilgilerini esirgemeyip bilgisayar programı çalışmalarımda yardımcı olan Sayın Dr.Mehmet İREN'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 1992 Mehmet TERZİ

1.GİRİŞ

Günümüzde artan nüfus yogunluğu, sanayi ve teknolojinin ilerlemesi yüksek yapılara gereksinimini ve bu yapıların önemini arttırmıştır.

Mühendisliğin temel amacı ekonomik ve güvenli yapılar meydana getirmektir. Bu iki kriteri uygun şekilde sağlayan optimum tasarım için gerekli çok sayıdaki alternatiflerden en uygununu seçmek gerekir. Bunun için konuyu tam anlamıyla bilmek, seçenekleri araştırmak, bunlar arasında karşılaştırma yapmak gerekir.

Gerek nüfusun arttığı ve büyük şehirlerin oluştuğu, gerekse ticari hayatın geliştiği ve iş merkezlerinin ortaya çıktığı ülkelerde bir yandan arsa fiyatlarının yükselmesi, diğer taraftan büyük firmaların prestij düşüncesi, gün geçtikçe yüksek ve gökdelen cinsi yapıların ortaya çıkmasına sebep olmaktadır.

Bugün, taşıyıcı sistemi çerçevelerden oluşan perde duvarsız 15-18 katlı betonarme yapılar yapılabilmistir [1]. Daha çok katlı betonarme yapılarda alt katların taşıyıcı sistem kesitleri büyümekte ve yapı faydalı alanından kayıplara neden olmaktadır. Tek başlarına çerçeve sistemler bu tür yapılarda yeterli olmamakta veya ekonomik olmayan sonuçlara götürmektedir. Ayrıca bu tip binaların yanal deformasyonları büyük değerler alabildiği için bölme duvarların çatlaması, camların kırılması gibi istenmeyen hasarlar meydana gelebilmektedir. Bu sakıncaları ortadan kaldırmak üzere yapılara daha büyük yanal rijitlikler sağlayan başka taşıyıcı sistemler eklenmesi yoluna gidilmiştir. Bu düşünceyi en iyi gerçekleyen perdeli sistemlerdir. Perdeli sistemler yatay yükleri karşılamalarının yanı sıra düşey yükleri taşırlar ve bölme duvarı gibi ikinci derecedeki işlevleri de yerine getirirler. Düzlem içi rijitlikleri yüksek olan bu perde duvarları, yapı planında uygun yerleştirildikleri taktirde, yatay yüklere karşı dayanımı ekonomik olarak da sağlamaktadırlar.

Bu çalışmada, perdenin davranışı düzlemsel dikdörtgen sonlu elemanlarla temsil edilmiş, bu elemanların birleştirilmesiyle perde rijitlik matrisi oluşturulmuştur. Çerçevenin rijitlik matrisi rijitlik matrisi metodu ile hesaplanmış, perde ve çerçeve rijitlik matrisleri kat seviyelerinde eşit deplasman yapacak şekilde birleştirilerek perde ve çerçeveden oluşan karma sistemlerin kesin çözümü için bilgisayar programı hazırlanmıştır.

Sadece kat hizalarında etkiyen yatay yüklere göre çözüm yapıldığından, çerçeve çubukları üzerinde ara yüklerin olmadığı kabul edilmiştir.

Birleşik çerçeve ve perde-çerçeve sistemin yatay yüklere göre hesabı için geliştirilen bu çalışma yedi bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde, konu ve konu ile ilgili bilgiler verilmiştir.

İkinci bölümde, perde-çerçeve sistemler hakkında bilgi verilmiş ve konu ile ilgili çalışmalar özetlenmiştir.

Üçüncü bölümde, lineer elastisitenin esasları hakkında bilgi verilmiştir.

Dördüncü bölümde, iki boyutlu sistemlerin sonlu elemanlar yöntemiyle hesabı anlatılmıştır.

Beşinci bölümde, rijitlik matrisi metodu hakkında bilgi verilmiştir.

Altıncı bölümde, Birleşik çerçeve ve farklı düzlemlerderde bulunan perde-çerçeve sistemlerin yatay yüklere göre hesabı yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar bazı çözüm yöntemleri ile kıyaslanmıştır. Ayrıca Fortran IV ile çözümde data girişide açıklanmıştır.

Yedinci bölümde, çalışmada varılan sonuçlar özetlenmiştir.

2. PERDE-ÇERÇEVELİ SİSTEMLER

Çok katlı yapılarda rüzgar ve depremden meydana gelen etkilerin tayini için kullanılan statik ve dinamik hesap metotlarının uygulanmasında, sistemin yatay yüklere göre hesabı önemli bir yer almaktadır. Sistemlerin yatay yüklere göre hesabı için geliştirilen hesap metotları;

1– Kesin metotlar

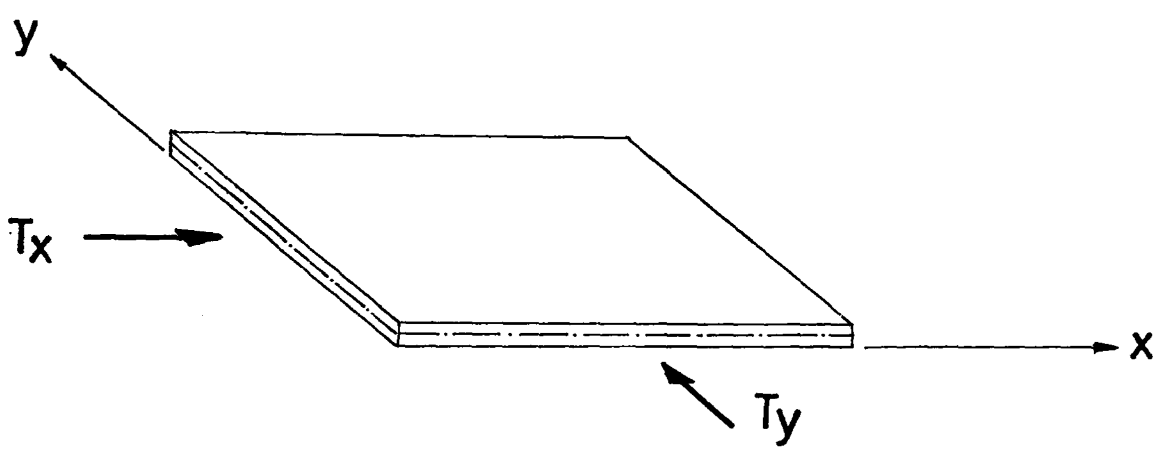
2– Yaklaşık metotlar

olarak iki gruba ayrılabilir. Bunlarda Kesin Metotlar adı verilenler, genel olarak, deplasman metodunun çok katlı yapıların hesabına uygulanması ile geliştirilen ve bilinmiyen sayısı çok fazla olan metotlardır. Çok katlı yapıların yatay yüklere göre hesabı için taşıyıcı sistem türüne bağlı olarak geliştirilen Yaklaşık Metotlar bazı basitleştirici kabuller yardımı ile hesapların geniş ölçüde kısalmasını sağlayan metotlardır [2],[3],[4],[5].

2.1 Hesaplarda Yapılan Kabuller

1. Malzeme lineer elastiktir (Deformasyonlar elastik sınırlar içinde kalmaktadır).

2. Kat döşemeleri kendi düzlemleri içinde sonsuz rijittir.

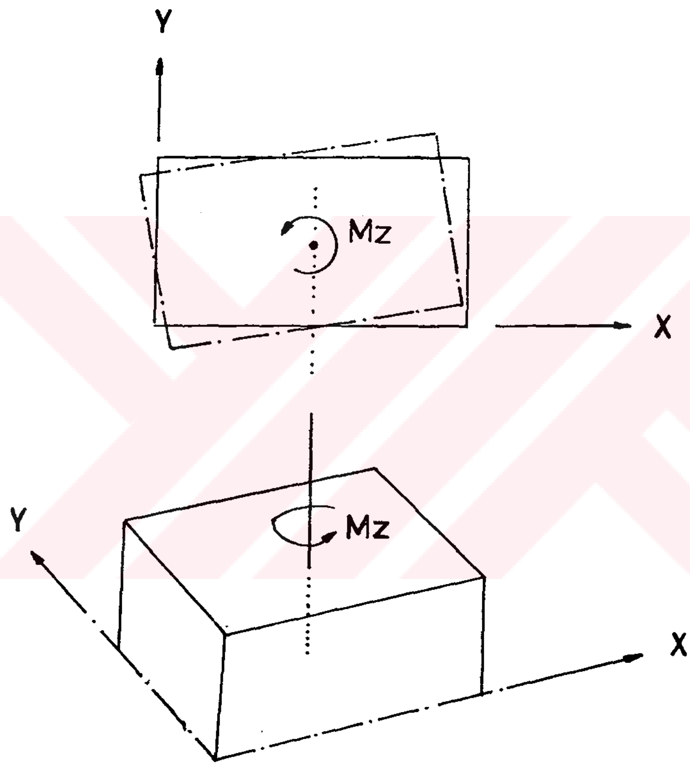


Şekil 2.1 Döşeme düzlemi

x ve y doğrultusunda, döşeme kendi düzleminde ; (x,y) düzleminde sonsuz rijittir. Yani bu düzlem doğrultusunda döşeme bükülmez.

Bu kabulü yaparken kat döşemelerinde fazla narin döşemelerin bulunmamasına dikkat edilmelidir [2].

3. Yapının yatay yükler altında düşey bir eksen altında burulmadığı; yani her katta çeşitli taşıyıcı elemanlara gelen kesme kuvvetleri bileşkesinin yatay dış kuvvetler bileşkesi ile çakıştığı,



Şekil 2.2 Burulma momentleri

Burulma etkisinin meydana geldiği sistemde bu etki hesaplanmalıdır.

4. Perdelere Klasik Kiriş teorisindeki bağıntıların geçerli olduğu

5. Yapının çok katlı olduğu

6. Kat yüksekliğinin, yapının yüksekliği boyunca değişmediği

7. Yatay kuvvetler (atalet kuvvetleri), yapıya katlar hizasında etkimektedirler.

8. Boy değişmelerinin ihmal edilebileceği

9. Düşey taşıyıcı elemanların ortogonal yani birbirine dik iki düşey düzlemden birine paralel oldukları

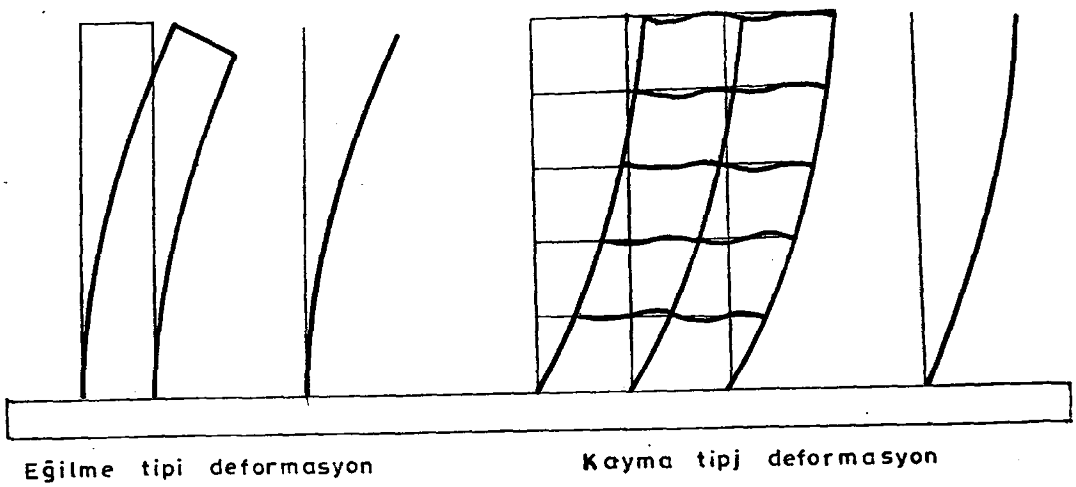
10. Kiriş ve kolon boyutlarının yapı yüksekliğince sabit kaldıkları kabulleri yapılmıştır.

Bunlardan 1,2 ve 4 ile gösterilenler, pratik uygulamalar bakımından geçerli olan ve yatay yüklerin perde ve çerçevelere dağıtılması konusundaki bütün çalışmalarda yapılmış kabullerdir [2],[7],[9],[11],[14],[15].

2.2 Perde ve Çerçevelerden Meydana Gelen Yapılar

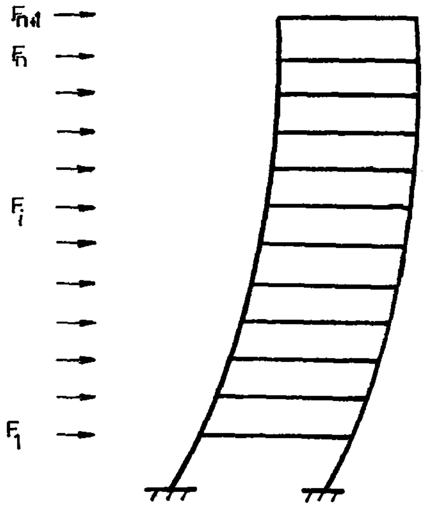
Çerçeveler kayma tipi deformasyon yapar, elastik eğri iç bükeydir.

Perdeler ise eğilme tipinde deformasyon yapar, dış bükeydir.

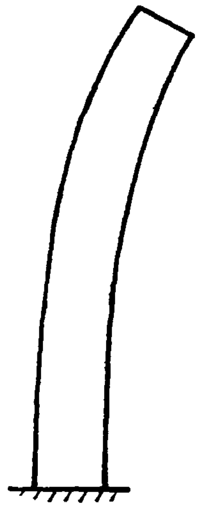


Şekil 2.3

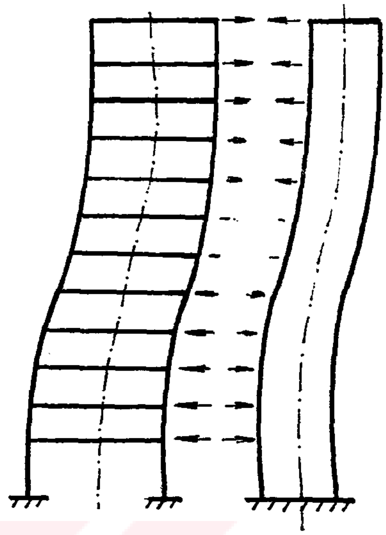
Farklı tipte deformasyon yapan bu iki sistem bir yapıda bulununca birlikte çalışmaya zorlanırlar. Kendi düzlemleri içinde sonsuz rijit kabul edilen kat döşemeleri, her iki sistemi, katlar hizasında eşit deplasman yapmaya zorlar. Böylece iki sistem arasında ilave bağ kuvvetleri doğar [6].



Şekil 2.4 Çerçeve



Şekil 2.5. Perde



Şekil 2.6. Perde ve çerçeveler arasında oluşan bağ kuvvetleri

Bağ kuvvetleri değişik değerler olmakla beraber üst katlarda çerçevelerin, perdelerin serbestçe deformasyonunun önlendiği, yatay kesme kuvvetinin büyük ölçüde çerçevelerce karşılandığı ve hatta bazı hallerde çerçevelere gelen kesme kuvvetinin dış kuvvetlerden daha büyük değerlere vardığı alt katlarda ise bunun tersinin söz konusu olduğu, yani perdenin çerçeve deformasyonunu önlediği ve yatay kesme kuvvetinin daha çok perdelerce karşılandığı genel olarak söylenebilir.

Perde ve çerçeveler arasında oluşan bu bağ kuvvetlerini, düzleminde sonsuz rijit olan perde ve çerçevelere eşit deplasman yaptıran yani elastik eğrilerin aynı olmasını sağlayan döşemelerin yerine eğilme rijitliği sıfır, uzama rijitliği sonsuz olan pandül çubukların ilettiği düşünülür [7],[15].

Perde ve çerçeveler beraber çalışmak üzere döşemelerle bağlandığı takdirde, perdelerin alt katlarda kat kesme kuvvetlerinin nerede ise tümünü taşıdıkları, üst katlarda ise bütün yükün çerçevelere gittiği görülür. Bu nedenle taşıyıcı sistem perde ve çerçevelerden oluşturulmaktadır. Yapı yükseldikçe çerçeve miktarının azalması, perde miktarının artması gerekir.

2.3 Konu ile İlgili Çalışmalar

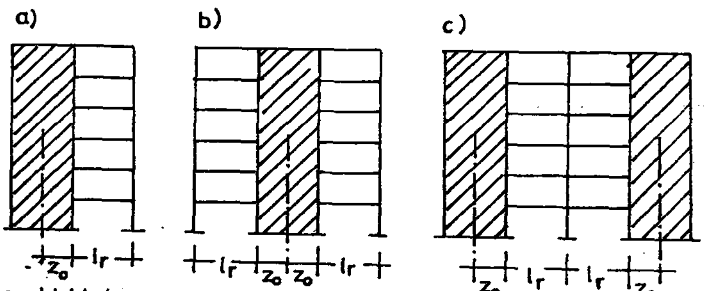
2.3.1 Diferansiyel Denklem Yöntemi İle Çözüm

Seçilen düzlem yapı modelinde kat yükseklikleri, kat kolon ve kiriş rijitlikleri yapı yüksekliği boyunca sabit, ayrıca kiriş açıklıkları birbirine eşit veya yakın ise yatay yayılı yükler altında çerçeve veya perdeli çerçeve sistemin kesit tesirlerini veren ifadeler diferansiyel denklem formunda elde edilebilmektedir [7],[8].

Diferansiyel denklem yöntemi, proje mühendisini hesaplarda süratle sonuca götürmesi ve taşıyıcı elemanları bir tek düzleme indirgeyerek, çözümü elastik bir eğrinin belirlenmesinde araması ve bilgisayara gerek duyulmayan nitelikte olmasından kolayca taraftar bulmaktadır.

2.3.1.1 Birleşik Çerçeveler

Bağlantı kirişleri denilen yatay çubukların dolu gövdeli perdeye saplanmasına birleşik cerçeve denir.



Bir açıklıklı birleşik çerçeve

İki acıklıklı simetrik birleşik çerçeve

İki acıklıklı simetrik birleşik çerçeve

Şekil 2.7

Birleşik Çerçevelerin Çözümüne esas olan diferansiyel denklem,

$$v^2 \cdot w^{iv} - w'' - \frac{k^2-1}{k^2} M_o - v^2 \cdot p(x) = 0 \qquad (2.1)$$

olarak yazılır. Burada,

$$v^2 = \frac{D}{k_S \cdot k^2} \qquad (2.2)$$

lineer bir karekteristik ve

$$k^2 = 1 + \frac{D}{D_o} \qquad (2.3)$$

dır.

D :Dolu gövde eğilme rijitliği

D_o:Çerçevenin eğilme rijitliği

(2.1) diferansiyel denklemin genel çözümü

$$w = c_1 + c_2 \cdot x + c_3 \cdot ch\frac{x}{v} + c_4 \cdot sh\frac{x}{v} + c_ö(x) \qquad (2.4)$$

dir.

c_i :integral sabitleri

$c_ö(x)$:yatay yükleme durumuna bağlı özel çözümdür.

Betonarme yapılarda yatay yüklerin içinde deprem etkisi önem kazandığından, deprem yönetmeliğimizin önerdiği üçgen yayılı yük durumu göz önüne alınacaktır.

Kolonların eğilme rijitliklerinin toplamı perde eğilme rijitliğinin yanında çok küçük olduğundan D eğilme rijitliği yalnız perdeye ait olanı alınacaktır.

Sınır şartları

1) $w(o)=o$

2) $w'(o)=o$

3) $-w''(o)=T_o(o)$

4) $w''(H)=o$

dır. $w'(o)=o$ şartı temel dönmesinin bulunmadığını göstermektedir.

$P_{(x)} = P_o \frac{x}{H}$ yayılı yükten dolayı herhangi bir kesitteki kesme kuvveti ve eğilme momenti sırası ile,

$$T = \frac{P_\circ H}{2}\left(1 - \frac{x^2}{H^2}\right) \tag{2.5}$$

$$M = -\frac{P_\circ H^2}{6}\left(2 - 3\frac{x}{H} + \frac{x^3}{H^3}\right) \tag{2.6}$$

dır. Bu şartlar altında (2.1) denkleminin genel çözümü:

$$w = c_1 + c_2 \cdot x + c_3 \cdot \mathrm{ch}\frac{x}{v} + c_4 \cdot \mathrm{sh}\frac{x}{v}$$

$$-\frac{P_\circ v^2}{6\,k^2 H}x^3 + \frac{k^2-1}{6\,k^2 H}P_\circ\left(H^3 x^2 - \frac{H^3 x^3}{2} + \frac{x^5}{20}\right) \tag{2.7}$$

şeklinde yazılacaktır.
sınır şartlarının da yardımı ile integral sabitleri

$$c_1 = -\frac{P_\circ v^4 \chi}{k^2} \tag{2.8a}$$

$$c_2 = \frac{P_\circ v^3 \lambda^*}{k^2} \tag{2.8b}$$

$$c_3 = \frac{P_\circ v^4 \chi}{k^2} \tag{2.8c}$$

$$c_4 = -\frac{P_\circ v^4 \lambda^*}{k^2} \tag{2.8d}$$

olarak bulunur. Burada

$$\lambda = \frac{H}{v} \tag{2.9}$$

$$\lambda^* = \lambda\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda^2}\right) \tag{2.10}$$

$$\chi = \frac{1 + \lambda^* \mathrm{sh}\,\lambda}{\mathrm{ch}\,\lambda} \tag{2.11}$$

dir. (2.8) yardımı ile (2.7) denklemi nihai olarak,

$$w=\frac{P_o v^4}{k^2}\left[\lambda^{*}\frac{x}{v}-\frac{x^3}{v}-\frac{x^3}{6Hv^2}+\chi\,\mathrm{ch}\frac{x}{v}\;\lambda^{*}\mathrm{sh}\frac{x}{v}\right.$$

$$\left.-\chi+\frac{k^2-1}{6Hv^4}\left(H^3x^2-\frac{H^2x^3}{2}+\frac{x^5}{20}\right)\right] \qquad (2.12)$$

olacaktır.

Kesit tesirlerine (2.12) ifadesinin türevlerinin yardımı ile geçilir. Perde eğilme momenti,

$$M=-w''=-\frac{P_oH^2}{k^2}\left[\frac{1}{\lambda^2}\left(-\frac{x}{H}+\chi\,\mathrm{ch}\frac{x}{v}-\lambda^{*}\mathrm{sh}\frac{x}{v}\right)\right.$$

$$\left.+\frac{k^2-1}{6}\left(2-3\frac{x}{H}+\frac{x^3}{H^3}\right)\right] \qquad (2.13)$$

kesme kuvveti,

$$T=M'=\frac{P_oH}{k^2}\left[\frac{1}{\lambda^2}-\frac{\chi}{\lambda}\mathrm{sh}\frac{x}{v}+\frac{\lambda^{*}}{\lambda}\mathrm{ch}\frac{x}{v}+\frac{k^2-1}{2}\left(1-\frac{x^2}{H^2}\right)\right] \qquad (2.14)$$

olacaktır. Çerçeve kolonlarına isabet eden kesme kuvvetleri (2.5) ve (2.14) bağıntılardan yararlanılarak bulunur.

$$T_c=T_o-T$$

$$=\frac{P_oH}{k^2}\left[-\frac{1}{\lambda^2}+\frac{\chi}{\lambda}\mathrm{sh}\frac{x}{v}-\frac{\lambda^{*}}{\lambda}\mathrm{ch}\frac{x}{v}+\frac{1}{2}\left(1-\frac{x^2}{H^2}\right)\right] \qquad (2.15)$$

Kenar kolonlarındaki normal kuvvetleri denge şartından ve (2.6) ile (2.13) bağıntılarının yardımı ile elde edilir.

$$N = \frac{M_o - M}{b}$$

$$= -\frac{P_o H^2}{k^2}\left[\frac{1}{\lambda^2}\left(\frac{x}{H} - \chi \,\mathrm{ch}\,\frac{x}{v} + \chi^{*}\mathrm{sh}\,\frac{x}{v}\right)\right.$$

$$\left. + \frac{1}{6}\left(2 - \frac{3x}{H} + \frac{x^3}{H^2}\right)\right] \qquad (2.16)$$

Bağlantı kirişinin perde tarafındaki M_p perde momenti ise

$$M_p = \left(1 + \frac{i_r}{6 i_s}\right) \cdot M \qquad (2.17)$$

bağıntısının yardımı ile bulunur.

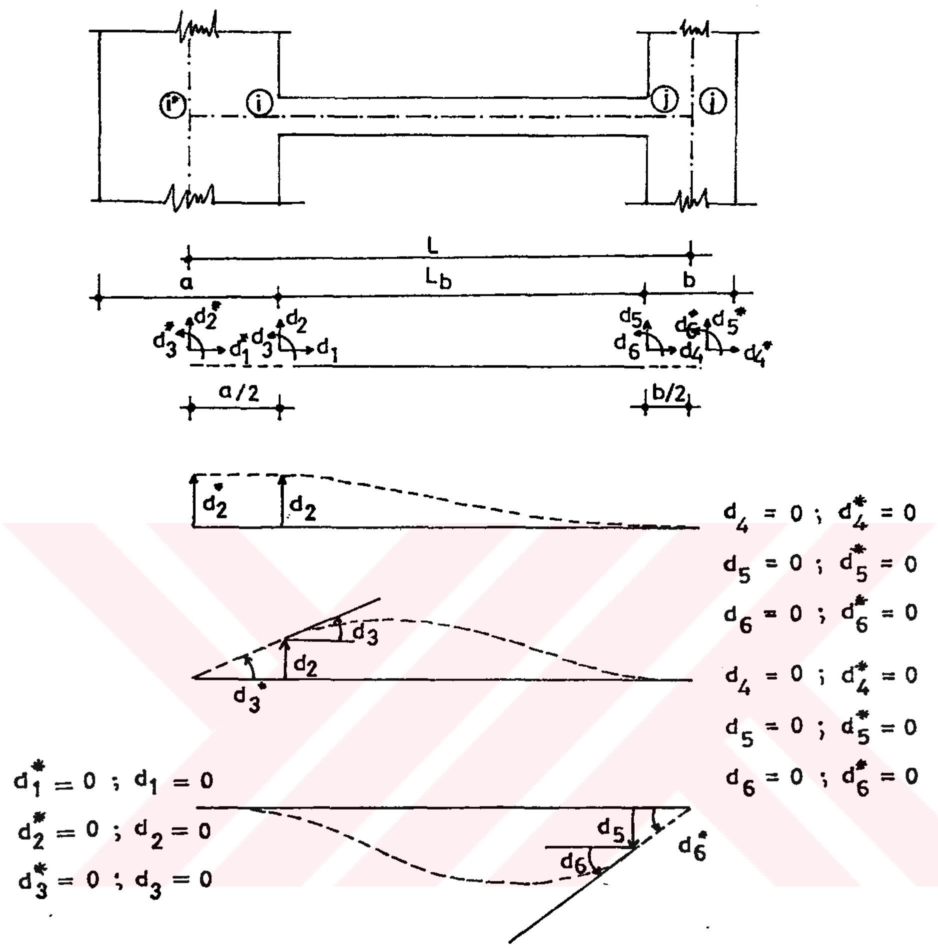
Bu çözüm yöntemi ile ilgili bilgiler [7],[8],[9] 'da ayrıntılı olarak verilmiştir.

2.3.2 Rijitlik Matrisi Yöntemi İle Çözüm

Çerçevelerden oluşan sistemler için rijitlik matrisi yöntemi bölüm 5 'de özetlenmiştir. Rijitlik matrisi yöntemi [3],[4],[9],[10],[11]'de etraflı olarak anlatılmaktadır.

2.3.2.1 Eşdeğer Çerçeve Benzetimi

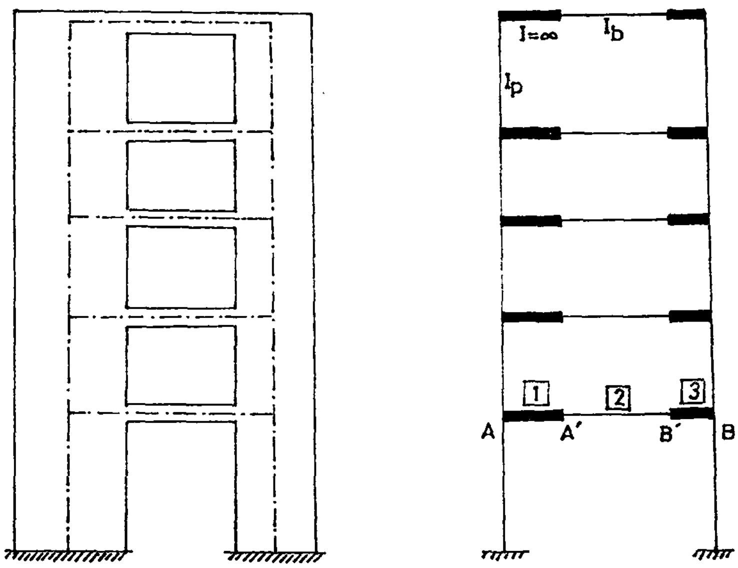
Eşdeğer çerçeve benzetiminde bağ kirişleri perde duvarlarına saplanmaktadır [12]. Dolayısı ile bağ kirişlerinin, duvar eksenlerindeki koordinatlara karşılık gelen eleman rijitlik matrisi bulunması gerekmektedir. Şekil 2.8 'de perde içinde bulunan bir bağ kirişini ele alalım. Bağ kirişinin perde içindeki kısmı sonsuz rijit olduğundan perde eksenindeki dönme ile bağ kirişinin perdeye bağlandığı noktadaki dönme birbirine eşit olacaktır. Benzer olarak yatay yönde rijit kısım boy değişimi yapmadığından yatay deplasmanlarda eşit olurlar.



Şekil 2. 8. Perde duvarları arasında bağ kirişi

2.3.2.2 Geniş Kolonlu Çerçeve Benzetimi

Bu çözüm şeklinde şekil 2.9 'da da görüldüğü gibi çerçevenin kolon eksenleri perdenin sağ ve sol kısımlarının eksenleri olarak alınmakta ve kirişlerin perde içinde kalan kısımlarının atalet momentleri sonsuz rijit kabul edilmektedir [11]. Herhangi bir kat gözönüne alındığında bu modele göre AA', A'B', B'B gibi üç eleman vasıtası ile bağ kirişinin A' ve B' uçlarındaki kesit tesirlerine geçilebilmektedir.



Şekil 2.9 Boşluklu perdenin geniş kolonlu çerçeve modeli

2.3.3 Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Çözüm

Bu yöntem ile çözümde, perde–çerçeve sistem sonlu elemanlar yöntemi ile bir çözüm şekli geliştirilmiştir [13].Perde sistem, dış eleman, geçiş elemanı ve iç eleman olmak üzere üç farklı eleman tipi bir araya getirilerek sonlu eleman ağı oluşturulmuştur.

Perdeyi oluşturan bu eleman tipleri ve çerçeveyi oluşturan kolon ve kirişler için eleman rijitlik matrisleri ve çözüm şekli [13] 'de ayrıntılı olarak verilmiştir.

Ayrıca perdenin bir levha olarak davranışını içeren kat kirişlerinin redörlerini hesaba dahil eden bir çözüm yöntemi de (Kaya, 1975) tarafından yapılmıştır [14].

Bunlardan başka, açı yöntemi kullanılarak, bir ardışık yaklaşım metodu da geliştirilmiştir [15]. Ayrıca yapı sisteminin düzenli olması halinde uygulanan bu yöntem kuvvet yöntemi ile de anlatılmıştır [11]. Analizde, düğüm noktaları dengesinden yararlanarak iteratif bir yöntem ile perdeli çerçeve sistemlerinin yatay kuvvetler altındaki çözümü elde edilmektedir. Bu yöntemde kayma deformasyonlarının etkisi sadece perdelerde gözönüne alınmış olup, eksenel deformasyonlar ihmal edilmiştir. Bu yöntemde, kesin çözüme ardışık yaklaşımlarla ulaşıldığından hafıza yonünden ekonomi sağlanabilmekte, dolayısı ile daha yüksek katlı taşıyıcı sistemler çözülebilmektedir. Ancak yöntemin uygulanabilmesi için her kolonu yukarıdan aşağıya kadar devam eden düzenli yapı sistemleri gerekmektedir.

Bu konuda yapılmış çok sayıda çalışma vardır. Bunlardan bazıları [16],[17],[18],[19],[20] olarak zikredilebilir.

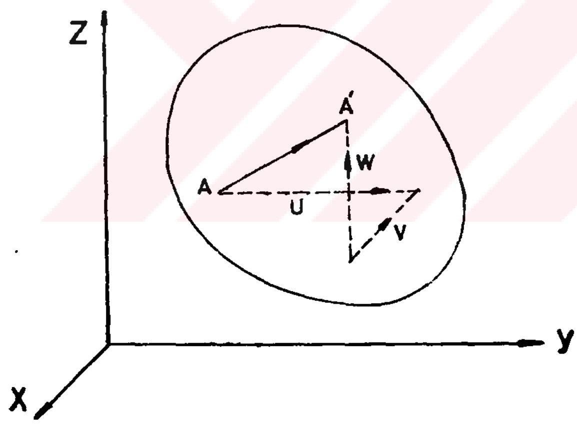
3. LİNEER ELASTİSİTENİN ESASLARI

3.1 Deplasmanlar ve Şekil değiştirmeler

Elastik bir cismin, genel olarak uzayda yaptığı rijit cisim hareketine ek olarak cismin partikülleri de bir birlerine göre çeşitli hareketler yaparlar. Bu hareketlerde partiküller arasındaki mesafeler değişir ve böylece cisim şekil değiştirir. Elastisite teorisinde bu deplasman alanları incelenirken aşağıdaki kabuller yapılır [21],[22],[25].

1. Şekil değiştiren cisimlerin içindeki deplasmanlar, cisme uygulanan kuvvetlere lineer şekilde bağlıdır. Bir başka deyişle deplasmanlarla kuvvetler arasındaki ilişki Hooke kanununa uyar.

2. Şekil değiştiren cisimlerin içindeki deplasmanlar küçüktür ve birim deformasyonlara lineer olarak bağlıdır.



Şekil 3.1 Üç boyutlu deplasman bileşenleri

Şekil 3.1 de görüldüğü gibi defome olmuş bir cismin içindeki herhangi bir A noktasında bulunan bir partikül sırasıyla x,y ve z doğrultularında u,v ve w kadar yerdeğiştirip A'noktasına varsın. u,v ve w deplasman fonksiyonları genel olarak x,y ve z 'nin birer fonksiyonları olup,

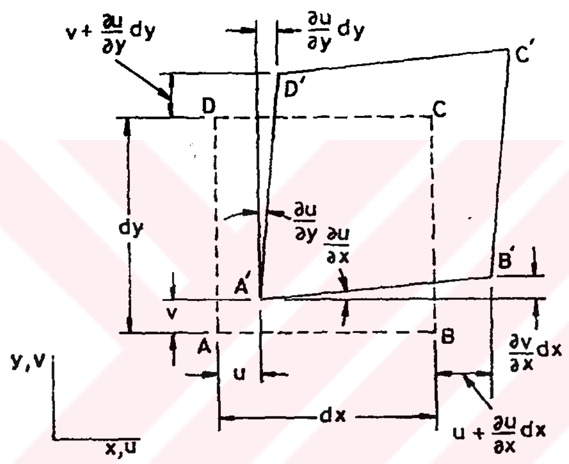
$$U = U\ (x,y,z) \qquad (3.1a)$$

$$V = V\ (x,y,z) \qquad (3.1b)$$

$$W = W\ (x,y,z) \qquad (3.1c)$$

şeklindedir.

Cisim içindeki toplam deformasyonlar,normal gerilmeler ve açı değişimlerinin kombinasyonu ile ifade edilebilir. Şekil 3.2 'da görüldüğü gibi deforme olmamış bir cisimden izole edilmiş bir ABCD diferansiyel elemanı gözönüne alalım. Gözönüne aldığımız bu eleman kuvvetler sisteminin etkisi altında kalarak deforme olacaktır. Deforme olmuş eleman A' B' C' D' ile gösterilsin.



Şekil 3.2 Düzlem bir elemanın deformasyonu

Elemanın A'B' kenarının x ekseni üzerindeki izdüşümünün uzunluğu,

$$dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx \tag{3.2}$$

şeklindedir.

Yine bu doğrultudaki düzlem şekil değiştirme ise,

$$\epsilon_x = \frac{dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx - dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{3.3a}$$

olarak bulunur.

Diğer iki doğrultudaki şekil değiştirmeler de benzer yolla,

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad (3.3b)$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial v}{\partial z} \qquad (3.3c)$$

olarak elde edilir. Cismin biçimi değişmeksizin cisimde meydana gelen toplam hacim değişimi ise,

$$\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

ile verilir. Bu hacim değişimine dilatasyon denir.

Cismin hacminde bir değişiklik olmaksızın meydana gelen açısal distorsiyon ise,

$$\Gamma_{xy} = \Gamma_1 + \Gamma_2$$

ile belirlenir.

$$\Gamma_1 = tg(\Gamma_1) = \frac{\frac{\partial v}{\partial x} dx}{dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx}$$

$$= \frac{\frac{\partial v}{\partial x} dx}{1 + \frac{\partial u}{\partial x}}$$

$$1 \gg \frac{\partial u}{\partial x}$$

olduğundan,

$$\Gamma_1 = \frac{\partial v}{\partial x}$$

bulunur. Benzer olarak,

$$\Gamma_2 = \frac{\partial u}{\partial y}$$

elde edilir. Buradan,

$$\Gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \qquad (3.4a)$$

olur. Diğer düzlemlerdeki açısal distorsiyon ise benzer şekilde ,

$$\Gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \qquad (3.4b)$$

$$\Gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \qquad (3.4c)$$

Yerdeğiştirme ve açı değişimlerine ait bileşenleri,

$$\{ \epsilon \}_F = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \Gamma_{xy} \\ \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{zx} \end{Bmatrix} \qquad (3.5)$$

şeklinde bir matris içinde toplayabiliriz. Açıktır ki ϵ_F elastik şekil değiştirme vektörü, üç boyutlu hale tekabül eder. Eğer deformasyonlar x-y düzlemindeyse o zaman,

$$\{ \epsilon \}_F = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \Gamma_{xy} \end{Bmatrix} \qquad (3.28)$$

olur.

3.2 Gerilme - Şekil Değiştirme Bağıntıları

Bu tür analizlerde aksi belirtilmedikçe incelenen cismin malzemesi homojen, izotrop ve lineer elastik kabul edilmektedir. Böylece malzemenin elastisite modülü E ve μ, koordinatlardan bağımsızdır. Şekil 3.3 'de görüldüğü gibi üzerinde başlangıç ve termal deformasyonlar bulunmayan bir paralel yüzlü alalım.

Hooke kanununa göre x doğrultusundaki strain,

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y - \mu\sigma_z) \tag{3.7a}$$

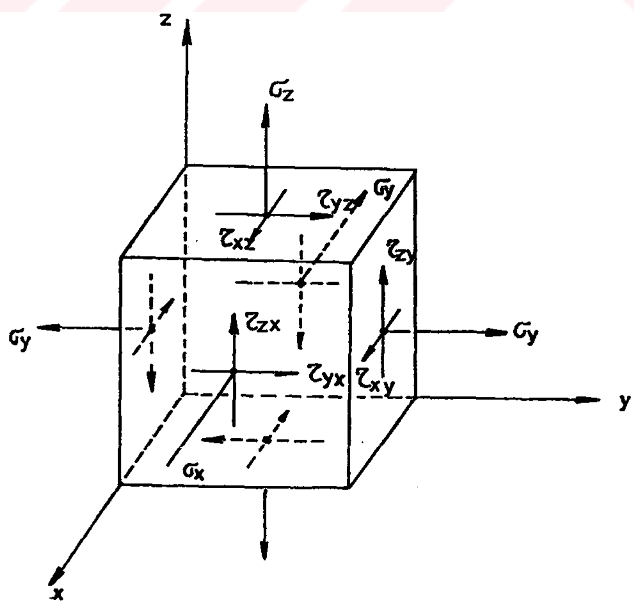
y doğrultusundaki yerdeğiştirme,

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}(-\mu\sigma_x + \sigma_y - \mu\sigma_z) \tag{3.7b}$$

z doğrultusundaki yerdeğiştirme,

$$\epsilon_z = \frac{1}{E}(-\mu\sigma_x - \mu\sigma_y + \sigma_z) \tag{3.7c}$$

şeklindedir.



Şekil 3.3 Kenarları bir birim olan paralel yüzlüdeki gerilmeler

Açı değişimleri ise,

$$\gamma_{xy} = \frac{\Gamma_{xy}}{G} \tag{3.8a}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\Gamma_{yz}}{G} \tag{3.8b}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\Gamma_{xz}}{G} \tag{3.8c}$$

olur. Bu formüllerdeki G kayma modülü olup,

$$G = \frac{E}{2\,(\,1 + \mu\,)} \tag{3.9}$$

şeklindedir. Yukarıda yazdığımız gerilme - şekil değiştirme bağıntılarını matris formunda yazarsak,

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & 1 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & -\mu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \Gamma_{xy} \\ \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{zx} \end{Bmatrix} \tag{3.10}$$

elde ederiz. İnversiyonla,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \Gamma_{xy} \\ \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi+2G & \Phi & \Phi & 0 & 0 & 0 \\ \Phi & \Phi+2G & \Phi & 0 & 0 & 0 \\ \Phi & \Phi & \Phi+2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \tag{3.11}$$

yazılabilir. Burada Φ Lame sabiti olup,

$$\Phi = \frac{\mu \cdot E}{(1+\mu)\cdot(1-2\cdot\mu)} \tag{3.12}$$

dir. Matris formunda yazılmış (3.11) denklem takımı Hooke kanununu üç boyutta ifade eder. Bu ifadeyi sembolik formda yazarsak,

$$\{ \sigma \} = [D]\cdot\{ \epsilon \} \tag{3.13}$$

elde ederiz. Burada [D], elastisite matrisi adını alır. Eğer termal ve başlangıç uzamaları da aynı anda mevcutsa, genel gerilme – şekil değiştirme bağıntıları,

$$\{\sigma\} = [D]\cdot\{\epsilon\}_F - [D]\cdot\{\epsilon\}_t - [D]\cdot\{\epsilon\}_i \tag{3.14}$$

olur. Burada,

$$[D]\cdot\{ \epsilon \}_F$$

kuvvetler sistemi dolayısıyla cisimde meydana gelen gerilmeleri;

$$[D]\cdot\{ \epsilon \}_t$$

termal etkilerden dolayı cisimde meydana gelen gerilmeleri;

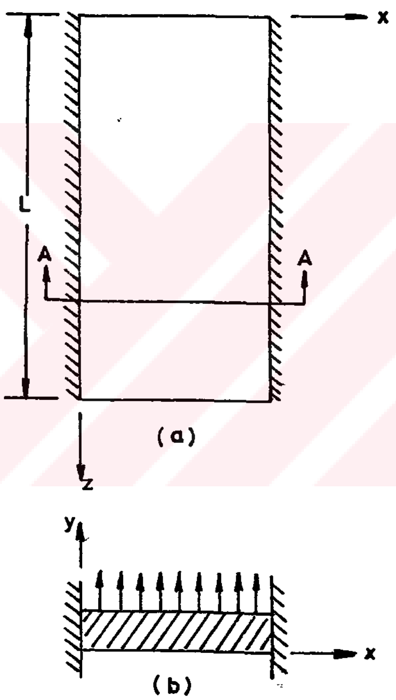
$$[D]\cdot\{ \epsilon \}_i$$

başlangıçtaki deformasyonlardan dolayı cisimde meydana gelen gerilmeleri gösterir.

Elastisitedeki problemlerin birçoğu iki boyutlu olarak ele alınmaktadır. Cismin geometrisi yada cisim üzerine etkiyen gerilmelerden dolayı eksenlerden biri göz ardı edilerek olaylar iki boyutlu olarak ele alınır. Bu çözümün matematik cephesini epeyce kolaylaştırır. Bu tür problemler düzlem gerilme veya düzlem şekil değiştirme tipindedir.

3.3 Düzlem Şekil Değiştirme (Plane Strain)

Şekil 3.4(a)'da olduğu gibi uzun ve üniform bir levha transvers yük taşışın. Şekil 3.4(b)'de olduğu gibi uçlardan yeteri kadar uzak A – A' kesitini gözönüne alalım. Üniform yüklü tablada z boyunca meydana gelen deplasmanlar bu A – A' kesitinde ihmal edilecektir. Bunun ötesinde A – A' kesiti uçlarından yeteri kadar uzak olduğundan bu kesitteki deformasyonlar z'den bağımsızdır ve A – A' ye paralel diğer kesitlerdeki deformasyonlarla aynıdır.



Sekil 3.4 Üzerinde düzgün yayılı düsey yük bulunan üniform kalınlıklı bir levhanın üstten ve kesit görünüşü

Bunun sonucu olarak,

$$W = U_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

dır; buna göre bazı deformasyon bileşenleri

$$\epsilon_x = \Gamma_{yz} = \Gamma_{zx} = 0 \qquad (3.15)$$

olduğunu söyleyebiliz.

Bu denklemler gösterir ki, A — A kasitindeki gerilme hali Z ekseninin gözardı edilmesiyle belirlenir. Problem böylece bir düzlem üzerinde ele alınır ve gerilme patronları A—A kesitine paralel bütün kesitlerde aynı olur.

Düzlem şekil değiştirme halinde (3.11) matris denkleminde (3.15) şartları ikame edilirse

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \Gamma_{xy} \\ \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi+2G & \Phi & \Phi & 0 & 0 & 0 \\ \Phi & \Phi+2G & \Phi & 0 & 0 & 0 \\ \Phi & \Phi & \Phi+2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \theta \\ \gamma_{xy} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

elde edilir. Bu ifadelerden görüleceği gibi,

$$\Gamma_{yz} = \Gamma_{zx} = 0$$

$$\sigma_z = \Phi \cdot (\epsilon_x + \epsilon_y) = \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)$$

olmaktadır. Düzlem şekil değiştirme için (3.16) ifadesi yeniden düzenlenirse,

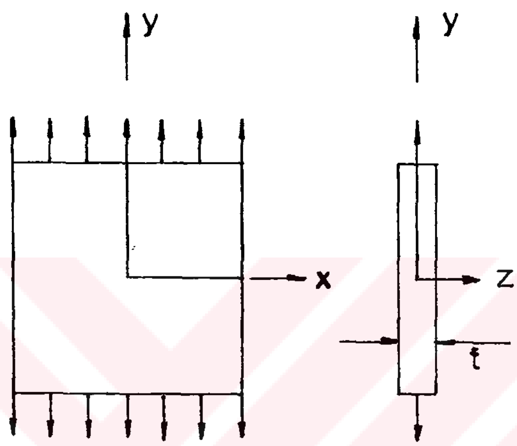
$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \Gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi+2G & \Phi & 0 \\ \Phi & \Phi+2G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

elde edilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \Gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} (1-\mu) & \mu & 0 \\ \mu & (1-\mu) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

3.4 Düzlem Gerilme (Plane Stress)

Bir cismin düzlem kuvvetlerin etkisindeyse yada cismin kalınlığı diğer ölçülerin yanında çok küçük ise düzlem gerilme metodu elastisite problemlerinin analizinde kullanılabilir. Bu gerilme haline ait tipik bir örnek şekil 3.5 'da görülmektedir.



Şekil 3.5 Düzlem gerilmeye maruz bir levha

Bu örnekte,

$$\sigma_z = \Gamma_{xz} = \Gamma_{yz} = 0 \qquad (3.19)$$

dır. 3.7(a,b,c) ve 3.8(a,b,c) denklemlerinde 3.19 şartları ikame edilirse,

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \cdot \sigma_y) \qquad (3.20a)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (-\mu \cdot \sigma_x + \sigma_y) \qquad (3.20b)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\Gamma_{xy}}{G} \qquad (3.20c)$$

ifadelerini elde ederiz. Elde ettiğimiz bu ifadeleri matris formunda yazarsak,

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\mu & 0 \\ -\mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\mu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \Gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{3.21}$$

ifadesini elde ederiz. Bu ifade bize ,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \Gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\mu)}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{3.22}$$

bağıntısını verir. Düzlem gerilme halinde z ekseni doğrultusundaki gerilme,

$$\sigma_z = -\frac{\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \tag{3.23}$$

şeklindedir [14],[21],[22],[23],[24],[25],[26],[27],[33].

4.SONLU ELEMANLAR METODU

4.1.Sonlu Elemanlar Metodu

Sonlu elemanlar metodu çok çeşitli mühendislik problemlerinde yaklaşık çözümler elde etmek üzere kullanılan bir nümerik analiz tekniğidir. Bu metod, sürekli ortam mekaniği gibi teorik yollarla ulaşılamayan sürekli sistem problemlerinin çözülmesinde yeni bir çığır açmıştır. Bu yöntem artık akademisyenler ve araştırmacılar için özel bir uzmanlık alanı olarak görülmemekte, aksine günümüzde teknolojinin bir çok dalında dizayn amaçları için kullanılmaktadır [21],[22].

Sonlu elemanlar yöntemi başlangıçta, gerilme analizi proproblemlerinin geliştirilmesi sırasında, sadece birkaç ayrı düğüm noktasında fiziksel olarak birleşmiş elemanlardan oluşan sistemlerin uygulamasında kullanılmıştır. Sonraları bu yöntem, yapısal mekanik problemlerine uygulanarak virtüel iş prensibi ve enerji metodlarının kullanılması ile geliştirilmiştir. Bu gelişmelerle yöntem genelleştirilmiş ve daha geniş matematiksel formülasyonlar kullanılmıştır. Böylece sonlu elemanlar, içinde varyasyonel fonksiyonların yeraldığı herhangi bir matematik problemine uygulanabilir bir yöntem haline gelmiştir. Daha sonraları,"Weighted residual methods" olarak bilinen klasik tekniklerden uyarlanan sonlu eleman çözümleri geliştirilmiştir. Bu çözümlere örnek olarak Galarkin ve en küçük kareler yaklaşımı verilebilir. Aslında, sonlu elemanlar yöntemi günümüzde daha çok, uygun başlangıç ve sınır koşullarına bağlı kısmi diferansiyel eşitlik sistemlerinin çözümü için genel sayısal bir teknik olarak kabul edilmiştir [21],[22].

Sonlu elemanlar yöntemi, sayısal yöntemler içerisinde önemi gittikçe artan ve mühendisler tarafından hergün daha yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir.

4.2 Sonlu Elemanlar Yönteminin Faydaları, Sınırları

Sayısal yöntemlerin çoğu, elektronik hesaplama çağı başlamadan önce gelişmiş ve sonradan bu makinelere uygulanmıştır; mesela sonlu farklar yöntemi, ağırlıklı artıklar yöntemi gibi. Bu yöntemlerin aksine, sonlu elemanlar yöntemi, elektronik hesaplama çağının bir ürünüdür. Bu nedenle sonlu elemanlar yönteminin diğer sayısal yöntemlerle bazı ortak özelliklerinin yanında yüksek hızlı bilgisayarlara daha uygun gelen özellikleri vardır. Bu özelliklerin başlıcaları aşağıda belirtilmiştir.

a-Sonlu eleman yöntemi, geometrisi karmaşık şekillerin incelenmesinde kolaylıklar sağlar. Çözüm ortamı alt bölgelere ayrılabilir, değişik sonlu elemanlar kullanılabilir. Bazı bölgeleri daha hassas hesaplama imkanları vardır. Bu yönleriyle sonlu elemanlar yöntemi diğer sayısal yöntemlerden daha esnek ve kullanışlıdır.

b-Sonlu elemanlar yöntemi, değişik ve karmaşık malzeme özellikleri olan sistemlere kolaylıkla uygulanabilir. Noktadan noktaya değişen, anizotrop, nonlineer, histerezis, zamana bağlı, sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri dikkate alınabilir.

c-Sonlu elemanlar yönteminde sürekli, süreksiz veya değişken yükler kolaylıkla ele alınabilir.

d-Sınır şartları, sistemin temel denklemleri kurulduktan sonra ve oldukça basit bir işlemle denklemlere dahil edilebilir. Bu sonlu elemanlar yönteminin en önemli özelliklerinden biridir. Sınır şartları ile değişken fonksiyonlarını değiştirmeye gerek kalmaz.

e-Sonlu elemanlar yöntemi, matematik genelleştirilebilir ve çok sayıda problemi çözmek için güçlü ve çok yönlü bir araç olarak kullanılabilir. Bunun için "genel amaçlı" ve "özel amaçlı" bilgisayar programları geliştirilmiştir.

f-Sonlu elemanlar yönteminin hem fiziksel anlam, hem de matematik temelleri vardır.

g—Sonlu elemanlar yönteminin elastikiyeti, kompleks yapılarda, sürekli ortamlar mekaniğinde ve diğer problemlerde gerilme-zorlanma munasebetlerini daha iyi tekamül ettirebilme imkanını doğurur.

Sonlu elemanlar yönteminin yukarıda açıklanan faydalı yönlerinin yanında aşağıdaki sınırlarıda belirtilmelidir.

a—Bugünkü seviyesinde yöntemin uygulanmasında zorluklar vardır; örnek olarak çatlama, kırılma davranışı, temas problemleri, yumuşayan non—lineer malzeme davranışı gibi.

b—Sonlu elemanlar yöntemi, ancak malzeme parametreleri ve katsayıları iyi tanımlanmışsa, gerçekçi sonuçlar verir.

c—Sonlu elemanlar yöntemi, genellikle büyük bilgisayar belleğine ve zamanına ihtiyaç gösterir.

d—Doğru sonuç elde edebilmek için sürekli ortamın bölünmesi ve çok sayıdaki giriş bilgileri hatasız olmalıdır. Programın verileri iyi kontrol edilmelidir.

e—Diğer yaklaşık sayısal yöntemlerde olduğu gibi, sonlu elemanlar yönteminden alınan sonuçlar dikkatlice degerlendirilmelidir. Formülasyonda kullanılan varsayımlar, muhtemel sayısal zorluklar ve kullanılan malzeme özelliklerindeki yaklaşıklıklar üzerinde dikkat edilmelidir.

Kabul edilen deplasman fonksiyonlarının, komşu elemanları ayıran hat veya yüzeylerin her noktasında sürekliliği sağlaması beklenemez. Ancak bu sınırlar üzerinde seçilen ara düğüm noktalarında bu şart sağlanabilir, bunun dışındaki noktalar için kesin bir şey söylemek mümkün değildir.Gerçek yükler yerine statikçe eşdeğer yüklerle çalışılması, denge şartlarının gerek eleman içerisinde gerekse sınırlarda ihlal olmasını mümkün kılar.

Elemanın şekli deplasman fonksiyonlarının seçiminde büyük bir esneklik söz konusu olduğuna göre, elde edilecek neticelerin hassasiyet mertebesi bu seçimlerle de yakından ilgilidir [21],[22],[23],[24].

4.3 Metodun İşleyiş Şekli

Herhangi bir boyuta sahip sürekli ortam probleminde basınç, sıcaklık, deplasman, gerilme v.b. gibi alan değişkenleri, ortamın içindeki bütün noktaların bir fonksiyonu olduğundan sonsuz sayıda birçok değere sahiptir. Sonuçta problem karşımıza sonsuz bilinmeyene sahip olarak çıkar.

Sonlu elemanlar metodunda sürekli ortamı elemanlara ayırmak ve bilinmeyen alan değişkenini eleman içinde kabul edilen bir yaklaşım fonksiyonu ile ifade etmek, esas takip edilen yoldur. İnterpolasyon fonksiyonu da denilen yaklaşım fonksiyonu, düğüm noktalarındaki alan değişkeninin değerleri cinsinden belirlenir. Düğüm noktaları önceden belirlenmiş noktalardır. Elemanlar bu noktalar vasıtasıyla birbirlerine bağlanır.Sınır düğüm dışında elemanların içinde de bir veya birkaç düğüm noktası bulunabilir. Alan değişkeninin düğüm noktası değerleri ve eleman için yazılan interpolasyon fonksiyonları, bu değişkenin eleman içindeki degerini tam anlamıyla belirler. Alan değişkenin problemin başındaki bilinmeyen düğüm noktası degerleri, problemin esas bilinmeyenleridir [25].

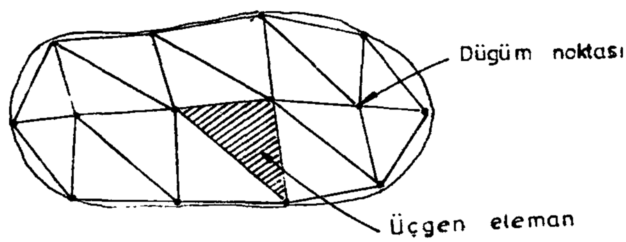
Çözümün tabiatı ve yaklaşımın derecesi eleman sayısına ve boyutuna bağlı olduğu kadar seçilecek interpolasyon fonksiyonuna da bağlıdır. Belirli uygunluk şartlarının sağlanması gerekeceğinden interpolasyon fonksiyonunun keyfi olarak seçilemeyeceği açıktır. İnterpolasyon fonksiyonları, alan değişkenlerinin kendileri ve türevleri elemanlar arasında sürekli olacak şekilde seçilir.

4.4. Sonlu Elemanlar Metodunda Hesap Sırası

Sonlu elemanlar metodu, elastik ve sürekli ortamlara aşağıda açıklanan işlemler adım adım sıra ile uygulanmaktadır.

4.4.1. Sürekli Ortamın Sonlu Elemanlara Bölünmesi

Bu adımda, sürekli ortam, bazı hayali basit şekilli elemanlara bölmemiz gerekir. Şekil 4.1 de görüldüğü gibi yüzey sonlu sayıda üçgen elemanlara bölünmüştür. İki boyutlu problemlerde



Şekil 4.1 Çözüm bölgesinin sonlu elemanlara bölünmesi

ortam aynı zamanda hem üçgen hem de dörtgen, yada değişik biçimde elemanlara ayrılabilir. Bölme sayısı arttıkça problemin çözüm hassasiyeti artar [24],[25].

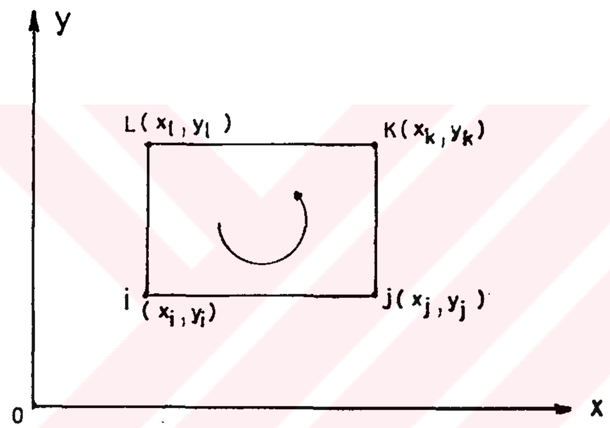
Eleman tip yada boyutunun seçimi bir mühendislik yaklaşımı olmasına rağmen, analist bunlar üzerinde karar verirken sonlu elemanlar metodu üzerindeki bilgi ve tecrübesine de müracaat etmelidir.

Problemin çözümünde, sonlu elemanın (mesh) en büyük boyutu ile en küçük boyutu arasındaki şekil oranı da önemlidir. Çözüm bölgesinin herhangi bir yerinde en iyi şekil oranı, orada yerdeğişimlerin değişik doğrultudaki değişme hızlarına bağlıdır ve buna uygun seçilmelidir. Eğer deplasmanlar her doğrultuda aynı oranda değişiyorsa, en uygun şekil oranı bire eşit olur. Bir başka değişle dar uzun kenarlı sonlu elemanalar kullanılmamalıdır [21].

4.4.2 Düğüm Noktalarının Tespiti

Sonlu elemanlar, birbirlerine ve sürekli ortama belli sayıda "düğüm noktası" ile bağlıdır. Bu düğüm noktalarının yerdeğişimleri (veya dönmeleri) problemin "bilinmeyenleri" veya sistemin "serbest (bağımsız) değişkenleri" dir. Meselâ şekil 4.1 ve 4.2 de dörtgen elemanaların i,j,k,l köşeleri düğüm noktalarıdır.

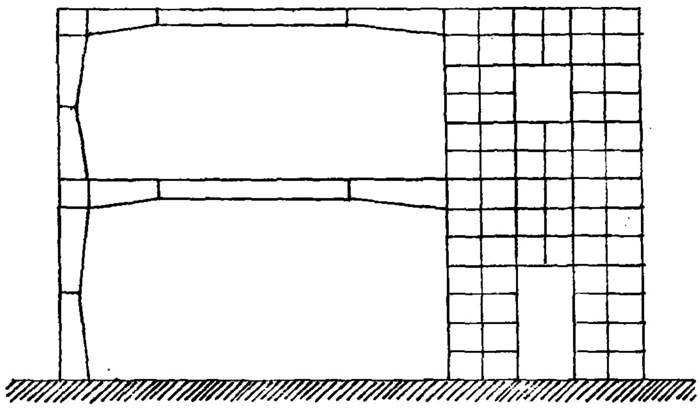
Problemin çözümünde iki tip sonlu eleman seçildiğinden birinci tip elemanın düğüm noktalarında iki serbestlik derecesi vardır. İkinci tip elemanda ise düğüm noktaları iki yerdeğiştirme ve bir dönme olmak üzere üç serbestlik derecesine sahiptir. O halde birinci tip dörtgen eleman sekiz serbestlik derecesine, ikinci tip dikdörtgen eleman ise oniki serbestlik derecesine sahiptir [13].



Şekil 4.2 Dikdörtgen eleman ve düğüm noktaları

4.4.3 İnterpolasyon Fonksiyonunun Seçimi

Birinci adım sürekli ortamın bölünmesiyle ortaya çıkan düğümler arasında alan değişkeninin değerini idare etmek üzere iterpolasyon fonksiyonunun tipini belirlemektir. Alan değişkeni bir skaler, bir vektör yada yüksek mertebeden bir tansör olabilir. Daima değilse de genellikle, interpolasyon fonksiyonu olarak bir polinomiyal seçilmektedir. Çünkü bir polinomiyalin diferansiyel ve integrali kolaylıkla elde edilebilir. Seçilen polinomiyalin derecesi her bir düğüm noktasının serbestlik derecesine bağlıdır. İnterpolasyon fonksiyonları hakkında ayrıntılı bilgi bölüm 3.9 'da verilmiştir [24],[25],[26].



Şekil 4.3 Perde – Çerçeve sistem sonlu eleman modeli

4.4.4 Eleman Özelliklerinin Bulunması

Sonlu eleman modeli bir kere kurulunca, -ki bu elemanın ve interpolasyon fonksiyonun seçimi demektir- herbir elemanın özelliklerini tek tek ifade eden matris denklemlerini belirlemeye hazır hale geliriz. Bu belirlemede dört yaklaşımdan biri kullanılabilir. Doğrudan yaklaşım, varyasyonel yaklaşım, ağırlıklı artıklar yaklaşımı ve enerji dengesi yaklaşımı adı geçen dört yaklaşımdır. Varyasyonel yaklaşım genellikle en uygun olanıdır [25].

4.4.5 Eleman Düğüm Noktalarındaki Yerdeğişimlerin ve Gerilmelerin Hesabı

Sonlu elemanlar programı, iki boyutlu düzlem gerilme ve şekil değiştirme problemini ele almaktadır.

Bu tür analizlerde aksi belirtilmedikçe incelenen cismin malzemesi homojen, izotrop ve lineer elastik kabul edilmektedir. Böylece malzemenin elastisite modülü E ve poisson oranı μ, koordinatlardan bağımsızdır. Levha kalınlığı her yerde aynıdır.

Düzlem deformasyon halinde deformasyon üç bileşenli bir vektördür.

$$\{\epsilon\}=\begin{Bmatrix}\epsilon x\\ \epsilon y\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial u}{\partial x}\\ \dfrac{\partial v}{\partial y}\\ \dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}\end{Bmatrix} \tag{4.1}$$

$$\{\epsilon\}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial N_4}{\partial x} & 0\\ 0 & \dfrac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \dfrac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \dfrac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \dfrac{\partial N_4}{\partial y}\\ \dfrac{\partial N_1}{\partial y} & \dfrac{\partial N_1}{\partial x} & \dfrac{\partial N_2}{\partial y} & \dfrac{\partial N_2}{\partial x} & \dfrac{\partial N_3}{\partial y} & \dfrac{\partial N_3}{\partial x} & \dfrac{\partial N_4}{\partial y} & \dfrac{\partial N_4}{\partial x}\end{bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix}u_1\\ v_1\\ u_2\\ v_2\\ u_3\\ v_3\\ u_4\\ v_4\end{Bmatrix} \tag{4.2}$$

veya kısaca,

$$\{\ \epsilon\ \}=[\ B\ ]\cdot\{\ \delta^{e}\} \tag{4.3}$$

ifadesi elde edilir. Burada , $\dfrac{\partial N_i}{\partial x}$ ve $\dfrac{\partial N_i}{\partial y}$ şekil fonksiyonlarının türev ifadeleri Bölüm 4.6.2.1.'de verilmiştir.

Elastik sürekli ortamda gerilme hali ise.

$$\{\ \sigma\ \}=[\ D\ ]\cdot\{\ \epsilon\ \} \tag{4.4}$$

eşitliği ile ifade edilir. (4.3) denklemini (4.4)'de yerine yazarsak,

$$\{\ \sigma\ \}=\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \Gamma_{xy}\end{Bmatrix}=[\ D\ ]\cdot\begin{Bmatrix}\epsilon_x\\ \epsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix}=[\ D\ ]\cdot[\ B\ ]\cdot\{\ \delta^{e}\} \tag{4.5}$$

Burada, [D] matrisi sürekli ortamın özelliklerini tanımlayan "Elastisite Matrisi" dir. Düzlem gerilme (Plane Stress) ve Düzlem şekil değiştirme (Plane Strain) hali için elastisite matrisleri bölüm 3.3 ve 3.4 'de verilmiştir.

4.4.6 Rijitlik Matrisinin Hesaplanması

Sonlu elemana etki eden dış ve iç yükler dengede ise, toplam potansiyel enerji minumum olmalıdır. Toplam potansiyel enerji π, şu şekilde yazılabilir;

$$\pi=\frac{1}{2}\int_V [\sigma]^T\cdot\{\epsilon\}\cdot dv - \int_V [\delta]^T\cdot\{P\}\cdot dv - \int_S [\delta]^T\cdot\{q\}\cdot ds \qquad (4.6)$$

Burada σ ve ϵ sırasıyla, gerilme ve birim şekil değiştirme vektörleridir. δ herhangi bir noktadaki yer değiştirme, P birim hacime gelen hacim kuvvetleri, q ise uygulanan yüzey çekme kuvvetidir. İntegraller, yapı hacmi V ve yük uygulanan yüzey alan S üzerinde alınır. (4.6) eşitliğinin sağ tarafındaki ilk terim iç birim şekil değiştirme enerjisini, ikinci ve üçüncü terimler ise sırasıyla, cisme gelen kuvvetlerin yaptığı işi ve yüzeye dağılmış yükleri temsil ederler [13].

Yapıya ait eleman şekil fonksiyonları, fonksiyonların genelinde hiçbir süreksizlik oluşturmayacak şekilde seçilmiştir. Sürekli dizinin toplam potansiyel enerjisi, ayrı ayrı elemanların potansiyel enerjilerinin toplamına eşit olacaktır. Bu durumda,

$$\pi = \sum_e \pi_e \qquad (4.7)$$

Burada π_e, e elemanının toplam potansiyel enerjisini göstermektedir. (4.7) eşitliğini daha açık şekilde (4.8)'deki gibi yazabiliriz.

$$\pi_e = \frac{1}{2}\int_{ve} [\delta^e]^T\cdot[B]^T\cdot[D]\cdot[B]\cdot[\delta^e]\cdot dv - \int_{ve} [\delta^e]^T\cdot[N]\cdot\{P\}$$

$$- \int_{se} [\delta^e]^T\cdot[N]\cdot\{q\}\cdot ds \qquad (4.8)$$

Burada V_e elemanın hacmi, δ_e yüklü elemanın yüzey alanıdır. e elemanının noktasal δ^e şekil değiştirmelerine göre değişimi aşağıdaki bağıntı ile verilir.

$$\frac{\partial \pi_e}{\partial \delta^e} = \int_{ve} ([B]^T \cdot [D] \cdot [B]) \cdot \delta^e \cdot dv - \int_{ve} [N]^T \cdot P \cdot dv - \int_{se} [N]^T \cdot q \cdot ds$$

$$= K^e \cdot \delta^e - F^e \tag{4.9}$$

Bu denklemde F^e, elemanın eşdeğer düğüm kuvvetleridir ve,

$$[\ K^e\ ] = \int_{ve} [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot dv \tag{4.10}$$

Burada $[\ K^e\ ]$ elemanın rijitlik matrisidir. Rijitlik matrisi ve eşdeğer düğüm kuvvetlerinin daha açık ifadesi bölüm 4.5.3 ve 4.6.3 'da izah edilmiştir.

4.4.7 Sistem Denklemlerinin Çözümü

Bir önceki adımda bahsettiğimiz sonlu eleman için ifade edilen denge denklemleri uygun şekilde toplanarak sistem denklemleri elde edilir. Bu denklemler,

$$[\ K\ ] \cdot \{\ U\ \} = \{\ P\ \} \tag{4.11}$$

matris eşitliği ile ifade edilir; burada,

[K]: Sistem rijitlik (stiffness) matrisi

{P}: Yük vektörü

{U}: Düğüm yerdeğiştirmeleri

Denklem (4.11) açık yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} K_{1,1} & . & . & . & K_{1,2n} \\ & & & & \\ & & & & \\ K_{2n,1} & . & . & . & K_{2n,2n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ . \\ . \\ U_n \\ V_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ . \\ . \\ P_n \end{Bmatrix} \qquad (4.12)$$

olur, burada

n: düğüm noktası sayısı

2n: toplam serbestlik derecesi sayısıdır.

Bu denklemlerin çözümü için çeşitli standart çözüm metodları vardır. Denklemlerin lineer olup olmamasına göre bu metodlardan birisi kullanılır. Bu çalışmada elde edilen sis-denklemlerinin çözümünde Cholesky metodu kullanılmıştır.

4.5 Genel Eleman Karakteristikleri

4.5.1 Birim Deplasman Teoremi

Bu teorem sonlu elemanın rijitlik karakteristiklerini çıkarmada belki de en basit yoldur. Bu teorem denge durumundaki bir cisme etki eden kuvvet ile bu cisim içindeki gerçek gerilme dağılımı arasında fonksiyonel bir ilişki kurar. Bu teorem aşağıda olduğu şekilde türetilir.

Bölüm 3.1 'deki 1 ve 2 kabullerine uyan üç boyutlu elastik bir cismin herhangi bir k noktasına bir F_k kuvveti etki etsin. $\{\sigma\}$ ve $\{\epsilon\}$ denge durumundaki cisim içindeki gerilme ve şekil değiştirme dağılımını, u_k ve F_k doğrultusundaki deplasmanı göstersin.

Şimdi k noktasına F_k doğrultusunda küçük δu_k virtüel deplasmanı verirsek cisim içinde heryerde gerilme ve şekil değiştirme dağılımı değişecektir. Tipik olarak ϵ_x daki değişim $\delta\epsilon_x$ olacaktır. Şekil değiştirmedeki herhangi bir değişim, cismin toplam şekil değiştirme enerjisini değiştireceğinden, $\delta\epsilon_x$ dan dolayı birim hacim başına değişen şekil değiştirme enerjisi $\sigma_x \delta\epsilon_x$ olacaktır. Bu işlemi bütün şekil değiştirme bileşenleri için yaparsak δu_x dan dolayı cisimdeki toplam şekil değiştirme enerjisi değişimi,

$$\delta H = \int_V (\sigma_x \delta\epsilon_x + \sigma_y \delta\epsilon_y + \sigma_z \delta\epsilon_z + \Gamma_{xy} \delta \gamma_{xy} + \Gamma_{yz} \delta \gamma_{yz} + \Gamma_{zx} \delta \gamma_{zx})dv \tag{4.13}$$

olarak hesaplanır. Bu integrasyon cismin hacmi içersinde alınır. Buradaki integrandı $\{\delta\epsilon\}^T \cdot \{\sigma\}$ şeklinde yazarsak,

$$\delta H = \int_V \{\delta\epsilon\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dv \tag{4.14}$$

elde ederiz. Burada,

$$\{\epsilon\}^T = [\delta\epsilon_x \quad \delta\epsilon_y \quad \delta\epsilon_z \quad \delta \gamma_{xy} \quad \delta \gamma_{yz} \quad \delta \gamma_{zx}]$$

$$\{\sigma\} = [\ \sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \Gamma_{xy} \quad \Gamma_{yz} \quad \Gamma_{zx}]^T$$

Cismin elastisite özelliklerinin lineer kabul edilmesi dolayısıyla,

$$\{\epsilon\} = \{f\} \cdot u_k \qquad (4.15)$$

yazılabilir. Burada {f}, cisimdeki {ε} şekil degieştirme vektörü ile u_k deplasmanı arasındaki lineer bağıntıyı gösterir. (4.15) denkleminin her iki tarafının diferansiyonunu alarak,

$$\{\delta\epsilon\} = \{f\} \cdot \delta u_k \qquad (4.16)$$

buluruz. Denklem (4.14) ve (4.16) arasında {δε} elimine edilerek,

$$\delta H = \int_V \delta u_k \cdot \{f\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dv$$

bulunur.

Deformasyon esnasında hiç bir enerji kaybı olmadığını kabul edersek δH, F_k kuvvetinin δu_k boyunca yaptığı işe eşit eşit olacaktır. Bu iş,

$$\delta u_k F_k = \int_V \delta u_k \cdot \{f\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dv$$

olur. δu_k keyfi olduğundan eşitliğin heriki tarafında yok edilirse,

$$F_k = \int_V \{f\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dv \qquad (4.17)$$

elde edilir.

Denklem (4.17), tek bir kuvvet dikkate alındığında birim deplasman teoreminin en basit formunu ifade eder. Birden fazla kuvvetin hesaba katıldığı en genel form için bu denklem aşağıda olduğu şekilde elde edilir.

Cismin sadece bir noktası yerine 1,2,...,N yüzey noktalarına $F_1, F_2, \ldots, F_N$ kuvvetleri etki etsin ve bu noktalarda sırasıyla $F_1, F_2, \ldots, F_N$ kuvvetleri doğrultusunda $u_1, u_2, \ldots, u_N$ deplasmanları yapsınlar. Açıktır ki, herbir kuvvet için (4.17) denklemine benzer denklemler elde edileceği açıktır.

$$\{P\} = [\ F_1\ \ F_2\ \ldots\ F_N\ ]^T$$

yazarak,

$$\{P\} = \int_V [f]^T \cdot \{\sigma\} \cdot dv \qquad (4.18)$$

ifadesini elde ederiz. Burada [f] matrisi,

$$\{\epsilon\} = [f] \cdot \{\delta^{\sim}\} \qquad (4.19a)$$

ile belirlenir. $\{\delta^{\sim}\}$ ise,

$$\{\delta^{\sim}\} = [\ u_1\ \ u_2\ \ldots\ u_N\ ]^T \qquad (4.19b)$$

olmaktadır. Denklem (4.19) birim deplasman teoreminin matematik ifadesidir.

4.5.2 Eleman Rijitlik Karakteristikleri

(4.18) denklemi, herhangi bir sonlu elemanın rijitlik karakteristiklerinin türetilebildiği bir temel teşkil eder. Bu denklem verilen bir elemana uygulandığında {P}, bu elemanın bütün düğüm kuvvetlerini veren bir vektör gibi işlem görecektir. Bunun ötesinde eleman izole olarak dikkate alındığında {P}, elemanın düğüm kuvvetlerine eşit olmalıdır. Bu nodal kuvvetleri $\{P^{\sim}\}$ ile göstererek 4.18 denklemi için,

$$\{P^{\sim}\} = \int_V [f] \cdot \{\sigma\} \cdot dv \qquad (4.20)$$

Bu safhada elemanın boyutlarını, düğüm numaralarını ya da serbestlik derecelerini belirtmeye gerek yoktur; ancak $\{P^{\sim}\}$ vektörünün elemana ait bütün düğüm kuvvetlerini, $\{\delta^{\sim}\}$ ise yine aynı elemana ait düğüm deplasmanlarını ifade eder.

Şimdi, (4.19) denklemi ile (3.14) denklemi arasında $\{\epsilon\}$ elimine edilirse,

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{f\} \cdot \{\delta^{\sim}\} - [D] \cdot \{\epsilon\}_t - [D] \cdot \{\epsilon\}_i$$

bulunur. Bu denklemde,

$$\{\sigma\}_t = [D] \cdot \{\epsilon\}_t$$

yazarak,

$$\{\sigma\} = [D]\cdot\{f\}\cdot\{\delta^{\sim}\} - \{\sigma\}_t - [D]\cdot\{\epsilon\}_i \qquad (4.21)$$

elde edilir. Burada $\{\sigma\}_t$ termal gerilmeler vektorüdür.

Neticede, (4.20) denklemi ile (4.21) denklemi arasında $\{\sigma\}$'nın eliminasyonu ile

$$\{P^{\sim}\} = \int_V [f]^T\cdot[D]\cdot[f]\cdot dv\cdot\{\delta^{\sim}\} - \int_V [f]^T\cdot\{\sigma\}_t\cdot dv$$

$$- \int_V [f]^T\cdot[D]\cdot\{\epsilon\}_i\cdot dv \qquad (4.22)$$

ifadesini elde ederiz. $\{\delta^{\sim}\}$ koordinatların bir fonksiyonu olmadığından integral işaretinin dışında yer alması gerekir. Termal gerilmeler ve başlangıç gerilmeleri mevcut değilse (4.22) denklemindeki ilk integral, elemanın eşdeğer düğüm kuvvetleri ile düğüm deplasmanları arasındaki ilişkiyi ortaya koyar ve rijitlik matrisi adını alır. Bu matris,

$$[K\ ] = \int_V [f]^T\cdot[D]\cdot[f]\cdot d\{\delta^{\sim}\} \qquad (4.23)$$

şeklindedir.

(4.23) denkleminin ikinci ve üçüncü integrali sırasıyla termal ve başlangıç gerilmelerine ait kuvvetleri gösterir. Bunları,

$$\{P_t\} = \int_V [f]^T\cdot[\sigma]_t\cdot dv \quad \text{(termal)} \qquad (4.24)$$

$$\{P_i\} = \int_V [f]^T\cdot[D]\cdot\{\epsilon\}_i\cdot dv \quad \text{(başlangıç gerilm.)} \qquad (4.25)$$

ile göstererek, (4.22) denklemini,

$$[K_i]\cdot\{\delta^{\sim}\} = \{P^{\sim}\} + \{P_t\} + \{P_i\} \qquad (4.26)$$

şeklinde de yazılabilir. Verilen cismi temsil eden tek tek elemanlar için hesaplanan $[K_i]$ rijitlik matrisleri cismin tamamı için bir araya getirilmelidir. Bir araya getirme işleminde $\{P_t\}$, $\{P_i\}$ verilen nodal dış kuvvetler olup çözülen denklemin bilinenler kısmında yer alırlar.

4.5.3 Yayılı Dış Yükler

Elemanların sınırlarında yayılı dış yükler, elemanın düğüm noktalarında eşdeğer konsantre edilmiş kuvvetlere dönüştürülürler. $\{P_c\}$ ile gösterilen konsantre edilmiş bu yükler, aşağıda olduğu gibi belirlenir. $\{U\}$, elemanın içinde heryerde deplasmanları tanımlayan fonksiyon olsun. Bu deplasman fonksiyonu elemanın düğüm deplasmanları, $\{\delta^{\sim}\}$ 'ya bağlı olarak,

$$\{U\} = [N]\cdot\{\delta^{\sim}\} \tag{4.27}$$

ifade edilir. [N] matrisi, kullanılan koordinatların fonksiyonudur. Eleman sınırındaki yayılı yük yoğunluğu p olsun. Bu yük yoğunluğu sabit olabildiği gibi koordinatların bir fonksiyonu da olabilir. Küçük bir p.ds yayılı yükünün $\{\delta u\}$ virtüel deplasmanı boyunca yaptığı iş açıkça $\{\delta u\}^T\cdot p\cdot ds$ olacaktır. Buna göre yayılı yükün yaptığı toplam iş,

$$\int_s \{\delta u\}^T \cdot p\cdot ds$$

olacaktır. İntegrasyon p'nin aktif olduğu eleman yüzeyi üzerinde alınır. Bu iş $\{P_c\}$ kuvveti tarafından, elemanın virtüel düğüm deplasmanı $\{\delta\delta^{\sim}\}$ ile yapılan,

$$\{\delta\delta^{\sim}\}^T\cdot\{P_c\} = \int_s \{\delta u\}^T\cdot p\cdot ds \tag{4.28}$$

işe eşit olmalıdır.

(4.27) denkleminin iki tarafının da diferansiyelini alarak,

$$\{\delta u\} = [N]\cdot\{\delta\delta^{\sim}\} \tag{4.29}$$

elde ederiz. Transpoze çarpma kuralını ve (4.28) ile (4.29) denklemlerini kullanarak,

$$\{\delta\tilde{\delta}\}^T \cdot \{P_c\} = \int_s \{\delta\tilde{\delta}\}^T \cdot [N]^T \cdot p \cdot ds$$

ifadesini elde ederiz. $\{\delta\tilde{\delta}\}^T$ keyfi olduğundan denklemin her iki tarafından yok edilerek,

$$\{P_c\} = \int_s [N]^T \cdot p \cdot ds \qquad (4.30)$$

bulunur. Herhangi bir sonlu eleman için eşdeğer kuvvet vektörü (4.30) denkleminden elde edilir.

4.5.4 Zati Kuvvetler

Zati kuvvetler, elemanın doğrudan hacmine bağlı kuvvetlerdir. Yayılı yüklerde olduğu gibi zati kuvvetler de eşdeğer düğüm kuvvetler tarafından açıklanır. Bu kuvvetler $\{P_b\}$ ile gösterilir. $\{P_b\}$ nin türetilmesi $\{P_c\}$ nin türetilmesiyle aynıdır. Bu durumda zati kuvvetler tarafından yapılan virtüel iş,

$$\int_v \Omega \cdot \{\delta u\}^T \cdot \begin{Bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \end{Bmatrix} \cdot dv$$

şeklinde gösterilebilir. Bu integrasyon cismin hacmi içinde alınmalıdır. Bu iş $\{P_b\}$ tarafından, $\{\delta\tilde{\delta}\}^T$ boyunca yapılan işe eşittir. Buna göre $\{P_b\}$

$$\{P_b\} = \int \Omega \cdot [N]^T \cdot \begin{Bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \end{Bmatrix} \cdot dv \qquad (4.31)$$

4.5.5 Deplasman Fonksiyonu—Çözümün Hassasiyeti

Sonlu elemanlar metodu ile yapılan, verilen kuvvetler sistemine, hayali elemanlara ayrılmış sürekli ortam tarafından gösterilen tepkiyi analiz etmektir. Enerji metoduna göre deforme olmuş cisim onun parçalı modeline eşit ise, cisim ile onun sonlu eleman modeli arasındaki eşdeğerlik tam olacaktır.

(4.13) ve (4.19) denklemi gösterir ki, cisim ile onun sonlu eleman modeli içindeki gerilme dağılımının aynı olması durumunda bu şart sağlanır [25].

Bununla beraber strain dağılım fonksiyonu [f] nin tam olarak belirlenmesi ciddi güçlükler getirir. Çünkü çözümün doğruluğu buna bağlıdır. Birçok hallerde, özellikle iki ve üç boyutlu elemanlarda bu denklemlerin kapalı formda çözümü çok güç ve hatta imkansız olmaktadır. Bu bizi alternatif bir prosedüre zorlar. Bu prosedürde eleman için {U} deplasman fonksiyonu kabul ederiz. Şekil değiştirme dağılım fonksiyonu [f], {U} 'nun diferansiyonu ile türetilebilir. Sonlu eleman modelinin enerji muhteviyatı ve sonuçta çözümün doğru değere yakınsaması demek olan hassaslık derecesi buna bağlıdır.

n adet düğüm noktası olan bir sonlu eleman için {U} deplasman fonksiyonu kabulünde aşağıdaki açıklamalar dikkate alınmalıdır.

a- Bir polinom olarak seçilen deplasman fonksiyonun derecesi elemanın derecesinden küçük olmamalı ve katsayıları elemanın düğüm koordinatları ile belirlenebilmelidir.

b- Seçilen deplasman fonksiyonunun kendisi ve türevi hem eleman içinde hem de elemanının sınırlarında sürekli olmalıdır.

c- Bir elastisite probleminin çözümünde deplasmanlar esas bilinmeyenler kabul edilerek gerilmeler verilen sınır şartları altında çözülebilirler ve gerilmeler ise bunlara bağlı olarak ayrıca hesaplanabilirler [24],[25],[26].

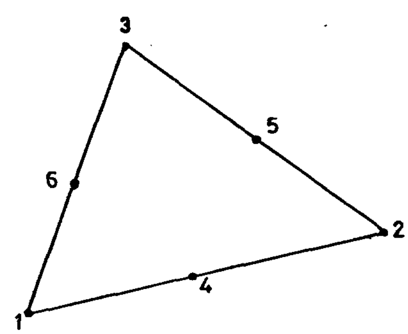
4.6 İki Boyutlu Problemlerin Sonlu Elemanlar Metodu ile Çözümü

Sonlu elemanlar metodu, iki boyutlu çeşitli elemanlar kullanılarak düzlem elastisite problemleri için basit ve tam anlamda çözümler verir.

4.6.1 Sonlu eleman çeşitleri

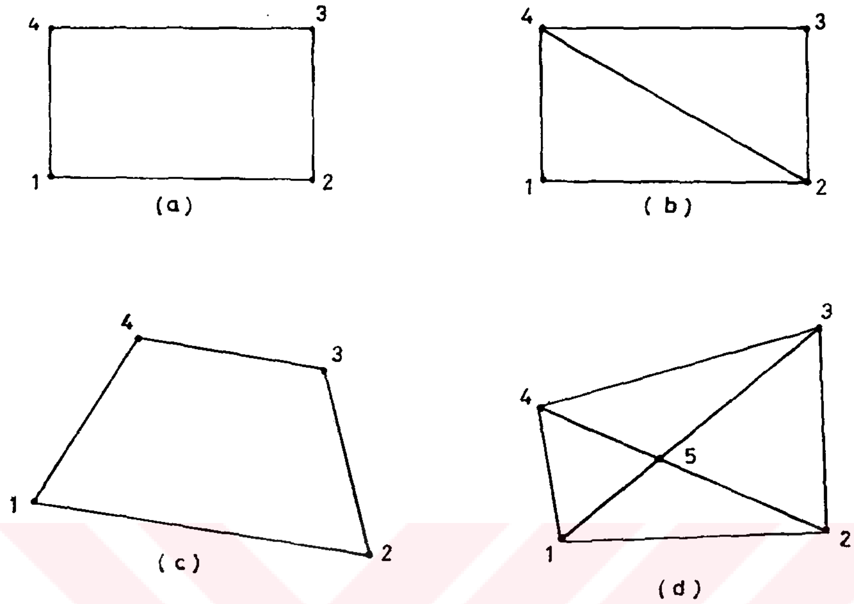
Bir sürekli ortamın en uygun şekilde sonlu elemanlara bölünmesi problemi çözene bağlıdır. Önce sonlu elemanın şekli seçilmelidir. Bu seçim, sürekli ortamın boyutuna, yapının veya cismin geometrisine uygun olmalıdır [21],[24],[25],[32].

Düzlem elastisite problemlerinde kullanılan eleman tiplerinden en basit olanı üçgen elemandır. Şekil 4.4 'de gösterilen üçgen elemanda (1,2,3) noktaları, bu üçgen elemanı komşu sonlu elemanlara bağlayan, "dış düğüm noktaları", (4,5,6) "kenar noktaları" olarak bilinir.



Şekil 4.4 İki boyutlu üçgen sonlu eleman

Şekil 4.5. diğer iki boyutlu sonlu elemanları; (a) dikdörtgen; (b) iki üçgenli dikdörtgen elemani; (c) dörtgen elemanı; (d) dört üçgenli dörtgen elemanı göstermektedir.



Şekil 4.5 İki boyutlu (a) dikdörtgen (b) iki üçgenli dikdörtgen (c) dörtgen (d) dört üçgenli sonlu elemanlar

4.6.2 İnterpolasyon Fonksiyonları

Bir sonlu elemandaki her düğüm noktası birinci derecedeki bilinmeyenlerin ve düğüm noktalarının sayısı ile yerleşimi ve bir bağımlı değişkenin eleman üzerindeki polinom yaklaşımlarında kullanılan terimlerin sayısı arasında bir ilişki vardır. İki boyutlu ikinci dereceden problemlerde, düğüm noktalarının sayısı ile polinomun derecesi arasındaki ilişki;

$$U(x,y) = C_1 + C_2 \cdot x + C_3 \cdot y \tag{4.32}$$

polinom üç lineer bağımsız terim içerir ve x ve y de lineerdir. Diğer yandan, polinom

$$U(x,y) = C_1 + C_2 \cdot x + C_3 \cdot y + C_4 \cdot x \cdot y \tag{4.33}$$

dört lineer bağımsız terim kapsar. Bu polinomda da hem x ve hem y lineerdir. (4.32) ifadesi üç düğüm noktalı bir eleman içindir. (4.33) ifadesi ise dört düğüm noktalı bir eleman içindir. Üç düğüm noktalı ve iki boyutlu bir eleman üçgendir. Düğüm noktalarının sayısı dörde çıkınca dördüncü düğümü üçgenin ağırlık merkezinde olmak şartıyla bir üçgen eleman seçilebilir. Beş sabitli bir polinom ikinci dereceden (quadratic) polinomdur.

$$U(x,y) = C_1 + C_2 \cdot x + C_3 \cdot y + C_4 \cdot x \cdot y + C_5 \cdot (x^2+y^2) \qquad (4.34)$$

Bu polinomu beş düğümlü bir eleman oluşturmak için kullanabiliriz. Benzer bir şekilde altı sabitli ikinci dereceden polinom,

$$U(x,y) = C_1 + C_2 \cdot x + C_3 \cdot y + C_4 \cdot x \cdot y + C_5 \cdot x^2 + C_6 \cdot y^2 \qquad (4.35)$$

altı düğümlü eleman oluşturmak için kullanılabilir. Üç, dört, beş ve altı düğümlü elemanlara örnek şekil 4.4 ve şekil 4.5 'de gösterilmiştir [26].

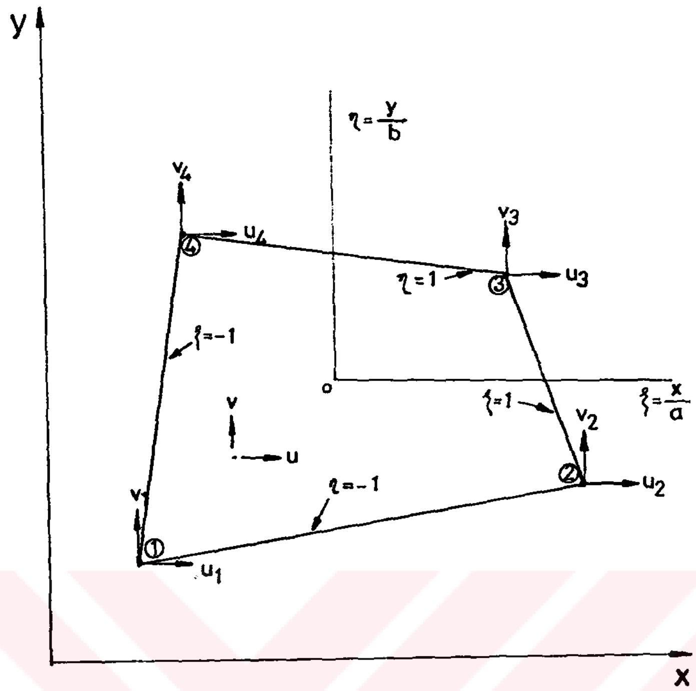
Bu çalışmamda lineer interpolasyon fonksiyonları dört düğümlü dörtgen ve dikdörtgen elemanlar için bulunmuştur.

4.6.2.1 Dört-Düğüm Noktalı Dörtgen Eleman İçin Lineer İnterpolasyon Fonksiyonları

Perde elemanın çözümünde iki farklı eleman seçildiğinden önce birinci tip elemanın interpolasyon fonksiyonu bulunacaktır.

Birinci tip dörtgen eleman için parametrik koordinatlar kullanılmıştır. Şekil 4.6 'de tipik bir dörtgen eleman ve parametrik eksenler görülmektedir.

$$\xi = \frac{x}{a} \qquad \eta = \frac{y}{b}$$



Şekil 4.6 Dörgen eleman ve parametrik koordinatlar

Burada parametrik eksenler ξ ve η ile gösterilmiştir. Bu koordinatlar elemanın düğüm noktalarında 1 mutlak degerini alırlar. Bu koordinatların eleman düğüm noktalarındaki degerleri şekil 4.6 'de de görülmektedir.

$$U(\xi,\eta) = C_1 + C_2 \cdot \xi + C_3 \cdot \eta + C_4 \cdot \xi\eta \tag{4.36}$$

$$\begin{aligned} U_1 &= U(-1,-1) = C_1 - C_2 - C_3 + C_4 \\ U_2 &= U(\ 1,-1) = C_1 + C_2 - C_3 - C_4 \\ U_3 &= U(\ 1,\ 1) = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \\ U_4 &= U(-1,\ 1) = C_1 - C_2 + C_3 - C_4 \end{aligned} \tag{4.37}$$

matris formunda yazarsak,

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} \qquad (4.38)$$

$$\begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} \qquad (4.39)$$

(4.39) 'u (4.36) 'da yerine yazarsak,

$$U(\xi,\eta) = \{1 \;\; \xi \;\; \eta \;\; \xi\eta\} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \{N_1 \;\; N_2 \;\; N_3 \;\; N_4\} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix}$$

$$= \sum_{i=1}^{4} U_i \cdot N_i \, (\xi,\eta) \qquad (4.40)$$

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \qquad (4.41)$$

elde edilir. Burada, N_1, N_2, N_3, N_4 şekil fonksiyonlarını parametrik koordinatlarda yazacak olursak,

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)\cdot(1-\eta) \qquad (4.42a)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)\cdot(1-\eta) \qquad (4.42b)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)\cdot(1+\eta) \qquad (4.42c)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)\cdot(1+\eta) \qquad (4.42d)$$

$$N(\xi_j, \eta_j) = \delta_{ij} \qquad i,j=1,2,3,4$$

$$\sum_{i=1}^{4} N_i = 1$$

Benzer şekilde ikinci tip izoparametrik dikdörtgen eleman için interpolasyon fonksiyonlarının daha açık bir şekilde bulunuşu ek–1 'de verilmiştir.

4.6.3 Eleman rijitlik matrislerinin bulunması

Dörtgen elemanlar için gerilme–deplasman bağıntısı,

$$\epsilon_i = B_i \cdot q_i \qquad (i=1,2,3,4) \qquad (4.43)$$

olarak ifade edilir.

$$B_i = d\cdot N_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot N_i = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 \\ 0 & N_{i,y} \\ N_{i,y} & N_{i,x} \end{bmatrix} \qquad (4.44)$$

$$\{\epsilon\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \qquad (4.45)$$

(4.45) denklemi dörtgen eleman içindeki herhangi bir noktada şekil değiştirme bileşenlerini verir. Şimdi parametrik koordinatlarda,

$$\frac{\partial N_1}{\partial x},\ \frac{\partial N_2}{\partial x},\ \frac{\partial N_3}{\partial x},\ \frac{\partial N_4}{\partial x} \qquad (4.46a)$$

ve

$$\frac{\partial N_1}{\partial y},\ \frac{\partial N_2}{\partial y},\ \frac{\partial N_3}{\partial y},\ \frac{\partial N_4}{\partial y} \qquad (4.46b)$$

ifadelerini ayrı ayrı hesaplayalım.

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} = \frac{\partial N_1}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} \qquad (4.47a)$$

ve

$$\frac{\partial N_1}{\partial y} = \frac{\partial N_1}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial N_1}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} \qquad (4.47b)$$

olarak yazılır. (4.42a) eşitliğinden,

$$\frac{\partial N_1}{\partial \xi} = -\frac{1}{4}(1-\eta)$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial \eta} = -\frac{1}{4}(1-\xi)$$

olarak hesaplanır. ξ ve η parametrelerinin x ve y değerleri arasındaki ilişkiyi yazacak olursak,

$$x = a_x + b_x \cdot \xi + c_x \cdot \eta + d_x \cdot \xi \cdot \eta \qquad (4.48a)$$

$$y = a_y + b_y \cdot \xi + c_y \cdot \eta + d_y \cdot \xi \cdot \eta \qquad (4.48b)$$

şeklinde olur. Bu denklemlerden ise

$$1 = (b_x + d_x \cdot \eta)\frac{\partial \xi}{\partial x} + (c_x + d_x \xi)\frac{\partial \eta}{\partial x}$$
$$0 = (b_y + d_y \cdot \eta)\frac{\partial \xi}{\partial x} + (c_y + d_y \xi)\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

buluruz. Buradan,

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{(c_y + d_y \cdot \xi)}{(b_x + d_x \cdot \eta)(c_y + d_y \cdot \xi) - (b_y + d_y \cdot \eta)(c_x + d_x \cdot \xi)}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{-(b_y + d_y \cdot \eta)}{(b_x + d_x \cdot \eta)(c_y + d_y \cdot \xi) - (b_y + d_y \cdot \eta)(c_x + d_x \cdot \xi)}$$

olarak hesaplanır. Yine (4.48a) ve (4.48b) denklemini ele alarak,

$$0 = (b_x + d_x \cdot \eta)\frac{\partial \xi}{\partial y} + (c_x + d_x \cdot \xi)\frac{\partial \eta}{\partial y}$$
$$1 = (b_y + d_y \cdot \eta)\frac{\partial \xi}{\partial y} + (c_y + d_y \cdot \xi)\frac{\partial \eta}{\partial y}$$

buluruz. Buradan da,

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{-(c_x + d_x \cdot \xi)}{(b_x + d_x \cdot \eta)(c_y + d_y \cdot \xi) - (b_y + d_y \cdot \eta)(c_x + d_x \cdot \xi)}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{(b_x + d_x \cdot \xi)}{(b_x + d_x \cdot \eta)(c_y + d_y \cdot \xi) - (b_y + d_y \cdot \eta)(c_x + d_x \cdot \xi)}$$

olarak bulunur. Bulunan bu ifadeleri (4.46) ve (4.47) ifadelerinde yerlerine yazarak şekil fonksiyonlarının türevleri için

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} = -\frac{1}{4}(1-\eta)\frac{(c_y + d_y \cdot \xi)}{(b_x + d_x \cdot \eta)(c_y + d_y \cdot \xi) - (b_y + d_y \cdot \eta)(c_x + d_x \cdot \xi)}$$
$$-\frac{1}{4}(1-\xi)\frac{-(b_y + d_y \cdot \eta)}{(b_x + d_x \cdot \eta)(c_y + d_y \cdot \xi) - (b_y + d_y \cdot \eta)(c_x + d_x \cdot \xi)}$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial y} = -\frac{1}{4}(1-\eta)\frac{-(c_x+d_x\cdot\xi)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)} - \frac{1}{4}(1-\xi)\frac{(b_x+d_x\cdot\eta)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)}$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial x} = -\frac{1}{4}(1-\eta)\frac{(c_y+d_y\cdot\xi)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)} - \frac{1}{4}(1-\xi)\frac{-(b_y+d_y\cdot\eta)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)}$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial y} = -\frac{1}{4}(1-\eta)\frac{-(c_x+d_x\cdot\xi)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)} - \frac{1}{4}(1-\xi)\frac{(b_x+d_x\cdot\eta)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)}$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial x} = -\frac{1}{4}(1-\eta)\frac{(c_y+d_y\cdot\xi)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)} - \frac{1}{4}(1-\xi)\frac{-(b_y+d_y\cdot\eta)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)}$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial y} = -\frac{1}{4}(1-\eta)\frac{-(c_x+d_x\cdot\xi)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)} - \frac{1}{4}(1-\xi)\frac{(b_x+d_x\cdot\eta)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)}$$

$$\frac{\partial N_4}{\partial x} = -\frac{1}{4}(1-\eta)\frac{(c_y+d_y\cdot\xi)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)} - \frac{1}{4}(1-\xi)\frac{-(b_y+d_y\cdot\eta)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)}$$

$$\frac{\partial N_4}{\partial y} = -\frac{1}{4}(1+\eta)\frac{-(c_x+d_x\cdot\xi)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)}$$

$$-\frac{1}{4}(1-\xi)\frac{(b_x+d_x\cdot\eta)}{(b_x+d_x\cdot\eta)(c_y+d_y\cdot\xi)-(b_y+d_y\cdot\eta)(c_x+d_x\cdot\xi)}$$

Şekil fonksiyonlarının türevleri aşagıdaki ifadelerle de bulunabilir.

$$[\ J\ ] = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x,_\xi & y,_\xi \\ x,_\eta & y,_\eta \end{bmatrix} \qquad (4.49)$$

Jakobiyen matrisindeki terimler aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$J_{11}=x,_\xi=N_{1,\xi}\cdot x_1+N_{2,\xi}\cdot x_2+N_{3,\xi}\cdot x_3+N_{4,\xi}\cdot x_4=\Sigma N_{i,\xi}\cdot x_i$$

$$J_{12}=y,_\xi=N_{1,\xi}\cdot y_1+N_{2,\xi}\cdot y_2+N_{3,\xi}\cdot y_3+N_{4,\xi}\cdot y_4=\Sigma N_{i,\xi}\cdot y_i \qquad (4.50)$$

$$J_{21}=x,_\eta=N_{1,\eta}\cdot x_1+N_{2,\eta}\cdot x_2+N_{3,\eta}\cdot x_3+N_{4,\eta}\cdot x_4=\Sigma N_{i,\eta}\cdot x_i$$

$$J_{11}=y,_\eta=N_{1,\eta}\cdot y_1+N_{2,\eta}\cdot y_2+N_{3,\eta}\cdot y_3+N_{4,\eta}\cdot y_4=\Sigma N_{i,\eta}\cdot y_i$$

matris formunda ifade edilirse,

$$J = D_L \cdot C_N \qquad (4.51)$$

$$D_L = \begin{bmatrix} N_{1,\xi} & N_{2,\xi} & N_{3,\xi} & N_{4,\xi} \\ N_{1,\eta} & N_{2,\eta} & N_{3,\eta} & N_{4,\eta} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -(1-\eta) & (1-\eta) & (1+\eta) & -(1+\eta) \\ -(1-\xi) & -(1+\xi) & (1+\xi) & (1-\xi) \end{bmatrix} \qquad (4.52)$$

ve C_N matrisi düğüm noktaları koordinatlarından oluşur.

$$C_N = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \qquad (4.53)$$

$$J^{-1} = \frac{J^a}{|J|} = \frac{1}{|J|}\begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} = \frac{1}{|J|}\begin{bmatrix} y,_\eta & -y,_\xi \\ -x,_\eta & x,_\xi \end{bmatrix}$$

(4.54)

Burada, $[\, J^a \,]$ matrisi $[\, J \,]$ matrisinin adjoint(eklenik) matrisidir. $|\, J \,|$ ise $[\, J \,]$ nin determinantıdır. Sözü edilen determinant,

$$|\, J \,| = J_{11} \cdot J_{22} - J_{12} \cdot J_{21} = x,_\xi \cdot y,_\eta - x,_\eta \cdot y,_\xi \qquad (4.55)$$

şeklinde hesaplanır.

Fonksiyonların x ve y 'ye göre türevleri yazılacak olursa,

$$\begin{bmatrix} N_{i,x} \\ N_{i,y} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} N_{i,\xi} \\ N_{i,\eta} \end{bmatrix} \qquad (i=1,2,3,4) \qquad (4.56)$$

$$B_i = J^{-1} \cdot D_L = (\, D_L \cdot C_N \,)^{-1} \cdot D_L \qquad (4.57)$$

B_i matrisi N_i fonksiyonlarının sistem koordinatlarındaki türevleridir. Şöyleki,

$$B_i = \begin{bmatrix} N_{1,x} & N_{2,x} & N_{3,x} & N_{4,x} \\ N_{1,y} & N_{2,y} & N_{3,y} & N_{4,y} \end{bmatrix} \qquad (4.58)$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} = B_{11} = \frac{1}{4|J|}[-(1-\eta)\cdot J_{22}+(1-\xi)\cdot J_{12}]$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial x} = B_{12} = \frac{1}{4|J|}[(1-\eta)\cdot J_{22}+(1+\xi)\cdot J_{12}]$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial x} = B_{13} = \frac{1}{4|J|}[(1+\eta)\cdot J_{22}-(1+\xi)\cdot J_{12}]$$

$$\frac{\partial N_4}{\partial x} = B_{14} = \frac{1}{4|J|}[-(1+\eta)\cdot J_{22}-(1-\xi)\cdot J_{12}] \qquad (4.59)$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial y} = B_{21} = \frac{1}{4|J|}[(1-\eta)\cdot J_{21}-(1-\xi)\cdot J_{11}]$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial y} = B_{22} = \frac{1}{4|J|}[-(1-\eta)\cdot J_{21}-(1+\xi)\cdot J_{11}]$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial y} = B_{23} = \frac{1}{4|J|}[-(1+\eta)\cdot J_{21}+(1+\xi)\cdot J_{11}]$$

$$\frac{\partial N_4}{\partial y} = B_{24} = \frac{1}{4|J|}[(1+\eta)\cdot J_{21}+(1-\xi)\cdot J_{11}]$$

Elde edilen bu türev ifadeleri aşağıdaki denklemde yerine yazılarak, dörtgen elemanın içindeki herhangi bir noktadaki gerilme matrisi için,

$$\{ \epsilon \} = [B]\cdot[\delta] \qquad (4.60)$$

şeklinde bir ifade elde edilebilir. Burada [B] slope (eleman şekil değiştirme) matrisidir. Eleman şekil değiştirme matrisi elde edildikten sonra, kartezyen koordinatlarda eleman rijitlik (stiffness) matrisi,

$$[K]=t\cdot\int_A B^T\cdot(x,y)\cdot D\cdot B(x,y)\cdot dx\cdot dy \qquad (4.61)$$

şeklinde ifade edilir. Bununla birlikte, (4.61) denklemi parametrik koordinatlarda,

$$[K]=t\cdot\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}B^{T}\cdot(\xi,\eta)\cdot D\cdot B(\xi,\eta)\cdot[J(\xi,\eta)]\cdot d\xi\cdot d\eta \qquad (4.62)$$

haline gelir. Burada [J], (4.49)'deki jakobiyen matrisidir.

Eleman matrislerinin hesabı, birinci tip dörtgen elemanlar için Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile yapılmaktadır [24],[25],[27],[29].

5. DÜZLEMİ İÇİNDE YÜKLÜ ÇERÇEVELER İÇİN RİJİTLİK MATRİSİ METODU

Bilindiği gibi yapı sistemlerinin hesabının amacı, statik ve dinamik dış etkiler altında, sistemlerde meydana gelen iç kuvvetlerin deformasyonların ve deplasmanların tayin edilmesidir. Hesap edilecek sistemler, düğüm noktaları denilen sonlu uzaklıktaki noktalarda birleşen elemanlardan meydana gelmektedir. Bir çubuk, bir çubuklar sistemi veya bir sürekli ortam parçası olabilen her elemanda dış etkilerden meydana gelen iç etkilerin tayin edilebileceği kabul edilmektedir. Bundan ötürü, bütün matris hesap metotlarının amacı, dış etkilerden meydana gelen uç kuvvetlerinin ve uç deplasmanlarının tayini olmaktadır.

Dış etkilerden meydana gelen uç kuvvetlerinin ve uç deplasmanlarının tayininde, sağlanmaları gereken

a– denge şartlarından

b– geometrik uygunluk şartlarından

c– malzemeye ait deformasyon–iç kuvvet bağıntılarından faydalanılır.

Matris deplasman metodlarında, önce sistemin uç deplasman durumu geometrik uygunluk şartlarını sağlayan birbirinden lineer olarak bağımsız uç deplasman durumlarının lineer kombinezonu olarak ifade edilir [11].

Yerdeğiştirmeleri bilinmeyen kabul eden bu yöntem nümerik stabilite bakımından olumlu özelliklere sahip olması ve programlamaya uygun olması nedeni ile tercih edilen bu yöntemin diğer yöntemlere göre şu üstünlükleri bulunmaktdır;

1– Hesapta izlenen yol her taşıyıcı sistem için aynıdır. Çerçeve, kafes, ızgara gibi değişik taşıyıcı sistemler için yöntem değişmemektedir.

2– Yöntem sistematik ve geneldir. Mesnet çökmeleri, sistemin simetrik veya antimetrik olması gibi durumlar kolaylıkla alınabilmektedir

3– Bilgisayar için programlama mümkün olduğundan, denklem teşkili ve çözüm makina tarafından çok hızlı ve yanlışsız olarak yapılabilmektedir.

Deplasman metodu olarak da isimlendirilen Rijitlik matrisi metodunda, çubuk sistemlerin statik yükler için denge denklemi,

$$K \cdot U = P \tag{5.1}$$

olarak kapalı şekilde ifade edilmektedir [9],[10],[11],[27].

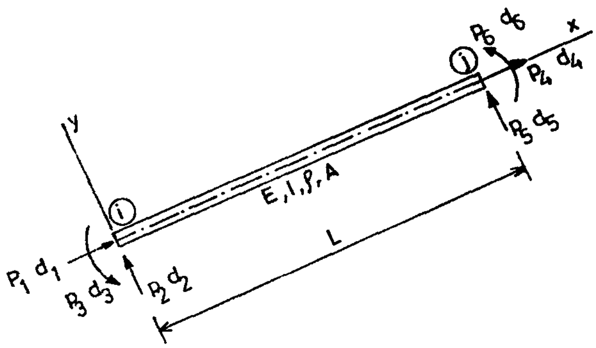
Denklem (5.1) de K çerçeve sisteme ait rijitlik matrisi, U düğüm noktaları deplasmanlarını gösteren kolon matris, P ise düğüm noktalarında sisteme etkidiği kabul edilen dış kuvvetleri gösteren kolon matristir [33],[34].

Çerçeve sistemlerin rijitlik matrisi yöntemi ile çözüm için (5.1) denkleminin elde edilmesi ve çözümü aşağıdaki şekilde özetlenebilir [9].

5.1 Eleman Koordinat Sisteminde Eleman Rijitlik Matrisinin Teşkili

Yapı sistemleri düzlemsel modele indirgenerek çözüldüğünden, eleman rijitlik matrisleri düzlemsel hal için ifade edilmektedir.

Yapı çerçevelerini oluşturan elemanların rijitlik matrisinin, rijitlik etki katsayıları, elemanların uç deplasmanları ile uç kuvvetleri arasındaki bağıntılardan elde edilmektedir. Çubuk uç deplasman ve kuvvetleri şekil 5.1'de gösterilmiştir.

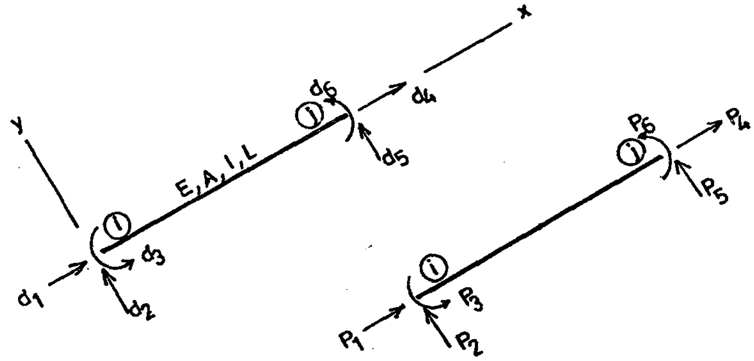


Şekil 5.1 Düzlemsel yüklemeye maruz çubuk elemanı

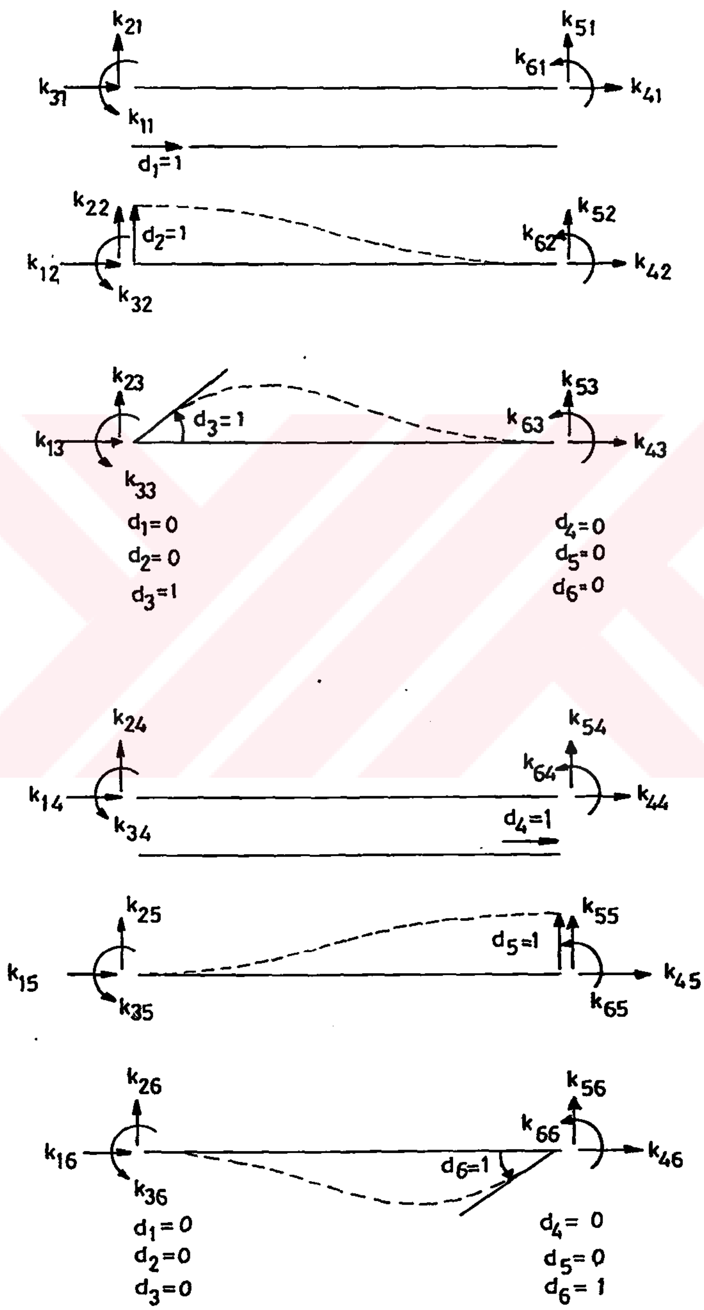
Eleman, ikisi eksenel, dördü eğilme deformasyonunu temsil eden toplam altı deplasman bileşeni içermektedir.

Rijitlik etki katsayıları, elemanın bir ucunda meydana getirilen deplasmanlar altında, çubuk uçlarında oluşan tepkileri ifade etmektedir. Bu tepkilerin ifadelerini elde etmek amacıyla, her serbestlik için birim deplasman verildiğinde, diğer deplasmanların sıfır tutulması gerekmektedir. K_{ij} terimi j serbestliğine birim deplasman verildiğinde, i serbestliğinde oluşan kuvveti tanımlamaktadır. Her serbestlik için verilen birim deplasmanlar ve çubuk uçlarında oluşan tepkiler şekil 5.2 'de gösterilmektedir. Şekil 5.3 'de de çubuk uç deplasman ve çubuk uçlarına etkiyen uç kuvvetler belirtilmiştir.

Üniform bir çubuk için elde edilen rijitlik matrisi, matris formunda tablo 5.1 'de verilmiştir.



Şekil 5.3 Çubuk uç deplasman ve kuvvetleri



Sekil 5.2 Rijitlik etki katsayıları

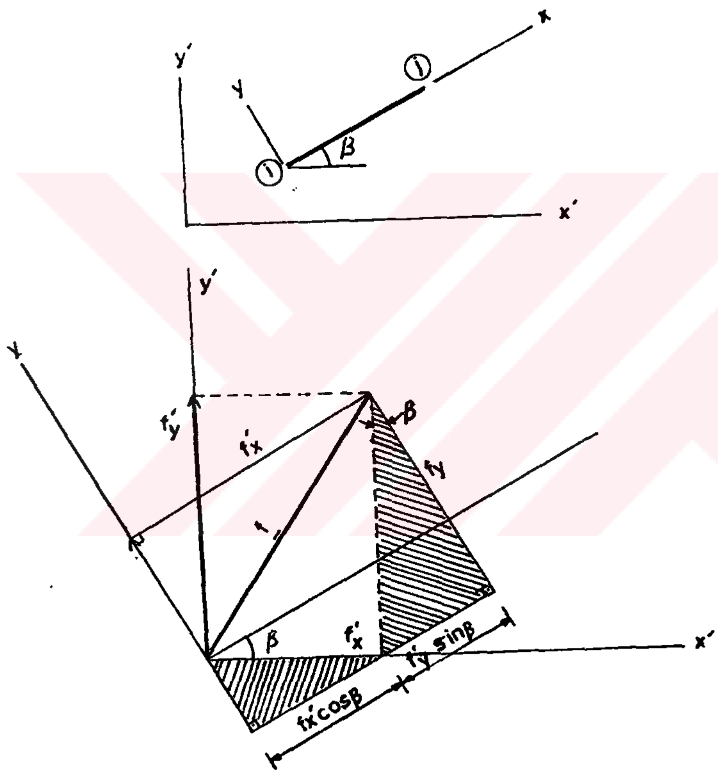
$$
\underline{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \qquad (5.2)
$$

Tablo 5.1 Düzlemi içinde yüklenmiş sistemler için eleman rijitlik matrisi

$$
\underline{k} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}
$$

5.2 Sistem Koordinat Takımına Dönüştürme

Eleman matrisleri, her eleman için değişik eleman koordinatlarında ifade edilmektedir. Eleman matrislerinin birleştirilerek, sistem matrislerinin elde edilebilmesi için, tüm elemanların ortak bir koordinat sisteminde ifadesi gerekmektedir. Ortak olan sistem koordinatlarında yazılabilmesi için de bazı dönüşüm formülleri yazılmaktadır.



Şekil 5.4 Koordinat dönüşümü

x,y : eleman koordinat takımı

x',y': sistem koordinat takımı

α : eleman x ekseni ile sistem x' ekseni arasındaki açı

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} \underline{t} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{t} \end{bmatrix} \qquad (5.3)$$

$$\underline{t} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.4}$$

$\underline{T}$ = dönüşüm matrisi

$\underline{t}$ = dönüşüm matrisi

Uç büyüklüklerinin eleman ve sistem koordinatlarındaki değerleri arasında,

$$\begin{bmatrix} \underline{d}_i \\ \hline \underline{d}_j \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \underline{t} & \underline{0} \\ \hline \underline{0} & \underline{t} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \underline{d}_i{}' \\ \hline \underline{d}_j{}' \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

$$\begin{bmatrix} p_i \\ \hline p_j \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \underline{t} & \underline{0} \\ \hline \underline{0} & \underline{t} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \underline{p}_i{}' \\ \hline \underline{p}_j{}' \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

veya daha kapalı formda

$$\underline{d} = \underline{T} \cdot \underline{d}' \quad ; \quad \underline{p} = \underline{T} \cdot \underline{p}'$$

şeklinde sistem koordinatlarına dönüştürülebilir. $\underline{t}$ dönüşüm matrisi ortogonaldir.

$$\det(t) = 1 \quad , \quad \det(T) = 1$$

$$\underline{T}^{-1} = \underline{T}^{t}$$

5.2.1 Eleman Matrislerinin Sistem koordinatlarındaki İfadesi

Çubuk elemanın i ucundaki kuvveti uç deplasmanlarına bağlayan ifade

$$\underline{P}_i = \underline{k}_{ii} \cdot \underline{d}_i + \underline{k}_{ij} \cdot \underline{d}_j \qquad (5.7)$$

şeklinde yazılabilir. (5.6) dönüşüm formüllerinden yararlanarak,

$$(\underline{t}\cdot\underline{p}'_i) = \underline{k}_{ii}\cdot(\underline{t}\cdot\underline{d}_i') + \underline{k}_{ij}\cdot(\underline{t}\cdot\underline{d}_j) \qquad (5.8)$$

elde edilir ve bu ifade soldan $\underline{t}^t$ ile çarpılır ve $\underline{t}^t \cdot \underline{t} = I$ olduğu gözönüne alınırsa

$$\underline{P}_i' = (\underline{t}^t\cdot\underline{k}_{ii}\cdot\underline{t})\cdot d_i' + (\underline{t}^t\cdot\underline{k}_{ij}\cdot\underline{t})\cdot d_j' \qquad (5.9)$$

bulunur. Benzer şekilde j ucu için

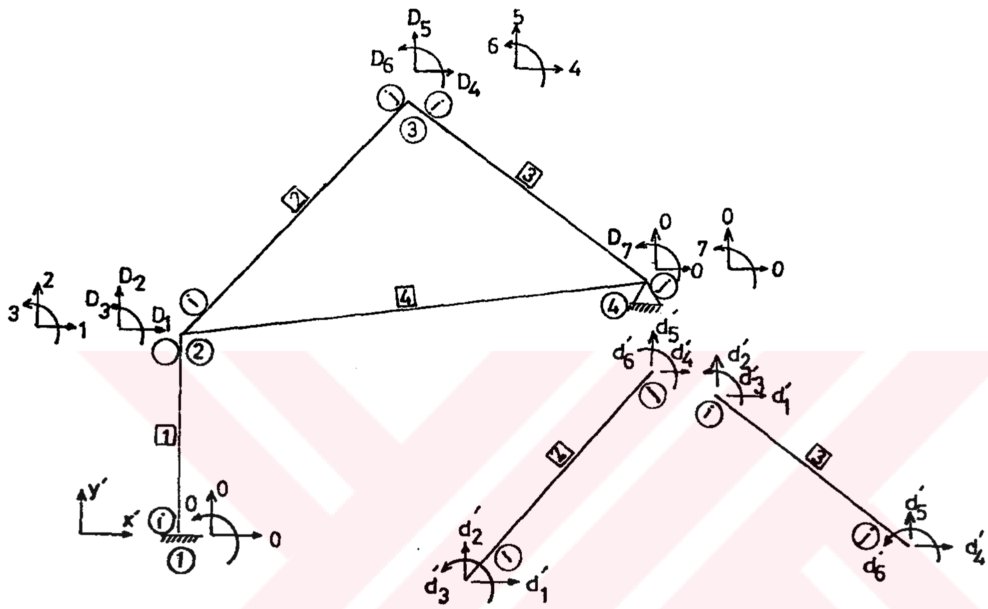
$$\underline{P}_j' = \underline{k}_{ji}'\cdot\underline{d}_i' + \underline{k}_{jj}'\cdot\underline{d}_j' \qquad (5.10)$$

olur. (5.9) ve (5.10) ifadeleri sistem koordinatlarında eleman rijitlik denklemini vermektedir.

5.3 Sistem Denklem ve Matrisleri

Çerçeveye ait sistem denklem ve matrisleri, eleman denklem ve matrisleri birleştirilerek elde edilmektedir. Birleştirme işlemi sistematik olarak yerleştirme matrisi yardımı ile yapılmaktadır. Yerleştirme matrisi, eleman denklemlerindeki matris, ve kuvvet bileşenlerinin sistem denkleminde hangi yerlere yerleştirileceğini tarifler.

5.3.1 Sistem Deplasmanları



Şekil 5.5 Düzlemi içinde yüklenmiş çerçeve

Çerçeve sistem deplasmanları D_i, düğüm noktalarının sistem koordinatları yönünde yer değiştirmeleri olarak tanımlanır. Yer değiştirmelerin dönmeleri de içereceği dikkat etmek gerekir. Şekil 5.5 'deki düzlemi içinde yüklere maruz çerçevede eleman numaraları dikdörtgen, düğüm noktaları daire içinde gösterilmiştir. Her eleman için ij yönü x eleman koordinatının pozitif yönünü tanımlamaktadır. D_i'ler ise düğüm noktası (sistem) deplasmanlarını göstermektedir. Eğer bir düğüm noktasının belli bir yöndeki deplasmanı sıfır olarak biliniyor ise o deplasman için sıfır yazılmalıdır.

5.3.2 Düğüm Noktası Uygunluk Şartları

Bu şart düğüm noktalarındaki sürekliliği ifade etmektedir. Buna göre bir düğüm noktasında birleşen bütün elemanların o düğümdeki uç deplasmanların düğümün sistem deplasmanlarına eşit olması gerekir. Şekil 5.5 'deki sistem için ③ noktasındaki uygunluk şartlarını yazalım. Bu düğüm noktasına $\boxed{2}$ elemanının j ucu ve $\boxed{3}$ elemanının i ucu birleşmiştir. Bu elemanların sözü edilen uç deplasmanlarının ③ noktasının sistem deplasmanlarına eşit olması gerekir. Yani,

$\boxed{2}$ elemanı için

$$d_4' = D_4 \ , \quad d_5' = D_5 \ , \quad d_6' = D_6$$

$\boxed{3}$ elemanı için

$$d_1' = D_4 \ , \quad d_2' = D_5 \ , \quad d_3' = D_6$$

şartlarının sağlanması gerekir.

5.3.3 Çerçeve Sistem Matrislerinin Oluşturulması

Ortak koordinat sistemlerinde yazılmış olan eleman matrisleri kodlama yöntemi ile birleştirilerek sistem matrisleri teşkil edilmektedir.

Kodlama tekniğinde, bir çubuğun i ve j uçlarındaki (serbestlik) yer değiştirme numaralarının yan yana yazılması ile elde edilen sayılar, o çubuğun kod numaraları olarak tanımlanmaktadır. Düzlemsel yapı modellerinde bir çubuğun iki ucunda toplam altı deplasman olacağından kod numarasında altı hane vardır. Çubuğun herhangi bir ucunda, her hangi bir doğrultuda deplasman sıfırsa, o doğrultuda kod numarası sıfır olmaktadır.

Hane numaralarının yan yana getirilmesi ile ortaya çıkan sayı çifti eleman rijitlik matrisinden alınacak terimin satır ve sütun numarasını, bu hanelere karşılık gelen deplasman numaralarının yan yana getirilmesinden ortaya çıkan sayı çifti de, eleman rijitlik matrisinden alınan terimin sistem rijitlik matrisinde yerleşeceği satır ve sütun numaralarını vermektedir.

5.3.4 Yerleştirme Matrisi

Yerleştirme matrisi $\underline{L}$, belli bir elemanın eleman deplasmanları $\underline{d}'$ nü sistem deplasmanları $\underline{D}$ 'ye

$$\underline{d}' = \underline{L} \cdot \underline{D} \tag{5.11}$$

denklemi ile bağlayan matristir. Eleman serbestlik derecesini N_E , sistem serbestlik derecesini N_S ile gösterirsek $\underline{d}'$ vektörünün boyutu N_E ; $\underline{D}$ vektörünün boyutu N_S ; L matrisinin boyutu ($N_E \times N_S$)dir.

Yerleştirme matrisi, eleman kod numarası yardımı ile teşkil edilebilir. L 'nin i nci satırını göz önüne alalım. Eğer i ye karşılık gelen kod numarası n(i) sıfır ise satırın bütün elemanları sıfır olacaktır. Eğer kod numarası $n(i) \neq 0$ ise satırın n(i) nci kolonuna karşılık gelen elemanı bir, diğerleri sıfır olacaktır.

5.3.5 Eleman Uç Kuvvetlerinin Bulunması

Çerçeve sistemine ait deplasmanlar bulunduktan sonra eleman uç kuvvetleri,

$$\underline{P}_e = \underline{k}_e \cdot \underline{T}_e \cdot (\underline{L}_e \cdot \underline{D}) - \underline{f}_e \tag{5.12}$$

yardımı ile hesaplanır. Diğer bir yöntem, sistem koordinatlarında

$$\underline{P}_e' = \underline{k}_e' \cdot \underline{d}_e' - \underline{f}_e' \tag{5.13}$$

denklemi yardımı ile eleman uç kuvvetleri bulunur.

6. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ VE RİJİTLİK MATRİSİ YÖNTEMİNİN BİRLEŞİK PERDE SİSTEMİNE UYGULANMASI

6.1 Sistem Özellikleri

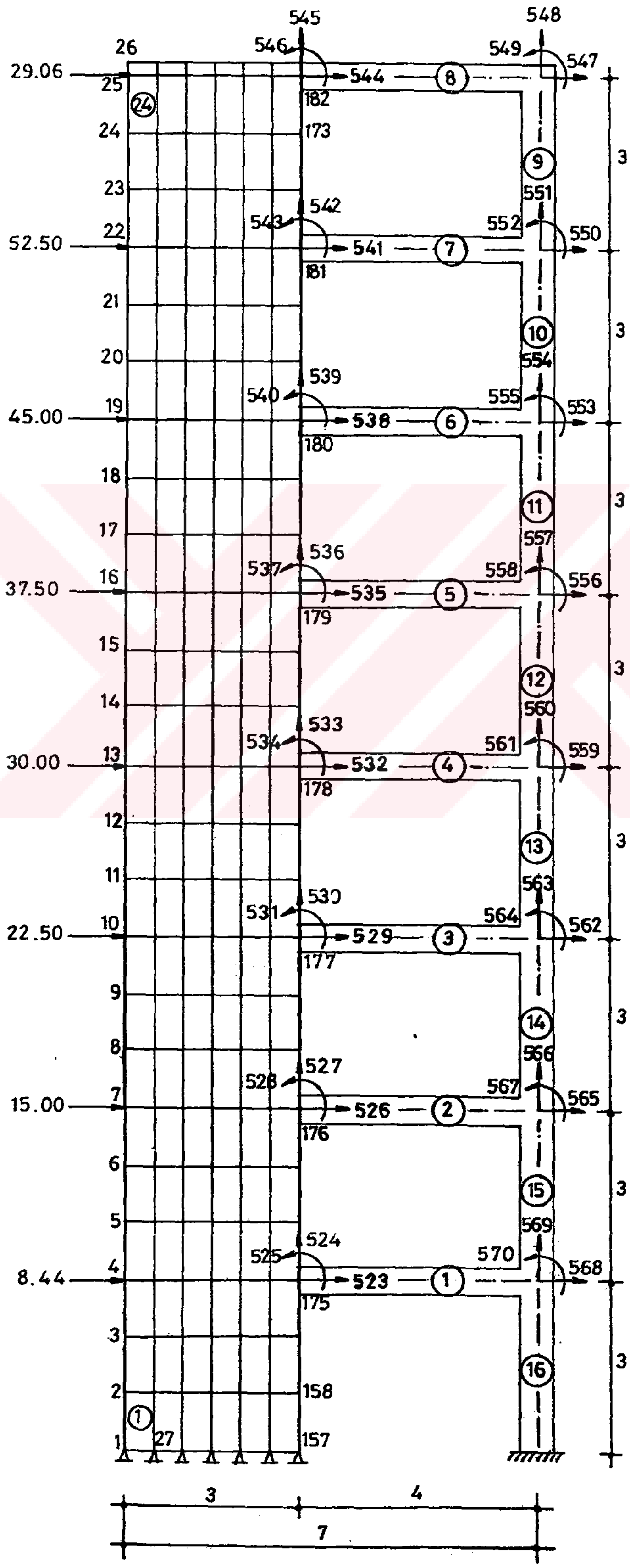
Çözümü yapılan Birleşik çerçeve ile perde-çerçeve sistem sekizer katlı olup kat yükseklikleri 3 m.dir. Perde genişliği b=3.0 m, perde kalınlığı t=0.25 m.dir. Perde elemanını sonlu eleman yöntemi ile çözerken iki farklı eleman tipi seçilmiş ve çözümler bu iki tip elemana göre yapılmıştır. Birinci çözüm yöntemimizde perde ile çerçeve tam ankastre olarak birleştirilmiş, ikinci çözüm yöntemimizde ise döşeme rijitliklerini temsil eden pandül ayaklarla birleştirilmiş ve çözümleri yapılmıştır. Her iki birleşim hali şekil 6.1 ve şekil 6.2 'de gösterilmiştir.

Bilgisayar hafızasının yetersiz olmasından dolayı levha elemanı sonlu eleman yöntemi ile çözerken bilgisayardaki bellek kapasitesi aşılmayacak şekilde sonlu sayıda elemana bölünmüştür. Her iki çözüm şeklinde sonlu eleman (mesh) sayısı 150 olarak seçilmiştir. Şekil 6.1 de sistem deplasman sayısı 570, şekil 6.2 de ise sistem deplasman sayısı 404 dür. Elemanların x yönündeki boyutları 0.5 m, y yönündeki boyutları ise 1.0 m olarak seçilmiştir. 25,50,75,100,125,150 nolu elemanların x yönündeki boyutları 0.5 m, y yönündeki boyutları ise 0.25 m 'dir. Şekil 6.1 ve 6.2 'deki çözüm sistemlerinin sonlu elemanlara bölünmüş hali görülmektedir. Bu şekillerde aynı zamanda eleman ve düğüm numaraları da gösterilmiştir. Birleşik çerçevede çerçeveyi oluşturan elemanların sayısı 16 , farklı düzlemlerdeki perde-çerçeve sistemin eleman sayısi ise 24 'tür. Çerçeveyi oluşturan elemanlardan kirişlerin boyutları 25/50, kolon boyutları ise 25/60 olarak seçilmiştir.

Eşdeğer düğüm kuvvetleri kat hizalarına etkitilmiştir.

Perde elemandaki sınır şartları tayin edilirken, perde ile temelin bağlandığı noktalarda bütün yerdeğiştirmelerin sıfır olduğu kabul edilmiştir.

Her iki çözüm sisteminde, sonlu elemanlarla çözülen bölge her iki eleman tipine göre çözüm yapılmış, elde edilen sonuçlar [2],[7],[8],[9],[11] 'deki yöntemlerle bulunan değerlerle de karşılaştırılmıştır.



545
548
546
549
547
26
29.06
25
544
8
182
24
173
24
9
3
23
551
542
552
550
543
52.50
22
541
7
181
21
10
3
20
554
539
555
553
540
45.00
19
538
6
180
18
11
3
17
557
536
558
556
537
37.50
16
535
5
179
15
12
3
14
560
533
561
559
534
30.00
13
532
4
178
12
13
3
11
563
530
564
562
531
22.50
10
529
3
177
9
14
3
8
566
527
567
565
528
15.00
7
526
2
176
6
15
3
5
569
524
570
568
525
8.44
4
523
1
175
3
16
3
2
158
1
1
27
157
3
4
7

Tablo 6.1 Birleşik Çerçeveye ait hesap sonuçları

DÜĞÜM (NOD) DEPLESMANLARI

U: X DOĞRULTUSUNDAKİ DEPLASMANLARI

V: Y DOĞRULTUSUNDAKİ DEPLESMANLARI

Q: DÖNMELERİ GÖSTERMEKTEDİR

U(1)=	0.0000E+00	V(1)=	0.0000E+00	Q(1)=	0.0000E+00
U(2)=	0.1449E-02	V(2)=	0.2978E-02	Q(2)=	-0.2092E-02
U(3)=	0.4392E-02	V(3)=	0.5561E-02	Q(3)=	-0.3732E-02
U(4)=	0.8851E-02	V(4)=	0.7899E-02	Q(4)=	-0.5167E-02
U(5)=	0.1463E-01	V(5)=	0.9992E-02	Q(5)=	-0.6443E-02
U(6)=	0.2163E-01	V(6)=	0.1185E-01	Q(6)=	-0.7554E-02
U(7)=	0.2967E-01	V(7)=	0.1345E-01	Q(7)=	-0.8499E-02
U(8)=	0.3855E-01	V(8)=	0.1486E-01	Q(8)=	-0.9330E-02
U(9)=	0.4823E-01	V(9)=	0.1607E-01	Q(9)=	-0.1003E-01
U(10)=	0.5857E-01	V(10)=	0.1707E-01	Q(10)=	-0.1058E-01
U(11)=	0.6933E-01	V(11)=	0.1791E-01	Q(11)=	-0.1105E-01
U(12)=	0.8056E-01	V(12)=	0.1860E-01	Q(12)=	-0.1141E-01
U(13)=	0.9215E-01	V(13)=	0.1911E-01	Q(13)=	-0.1165E-01
U(14)=	0.1038E+00	V(14)=	0.1949E-01	Q(14)=	-0.1183E-01
U(15)=	0.1157E+00	V(15)=	0.1977E-01	Q(15)=	-0.1194E-01
U(16)=	0.1277E+00	V(16)=	0.1991E-01	Q(16)=	-0.1195E-01
U(17)=	0.1396E+00	V(17)=	0.1996E-01	Q(17)=	-0.1193E-01
U(18)=	0.1515E+00	V(18)=	0.1997E-01	Q(18)=	-0.1187E-01
U(19)=	0.1634E+00	V(19)=	0.1987E-01	Q(19)=	-0.1173E-01
U(20)=	0.1749E+00	V(20)=	0.1973E-01	Q(20)=	-0.1160E-01
U(21)=	0.1865E+00	V(21)=	0.1960E-01	Q(21)=	-0.1146E-01
U(22)=	0.1980E+00	V(22)=	0.1940E-01	Q(22)=	-0.1127E-01
U(23)=	0.2090E+00	V(23)=	0.1924E-01	Q(23)=	-0.1112E-01
U(24)=	0.2201E+00	V(24)=	0.1919E-01	Q(24)=	-0.1108E-01
U(25)=	0.2314E+00	V(25)=	0.1922E-01	Q(25)=	-0.1136E-01
U(26)=	0.2341E+00	V(26)=	0.1920E-01	Q(26)=	-0.1112E-01
U(27)=	0.0000E+00	V(27)=	0.0000E+00	Q(27)=	0.0000E+00
U(28)=	0.1259E-02	V(28)=	0.1931E-02	Q(28)=	-0.2075E-02
U(29)=	0.4235E-02	V(29)=	0.3750E-02	Q(29)=	-0.3635E-02
U(30)=	0.8702E-02	V(30)=	0.5373E-02	Q(30)=	-0.5065E-02
U(31)=	0.1451E-01	V(31)=	0.6830E-02	Q(31)=	-0.6341E-02
U(32)=	0.2152E-01	V(32)=	0.8118E-02	Q(32)=	-0.7467E-02
U(33)=	0.2956E-01	V(33)=	0.9253E-02	Q(33)=	-0.8413E-02
U(34)=	0.3847E-01	V(34)=	0.1025E-01	Q(34)=	-0.9241E-02
U(35)=	0.4816E-01	V(35)=	0.1110E-01	Q(35)=	-0.9959E-02
U(36)=	0.5849E-01	V(36)=	0.1182E-01	Q(36)=	-0.1051E-01
U(37)=	0.6928E-01	V(37)=	0.1243E-01	Q(37)=	-0.1097E-01
U(38)=	0.8053E-01	V(38)=	0.1292E-01	Q(38)=	-0.1136E-01
U(39)=	0.9208E-01	V(39)=	0.1331E-01	Q(39)=	-0.1159E-01
U(40)=	0.1038E+00	V(40)=	0.1361E-01	Q(40)=	-0.1177E-01
U(41)=	0.1157E+00	V(41)=	0.1382E-01	Q(41)=	-0.1191E-01
U(42)=	0.1277E+00	V(42)=	0.1395E-01	Q(42)=	-0.1191E-01
U(43)=	0.1396E+00	V(43)=	0.1403E-01	Q(43)=	-0.1188E-01
U(44)=	0.1515E+00	V(44)=	0.1404E-01	Q(44)=	-0.1186E-01
U(45)=	0.1633E+00	V(45)=	0.1401E-01	Q(45)=	-0.1171E-01
U(46)=	0.1750E+00	V(46)=	0.1395E-01	Q(46)=	-0.1157E-01
U(47)=	0.1865E+00	V(47)=	0.1386E-01	Q(47)=	-0.1148E-01
U(48)=	0.1979E+00	V(48)=	0.1376E-01	Q(48)=	-0.1128E-01
U(49)=	0.2091E+00	V(49)=	0.1368E-01	Q(49)=	-0.1113E-01
U(50)=	0.2202E+00	V(50)=	0.1363E-01	Q(50)=	-0.1111E-01
U(51)=	0.2313E+00	V(51)=	0.1361E-01	Q(51)=	-0.1119E-01
U(52)=	0.2341E+00	V(52)=	0.1362E-01	Q(52)=	-0.1121E-01
U(53)=	0.0000E+00	V(53)=	0.0000E+00	Q(53)=	0.0000E+00
U(54)=	0.1164E-02	V(54)=	0.1027E-02	Q(54)=	-0.1976E-02
U(55)=	0.4134E-02	V(55)=	0.2025E-02	Q(55)=	-0.3577E-02
U(56)=	0.8607E-02	V(56)=	0.2927E-02	Q(56)=	-0.5003E-02
U(57)=	0.1442E-01	V(57)=	0.3747E-02	Q(57)=	-0.6289E-02
U(58)=	0.2145E-01	V(58)=	0.4473E-02	Q(58)=	-0.7410E-02
U(59)=	0.2949E-01	V(59)=	0.5117E-02	Q(59)=	-0.8358E-02
U(60)=	0.3841E-01	V(60)=	0.5699E-02	Q(60)=	-0.9201E-02

U(61)=	0.4812E-01	V(61)=	0.6196E-02	Q(61)=	-0.9910E-02
U(62)=	0.5843E-01	V(62)=	0.6623E-02	Q(62)=	-0.1046E-01
U(63)=	0.6924E-01	V(63)=	0.7003E-02	Q(63)=	-0.1094E-01
U(64)=	0.8050E-01	V(64)=	0.7307E-02	Q(64)=	-0.1132E-01
U(65)=	0.9205E-01	V(65)=	0.7553E-02	Q(65)=	-0.1155E-01
U(66)=	0.1038E+00	V(66)=	0.7767E-02	Q(66)=	-0.1175E-01
U(67)=	0.1157E+00	V(67)=	0.7916E-02	Q(67)=	-0.1188E-01
U(68)=	0.1276E+00	V(68)=	0.8023E-02	Q(68)=	-0.1188E-01
U(69)=	0.1396E+00	V(69)=	0.8111E-02	Q(69)=	-0.1187E-01
U(70)=	0.1515E+00	V(70)=	0.8148E-02	Q(70)=	-0.1183E-01
U(71)=	0.1633E+00	V(71)=	0.8159E-02	Q(71)=	-0.1170E-01
U(72)=	0.1750E+00	V(72)=	0.8168E-02	Q(72)=	-0.1158E-01
U(73)=	0.1865E+00	V(73)=	0.8141E-02	Q(73)=	-0.1146E-01
U(74)=	0.1979E+00	V(74)=	0.8109E-02	Q(74)=	-0.1128E-01
U(75)=	0.2091E+00	V(75)=	0.8090E-02	Q(75)=	-0.1115E-01
U(76)=	0.2202E+00	V(76)=	0.8049E-02	Q(76)=	-0.1111E-01
U(77)=	0.2312E+00	V(77)=	0.8026E-02	Q(77)=	-0.1116E-01
U(78)=	0.2340E+00	V(78)=	0.8029E-02	Q(78)=	-0.1117E-01
U(79)=	0.0000E+00	V(79)=	0.0000E+00	Q(79)=	0.0000E+00
U(80)=	0.1131E-02	V(80)=	0.1769E-03	Q(80)=	-0.1939E-02
U(81)=	0.4098E-02	V(81)=	0.3527E-03	Q(81)=	-0.3557E-02
U(82)=	0.8566E-02	V(82)=	0.5209E-03	Q(82)=	-0.4967E-02
U(83)=	0.1438E-01	V(83)=	0.7061E-03	Q(83)=	-0.6278E-02
U(84)=	0.2143E-01	V(84)=	0.8697E-03	Q(84)=	-0.7397E-02
U(85)=	0.2946E-01	V(85)=	0.1014E-02	Q(85)=	-0.8314E-02
U(86)=	0.3837E-01	V(86)=	0.1188E-02	Q(86)=	-0.9197E-02
U(87)=	0.4811E-01	V(87)=	0.1332E-02	Q(87)=	-0.9900E-02
U(88)=	0.5841E-01	V(88)=	0.1451E-02	Q(88)=	-0.1041E-01
U(89)=	0.6921E-01	V(89)=	0.1606E-02	Q(89)=	-0.1094E-01
U(90)=	0.8050E-01	V(90)=	0.1725E-02	Q(90)=	-0.1131E-01
U(91)=	0.9202E-01	V(91)=	0.1817E-02	Q(91)=	-0.1151E-01
U(92)=	0.1037E+00	V(92)=	0.1948E-02	Q(92)=	-0.1176E-01
U(93)=	0.1157E+00	V(93)=	0.2041E-02	Q(93)=	-0.1187E-01
U(94)=	0.1276E+00	V(94)=	0.2106E-02	Q(94)=	-0.1184E-01
U(95)=	0.1395E+00	V(95)=	0.2210E-02	Q(95)=	-0.1189E-01
U(96)=	0.1515E+00	V(96)=	0.2276E-02	Q(96)=	-0.1183E-01
U(97)=	0.1633E+00	V(97)=	0.2316E-02	Q(97)=	-0.1166E-01
U(98)=	0.1749E+00	V(98)=	0.2395E-02	Q(98)=	-0.1159E-01
U(99)=	0.1865E+00	V(99)=	0.2435E-02	Q(99)=	-0.1146E-01
U(100)=	0.1979E+00	V(100)=	0.2451E-02	Q(100)=	-0.1125E-01
U(101)=	0.2090E+00	V(101)=	0.2495E-02	Q(101)=	-0.1117E-01
U(102)=	0.2202E+00	V(102)=	0.2482E-02	Q(102)=	-0.1108E-01
U(103)=	0.2312E+00	V(103)=	0.2447E-02	Q(103)=	-0.1109E-01
U(104)=	0.2340E+00	V(104)=	0.2450E-02	Q(104)=	-0.1116E-01
U(105)=	0.0000E+00	V(105)=	0.0000E+00	Q(105)=	0.0000E+00
U(106)=	0.1148E-02	V(106)=	-0.6734E-03	Q(106)=	-0.1971E-02
U(107)=	0.4129E-02	V(107)=	-0.1313E-02	Q(107)=	-0.3593E-02
U(108)=	0.8579E-02	V(108)=	-0.1885E-02	Q(108)=	-0.4921E-02
U(109)=	0.1438E-01	V(109)=	-0.2331E-02	Q(109)=	-0.6318E-02
U(110)=	0.2146E-01	V(110)=	-0.2726E-02	Q(110)=	-0.7445E-02
U(111)=	0.2946E-01	V(111)=	-0.3090E-02	Q(111)=	-0.8226E-02
U(112)=	0.3836E-01	V(112)=	-0.3318E-02	Q(112)=	-0.9245E-02
U(113)=	0.4813E-01	V(113)=	-0.3524E-02	Q(113)=	-0.9952E-02
U(114)=	0.5840E-01	V(114)=	-0.3723E-02	Q(114)=	-0.1030E-01
U(115)=	0.6918E-01	V(115)=	-0.3784E-02	Q(115)=	-0.1100E-01
U(116)=	0.8052E-01	V(116)=	-0.3848E-02	Q(116)=	-0.1136E-01
U(117)=	0.9201E-01	V(117)=	-0.3921E-02	Q(117)=	-0.1138E-01
U(118)=	0.1037E+00	V(118)=	-0.3863E-02	Q(118)=	-0.1181E-01
U(119)=	0.1157E+00	V(119)=	-0.3827E-02	Q(119)=	-0.1192E-01
U(120)=	0.1276E+00	V(120)=	-0.3812E-02	Q(120)=	-0.1171E-01
U(121)=	0.1395E+00	V(121)=	-0.3682E-02	Q(121)=	-0.1194E-01
U(122)=	0.1515E+00	V(122)=	-0.3588E-02	Q(122)=	-0.1187E-01
U(123)=	0.1633E+00	V(123)=	-0.3528E-02	Q(123)=	-0.1153E-01
U(124)=	0.1749E+00	V(124)=	-0.3370E-02	Q(124)=	-0.1164E-01
U(125)=	0.1865E+00	V(125)=	-0.3264E-02	Q(125)=	-0.1150E-01
U(126)=	0.1979E+00	V(126)=	-0.3209E-02	Q(126)=	-0.1112E-01
U(127)=	0.2090E+00	V(127)=	-0.3085E-02	Q(127)=	-0.1121E-01
U(128)=	0.2202E+00	V(128)=	-0.3051E-02	Q(128)=	-0.1108E-01
U(129)=	0.2311E+00	V(129)=	-0.3110E-02	Q(129)=	-0.1086E-01
U(130)=	0.2338E+00	V(130)=	-0.3106E-02	Q(130)=	-0.1107E-01
U(131)=	0.0000E+00	V(131)=	0.0000E+00	Q(131)=	0.0000E+00
U(132)=	0.1221E-02	V(132)=	-0.1579E-02	Q(132)=	-0.2058E-02
U(133)=	0.4222E-02	V(133)=	-0.3022E-02	Q(133)=	-0.3701E-02

U(134)=	0.8646E-02	V(134)=	-0.4313E-02	Q(134)=	-0.4719E-02
U(135)=	0.1442E-01	V(135)=	-0.5414E-02	Q(135)=	-0.6420E-02
U(136)=	0.2153E-01	V(136)=	-0.6358E-02	Q(136)=	-0.7579E-02
U(137)=	0.2950E-01	V(137)=	-0.7198E-02	Q(137)=	-0.7856E-02
U(138)=	0.3836E-01	V(138)=	-0.7860E-02	Q(138)=	-0.9370E-02
U(139)=	0.4819E-01	V(139)=	-0.8412E-02	Q(139)=	-0.1009E-01
U(140)=	0.5842E-01	V(140)=	-0.8888E-02	Q(140)=	-0.9827E-02
U(141)=	0.6916E-01	V(141)=	-0.9204E-02	Q(141)=	-0.1113E-01
U(142)=	0.8057E-01	V(142)=	-0.9449E-02	Q(142)=	-0.1150E-01
U(143)=	0.9202E-01	V(143)=	-0.9641E-02	Q(143)=	-0.1086E-01
U(144)=	0.1037E+00	V(144)=	-0.9697E-02	Q(144)=	-0.1195E-01
U(145)=	0.1157E+00	V(145)=	-0.9716E-02	Q(145)=	-0.1205E-01
U(146)=	0.1276E+00	V(146)=	-0.9707E-02	Q(146)=	-0.1118E-01
U(147)=	0.1395E+00	V(147)=	-0.9589E-02	Q(147)=	-0.1206E-01
U(148)=	0.1515E+00	V(148)=	-0.9467E-02	Q(148)=	-0.1199E-01
U(149)=	0.1633E+00	V(149)=	-0.9342E-02	Q(149)=	-0.1101E-01
U(150)=	0.1748E+00	V(150)=	-0.9143E-02	Q(150)=	-0.1175E-01
U(151)=	0.1865E+00	V(151)=	-0.8971E-02	Q(151)=	-0.1160E-01
U(152)=	0.1978E+00	V(152)=	-0.8831E-02	Q(152)=	-0.1062E-01
U(153)=	0.2090E+00	V(153)=	-0.8657E-02	Q(153)=	-0.1129E-01
U(154)=	0.2202E+00	V(154)=	-0.8546E-02	Q(154)=	-0.1115E-01
U(155)=	0.2309E+00	V(155)=	-0.8513E-02	Q(155)=	-0.1009E-01
U(156)=	0.2335E+00	V(156)=	-0.8485E-02	Q(156)=	-0.1023E-01
U(157)=	0.0000E+00	V(157)=	0.0000E+00	Q(157)=	0.0000E+00
U(158)=	0.1383E-02	V(158)=	-0.2613E-02	Q(158)=	-0.2082E-02
U(159)=	0.4327E-02	V(159)=	-0.4865E-02	Q(159)=	-0.3686E-02
U(160)=	0.1454E-01	V(160)=	-0.8618E-02	Q(160)=	-0.6414E-02
U(161)=	0.2157E-01	V(161)=	-0.1014E-01	Q(161)=	-0.7490E-02
U(162)=	0.3846E-01	V(162)=	-0.1254E-01	Q(162)=	-0.9278E-02
U(163)=	0.4819E-01	V(163)=	-0.1346E-01	Q(163)=	-0.9951E-02
U(164)=	0.6924E-01	V(164)=	-0.1477E-01	Q(164)=	-0.1098E-01
U(165)=	0.8053E-01	V(165)=	-0.1520E-01	Q(165)=	-0.1133E-01
U(166)=	0.1037E+00	V(166)=	-0.1567E-01	Q(166)=	-0.1176E-01
U(167)=	0.1157E+00	V(167)=	-0.1574E-01	Q(167)=	-0.1186E-01
U(168)=	0.1395E+00	V(168)=	-0.1562E-01	Q(168)=	-0.1186E-01
U(169)=	0.1515E+00	V(169)=	-0.1546E-01	Q(169)=	-0.1179E-01
U(170)=	0.1749E+00	V(170)=	-0.1502E-01	Q(170)=	-0.1153E-01
U(171)=	0.1865E+00	V(171)=	-0.1477E-01	Q(171)=	-0.1139E-01
U(172)=	0.2090E+00	V(172)=	-0.1431E-01	Q(172)=	-0.1109E-01
U(173)=	0.2202E+00	V(173)=	-0.1411E-01	Q(173)=	-0.1098E-01
U(174)=	0.2331E+00	V(174)=	-0.1360E-01	Q(174)=	-0.1020E-01
U(175)=	0.8770E-02	V(175)=	-0.6659E-02	Q(175)=	-0.3698E-02
U(176)=	0.2958E-01	V(176)=	-0.1111E-01	Q(176)=	-0.6131E-02
U(177)=	0.5846E-01	V(177)=	-0.1378E-01	Q(177)=	-0.7684E-02
U(178)=	0.9203E-01	V(178)=	-0.1505E-01	Q(178)=	-0.8532E-02
U(179)=	0.1276E+00	V(179)=	-0.1528E-01	Q(179)=	-0.8830E-02
U(180)=	0.1632E+00	V(180)=	-0.1483E-01	Q(180)=	-0.8752E-02
U(181)=	0.1978E+00	V(181)=	-0.1413E-01	Q(181)=	-0.8466E-02
U(182)=	0.2305E+00	V(182)=	-0.1332E-01	Q(182)=	-0.6026E-02

DÜĞÜM NOKTALARINDAKİ NORMAL GERİLMELER

SİSTEM DÜĞÜM NO	GERİLME X (ton/m2)	GERİLME Y (ton/m2)	GERİLME XY (ton/m2)
1	0.2399E+03	0.1600E+04	0.3307E+03
2	0.2017E+02	0.1463E+04	0.2328E+02
3	0.2955E+02	0.1296E+04	0.1827E+02
4	0.1799E+02	0.1166E+04	0.1528E+02
5	0.2475E+02	0.1039E+04	0.1469E+02
6	0.2386E+02	0.9127E+03	0.1534E+02
7	0.1328E+01	0.7919E+03	0.1333E+02
8	0.1624E+02	0.6898E+03	0.1197E+02
9	0.1654E+02	0.5831E+03	0.1355E+02
10	-0.1490E+02	0.4799E+03	0.1097E+02
11	0.9554E+01	0.4020E+03	0.9166E+01
12	0.1075E+02	0.3154E+03	0.1171E+02

13	-0.2946E+02	0.2294E+03	0.8567E+01
14	0.4670E+01	0.1760E+03	0.6225E+01
15	0.6522E+01	0.1108E+03	0.9673E+01
16	-0.4234E+02	0.4356E+02	0.5952E+01
17	0.1613E+01	0.1632E+02	0.3018E+01
18	0.3988E+01	-0.2504E+02	0.7334E+01
19	-0.5346E+02	-0.7121E+02	0.3024E+01
20	0.5024E+00	-0.7010E+02	-0.5950E+00
21	0.3679E+01	-0.8445E+02	0.4315E+01
22	-0.6143E+02	-0.1020E+03	-0.9560E+00
23	0.3247E+01	-0.5502E+02	-0.5483E+01
24	0.2484E+01	-0.6285E+01	0.4552E+01
25	-0.7163E+02	-0.2315E+02	-0.1687E+02
26	-0.3930E+02	-0.4437E+02	-0.2191E+02
27	0.1556E+03	0.1037E+04	0.2874E+03
28	-0.1837E+01	0.9842E+03	0.3799E+02
29	0.3943E+00	0.9035E+03	0.4227E+02
30	-0.7060E+01	0.8074E+03	0.3735E+02
31	-0.8539E+00	0.7204E+03	0.3735E+02
32	0.3410E+01	0.6364E+03	0.3552E+02
33	-0.1262E+02	0.5573E+03	0.3133E+02
34	-0.2034E+01	0.4842E+03	0.3160E+02
35	0.3699E+01	0.4135E+03	0.3024E+02
36	-0.1939E+02	0.3472E+03	0.2531E+02
37	-0.2891E+01	0.2882E+03	0.2577E+02
38	0.3722E+01	0.2308E+03	0.2483E+02
39	-0.2605E+02	0.1775E+03	0.1934E+02
40	-0.3306E+01	0.1331E+03	0.1959E+02
41	0.3573E+01	0.8984E+02	0.1889E+02
42	-0.3268E+02	0.5056E+02	0.1295E+02
43	-0.3410E+01	0.2197E+02	0.1273E+02
44	0.3288E+01	-0.5402E+01	0.1217E+02
45	-0.3935E+02	-0.2892E+02	0.5906E+01
46	-0.3283E+01	-0.3995E+02	0.5037E+01
47	0.3555E+01	-0.4894E+02	0.4087E+01
48	-0.4429E+02	-0.5203E+02	-0.3733E+01
49	-0.7307E+00	-0.3580E+02	-0.7554E+01
50	0.5508E+00	-0.1853E+02	-0.6180E+01
51	-0.6035E+02	-0.6998E+01	-0.4686E+01
52	-0.4824E+02	0.3659E+01	0.7595E+01
53	0.8276E+02	0.5517E+03	0.2657E+03
54	0.1278E+02	0.5334E+03	0.7140E+02
55	0.3308E+01	0.4992E+03	0.7389E+02
56	-0.3608E+01	0.4515E+03	0.6678E+02
57	-0.4084E+01	0.4051E+03	0.6801E+02
58	0.7056E+01	0.3607E+03	0.6512E+02
59	-0.6731E+01	0.3210E+03	0.5499E+02
60	-0.7872E+01	0.2822E+03	0.5786E+02
61	0.7331E+01	0.2435E+03	0.5609E+02
62	-0.1104E+02	0.2101E+03	0.4384E+02
63	-0.1079E+02	0.1779E+03	0.4742E+02
64	0.6812E+01	0.1455E+03	0.4669E+02
65	-0.1514E+02	0.1186E+03	0.3295E+02
66	-0.1259E+02	0.9340E+02	0.3621E+02
67	0.5740E+01	0.6790E+02	0.3622E+02
68	-0.1914E+02	0.4823E+02	0.2146E+02
69	-0.1358E+02	0.3075E+02	0.2370E+02
70	0.4272E+01	0.1330E+02	0.2421E+02
71	-0.2326E+02	0.1938E+01	0.8843E+01
72	-0.1406E+02	-0.6869E+01	0.9666E+01
73	0.3733E+01	-0.1505E+02	0.9910E+01
74	-0.2421E+02	-0.1703E+02	-0.8026E+01
75	-0.9502E+01	-0.1710E+02	-0.1201E+02
76	0.2931E+01	-0.1635E+02	-0.1139E+02
77	-0.6040E+02	-0.1209E+02	-0.1057E+02
78	-0.7221E+02	-0.4834E+01	-0.4215E+01
79	0.1425E+02	0.9498E+02	0.2581E+03
80	0.5408E+01	0.9339E+02	0.7957E+02
81	0.1119E+02	0.9198E+02	0.8669E+02
82	-0.9384E+00	0.9262E+02	0.7525E+02
83	-0.9339E+01	0.9018E+02	0.8064E+02
84	0.1597E+02	0.8324E+02	0.7727E+02
85	-0.2678E+01	0.8309E+02	0.6065E+02

86	-0.1644E+02	0.8097E+02	0.7018E+02
87	0.1802E+02	0.7170E+02	0.6751E+02
88	-0.5818E+01	0.7096E+02	0.4728E+02
89	-0.2146E+02	0.6885E+02	0.5904E+02
90	0.1821E+02	0.5820E+02	0.5690E+02
91	-0.8549E+01	0.5711E+02	0.3452E+02
92	-0.2419E+02	0.5511E+02	0.4662E+02
93	0.1706E+02	0.4407E+02	0.4473E+02
94	-0.1111E+02	0.4281E+02	0.2133E+02
95	-0.2528E+02	0.4093E+02	0.3242E+02
96	0.1499E+02	0.3019E+02	0.3057E+02
97	-0.1384E+02	0.2908E+02	0.6937E+01
98	-0.2539E+02	0.2737E+02	0.1630E+02
99	0.1416E+02	0.1683E+02	0.1392E+02
100	-0.1174E+02	0.1403E+02	-0.1154E+02
101	-0.1824E+02	0.5412E+01	-0.6317E+01
102	0.1421E+02	-0.1054E+02	-0.7392E+01
103	-0.8665E+02	-0.1950E+02	-0.1681E+02
104	-0.1131E+03	-0.1176E+02	-0.6452E+01
105	-0.5425E+02	-0.3616E+03	0.2620E+03
106	-0.4568E+01	-0.3453E+03	0.7052E+02
107	0.1767E+02	-0.3155E+03	0.7787E+02
108	0.2232E+01	-0.2671E+03	0.6646E+02
109	-0.1534E+02	-0.2230E+03	0.7300E+02
110	0.2440E+02	-0.1954E+03	0.7155E+02
111	0.9881E+00	-0.1551E+03	0.5403E+02
112	-0.2517E+02	-0.1179E+03	0.6558E+02
113	0.2899E+02	-0.1020E+03	0.6384E+02
114	-0.1941E+01	-0.6844E+02	0.4264E+02
115	-0.3160E+02	-0.3772E+02	0.5700E+02
116	0.3055E+02	-0.3131E+02	0.5486E+02
117	-0.4160E+01	-0.4555E+01	0.3162E+02
118	-0.3470E+02	0.1939E+02	0.4671E+02
119	0.2988E+02	0.1783E+02	0.4414E+02
120	-0.6040E+01	0.3722E+02	0.2012E+02
121	-0.3541E+02	0.5361E+02	0.3446E+02
122	0.2769E+02	0.4464E+02	0.3140E+02
123	-0.8078E+01	0.5591E+02	0.7472E+01
124	-0.3478E+02	0.6388E+02	0.2024E+02
125	0.2654E+02	0.4645E+02	0.1671E+02
126	-0.3507E+01	0.4670E+02	-0.8036E+01
127	-0.2774E+02	0.3726E+02	0.2535E+01
128	0.3022E+02	-0.2096E+01	0.9648E+00
129	-0.1263E+03	-0.3038E+02	-0.9395E+01
130	-0.2670E+03	-0.3201E+02	0.1041E+01
131	-0.1272E+03	-0.8480E+03	0.2787E+03
132	0.4812E+01	-0.7925E+03	0.3910E+02
133	-0.3841E+01	-0.7184E+03	0.3665E+02
134	0.6248E+01	-0.6269E+03	0.7397E+02
135	0.4525E+01	-0.5360E+03	0.3567E+02
136	-0.9361E+01	-0.4699E+03	0.2891E+02
137	0.4873E+01	-0.3937E+03	0.8988E+02
138	0.7738E+01	-0.3175E+03	0.2743E+02
139	-0.1140E+02	-0.2715E+03	0.2286E+02
140	0.1145E+01	-0.2076E+03	0.9686E+02
141	0.9450E+01	-0.1458E+03	0.2016E+02
142	-0.1236E+02	-0.1167E+03	0.1730E+02
143	-0.1368E+01	-0.6535E+02	0.9637E+02
144	0.1006E+02	-0.1814E+02	0.1329E+02
145	-0.1256E+02	-0.4417E+01	0.1157E+02
146	-0.3260E+01	0.3301E+02	0.9001E+02
147	0.9839E+01	0.6447E+02	0.6336E+01
148	-0.1231E+02	0.6296E+02	0.5199E+01
149	-0.5272E+01	0.8427E+02	0.7945E+02
150	0.8975E+01	0.9865E+02	-0.9327E+00
151	-0.1178E+02	0.8008E+02	-0.2256E+01
152	0.2489E+01	0.8276E+02	0.6704E+02
153	0.1227E+02	0.7655E+02	-0.9029E+01
154	-0.8497E+01	0.3656E+02	-0.1796E+02
155	-0.3000E+03	-0.6731E+01	0.3942E+02
156	-0.3709E+03	0.3518E+01	-0.1047E+03
157	-0.2105E+03	-0.1404E+04	0.3157E+03
158	-0.2154E+02	-0.1280E+04	0.2174E+02

159	-0.5000E+02	-0.1069E+04	0.1519E+01
160	-0.6408E+01	-0.9155E+03	-0.1380E+01
161	-0.5452E+02	-0.6624E+03	-0.1126E+02
162	0.1476E+02	-0.6137E+03	-0.1354E+02
163	-0.5283E+02	-0.3343E+03	-0.1957E+02
164	0.2936E+02	-0.3669E+03	-0.2142E+02
165	-0.4887E+02	-0.8278E+02	-0.2445E+02
166	0.3809E+02	-0.1743E+03	-0.2619E+02
167	-0.4375E+02	0.9575E+02	-0.2707E+02
168	0.4203E+02	-0.4122E+02	-0.2885E+02
169	-0.3860E+02	0.2004E+03	-0.2847E+02
170	0.4192E+02	0.2246E+02	-0.3023E+02
171	-0.3587E+02	0.2276E+03	-0.2932E+02
172	0.4349E+02	0.1140E+02	-0.3331E+02
173	-0.2656E+02	0.2561E+03	-0.8831E+02
174	-0.4624E+03	-0.6607E+03	0.3535E+02
175	-0.1864E+02	-0.9879E+03	0.9505E+02
176	-0.1083E+02	-0.6312E+03	0.1416E+03
177	-0.7745E+01	-0.3454E+03	0.1678E+03
178	-0.4677E+01	-0.1242E+03	0.1774E+03
179	-0.2442E+01	0.3125E+02	0.1749E+03
180	-0.2118E+01	0.1156E+03	0.1644E+03
181	0.8355E+01	0.1228E+03	0.1525E+03
182	-0.4792E+03	-0.1592E+03	0.1733E+03

TOPLAM UÇ KUVVETLERİ

1.ELEMAN

Mij= -0.39585E+02
Mji= -0.40775E+02
Tij= -0.20090E+02
Tji= 0.20090E+02
Nj = 0.79344E+01

2.ELEMAN

Mij= -0.63791E+02
Mji= -0.65283E+02
Tij= -0.32269E+02
Tji= 0.32269E+02
Nj = 0.67639E+01

3.ELEMAN

Mij= -0.77973E+02
Mji= -0.79960E+02
Tij= -0.39483E+02
Tji= 0.39483E+02
Nj = 0.30279E+01

4.ELEMAN

Mij= -0.83979E+02
Mji= -0.86168E+02
Tij= -0.42537E+02
Tji= 0.42537E+02
Nj = 0.67340E+00

5.ELEMAN

```
Mij= -0.84024E+02
Mji= -0.86265E+02
Tij= -0.42572E+02
Tji=  0.42572E+02
Nj  = -0.96272E+00
```

6.ELEMAN

```
Mij= -0.80288E+02
Mji= -0.82414E+02
Tij= -0.40675E+02
Tji=  0.40675E+02
Nj  = -0.26652E+01
```

7.ELEMAN

```
Mij= -0.75865E+02
Mji= -0.78635E+02
Tij= -0.38625E+02
Tji=  0.38625E+02
Nj  =  0.56139E+01
```

8.ELEMAN

```
Mij= -0.53288E+02
Mji= -0.55663E+02
Tij= -0.27238E+02
Tji=  0.27238E+02
Nj  = -0.31680E+02
```

9.ELEMAN

```
Mij=  0.55663E+02
Mji=  0.39377E+02
Tij=  0.31680E+02
Tji= -0.31680E+02
Nj  = -0.27238E+02
```

10.ELEMAN

```
Mij=  0.39258E+02
Mji=  0.38941E+02
Tij=  0.26066E+02
Tji= -0.26066E+02
Nj  = -0.65863E+02
```

11.ELEMAN

```
Mij=  0.43473E+02
Mji=  0.42721E+02
Tij=  0.28731E+02
Tji= -0.28731E+02
Nj  = -0.10654E+03
```

12.ELEMAN

```
Mij=  0.43543E+02
Mji=  0.45540E+02
Tij=  0.29694E+02
Tji= -0.29694E+02
Nj  = -0.14911E+03
```

13.ELEMAN

```
Mij=  0.40629E+02
Mji=  0.46434E+02
Tij=  0.29021E+02
Tji= -0.29021E+02
Nj  = -0.19165E+03
```

14.ELEMAN

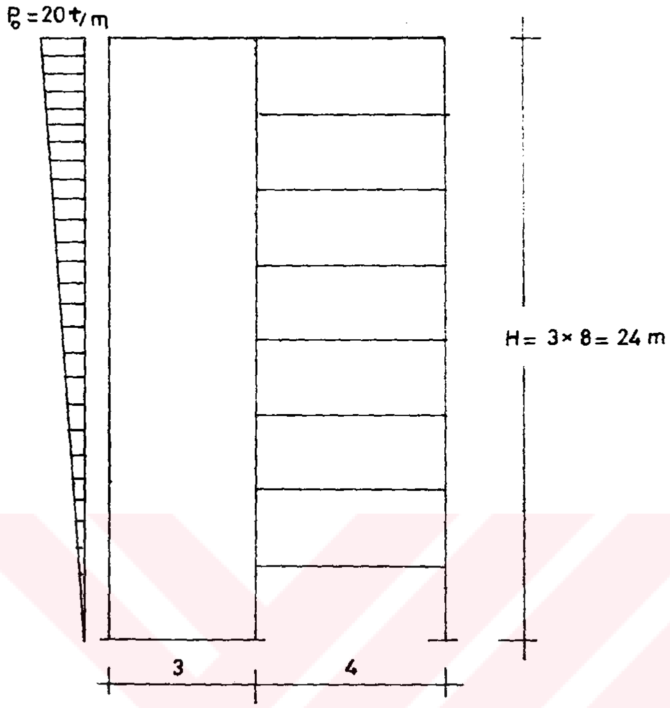
```
Mij=  0.33527E+02
Mji=  0.44452E+02
Tij=  0.25993E+02
Tji= -0.25993E+02
Nj  = -0.23113E+03
```

15.ELEMAN

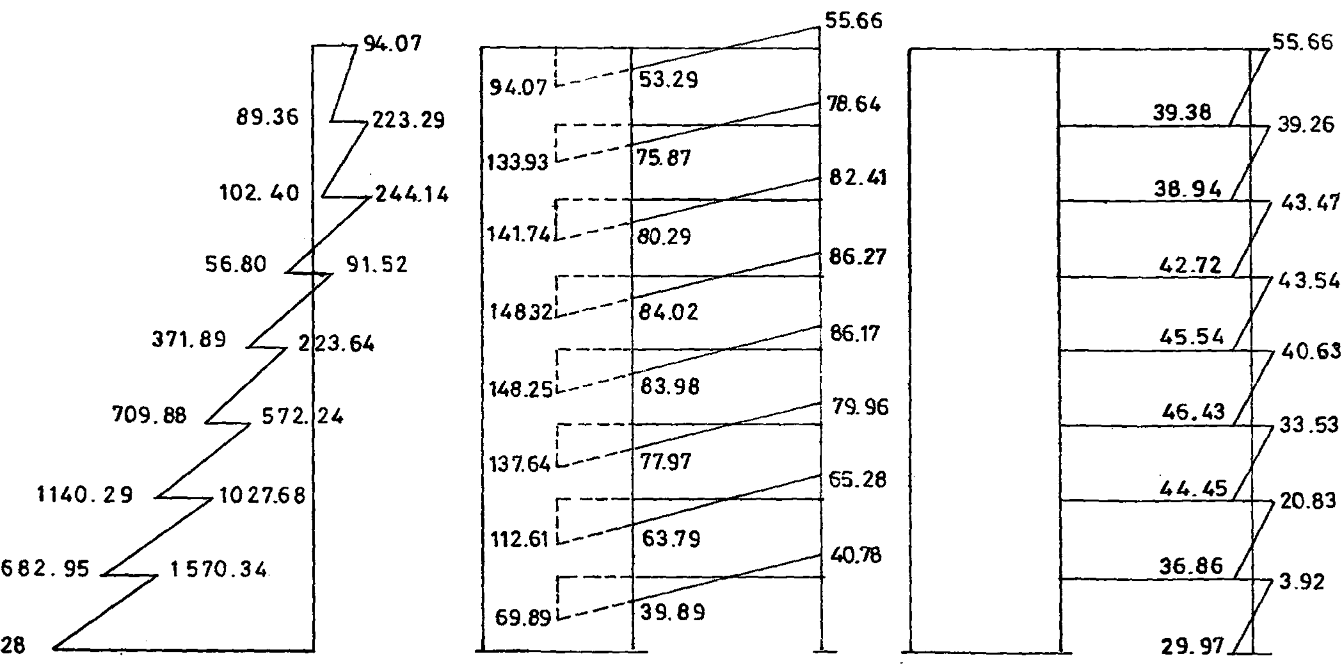
```
Mij=  0.20831E+02
Mji=  0.36856E+02
Tij=  0.19229E+02
Tji= -0.19229E+02
Nj  = -0.26340E+03
```

16.ELEMAN

```
Mij=  0.39191E+01
Mji=  0.29965E+02
Tij=  0.11295E+02
Tji= -0.11295E+02
Nj  = -0.28349E+03
```



Sonlu Elemanlar + Rijitlik Matrisi Yöntemi

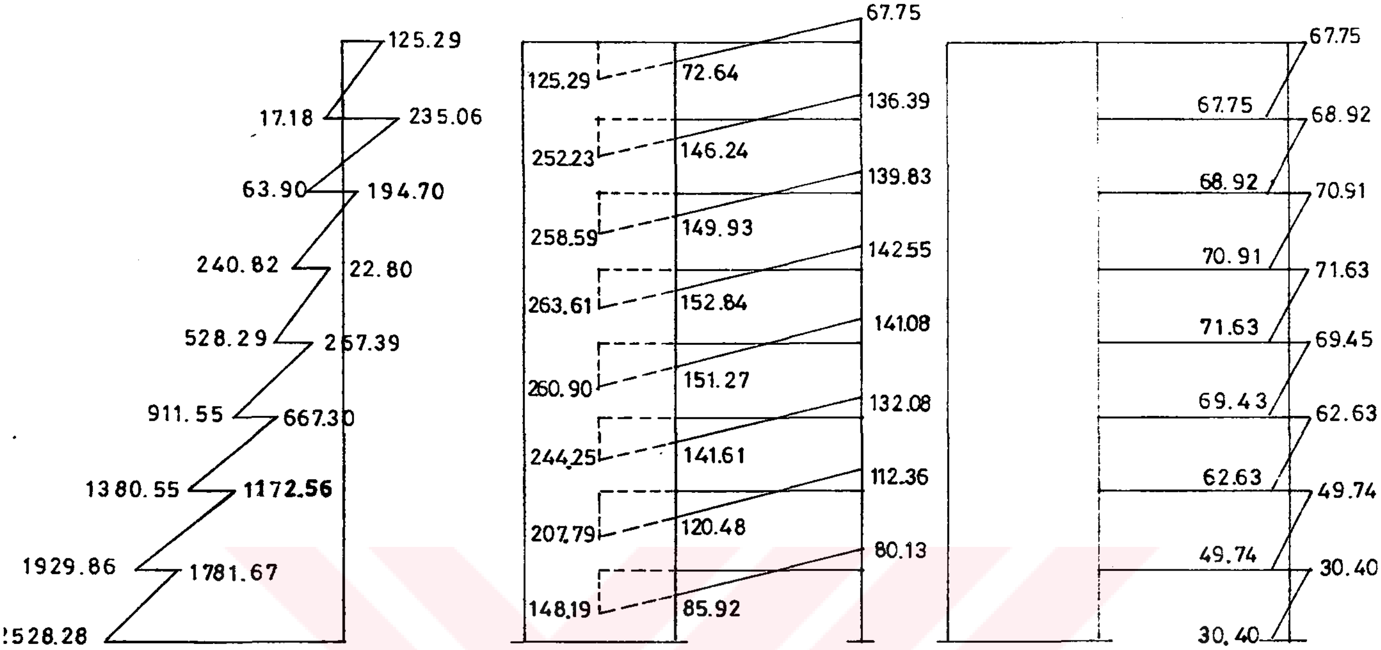


Dolu Gövde Momentleri

Bağ Kirişleri Momentleri

Kolon Momentleri

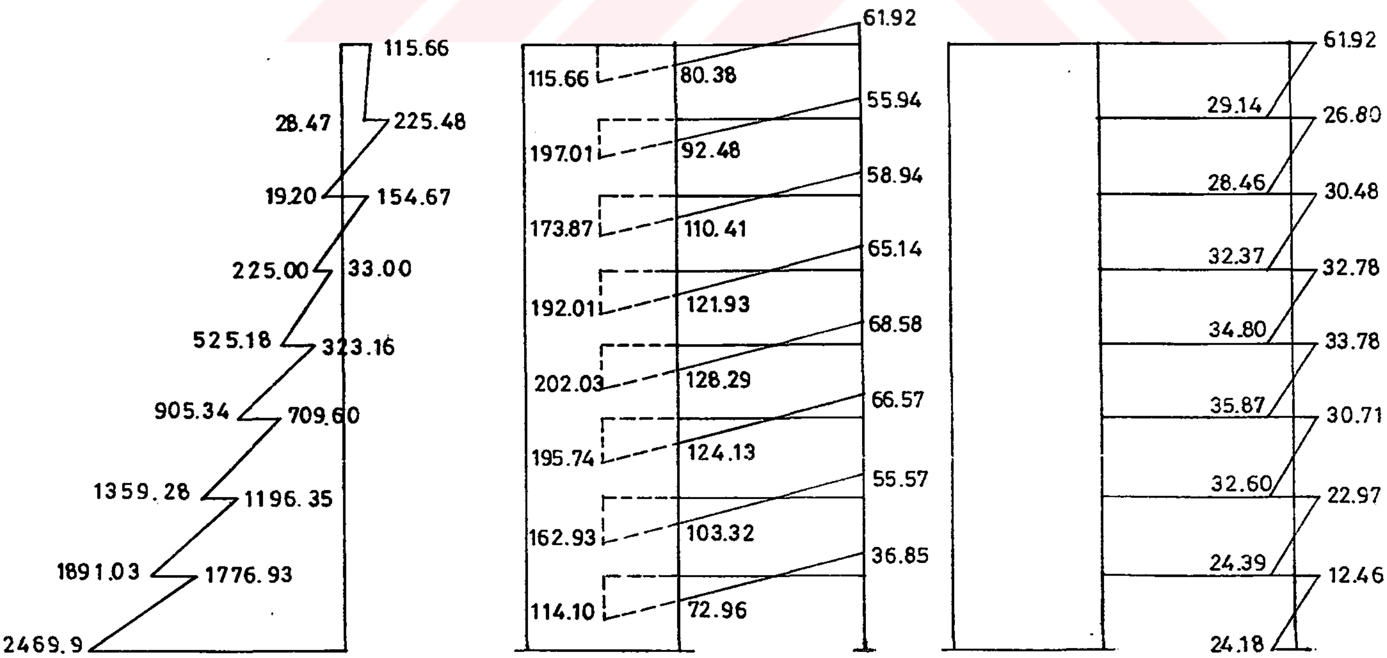
Diferansiyel Denklem Yöntemi



Dolu Gövde Momentleri　　Bağ Kirişleri Momentleri　　Kolon Momentleri

Şekil 6.1.b

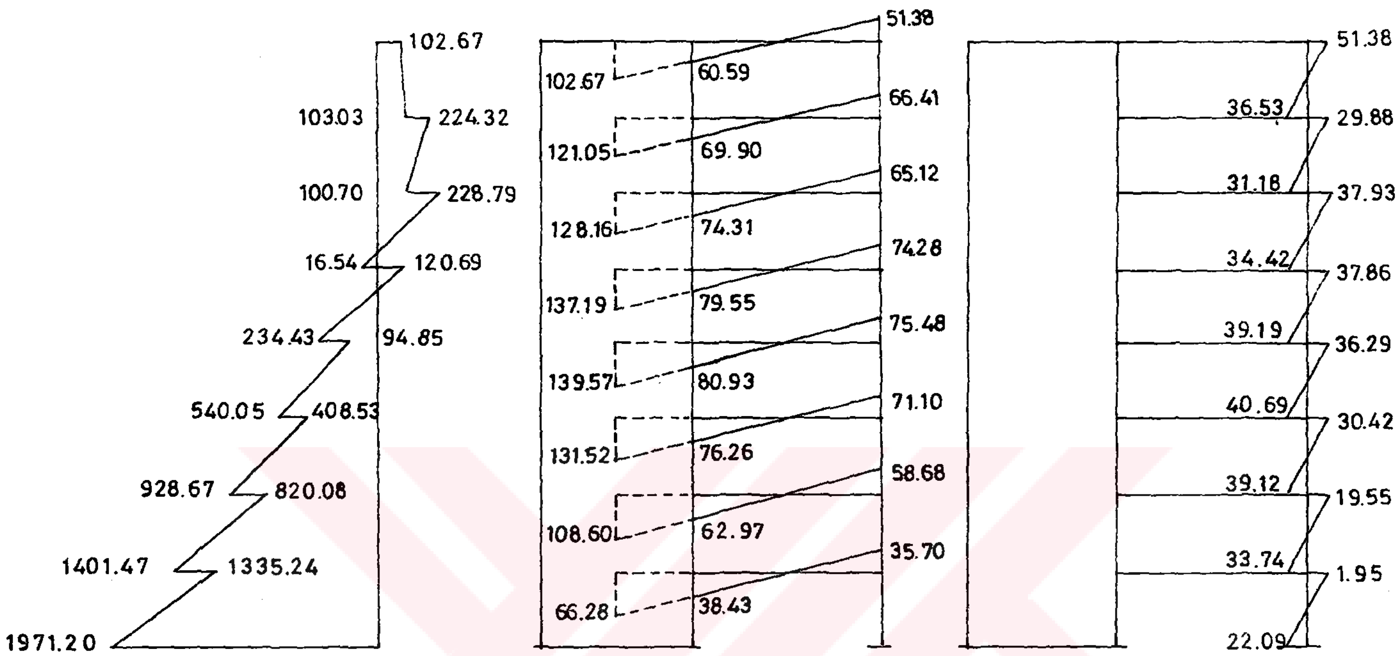
Çakıroğlu, A., Özmen, G., Özer, E. Yöntemi



Dolu Gövde Momentleri　　Bağ Kirişleri Momentleri　　Kolon Momentleri

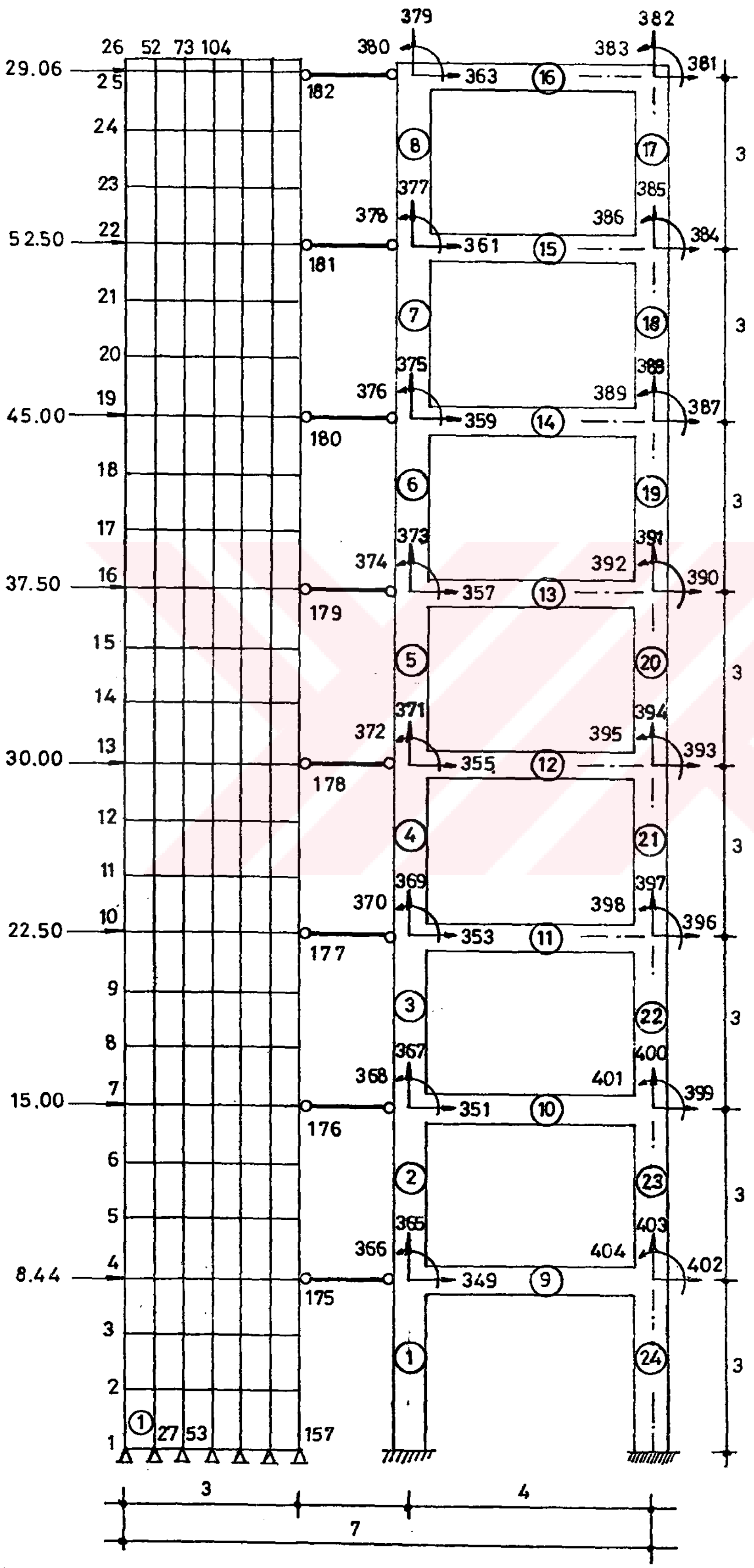
Şekil 6.1.c

Geniş Kolonlu Çerçeve Benzetimi



Dolu Gövde Momentleri Bağ Kirişleri Momentleri Kolon Momentleri

Şekil 6.1.d



Şekil 6.2 Farklı düzlemlerde bulunan perde-çerçeve birleşimi

Tablo 6.2 Perde-Çerçeve sisteme ait hesap sonuçları

DUĞUM(NOD) DEPLESMANLARI

U: X DOĞRULTUSUNDAKİ DEPLASMANLAR

V: Y DOĞRULTUSUNDAKİ DEPLESMANLAR

U(1)=	0.0000E+00	V(1)=	0.0000E+00
U(2)=	0.1564E-02	V(2)=	0.2888E-02
U(3)=	0.4872E-02	V(3)=	0.5432E-02
U(4)=	0.9998E-02	V(4)=	0.7739E-02
U(5)=	0.1669E-01	V(5)=	0.9792E-02
U(6)=	0.2486E-01	V(6)=	0.1161E-01
U(7)=	0.3433E-01	V(7)=	0.1317E-01
U(8)=	0.4485E-01	V(8)=	0.1451E-01
U(9)=	0.5639E-01	V(9)=	0.1565E-01
U(10)=	0.6882E-01	V(10)=	0.1656E-01
U(11)=	0.8183E-01	V(11)=	0.1729E-01
U(12)=	0.9548E-01	V(12)=	0.1785E-01
U(13)=	0.1097E+00	V(13)=	0.1822E-01
U(14)=	0.1240E+00	V(14)=	0.1842E-01
U(15)=	0.1387E+00	V(15)=	0.1852E-01
U(16)=	0.1537E+00	V(16)=	0.1845E-01
U(17)=	0.1685E+00	V(17)=	0.1826E-01
U(18)=	0.1834E+00	V(18)=	0.1801E-01
U(19)=	0.1984E+00	V(19)=	0.1763E-01
U(20)=	0.2130E+00	V(20)=	0.1717E-01
U(21)=	0.2275E+00	V(21)=	0.1671E-01
U(22)=	0.2420E+00	V(22)=	0.1615E-01
U(23)=	0.2560E+00	V(23)=	0.1558E-01
U(24)=	0.2698E+00	V(24)=	0.1519E-01
U(25)=	0.2840E+00	V(25)=	0.1510E-01
U(26)=	0.2875E+00	V(26)=	0.1508E-01
U(27)=	0.0000E+00	V(27)=	0.0000E+00
U(28)=	0.1371E-02	V(28)=	0.1725E-02
U(29)=	0.4728E-02	V(29)=	0.3372E-02
U(30)=	0.9854E-02	V(30)=	0.4831E-02
U(31)=	0.1658E-01	V(31)=	0.6121E-02
U(32)=	0.2476E-01	V(32)=	0.7244E-02
U(33)=	0.3423E-01	V(33)=	0.8213E-02
U(34)=	0.4478E-01	V(34)=	0.9031E-02
U(35)=	0.5633E-01	V(35)=	0.9699E-02
U(36)=	0.6874E-01	V(36)=	0.1024E-01
U(37)=	0.8180E-01	V(37)=	0.1065E-01
U(38)=	0.9546E-01	V(38)=	0.1093E-01
U(39)=	0.1096E+00	V(39)=	0.1111E-01
U(40)=	0.1240E+00	V(40)=	0.1118E-01
U(41)=	0.1387E+00	V(41)=	0.1114E-01
U(42)=	0.1537E+00	V(42)=	0.1103E-01
U(43)=	0.1685E+00	V(43)=	0.1084E-01
U(44)=	0.1835E+00	V(44)=	0.1056E-01
U(45)=	0.1984E+00	V(45)=	0.1025E-01
U(46)=	0.2130E+00	V(46)=	0.9885E-02
U(47)=	0.2276E+00	V(47)=	0.9465E-02
U(48)=	0.2420E+00	V(48)=	0.9042E-02
U(49)=	0.2560E+00	V(49)=	0.8621E-02
U(50)=	0.2699E+00	V(50)=	0.8181E-02
U(51)=	0.2839E+00	V(51)=	0.7856E-02
U(52)=	0.2876E+00	V(52)=	0.7938E-02
U(53)=	0.0000E+00	V(53)=	0.0000E+00
U(54)=	0.1287E-02	V(54)=	0.6928E-03
U(55)=	0.4637E-02	V(55)=	0.1404E-02
U(56)=	0.9778E-02	V(56)=	0.2014E-02
U(57)=	0.1652E-01	V(57)=	0.2535E-02
U(58)=	0.2470E-01	V(58)=	0.2973E-02
U(59)=	0.3417E-01	V(59)=	0.3336E-02
U(60)=	0.4474E-01	V(60)=	0.3623E-02
U(61)=	0.5630E-01	V(61)=	0.3834E-02
U(62)=	0.6870E-01	V(62)=	0.3983E-02
U(63)=	0.8178E-01	V(63)=	0.4066E-02

U(64)=	0.9545E-01	V(64)=	0.4083E-02
U(65)=	0.1096E+00	V(65)=	0.4051E-02
U(66)=	0.1240E+00	V(66)=	0.3966E-02
U(67)=	0.1388E+00	V(67)=	0.3824E-02
U(68)=	0.1536E+00	V(68)=	0.3649E-02
U(69)=	0.1685E+00	V(69)=	0.3433E-02
U(70)=	0.1835E+00	V(70)=	0.3173E-02
U(71)=	0.1983E+00	V(71)=	0.2897E-02
U(72)=	0.2130E+00	V(72)=	0.2596E-02
U(73)=	0.2276E+00	V(73)=	0.2265E-02
U(74)=	0.2420E+00	V(74)=	0.1936E-02
U(75)=	0.2561E+00	V(75)=	0.1597E-02
U(76)=	0.2699E+00	V(76)=	0.1213E-02
U(77)=	0.2838E+00	V(77)=	0.4739E-03
U(78)=	0.2873E+00	V(78)=	0.0000E+00
U(79)=	0.0000E+00	V(79)=	-0.1518E-03
U(80)=	0.1260E-02	V(80)=	-0.2664E-03
U(81)=	0.4618E-02	V(81)=	-0.5129E-03
U(82)=	0.9765E-02	V(82)=	-0.7601E-03
U(83)=	0.1651E-01	V(83)=	-0.1008E-02
U(84)=	0.2469E-01	V(84)=	-0.1254E-02
U(85)=	0.3416E-01	V(85)=	-0.1500E-02
U(86)=	0.4474E-01	V(86)=	-0.1747E-02
U(87)=	0.5630E-01	V(87)=	-0.1994E-02
U(88)=	0.6870E-01	V(88)=	-0.2238E-02
U(89)=	0.8179E-01	V(89)=	-0.2484E-02
U(90)=	0.9546E-01	V(90)=	-0.2731E-02
U(91)=	0.1096E+00	V(91)=	-0.2974E-02
U(92)=	0.1241E+00	V(92)=	-0.3219E-02
U(93)=	0.1388E+00	V(93)=	-0.3466E-02
U(94)=	0.1536E+00	V(94)=	-0.3709E-02
U(95)=	0.1686E+00	V(95)=	-0.3952E-02
U(96)=	0.1835E+00	V(96)=	-0.4201E-02
U(97)=	0.1983E+00	V(97)=	-0.4442E-02
U(98)=	0.2131E+00	V(98)=	-0.4683E-02
U(99)=	0.2276E+00	V(99)=	-0.4930E-02
U(100)=	0.2420E+00	V(100)=	-0.5172E-02
U(101)=	0.2561E+00	V(101)=	-0.5427E-02
U(102)=	0.2700E+00	V(102)=	-0.5750E-02
U(103)=	0.2838E+00	V(103)=	-0.6038E-02
U(104)=	0.2870E+00	V(104)=	-0.5958E-02
U(105)=	0.0000E+00	V(105)=	0.0000E+00
U(106)=	0.1294E-02	V(106)=	-0.1246E-02
U(107)=	0.4673E-02	V(107)=	-0.2428E-02
U(108)=	0.9817E-02	V(108)=	-0.3535E-02
U(109)=	0.1655E-01	V(109)=	-0.4550E-02
U(110)=	0.2474E-01	V(110)=	-0.5482E-02
U(111)=	0.3421E-01	V(111)=	-0.6336E-02
U(112)=	0.4478E-01	V(112)=	-0.7116E-02
U(113)=	0.5634E-01	V(113)=	-0.7822E-02
U(114)=	0.6873E-01	V(114)=	-0.8459E-02
U(115)=	0.8182E-01	V(115)=	-0.9033E-02
U(116)=	0.9548E-01	V(116)=	-0.9545E-02
U(117)=	0.1096E+00	V(117)=	-0.1000E-01
U(118)=	0.1241E+00	V(118)=	-0.1040E-01
U(119)=	0.1388E+00	V(119)=	-0.1076E-01
U(120)=	0.1537E+00	V(120)=	-0.1107E-01
U(121)=	0.1686E+00	V(121)=	-0.1134E-01
U(122)=	0.1835E+00	V(122)=	-0.1158E-01
U(123)=	0.1984E+00	V(123)=	-0.1178E-01
U(124)=	0.2131E+00	V(124)=	-0.1196E-01
U(125)=	0.2276E+00	V(125)=	-0.1213E-01
U(126)=	0.2420E+00	V(126)=	-0.1228E-01
U(127)=	0.2561E+00	V(127)=	-0.1244E-01
U(128)=	0.2700E+00	V(128)=	-0.1262E-01
U(129)=	0.2837E+00	V(129)=	-0.1268E-01
U(130)=	0.2871E+00	V(130)=	-0.1269E-01
U(131)=	0.0000E+00	V(131)=	0.0000E+00
U(132)=	0.1418E-02	V(132)=	-0.2248E-02
U(133)=	0.4797E-02	V(133)=	-0.4404E-02
U(134)=	0.9933E-02	V(134)=	-0.6353E-02
U(135)=	0.1665E-01	V(135)=	-0.8137E-02
U(136)=	0.2483E-01	V(136)=	-0.9752E-02

U(137)=	0.3429E-01	V(137)=	-0.1121E-01
U(138)=	0.4486E-01	V(138)=	-0.1252E-01
U(139)=	0.5640E-01	V(139)=	-0.1369E-01
U(140)=	0.6879E-01	V(140)=	-0.1471E-01
U(141)=	0.8187E-01	V(141)=	-0.1561E-01
U(142)=	0.9553E-01	V(142)=	-0.1639E-01
U(143)=	0.1096E+00	V(143)=	-0.1705E-01
U(144)=	0.1241E+00	V(144)=	-0.1761E-01
U(145)=	0.1388E+00	V(145)=	-0.1807E-01
U(146)=	0.1537E+00	V(146)=	-0.1845E-01
U(147)=	0.1686E+00	V(147)=	-0.1874E-01
U(148)=	0.1835E+00	V(148)=	-0.1897E-01
U(149)=	0.1984E+00	V(149)=	-0.1913E-01
U(150)=	0.2131E+00	V(150)=	-0.1925E-01
U(151)=	0.2276E+00	V(151)=	-0.1933E-01
U(152)=	0.2420E+00	V(152)=	-0.1939E-01
U(153)=	0.2561E+00	V(153)=	-0.1944E-01
U(154)=	0.2700E+00	V(154)=	-0.1948E-01
U(155)=	0.2836E+00	V(155)=	-0.1947E-01
U(156)=	0.2870E+00	V(156)=	-0.1946E-01
U(157)=	0.0000E+00	V(157)=	0.0000E+00
U(158)=	0.1655E-02	V(158)=	-0.3426E-02
U(159)=	0.4977E-02	V(159)=	-0.6466E-02
U(160)=	0.1681E-01	V(160)=	-0.1181E-01
U(161)=	0.2497E-01	V(161)=	-0.1411E-01
U(162)=	0.4496E-01	V(162)=	-0.1800E-01
U(163)=	0.5650E-01	V(163)=	-0.1963E-01
U(164)=	0.8194E-01	V(164)=	-0.2226E-01
U(165)=	0.9559E-01	V(165)=	-0.2330E-01
U(166)=	0.1241E+00	V(166)=	-0.2487E-01
U(167)=	0.1388E+00	V(167)=	-0.2543E-01
U(168)=	0.1686E+00	V(168)=	-0.2618E-01
U(169)=	0.1835E+00	V(169)=	-0.2639E-01
U(170)=	0.2131E+00	V(170)=	-0.2656E-01
U(171)=	0.2276E+00	V(171)=	-0.2656E-01
U(172)=	0.2561E+00	V(172)=	-0.2644E-01
U(173)=	0.2700E+00	V(173)=	-0.2633E-01
U(174)=	0.2870E+00	V(174)=	-0.2627E-01
U(175)=	0.1012E-01	V(175)=	-0.9263E-02
U(176)=	0.3443E-01	V(176)=	-0.1617E-01
U(177)=	0.6888E-01	V(177)=	-0.2104E-01
U(178)=	0.1097E+00	V(178)=	-0.2416E-01
U(179)=	0.1537E+00	V(179)=	-0.2587E-01
U(180)=	0.1984E+00	V(180)=	-0.2651E-01
U(181)=	0.2420E+00	V(181)=	-0.2651E-01
U(182)=	0.2835E+00	V(182)=	-0.2627E-01

DÜĞÜM NOKTALARINDAKİ NORMAL GERİLMELER

SİSTEM DÜĞÜM NO	GERİLME X (ton/m2)	GERİLME Y (ton/m2)	GERİLME XY (ton/m2)
1	0.2327E+03	0.1551E+04	0.3570E+03
2	0.1160E+02	0.1428E+04	0.2514E+02
3	0.4071E+02	0.1280E+04	0.2225E+02
4	0.2075E+02	0.1147E+04	0.2154E+02
5	0.3103E+02	0.1020E+04	0.2014E+02
6	0.2868E+02	0.8912E+03	0.2106E+02
7	0.3613E+01	0.7622E+03	0.1905E+02
8	0.2239E+02	0.6540E+03	0.1714E+02
9	0.2105E+02	0.5426E+03	0.1881E+02
10	-0.1478E+02	0.4273E+03	0.1628E+02
11	0.1557E+02	0.3402E+03	0.1383E+02
12	0.1472E+02	0.2465E+03	0.1643E+02
13	-0.3172E+02	0.1459E+03	0.1328E+02
14	0.1018E+02	0.8152E+02	0.1020E+02

15	0.9852E+01	0.7755E+01	0.1367E+02
16	-0.4710E+02	-0.7564E+02	0.9851E+01
17	0.6413E+01	-0.1144E+03	0.6114E+01
18	0.6631E+01	-0.1653E+03	0.1046E+02
19	-0.6084E+02	-0.2291E+03	0.6057E+01
20	0.4234E+01	-0.2407E+03	0.1690E+01
21	0.5595E+01	-0.2671E+03	0.6646E+01
22	-0.7293E+02	-0.3053E+03	-0.6174E+00
23	0.1290E+02	-0.2496E+03	-0.5771E+01
24	0.3503E+02	-0.1217E+03	-0.6774E+01
25	-0.1134E+03	-0.6791E+02	-0.7235E+02
26	0.4682E+02	-0.4697E+02	-0.1563E+02
27	0.1390E+03	0.9265E+03	0.3129E+03
28	-0.1279E+02	0.8833E+03	0.3853E+02
29	-0.1388E+01	0.8150E+03	0.4860E+02
30	-0.7716E+01	0.7205E+03	0.4556E+02
31	0.1073E+01	0.6335E+03	0.4421E+02
32	0.1353E+01	0.5491E+03	0.4340E+02
33	-0.1436E+02	0.4671E+03	0.4073E+02
34	0.1342E+01	0.3904E+03	0.3831E+02
35	0.1625E+01	0.3172E+03	0.3776E+02
36	-0.2233E+02	0.2461E+03	0.3479E+02
37	0.1617E+01	0.1814E+03	0.3209E+02
38	0.1983E+01	0.1200E+03	0.3184E+02
39	-0.3010E+02	0.6074E+02	0.2837E+02
40	0.1978E+01	0.9217E+01	0.2517E+02
41	0.2381E+01	-0.3896E+02	0.2510E+02
42	-0.3780E+02	-0.8476E+02	0.2104E+02
43	0.2379E+01	-0.1213E+03	0.1725E+02
44	0.2714E+01	-0.1544E+03	0.1739E+02
45	-0.4571E+02	-0.1850E+03	0.1292E+02
46	0.2567E+01	-0.2051E+03	0.8725E+01
47	0.3746E+01	-0.2209E+03	0.8436E+01
48	-0.5160E+02	-0.2293E+03	0.4285E+00
49	0.1072E+02	-0.2244E+03	-0.1086E+02
50	0.4145E+02	-0.1947E+03	-0.1349E+02
51	-0.7031E+02	-0.9656E+01	-0.5232E+02
52	-0.8653E+02	0.1593E+03	-0.6180E+02
53	0.5582E+02	0.3721E+03	0.2591E+03
54	-0.3132E+01	0.3680E+03	0.7458E+02
55	-0.5770E+01	0.3459E+03	0.8221E+02
56	-0.2444E+01	0.2966E+03	0.7954E+02
57	0.5160E+00	0.2519E+03	0.7589E+02
58	-0.3278E+00	0.2102E+03	0.7523E+02
59	-0.6972E+01	0.1695E+03	0.7046E+02
60	0.3736E-01	0.1307E+03	0.6577E+02
61	-0.1335E+01	0.9434E+02	0.6555E+02
62	-0.1241E+02	0.5921E+02	0.6022E+02
63	-0.8955E+00	0.2623E+02	0.5495E+02
64	-0.2079E+01	-0.4261E+01	0.5541E+02
65	-0.1738E+02	-0.3330E+02	0.4913E+02
66	-0.1646E+01	-0.5987E+02	0.4289E+02
67	-0.2746E+01	-0.8374E+02	0.4388E+02
68	-0.2217E+02	-0.1059E+03	0.3647E+02
69	-0.2308E+01	-0.1251E+03	0.2911E+02
70	-0.3538E+01	-0.1414E+03	0.3064E+02
71	-0.2742E+02	-0.1556E+03	0.2237E+02
72	-0.3390E+01	-0.1665E+03	0.1421E+02
73	-0.3153E+01	-0.1739E+03	0.1541E+02
74	-0.2706E+02	-0.1792E+03	0.1738E+01
75	0.8820E+01	-0.1884E+03	-0.1432E+02
76	0.3836E+02	-0.2892E+03	-0.1049E+02
77	-0.1436E+03	-0.7132E+03	-0.2677E+01
78	-0.4365E+03	-0.1061E+04	-0.1482E+01
79	-0.9232E+01	-0.6155E+02	0.2876E+03
80	-0.1070E+02	-0.9638E+02	0.8463E+02
81	-0.2683E+00	-0.1296E+03	0.9609E+02
82	0.8143E+00	-0.1298E+03	0.9039E+02
83	0.5259E+00	-0.1297E+03	0.8678E+02
84	-0.3447E+00	-0.1294E+03	0.8534E+02
85	-0.1000E+01	-0.1295E+03	0.8044E+02
86	-0.1428E+00	-0.1296E+03	0.7558E+02
87	-0.1813E+01	-0.1292E+03	0.7387E+02

88	-0.5426E+01	-0.1294E+03	0.6879E+02
89	-0.1492E+01	-0.1295E+03	0.6373E+02
90	-0.2861E+01	-0.1293E+03	0.6187E+02
91	-0.8983E+01	-0.1294E+03	0.5612E+02
92	-0.2584E+01	-0.1295E+03	0.5042E+02
93	-0.3814E+01	-0.1293E+03	0.4830E+02
94	-0.1217E+02	-0.1294E+03	0.4169E+02
95	-0.3534E+01	-0.1296E+03	0.3512E+02
96	-0.4943E+01	-0.1292E+03	0.3274E+02
97	-0.1604E+02	-0.1290E+03	0.2548E+02
98	-0.5214E+01	-0.1289E+03	0.1837E+02
99	-0.4305E+01	-0.1290E+03	0.1517E+02
100	-0.1026E+02	-0.1319E+03	0.3228E+01
101	0.1260E+02	-0.1500E+03	-0.5190E+01
102	0.2356E+02	-0.1569E+03	0.4238E+01
103	-0.7254E+02	-0.2580E+01	0.4933E+02
104	-0.1017E+03	0.1522E+03	0.6379E+02
105	-0.1003E+03	-0.6689E+03	0.3301E+03
106	-0.1290E+02	-0.6393E+03	0.8102E+02
107	0.3888E+01	-0.6003E+03	0.8446E+02
108	0.4584E+01	-0.5563E+03	0.7933E+02
109	0.3210E+00	-0.5110E+03	0.7568E+02
110	-0.2025E+00	-0.4689E+03	0.7507E+02
111	0.4510E+01	-0.4284E+03	0.7062E+02
112	-0.5894E-01	-0.3899E+03	0.6613E+02
113	-0.1374E+01	-0.3527E+03	0.6467E+02
114	-0.3844E+00	-0.3180E+03	0.6042E+02
115	-0.1058E+01	-0.2853E+03	0.5612E+02
116	-0.2063E+01	-0.2542E+03	0.5382E+02
117	-0.3831E+01	-0.2255E+03	0.4930E+02
118	-0.1847E+01	-0.1992E+03	0.4474E+02
119	-0.2712E+01	-0.1747E+03	0.4167E+02
120	-0.6604E+01	-0.1530E+03	0.3665E+02
121	-0.2492E+01	-0.1339E+03	0.3159E+02
122	-0.3546E+01	-0.1170E+03	0.2771E+02
123	-0.1019E+02	-0.1030E+03	0.2233E+02
124	-0.4112E+01	-0.9155E+02	0.1690E+02
125	-0.2761E+01	-0.8398E+02	0.1253E+02
126	-0.3150E-01	-0.8299E+02	0.4441E+01
127	0.1433E+02	-0.8663E+02	0.1537E+01
128	-0.5580E+01	-0.6247E+02	0.1264E+02
129	-0.9009E+02	-0.4278E+02	0.3080E+02
130	-0.1132E+02	-0.2885E+02	-0.1973E+01
131	-0.1811E+03	-0.1207E+04	0.3236E+03
132	0.1638E+02	-0.1154E+04	0.4975E+02
133	-0.2288E+01	-0.1078E+04	0.5000E+02
134	0.1079E+02	-0.9782E+03	0.4552E+02
135	-0.9704E+00	-0.8924E+03	0.4400E+02
136	-0.1184E+01	-0.8077E+03	0.4327E+02
137	0.1071E+02	-0.7259E+03	0.4092E+02
138	-0.1227E+01	-0.6493E+03	0.3840E+02
139	-0.1050E+01	-0.5755E+03	0.3725E+02
140	0.3845E+01	-0.5056E+03	0.3504E+02
141	-0.1065E+01	-0.4401E+03	0.3260E+02
142	-0.1032E+01	-0.3781E+03	0.3100E+02
143	-0.5856E+00	-0.3206E+03	0.2858E+02
144	-0.1047E+01	-0.2676E+03	0.2601E+02
145	-0.1086E+01	-0.2190E+03	0.2397E+02
146	-0.3865E+01	-0.1754E+03	0.2126E+02
147	-0.1100E+01	-0.1369E+03	0.1839E+02
148	-0.1093E+01	-0.1034E+03	0.1589E+02
149	-0.8382E+01	-0.7602E+02	0.1289E+02
150	-0.1259E+01	-0.5303E+02	0.9966E+01
151	-0.2455E+01	-0.3768E+02	0.7062E+01
152	0.8146E+01	-0.2700E+02	0.3301E+01
153	0.4779E+01	-0.2170E+02	0.2614E+01
154	-0.3266E+01	-0.8647E+01	0.6684E+01
155	-0.7685E+02	0.5331E+01	-0.2338E+01
156	-0.3345E+02	0.2539E+02	-0.5763E+01
157	-0.2760E+03	-0.1840E+04	0.3778E+03
158	-0.5737E+01	-0.1698E+04	0.3016E+02
159	-0.4232E+02	-0.1539E+04	0.2422E+02
160	-0.3130E+02	-0.1278E+04	0.1999E+02

161	-0.2803E+02	-0.1150E+04	0.2081E+02
162	-0.2209E+02	-0.9106E+03	0.1737E+02
163	-0.1802E+02	-0.8002E+03	0.1766E+02
164	-0.1301E+02	-0.5948E+03	0.1499E+02
165	-0.9894E+01	-0.5020E+03	0.1452E+02
166	-0.5763E+01	-0.3344E+03	0.1212E+02
167	-0.3395E+01	-0.2614E+03	0.1108E+02
168	-0.3569E+00	-0.1366E+03	0.8713E+01
169	0.1678E+01	-0.8662E+02	0.7087E+01
170	0.3752E+01	-0.1196E+02	0.4967E+01
171	0.9849E+00	0.1294E+02	0.3793E+01
172	0.3000E+01	0.4745E+02	0.1460E+01
173	0.1451E+02	0.4846E+02	-0.1832E+01
174	-0.3196E+02	-0.1677E+02	0.3922E+02
175	-0.1743E+02	-0.1404E+04	0.2126E+02
176	-0.8127E+01	-0.1022E+04	0.1912E+02
177	-0.8122E+01	-0.6918E+03	0.1637E+02
178	-0.6309E+01	-0.4141E+03	0.1336E+02
179	-0.4531E+01	-0.1958E+03	0.9932E+01
180	-0.6130E+01	-0.4683E+02	0.6029E+01
181	0.1662E+02	0.3279E+02	0.1506E+01
182	-0.9380E+02	-0.2228E+01	0.1472E+02

```
**********************************
**                              **
**     TOPLAM UC KUVVETLERI     **
**                              **
**********************************
```

1.ELEMAN

Mij= 0.31283E+02
Mji= -0.11679E+01
Tij= 0.10038E+02
Tji= -0.10038E+02
Nj = 0.23354E+03

2.ELEMAN

Mij= 0.34308E+02
Mji= 0.12774E+02
Tij= 0.15694E+02
Tji= -0.15694E+02
Nj = 0.21696E+03

3.ELEMAN

Mij= 0.39804E+02
Mji= 0.24528E+02
Tij= 0.21444E+02
Tji= -0.21444E+02
Nj = 0.19067E+03

4.ELEMAN

Mij= 0.40467E+02
Mji= 0.31575E+02
Tij= 0.24014E+02
Tji= -0.24014E+02
Nj = 0.15819E+03

5.ELEMAN

Mij= 0.38834E+02
Mji= 0.34957E+02
Tij= 0.24597E+02
Tji= -0.24597E+02
Nj = 0.12299E+03

6.ELEMAN

```
Mij=  0.35666E+02
Mji=  0.36037E+02
Tij=  0.23901E+02
Tji= -0.23901E+02
Nj =  0.87685E+02
```

7.ELEMAN

```
Mij=  0.30813E+02
Mji=  0.31551E+02
Tij=  0.20788E+02
Tji= -0.20788E+02
Nj =  0.54238E+02
```

8.ELEMAN

```
Mij=  0.32006E+02
Mji=  0.45208E+02
Tij=  0.25738E+02
Tji= -0.25738E+02
Nj =  0.22493E+02
```

9.ELEMAN

```
Mij= -0.33140E+02
Mji= -0.33201E+02
Tij= -0.16585E+02
Tji=  0.16585E+02
Nj =  0.54048E+01
```

10.ELEMAN

```
Mij= -0.52579E+02
Mji= -0.52547E+02
Tij= -0.26282E+02
Tji=  0.26282E+02
Nj =  0.57544E+01
```

11.ELEMAN

```
Mij= -0.64995E+02
Mji= -0.64958E+02
Tij= -0.32488E+02
Tji=  0.32488E+02
Nj =  0.26055E+01
```

12.ELEMAN

```
Mij= -0.70409E+02
Mji= -0.70394E+02
Tij= -0.35201E+02
Tji=  0.35201E+02
Nj =  0.62617E+00
```

13.ELEMAN

```
Mij= -0.70623E+02
Mji= -0.70579E+02
Tij= -0.35300E+02
Tji=  0.35300E+02
Nj = -0.92260E+00
```

14.ELEMAN

```
Mij= -0.66850E+02
Mji= -0.66936E+02
Tij= -0.33446E+02
Tji=  0.33446E+02
Nj = -0.24092E+01
```

15.ELEMAN

```
Mij= -0.63557E+02
Mji= -0.63424E+02
Tij= -0.31745E+02
Tji=  0.31745E+02
Nj =  0.39023E+01
```

16.ELEMAN

```
Mij= -0.45208E+02
Mji= -0.44765E+02
Tij= -0.22493E+02
Tji=  0.22493E+02
Nj = -0.25205E+02
```

17.ELEMAN

```
Mij=  0.44765E+02
Mji=  0.30849E+02
Tij=  0.25205E+02
Tji= -0.25205E+02
Nj = -0.22493E+02
```

18.ELEMAN

```
Mij=  0.32575E+02
Mji=  0.31332E+02
Tij=  0.21302E+02
Tji= -0.21302E+02
Nj = -0.54238E+02
```

19.ELEMAN

```
Mij=  0.35603E+02
Mji=  0.35531E+02
Tij=  0.23712E+02
Tji= -0.23712E+02
Nj = -0.87685E+02
```

20.ELEMAN

```
Mij=  0.35047E+02
Mji=  0.38855E+02
Tij=  0.24634E+02
Tji= -0.24634E+02
Nj = -0.12299E+03
```

21.ELEMAN

```
Mij=  0.31539E+02
Mji=  0.40485E+02
Tij=  0.24008E+02
Tji= -0.24008E+02
Nj = -0.15819E+03
```

22.ELEMAN

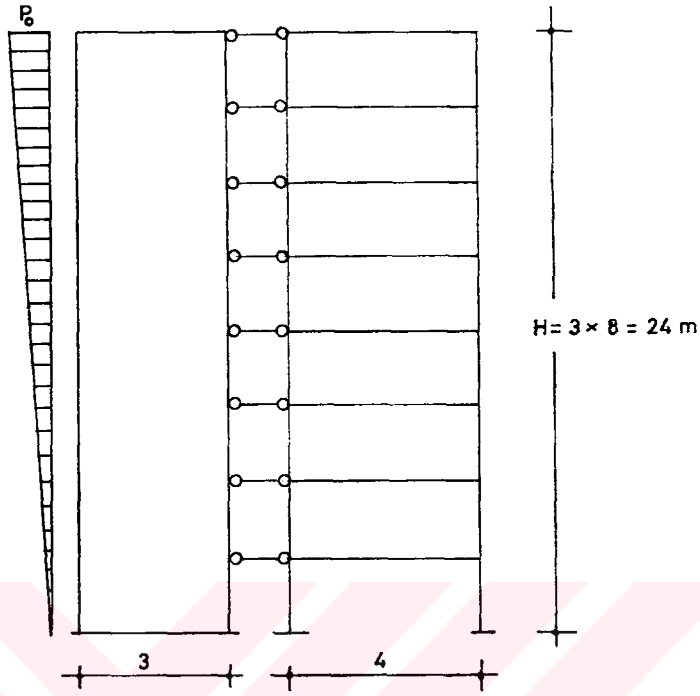
```
Mij=  0.24473E+02
Mji=  0.39735E+02
Tij=  0.21403E+02
Tji= -0.21403E+02
Nj = -0.19067E+03
```

23.ELEMAN

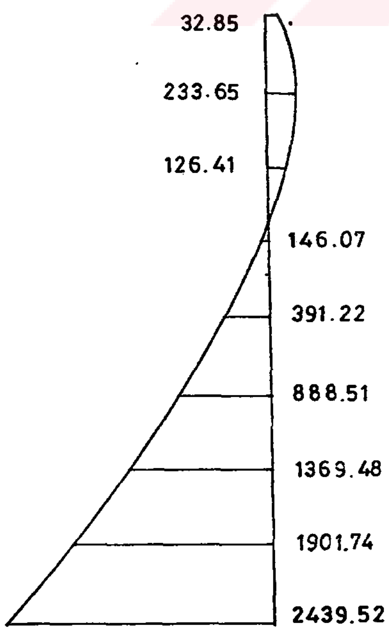
```
Mij=  0.12813E+02
Mji=  0.34132E+02
Tij=  0.15648E+02
Tji= -0.15648E+02
Nj = -0.21696E+03
```

24.ELEMAN

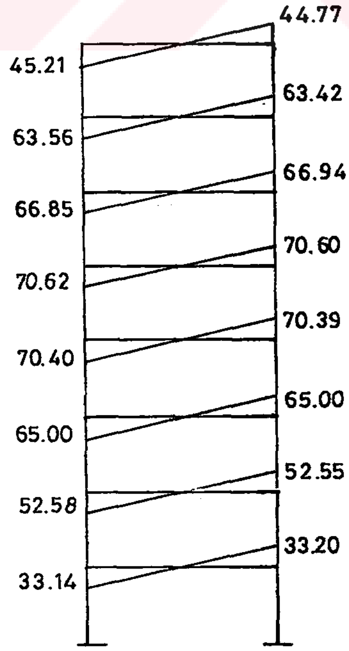
```
Mij= -0.93114E+00
Mji=  0.31661E+02
Tij=  0.10243E+02
Tji= -0.10243E+02
Nj  = -0.23354E+03
```



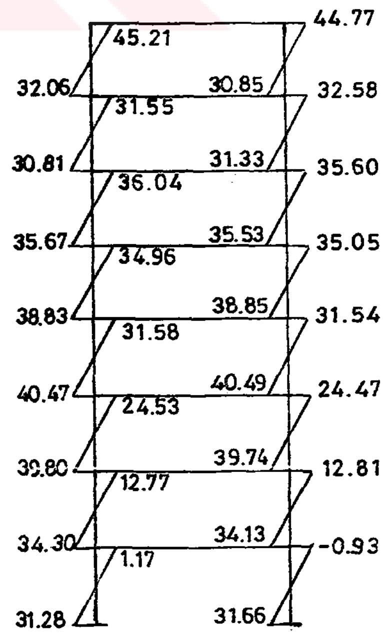
Sonlu Elemanlar + Rijitlik Matrisi Yöntemi



Dolu Gövde Momentleri



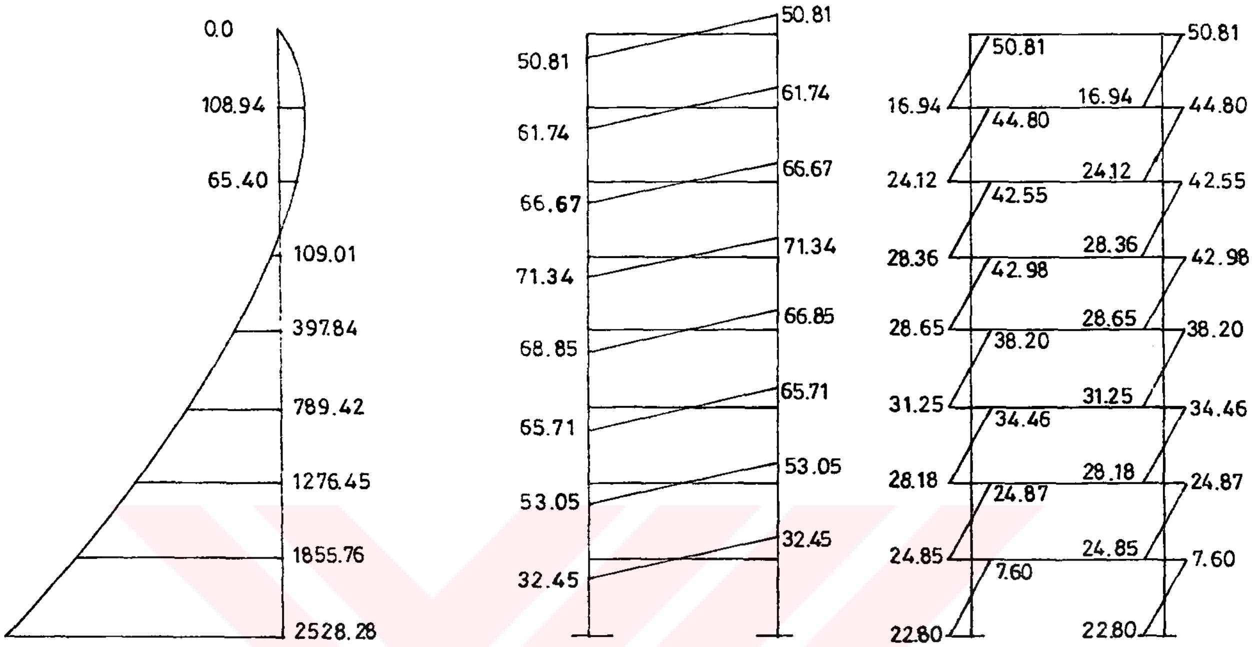
Kiriş Momentleri



Kolon Momentleri

Şekil 6.2.a

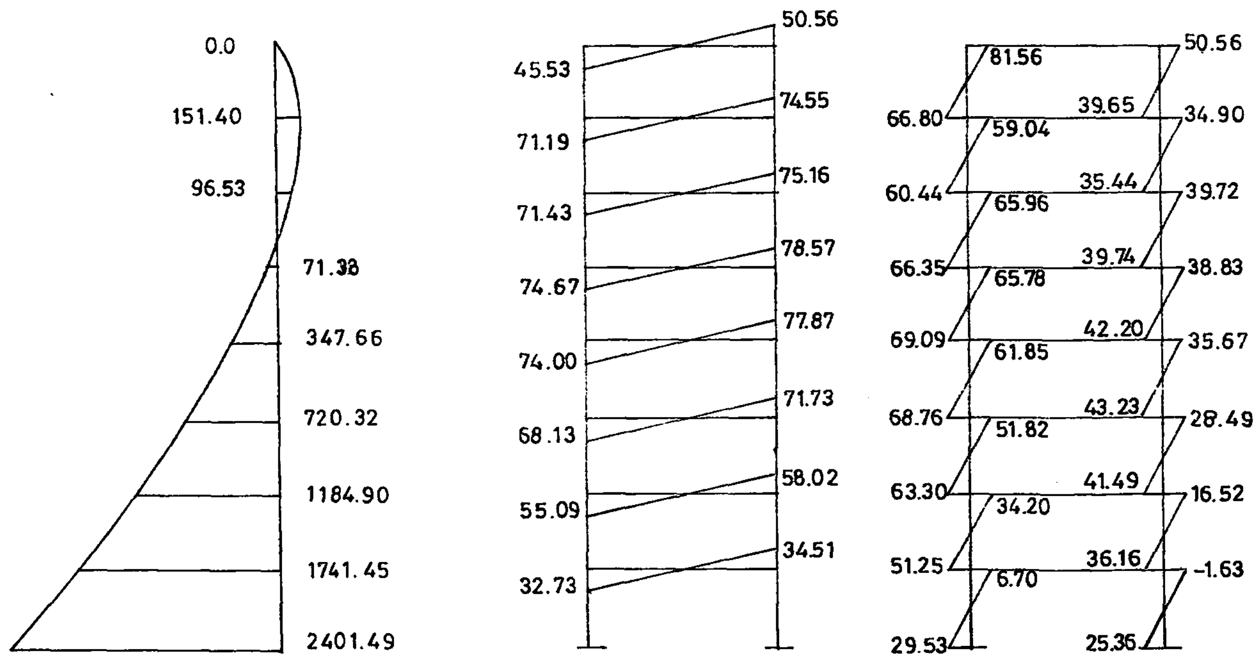
Diferansiyel Denklem Yöntemi



Dolu Gövde Momentleri　　Kiriş Momentleri　　Kolon Momentleri

Şekil 6.2.b

Geniş Kolonlu Çerçeve Benzetimi



Dolu Gövde Momentleri　　Kiriş Momentleri　　Kolon Momentleri

Şekil 6.2.c

6.3.1 Problemin Data Bilgileri

Data bilgileri her iki sistem için verilmemiştir. Aşağıdaki data bilgisi Perde-Çerçeve sisteme aittir.

Eleman tipi.......= 0
Elemandaki düğüm noktası sayısı......= 4
Problem tipi.......= 0
Kat adedi..........= 8
Eleman ve sistem rijitlik matrisleri yazılacak mı?....= 0
Konnektivite tablosu teşkil şekli....= 0
Sonlu eleman sayisı..................= 150
Perde sistem düğüm noktası sayısı....= 182

Sistem Kod Numaraları Tablosu

Eleman No				
1	1	27	28	2
2	2	28	29	3
3	3	29	30	4
4	4	30	31	5
5	5	31	32	6
6	6	32	33	7
7	7	33	34	8
8	8	34	35	9
9	9	35	36	10
10	10	36	37	11
11	11	37	38	12
12	12	38	39	13
13	13	39	40	14
14	14	40	41	15
15	15	41	42	16
16	16	42	43	17
17	17	43	44	18
18	18	44	45	19
19	19	45	46	20
20	20	46	47	21
21	21	47	48	22
22	22	48	49	23
23	23	49	50	24
24	24	50	51	25
25	25	51	52	26
26	27	53	54	28
27	28	54	55	29
28	29	55	56	30
29	30	56	57	31
30	31	57	58	32
31	32	58	59	33
32	33	59	60	34
33	34	60	61	35
34	35	61	62	36
35	36	62	63	37
36	37	63	64	38
37	38	64	65	39
38	39	65	66	40
39	40	66	67	41
40	41	67	68	42
41	42	68	69	43
42	43	69	70	44
43	44	70	71	45
44	45	71	72	46
45	46	72	73	47
46	47	73	74	48
47	48	74	75	49
48	49	75	76	50
49	50	76	77	51
50	51	77	78	52
51	53	79	80	54

52	54	80	81	55
53	55	81	82	56
54	56	82	83	57
55	57	83	84	58
56	58	84	85	59
57	59	85	86	60
58	60	86	87	61
59	61	87	88	62
60	62	88	89	63
61	63	89	90	64
62	64	90	91	65
63	65	91	92	66
64	66	92	93	67
65	67	93	94	68
66	68	94	95	69
67	69	95	96	70
68	70	96	97	71
69	71	97	98	72
70	72	98	99	73
71	73	99	100	74
72	74	100	101	75
73	75	101	102	76
74	76	102	103	77
75	77	103	104	78
76	79	105	106	80
77	80	106	107	81
78	81	107	108	82
79	82	108	109	83
80	83	109	110	84
81	84	110	111	85
82	85	111	112	86
83	86	112	113	87
84	87	113	114	88
85	88	114	115	89
86	89	115	116	90
87	90	116	117	91
88	91	117	118	92
89	92	118	119	93
90	93	119	120	94
91	94	120	121	95
92	95	121	122	96
93	96	122	123	97
94	97	123	124	98
95	98	124	125	99
96	99	125	126	100
97	100	126	127	101
98	101	127	128	102
99	102	128	129	103
100	103	129	130	104
101	105	131	132	106
102	106	132	133	107
103	107	133	134	108
104	108	134	135	109
105	109	135	136	110
106	110	136	137	111
107	111	137	138	112
108	112	138	139	113
109	113	139	140	114
110	114	140	141	115
111	115	141	142	116
112	116	142	143	117
113	117	143	144	118
114	118	144	145	119
115	119	145	146	120
116	120	146	147	121
117	121	147	148	122
118	122	148	149	123
119	123	149	150	124
120	124	150	151	125
121	125	151	152	126
122	126	152	153	127
123	127	153	154	128
124	128	154	155	129

125	129	155	156	130
126	131	157	158	132
127	132	158	159	133
128	133	159	175	134
129	134	175	160	135
130	135	160	161	136
131	136	161	176	137
132	137	176	162	138
133	138	162	163	139
134	139	163	177	140
135	140	177	164	141
136	141	164	165	142
137	142	165	178	143
138	143	178	166	144
139	144	166	167	145
140	145	167	179	146
141	146	179	168	147
142	147	168	169	148
143	148	169	180	149
144	149	180	170	150
145	150	170	171	151
146	151	171	181	152
147	152	181	172	153
148	153	172	173	154
149	154	173	182	155
150	155	182	174	156

Sistem dügüm noktaları koordinatları:
----

1 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.00E+00 m.
2 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.10E+01 m.
3 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.20E+01 m.
4 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.30E+01 m.
5 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.40E+01 m.
6 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.50E+01 m.
7 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.60E+01 m.
8 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.70E+01 m.
9 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.80E+01 m.
10 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.90E+01 m.
11 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.10E+02 m.
12 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.11E+02 m.
13 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.12E+02 m.
14 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.13E+02 m.
15 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.14E+02 m.
16 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.15E+02 m.
17 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.16E+02 m.
18 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.17E+02 m.
19 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.18E+02 m.
20 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.19E+02 m.
21 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.20E+02 m.
22 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.21E+02 m.
23 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.22E+02 m.
24 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.23E+02 m.
25 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.24E+02 m.
26 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.00E+00 m. Y=0.2425E+02
27 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.00E+00 m.
28 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.10E+01 m.
29 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.20E+01 m.
30 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.30E+01 m.
31 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.40E+01 m.
32 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.50E+01 m.
33 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.60E+01 m.
34 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.70E+01 m.
35 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.80E+01 m.
36 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.90E+01 m.
37 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.10E+02 m.
38 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.11E+02 m.
39 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.12E+02 m.
40 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.13E+02 m.
41 Sayılı dügümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.14E+02 m.

42 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.15E+02 m.
43 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.16E+02 m.
44 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.17E+02 m.
45 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.18E+02 m.
46 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.19E+02 m.
47 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.20E+02 m.
48 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.21E+02 m.
49 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.22E+02 m.
50 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.23E+02 m.
51 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.24E+02 m.
52 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.50E+00 m. Y=0.2425E+02
53 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.00E+00 m.
54 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.10E+01 m.
55 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.20E+01 m.
56 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.30E+01 m.
57 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.40E+01 m.
58 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.50E+01 m.
59 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.60E+01 m.
60 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.70E+01 m.
61 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.80E+01 m.
62 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.90E+01 m.
63 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.10E+02 m.
64 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.11E+02 m.
65 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.12E+02 m.
66 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.13E+02 m.
67 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.14E+02 m.
68 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.15E+02 m.
69 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.16E+02 m.
70 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.17E+02 m.
71 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.18E+02 m.
72 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.19E+02 m.
73 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.20E+02 m.
74 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.21E+02 m.
75 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.22E+02 m.
76 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.23E+02 m.
77 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.24E+02 m.
78 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.10E+01 m. Y=0.2425E+02
79 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.00E+00 m.
80 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.10E+01 m.
81 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.20E+01 m.
82 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.30E+01 m.
83 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.40E+01 m.
84 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.50E+01 m.
85 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.60E+01 m.
86 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.70E+01 m.
87 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.80E+01 m.
88 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.90E+01 m.
89 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.10E+02 m.
90 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.11E+02 m.
91 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.12E+02 m.
92 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.13E+02 m.
93 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.14E+02 m.
94 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.15E+02 m.
95 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.16E+02 m.
96 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.17E+02 m.
97 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.18E+02 m.
98 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.19E+02 m.
99 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.20E+02 m.
100 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.21E+02 m.
101 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.22E+02 m.
102 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.23E+02 m.
103 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.24E+02 m.
104 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.15E+01 m. Y=0.2425E+02
105 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.20E+01 m. Y=0.00E+00 m.
106 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.20E+01 m. Y=0.10E+01 m.
107 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.20E+01 m. Y=0.20E+01 m.
108 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.20E+01 m. Y=0.30E+01 m.
109 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.20E+01 m. Y=0.40E+01 m.
110 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.20E+01 m. Y=0.50E+01 m.
111 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.20E+01 m. Y=0.60E+01 m.
112 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.20E+01 m. Y=0.70E+01 m.
113 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.20E+01 m. Y=0.80E+01 m.
114 Sayılı düğümün koordinatları..X=0.20E+01 m. Y=0.90E+01 m.

115	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.10E+02 m.
116	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.11E+02 m.
117	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.12E+02 m.
118	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.13E+02 m.
119	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.14E+02 m.
120	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.15E+02 m.
121	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.16E+02 m.
122	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.17E+02 m.
123	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.18E+02 m.
124	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.19E+02 m.
125	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.20E+02 m.
126	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.21E+02 m.
127	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.22E+02 m.
128	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.23E+02 m.
129	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.24E+02 m.
130	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.20E+01 m.	Y=0.2425E+02
131	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.00E+00 m.
132	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.10E+01 m.
133	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.20E+01 m.
134	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.30E+01 m.
135	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.40E+01 m.
136	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.50E+01 m.
137	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.60E+01 m.
138	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.70E+01 m.
139	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.80E+01 m.
140	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.90E+01 m.
141	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.10E+02 m.
142	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.11E+02 m.
143	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.12E+02 m.
144	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.13E+02 m.
145	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.14E+02 m.
146	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.15E+02 m.
147	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.16E+02 m.
148	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.17E+02 m.
149	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.18E+02 m.
150	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.19E+02 m.
151	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.20E+02 m.
152	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.21E+02 m.
153	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.22E+02 m.
154	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.23E+02 m.
155	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.240+02 m.
156	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.25E+01 m.	Y=0.2425E+02
157	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.00E+00 m.
158	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.10E+01 m.
159	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.20E+01 m.
160	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.40E+01 m.
161	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.50E+01 m.
162	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.70E+01 m.
163	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.80E+01 m.
164	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.10E+02 m.
165	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.11E+02 m.
166	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.13E+02 m.
167	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.14E+02 m.
168	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.16E+02 m.
169	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.17E+02 m.
170	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.19E+02 m.
171	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.20E+02 m.
172	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.22E+02 m.
173	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.23E+02 m.
174	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.2425E+02
175	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.30E+01 m.
176	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.60E+01 m.
177	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.90E+01 m.
178	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.12E+02 m.
179	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.15E+02 m.
180	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.18E+02 m.
181	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.21E+02 m.
182	Sayılı düğümün koordinatları..	X=0.30E+01 m.	Y=0.24E+02 m.

Elastisite modülü.........= 0.2100E+07
Poisson oranı.............= 0.1500E+00
Levha kalınlığı...........= 0.2500E+00
Düğüm noktalarında öngörülen başlangıç deplasmanları sayısı... = 14
Deplasman doğrultuları:

1 2 53 54 105 106 156 157 209

210 261 262 313 314

Deplasman değerleri:

0.0000E+00

Eşdeğer düğüm kuvvetlerinin sayısı.....= 8
Eşdeğer düğüm kuvvetlerinin doğrultuları:

7 13 19 25 31 37 43 49

Eşdeğer düğüm kuvvetlerinin değerleri:

Doğrultusu:	Şiddeti:
7	0.8440E+01
13	0.1500E+02
19	0.2250E+02
25	0.3000E+02
31	0.3750E+02
37	0.4500E+02
43	0.5250E+02
49	0.2906E+02

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, Birleşik çerçeve ve farklı düzlemlerde bulunan perde-çerçeve sistemlerinin yatay yüklere göre hesabı incelenmiştir. Geliştirilen bilgisayar programı ile her iki sistemin kesit tesirleri bulunmuştur.

Sayısal örneklerle elde sonuçların bu alanda tanınmış metodlarla karşılaştırılmasına yer verilmiştir. Bu sonuçlar karşılaştırıldığında perde dışında diğer elemanlar için verilen sonuçların yeter yakınlıkta olmadığı gözlenmiştir.

Hesapta çerçeveyi oluşturan çubuk elemanların boy değişimleri ihmal edilmemiştir. Boy değişimleri ihmal edilmesi kesit tesirlerini arttırıcı yönde etkisi olacaktır.

Sonlu elemanlarla çözümde ise, doğru sonuçlar elde edebilmek için perde elemanı optimum sayı ve büyüklükte elemana bölünmelidir. Eleman sayısı ile eleman büyüklükleri arasında bir bağıntı vardır. Sonlu eleman (mesh) sayısı az seçildiğinde elde edilen değerlerin gerçek değerlerden uzaklaşıldığı görülmüştür. Elemanlar büyük seçilirse iki nokta arasındaki alan değiskeninin davranışı tam anlamıyla ifade edilemez; çok küçük seçilirse de analiz üzerinde yuvarlatma hataları etkisini gösterir. Bu özellikler dikkate alınarak sonlu eleman sayısı seçilmiştir.

Geliştirilen programla düşey yüklere göre hesap ve boşluklu perde hesabı da yapılabilmektedir.

Perdenin farklı eleman tipleri ile iki boyutlu sonlu elemanlar yöntemi ile çözümünün yapılması bu çalışmanın devamı mahiyetinde olacaktır.

KAYNAKLAR

[1] FINTEL, M.," Handbook of Concrete Engineering ", Van Nostrand Reinhold Company. N.Y. ch.10, 1974.

[2] ÇAKIROĞLU, A., ÖZMEN, G., ÖZER, E.," Betonarme Sistemlerin Yatay Yüklere Göre Projelendirilmesi ", T.M.M.B. 1979.

[3] ÇAKIROĞLU, A., ÖZDEN. E., ÖZMEN. G.,"Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinası Programları ", Cilt I, İTÜ, 1970.

[4] ÇAKIROĞLU, A., ÖZDEN, E., ÖZMEN, G.," Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinası Programları", Cilt II, İTÜ, 1974.

[5] YELKEN, S., " Ankastre Mesnetleri Perdeli Sistemlerin Çözümü İçin Bir Öneri ", TMH, IMO, Sayı 313, 1985.

[6] KHAN, F.R., and SBAROUNIS, J.A.,"Interaction of Shear Wall With Frames in Concrete Structures Under Lateral Loads ", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.90. No.ST3, June, 1964, PP.285-336.

[7] BİLYAP, S.," Betonarme Yüksek Yapılarda Burulmasız Perde-Çerçeve Sistemlerinin Yatay Kuvvetlere Göre Yaklaşık hesap yöntemleri ve dinamik karateristikleri", D.E.Ü., İzmir,1987.

[8] BİLYAP, S.," Betonarme Perde-Çerçeve Sistemlerin Yatay Kuvvetlere Göre Hesabı", Ege Üniversitesi İnşaat Fak., 1979.

[9] KIRAL, E., DÜNDAR, C.," Perdeli Yapı Sistemlerinin Bilgisayar ile Hesabı", Çkurova Üniversitesi, 1986.

[10] DÜNDAR, C., KIRAL, E., MENGİ, Y.," Yapı Mekaniğinde Bilgisayar Programları, Statik, Dinamik, Betonarme", TMMOB, IMO,1985.

[11] ÇAKIROĞLU, A., ÖZMEN, G.,"Çerçeveler ve Boşluklu Perdelerden Oluşan Yapıların Yatay Yüklere Göre Hesabı", İTÜ, Teknik Rapor, No.16, Şubat 1973.

[12] GREEN, N.B.,"Bracing Walls for Multi-story Buildings", Jour. Amer. Conc. Inst. 24,233,1952.

[13] WEAVER, Jr.W. and OAKBERG, R.R., "Analysis of Frames With Shear Walls by Finite Elements ", Sysposium on application of finite elements methods in civil engineering, Nov.1969, Vanderbilt University.

[14] KAYA, I.,"Finite Element Solution of Shear Wall-frame Systems ",Dokuz Eylül Üniversitesi, 1975.

[15] AYDIN,R.,"Çerçeve Perde ve Boşluklu Perdelerden Oluşan Yapıların Yatay Yükler Altında Incelenmesi ", A.Ü., No.47, 1984.

[16] AKÖZ, Y.A., TRUPIA, A.L., " Yatay Yüklerin Etkisindeki Perde-Çerçeve Sistemlerin Hesabı İçin Bir Yöntem ve Deneysel Gerçekleme ", İ.T.Ü., Teknik Rapor No.33, Ekim 1978.

[17] CARDAN, B., "Concrete Shear Walls Combined With Rigit Frames in Multistory Buildings Subjected to Lateral Loads," ACI Journal, vol.58, Sept.,1961, PP.299-316

[18] CLOUGH, R.W., KING, I.P., and WILSON, E.L., " Structural Analysis of Multistory Buildings", Journal of the Structural Division, ASCE, vol.90, No.ST3, June, 1964, PP.19—34.

[19] GOULD,P.L., "Interaction of Shear Wall-Frame System in Multistory Buildings ", ACI Journal, vol.62, Jan.,1965, PP.45—70.

[20] TORIDIS, T.G, and KHOZEIMEH, K., " Inelastic Responce Frames to Dynamic Loads ", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol.97, No.EM3, June 1971.

[21] DESAI, C.S. and ABEL, I.F. ,"Introduction to The Finite Element Method", Van Nostrand Reinhold Co., 1972.

[22] KURTAY, T., "Sonlu Elemanlar Yöntemine Giriş", İ.T.Ü., 1980.

[23] NATH, B.,"Fundamentals of Finite Elements for Engineers" Athlone Press, 1974.

[24] ZEINKIEWICZ, O.C.,"The Finite Element Method in Engineering Science ", Mc Graw-Hill Co.,London, 1971.

[25] IREN, M., "Çeşitli Yükler Altında Kalan Makina Parçalarının Modellenmesi ve Analizi", Uludag Üniversitesi, Fen

Bilimleri Enstitüsü, Bursa 1989 (Doktora Tezi).

[26] REDDY, J.N., "An introduction to the Finite Element Method", McGraw-Hill co., 1984.

[27] WEAVER, Jr., W., and OAKBERG, R.R., "Finite Elements for Structural Analysis", Prentice-Hall, inc.1984.

[28] AKIN, J.E., "Application and Implementation of Finite Element Methods", Acamedic Press, London, 1982.

[29] HINTON, E. and OWEN, D.R.J., "Finite Element Programming", Academic Press, London, 1982.

[30] TOCHER, J.L., and HARTZ, B.J., "Higher Order Finite Element for Plane Stress", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol.93, No.EM4, Proc.Paper 5402, August, 1967.

[31] WASTI, S.,T., "Sonlu Eleman Metodu Ders Notları", O.D.T.Ü, 1983.

[32] SAYLAN, Ş., "Sonlu Elemanlar Metodu ile Çözümde Eleman Seçiminin Önemi", II. Balıkesir Mühendislik Sempozyumu, 1991.

[33] PRZEMIENIECKI, J.S., "Theory of Matrix Structural Analysis", McGraw-Hill co., 1968.

[34] GALLAGHER, R.H., and McGUIRE, W., "Matrix Structural Analysis", John Wiley, 1979.

[35] MacLeod, I.A., "New Rectangular Finite Element for Shear Wall Analysis", Journal of the Structural Division, ASCE vol.95, No.ST3, March, 1969, PP.399-409.

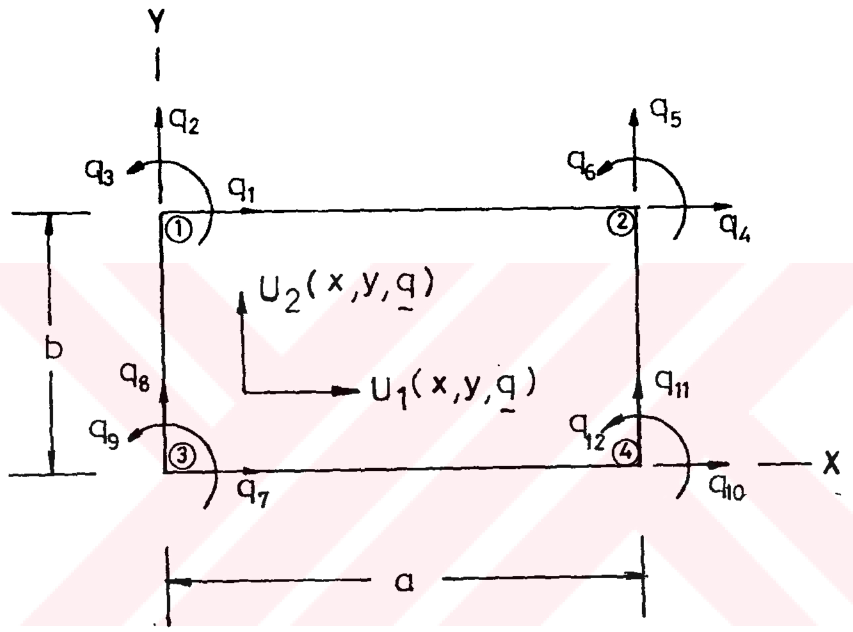
[36] CLOUGH, R.W., "Stress Analysis", ch.7, John Wiley and Sons, 1965 (Zienciewicz and Holister Eds.).

[37] BOWES, W.H. and RUSSELL, L.T., "Stress Analysis by the Element Method for Practicing Engineers", D.C. Heath and Company, 1975.

EK – 1 Eleman Şekil Fonksiyonları ve Rijitlik Matrisleri

Bu Ek'de ikinci tip elemana ait şekil fonksiyonları ve her iki eleman tipine ait rijitlik matrisleri verilmiştir.

II. TİP ELEMAN



Şekil 6.3 II. tip dikdörtgen eleman

Şekil 6.3 de de gösterildiği gibi, her bir düğüm noktasında bir dönme ve iki yerdeğiştirme olmak üzere toplam oniki deplasman vardır. a harfi elemanın genişliğini ve b harfi de elemanın yüksekliğini göstermektedir. Bu elemanlar için seçilmiş şekil fonksiyonları boyutsuz değişkenler olarak verilen $\xi = \frac{x}{a}$ ve $\eta = \frac{y}{b}$ ile gösterilen lineer ve kübik polinomların sonuçlarıdır.

$$U = C_1 + C_2\xi + C_3\eta + C_4\xi\eta + C_5\eta^2 + C_6\xi\eta^2 + C_7\eta^3 + C_8\xi\eta^3$$

$$V = C_1 + C_2\xi + C_3\eta + C_4\xi\eta + C_5\xi^2 + C_6\xi^2\eta + C_7\xi^3 + C_8\xi^3\eta$$

II. TİP ELEMAN ŞEKİL FONKSİYONLARI

$$U_x(\xi,\eta,\underset{\sim}{q})=\begin{bmatrix} -(1-\xi)(2\eta^3-3\eta^2) \\ 0 \\ -b(1-\xi)(\eta^3-\eta^2) \\ -\xi(2\eta^3-3\eta^2) \\ 0 \\ -b\xi(\eta^3-\eta^2) \\ (1-\xi)(2\eta^3-3\eta^2+1) \\ 0 \\ -b(1-\xi)(\eta^3-2\eta^2+\eta) \\ \xi(2\eta^3-3\eta^2+1) \\ 0 \\ -b\xi(\eta^3-2\eta^2+\eta) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{10} \\ q_{11} \\ q_{12} \end{bmatrix}$$

$$U_y(\xi,\eta,\underset{\sim}{q})=\begin{bmatrix} 0 \\ \eta(2\xi^3-3\xi^2+1) \\ a\eta(\xi^3-2\xi^2+\xi) \\ 0 \\ -\eta(2\xi^3-3\xi^2) \\ a\eta(\xi^3-\xi^2) \\ 0 \\ (1-\eta)(2\xi^3-3\xi^2+1) \\ a(1-\eta)(\xi^3-2\xi^2+\xi) \\ 0 \\ -(1-\eta)(2\xi^3-3\xi^2) \\ a(1-\eta)(\xi^3-\xi^2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{10} \\ q_{11} \\ q_{12} \end{bmatrix}$$

II. TİP ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ

$$
[K]=\frac{E\cdot t}{(1-\nu^{2})}
\begin{bmatrix}
\rho_1 & & & & & & & & & & & \\
-\rho_2 & \beta_2 & & & & & & & & & & \\
-\rho_3 & \beta_5 & \gamma_3 & & & & & \text{SİMETRİK} & & & & \\
\rho_4 & \rho_5 & -\rho_6 & \rho_1 & & & & & & & & \\
-\rho_5 & \beta_5 & -\beta_6 & \rho_2 & \beta_2 & & & & & & & \\
-\rho_6 & \beta_6 & \gamma_6 & -\rho_3 & -\beta_3 & \gamma_3 & & & & & & \\
\rho_7 & -\rho_5 & \rho_9 & \rho_{10} & -\rho_2 & \rho_{12} & \rho_1 & & & & & \\
\rho_5 & \beta_8 & \beta_9 & -\rho_2 & \beta_{11} & \beta_{12} & \rho_2 & \beta_2 & & & & \\
-\rho_9 & \beta_9 & \gamma_9 & -\rho_{12} & -\beta_{12} & \gamma_{12} & \rho_3 & \beta_3 & \gamma_3 & & & \\
\rho_{10} & \rho_2 & \rho_{12} & \rho_7 & \rho_5 & \rho_9 & \rho_4 & -\rho_5 & \rho_6 & \rho_1 & & \\
\rho_2 & \beta_{11} & -\beta_{12} & -\rho_5 & \beta_8 & -\beta_9 & \rho_5 & \beta_5 & -\beta_6 & -\rho_2 & \beta_2 & \\
-\rho_{12} & \beta_{12} & \gamma_{12} & -\rho_9 & -\beta_9 & \gamma_9 & \rho_6 & \beta_6 & \gamma_6 & \rho_3 & -\beta_3 & \gamma_3
\end{bmatrix}
\qquad (E.1)
$$

Tablo E.1-(E.1) denkleminde görülen sembollerin ifadeleri

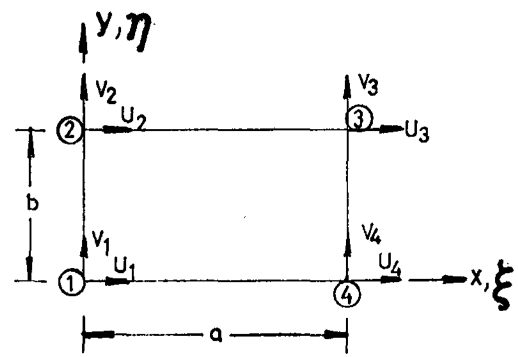
i	ρ_i	β_i	γ_i
1	$\frac{13b}{35a}+\frac{2\lambda a}{5b}$	. . . .	. . . .
2	$\frac{(\lambda+\nu)}{4}$	$\frac{13a}{35b}+\frac{2\lambda b}{5a}$	. . . .
3	$\frac{-11b^2}{210a}+\frac{\nu a}{24}-\frac{3\lambda a}{40}$	$\frac{11a^2}{210b}-\frac{\nu b}{24}+\frac{3\lambda b}{40}$	$\frac{b^3}{105a}+\frac{a^3}{105b}-\frac{\nu ab}{72}+\frac{3\lambda ab}{40}$
4	$\frac{-13b}{35a}+\frac{\lambda a}{5b}$	. . . .	. . . .
5	$\frac{(\nu-\lambda)}{4}$	$\frac{9a}{70b}-\frac{2\lambda b}{5a}$	. . . .
6	$\frac{11b^2}{210a}-\frac{\nu a}{24}+\frac{\lambda a}{40}$	$\frac{-13a^2}{420b}+\frac{\nu b}{24}+\frac{3\lambda b}{40}$	$\frac{-b^3}{105a}-\frac{a^3}{140b}+\frac{\nu ab}{72}+\frac{\lambda ab}{40}$
7	$\frac{9b}{70a}-\frac{2\lambda a}{5b}$	. . . .	. . . .
8	. . . .	$\frac{-13a}{35b}+\frac{\lambda b}{5a}$	. . . .
9	$\frac{13b^2}{420a}-\frac{2\nu a}{24}-\frac{3\lambda a}{40}$	$\frac{-11a^2}{210b}+\frac{\nu b}{24}-\frac{\lambda b}{40}$	$\frac{-b^3}{140a}-\frac{a^3}{105b}+\frac{\nu ab}{72}+\frac{\lambda ab}{40}$
10	$\frac{-9b}{70a}-\frac{\lambda a}{5b}$	. . . .	. . . .
11	. . . .	$\frac{-9a}{70b}-\frac{\lambda b}{5a}$	. . . .
12	$\frac{-13b^2}{420a}+\frac{\nu a}{24}+\frac{\lambda a}{40}$	$\frac{13a^2}{420b}-\frac{\nu b}{24}-\frac{\lambda b}{40}$	$\frac{b^3}{140a}+\frac{a^3}{140b}-\frac{\nu ab}{72}-\frac{\lambda ab}{40}$

$$\lambda=\frac{(1-\nu)}{2}$$

ν : Poisson oranıdır.

I. TİP ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ

$$A = \frac{a}{b} \qquad \beta = \frac{b}{a}$$



$$\xi = \frac{x}{a} \qquad \eta = \frac{y}{b}$$

$$[K] = \frac{E.t}{12(1-\nu^2)}
\begin{bmatrix}
4\beta+2(1-\nu)A & & & & & & & \\
\frac{3}{2}(1+\nu) & 4A+2(1-\nu)\beta & & & & & & \\
2\beta-2(1-\nu)A & -\frac{3}{2}(1-3\nu) & 4\beta+2(1-\nu)A & & & & & \\
\frac{3}{2}(1-3\nu) & -4A+(1-\nu)\beta & -\frac{3}{2}(1+\nu) & 4A+2(1-\nu)\beta & & & & \\
-2\beta-(1-\nu)A & -\frac{3}{2}(1+\nu) & -4\beta+(1-\nu)A & -\frac{3}{2}(1-3\nu) & 4\beta+2(1-\nu)A & & & \\
-\frac{3}{2}(1+\nu) & -2A-(1-\nu)\beta & \frac{3}{2}(1-3\nu) & 2A-2(1-\nu)\beta & \frac{3}{2}(1+\nu) & 4A+2(1-\nu)\beta & & \\
-4\beta+(1-\nu)A & \frac{3}{2}(1-3\nu) & -2\beta-(1-\nu)A & \frac{3}{2}(1+\nu) & 2\beta-2(1-\nu)A & -\frac{3}{2}(1-3\nu) & 4\beta+2(1-\nu)A & \\
-\frac{3}{2}(1-3\nu) & 2A-2(1-\nu)\beta & \frac{3}{2}(1+\nu) & -2A-(1-\nu)\beta & \frac{3}{2}(1-3\nu) & -4A+(1-\nu)\beta & -\frac{3}{2}(1+\nu) & 4A+2(1-\nu)\beta
\end{bmatrix}$$

EK.2 Program Yapısı ve Yardımcı Alt Programlar

Her iki sistemin çözümü için geliştirilen bilgisayar programı Fortran IV programalama dili ile yazılmıştır. Çözüm sistemlerinin perde kısmları sonlu elemanlar yöntemi ile çerçeve kısmları ise rijitlik matrisi yöntemi ile hesaplanmış ve karma bir sistem elde edilmiştir. Her iki sistemin rijitlik matrisleri kat seviyelerinde eşit deplasman yapacak şekilde birleştirilmiştir.

Perdenin, iki boyutlu sonlu elemanlar yöntemi ile analizinde düzlem gerilme (plane stress) hali incelenmiştir.

Bilgisayar programı, sonlu elemanlar yöntemi ile rijitlik matrisi yönteminin birleşmesinden oluşmaktadır. Perde elemana ait giriş bilgileri data dosyasından girilmektedir. Şekil 6.1 ve şekil 6.2 'ye ait data bilgileri bölum 6.4.1 de verilmiştir. Çerçeveye ait giriş bilgileri ise ekrandan girilmektedir.Şimdi programı oluşturan alt programlar ve fonksiyonları aşağıda belirtilmektedir.

1- MESH Alt programı

Data satırı No:1 'de sonlu eleman (mesh) üretilecekse bu alt programa gidilir.

Bu alt programda, eleman düğüm noktalarını, koordinatlarını ve sonlu eleman ağı ile ilgili sistem düğüm noktası sayısı, eleman sayısı hesaplanmaktadır. Dikdörtgen bölge kuadratik dörtgen elemanlara ayrılmaktadır.

2- STIFDRT Alt Programı

Eğer eleman tipi 1 ise I. tip eleman rijitlik matrisi hesaplanmaktadır. Eleman rijitlik matrisinin hesabı Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile yapılmaktadır.

$$[K]= t\cdot\int_A B^T(x,y)\cdot D\cdot B(x,y)\cdot dx\cdot dy$$

2.1- SHAPE Alt Programı

I.tip elemana ait interpolasyon fonksiyonlarını ve yerel koordinatlara göre türevlerini, ayrıca sistem koordinatlarına göre türevleri hesaplanmaktadır.

3- STIFGRT Alt Programı

Eğer eleman tipi 0 ise, bu alt programa gidilir. Bu alt programda, II.tip eleman rijitlik matrisi katsayıları hesaplanmış olarak bellidir. Her eleman için eleman rijitlik matrisleri hesaplanmaktadır.

4- BNDY Alt Programı

Perde elemana ait bant tipi denklemlere sınır şartları yerleştirilmektedir. Sınır şartları ile deplasman miktarları belli olan düğüm noktaları kast edilmektedir.

5- TEZ2 Alt Programı

Bu alt programa geçildiğinde çerçeveye ait bilgiler ekrandan girilmektedir. Bu alt programın içinde yer alan yardımcı alt programlar ise;

5.1- TERZI Alt Programı

Çerçeveyi oluşturan elemanlar üzerinde yük varsa eleman numaraları ve yük değerleri girilmektedir.

Bizim çözüm şeklimizde çerçeveyi oluşturan elemanlar üzerinde yük olmadığı kabul edilmiştir.

5.2- MTER Alt Programı

Düğüm noktalarına direkt etki eden yük varsa, toplam direkt yük sayısı, deplasman doğrultusu, yük veya moment değeri girilmektedir.

5.3- TERM Alt Programı

Çerçeve sistemi oluşturan her eleman için rijitlik matrisi hesap edilmektedir.

6- MAT1 Alt Programı

Birleşik perdeye ait sistem rijitlik matrisi oluşturulmaktadır.

7- SOLVE Alt Programı

Bant tipi simetrik denklemler sistemi çözülmektedir.

$[K]\cdot\{U\} = \{P\}$

$\{U\} = [K]^{-1}\cdot\{P\}$

[K], sistem rijitlik matrisi bir kare matristir. Bununla birlikte, [K], değişik bir yol olarak çok daha küçük bir dikdörtgen matris olarak tanımlanıp, saklanmaktadır.

Kat hizalarında eşit deplasman yapacak şekilde birleştirilen sistemin, rijitlik matrisi Cholesky yöntemi ile çözülmektedir.

8- GRDRT Alt Programı

Her iki tip eleman için [B] şekil değiştirme fonksiyonu hesaplanmakta ve eleman deplasmanları ile çarpımları yapılmaktadır.

$[B]\cdot\{q\}$

8.1- STRESS Alt Programı

GRDRT alt programdaki işlemlerden sonra bu alt programa geçilmekte ve elemanların düğüm noktalarındaki $[\sigma]$ değerleri hesaplanmaktadır.

$[\sigma] = [D]\cdot[B]\cdot\{q\}$

9- UCGERIL Alt Programı

STRESS alt programında eleman düğüm noktalarında hesaplanan $[\sigma]$ gerilme değerleri sistem düğüm noktalarındaki değerleri hesap edilmektedir.

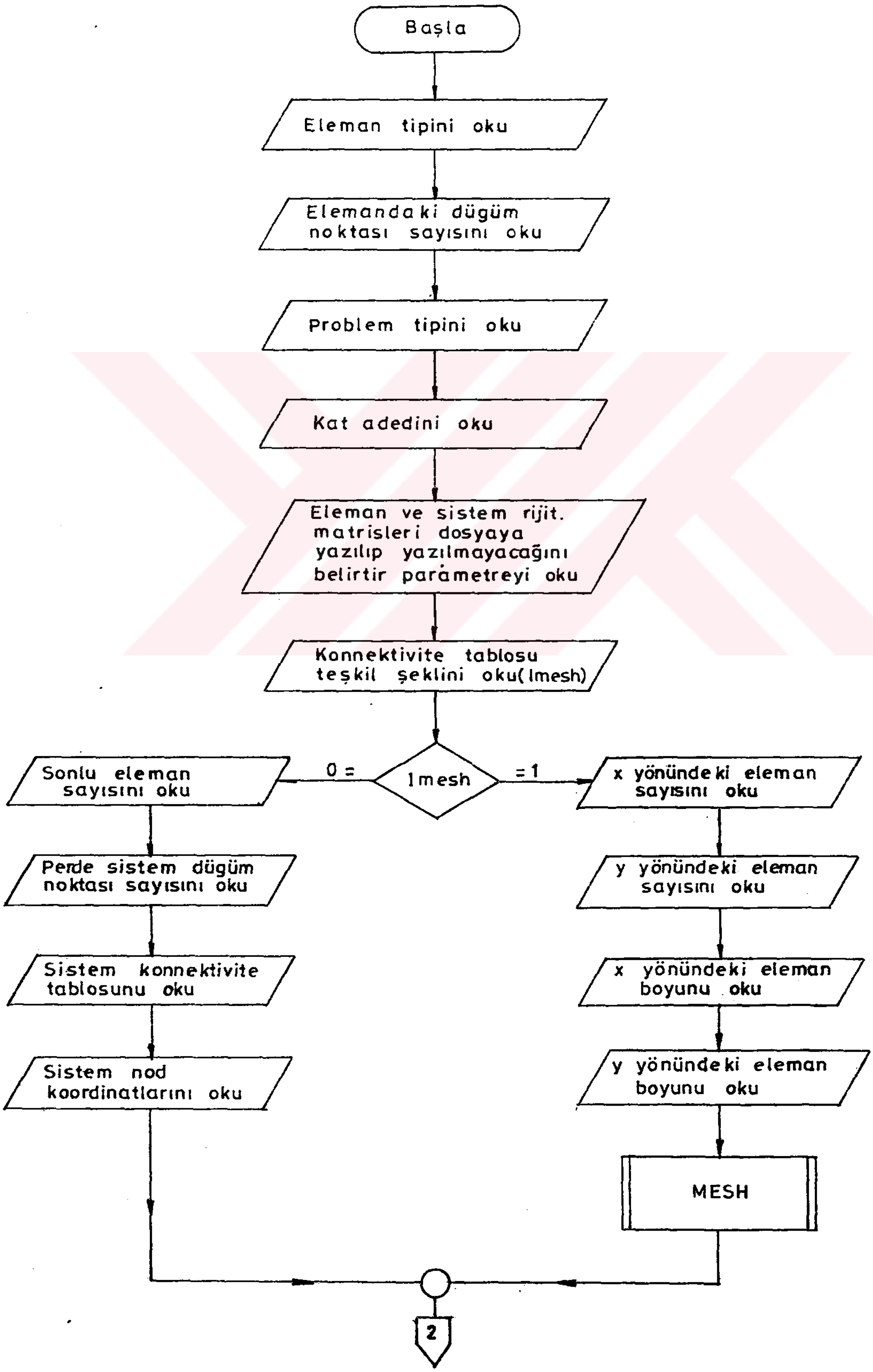
10- TEZ2A Alt Programı

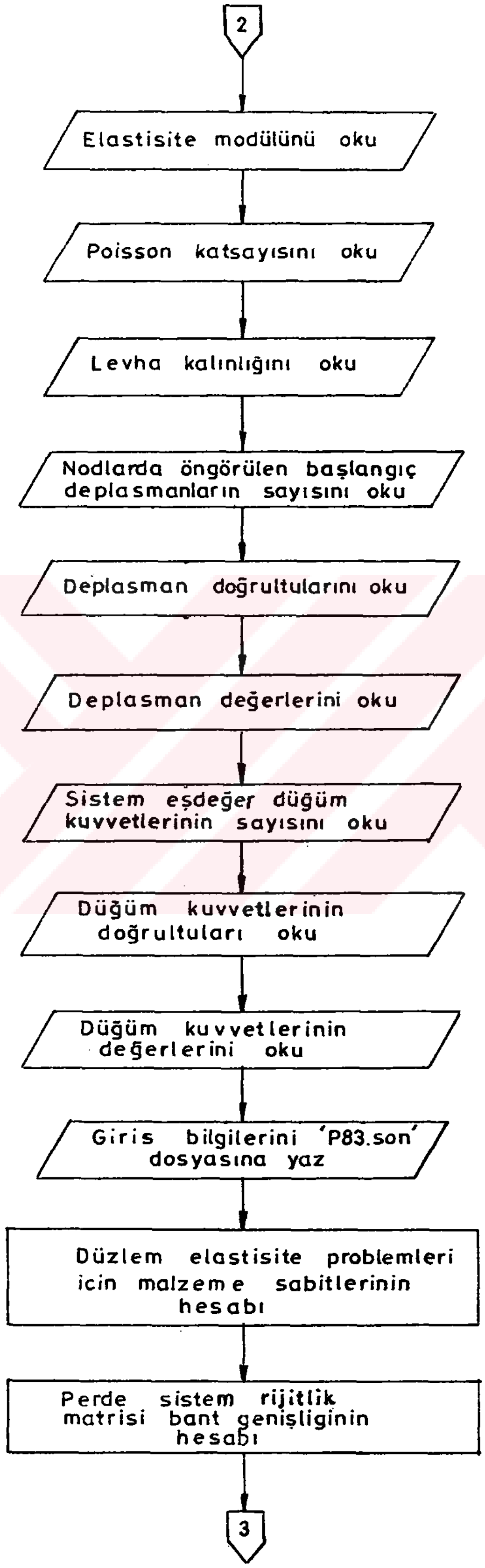
Bu alt programda, çerçeveyi oluşturan elemanların uç kuvvetleri hesaplanmaktadır.

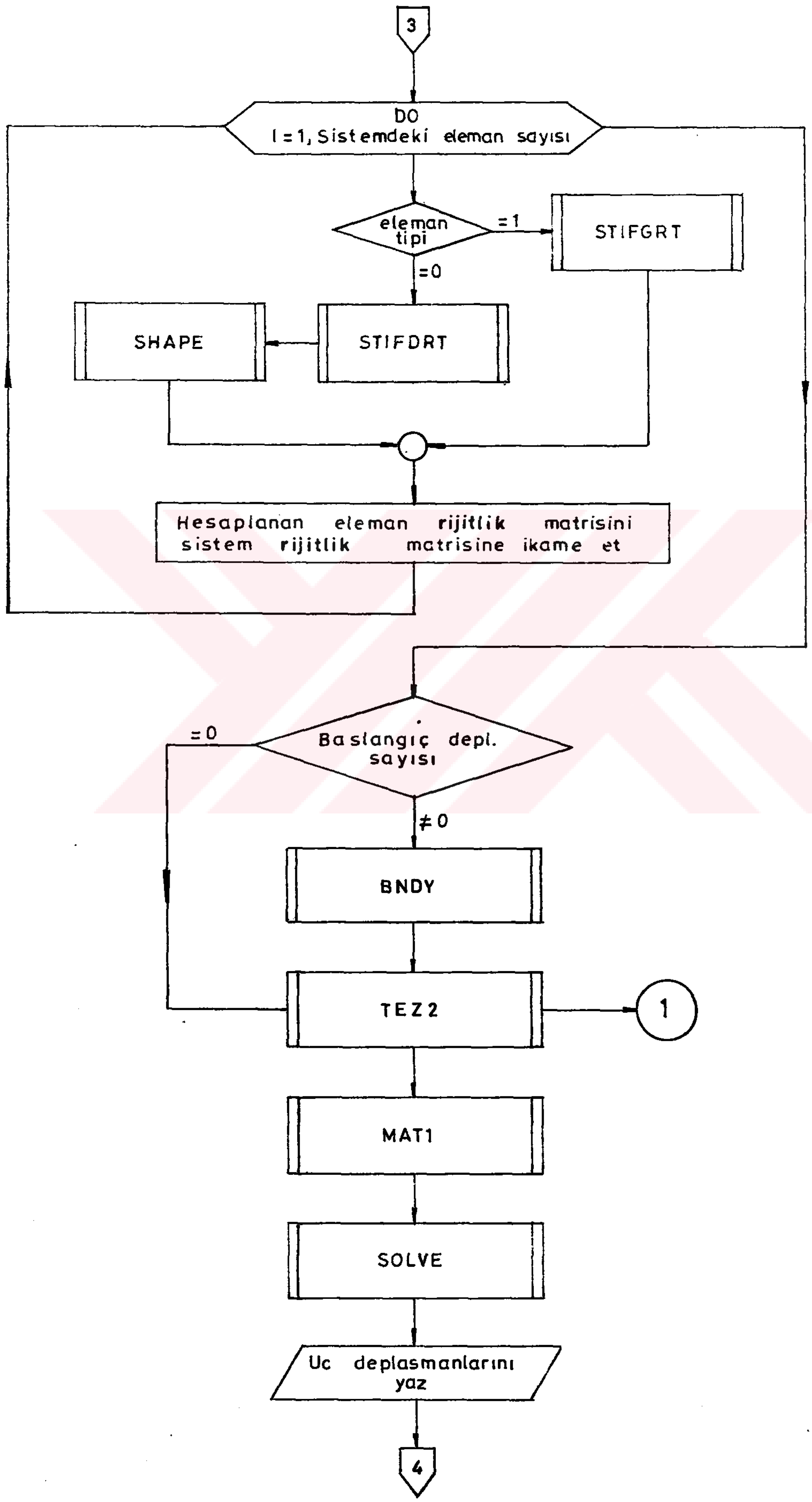
10.1- MEHMET Alt Programı

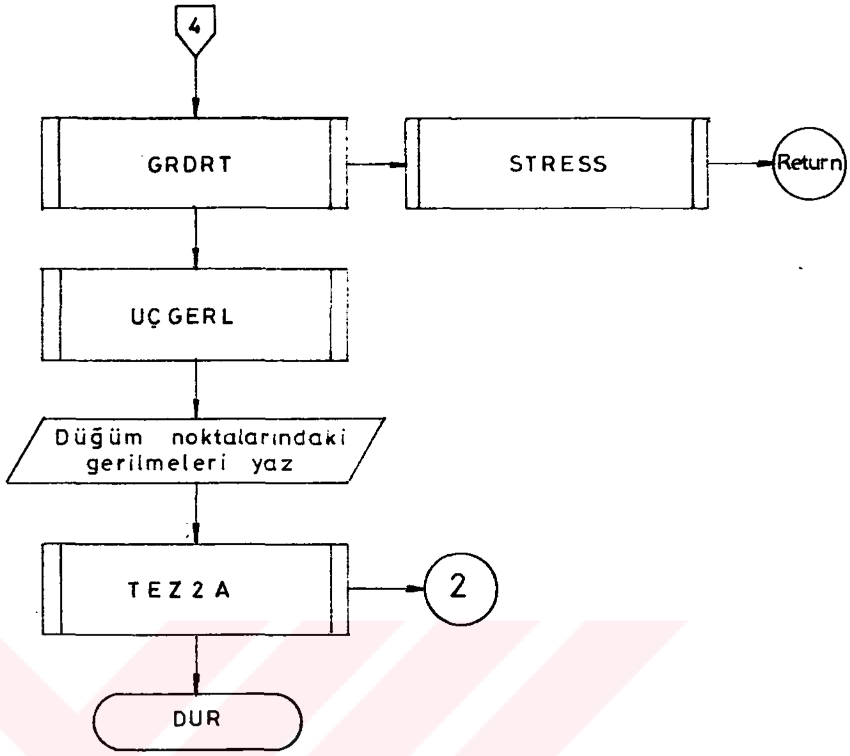
Eğer isteniyorsa çubuk elemanların maksimum açıklık momentleri hesaplanmaktadır.

SHRM.FOR İSİMLİ PROGRAMIN AKIŞ DİYAGRAMI

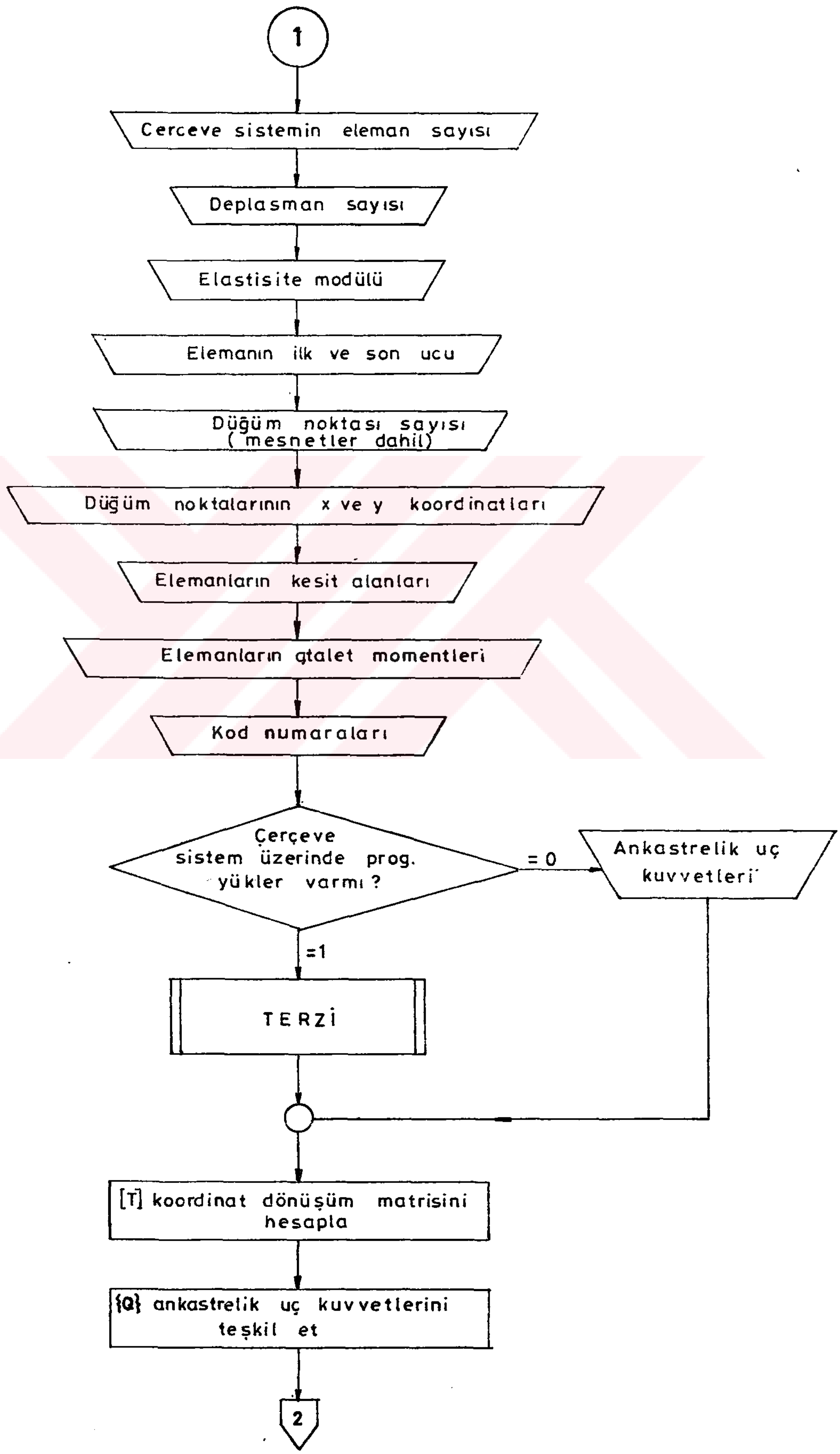


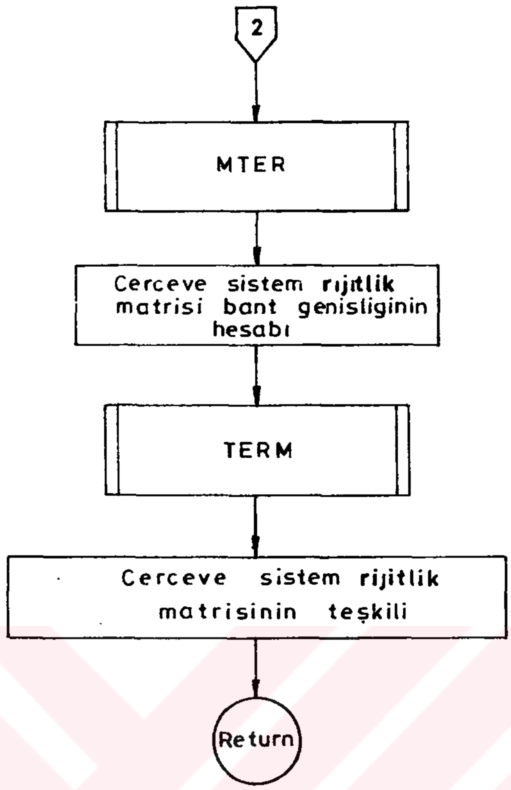

2
Elastisite modülünü oku
Poisson katsayısını oku
Levha kalınlığını oku
Nodlarda öngörülen başlangıç deplasmanların sayısını oku
Deplasman doğrultularını oku
Deplasman değerlerini oku
Sistem eşdeğer düğüm kuvvetlerinin sayısını oku
Düğüm kuvvetlerinin doğrultuları oku
Düğüm kuvvetlerinin değerlerini oku
Giris bilgilerini 'P83.son' dosyasına yaz
Düzlem elastisite problemleri icin malzeme sabitlerinin hesabı
Perde sistem rijitlik matrisi bant genişliginin hesabı
3


3
DO
I = 1, Sistemdeki eleman sayısı
eleman tipi
= 1
STIFGRT
= 0
SHAPE
STIFDRT
Hesaplanan eleman rijitlik matrisini sistem rijitlik matrisine ikame et
= 0
Baslangıç depl. sayısı
≠ 0
BNDY
TEZ2
1
MAT1
SOLVE
Uc deplasmanlarını yaz
4


4
GRDRT
STRESS
Return
UÇGERL
Düğüm noktalarındaki gerilmeleri yaz
TEZ2A
2
DUR

TEZ2 ALT PROGRAMIN AKIŞ DİYAGRAMI




2
MTER
Cerceve sistem rıjitlik matrisi bant genisliginin hesabı
TERM
Cerceve sistem rijitlik matrisinin teşkili
Return

TEZ2A ALT PROGRAMIN AKIŞ DİYAGRAMI